

1. Sean $X = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$ y $A = \{1, 2, 3, 4\}$. Definimos la relación de equivalencia siguiente sobre el conjunto $\mathcal{P}(X)$:

$$B \sim C \Leftrightarrow B \cup A = C \cup A.$$

Entonces el cardinal del conjunto cociente $\mathcal{P}(X)/\sim$ es igual a

- (a) 4 (b) 16 (c) 64 (d) 128
2. El número de aplicaciones del conjunto $\mathcal{P}(\{1, 2\})$ en el conjunto

$$\{f : \{1, 2\} \rightarrow \{3, 4, 5\} \mid f \text{ es aplicación}\}$$

es igual a

- (a) 9^2 (b) 2^9 (c) 4^9 (d) 9^4
3. Dado $A \subseteq X$, recordemos que $X - A$ también se denota como $X \setminus A$ así como \overline{A} . Si $A, B \subseteq X$, entonces el subconjunto $(X - (A \cap B)) \cap A$ es igual a
- (a) \emptyset (b) $(X - A) \cup B$ (c) $(X - B) \cap A$ (d) X
4. Definimos en \mathbb{Z}_7 la siguiente relación binaria: $x \sim y \Leftrightarrow x + y = 0$. Entonces:
- a) \sim no es relación de equivalencia,
b) \sim es relación de equivalencia y \mathbb{Z}_7/\sim tiene cardinal 4,
c) \sim es relación de equivalencia y \mathbb{Z}_7/\sim tiene cardinal 3,
d) \sim es relación de equivalencia y \mathbb{Z}_7/\sim tiene 5 elementos.
5. En S_9 no existen permutaciones de orden
- (a) 20 (b) 12 (c) 15 (d) 18
6. Dado un grupo G , consideramos la aplicación $f : G \rightarrow G$ definida por $f(x) = x^{-1}$ para todo $x \in G$. Entonces
- a) f es biyectiva y además es un homomorfismo de grupos,
b) aunque f no es biyectiva, sin embargo sí es un homomorfismo de grupos,
c) f es biyectiva, aunque no es un homomorfismo de grupos,
d) f no es biyectiva ni tampoco es un homomorfismo de grupos.

7. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es cierta para la permutación?

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 4 & 5 & 1 & 3 & 2 & 6 & 9 & 8 & 7 \end{pmatrix}$$

- a) σ es impar,
 - b) σ es un ciclo,
 - c) $\sigma = (1, 4)(4, 3)(2, 5)(7, 9)$ es una descomposición de σ en ciclos disjuntos,
 - d) $\sigma^{61} = \sigma$.
8. El cardinal del subespacio vectorial de \mathbb{Z}_5^3 generado por el conjunto $\{(1, 1, 1), (1, 2, 1)\}$ es:
- (a) 25 (b) 10 (c) 125 (d) 15
9. Sean $U_1 = \langle (1, 2, 3), (1, 1, 1) \rangle$ y $U_2 = \langle (0, 0, 1), (3, 5, 7) \rangle$. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es cierta?
- a) $\mathbb{R}^3 = U_1 + U_2$
 - b) $U_1 \cap U_2 = \{(0, 0, 0)\}$
 - c) $\mathbb{R}^3 = U_1 + U_2$ y $U_1 \cap U_2 = \{(0, 0, 0)\}$
 - d) $\dim(U_1 \cap U_2) = 2$
10. ¿Cuál de los siguientes espacios vectoriales no es isomorfo a \mathbb{R}^3 ?
- a) $\{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 \mid x + y + z = 0\}$,
 - b) $\{(x_1, x_2, x_3, x_4) \in \mathbb{R}^4 \mid x_1 = 0, x_2 + x_3 = 0\}$,
 - c) $\left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in M_{2 \times 2}(\mathbb{R}) \mid c + d = 0 \right\}$,
 - d) $\{(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) \in \mathbb{R}^5 \mid x_1 + x_2 = 0, 3x_1 + x_4 = 0\}$.
11. Sean $B = \{v_1, v_2\}$ y $B' = \{v'_1 = 5v_1 - 3v_2, v'_2 = -2v_1 + v_2\}$ dos bases de un espacio vectorial V sobre \mathbb{R} . Si las coordenadas de w respecto de la base B son $(3, -2)$, entonces las coordenadas de w respecto de la base B' son
- (a) $(19, -11)$ (b) $(1, 1)$ (c) $(21, -8)$ (d) $(3, 4)$
12. Sea $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ una aplicación lineal tal que $f(1, 1) = (1, -1)$ y $f(3, 5) = (-1, -1)$. Entonces la matriz asociada a f respecto de la base canónica de \mathbb{R}^2 es

$$(a) \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \quad (b) \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} \quad (c) \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -2 & -3 \end{pmatrix} \quad (d) \begin{pmatrix} 1/2 & -1/2 \\ -1/2 & -1/2 \end{pmatrix}$$

13. Sea $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ la aplicación definida por $f(x, y, z) = (x + y, x + z, 2x + y + z)$. Entonces una base para $\text{Im}(f)$ es:

- a) $\{(1, 1, 2), (0, 0, 1)\}$,
- b) $\{(1, 0, 1), (0, 0, 1)\}$,
- c) $\{(1, 1, 2), (2, 1, 3)\}$,
- d) $\{(1, 1, 2)\}$.

14. Sea $f: \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^3$ una aplicación lineal tal que $\dim(N(f)) = 1$. Entonces:

- a) f es inyectiva,
- b) f es sobreyectiva,
- c) f es biyectiva,
- d) f es un isomorfismo.

15. Sea la matriz $A = \begin{pmatrix} 5 & 2 & 3 & 1 \\ 4 & 4 & 4 & 3 \\ 2 & 3 & 5 & 3 \\ 2 & 1 & 6 & 0 \end{pmatrix}$ con coeficientes en \mathbb{Z}_7 . Entonces el rango de

A es igual a

- (a) 4 (b) 1 (c) 3 (d) 2

16. Acerca del sistema siguiente con coeficientes en \mathbb{R}

$$\begin{cases} x + ay + z = 1 \\ (a-1)x + y = a \\ y + z = 1 \end{cases}$$

podemos afirmar que

- a) es siempre compatible determinado,
- b) la compatibilidad o incompatibilidad depende del valor de a ,
- c) es siempre compatible indeterminado,
- d) es siempre incompatible.

17. ¿Cuál de las siguientes matrices no es diagonalizable sobre \mathbb{R} ?

(a) $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ (b) $\begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ (c) $\begin{pmatrix} 9 & 8 \\ 8 & 9 \end{pmatrix}$ (d) $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$

18. ¿Cuál de los siguientes conjuntos constituye una base para \mathbb{Q}^3 formada por vectores propios para la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 3 \\ 3 & -5 & 3 \\ 6 & -6 & 4 \end{pmatrix} ?$$

- a) $\{(0, 1, 1), (1, 1, 2), (1, 2, 3)\}$,
b) $\{(-1, 0, 1), (1, 1, 2), (1, 1, 1)\}$,
c) $\{(1, 1, 2), (1, 1, 0), (-1, 0, 1)\}$,
d) $\{(0, 1, 1), (1, 2, 1), (-1, 0, 1)\}$.
19. Sea la aplicación $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = x^2$. Entonces $f^*({0, 1, -1})$ es igual a:
- (a) $\{0, 1\}$ (b) $\{-1, 0, 1\}$ (c) \mathbb{Q} (d) $\{0\}$

20. Sea σ una permutación de orden 30. Entonces el cardinal del conjunto

$$\{\sigma^i \mid 25 \leq i \leq 40\}$$

es

- (a) 16 (b) 15 (c) 30 (d) 10