Sistemas de ecuaciones en congruencias

$$\begin{cases} 15x \equiv 6 \pmod{9} \\ 8x \equiv 11 \pmod{21} \\ 11x \equiv 7 \pmod{16} \\ 6x \equiv 10 \pmod{22} \end{cases}$$

Sistemas de ecuaciones en congruencias

$$\begin{cases} 15x \equiv 6 \pmod{9} \longleftarrow \\ 8x \equiv 11 \pmod{21} \\ 11x \equiv 7 \pmod{16} \\ 6x \equiv 10 \pmod{22} \end{cases}$$

$$15x \equiv 6 \pmod{9}$$

Sistemas de ecuaciones en congruencias

$$\left\{\begin{array}{ll} 15x \equiv 6 \pmod{9} \longleftarrow \\ 8x \equiv 11 \pmod{21} \\ 11x \equiv 7 \pmod{16} \\ 6x \equiv 10 \pmod{22} \end{array}\right.$$

$$15x \equiv 6 \pmod{9}$$

Reducimos módulo 9

Sistemas de ecuaciones en congruencias

$$\begin{cases} 15x \equiv 6 \pmod{9} \longleftarrow \\ 8x \equiv 11 \pmod{21} \\ 11x \equiv 7 \pmod{16} \\ 6x \equiv 10 \pmod{22} \end{cases}$$

$$15x \equiv 6 \pmod{9}$$

$$6x \equiv 6 \pmod{9}$$

Reducimos módulo 9

Sistemas de ecuaciones en congruencias

$$\begin{cases} 15x \equiv 6 \pmod{9} \longleftarrow \\ 8x \equiv 11 \pmod{21} \\ 11x \equiv 7 \pmod{16} \\ 6x \equiv 10 \pmod{22} \end{cases}$$

$$15x \equiv 6 \pmod{9}$$
$$6x \equiv 6 \pmod{9}$$

$$\mathrm{mcd}(6,9) = 3$$

Sistemas de ecuaciones en congruencias

$$\begin{cases} 15x \equiv 6 \pmod{9} \longleftarrow \\ 8x \equiv 11 \pmod{21} \\ 11x \equiv 7 \pmod{16} \\ 6x \equiv 10 \pmod{22} \end{cases}$$

$$15x \equiv 6 \pmod{9}$$
$$6x \equiv 6 \pmod{9}$$

$$\mathrm{mcd}(6, 9) = 3$$

6 es múltiplo de 3

Sistemas de ecuaciones en congruencias

$$\begin{cases} 15x \equiv 6 \pmod{9} \longleftarrow \\ 8x \equiv 11 \pmod{21} \\ 11x \equiv 7 \pmod{16} \\ 6x \equiv 10 \pmod{22} \end{cases}$$

$$15x \equiv 6 \pmod{9}$$
$$6x \equiv 6 \pmod{9}$$

$$\mathrm{mcd}(6,9) = 3$$

6 es múltiplo de 3

La congruencia tiene solución.

$$\begin{cases} 15x \equiv 6 \pmod{9} \longleftarrow \\ 8x \equiv 11 \pmod{21} \\ 11x \equiv 7 \pmod{16} \\ 6x \equiv 10 \pmod{22} \end{cases}$$

$$15x \equiv 6 \pmod{9}$$
$$6x \equiv 6 \pmod{9}$$

$$\mathrm{mcd}(6, 9) = 3$$

6 es múltiplo de 3

La congruencia tiene solución.

Dividimos todo por 3

Sistemas de ecuaciones en congruencias

$$\left\{\begin{array}{rll} 15x \equiv 6 & \pmod{9} & \longleftarrow \\ 8x \equiv 11 & \pmod{21} & \\ 11x \equiv 7 & \pmod{16} & \\ 6x \equiv 10 & \pmod{22} & \end{array}\right.$$

$$\begin{array}{rl} 15x \equiv 6 & \pmod{9} \\ 6x \equiv 6 & \pmod{9} \\ 2x \equiv 2 & \pmod{3} \end{array}$$

$$\mathrm{mcd}(6, 9) = 3$$

6 es múltiplo de 3

La congruencia tiene solución.

Dividimos todo por 3

Sistemas de ecuaciones en congruencias

$$\begin{cases} 15x \equiv 6 \pmod{9} \longleftarrow \\ 8x \equiv 11 \pmod{21} \\ 11x \equiv 7 \pmod{16} \\ 6x \equiv 10 \pmod{22} \end{cases}$$

$$15x \equiv 6 \pmod{9}$$
$$6x \equiv 6 \pmod{9}$$
$$2x \equiv 2 \pmod{3}$$

Calculamos el inverso de 2 módulo 3

Sistemas de ecuaciones en congruencias

$$\begin{cases} 15x \equiv 6 \pmod{9} \longleftarrow \\ 8x \equiv 11 \pmod{21} \\ 11x \equiv 7 \pmod{16} \\ 6x \equiv 10 \pmod{22} \end{cases}$$

$$15x \equiv 6 \pmod{9}$$
$$6x \equiv 6 \pmod{9}$$
$$2x \equiv 2 \pmod{3}$$

Calculamos el inverso de 2 módulo 3

Dicho inverso vale 2

Sistemas de ecuaciones en congruencias

$$\left\{\begin{array}{r} 15x \equiv 6 \pmod{9} \longleftarrow \\ 8x \equiv 11 \pmod{21} \\ 11x \equiv 7 \pmod{16} \\ 6x \equiv 10 \pmod{22} \end{array}\right.$$

$$15x \equiv 6 \pmod{9}$$
$$6x \equiv 6 \pmod{9}$$
$$2x \equiv 2 \pmod{3}$$

Calculamos el inverso de 2 módulo 3

Dicho inverso vale 2

Multiplicamos por 2

Sistemas de ecuaciones en congruencias

$$\begin{cases} 15x \equiv 6 \pmod{9} \longleftarrow \\ 8x \equiv 11 \pmod{21} \\ 11x \equiv 7 \pmod{16} \\ 6x \equiv 10 \pmod{22} \end{cases}$$

$$15x \equiv 6 \pmod{9}$$
$$6x \equiv 6 \pmod{9}$$
$$2x \equiv 2 \pmod{3}$$
$$x \equiv 2 \cdot 2 \pmod{3}$$

Calculamos el inverso de 2 módulo 3

Dicho inverso vale 2

Multiplicamos por 2

Sistemas de ecuaciones en congruencias

$$\begin{cases} 15x \equiv 6 \pmod{9} \longleftarrow \\ 8x \equiv 11 \pmod{21} \\ 11x \equiv 7 \pmod{16} \\ 6x \equiv 10 \pmod{22} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 15x &\equiv 6 \pmod{9} \\ 6x &\equiv 6 \pmod{9} \\ 2x &\equiv 2 \pmod{3} \\ x &\equiv 2 \cdot 2 \pmod{3} \end{aligned}$$

Reducimos módulo 3

Sistemas de ecuaciones en congruencias

$$\begin{cases} 15x \equiv 6 \pmod{9} \longleftarrow \\ 8x \equiv 11 \pmod{21} \\ 11x \equiv 7 \pmod{16} \\ 6x \equiv 10 \pmod{22} \end{cases}$$

Reducimos módulo 3

$$\begin{aligned} 15x &\equiv 6 \pmod{9} \\ 6x &\equiv 6 \pmod{9} \\ 2x &\equiv 2 \pmod{3} \\ x &\equiv 2 \cdot 2 \pmod{3} \\ x &\equiv 1 \pmod{3} \end{aligned}$$

Sistemas de ecuaciones en congruencias

$$\left\{\begin{array}{r}15x \equiv 6 \pmod{9} \longleftarrow \\ 8x \equiv 11 \pmod{21} \\ 11x \equiv 7 \pmod{16} \\ 6x \equiv 10 \pmod{22}\end{array}\right.$$

$$15x \equiv 6 \pmod{9}$$
$$6x \equiv 6 \pmod{9}$$
$$2x \equiv 2 \pmod{3}$$
$$x \equiv 2 \cdot 2 \pmod{3}$$
$$x \equiv 1 \pmod{3}$$

Luego la solución es

$$\begin{cases} 15x \equiv 6 \pmod{9} \longleftarrow \\ 8x \equiv 11 \pmod{21} \\ 11x \equiv 7 \pmod{16} \\ 6x \equiv 10 \pmod{22} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 15x &\equiv 6 \pmod{9} \\ 6x &\equiv 6 \pmod{9} \\ 2x &\equiv 2 \pmod{3} \\ x &\equiv 2 \cdot 2 \pmod{3} \\ x &\equiv 1 \pmod{3} \\ x &= 1 + 3k_1 : \ k_1 \in \mathbb{Z} \end{aligned}$$

Luego la solución es

Sistemas de ecuaciones en congruencias

$$x = 1 + 3k_1$$

$$\begin{cases} 8x \equiv 11 \pmod{21} \longleftarrow \\ 11x \equiv 7 \pmod{16} \\ 6x \equiv 10 \pmod{22} \end{cases}$$

Sistemas de ecuaciones en congruencias

$$x = 1 + 3k_1$$

$$\left\{\begin{array}{rl} 8x \equiv 11 & \pmod{21} \longleftarrow \\ 11x \equiv 7 & \pmod{16} \\ 6x \equiv 10 & \pmod{22} \end{array}\right.$$

Sustituimos x en la segunda congruencia

$$x = 1 + 3k_1$$

$$\begin{cases} 8x \equiv 11 \pmod{21} \longleftarrow \\ 11x \equiv 7 \pmod{16} \\ 6x \equiv 10 \pmod{22} \end{cases}$$

$$8(1 + 3k_1) \equiv 11 \pmod{21}$$

Sustituimos x en la segunda congruencia

Sistemas de ecuaciones en congruencias

$$x = 1 + 3k_1$$

$$\begin{cases} 8x \equiv 11 \pmod{21} \longleftarrow \\ 11x \equiv 7 \pmod{16} \\ 6x \equiv 10 \pmod{22} \end{cases}$$

$$8(1 + 3k_1) \equiv 11 \pmod{21}$$

Operamos y reducimos módulo 21

$$x = 1 + 3k_1$$

$$\begin{cases} 8x \equiv 11 \pmod{21} \longleftarrow \\ 11x \equiv 7 \pmod{16} \\ 6x \equiv 10 \pmod{22} \end{cases}$$

$$8(1 + 3k_1) \equiv 11 \pmod{21}$$

$$8 + 24k_1 \equiv 11 \pmod{21}$$

Operamos y reducimos módulo 21

Sistemas de ecuaciones en congruencias

$$x = 1 + 3k_1$$
$$\begin{cases} 8x \equiv 11 \pmod{21} \longleftarrow \\ 11x \equiv 7 \pmod{16} \\ 6x \equiv 10 \pmod{22} \end{cases}$$

$$8(1 + 3k_1) \equiv 11 \pmod{21}$$
$$8 + 24k_1 \equiv 11 \pmod{21}$$
$$24k_1 \equiv 3 \pmod{21}$$

Operamos y reducimos módulo 21

Sistemas de ecuaciones en congruencias

$$x = 1 + 3k_1$$

$$\begin{cases} 8x \equiv 11 \pmod{21} \longleftarrow \\ 11x \equiv 7 \pmod{16} \\ 6x \equiv 10 \pmod{22} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 8(1+3k_1) &\equiv 11 \pmod{21} \\ 8 + 24k_1 &\equiv 11 \pmod{21} \\ 24k_1 &\equiv 3 \pmod{21} \\ 3k_1 &\equiv 3 \pmod{21} \end{aligned}$$

Operamos y reducimos módulo 21

$$x = 1 + 3k_1$$

$$\left\{\begin{array}{ll} 8x \equiv 11 \pmod{21} \longleftarrow \\ 11x \equiv 7 \pmod{16} \\ 6x \equiv 10 \pmod{22} \end{array}\right.$$

$$\operatorname{mcd}(3, 21) = 3$$

$$8(1 + 3k_1) \equiv 11 \pmod{21}$$
$$8 + 24k_1 \equiv 11 \pmod{21}$$
$$24k_1 \equiv 3 \pmod{21}$$
$$3k_1 \equiv 3 \pmod{21}$$

Sistemas de ecuaciones en congruencias

$$x = 1 + 3k_1$$

$$\begin{cases} 8x \equiv 11 \pmod{21} \longleftarrow \\ 11x \equiv 7 \pmod{16} \\ 6x \equiv 10 \pmod{22} \end{cases}$$

$$\operatorname{mcd}(3, 21) = 3$$

3 es múltiplo de 3

$$8(1 + 3k_1) \equiv 11 \pmod{21}$$
$$8 + 24k_1 \equiv 11 \pmod{21}$$
$$24k_1 \equiv 3 \pmod{21}$$
$$3k_1 \equiv 3 \pmod{21}$$

Sistemas de ecuaciones en congruencias

$$x = 1 + 3k_1$$

$$\left\{\begin{array}{l} 8x \equiv 11 \pmod{21} \longleftarrow \\ 11x \equiv 7 \pmod{16} \\ 6x \equiv 10 \pmod{22} \end{array}\right.$$

$$8(1+3k_1) \equiv 11 \pmod{21}$$
$$8 + 24k_1 \equiv 11 \pmod{21}$$
$$24k_1 \equiv 3 \pmod{21}$$
$$3k_1 \equiv 3 \pmod{21}$$

$$\text{mcd}(3, 21) = 3$$

3 es múltiplo de 3

La congruencia tiene solución.

Sistemas de ecuaciones en congruencias

$$x = 1 + 3k_1$$

$$\begin{cases} 8x \equiv 11 \pmod{21} \longleftarrow \\ 11x \equiv 7 \pmod{16} \\ 6x \equiv 10 \pmod{22} \end{cases}$$

$$8(1+3k_1) \equiv 11 \pmod{21}$$
$$8 + 24k_1 \equiv 11 \pmod{21}$$
$$24k_1 \equiv 3 \pmod{21}$$
$$3k_1 \equiv 3 \pmod{21}$$

$$\text{mcd}(3, 21) = 3$$

3 es múltiplo de 3

La congruencia tiene solución.

Dividimos todo por 3

Sistemas de ecuaciones en congruencias

$$x = 1 + 3k_1$$

$$\begin{cases} 8x \equiv 11 \pmod{21} \longleftarrow \\ 11x \equiv 7 \pmod{16} \\ 6x \equiv 10 \pmod{22} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 8(1+3k_1) &\equiv 11 \pmod{21} \\ 8 + 24k_1 &\equiv 11 \pmod{21} \\ 24k_1 &\equiv 3 \pmod{21} \\ 3k_1 &\equiv 3 \pmod{21} \\ k_1 &\equiv 1 \pmod{7} \end{aligned}$$

$$\mathrm{mcd}(3, 21) = 3$$

3 es múltiplo de 3

La congruencia tiene solución.

Dividimos todo por 3

Sistemas de ecuaciones en congruencias

$$x = 1 + 3k_1$$

$$\begin{cases} 8x \equiv 11 \pmod{21} \longleftarrow \\ 11x \equiv 7 \pmod{16} \\ 6x \equiv 10 \pmod{22} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 8(1+3k_1) &\equiv 11 \pmod{21} \\ 8 + 24k_1 &\equiv 11 \pmod{21} \\ 24k_1 &\equiv 3 \pmod{21} \\ 3k_1 &\equiv 3 \pmod{21} \\ k_1 &\equiv 1 \pmod{7} \end{aligned}$$

Luego la solución es

Sistemas de ecuaciones en congruencias

$$x = 1 + 3k_1$$

$$\begin{cases} 8x \equiv 11 \pmod{21} \longleftarrow \\ 11x \equiv 7 \pmod{16} \\ 6x \equiv 10 \pmod{22} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 8(1+3k_1) &\equiv 11 \pmod{21} \\ 8 + 24k_1 &\equiv 11 \pmod{21} \\ 24k_1 &\equiv 3 \pmod{21} \\ 3k_1 &\equiv 3 \pmod{21} \\ k_1 &\equiv 1 \pmod{7} \\ k_1 &= 1 + 7k_2 \end{aligned}$$

Luego la solución es

Sistemas de ecuaciones en congruencias

$$x = 1 + 3k_1$$

$$\left\{\begin{aligned} 8x &\equiv 11 \pmod{21} \longleftarrow \\ 11x &\equiv 7 \pmod{16} \\ 6x &\equiv 10 \pmod{22} \end{aligned}\right.$$

$$\begin{aligned} 8(1 + 3k_1) &\equiv 11 \pmod{21} \\ 8 + 24k_1 &\equiv 11 \pmod{21} \\ 24k_1 &\equiv 3 \pmod{21} \\ 3k_1 &\equiv 3 \pmod{21} \\ k_1 &\equiv 1 \pmod{7} \\ k_1 &= 1 + 7k_2 \end{aligned}$$

Sustituimos k_1 en x

Sistemas de ecuaciones en congruencias

$$x = 1 + 3k_1$$

$$\begin{cases} 8x \equiv 11 \pmod{21} \longleftarrow \\ 11x \equiv 7 \pmod{16} \\ 6x \equiv 10 \pmod{22} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 8(1+3k_1) &\equiv 11 \pmod{21} \\ 8 + 24k_1 &\equiv 11 \pmod{21} \\ 24k_1 &\equiv 3 \pmod{21} \\ 3k_1 &\equiv 3 \pmod{21} \\ k_1 &\equiv 1 \pmod{7} \\ k_1 &= 1 + 7k_2 \\ x &= 1 + 3(1 + 7k_2) \end{aligned}$$

Sustituimos k_1 en x

Sistemas de ecuaciones en congruencias

$$x = 1 + 3k_1$$

$$\begin{cases} 8x \equiv 11 \pmod{21} \longleftarrow \\ 11x \equiv 7 \pmod{16} \\ 6x \equiv 10 \pmod{22} \end{cases}$$

Y operamos

$$\begin{aligned} 8(1 + 3k_1) &\equiv 11 \pmod{21} \\ 8 + 24k_1 &\equiv 11 \pmod{21} \\ 24k_1 &\equiv 3 \pmod{21} \\ 3k_1 &\equiv 3 \pmod{21} \\ k_1 &\equiv 1 \pmod{7} \\ k_1 &= 1 + 7k_2 \\ x &= 1 + 3(1 + 7k_2) \end{aligned}$$

Sistemas de ecuaciones en congruencias

$$x = 1 + 3k_1$$

$$\begin{cases} 8x \equiv 11 \pmod{21} \longleftarrow \\ 11x \equiv 7 \pmod{16} \\ 6x \equiv 10 \pmod{22} \end{cases}$$

Y operamos

$$8(1 + 3k_1) \equiv 11 \pmod{21}$$
$$8 + 24k_1 \equiv 11 \pmod{21}$$
$$24k_1 \equiv 3 \pmod{21}$$
$$3k_1 \equiv 3 \pmod{21}$$
$$k_1 \equiv 1 \pmod{7}$$
$$k_1 = 1 + 7k_2$$
$$x = 1 + 3(1 + 7k_2)$$
$$x = 4 + 21k_2$$

Sistemas de ecuaciones en congruencias

$$x = 1 + 3k_1$$

$$\begin{cases} 8x \equiv 11 \pmod{21} \longleftarrow \\ 11x \equiv 7 \pmod{16} \\ 6x \equiv 10 \pmod{22} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 8(1+3k_1) &\equiv 11 \pmod{21} \\ 8 + 24k_1 &\equiv 11 \pmod{21} \\ 24k_1 &\equiv 3 \pmod{21} \\ 3k_1 &\equiv 3 \pmod{21} \\ k_1 &\equiv 1 \pmod{7} \\ k_1 &= 1 + 7k_2 \\ x &= 1 + 3(1+7k_2) \\ x &= 4 + 21k_2 \end{aligned}$$

Y esta es la solución
de las dos primeras congruencias.

Sistemas de ecuaciones en congruencias

$$x = 1 + 3k_1$$

$$\begin{cases} 8x \equiv 11 \pmod{21} \longleftarrow \\ 11x \equiv 7 \pmod{16} \\ 6x \equiv 10 \pmod{22} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 8(1+3k_1) &\equiv 11 \pmod{21} \\ 8 + 24k_1 &\equiv 11 \pmod{21} \\ 24k_1 &\equiv 3 \pmod{21} \\ 3k_1 &\equiv 3 \pmod{21} \\ k_1 &\equiv 1 \pmod{7} \\ k_1 &= 1 + 7k_2 \\ x &= 1 + 3(1+7k_2) \\ x &= 4 + 21k_2 \end{aligned}$$

Y esta es la solución

de las dos primeras congruencias.

$$x = 4 + 21k_2 : \ k_2 \in \mathbb{Z}$$

Sistemas de ecuaciones en congruencias

$$x = 1 + 3k_1$$

$$\begin{cases} 8x \equiv 11 \pmod{21} \longleftarrow \\ 11x \equiv 7 \pmod{16} \\ 6x \equiv 10 \pmod{22} \end{cases}$$

O lo que es lo mismo:

$$x \equiv 4 \pmod{21}$$

Sistemas de ecuaciones en congruencias

$$x = 4 + 21k_2$$

$$\begin{cases} 11x \equiv 7 \pmod{16} \\ 6x \equiv 10 \pmod{22} \end{cases}$$

Sistemas de ecuaciones en congruencias

$$x = 4 + 21k_2$$

$$\begin{cases} 11x \equiv 7 \pmod{16} \longleftarrow \\ 6x \equiv 10 \pmod{22} \end{cases}$$

Sustituimos x en la tercera congruencia

$$x = 4 + 21k_2$$

$$\begin{cases} 11x \equiv 7 \pmod{16} \longleftarrow \\ 6x \equiv 10 \pmod{22} \end{cases}$$

$$11(4 + 21k_2) \equiv 7 \pmod{16}$$

Sustituimos x en la tercera congruencia

Sistemas de ecuaciones en congruencias

$$x = 4 + 21k_2$$

$$\begin{cases} 11x \equiv 7 \pmod{16} \longleftarrow \\ 6x \equiv 10 \pmod{22} \end{cases}$$

$$11(4 + 21k_2) \equiv 7 \pmod{16}$$

Operamos y reducimos módulo 16

Sistemas de ecuaciones en congruencias

$$x = 4 + 21k_2$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 11x \equiv 7 \pmod{16} \longleftarrow \\ 6x \equiv 10 \pmod{22} \end{array} \right.$$

$$11(4 + 21k_2) \equiv 7 \pmod{16}$$

$$44 + 231k_2 \equiv 7 \pmod{16}$$

Operamos y reducimos módulo 16

Sistemas de ecuaciones en congruencias

$$x = 4 + 21k_2$$

$$\begin{cases} 11x \equiv 7 \pmod{16} \longleftarrow \\ 6x \equiv 10 \pmod{22} \end{cases}$$

$$11(4 + 21k_2) \equiv 7 \pmod{16}$$
$$44 + 231k_2 \equiv 7 \pmod{16}$$
$$231k_2 \equiv -37 \pmod{16}$$

Operamos y reducimos módulo 16

Sistemas de ecuaciones en congruencias

$$x = 4 + 21k_2$$

$$\begin{cases} 11x \equiv 7 \pmod{16} \longleftarrow \\ 6x \equiv 10 \pmod{22} \end{cases}$$

$$11(4 + 21k_2) \equiv 7 \pmod{16}$$
$$44 + 231k_2 \equiv 7 \pmod{16}$$
$$231k_2 \equiv -37 \pmod{16}$$
$$7k_2 \equiv 11 \pmod{16}$$

Operamos y reducimos módulo 16

Sistemas de ecuaciones en congruencias

$$x = 4 + 21k_2$$

$$\begin{cases} 11x \equiv 7 \pmod{16} \longleftarrow \\ 6x \equiv 10 \pmod{22} \end{cases}$$

$$\text{mcd}(7, 16) = 1$$

$$11(4 + 21k_2) \equiv 7 \pmod{16}$$
$$44 + 231k_2 \equiv 7 \pmod{16}$$
$$231k_2 \equiv -37 \pmod{16}$$
$$7k_2 \equiv 11 \pmod{16}$$

Sistemas de ecuaciones en congruencias

$$x = 4 + 21k_2$$

$$\begin{cases} 11x \equiv 7 \pmod{16} \longleftarrow \\ 6x \equiv 10 \pmod{22} \end{cases}$$

$$\mathrm{mcd}(7, 16) = 1$$

La congruencia tiene solución.

$$11(4 + 21k_2) \equiv 7 \pmod{16}$$
$$44 + 231k_2 \equiv 7 \pmod{16}$$
$$231k_2 \equiv -37 \pmod{16}$$
$$7k_2 \equiv 11 \pmod{16}$$

Sistemas de ecuaciones en congruencias

$$x = 4 + 21k_2$$

$$\begin{cases} 11x \equiv 7 \pmod{16} \longleftarrow \\ 6x \equiv 10 \pmod{22} \end{cases}$$

$$\mathrm{mcd}(7, 16) = 1$$

La congruencia tiene solución.

Calculamos el inverso de $7 \pmod{16}$

$$11(4 + 21k_2) \equiv 7 \pmod{16}$$
$$44 + 231k_2 \equiv 7 \pmod{16}$$
$$231k_2 \equiv -37 \pmod{16}$$
$$7k_2 \equiv 11 \pmod{16}$$

Sistemas de ecuaciones en congruencias

$$x = 4 + 21k_2$$

$$\begin{cases} 11x \equiv 7 \pmod{16} \longleftarrow \\ 6x \equiv 10 \pmod{22} \end{cases}$$

16		0
7		1

$$11(4 + 21k_2) \equiv 7 \pmod{16}$$
$$44 + 231k_2 \equiv 7 \pmod{16}$$
$$231k_2 \equiv -37 \pmod{16}$$
$$7k_2 \equiv 11 \pmod{16}$$

Sistemas de ecuaciones en congruencias

$$x = 4 + 21k_2$$

$$\begin{cases} 11x \equiv 7 \pmod{16} \longleftarrow \\ 6x \equiv 10 \pmod{22} \end{cases}$$

$$11(4 + 21k_2) \equiv 7 \pmod{16}$$
$$44 + 231k_2 \equiv 7 \pmod{16}$$
$$231k_2 \equiv -37 \pmod{16}$$
$$7k_2 \equiv 11 \pmod{16}$$

16		0
7		1

$16 = 7 \cdot 2 + 2$

$7 = 2 \cdot 3 + 1$

Sistemas de ecuaciones en congruencias

$$x = 4 + 21k_2$$

$$\begin{cases} 11x \equiv 7 \pmod{16} \longleftarrow \\ 6x \equiv 10 \pmod{22} \end{cases}$$

$$11(4 + 21k_2) \equiv 7 \pmod{16}$$
$$44 + 231k_2 \equiv 7 \pmod{16}$$
$$231k_2 \equiv -37 \pmod{16}$$
$$7k_2 \equiv 11 \pmod{16}$$

16		0
7		1
2	2	
1	3	

$$16 = 7 \cdot 2 + 2$$
$$7 = 2 \cdot 3 + 1$$

Sistemas de ecuaciones en congruencias

$$x = 4 + 21k_2$$

$$\begin{cases} 11x \equiv 7 \pmod{16} \longleftarrow \\ 6x \equiv 10 \pmod{22} \end{cases}$$

16		0
7		1
2	2	
1	3	

$$0 - 2 \cdot 1 = -2$$

$$\begin{aligned} 11(4 + 21k_2) &\equiv 7 \pmod{16} \\ 44 + 231k_2 &\equiv 7 \pmod{16} \\ 231k_2 &\equiv -37 \pmod{16} \\ 7k_2 &\equiv 11 \pmod{16} \end{aligned}$$

Sistemas de ecuaciones en congruencias

$$x = 4 + 21k_2$$

$$\begin{cases} 11x \equiv 7 \pmod{16} \longleftarrow \\ 6x \equiv 10 \pmod{22} \end{cases}$$

$$11(4 + 21k_2) \equiv 7 \pmod{16}$$
$$44 + 231k_2 \equiv 7 \pmod{16}$$
$$231k_2 \equiv -37 \pmod{16}$$
$$7k_2 \equiv 11 \pmod{16}$$

16		0
7		1
2	2	−2
1	3	

$0 - 2 \cdot 1 = -2$

Sistemas de ecuaciones en congruencias

$$x = 4 + 21k_2$$

$$\begin{cases} 11x \equiv 7 \pmod{16} \longleftarrow \\ 6x \equiv 10 \pmod{22} \end{cases}$$

$$11(4 + 21k_2) \equiv 7 \pmod{16}$$
$$44 + 231k_2 \equiv 7 \pmod{16}$$
$$231k_2 \equiv -37 \pmod{16}$$
$$7k_2 \equiv 11 \pmod{16}$$

$$\begin{array}{|r|r|r|} 16 & & 0 \\ \hline 7 & & 1 \\ \hline 2 & 2 & -2 \\ \hline 1 & 3 & \\ \hline \end{array} \quad 1 - 3 \cdot (-2) = 7$$

Sistemas de ecuaciones en congruencias

$$x = 4 + 21k_2$$

$$\begin{cases} 11x \equiv 7 \pmod{16} \longleftarrow \\ 6x \equiv 10 \pmod{22} \end{cases}$$

$$11(4 + 21k_2) \equiv 7 \pmod{16}$$
$$44 + 231k_2 \equiv 7 \pmod{16}$$
$$231k_2 \equiv -37 \pmod{16}$$
$$7k_2 \equiv 11 \pmod{16}$$

16		0
7		1
2	2	−2
1	3	7

$1 - 3 \cdot (-2) = 7$

Sistemas de ecuaciones en congruencias

$$x = 4 + 21k_2$$

$$\begin{cases} 11x \equiv 7 \pmod{16} \longleftarrow \\ 6x \equiv 10 \pmod{22} \end{cases}$$

Por tanto

$$11(4 + 21k_2) \equiv 7 \pmod{16}$$
$$44 + 231k_2 \equiv 7 \pmod{16}$$
$$231k_2 \equiv -37 \pmod{16}$$
$$7k_2 \equiv 11 \pmod{16}$$

Sistemas de ecuaciones en congruencias

$$x = 4 + 21k_2$$

$$\begin{cases} 11x \equiv 7 \pmod{16} \longleftarrow \\ 6x \equiv 10 \pmod{22} \end{cases}$$

Por tanto
el inverso vale 7

$$11(4 + 21k_2) \equiv 7 \pmod{16}$$
$$44 + 231k_2 \equiv 7 \pmod{16}$$
$$231k_2 \equiv -37 \pmod{16}$$
$$7k_2 \equiv 11 \pmod{16}$$

Sistemas de ecuaciones en congruencias

$$x = 4 + 21k_2$$

$$\begin{cases} 11x \equiv 7 \pmod{16} \longleftarrow \\ 6x \equiv 10 \pmod{22} \end{cases}$$

Por tanto

el inverso vale 7

Multiplicamos por 7

$$11(4 + 21k_2) \equiv 7 \pmod{16}$$
$$44 + 231k_2 \equiv 7 \pmod{16}$$
$$231k_2 \equiv -37 \pmod{16}$$
$$7k_2 \equiv 11 \pmod{16}$$

Sistemas de ecuaciones en congruencias

$$x = 4 + 21k_2$$

$$\begin{cases} 11x \equiv 7 \pmod{16} \longleftarrow \\ 6x \equiv 10 \pmod{22} \end{cases}$$

Por tanto

el inverso vale 7

Multiplicamos por 7

$$11(4 + 21k_2) \equiv 7 \pmod{16}$$
$$44 + 231k_2 \equiv 7 \pmod{16}$$
$$231k_2 \equiv -37 \pmod{16}$$
$$7k_2 \equiv 11 \pmod{16}$$
$$k_2 \equiv 11 \cdot 7 \pmod{16}$$

Sistemas de ecuaciones en congruencias

$$x = 4 + 21k_2$$

$$\begin{cases} 11x \equiv 7 \pmod{16} \longleftarrow \\ 6x \equiv 10 \pmod{22} \end{cases}$$

Reducimos módulo 16

$$\begin{aligned} 11(4+21k_2) &\equiv 7 \pmod{16} \\ 44 + 231k_2 &\equiv 7 \pmod{16} \\ 231k_2 &\equiv -37 \pmod{16} \\ 7k_2 &\equiv 11 \pmod{16} \\ k_2 &\equiv 11 \cdot 7 \pmod{16} \end{aligned}$$

Sistemas de ecuaciones en congruencias

$$x = 4 + 21k_2$$

$$\begin{cases} 11x \equiv 7 \pmod{16} \longleftarrow \\ 6x \equiv 10 \pmod{22} \end{cases}$$

Reducimos módulo 16

$$\begin{aligned}
11(4 + 21k_2) &\equiv 7 \pmod{16}\\
44 + 231k_2 &\equiv 7 \pmod{16}\\
231k_2 &\equiv -37 \pmod{16}\\
7k_2 &\equiv 11 \pmod{16}\\
k_2 &\equiv 11 \cdot 7 \pmod{16}\\
k_2 &\equiv 13 \pmod{16}
\end{aligned}$$

Sistemas de ecuaciones en congruencias

$$x = 4 + 21k_2$$

$$\begin{cases} 11x \equiv 7 \pmod{16} \longleftarrow \\ 6x \equiv 10 \pmod{22} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 11(4+21k_2) &\equiv 7 \pmod{16} \\ 44 + 231k_2 &\equiv 7 \pmod{16} \\ 231k_2 &\equiv -37 \pmod{16} \\ 7k_2 &\equiv 11 \pmod{16} \\ k_2 &\equiv 11 \cdot 7 \pmod{16} \\ k_2 &\equiv 13 \pmod{16} \end{aligned}$$

Luego la solución es

Sistemas de ecuaciones en congruencias

$$x = 4 + 21k_2$$

$$\begin{cases} 11x \equiv 7 \pmod{16} \longleftarrow \\ 6x \equiv 10 \pmod{22} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 11(4 + 21k_2) &\equiv 7 \pmod{16} \\ 44 + 231k_2 &\equiv 7 \pmod{16} \\ 231k_2 &\equiv -37 \pmod{16} \\ 7k_2 &\equiv 11 \pmod{16} \\ k_2 &\equiv 11 \cdot 7 \pmod{16} \\ k_2 &\equiv 13 \pmod{16} \\ k_2 &= 13 + 16k_3 \end{aligned}$$

Luego la solución es

Sistemas de ecuaciones en congruencias

$$x = 4 + 21k_2$$

$$\begin{cases} 11x \equiv 7 \pmod{16} \longleftarrow \\ 6x \equiv 10 \pmod{22} \end{cases}$$

Sustituimos k_2 en x

$$\begin{aligned} 11(4 + 21k_2) &\equiv 7 \pmod{16} \\ 44 + 231k_2 &\equiv 7 \pmod{16} \\ 231k_2 &\equiv -37 \pmod{16} \\ 7k_2 &\equiv 11 \pmod{16} \\ k_2 &\equiv 11 \cdot 7 \pmod{16} \\ k_2 &\equiv 13 \pmod{16} \\ k_2 &= 13 + 16k_3 \end{aligned}$$

$$x = 4 + 21k_2$$

$$\begin{cases} 11x \equiv 7 \pmod{16} \longleftarrow \\ 6x \equiv 10 \pmod{22} \end{cases}$$

Sustituimos k_2 en x

$$11(4 + 21k_2) \equiv 7 \pmod{16}$$
$$44 + 231k_2 \equiv 7 \pmod{16}$$
$$231k_2 \equiv -37 \pmod{16}$$
$$7k_2 \equiv 11 \pmod{16}$$
$$k_2 \equiv 11 \cdot 7 \pmod{16}$$
$$k_2 \equiv 13 \pmod{16}$$
$$k_2 = 13 + 16k_3$$
$$x = 4 + 21(13 + 16k_3)$$

$$x = 4 + 21k_2$$

$$\begin{cases} 11x \equiv 7 \pmod{16} \longleftarrow \\ 6x \equiv 10 \pmod{22} \end{cases}$$

Y operamos

$$\begin{gathered}
11(4 + 21k_2) \equiv 7 \pmod{16} \\
44 + 231k_2 \equiv 7 \pmod{16} \\
231k_2 \equiv -37 \pmod{16} \\
7k_2 \equiv 11 \pmod{16} \\
k_2 \equiv 11 \cdot 7 \pmod{16} \\
k_2 \equiv 13 \pmod{16} \\
k_2 = 13 + 16k_3 \\
x = 4 + 21(13 + 16k_3)
\end{gathered}$$

Sistemas de ecuaciones en congruencias

$$x = 4 + 21k_2$$

$$\begin{cases} 11x \equiv 7 \pmod{16} \longleftarrow \\ 6x \equiv 10 \pmod{22} \end{cases}$$

Y operamos

$$\begin{aligned}
11(4 + 21k_2) &\equiv 7 \pmod{16} \\
44 + 231k_2 &\equiv 7 \pmod{16} \\
231k_2 &\equiv -37 \pmod{16} \\
7k_2 &\equiv 11 \pmod{16} \\
k_2 &\equiv 11 \cdot 7 \pmod{16} \\
k_2 &\equiv 13 \pmod{16} \\
k_2 &= 13 + 16k_3 \\
x &= 4 + 21(13 + 16k_3) \\
x &= 277 + 336k_3
\end{aligned}$$

Sistemas de ecuaciones en congruencias

$$x = 4 + 21k_2$$

$$\begin{cases} 11x \equiv 7 \pmod{16} \longleftarrow \\ 6x \equiv 10 \pmod{22} \end{cases}$$

$$11(4 + 21k_2) \equiv 7 \pmod{16}$$
$$44 + 231k_2 \equiv 7 \pmod{16}$$
$$231k_2 \equiv -37 \pmod{16}$$
$$7k_2 \equiv 11 \pmod{16}$$
$$k_2 \equiv 11 \cdot 7 \pmod{16}$$
$$k_2 \equiv 13 \pmod{16}$$
$$k_2 = 13 + 16k_3$$
$$x = 4 + 21(13 + 16k_3)$$
$$x = 277 + 336k_3$$

Y esta es la solución

de las tres primeras congruencias.

$$x = 277 + 336k_3 : \ k_3 \in \mathbb{Z}$$

Sistemas de ecuaciones en congruencias

$$x = 277 + 336k_3$$

$$\left\{ 6x \equiv 10 \pmod{22} \right.$$

Sistemas de ecuaciones en congruencias

$$x = 277 + 336k_3$$

$$\left\{ 6x \equiv 10 \pmod{22} \longleftarrow \right.$$

Sustituimos x en la cuarta congruencia

Sistemas de ecuaciones en congruencias

$$x = 277 + 336k_3$$

$$\left\{ 6x \equiv 10 \pmod{22} \longleftarrow \right.$$

$$6(277 + 336k_3) \equiv 10 \pmod{22}$$

Sustituimos x en la cuarta congruencia

Sistemas de ecuaciones en congruencias

$$x = 277 + 336k_3$$

$$\left\{ 6x \equiv 10 \pmod{22} \right. \longleftarrow$$

Operamos

$$6(277 + 336k_3) \equiv 10 \pmod{22}$$

Sistemas de ecuaciones en congruencias

$$x = 277 + 336k_3$$

$$\left\{ 6x \equiv 10 \pmod{22} \longleftarrow \right.$$

Operamos

$$6(277 + 336k_3) \equiv 10 \pmod{22}$$
$$1662 + 2016k_3 \equiv 10 \pmod{22}$$

Sistemas de ecuaciones en congruencias

$$x = 277 + 336k_3$$

$$\left\{ 6x \equiv 10 \pmod{22} \longleftarrow \right.$$

Operamos

$$6(277 + 336k_3) \equiv 10 \pmod{22}$$
$$1662 + 2016k_3 \equiv 10 \pmod{22}$$
$$2016k_3 \equiv -1652 \pmod{22}$$

Sistemas de ecuaciones en congruencias

$$x = 277 + 336k_3$$

$$\left\{ 6x \equiv 10 \pmod{22} \longleftarrow \right.$$

Reducimos módulo 22

$$6(277 + 336k_3) \equiv 10 \pmod{22}$$
$$1662 + 2016k_3 \equiv 10 \pmod{22}$$
$$2016k_3 \equiv -1652 \pmod{22}$$

$$x = 277 + 336k_3$$

$$\left\{ 6x \equiv 10 \pmod{22} \longleftarrow \right.$$

$$6(277 + 336k_3) \equiv 10 \pmod{22}$$
$$1662 + 2016k_3 \equiv 10 \pmod{22}$$
$$2016k_3 \equiv -1652 \pmod{22}$$

Reducimos módulo 22

$$2016 = 22 \cdot 91 + 14$$
$$-1652 = 22 \cdot (-76) + 20$$

Sistemas de ecuaciones en congruencias

$$x = 277 + 336k_3$$

$$\left\{ 6x \equiv 10 \pmod{22} \longleftarrow \right.$$

Reducimos módulo 22

$$2016 = 22 \cdot 91 + 14$$

$$-1652 = 22 \cdot (-76) + 20$$

$$6(277 + 336k_3) \equiv 10 \pmod{22}$$

$$1662 + 2016k_3 \equiv 10 \pmod{22}$$

$$2016k_3 \equiv -1652 \pmod{22}$$

$$14k_3 \equiv 20 \pmod{22}$$

Sistemas de ecuaciones en congruencias

$$x = 277 + 336k_3$$

$$\left\{ 6x \equiv 10 \pmod{22} \longleftarrow \right.$$

$$\mathrm{mcd}(14, 22) = 2$$

$$6(277 + 336k_3) \equiv 10 \pmod{22}$$
$$1662 + 2016k_3 \equiv 10 \pmod{22}$$
$$2016k_3 \equiv -1652 \pmod{22}$$
$$14k_3 \equiv 20 \pmod{22}$$

Sistemas de ecuaciones en congruencias

$$x = 277 + 336k_3$$

$$\left\{ 6x \equiv 10 \pmod{22} \longleftarrow \right.$$

$$6(277 + 336k_3) \equiv 10 \pmod{22}$$
$$1662 + 2016k_3 \equiv 10 \pmod{22}$$
$$2016k_3 \equiv -1652 \pmod{22}$$
$$14k_3 \equiv 20 \pmod{22}$$

$$\text{mcd}(14, 22) = 2$$
$$2 \text{ es divisor de } 20$$

Sistemas de ecuaciones en congruencias

$$x = 277 + 336k_3$$

$$\left\{ 6x \equiv 10 \pmod{22} \longleftarrow \right.$$

$$\begin{aligned} 6(277 + 336k_3) &\equiv 10 \pmod{22} \\ 1662 + 2016k_3 &\equiv 10 \pmod{22} \\ 2016k_3 &\equiv -1652 \pmod{22} \\ 14k_3 &\equiv 20 \pmod{22} \end{aligned}$$

$$\mathrm{mcd}(14, 22) = 2$$

2 es divisor de 20

La congruencia tiene solución

Sistemas de ecuaciones en congruencias

$$x = 277 + 336k_3$$

$$\left\{ 6x \equiv 10 \pmod{22} \longleftarrow \right.$$

$$6(277 + 336k_3) \equiv 10 \pmod{22}$$
$$1662 + 2016k_3 \equiv 10 \pmod{22}$$
$$2016k_3 \equiv -1652 \pmod{22}$$
$$14k_3 \equiv 20 \pmod{22}$$

$\mathrm{mcd}(14, 22) = 2$

2 es divisor de 20

La congruencia tiene solución

Dividimos todo por 2

Sistemas de ecuaciones en congruencias

$$x = 277 + 336k_3$$

$$\left\{ 6x \equiv 10 \pmod{22} \longleftarrow \right.$$

$$\operatorname{mcd}(14, 22) = 2$$

2 es divisor de 20

La congruencia tiene solución

Dividimos todo por 2

$$6(277 + 336k_3) \equiv 10 \pmod{22}$$
$$1662 + 2016k_3 \equiv 10 \pmod{22}$$
$$2016k_3 \equiv -1652 \pmod{22}$$
$$14k_3 \equiv 20 \pmod{22}$$
$$7k_3 \equiv 10 \pmod{11}$$

Sistemas de ecuaciones en congruencias

$$x = 277 + 336k_3$$

$$\left\{ 6x \equiv 10 \pmod{22} \longleftarrow \right.$$

$$\begin{aligned} 6(277 + 336k_3) &\equiv 10 \pmod{22} \\ 1662 + 2016k_3 &\equiv 10 \pmod{22} \\ 2016k_3 &\equiv -1652 \pmod{22} \\ 14k_3 &\equiv 20 \pmod{22} \\ 7k_3 &\equiv 10 \pmod{11} \end{aligned}$$

Calculamos el inverso de 7módulo 11

Sistemas de ecuaciones en congruencias

$$x = 277 + 336k_3$$

$$\left\{ 6x \equiv 10 \pmod{22} \longleftarrow \right.$$

11		0
7		1

$$6(277 + 336k_3) \equiv 10 \pmod{22}$$
$$1662 + 2016k_3 \equiv 10 \pmod{22}$$
$$2016k_3 \equiv -1652 \pmod{22}$$
$$14k_3 \equiv 20 \pmod{22}$$
$$7k_3 \equiv 10 \pmod{11}$$

Sistemas de ecuaciones en congruencias

$$x = 277 + 336k_3$$

$$\left\{ 6x \equiv 10 \pmod{22} \longleftarrow \right.$$

$$\begin{aligned} 6(277 + 336k_3) &\equiv 10 \pmod{22} \\ 1662 + 2016k_3 &\equiv 10 \pmod{22} \\ 2016k_3 &\equiv -1652 \pmod{22} \\ 14k_3 &\equiv 20 \pmod{22} \\ 7k_3 &\equiv 10 \pmod{11} \end{aligned}$$

11		0
7		1

$$11 = 7 \cdot 1 + 4$$
$$7 = 4 \cdot 1 + 3$$
$$4 = 3 \cdot 1 + 1$$

Sistemas de ecuaciones en congruencias

$$x = 277 + 336k_3$$

$$\left\{ 6x \equiv 10 \pmod{22} \longleftarrow \right.$$

$$\begin{aligned} 6(277 + 336k_3) &\equiv 10 \pmod{22} \\ 1662 + 2016k_3 &\equiv 10 \pmod{22} \\ 2016k_3 &\equiv -1652 \pmod{22} \\ 14k_3 &\equiv 20 \pmod{22} \\ 7k_3 &\equiv 10 \pmod{11} \end{aligned}$$

11		0
7		1
4	1	
3	1	
1	1	

$11 = 7 \cdot 1 + 4$

$7 = 4 \cdot 1 + 3$

$4 = 3 \cdot 1 + 1$

Sistemas de ecuaciones en congruencias

$$x = 277 + 336k_3$$

$$\left\{ 6x \equiv 10 \pmod{22} \longleftarrow \right.$$

11		0
7		1
4	1	
3	1	
1	1	

$$-1 = 0 - 1 \cdot 1$$

$$6(277 + 336k_3) \equiv 10 \pmod{22}$$
$$1662 + 2016k_3 \equiv 10 \pmod{22}$$
$$2016k_3 \equiv -1652 \pmod{22}$$
$$14k_3 \equiv 20 \pmod{22}$$
$$7k_3 \equiv 10 \pmod{11}$$

Sistemas de ecuaciones en congruencias

$$x = 277 + 336k_3$$

$$\left\{ 6x \equiv 10 \pmod{22} \longleftarrow \right.$$

11		0
7		1
4	1	-1
3	1	
1	1	

$-1 = 0 - 1 \cdot 1$

$$6(277 + 336k_3) \equiv 10 \pmod{22}$$
$$1662 + 2016k_3 \equiv 10 \pmod{22}$$
$$2016k_3 \equiv -1652 \pmod{22}$$
$$14k_3 \equiv 20 \pmod{22}$$
$$7k_3 \equiv 10 \pmod{11}$$

Sistemas de ecuaciones en congruencias

$$x = 277 + 336k_3$$

$$\left\{ 6x \equiv 10 \pmod{22} \longleftarrow \right.$$

$$\begin{aligned}
6(277 + 336k_3) &\equiv 10 \pmod{22}\\
1662 + 2016k_3 &\equiv 10 \pmod{22}\\
2016k_3 &\equiv -1652 \pmod{22}\\
14k_3 &\equiv 20 \pmod{22}\\
7k_3 &\equiv 10 \pmod{11}
\end{aligned}$$

11		0
7		1
4	1	-1
3	1	
1	1	

$$2 = 1 - 1 \cdot (-1)$$

Sistemas de ecuaciones en congruencias

$$x = 277 + 336k_3$$

$$\left\{ 6x \equiv 10 \pmod{22} \longleftarrow \right.$$

$$\begin{aligned}
6(277 + 336k_3) &\equiv 10 \pmod{22} \\
1662 + 2016k_3 &\equiv 10 \pmod{22} \\
2016k_3 &\equiv -1652 \pmod{22} \\
14k_3 &\equiv 20 \pmod{22} \\
7k_3 &\equiv 10 \pmod{11}
\end{aligned}$$

11		0
7		1
4	1	−1
3	1	2
1	1	

$$2 = 1 - 1 \cdot (-1)$$

Sistemas de ecuaciones en congruencias

$$x = 277 + 336k_3$$

$$\left\{ 6x \equiv 10 \pmod{22} \longleftarrow \right.$$

$$6(277 + 336k_3) \equiv 10 \pmod{22}$$
$$1662 + 2016k_3 \equiv 10 \pmod{22}$$
$$2016k_3 \equiv -1652 \pmod{22}$$
$$14k_3 \equiv 20 \pmod{22}$$
$$7k_3 \equiv 10 \pmod{11}$$

11		0
7		1
4	1	−1
3	1	2
1	1	

$$-3 = -1 - 2 \cdot 1$$

Sistemas de ecuaciones en congruencias

$$x = 277 + 336k_3$$

$$\left\{ 6x \equiv 10 \pmod{22} \longleftarrow \right.$$

$$6(277 + 336k_3) \equiv 10 \pmod{22}$$
$$1662 + 2016k_3 \equiv 10 \pmod{22}$$
$$2016k_3 \equiv -1652 \pmod{22}$$
$$14k_3 \equiv 20 \pmod{22}$$
$$7k_3 \equiv 10 \pmod{11}$$

11		0
7		1
4	1	-1
3	1	2
1	1	-3

$-3 = -1 - 2 \cdot 1$

$$x = 277 + 336k_3$$

$$\left\{ 6x \equiv 10 \pmod{22} \longleftarrow \right.$$

$$6(277 + 336k_3) \equiv 10 \pmod{22}$$
$$1662 + 2016k_3 \equiv 10 \pmod{22}$$
$$2016k_3 \equiv -1652 \pmod{22}$$
$$14k_3 \equiv 20 \pmod{22}$$
$$7k_3 \equiv 10 \pmod{11}$$

Puesto que $-3 \equiv 8 \pmod{11}$

Sistemas de ecuaciones en congruencias

$$x = 277 + 336k_3$$

$$\left\{ 6x \equiv 10 \pmod{22} \longleftarrow \right.$$

$$\begin{aligned} 6(277 + 336k_3) &\equiv 10 \pmod{22} \\ 1662 + 2016k_3 &\equiv 10 \pmod{22} \\ 2016k_3 &\equiv -1652 \pmod{22} \\ 14k_3 &\equiv 20 \pmod{22} \\ 7k_3 &\equiv 10 \pmod{11} \end{aligned}$$

Puesto que $-3 \equiv 8 \pmod{11}$

El inverso vale 8

Sistemas de ecuaciones en congruencias

$$x = 277 + 336k_3$$

$$\left\{ 6x \equiv 10 \pmod{22} \longleftarrow \right.$$

$$6(277 + 336k_3) \equiv 10 \pmod{22}$$
$$1662 + 2016k_3 \equiv 10 \pmod{22}$$
$$2016k_3 \equiv -1652 \pmod{22}$$
$$14k_3 \equiv 20 \pmod{22}$$
$$7k_3 \equiv 10 \pmod{11}$$

Puesto que $-3 \equiv 8 \pmod{11}$

El inverso vale 8

Multiplicamos por 8

$$x = 277 + 336k_3$$

$$\left\{ 6x \equiv 10 \pmod{22} \longleftarrow \right.$$

$$\begin{aligned}
6(277 + 336k_3) &\equiv 10 \pmod{22} \\
1662 + 2016k_3 &\equiv 10 \pmod{22} \\
2016k_3 &\equiv -1652 \pmod{22} \\
14k_3 &\equiv 20 \pmod{22} \\
7k_3 &\equiv 10 \pmod{11} \\
k_3 &\equiv 10 \cdot 8 \pmod{11}
\end{aligned}$$

Puesto que $-3 \equiv 8 \pmod{11}$

El inverso vale 8

Multiplicamos por 8

Sistemas de ecuaciones en congruencias

$$x = 277 + 336k_3$$

$$\left\{ 6x \equiv 10 \pmod{22} \longleftarrow \right.$$

$$\begin{aligned}
6(277 + 336k_3) &\equiv 10 \pmod{22} \\
1662 + 2016k_3 &\equiv 10 \pmod{22} \\
2016k_3 &\equiv -1652 \pmod{22} \\
14k_3 &\equiv 20 \pmod{22} \\
7k_3 &\equiv 10 \pmod{11} \\
k_3 &\equiv 10 \cdot 8 \pmod{11}
\end{aligned}$$

Reducimos módulo 11

$$x = 277 + 336k_3$$

$$\left\{ 6x \equiv 10 \pmod{22} \longleftarrow \right.$$

Reducimos módulo 11

$$6(277 + 336k_3) \equiv 10 \pmod{22}$$
$$1662 + 2016k_3 \equiv 10 \pmod{22}$$
$$2016k_3 \equiv -1652 \pmod{22}$$
$$14k_3 \equiv 20 \pmod{22}$$
$$7k_3 \equiv 10 \pmod{11}$$
$$k_3 \equiv 10 \cdot 8 \pmod{11}$$
$$k_3 \equiv 3 \pmod{11}$$

$$x = 277 + 336k_3$$

$$\left\{ 6x \equiv 10 \pmod{22} \longleftarrow \right.$$

$$6(277 + 336k_3) \equiv 10 \pmod{22}$$
$$1662 + 2016k_3 \equiv 10 \pmod{22}$$
$$2016k_3 \equiv -1652 \pmod{22}$$
$$14k_3 \equiv 20 \pmod{22}$$
$$7k_3 \equiv 10 \pmod{11}$$
$$k_3 \equiv 10 \cdot 8 \pmod{11}$$
$$k_3 \equiv 3 \pmod{11}$$

La solución de esta congruencia es

$$x = 277 + 336k_3$$

$$\left\{ 6x \equiv 10 \pmod{22} \longleftarrow \right.$$

La solución de esta congruencia es

$$\begin{aligned} 6(277 + 336k_3) &\equiv 10 \pmod{22} \\ 1662 + 2016k_3 &\equiv 10 \pmod{22} \\ 2016k_3 &\equiv -1652 \pmod{22} \\ 14k_3 &\equiv 20 \pmod{22} \\ 7k_3 &\equiv 10 \pmod{11} \\ k_3 &\equiv 10 \cdot 8 \pmod{11} \\ k_3 &\equiv 3 \pmod{11} \\ k_3 &= 3 + 11 \cdot k \end{aligned}$$

Sistemas de ecuaciones en congruencias

$$x = 277 + 336k_3$$

$$\left\{ 6x \equiv 10 \pmod{22} \longleftarrow \right.$$

Sustituimos k_3 en x

$$6(277 + 336k_3) \equiv 10 \pmod{22}$$
$$1662 + 2016k_3 \equiv 10 \pmod{22}$$
$$2016k_3 \equiv -1652 \pmod{22}$$
$$14k_3 \equiv 20 \pmod{22}$$
$$7k_3 \equiv 10 \pmod{11}$$
$$k_3 \equiv 10 \cdot 8 \pmod{11}$$
$$k_3 \equiv 3 \pmod{11}$$
$$k_3 = 3 + 11 \cdot k$$

Sistemas de ecuaciones en congruencias

$$x = 277 + 336k_3$$

$$\left\{ 6x \equiv 10 \pmod{22} \longleftarrow \right.$$

Sustituimos k_3 en x

$$6(277 + 336k_3) \equiv 10 \pmod{22}$$
$$1662 + 2016k_3 \equiv 10 \pmod{22}$$
$$2016k_3 \equiv -1652 \pmod{22}$$
$$14k_3 \equiv 20 \pmod{22}$$
$$7k_3 \equiv 10 \pmod{11}$$
$$k_3 \equiv 10 \cdot 8 \pmod{11}$$
$$k_3 \equiv 3 \pmod{11}$$
$$k_3 = 3 + 11 \cdot k$$
$$x = 277 + 336(3 + 11 \cdot k)$$

Sistemas de ecuaciones en congruencias

$$x = 277 + 336k_3$$

$$\left\{ 6x \equiv 10 \pmod{22} \longleftarrow \right.$$

Operamos

$$6(277 + 336k_3) \equiv 10 \pmod{22}$$
$$1662 + 2016k_3 \equiv 10 \pmod{22}$$
$$2016k_3 \equiv -1652 \pmod{22}$$
$$14k_3 \equiv 20 \pmod{22}$$
$$7k_3 \equiv 10 \pmod{11}$$
$$k_3 \equiv 10 \cdot 8 \pmod{11}$$
$$k_3 \equiv 3 \pmod{11}$$
$$k_3 = 3 + 11 \cdot k$$
$$x = 277 + 336(3 + 11 \cdot k)$$

Sistemas de ecuaciones en congruencias

$$x = 277 + 336k_3$$

$$\left\{ 6x \equiv 10 \pmod{22} \longleftarrow \right.$$

Operamos

$$\begin{aligned}
6(277 + 336k_3) &\equiv 10 \pmod{22}\\
1662 + 2016k_3 &\equiv 10 \pmod{22}\\
2016k_3 &\equiv -1652 \pmod{22}\\
14k_3 &\equiv 20 \pmod{22}\\
7k_3 &\equiv 10 \pmod{11}\\
k_3 &\equiv 10 \cdot 8 \pmod{11}\\
k_3 &\equiv 3 \pmod{11}\\
k_3 &= 3 + 11 \cdot k\\
x &= 277 + 336(3 + 11 \cdot k)\\
x &= 1285 + 3696 \cdot k : \ k \in \mathbb{Z}
\end{aligned}$$

$$\begin{cases} 15x \equiv 6 \pmod{9} \\ 8x \equiv 11 \pmod{21} \\ 11x \equiv 7 \pmod{16} \\ 6x \equiv 10 \pmod{22} \end{cases}$$

La solución de este sistema de congruencias es

Sistemas de ecuaciones en congruencias

$$\begin{cases} 15x \equiv 6 \pmod{9} \\ 8x \equiv 11 \pmod{21} \\ 11x \equiv 7 \pmod{16} \\ 6x \equiv 10 \pmod{22} \end{cases}$$

La solución de este sistema de congruencias es

$$x = 1285 + 3696 \cdot k : \ k \in \mathbb{Z}$$

Sistemas de ecuaciones en congruencias

$$\begin{cases} 15x \equiv 6 \pmod{9} \\ 8x \equiv 11 \pmod{21} \\ 11x \equiv 7 \pmod{16} \\ 6x \equiv 10 \pmod{22} \end{cases}$$

Vamos a comprobar que $x = 1285$

Sistemas de ecuaciones en congruencias

$$\begin{cases} 15x \equiv 6 \pmod{9} \\ 8x \equiv 11 \pmod{21} \\ 11x \equiv 7 \pmod{16} \\ 6x \equiv 10 \pmod{22} \end{cases}$$

Vamos a comprobar que $x = 1285$ es solución de las cuatro congruencias.

Sistemas de ecuaciones en congruencias

$$\begin{cases} 15x \equiv 6 \pmod{9} \\ 8x \equiv 11 \pmod{21} \\ 11x \equiv 7 \pmod{16} \\ 6x \equiv 10 \pmod{22} \end{cases}$$

Vamos a comprobar que $x = 1285$
es solución de las cuatro congruencias.
Para la primera:

Sistemas de ecuaciones en congruencias

$$\begin{cases} 15x \equiv 6 \pmod{9} \\ 8x \equiv 11 \pmod{21} \\ 11x \equiv 7 \pmod{16} \\ 6x \equiv 10 \pmod{22} \end{cases}$$

$$15 \cdot 1285 - 6 = 19269$$

Vamos a comprobar que $x = 1285$ es solución de las cuatro congruencias.

Para la primera:

Sistemas de ecuaciones en congruencias

$$\begin{cases} 15x \equiv 6 \pmod{9} \\ 8x \equiv 11 \pmod{21} \\ 11x \equiv 7 \pmod{16} \\ 6x \equiv 10 \pmod{22} \end{cases}$$

Vamos a comprobar que $x = 1285$
es solución de las cuatro congruencias.
Para la primera:

$$15 \cdot 1285 - 6 = 19269$$

Que es múltiplo de 9

Sistemas de ecuaciones en congruencias

$$\begin{cases} 15x \equiv 6 \pmod{9} \\ 8x \equiv 11 \pmod{21} \\ 11x \equiv 7 \pmod{16} \\ 6x \equiv 10 \pmod{22} \end{cases}$$

Vamos a comprobar que $x = 1285$
es solución de las cuatro congruencias.
Para la primera:

$$15 \cdot 1285 - 6 = 19269$$

Que es múltiplo de 9
ya que $19269 = 9 \cdot 2141$

Sistemas de ecuaciones en congruencias

$$\begin{cases} 15x \equiv 6 \pmod{9} \\ 8x \equiv 11 \pmod{21} \\ 11x \equiv 7 \pmod{16} \\ 6x \equiv 10 \pmod{22} \end{cases}$$

Vamos a comprobar que $x = 1285$
es solución de las cuatro congruencias.
Para la segunda:

$15 \cdot 1285 - 6 = 19269$
Que es múltiplo de 9
ya que $19269 = 9 \cdot 2141$

$$\begin{cases} 15x \equiv 6 \pmod{9} \\ 8x \equiv 11 \pmod{21} \\ 11x \equiv 7 \pmod{16} \\ 6x \equiv 10 \pmod{22} \end{cases}$$

Vamos a comprobar que $x = 1285$

es solución de las cuatro congruencias.

Para la segunda:

$$15 \cdot 1285 - 6 = 19269$$

Que es múltiplo de 9

ya que $19269 = 9 \cdot 2141$

$$8 \cdot 1285 - 11 = 10269$$

Sistemas de ecuaciones en congruencias

$$\begin{cases} 15x \equiv 6 \pmod{9} \\ 8x \equiv 11 \pmod{21} \\ 11x \equiv 7 \pmod{16} \\ 6x \equiv 10 \pmod{22} \end{cases}$$

Vamos a comprobar que $x = 1285$
es solución de las cuatro congruencias.
Para la segunda:

$15 \cdot 1285 - 6 = 19269$
Que es múltiplo de 9
ya que $19269 = 9 \cdot 2141$
$8 \cdot 1285 - 11 = 10269$
Que es múltiplo de 21

Sistemas de ecuaciones en congruencias

$$\begin{cases} 15x \equiv 6 \pmod{9} \\ 8x \equiv 11 \pmod{21} \\ 11x \equiv 7 \pmod{16} \\ 6x \equiv 10 \pmod{22} \end{cases}$$

Vamos a comprobar que $x = 1285$
es solución de las cuatro congruencias.
Para la segunda:

$15 \cdot 1285 - 6 = 19269$
Que es múltiplo de 9
ya que $19269 = 9 \cdot 2141$
$8 \cdot 1285 - 11 = 10269$
Que es múltiplo de 21
ya que $10269 = 21 \cdot 489$

Sistemas de ecuaciones en congruencias

$$\begin{cases} 15x \equiv 6 \pmod{9} \\ 8x \equiv 11 \pmod{21} \\ 11x \equiv 7 \pmod{16} \\ 6x \equiv 10 \pmod{22} \end{cases}$$

Vamos a comprobar que $x = 1285$
es solución de las cuatro congruencias.
Para la tercera:

$15 \cdot 1285 - 6 = 19269$
Que es múltiplo de 9
ya que $19269 = 9 \cdot 2141$
$8 \cdot 1285 - 11 = 10269$
Que es múltiplo de 21
ya que $10269 = 21 \cdot 489$

Sistemas de ecuaciones en congruencias

$$\begin{cases} 15x \equiv 6 \pmod{9} \\ 8x \equiv 11 \pmod{21} \\ 11x \equiv 7 \pmod{16} \\ 6x \equiv 10 \pmod{22} \end{cases}$$

Vamos a comprobar que $x = 1285$
es solución de las cuatro congruencias.
Para la tercera:

$15 \cdot 1285 - 6 = 19269$
Que es múltiplo de 9
ya que $19269 = 9 \cdot 2141$
$8 \cdot 1285 - 11 = 10269$
Que es múltiplo de 21
ya que $10269 = 21 \cdot 489$
$11 \cdot 1285 - 7 = 14128$

Sistemas de ecuaciones en congruencias

$$\begin{cases} 15x \equiv 6 \pmod{9} \\ 8x \equiv 11 \pmod{21} \\ 11x \equiv 7 \pmod{16} \\ 6x \equiv 10 \pmod{22} \end{cases}$$

Vamos a comprobar que $x = 1285$

es solución de las cuatro congruencias.

Para la tercera:

$15 \cdot 1285 - 6 = 19269$

Que es múltiplo de 9

ya que $19269 = 9 \cdot 2141$

$8 \cdot 1285 - 11 = 10269$

Que es múltiplo de 21

ya que $10269 = 21 \cdot 489$

$11 \cdot 1285 - 7 = 14128$

Que es múltiplo de 16

Sistemas de ecuaciones en congruencias

$$\begin{cases} 15x \equiv 6 \pmod{9} \\ 8x \equiv 11 \pmod{21} \\ 11x \equiv 7 \pmod{16} \\ 6x \equiv 10 \pmod{22} \end{cases}$$

Vamos a comprobar que $x = 1285$
es solución de las cuatro congruencias.
Para la tercera:

$$15 \cdot 1285 - 6 = 19269$$
Que es múltiplo de 9
ya que $19269 = 9 \cdot 2141$

$$8 \cdot 1285 - 11 = 10269$$
Que es múltiplo de 21
ya que $10269 = 21 \cdot 489$

$$11 \cdot 1285 - 7 = 14128$$
Que es múltiplo de 16
ya que $14128 = 16 \cdot 883$

Sistemas de ecuaciones en congruencias

$$\begin{cases} 15x \equiv 6 \pmod{9} \\ 8x \equiv 11 \pmod{21} \\ 11x \equiv 7 \pmod{16} \\ 6x \equiv 10 \pmod{22} \end{cases}$$

Vamos a comprobar que $x = 1285$

es solución de las cuatro congruencias.

Y para la cuarta:

$15 \cdot 1285 - 6 = 19269$

Que es múltiplo de 9

ya que $19269 = 9 \cdot 2141$

$8 \cdot 1285 - 11 = 10269$

Que es múltiplo de 21

ya que $10269 = 21 \cdot 489$

$11 \cdot 1285 - 7 = 14128$

Que es múltiplo de 16

ya que $14128 = 16 \cdot 883$

Sistemas de ecuaciones en congruencias

$$\begin{cases} 15x \equiv 6 \pmod{9} \\ 8x \equiv 11 \pmod{21} \\ 11x \equiv 7 \pmod{16} \\ 6x \equiv 10 \pmod{22} \end{cases}$$

Vamos a comprobar que $x = 1285$
es solución de las cuatro congruencias.
Y para la cuarta:

$15 \cdot 1285 - 6 = 19269$
Que es múltiplo de 9
ya que $19269 = 9 \cdot 2141$
$8 \cdot 1285 - 11 = 10269$
Que es múltiplo de 21
ya que $10269 = 21 \cdot 489$
$11 \cdot 1285 - 7 = 14128$
Que es múltiplo de 16
ya que $14128 = 16 \cdot 883$
$6 \cdot 1285 - 10 = 7700$

Sistemas de ecuaciones en congruencias

$$\begin{cases} 15x \equiv 6 \pmod{9} \\ 8x \equiv 11 \pmod{21} \\ 11x \equiv 7 \pmod{16} \\ 6x \equiv 10 \pmod{22} \end{cases}$$

Vamos a comprobar que $x = 1285$

es solución de las cuatro congruencias.

Y para la cuarta:

$15 \cdot 1285 - 6 = 19269$

Que es múltiplo de 9

ya que $19269 = 9 \cdot 2141$

$8 \cdot 1285 - 11 = 10269$

Que es múltiplo de 21

ya que $10269 = 21 \cdot 489$

$11 \cdot 1285 - 7 = 14128$

Que es múltiplo de 16

ya que $14128 = 16 \cdot 883$

$6 \cdot 1285 - 10 = 7700$

Que es múltiplo de 22

Sistemas de ecuaciones en congruencias

$$\begin{cases} 15x \equiv 6 \pmod{9} \\ 8x \equiv 11 \pmod{21} \\ 11x \equiv 7 \pmod{16} \\ 6x \equiv 10 \pmod{22} \end{cases}$$

Vamos a comprobar que $x = 1285$
es solución de las cuatro congruencias.
Y para la cuarta:

$15 \cdot 1285 - 6 = 19269$
Que es múltiplo de 9
ya que $19269 = 9 \cdot 2141$
$8 \cdot 1285 - 11 = 10269$
Que es múltiplo de 21
ya que $10269 = 21 \cdot 489$
$11 \cdot 1285 - 7 = 14128$
Que es múltiplo de 16
ya que $14128 = 16 \cdot 883$
$6 \cdot 1285 - 10 = 7700$
Que es múltiplo de 22
ya que $7700 = 22 \cdot 350$