APELLIDOS: ....

NOMBRE: .... D.N.I.: ....

1º D ALEM. Temas 5, 6, 7

23 de enero de 2014

Ejercicio 1. Sea $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \in M_{3\times 5}(\mathbb{Z}_3)$, y sea H_A su forma normal de Hermite por filas.

1. Calcula H_A, y encuentra una matriz P tal que $P \cdot A = H_A$.
2. ¿Existe alguna matriz regular Q tal que $Q \cdot A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & 2 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 2 & 2 & 2 \end{pmatrix}$? Razona la respuesta.

Ejercicio 2. Sea $B = \{(1,0,1,1);\ (1,1,0,1);\ (1,1,1,0);\ (1,1,1,1)\}$ una base de $(\mathbb{Z}_2)^4$, y sea $B' = \{(1,0,0,1);\ (0,1,1,1);\ (0,1,0,0);\ (1,0,1,1)\}$ un subconjunto de $(\mathbb{Z}_2)^4$.

1. Estudia si B' es una base.
2. Calcula la matriz del cambio de base de la base canónica a la base B.
3. Calcula las coordenadas del vector $(1,0,0,1)$ en la base B.

Ejercicio 3. Sea $V = (\mathbb{Z}_3)^4$, U el subespacio de V generado por los vectores $(1,1,2,1)$; $(2,1,0,1)$; $(2,0,2,0)$ y W el subespacio de V dado por las ecuaciones

$$\left\{ \begin{array}{ccccccccc} & & y & + & z & + & t & = & 0 \\ 2x & + & y & + & 2z & & & = & 0 \end{array} \right.$$

1. Calcula las ecuaciones cartesianas del subespacio $U + W$.
2. Comprueba que el vector $(1,0,0,2)$ pertenece a $U + W$, y exprésalo como suma de un vector de U y otro de W.
3. ¿De cuántas formas puede expresarse el vector $(1,0,0,2)$ como suma de un vector de U y otro de W?

Ejercicio 4. Sea $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ la aplicación lineal dada por

$$f(x,y,z) = (2x - y + z, x + 3y - 2z, 5x + y).$$

1. Calcula una base del núcleo de f.
2. Calcula la dimensión del subespacio $\mathrm{Im}(f)$.
3. Calcula la matriz de f en la base $B = \{(1,0,0);\ (-1,1,0);\ (0,-1,1)\}$.