

ALUMNO:\_\_\_\_\_ GRUPO:\_\_\_\_\_ NIF:\_\_\_\_\_

# ALEM

(11/12/2013)

aciertos	0	1	2	3	4
calificación	0.0	0.5	1.1	1.7	2.3
aciertos	5	6	7	8	9
calificación	2.8	3.4	4.0	4.6	5.0
aciertos	10	11	12	13	14
calificación	5.7	6.4	7.1	8.0	9.0
aciertos	15				
calificación	10				

tipo 01				
	a	b	c	d
01				
02				
03				
04				
05				
06				
07				
08				
09				
10				
11				
12				
13				
14				
15				

## PREGUNTAS

1. Sea  $X = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$  e  $Y = \{0, 2, 4, 6, 8, 9\}$ . En  $\mathcal{P}(X)$  definimos la siguiente relación binaria:

$$AR_YB \text{ sii } A + B \subseteq Y$$

Entonces el conjunto cociente  $\mathcal{P}(X)/R_Y$ :

- a) tiene 6 elementos
  - b) tiene 16 elementos
  - c) tiene 64 elementos
  - d) tiene 1024 elementos
2. Sean  $A$  y  $B$  conjuntos tales que  $\text{card } A = 8$  y  $\text{card } B = 9$ . De los siguientes conjuntos, ¿cuál tiene cardinal distinto a los restantes?:
- a)  $\mathcal{P}(A \times B)$
  - b)  $\mathcal{P}(A)^B$
  - c)  $\mathcal{P}(B)^A$
  - d)  $\mathcal{P}(A) \times \mathcal{P}(B)$
3. Sea  $X = \{0, 1\}$  y  $R$  la relación de pertenencia definida sobre  $X$ . Entonces:
- a)  $R \subseteq (\bigcup \bigcup R) \times (\bigcup \bigcup R)$
  - b)  $R \subseteq \bigcup \bigcup R$
  - c)  $\text{card } \bigcup \bigcup R = 6$
  - d)  $\mathcal{P}(X) = \bigcup \bigcup R$
4. En  $\mathbb{Z}$  definimos la relación de equivalencia  $R$  por

$$xRy \text{ sii, por def., } 9 \mid (x^2 - y^2)$$

El conjunto cociente  $\mathbb{Z}/R$  tiene:

- a) infinitos elementos, tantos como números naturales
  - b) 5 elementos
  - c) 4 elementos
  - d) 9 elementos
5. La función  $f: \mathbb{N}^2 \longrightarrow \mathbb{N}$  definida por  $f(m, n) = 5^m 7^n$  es:
- a) inyectiva
  - b) sobreyectiva
  - c) la función característica del conjunto  $\{2, 3\}$
  - d) biyectiva
6. Sean  $m, n \in \mathbb{N}^*$ . Para que  $D(m) \times D(n)$  y  $D(mn)$  sean isomorfos es condición necesaria y suficiente:
- a)  $(m, n) = 1$
  - b) que  $m$  y  $n$  sean ambos primos y distintos
  - c) que  $(m, n) \mid [m, n]$
  - d) que  $[m, n] = 1$
7. ¿Cuál de las siguiente afirmaciones es cierta?:

- a)  $\mathbb{Z}_1$  tiene infinitos elementos y  $\mathbb{Z}_0$  tiene uno sólo
- b)  $\equiv_0$  es la relación  $\Delta(\mathbb{Z})$  y  $\equiv_1$  es la relación  $\nabla(\mathbb{Z})$
- c)  $\equiv_0$  no está definida, pues no se puede dividir por 0
- d)  $\mathbb{Z}_1$  es cuerpo

8. Sean  $m, n \in \mathbb{N}$  y supongamos que existen  $u, v \in \mathbb{N}$  tales que

$$1 = mu + nv$$

¿Cuál de las siguientes afirmaciones **no** es consecuencia de ello?:

- a)  $(m, n) = 1$
- b)  $(m + n, n) = 1$
- c)  $(m + n, mn) = 1$
- d)  $(\varphi(m), \varphi(n)) = 1$

9. Sea  $m \in \mathbb{Z}$ . ¿Cuál de los siguientes hechos es imposible?:

- a)  $m^2 \equiv 0 \pmod{8}$
- b)  $m^2 \equiv 1 \pmod{8}$
- c)  $m^2 \equiv 4 \pmod{8}$
- d)  $m^2 \equiv n \pmod{8}$ , para algún  $n \in \{2, 3, 5, 6, 7\}$

10. ¿Cuántas soluciones tiene La ecuación:

$$98y - 199x = 68$$

con el valor de  $y$  comprendido entre  $-400$  y  $300$ ?

- a) 1
- b) 4
- c) 24
- d) 77

11. El sistema

$$48x \equiv 12 \pmod{14}$$

$$6x - 1 \equiv 11 \pmod{10}$$

$$x \equiv 10 \pmod{3}$$

tiene entre  $-1119$  y  $5183$ :

- a) ninguna, pues el sistema no tiene solución
- b) 41 soluciones enteras
- c) 61 soluciones enteras
- d) 81 soluciones enteras

12. El resto de dividir  $7^{1789544}$  entre 100 es:

- a) 10
- b) 56
- c) 1
- d) 95

13. El término independiente del inverso (para el producto) de  $2x^2 + 2$  en  $\mathbb{Z}_3[x]_{x^3+2x^2+2}$  vale:
- a) 2
  - b) 0
  - c) no existe tal inverso, pues  $\mathbb{Z}_3[x]_{x^3+2x^2+2}$  no es un cuerpo.
  - d) 1
14. ¿Cuál de los siguientes anillos es un cuerpo?
- a)  $\mathbb{Z}_7[x]$
  - b)  $\mathbb{Z}_5[x]_{x^2-1}$
  - c)  $\mathbb{Z}_2[x]_{x^2+1}$
  - d)  $\mathbb{Z}_3[x]_{x^2+1}$
15. ¿Cuántas soluciones tiene la ecuación

$$x + y + z + t = 9$$

para las que los valores de  $x$ ,  $y$ ,  $z$  y  $t$  sean números naturales?

- a) 190
- b) 220
- c) 240
- d) 270