### Laboratorio Nro. 2 Complejidad de algoritmos



**Objetivos:** 1. Usar ecuaciones de recurrencia para determinar la complejidad en tiempo y espacio de algoritmos definidos de forma recursiva. 2. Usar la notación O para encontrar formalmente la complejidad asintótica en espacio y memoria de algoritmos. 3. Realizar estudios empíricos para validar una hipótesis sobre el comportamiento en tiempo de ejecución de un algoritmo con varios tamaños de problema.



**Consideraciones:** Lean y verifiquen las consideraciones de entrega,



Leer la Guía



Trabajo en Parejas



Si tienen reclamos, regístrenlos en http://bit.ly/2g4TTKf



Ver calificaciones en Eafit Interactiva



En el GitHub docente, encontrarán la traducción de los Ejercicios en Línea

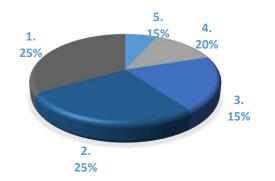


Hoy, plazo de entrega



Subir el informe pdf en la carpeta informe, el código del ejercicio 1 en la carpeta codigo y el código del 2 en la carpeta ejercicioEnLinea

#### Porcentajes y criterios de evaluación



1. Simulacro sustentación proyecto

2. Análisis de complejidad

3. Código de laboratorio

4. Simulacro de parcial5. Ejercicio con juez en línea

PhD. Mauricio Toro Bermúdez





#### Resumen de ejercicios a resolver

- 1.1 Midan los tiempos de ejecución de los algoritmos *Insertion Sort* y *Merge sort*
- **2.1** Resuelvan mínimo 5 ejercicios del nivel *Array 2* de la página *CodingBat*: http://codingbat.com/java/Array-2
- **2.2** Resuelvan mínimo 5 ejercicios del nivel *Array 3* de la página *CodingBat*. <a href="http://codingbat.com/java/Array-3">http://codingbat.com/java/Array-3</a>
- **3.1 [Ejercicio opcional]** De acuerdo a lo realizado en el numeral 1.1, construyan una tabla donde muestren, para cada algoritmo, cuánto se demora para 20 tamaños del problema.
- 3.2 Grafiquen los tiempos que tomó en cada algoritmo para los 20 tamaños del problema.
- **3.3** Según la complejidad en tiempo, ¿es apropiado usar *insertion sort* para un videojuego con millones de elementos en una escena y demandas de tiempo real en la renderización de escenas 3D?
- **3.4** ¿Por qué aparece un logaritmo en la complejidad asintótica, para el peor de los casos, de *merge sort* o *insertion sort*?
- **3.5 [Ejercicio opcional]** Para arreglos grandes, ¿cómo deben ser los datos para que *insertion sort* sea más rápido que *merge sort*? ¿ordenados? ¿todos iguales?
- **3.4 [Ejercicio opcional]** Expliquen con sus propias palabras cómo funciona su solución del ejercicio de *Array3* de *Coding Bat* llamado *maxSpan*
- **3.5** Calculen la complejidad de los ejercicios en línea, numerales 2.1 y 2.2, y agréguenla al informe PDF
- **3.6** Expliquen con sus palabras las variables (qué es 'n', qué es 'm', etc.) del cálculo de complejidad del numeral anterior
- 4. Simulacro de Parcial
- 5. [Ejercicio Opcional] Lectura recomendada
- 6. [Ejercicio Opcional] Trabajo en Equipo y Progreso Gradual
- 7. [Ejercicio Opcional] Utilicen la plantilla dispuesta en este idioma para el laboratorio.

PhD. Mauricio Toro Bermúdez





## 1. Simulacro de Proyecto

Códigos para entregar en GitHub en la carpeta codigo





En la vida real, la documentación de software hace parte de muchos estándares de calidad como CMMI e ISO/IEC 9126



Vean Guía numeral 3.4



Código del ejercicio en línea en GitHub. Vean Guía en numeral 4.24



Documentación opcional. Si lo hacen, utilicen **Javadoc** o equivalente. No suban el HTML a GitHub.





**No se reciben** archivos en **.RAR** ni en **.ZIP** 











Utilicen Java, C++ o Python

PhD. Mauricio Toro Bermúdez









Una de las principales características del videojuego Silent Hill 3 es la niebla, que para modelarla se utiliza la transparencia. Para poder renderizar texturas o efectos que usen transparencia, se necesita renderizar los elementos en orden del que está más atrás al que está más adelante para tener una visualización correcta.

El criterio de ordenamiento de los objetos 3D es una métrica que represente la profundidad. El problema de escoger el orden de los



objetos a renderizar se reduce a un problema de ordenamiento de números. Existen diversos algoritmos para ordenamiento de números.

Para poder que la renderización de los objetos 3D sea eficiente, se necesitar elegir un algoritmo que sea eficiente para este problema. Dos algoritmos conocidos para este problema son *Insertion Sort* y *Merge Sort*. Nuestra tarea es decidir cuál es más eficiente para este problema

Imagen extraída de https://bit.ly/2ThpLw9



Extiendan el código existente para medir los tiempos (en milisegundos) de *Insertion Sort y Merge sort* con 20 tamaños del problema. Si para todos los tamaños del problema se demora 0 ms, no son adecuados. Si para todos los tamaños del problema se demora lo mismo, tampoco son adecuados.



#### Nota:

- Identifiquen valores apropiados para el tamaño del problema
- Tomen los tiempos para 20 tamaños del problema diferentes.
- Hagan una gráfica en Excel para cada algoritmo y pasarla luego a Word.
- Entreguen el informe en formato PDF

PhD. Mauricio Toro Bermúdez





## 2. Simulacro de Maratón de Programación sin documentación HTML, en GitHub,

en la carpeta ejercicioEnLinea

Simulacro de Maratón de Programación sin documentación HTML, en GitHub, en la carpeta ejercicioEnLinea



Vean Guía numeral 3.3



No se requiere documentación para los ejercicios en línea



Utilicen Java, C++ o Python



**No se reciben** archivos en .**PDF ni** .**TXT** 



Resolver los problemas de CodingBat usando Recursión



Código del ejercicio en línea en **GitHub.** Vean Guía en **numeral 4.24** 

- Nota: Si toman la respuesta de alguna fuente, deben referenciar según el tipo de cita. Vean *Guía en numerales 4.16 y 4.17*
- Resuelvan al menos 5 ejercicios del nivel *Array 2* de la página *CodingBat.* http://codingbat.com/java/Array-2
- Resuelvan mínimo 5 ejercicios del nivel *Array* 3 de la página *CodingBat*. http://codingbat.com/java/Array-3
- Nota: La complejidad máxima para ejercicios de *Array 3* es O(n²)

PhD. Mauricio Toro Bermúdez





# 3. Simulacro de preguntas de sustentación de Proyecto en la carpeta informe

## Simulacro de preguntas de sustentación de Proyecto en la carpeta informe



Vean **Guía** numeral 3.4



Exporten y entreguen informe de laboratorio en PDF, en español o Inglés



Si hacen el *informe* en español, usen la plantilla en español



No apliquen **Normas Icontec** para esto

Si hacen el informe en inglés, usen a plantilla en inglés

#### Sobre el Simulacro de Proyectos

[Ejercicio opcional] De acuerdo a lo realizado en el numeral 1, construyan una tabla donde muestren, para cada algoritmo, cuánto se demora para cada uno de los 20 valores del tamaño del problema.



En la vida real, las gráficas son una forma simple y concisa de representar resultados cuantitativos en Ingeniería de Sistemas

Grafiquen los tiempos que tomó en cada algoritmo para los 20 tamaños del problema. Grafiquen el Tamaño de la Entrada Vs. Tiempo de Ejecución.

#### PhD. Mauricio Toro Bermúdez







En la vida real, bases de datos relacionales como MySQL guardan los datos ordenados, usando como criterio la llave primaria. Como las bases de datos pueden almacenar millones de elementos, es importante entender la eficiencia de los algoritmos de ordenamiento



¿Es apropiado usar insertion sort para un videojuego con millones de elementos en una escena y demandas de tiempo real en la





¿Por qué aparece un logaritmo en la complejidad asintótica, para el peor de los casos, de merge sort o insertion sort?





[Ejercicio opcional] Para arreglos grandes, ¿cómo deben ser los datos para que insertion sort sea más rápido que merge sort? ¿ordenados? ¿todos iguales?

#### Sobre el simulacro de maratón de programación





[Ejercicio opcional] Expliquen con sus propias palabras cómo funciona el ejercicio de Array 3 de Coding Bat llamado maxSpan y ¿por qué?

Nota: Recuerden que deben explicar su implementación en el informe PDF



Calculen la complejidad de los Ejercicios en Línea de los numerales 2.1 y agréguenla al informe PDF



Expliquen con sus palabras las variables (qué es 'n', qué es 'm', etc.) del cálculo de complejidad del ejercicio anterior.

#### PhD. Mauricio Toro Bermúdez









#### Ejemplos de su respuesta:

"n es el número de elementos del arreglo",

"V es el número de vértices del grafo",

"n es el número de filas de la matriz y m el número de columnas".

PhD. Mauricio Toro Bermúdez







## 4. Simulacro de parcial en informe PDF

## 4 Simulacro de Parcial en el informe PDF



Para este simulacro, agreguen *sus respuestas* en el informe PDF.



El día del Parcial no tendrán computador, JAVA o acceso a internet.

[Opc] Supongamos que P(n,m) es una función cuya complejidad asintótica es  $O(n \times m)$  y H(n,m) es otra función cuya complejidad asintótica es  $O(m \times A(n,m))$ , donde A(n,m) es otra función.

¿Cuál de las siguientes funciones, definitivamente, **NO** podría ser la complejidad asintótica de A(n,m) si tenemos en cuenta que P(n,m)>H(n,m) para todo n y para todo m?



#### Elija la respuesta que considere acertada:

- **a)** O(log n)
- **b)** O(√n)
- c) O(n+m)
- **d)** O(1)
- Dayla sabe que la complejidad asintótica de la función P(n) es  $O(\sqrt{n})$ . Ayúdenle a Dayla a sacar la complejidad asintótica para la función mistery(n,m).

#### PhD. Mauricio Toro Bermúdez







#### La complejidad de mistery(n,m) es:

- **a)** O(m+n)
- **b)** O(m×n× $\sqrt{n}$ )
- c) O(m+n+ $\sqrt{n}$ )
- $d) O(m \times n)$



[Opc]

El siguiente algoritmo imprime todos los valores de una matriz. El tamaño de la matriz está definido por los parámetros largo y ancho.

Teniendo en cuenta que el largo puede ser como máximo 30, mientras que el ancho puede tomar cualquier valor, ¿Cuál es su complejidad asintótica en el peor de los casos del algoritmo?

```
01public void matrices(int[][] m, int largo, int ancho)
02  for(int i=0; i < largo; i++)
03    for(int j=0; j < ancho; j++)
04    print (m[i][j]);</pre>
```



#### Elija la respuesta que considere acertada:

- a) O(largo)
- b) O(ancho)
- c) O(largo+ancho)
- d) O(anchoxancho)
- **e)** O(1)



[Opc]

B(n)?

Sabemos que P(n) ejecuta  $n^3 + n$  pasos y que D(n) ejecuta n+7 pasos. ¿Cuál es la complejidad asintótica, en el peor de los casos, de la función

```
public int B(int n)
  int getP = P(n);
  int ni = 0;
```

#### PhD. Mauricio Toro Bermúdez









```
for(int i = 0; i < n; ++i)
  if(D(i) > 100) {
    ni++;
int nj = getP + D(n) * ni;
return nj;
```

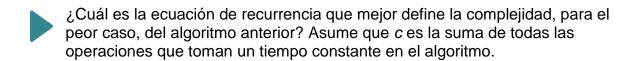


#### Elija la respuesta que considere acertada:

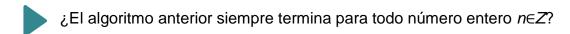
- a) O(n<sup>4</sup>)
- **b)** O(n<sup>3</sup>)
- c) O(n<sup>2</sup>)
- **d)** O(2<sup>n</sup>)
- 4.5

#### Considera el siguiente algoritmo:

```
static int count7(int n) {
   if (n == 0) return 0;
   if (n % 10 == 7) return 1 + count7(n / 10);
   return count7(n / 10);
}
```



- (a) T(n)=T(n-1)+c, que es O(n)
- (b) T(n)=4T(n/2)+c, que es  $O(n^2)$
- (c) T(n)=T(n-1)+T(n-2)+c, que es  $O(2^n)$
- (d) T(n) = T(n/10) + c, que es  $O(\log n)$



- (a)Sí
- (b)No

#### PhD. Mauricio Toro Bermúdez







Juanito implementó un algoritmo para sumar 2 matrices cuadradas de dimensión N. Su algoritmo tiene complejidad  $T(n)=c\times n^2$  y toma T(n) segundos para procesar n datos.

¿Cuánto tiempo tardará este algoritmo para para procesar 10000 datos, si sabemos que, para *n*=100, *T*(*n*)=*T*(100)=1? Recuerda que 1=1000. Así como en los parciales de Física 1, NO olvides indicar la unidad de medida del tiempo que calcules.



Considera las siguientes proposiciones:

- 1. O(f+g)=O(max(f,g))
- 2.  $O(f \times g) = O(f) \times O(g)$
- 3. Si f=O(g) y g=O(h), entonces f=O(h)
- 4. O(c.f) = O(f), donde c es una constante

¿Cuál(es) de las anteriores proposiciones son verdaderas?

No es necesario justificar tu respuesta, pero, si estás viendo Estructuras Discretas, puedes realizar una demostración directa o por reducción al absurdo (opcional)



¿Cuál de las siguientes afirmaciones es correcta con respecto a func3(n)?

1 void func3(int n) {

#### PhD. Mauricio Toro Bermúdez





```
2    if(n < 1) return;
3    else{
4        System.out.println(n);
5        func3(n-1);
6    }
7 }</pre>
```

#### Elija la respuesta que considere acertada:

- a) Esta ejecuta T(n) = c + T(n-1) pasos, que es O(n).
- **b)** Esta ejecuta T(n) = n + T(n-1) pasos, que es O(n!).
- c) Esta ejecuta T(n) = cn + T(n-1) pasos, que es O(n!).
- **d)** Esta ejecuta T(n) = c + 2.T(n-1) pasos, que es  $O(2^n)$ .
- Considera el siguiente algoritmo:

```
void f(int n) {
  for(int i=1; i*i <= n; i++)
    for(int j=1; j*j<=n; j++) {
     for(int k=0; k<n; k++) {
        for(int h=0; h<=n; h++) {
            System.out.println("hola");
        }
     }
   }
}</pre>
```

## ¿Cuál es la complejidad asintótica, para el peor de los casos, del algoritmo f(n) para n>1?

- **a)**  $O(n^3)$
- **b)**  $O(n^2)$
- **c)**  $O(n^3 \times \sqrt{n})$
- **d)**  $O(n^4 \times \sqrt{n})$

#### PhD. Mauricio Toro Bermúdez









[Opc] ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es correcta con respecto a la función *func*2(*n*)?

```
void func2(int n) {
for (int i = 2; i * i <= n; i++) {
  for (int k = 2; k * k <= n; k++) {
    print(j);
}
```



#### Elija la respuesta que considere acertada:

- a) Ejecuta más de n<sup>2</sup> pasos.
- b) Ejecuta más de n³ pasos.
- c) Ejecuta menos de n.log n pasos.
- d) Ejecuta exactamente n<sup>2</sup> pasos
- ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es correcta con respecto a func3(n)?

```
int func3(int n) {
  if(n == 1 || n == 2) {
    return n;
  int ni = func3(n - 1);
  int nj = func3(n - 2);
  int suma = ni + nj;
  return suma;
}
```



#### Elija la respuesta que considere acertada:

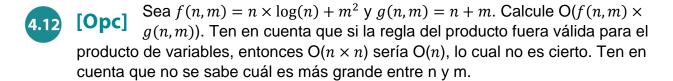
- a) Ejecuta T(n)=T(n-1)+c pasos.
- **b)** Ejecuta T(n)=T(n-1)+cn pasos.
- c) Ejecuta T(n)=T(n-1)+T(n-2)+c pasos.
- **d)** Ejecuta T(n)=T(n/2)+c pasos.

#### PhD. Mauricio Toro Bermúdez









### Elija la respuesta que considere acertada:

- a)  $O(n \times \log(n) + m^2)$
- **b)**  $O(m \times n \times \log(n) + n \times m^2 + n^2 \times \log(n) + m^3)$
- c)  $O(m^3)$
- **d)**  $O(n^3 + m^3)$
- Considere el siguiente código escrito en Java. Encuentre la ecuación de 4.13 [Opc] recurrencia que mejor representa la complejidad asintótica en el peor de los casos.

```
int f(int n) {
  if(n \le 0) {
    return 1;
  }
  int a = f(n / 2);
  int b = f(n / 2);
  int res = 0;
  for (int i = 0; i < n; i++) {
    res += (a*b);
  }
  return res;
}
```

#### Elija la respuesta que considere acertada:

- **a)** T(n)=2T(n-1)+n
- **b)**  $T(n) = 2T(n/2) + n^2$
- c) T(n) = 2T(n/2) + n

#### PhD. Mauricio Toro Bermúdez







- **d)** T(n)=2T(n-1)+(n-1)
- Sea  $f(n,m) = n^2 + n \times \log(\log(m))$  y  $g(n,m) = n^3 + m \times \sqrt{m}$ . Calcule O(f(n,m) + g(n,m)). Ten en cuenta que no se sabe cuál es más grande entre n y m.



#### Elija la respuesta que considere acertada:

- a)  $O(n^3 + n(\log(\log(m)) + m \times \sqrt{m})$
- **b)**  $O(n^3)$
- c)  $O(m \times \sqrt{(m)} + n^3)$
- **d)** O( $m \times \sqrt{m}$ )







## 5. [Opcional] Lecturas Recomendadas

## [Opc] Lecturas recomendadas



Guía Vean numeral 3.5 y 4.20



Exportar y entregar informe de laboratorio en PDF, en español o Inglés



Si hacen el *informe* en español, usen la plantilla en español



No apliquen **Normas** Icontec para esto





"El ejercicio de una profesión requiere la adquisición de competencias que se sustentan en procesos comunicativos. Así cuando se entrevista a un ingeniero recién egresado para un empleo, una buena parte de sus posibilidades radica en su capacidad de comunicación; pero se ha observado que esta es una de sus principales debilidades..." Tomado de http://bit.ly/2gJKzJD



Vean Guía en numerales 3.5 y 4.20



Lean a "R.C.T Lee et al., Introducción al análisis y diseño de algoritmos, Capítulo 2. 2005" y sumen puntos adicionales, así:



Hagan un mapa conceptual con los principales elementos teóricos.

#### PhD. Mauricio Toro Bermúdez









Nota: Si desean una lectura adicional en idioma español, consideren la siguiente: "John Hopcroft et al., Fundamentos de Algoritmia. Capítulo 3: Notación Asintótica. Páginas 11– 98. 1983" que pueden encontrarla en biblioteca

PhD. Mauricio Toro Bermúdez







# 6. [Opcional] Trabajo en Equipo y Progreso Gradual





Vean Guía en numeral 3.5 y 4.20



Exportar y entregar informe de laboratorio en PDF, en español o Inglés



Si hacen el *informe* en español, usen la plantilla en español



No apliquen **Normas Icontec** para esto





El trabajo en equipo es una exigenciadel mercado. "Mientras algunos medios retratan la programación como un trabajo solitario, pero requiere mucha comunicación y trabajo grupal. Si trabajas para una compañía, serás parte de un equipo de desarrollo y esperarán que te comuniques bien con otras personas" *Tomado de http://bit.ly/1B6hUDp* 

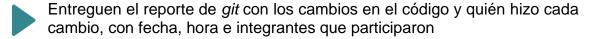


Vean Guía en numerales 3.6, 4.21,4.22,4.23



Entreguen copia de todas las actas de reunión usando el *tablero Kanban*, con fecha, hora e integrantes que participaron







Entreguen el reporte de cambios del informe de laboratorio que se genera Google docs o herramientas similares

0

Nota: Estas respuestas también deben incluirlas en el informe PDF

#### PhD. Mauricio Toro Bermúdez







## 7. [Opcional] Laboratorio en Inglés con plantilla en Inglés





Vean Guía en numeral 3.5 y 4.20



Exportar y entregar informe de laboratorio en PDF, en español o Inglés



Si hacen el *informe* en español, usen la plantilla en español



No apliquen **Normas Icontec** para esto





El inglés es un idioma importante en la Ingeniería de Sistemas porque la mayoría de los avances en tecnología se publican en este idioma y la traducción, usualmente se demora un tiempo.

Adicionalmente, dominar el inglés permite conseguir trabajos en el exterior que son muy bien remunerados. *Tomado de goo.gl/4s3LmZ* 



Entreguen el código y el informe en inglés.

PhD. Mauricio Toro Bermúdez





## Ayudas para resolver los Ejercicios

| Ayudas para el Ejercicio 1         | <u>Pág. 29</u> |
|------------------------------------|----------------|
| Ayudas para el Ejercicio 3.1 y 3.2 | Pág. 29        |
| Ayudas para el Ejercicio 3.7       | Pág. 29        |
| Ayudas para el Ejercicio 4         | <u>Pág. 30</u> |
| Ayudas para el Ejercicio 5         | <u>Pág. 30</u> |
| Ayudas para el Ejercicio 6.1       | <u>Pág. 30</u> |
| Ayudas para el Ejercicio 6.2       | <u>Pág. 30</u> |
| Ayudas para el Ejercicio 6.3       | Pág. 30        |



#### Ayudas para el Ejercicio 1



Pista 1: Si deciden hacer la documentación, consulten la *Guía en numeral 4.1 y* 4.6



#### Ayudas para el Ejercicio 3.1 y 3.2



Pista 1: Vean Guía en numeral 4.6 para "Cómo usar la escala logarítmica en Microsoft Excel".



**Pista 2:** Si todos los tiempos de un algoritmo dan más de 5 minutos, realice otra tabla, para ese algoritmo, tomando tiempos para arreglos de tamaño 1000, 10000 y 100000.



Pista 3: Vean Guía en numeral 4.4 para "Cómo aumentar el tamaño del heap y del stack en Java".



Pista 4: Vean Guía en numeral 4.5 para "Cómo visualizar el montículo (heap) y el stack, y el consumo total de memoria de Java".



#### Ayudas para el Ejercicio 3.7



Pista 1: Vean Guía en numeral 4.11 para "Cómo escribir la complejidad de un ejercicio en línea"



Pista 2: Vean Guía en numeral 4.19 para "Ejemplos para calcular la complejidad de un ejercicio de CodingBat"

#### PhD. Mauricio Toro Bermúdez







#### Ayudas para el Ejercicio 4



Vean la Guía en el numeral 4.18

#### Ayudas para el Ejercicio 5



Pista 1: Para que hagan el mapa conceptual se recomiendan herramientas como las que encuentran en <a href="https://cacoo.com/">https://cacoo.com/</a> o <a href="https://cacoo.com/">https://cacoo.com/</a> o <a href="https://cacoo.com/">https://cacoo.com/</a>



#### Ayudas para el Ejercicio 6.1



Pista 1: Vean Guía en numeral 4.21



#### Ayudas para el Ejercicio 6.2



Pista 1: Vean Guía en numeral 4.23



#### Ayudas para el Ejercicio 6.3



Pista 1: Vean Guía en numeral 4.22

#### PhD. Mauricio Toro Bermúdez





## ¿Alguna inquietud?

## **CONTACTO**

Docente Mauricio Toro Bermúdez Teléfono: (+57) (4) 261 95 00 Ext. 9473 Correo: mtorobe@eafit.edu.co Oficina: 19- 627

Agenden una cita dando clic en la pestaña -Semana- de http://bit.ly/2gzVg10