

Faltung

Prof. Dr.-Ing. Johann-Markus Batke

2018-10-25 Revision Time-stamp: <2022-10-20 Do 18:33>

1 Begriff

Die Faltung ist eine Integraloperation und spielt eine bedeutende Rolle in der Systemtheorie.

1.1 Definition

Die Faltungsoperation ist definiert als [1]¹

$$y(t) = x(t) * h(t) \quad (1)$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau) h(t - \tau) d\tau \quad (2)$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} x(t - \tau) h(\tau) d\tau \quad (3)$$

1.2 Eigenschaften

Die wichtigsten Eigenschaften der Faltung fasst Tabelle 1 zusammen (vgl. [1], Abs. 5.4.2).

Tabelle 1: Eigenschaften der Faltung

Eigenschaft		
Kommutativität	$a(t) * b(t)$	$= b(t) * a(t)$
Assoziativität	$(a(t) * b(t)) * c(t)$	$= (a(t) * c(t)) * b(t)$
Distributivität	$(a(t) + b(t)) * c(t)$	$= a(t) * c(t) + b(t) * c(t)$
Neutralelement	$\delta(t) * h(t)$	$= h(t)$
Differentiation	$a(t) * \frac{db(t)}{dt}$	$= \frac{da(t)}{dt} * b(t)$

1.3 Fahrplan zur Lösung des Faltungsintegrals

Die Lösung des Faltungsintegrals ist schematisch wie folgt beschrieben:

- Zeichnung: beide Funktionen $x(t)$ und $h(t)$
- Entscheidung: welcher Funktion soll zeitinvertiert werden?
- Zeichnung: z.B. $x(t - \tau)$ mit Parameter t !
- Zeitabschnitt: wählen, skizzieren, integrieren - wiederholen, bis Faltung vollständig
- Ergebnis: zusammenfassen und skizzieren

2 Aufgaben

Übungen zur Faltung siehe [3] Abschnitt 5.

¹Die Integralgrenzen in [3] sind auf 0 bzw. t festgelegt; diese Einschränkung ist nicht allgemeingültig, sondern gilt nur wie im Beispiel für kausale Anregungen.

2.1 Faltung

Gegeben sind die Funktionen $x(t) = \Delta_2(t - 1)$ und $h(t) = \Pi_4(t - 2)$.

- a) Skizzieren Sie $x(t)$ und $h(t)$!
- b) Berechnen Sie mittels Faltung $y(t) = x(t) * h(t)$!
- c) Skizzieren Sie $y(t)$!

2.2 Faltung

Setzen Sie L auf die letzte Ziffer Ihrer Matrikelnummer. Es ist dann $N = 10 - L$. Setzen Sie diesen Wert zur Lösung der Aufgabe ein.

Gegeben sind die Funktionen $x(t) = \Pi_2(t)$ und $h(t) = \Pi_{2N}(t - N)$.

- a) Skizzieren Sie $x(t)$ und $h(t)$!
- b) Berechnen Sie die Faltung $y(t) = x(t) * h(t)$ im Zeitbereich!
- c) Skizzieren Sie $y(t)$!

3 Verweise

W3

- https://www.lntwww.de/lnt_applets/convolution/index.html

Literatur

- [2] Abs. 1.5 Herleitung des Faltungsintegrals
- [3] Übungsaufgaben mit Lösungen

Literatur

- [1] Thomas Frey und Martin Bossert. *Signal- und Systemtheorie*. 2. Auflage. Vieweg + Teubner, 2008 (siehe S. 1).
- [2] Jens-Rainer Ohm und Hans Dieter Lüke. *Signalübertragung. Grundlagen der digitalen und analogen Nachrichtenübertragungssysteme*. 12., aktualisierte Auflage. Springer Vieweg, 2014. DOI: [10.1007/978-3-642-53901-5](https://doi.org/10.1007/978-3-642-53901-5). URL: <http://dx.doi.org/10.1007/978-3-642-53901-5> (siehe S. 2).
- [3] Bernhard Rieß und Christoph Wallraff. *Übungsbuch Signale und Systeme. Aufgaben und Lösungen*. Springer Vieweg, 2015 (siehe S. 1, 2).