

# Fundamentos Lógicos de la Programación

Examen Final (03 - 07 - 2008)

Alumno: \_\_\_\_\_ D.N.I.: \_\_\_\_\_

## RESPUESTAS A LAS PREGUNTAS TEST

|             | a) | b) | c) | d) |
|-------------|----|----|----|----|
| Pregunta 1  |    |    |    |    |
| Pregunta 2  |    |    |    |    |
| Pregunta 3  |    |    |    |    |
| Pregunta 4  |    |    |    |    |
| Pregunta 5  |    |    |    |    |
| Pregunta 6  |    |    |    |    |
| Pregunta 7  |    |    |    |    |
| Pregunta 8  |    |    |    |    |
| Pregunta 9  |    |    |    |    |
| Pregunta 10 |    |    |    |    |

## Preguntas tipo test

1. ¿Cuál o cuáles de las siguientes fórmulas tiene como interpretación  $I(a) + I(b)I(c)$ ?

- a)  $(a \leftrightarrow b) \leftrightarrow (b \wedge c)$
- b)  $a \rightarrow (b \leftrightarrow c)$
- c)  $a \leftrightarrow (b \rightarrow c)$
- c)  $(b \rightarrow c) \rightarrow \neg a$

2. Señala las consecuencias lógicas que sean ciertas:

- a)  $\{c \rightarrow d, a \vee b, \neg(\neg a \rightarrow d)\} \models (\neg a \rightarrow b) \rightarrow (b \wedge \neg c)$
- b)  $\{\neg b \wedge \neg d \rightarrow \neg a, \neg a \wedge b \rightarrow d, e \rightarrow a \wedge \neg d\} \models (a \rightarrow \neg b) \rightarrow \neg e$
- c)  $\{a \wedge b \rightarrow c, c \rightarrow a \vee d\} \models b \rightarrow (\neg a \rightarrow c)$
- d)  $\{a \rightarrow b \vee c, d \vee \neg c\} \models (\neg b \rightarrow d) \rightarrow (a \rightarrow d)$

3. Sean  $\alpha, \beta, \gamma$  fórmulas bien formadas para las cuales se conoce que es cierta la consecuencia lógica:

$$\{\alpha \rightarrow \beta \wedge \gamma, \neg \beta, \alpha \vee \gamma\} \models \neg \beta \wedge \gamma$$

¿Cuál o cuáles es de las siguientes situaciones para una interpretación **no** puede ocurrir?

- a)  $I(\alpha) = 0, I(\beta) = 1, I(\gamma) = 1$
- b)  $I(\alpha) = 1, I(\beta) = 1, I(\gamma) = 0$
- c)  $I(\alpha) = 1, I(\beta) = 1, I(\gamma) = 1$
- c)  $I(\alpha) = 1, I(\beta) = 0, I(\gamma) = 1$

4. De entre los siguientes problemas de consecuencia lógica, elige los que sean equivalentes a

$$\Gamma \models (\alpha \rightarrow \neg \beta) \rightarrow \neg(\beta \rightarrow \neg \alpha)$$

- a)  $\Gamma \cup \{\alpha \rightarrow \neg \beta, \beta\} \models \alpha$
- b)  $\Gamma \cup \{\alpha \rightarrow \neg \beta\} \models \neg(\beta \rightarrow \neg \alpha)$
- c)  $\Gamma \cup \{\alpha, \beta\} \models \neg(\beta \rightarrow \neg \alpha)$
- d)  $\Gamma \cup \{\beta \rightarrow \neg \alpha\} \models \neg(\alpha \rightarrow \neg \beta)$

5. Para el conjunto de cláusulas

$$\Gamma = \{P(x) \vee \neg Q(y, f(b)); P(g(x, f(y))); \neg P(g(x, b)) \vee Q(f(a), g(x, b))\}$$

decide qué afirmaciones son ciertas:

- a)  $g(f(a), f(b))$  es un elemento del universo de Herbrand.
- b)  $P(b) \vee \neg Q(a, f(b))$  es un elemento del sistema de Herbrand.
- c)  $P(g(a, f(b)))$  es un elemento de la base de Herbrand que también pertenece al Sistema de Herbrand.
- d)  $P(a) \vee \neg Q(a, f(a))$  es un elemento del sistema de Herbrand.

6. ¿Cuáles de las siguientes son formas clausulares de la fórmula  $\neg \exists x P(x, a) \vee \forall x P(x, f(x))$ ?

- a)  $\forall x (\neg P(x, a) \vee P(x, f(x)))$
- b)  $\forall x \forall y (\neg P(x, a) \vee P(y, f(y)))$

$$c) \forall x \forall y (\neg P(y, a) \vee P(x, f(x)))$$

$$d) \forall x (\neg P(b, a) \vee P(x, f(x)))$$

7. ¿En qué casos la tercera fórmula **no** es una resolvente de las dos cláusulas anteriores?

$$a) P(x) \vee Q(x, y), \neg Q(b, a), P(b)$$

$$b) P(a) \vee Q(x, y), \neg Q(b, a), P(a)$$

$$c) Q(x, f(x)), \neg Q(z, a), \square$$

$$d) Q(x, f(x)) \vee Q(x, y), \neg Q(a, z), \square$$

8. Señala las afirmaciones que sean ciertas para la fórmula

$$\neg P(x) \rightarrow \forall x P(x)$$

a) Es contradicción.

b) No es satisfacible en la estructura  $D = \mathbb{Z}_3$   
 $P = \{0, 2\}$

c) Es satisfacible y refutable en la estructura  $D = \mathbb{Z}_3$   
 $P = \{0, 1\}$

d) Es válida en la estructura  $D = \mathbb{Z}_3$   
 $P = \{0, 2\}$

9. Señala cuál o cuáles de los siguientes grupos de literales son unificables:

$$a) \{Q(x, f(y)); Q(f(x), f(a))\}$$

$$b) \{P(x, g(x, a), f(y)); P(x, g(b, f(y)), f(a))\}$$

$$c) \{Q(x, g(x, y), z); Q(z, g(x, a), f(y))\}$$

$$d) \{S(y, g(f(a), f(f(b))), g(z, f(y))), S(f(x), g(f(z), y), g(a, f(f(f(b)))))\}$$

10. Elige las afirmaciones que sean verdaderas:

a) El conjunto  $\{P(x) \vee S(f(y)), R(x, y) \vee S(x), \neg R(x, y) \vee \neg P(x), P(x) \vee \neg S(y)\}$  no es un conjunto de Horn pero puede transformarse en uno de Horn.

b) El conjunto  $\{\neg P(x), \neg R(x, y) \vee S(x), \neg R(x, y) \vee \neg P(x), P(x) \vee \neg S(y)\}$  es de Horn y por tanto insatisfacible.

c) El conjunto  $\{P(x) \vee \neg S(f(y)), R(x, y) \vee S(x), \neg R(x, y) \vee \neg P(x), \neg P(x) \vee \neg S(y)\}$  no es de Horn ni puede transformarse en Horn.

d) El conjunto  $\{P(x) \vee \neg S(f(y)), \neg R(x, y) \vee S(x), \neg R(x, y) \vee \neg P(x), \neg P(x) \vee \neg S(y)\}$  es de Horn y es satisfacible.

## Problemas

1. Dada la fórmula

$$\alpha = \forall x (P(x, y) \rightarrow \forall y \exists x P(x, y))$$

a) Prueba que es satisfacible y refutable.

b) Da, si es posible, una estructura donde sea válida.

c) ¿Es satisfacible en cualquier estructura?. Razona la respuesta.

2. Para la fórmula:

$$\forall x \exists y (R(x) \vee P(x, y)) \rightarrow \exists y \forall x (R(x) \vee P(x, y))$$

- a) Calcula una forma prenexa, una forma de Skolem y una fórmula normal clausular.
- b) Determina su carácter, es decir, si es universalmente válida, satisfacible y refutable, o contradicción.
- c) Calcula 5 elementos del universo de Herbrand, 3 de la base de Herbrand y 5 del sistema de Herbrand.

3. Encuentra una deducción lineal de la cláusula vacía a partir del conjunto de cláusulas:

1.  $R(y, f(h(b)))$
2.  $S(x, f(y)) \vee \neg Q(b, z)$
3.  $Q(x, y) \vee \neg R(b, y)$
4.  $\neg Q(b, x) \vee \neg T(h(z), b)$
5.  $Q(x, z) \vee \neg T(h(b), y)$
6.  $T(y, b) \vee \neg S(h(y), f(y))$