

Práctica 1

Encontrar una gramática libre de contexto para estos lenguajes:

$$1 \quad L = \{a^i b^j \mid i, j \in \mathbb{N}, i \leq j\}$$

Este lenguaje puede generar palabras únicamente formadas por el símbolo 'b'. Para ello usamos estas producciones del símbolo inicial 'S'.

$$S \rightarrow Sb \quad S \rightarrow \epsilon$$

Estas producciones nos aseguran un número de 'b' finito y superior a 0.

A la hora de generar el símbolo 'a' nos debemos asegurar que, como mínimo, también generamos un 'b' para cumplir la condición $i \leq j$.

$$S \rightarrow aSb$$

Estas tres producciones nos aseguran generar todas las palabras del lenguaje.

$$\begin{array}{lll} S \rightarrow \epsilon & S \rightarrow Sb & S \rightarrow aSb \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{lll} S \rightarrow \epsilon & S \rightarrow Sb & S \rightarrow aSb \end{array}} \right\} \text{Producciones } P$$

①

②

③

$$2 \rightarrow 1 = b$$

$$3 \rightarrow 1 = ab$$

$$3 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 1 = aabbb$$

$$2 \rightarrow 2 \rightarrow 2 \rightarrow 2 \rightarrow 1 = bbbb$$

$$2 \quad L = \{a^i b^j a^j b^i \mid i, j \in \mathbb{N}\}$$

El número de 'a' en el extremo izquierdo es igual al número de 'b' en el extremo derecho, al igual que ocurre con el número de estos mismos símbolos en el centro.

Debemos crear producciones que mantengan estas ~~relaciones~~ condiciones. Tenemos que tener en mente que i o j pueden ser igual a 0.

Símbolo inicial 'S'

- Producciones Q
- ① $S \rightarrow a X b \Rightarrow$ Genera los símbolos de los extremos
 - ② $S \rightarrow X \Rightarrow$ Nos sirve como transición para generar los símbolos centrales
 - ③ $X \rightarrow b X a \Rightarrow$ Genera los símbolos ~~centrales~~ centrales
 - ④ $X \rightarrow \epsilon \Rightarrow$ Permite finalizar la palabra

$$1 \rightarrow 1 \rightarrow 2 \rightarrow 4 = aabb$$

$$2 \rightarrow 3 \rightarrow 4 = ba$$

$$1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4 = abab$$

$$1 \rightarrow 1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4 = aababb$$

$$3 \quad L = \{uu^+ \mid u \in \{a,b\}^*\}$$

Genera palíndromos pares por lo que las producciones deberán generar lo mismo a izquierda y derecha:

Símbolo inicial 'S'.

$$\left. \begin{array}{l} ① S \rightarrow aSa \\ ② S \rightarrow bSb \\ ③ S \rightarrow \epsilon \end{array} \right\} \text{Producciones } P$$

$$\begin{array}{lll} 1 \rightarrow 3 = aa & 1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 = abba & 1 \rightarrow 2 \rightarrow 1 \rightarrow 3 = abaaba \\ 2 \rightarrow 3 = bb & 2 \rightarrow 1 \rightarrow 3 = baab & 2 \rightarrow 1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 = babbaab \end{array}$$

Como resultado final obtendremos las siguientes gramáticas:

$$\text{Lenguaje 1} \rightarrow G = (\{S\}, \{a,b\}, P, S)$$

$$\text{Lenguaje 2} \rightarrow G = (\{S,x\}, \{a,b\}, P, S)$$

$$\text{Lenguaje 3} \rightarrow G = (\{S\}, \{a,b\}, P, S)$$