

---

## EJERCICIOS PARA ENTREGAR. TEMA 1

---

### Conjuntos, aplicaciones y relaciones

---

**Ejercicio 1.** Sea  $A$  el conjunto de los números racionales positivos, y sean  $f, g, h : A \rightarrow A$  las aplicaciones definidas por:

$$f(x) = \frac{1}{x^2 + 1}; \quad g(x) = x + 2; \quad h(x) = \frac{1}{x}$$

1. Estudia cuál de estas aplicaciones es inyectiva y/o sobreyectiva.
2. Para las que sean inyectivas da una inversa por la izquierda, y para las que sean sobreyectivas da una inversa por la derecha.
3. Calcula las aplicaciones  $f \circ g, g \circ f, f \circ f, f \circ (g \circ h), f \circ (h \circ g)$ .

**Ejercicio 2.** Sea  $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  y  $S = \{2, 5\}$ . En  $\mathcal{P}(X)$  definimos la relación:

$$A R_S B \text{ si, y sólo si, } A \Delta B \subseteq S$$

1. Comprueba que  $R_S$  es una relación de equivalencia.
2. Calcula las clases de equivalencia de  $\emptyset, \{2\}, \{1, 2, 3\}, \{1, 3, 5\}, \{2, 3, 4, 5\}$ .
3. Comprueba que para cualquier clase de equivalencia hay una biyección entre dicha clase y el conjunto  $\mathcal{P}(S)$ .
4. Comprueba que hay una biyección entre el conjunto cociente  $\mathcal{P}(X)/R_S$  y el conjunto  $\mathcal{P}(X \setminus S)$ .

**Ejercicio 3.** Sea  $X = D(24) \times D(72)$ . Consideramos en  $X$  el orden producto (los conjuntos  $D(24)$  y  $D(72)$  están ordenados por divisibilidad). Calcula (cuando existan) cotas superiores e inferiores, supremo e ínfimo, máximo y mínimo y elementos maximales y minimales de cada uno de los siguientes subconjuntos de  $X$ :

1.  $\{(2, 1), (12, 9), (8, 6), (6, 12), (6, 3), (4, 3)\}$ .
2.  $\{(x, x) : x \in D(24)\}$  (es decir,  $\{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (6, 6), (8, 8), (12, 12), (24, 24)\}$ ).
3.  $\{(x, \frac{72}{x}) : x \in D(24)\}$ .
4.  $\{(x, 3x) : x \in D(24)\}$ .

**Ejercicio 4.** Sea  $X = D(10)$  e  $Y = \mathcal{P}(\{a, b\})$ . Consideramos en  $X$  el orden dado por la divisibilidad y en  $Y$  el orden dado por la inclusión. Dibuja los diagramas de Hasse del conjunto  $X \times Y$  con el orden producto y el orden lexicográfico.