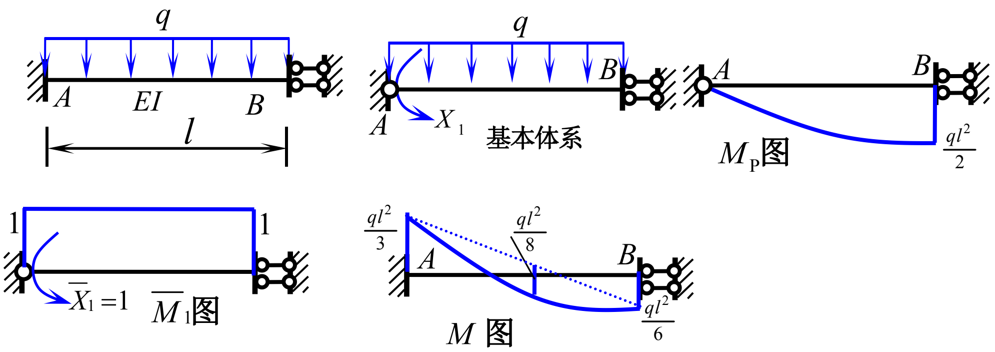
第四章　超静定结构力法　答案

【题 1】用力法求解图示体系，并作弯矩图。



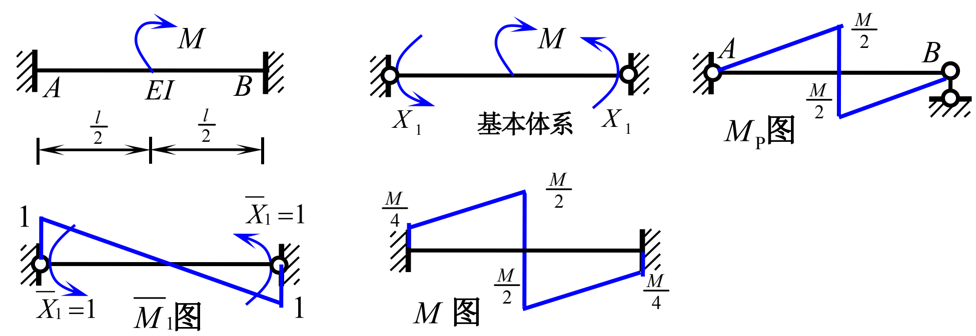
$$\Delta_1 = 0 \quad \Rightarrow \quad \delta_{11}X_1 + \Delta_{1P} = 0$$

$$\delta_{11} = \sum\int \frac{\overline{M}_1\overline{M}_1}{EI}ds = \frac{l}{EI} \qquad \Delta_{1P} = \sum\int \frac{\overline{M}_1 M_P}{EI}ds = \frac{1}{EI}\left(\frac{-2}{3}\times\frac{ql^2}{2}\times l\times 1\right) = \frac{-ql^3}{3EI}$$

$$X_1 = {}^{-\Delta_{1P}}\!\big/_{\delta_{11}} = {}^{ql^2}\!\big/_{3}$$

由 $M = \overline{M}_1 X_1 + M_P$ 作最终弯矩图。

【题 2】用力法求解图示体系，并作弯矩图。



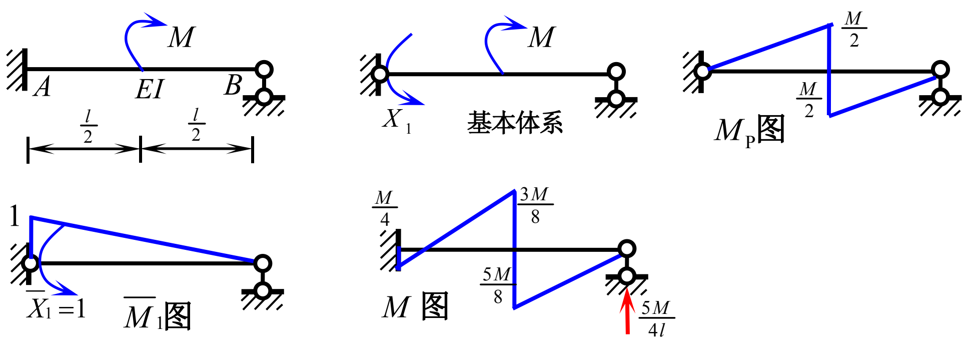
$$\Delta_1 = 0 \quad \Rightarrow \quad \delta_{11}X_1 + \Delta_{1P} = 0$$

$$\delta_{11} = \sum\int \frac{\overline{M}_1\overline{M}_1}{EI}ds = \frac{l}{3EI} \qquad \Delta_{1P} = \sum\int \frac{\overline{M}_1 M_P}{EI}ds = \frac{-Ml}{12EI}$$

$$X_1 = {}^{-\Delta_{1P}}\!\big/_{\delta_{11}} = {}^{M}\!\big/_{4}$$

由 $M = \overline{M}_1 X_1 + M_P$ 作最终弯矩图。

【题 3】用力法求解图示体系，并作弯矩图。

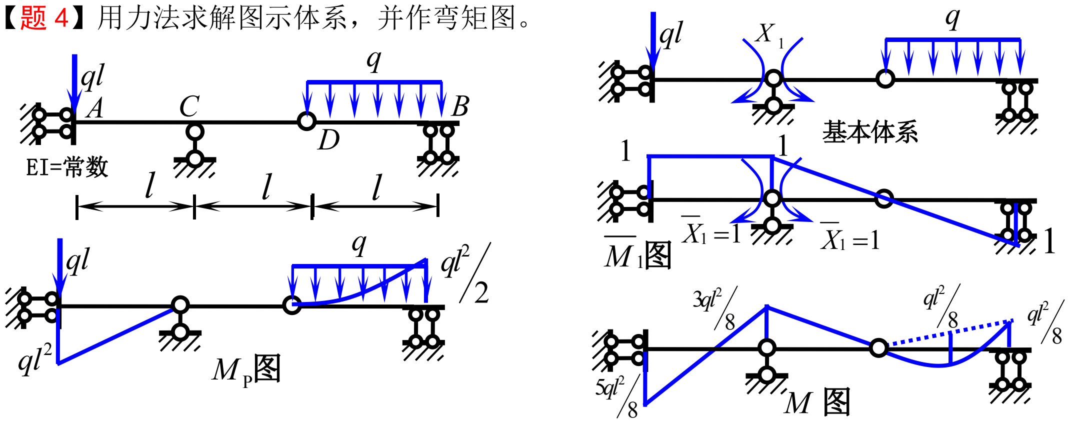


$\varDelta_1=0 \quad \Rightarrow \quad \delta_{11}X_1+\Delta_{1P}=0$

$\delta_{11}=\sum\int\frac{\overline{M}_1\overline{M}_1}{EI}ds=\frac{l}{3EI} \qquad \Delta_{1P}=\sum\int\frac{\overline{M}_1M_P}{EI}ds=\frac{Ml}{12EI}$

$X_1=\frac{-\Delta_{1P}}{\delta_{11}}=-M/4$ 由 $M=\overline{M}_1X_1+M_P$ 作最终弯矩图。

【题 4】用力法求解图示体系，并作弯矩图。

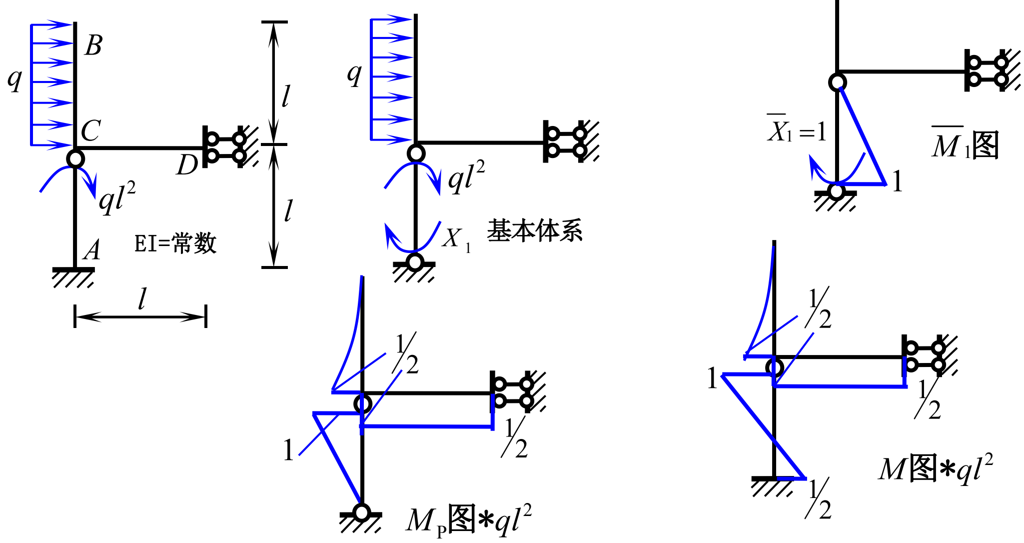


$\varDelta_1=0 \quad \Rightarrow \quad \delta_{11}X_1+\Delta_{1P}=0$

$\delta_{11}=\sum\int\frac{\overline{M}_1\overline{M}_1}{EI}ds=\frac{5l}{3EI} \qquad \Delta_{1P}=\sum\int\frac{\overline{M}_1M_P}{EI}ds=\frac{-5ql^3}{8EI}$

$X_1=\frac{-\Delta_{1P}}{\delta_{11}}=3ql^2/8$ 由 $M=\overline{M}_1X_1+M_P$ 作最终弯矩图。

【题 5】用力法求解图示结构，并作弯矩图。

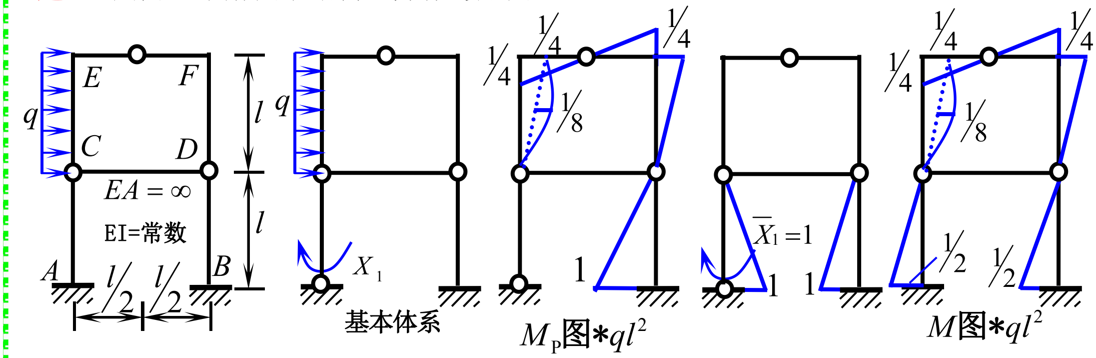


$$\Delta_1 = 0 \quad \Rightarrow \quad \delta_{11} X_1 + \Delta_{1P} = 0$$

$$\delta_{11} = \sum \int \frac{\overline{M}_1 \overline{M}_1}{EI} ds = \frac{l}{3EI} \qquad \Delta_{1P} = \sum \int \frac{\overline{M}_1 M_P}{EI} ds = \frac{-ql^3}{6EI}$$

$$X_1 = {-\Delta_{1P}}/{\delta_{11}} = {ql^2}/{2}$$ 由 $M = \overline{M}_1 X_1 + M_P$ 作最终弯矩图。

【题 6】用力法求解图示结构，并作弯矩图。

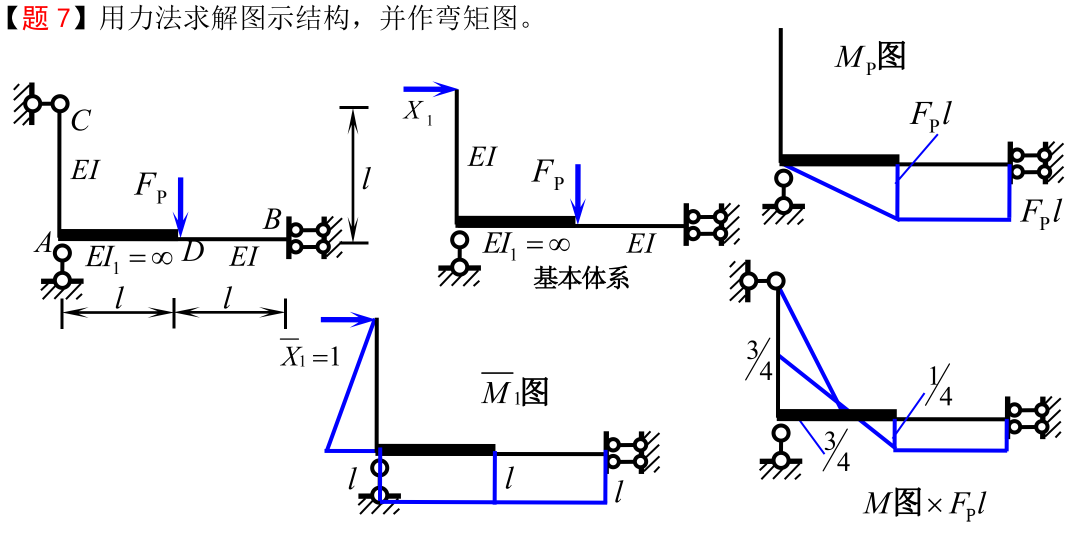


$$\Delta_1 = 0 \quad \Rightarrow \quad \delta_{11} X_1 + \Delta_{1P} = 0$$

$$\delta_{11} = \sum \int \frac{\overline{M}_1 \overline{M}_1}{EI} ds = \frac{2l}{3EI} \qquad \Delta_{1P} = \sum \int \frac{\overline{M}_1 M_P}{EI} ds = \frac{ql^3}{3EI}$$

$X_1 = {-\Delta_{1P}}/{\delta_{11}} = {-ql^2}/{2}$ 由 $M = \overline{M}_1 X_1 + M_P$ 作最终弯矩图。

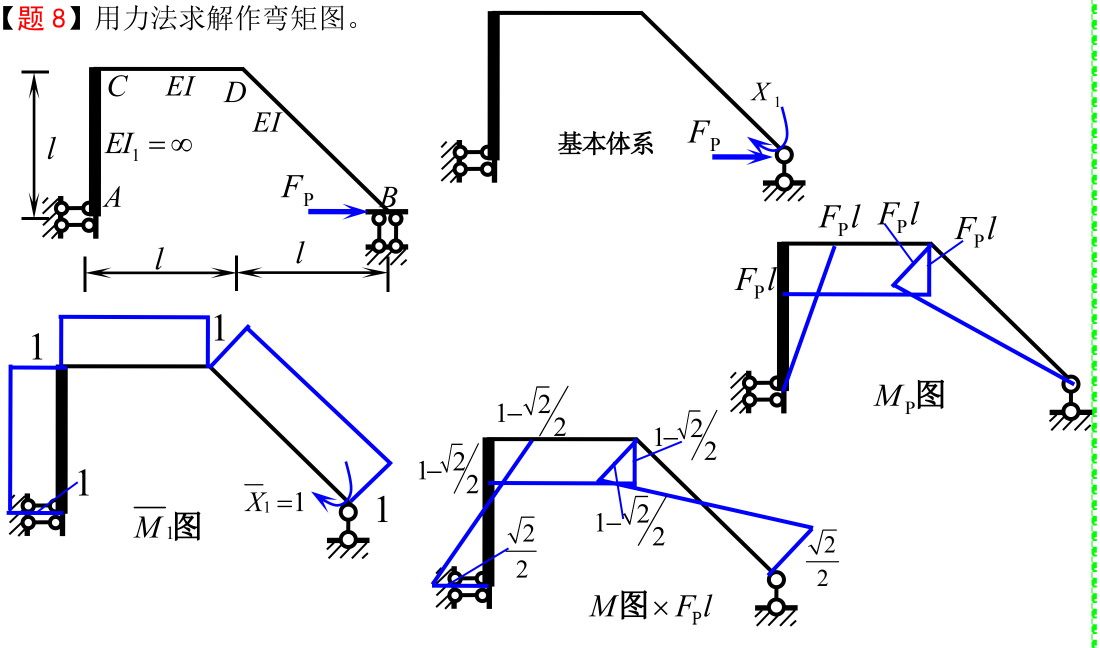
【题 7】用力法求解图示结构，并作弯矩图。



$$\delta_{11}X_1+\Delta_{1P}=0 \qquad \delta_{11}=\sum\int\frac{\overline{M}_1\overline{M}_1}{EI}ds=\frac{4l^3}{3EI} \qquad \Delta_{1P}=\sum\int\frac{\overline{M}_1M_P}{EI}ds=\frac{F_Pl^3}{EI}$$

$$X_1=-\Delta_{1P}\Big/\delta_{11}=-3F_P\Big/4$$ 由 $M=X_1\overline{M}_1+M_P$ 作最终弯矩图。

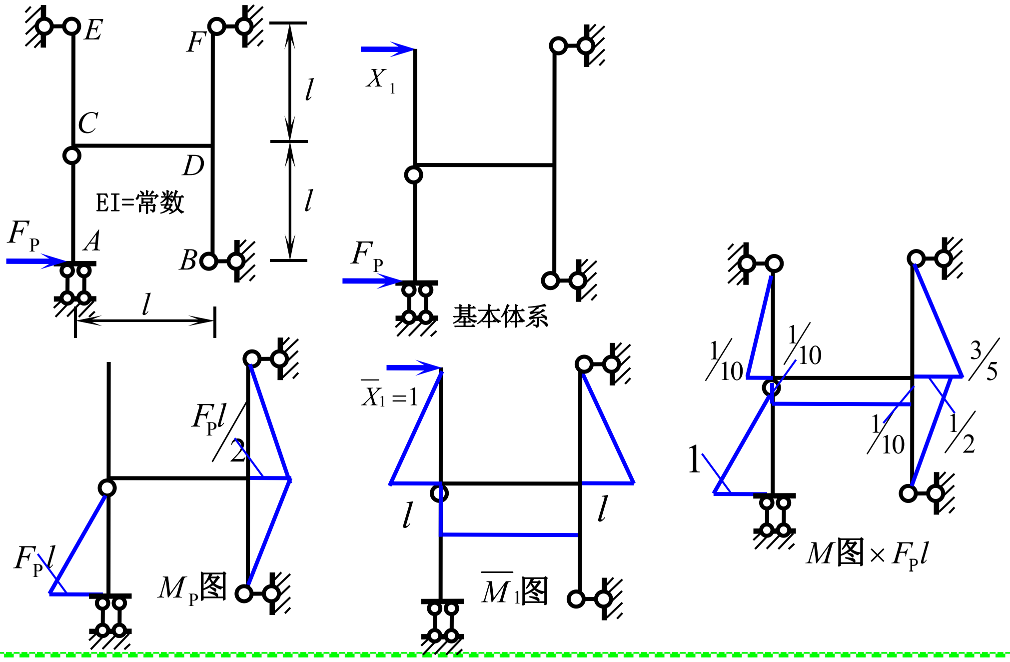
【题 8】用力法求解作弯矩图。



$$\delta_{11}X_1+\Delta_{1P}=0 \qquad \delta_{11}=\sum\int\frac{\overline{M}_1\overline{M}_1}{EI}ds=\frac{\left(1+\sqrt{2}\right)l}{EI} \qquad \Delta_{1P}=\sum\int\frac{\overline{M}_1M_P}{EI}ds=\frac{-\left(2+\sqrt{2}\right)F_Pl^2}{2EI}$$

$$X_1=-\Delta_{1P}\Big/\delta_{11}=\sqrt{2}F_Pl\Big/2$$ 由 $M=X_1\overline{M}_1+M_P$ 作最终弯矩图。

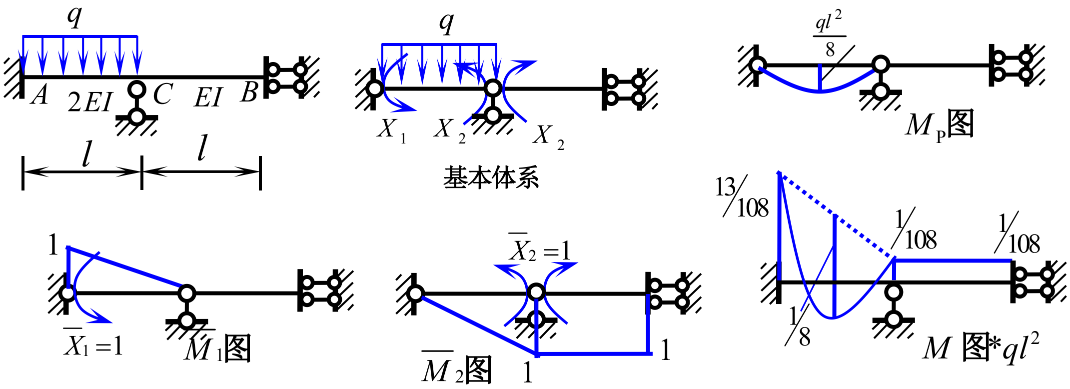
【例题 9】用力法求解图示结构，并作弯矩图。



$$\delta_{11}X_1+\Delta_{1P}=0 \qquad \delta_{11}=\sum\int\frac{\overline{M}_1\overline{M}_1}{EI}ds=\frac{5l^3}{3EI} \qquad \Delta_{1P}=\sum\int\frac{\overline{M}_1M_P}{EI}ds=\frac{-F_Pl^3}{6EI}$$

$$X_1={-\Delta_{1P}}\Big/{\delta_{11}}={F_P}\Big/{10}$$ 由 $M=X_1\overline{M}_1+M_P$ 作最终弯矩图。

【题 10】用力法求解图示体系，并作弯矩图。



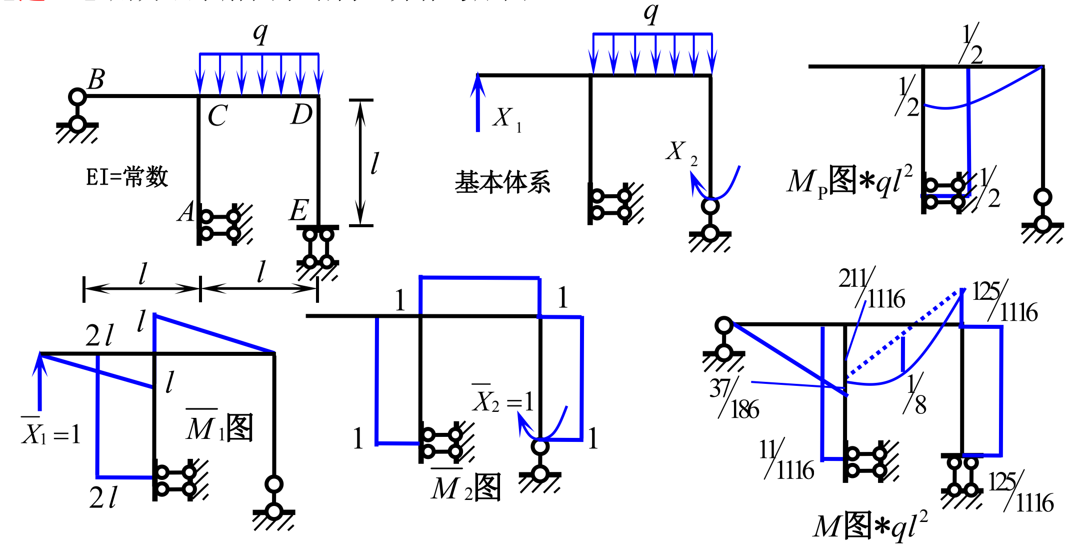
$\Delta_1=0 \quad \Delta_2=0 \quad \Rightarrow \quad \begin{matrix}\delta_{11}X_1+\delta_{12}X_2+\Delta_{1P}=0\\ \delta_{21}X_1+\delta_{22}X_2+\Delta_{2P}=0\end{matrix}$ 　　令：线刚度 $i={EI}/{l}$

$$\delta_{11}=\sum\int\frac{\overline{M}_1\overline{M}_1}{EI}ds=\frac{l}{6EI} \qquad \delta_{21}=\delta_{12}=\sum\int\frac{\overline{M}_1\overline{M}_2}{EI}ds=\frac{-l}{12EI}$$

$$\delta_{22}=\sum\int\frac{\overline{M}_2\overline{M}_2}{EI}ds=\frac{7l}{6EI} \qquad \Delta_{1P}=\sum\int\frac{\overline{M}_1M_P}{EI}dx=\frac{-ql^3}{48EI} \qquad \Delta_{2P}=\sum\int\frac{\overline{M}_2M_P}{EI}dx=\frac{ql^3}{48EI}$$

$X_1={13ql^2}/{108} \quad X_2={-ql^2}/{108}$ 　　由 $M=\overline{M}_1X_1+\overline{M}_2X_2+M_P$ 作最终弯矩图。

【题 11】用力法求解图示结构，并作弯矩图。



$$\Delta_1=0 \quad \Delta_2=0 \quad \Rightarrow \quad \begin{aligned}&\delta_{11}X_1+\delta_{12}X_2+\Delta_{1P}=0\\&\delta_{21}X_1+\delta_{22}X_2+\Delta_{2P}=0\end{aligned}$$

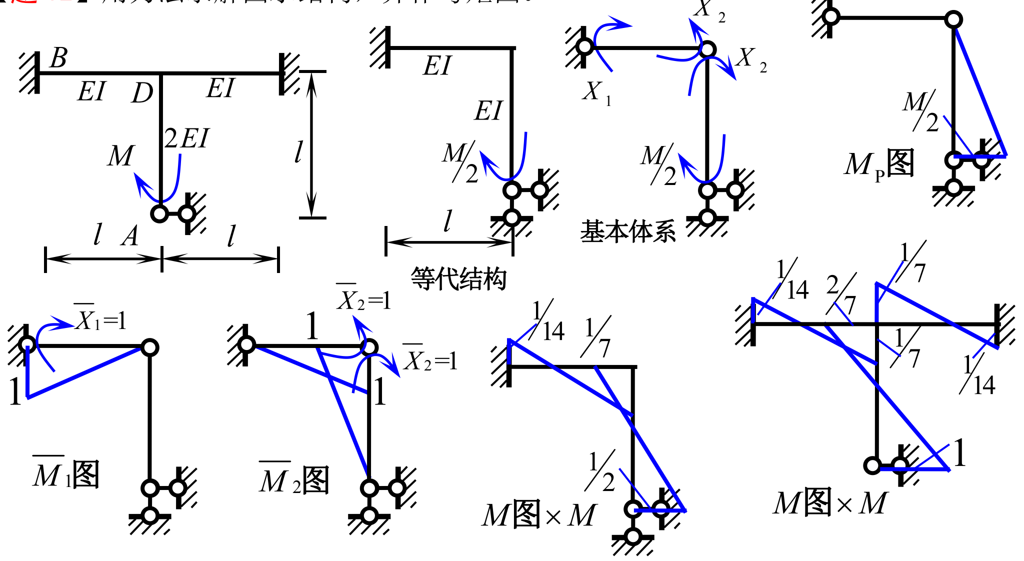
$$\delta_{11}=\sum\int\frac{\overline{M}_1\overline{M}_1}{EI}ds=\frac{14l^3}{3EI} \qquad \delta_{21}=\delta_{12}=\sum\int\frac{\overline{M}_1\overline{M}_2}{EI}ds=\frac{5l^2}{2EI}$$

$$\delta_{22}=\sum\int\frac{\overline{M}_2\overline{M}_2}{EI}ds=\frac{3l}{EI} \qquad \Delta_{1P}=\sum\int\frac{\overline{M}_1M_P}{EI}dx=\frac{-29ql^4}{24EI} \qquad \Delta_{2P}=\sum\int\frac{\overline{M}_2M_P}{EI}dx=\frac{-5ql^3}{6EI}$$

$$\begin{aligned}&\frac{14l^3}{3EI}X_1+\frac{5l^2}{2EI}X_2-\frac{29ql^4}{24EI}=0\\&\frac{5l^2}{2EI}X_1+\frac{3l}{EI}X_2-\frac{5ql^3}{6EI}=0\end{aligned} \qquad X_1=37ql/186 \quad X_2=125ql^2/1116$$

由 $M=\overline{M}_1X_1+\overline{M}_2X_2+M_P$ 作最终弯矩图。

【题 12】用力法求解图示结构，并作弯矩图。



$$\delta_{11}X_1+\delta_{12}X_2+\Delta_{1\mathrm{P}}=0$$
$$\delta_{21}X_1+\delta_{22}X_2+\Delta_{2\mathrm{P}}=0$$

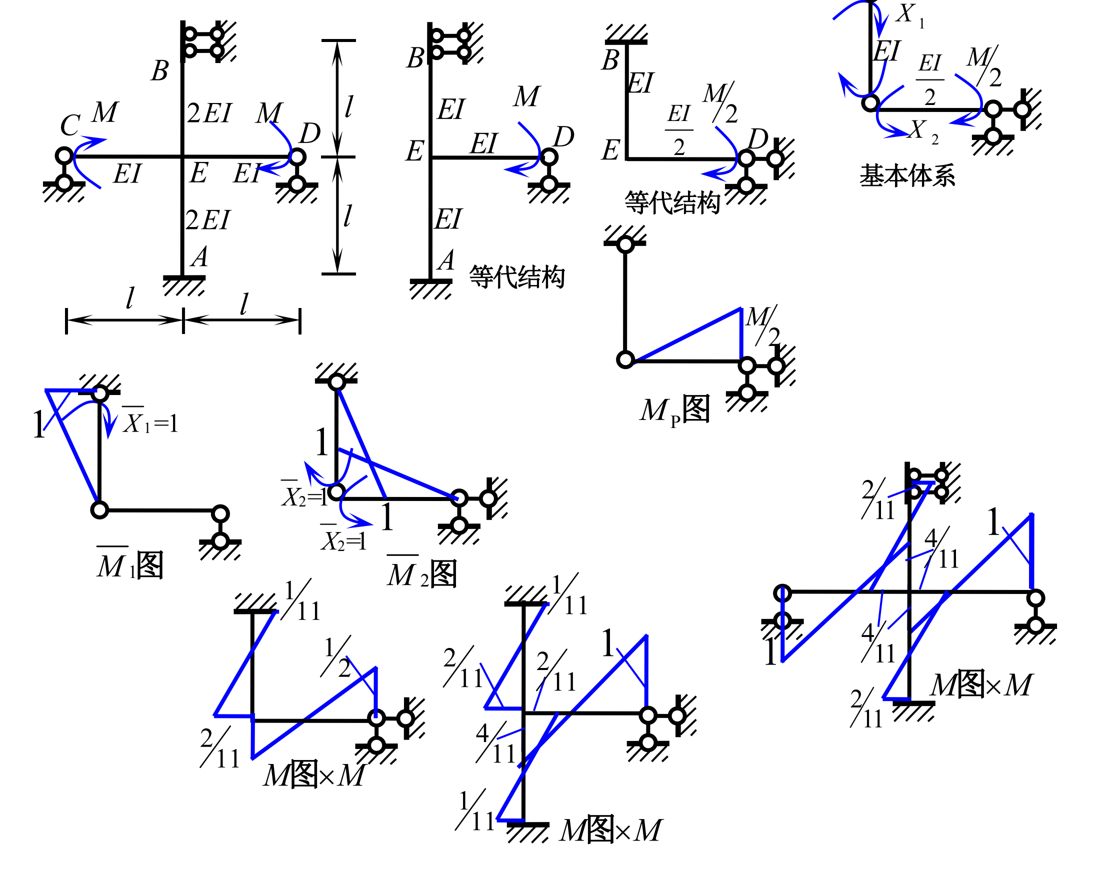
$$\delta_{11}=\sum\int\frac{\overline{M}_1\overline{M}_1}{EI}ds=\frac{l}{3EI}\qquad \Delta_{1\mathrm{P}}=\sum\int\frac{\overline{M}_1M_{\mathrm{P}}}{EI}ds=0$$

$$\delta_{12}=\delta_{21}=\sum\int\frac{\overline{M}_1\overline{M}_2}{EI}ds=\frac{l}{6EI}\qquad \delta_{22}=\sum\int\frac{\overline{M}_2\overline{M}_2}{EI}ds=\frac{2l}{3EI}\qquad \Delta_{2\mathrm{P}}=\sum\int\frac{\overline{M}_2M_{\mathrm{P}}}{EI}ds=\frac{-Ml}{12EI}$$

$$\frac{l}{3EI}X_1+\frac{l}{6EI}X_2=0$$
$$\frac{l}{6EI}X_1+\frac{2l}{3EI}X_2-\frac{Ml}{12EI}=0$$

$X_1=-M/14\quad X_2=M/7$　　由 $M=\overline{M}_1X_1+\overline{M}_2X_2+M_{\mathrm{P}}$ 作弯矩图。

【题 13】用力法求解图示结构，并作弯矩图。



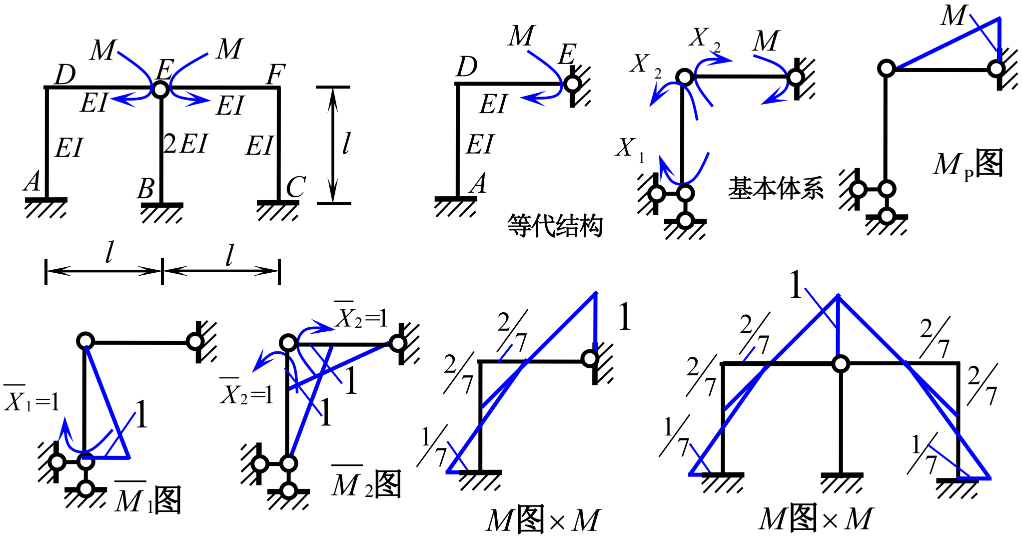
$$\delta_{11}X_1+\delta_{12}X_2+\Delta_{1\mathrm{P}}=0$$
$$\delta_{21}X_1+\delta_{22}X_2+\Delta_{2\mathrm{P}}=0$$

$$\delta_{11}=\sum\int\frac{\overline{M}_1\overline{M}_1}{EI}ds=\frac{l}{3EI}\qquad \delta_{21}=\delta_{12}=\sum\int\frac{\overline{M}_1\overline{M}_2}{EI}ds=\frac{-l}{6EI}$$

$$\delta_{22}=\sum\int\frac{\overline{M}_2\overline{M}_2}{EI}ds=\frac{l}{EI}\qquad \Delta_{1\mathrm{P}}=\sum\int\frac{\overline{M}_1M_{\mathrm{P}}}{EI}ds=0\qquad \Delta_{2\mathrm{P}}=\sum\int\frac{\overline{M}_2M_P}{EI}dx=\frac{Ml}{6EI}$$

$$\frac{l}{3EI}X_1-\frac{l}{6EI}X_2=0$$
$$\frac{-l}{6EI}X_1+\frac{l}{EI}X_2+\frac{Ml}{6EI}=0$$

【题 14】用力法求解图示结构，并作弯矩图。



$$\delta_{11}X_1+\delta_{12}X_2+\Delta_{1P}=0$$
$$\delta_{21}X_1+\delta_{22}X_2+\Delta_{2P}=0$$

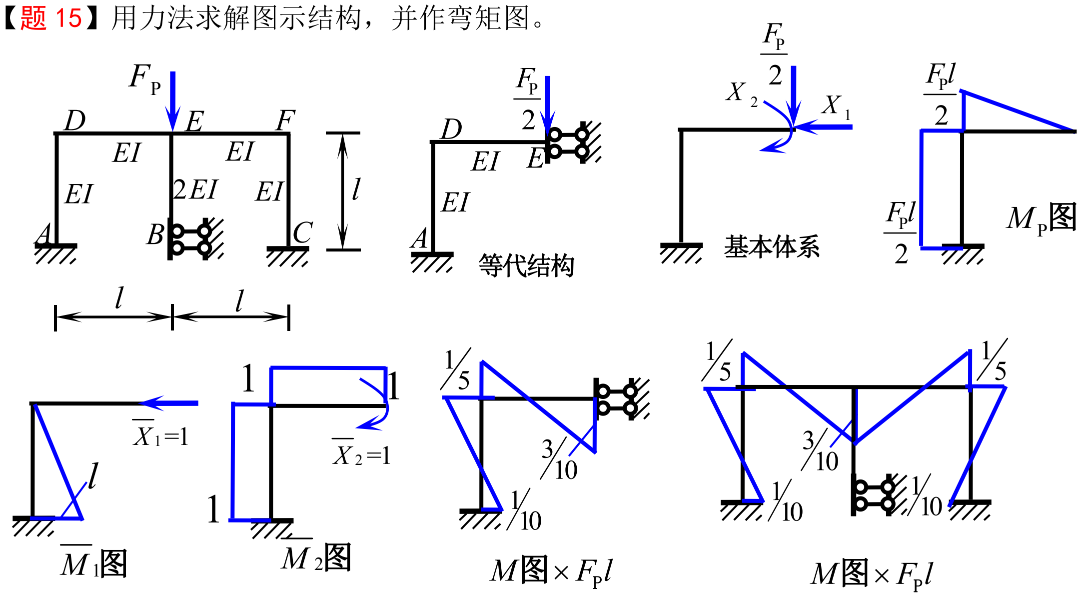
$$\delta_{11}=\sum\int\frac{\overline{M}_1\overline{M}_1}{EI}ds=\frac{l}{3EI}\qquad \Delta_{1P}=\sum\int\frac{\overline{M}_1M_P}{EI}ds=0$$

$$\delta_{12}=\delta_{21}=\sum\int\frac{\overline{M}_1\overline{M}_2}{EI}ds=\frac{-l}{6EI}\qquad \delta_{22}=\sum\int\frac{\overline{M}_2\overline{M}_2}{EI}ds=\frac{2l}{3EI}\qquad \Delta_{2P}=\sum\int\frac{\overline{M}_2M_P}{EI}ds=\frac{-Ml}{6EI}$$

$$\frac{l}{3EI}X_1-\frac{l}{6EI}X_2=0$$
$$-\frac{l}{6EI}X_1+\frac{2l}{3EI}X_2-\frac{Ml}{6EI}=0$$

$X_1=-M/7\quad X_2=2M/7$　由 $M=\overline{M}_1X_1+\overline{M}_2X_2+M_P$ 作弯矩图。

【题 15】用力法求解图示结构，并作弯矩图。



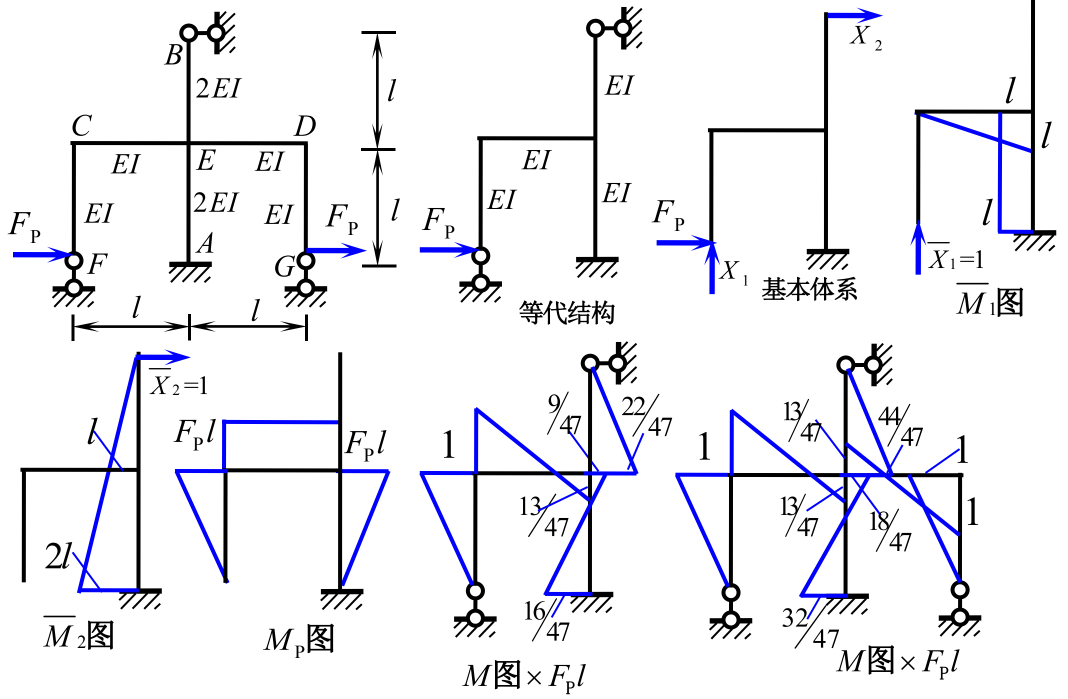
$$\delta_{11}X_1+\delta_{12}X_2+\Delta_{1P}=0$$
$$\delta_{21}X_1+\delta_{22}X_2+\Delta_{2P}=0$$

$$\delta_{11}=\sum\int\frac{\overline{M}_1\overline{M}_1}{EI}ds=\frac{l^3}{3EI}\qquad \delta_{21}=\delta_{12}=\sum\int\frac{\overline{M}_1\overline{M}_2}{EI}ds=\frac{-l^2}{2EI}$$

$$\delta_{22}=\sum\int\frac{\overline{M}_2\overline{M}_2}{EI}ds=\frac{2l}{EI}\qquad \Delta_{1P}=\sum\int\frac{\overline{M}_1M_P}{EI}ds=\frac{-F_Pl^3}{4EI}\qquad \Delta_{2P}=\sum\int\frac{\overline{M}_2M_P}{EI}dx=\frac{3F_Pl^2}{4EI}$$

$$\frac{l^3}{3EI}X_1-\frac{l^2}{2EI}X_2-\frac{F_Pl^3}{4EI}=0$$
$$\frac{-l^2}{2EI}X_1+\frac{2l}{EI}X_2+\frac{3F_Pl^2}{4EI}=0$$

【题 16】用力法求解图示结构，并作弯矩图。



$$\delta_{11}X_1+\delta_{12}X_2+\Delta_{1P}=0$$
$$\delta_{21}X_1+\delta_{22}X_2+\Delta_{2P}=0$$

$$\delta_{11}=\sum\int\frac{\overline{M}_1\overline{M}_1}{EI}ds=\frac{4l^3}{3EI}\qquad \delta_{21}=\delta_{12}=\sum\int\frac{\overline{M}_1\overline{M}_2}{EI}ds=\frac{3l^3}{2EI}$$

$$\delta_{22}=\sum\int\frac{\overline{M}_2\overline{M}_2}{EI}ds=\frac{8l^3}{3EI}\qquad \Delta_{1P}=\sum\int\frac{\overline{M}_1M_P}{EI}dx=\frac{-F_Pl^3}{EI}\qquad \Delta_{2P}=\sum\int\frac{\overline{M}_1M_P}{EI}dx=\frac{-2F_Pl^3}{3EI}$$

$$\frac{4l^3}{3EI}X_1+\frac{3l^3}{2EI}X_2-\frac{F_Pl^3}{EI}=0$$
$$\frac{3l^3}{2EI}X_1+\frac{8l^3}{3EI}X_2-\frac{2F_Pl^3}{3EI}=0$$