EXAMEN DE LMD

Grupos D y E

12 de Septiembre de 2011

APELLIDOS, NOMBRE: ....

DNI:.................................. GRUPO: D E

✓ `Rodee con un círculo la letra del grupo al que pertenece.`

✓ `En todas las preguntas hay que justificar la respuesta incluyendo todos los cálculos o pasos intermedios.`

✓ `No se corregirán respuestas escritas a lápiz.`

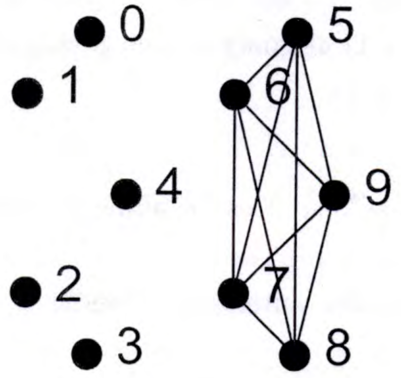
✓ `Cada pregunta vale 1 punto.`

✓ `Si procede del plan antiguo y superó la asignatura FLP, tiene la posibilidad de no responder a ninguna de las cuestiones de la parte de Lógica, en cuyo caso éstas contarán como la mitad de su valor.`

`Si desea esta opción, marque la casilla siguiente.` ☐

1. Sea A el retículo de los divisores positivos de 10290 ordenados por divisibilidad.
   a) ¿Es A un conjunto bien ordenado?
   b) ¿Es A un retículo complementado?
   c) Calcule el valor de la expresión siguiente en A: $(343 \wedge 147) \vee \overline{686}$.

2. Sea G el complementario del grafo siguiente:



   a) ¿Hay algún circuito de Euler en G? Si la respuesta es afirmativa, muestre uno.
   b) ¿Hay algún ciclo de Hamilton en G? Si la respuesta es afirmativa, muestre uno.
   c) Calcule el número cromático de G.

3. El consejo de administración de una empresa está compuesto por 31 personas. Se somete a votación secreta la aprobación de un proyecto. Cada persona puede votar "Sí", "No" o en blanco, pero no puede abstenerse. ¿Cuántos resultados distintos se pueden extraer de la urna una vez efectuada la votación? Considerando que se aprueba el proyecto con al menos 16 votos favorables, ¿cuántos resultados de los anteriores aprueban el proyecto?

4. Sea la sucesión de números enteros $f(n) = f(n-1) + f(n-2)$ para $n \geq 3$ y $f(1) = 8$, $f(2) = 13$. Demuestre que 5 divide a $f(5n)$ para todo $n \geq 1$.

5. Sobre determinadas proposiciones lógicas $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_6$ se sabe lo siguiente:
   - α_2 es condición necesaria para α_1.
   - $\alpha_2 \vee \alpha_3$ es condición suficiente para $\neg(\alpha_4 \vee \alpha_5 \vee \alpha_6)$.
   - α_5 es condición suficiente para $\neg\alpha_1$.

   Represente esta información mediante tres proposiciones lógicas β_1, β_2 y β_3, respectivamente, y a continuación aplique el método que crea conveniente para demostrar que β_3 es consecuencia lógica del conjunto $\{\beta_1, \beta_2\}$.

6. Sea $\Gamma = \{L_1, \ldots, L_n\}$ un conjunto de literales de un lenguaje de predicados $\mathfrak{L}$ de primer orden. Defina el concepto de unificador y de unificador de máxima generalidad para Γ. Obtenga dos unificadores σ_1 y σ_2 para el conjunto

   $$\Gamma = \{P(f(x), y),\ P(z, g(z, t, v)),\ P(f(t), g(f(a), t, v))\}$$

   de modo que σ_1 sea de máxima generalidad pero σ_2 no lo sea.

7. Sea el lenguaje de predicados de primer orden $\mathfrak{L}$ dado por $\mathrm{Var}(\mathfrak{L}) = \{x, y\}$, $\mathrm{Cons}(\mathfrak{L}) = \{a\}$, $\mathrm{Func}(\mathfrak{L}) = \{f^2\}$ y $\mathrm{Rel}(\mathfrak{L}) = \{P^1\}$.

   a) Interprete las fórmulas

   $$\alpha_1 = \forall x(P(x) \to \exists y P(f(x, y))) \quad \text{y} \quad \alpha_2 = P(y) \to \exists x(P(x) \wedge P(f(x, a)))$$

   utilizando la estructura $\mathcal{E}$ y la asignación v en $\mathcal{E}$ siguientes:

   $$\begin{cases} \mathrm{D} = \{n \in \mathbb{Z} : n \geq 2\} \\ a^{\mathcal{E}} = 7 \\ f^{\mathcal{E}}(x, y) = x + y \\ P^{\mathcal{E}}(x) = \mathbf{1} \text{ si y sólo si } x \text{ es un número primo} \end{cases}$$

   $$v(x) = v(y) = 11.$$

   b) Para cada una de las fórmulas anteriores, estudie si es válida en $\mathcal{E}$ y si es universalmente válida.

8. Calcule todos los tipos de resolventes posibles para las cláusulas siguientes en un lenguaje de predicados donde como es usual, $x, y, z, \ldots$ representan variables y $a, b, \ldots$ constantes:

   $$C_1 \equiv P(x, f(y)) \vee Q(z, a) \vee P(a, z), \qquad C_2 \equiv \neg P(z, y) \vee \neg Q(b, z) \vee P(x, f(y)).$$

   ¿Existe alguna cláusula no vacía C_3 tal que $\{C_1, C_2, C_3\}$ sea insatisfacible?