1. Sean $A = \{1, 2, 3, 4\}$ y $B = \{4, 5, 6\}$. El cardinal del conjunto $A \times (A \cup B)$ es

   a) 6 b) 12 c) 16 d) 24

2. La aplicación $f : \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$ definida por $f(x, y) = 2x + 3y$ es
   a) inyectiva y no sobreyectiva,
   b) sobreyectiva y no inyectiva,
   c) inyectiva y sobreyectiva,
   d) no inyectiva y no sobreyectiva.

3. Sea $X = \{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}$. Para cada $A \subseteq X$ llamamos $\Sigma A$ a la suma de los elementos de $A$, es decir, $\Sigma\{-3, -2, 0, 4\} = -1$ por ejemplo. Convenimos también que $\Sigma\varnothing = 0$. Sea $R$ la relación de equivalencia en $\mathcal{P}(X)$ definida por $ARB$ si y sólo si $\Sigma A = \Sigma B$. El cardinal del conjunto cociente $\mathcal{P}(X)/R$ es

   a) 0 b) 9 c) 21 d) 512

4. Sobre los grupos $(\mathbb{Z}, +)$ (los enteros con la suma usual de enteros) y $(\{1, -1\}, \cdot)$ (con el producto usual) definimos la aplicación

$$f : \mathbb{Z} \longrightarrow \{1, -1\}$$
$$x \longmapsto \begin{cases} 1 & \text{si } x \text{ es par} \\ -1 & \text{si } x \text{ es impar.} \end{cases}$$

   Entonces
   a) $f$ es un homomorfismo sobreyectivo de grupos no inyectivo,
   b) $f$ es un homomorfismo inyectivo de grupos no sobreyectivo,
   c) $f$ es un isomorfismo (homomorfismo biyectivo) de grupos,
   d) $f$ no es un homomorfismo de grupos.

5. Sea $\sigma = (12345)(246)^{-1}$. Entonces $\sigma^{327}$ es igual a

   a) Identidad b) $\sigma$ c) $\sigma^2$ d) $\sigma^3$

6. Sean $B = \{v_1, v_2, v_3\}$ y $B' = \{v_1' = v_1, v_2' = v_1 + v_2, v_3' = v_1 + v_2 + v_3\}$ dos bases de un espacio vectorial $V$ sobre $\mathbb{R}$. Si las coordenadas de $x$ respecto de la base $B'$ son $(1, -1, 1)$, entonces las coordenadas de $x$ respecto de $B$ son

a) $(1,0,1)$ b) $(1,0,-1)$ c) $(1,2,-1)$ d) $(0,0,1)$

7. Consideremos la aplicación lineal $f:\mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ definida por $f(x,y,z) = (x+y, x+z, 2x+y+z)$. Entonces
   a) La dimensión de la imagen de $f$ es 2.
   b) La dimensión del núcleo de $f$ es 2.
   c) $f$ es sobreyectiva.
   d) $f$ es inyectiva.
8. Consideremos los siguientes subespacios de $(\mathbb{Z}_5)^4$: $U_1 = \langle (1,1,2,0),(3,1,4,1)\rangle$, y $U_2 = \langle (0,1,0,3),(1,0,1,3)\rangle$. Una base de $U_1 \cap U_2$ es
   a) $\{(2,0,2,1)\}$
   b) $\{(1,1,2,0),(3,1,4,1),(0,1,0,3),(1,0,1,3)\}$
   c) $\{(1,1,2,0)\}$
   d) $\{(2,0,2,1),(1,0,1,3)\}$
9. Dada la matriz
$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_{3\times 3}(\mathbb{Z}_5),$$
   a) $A$ tiene dos valores propio de multiplicidades algebraicas 1 y 2 respectivamente.
   b) $A$ tiene tres valores propios.
   c) $A$ tiene un único valor propio de multiplicidad algebraica 3.
   d) $A$ tiene un único valor propio de multiplicidad algebraica 1.
10. Sea $V = \{a(x) \in \mathbb{Z}_3[x] \mid \text{el grado de } a(x) \text{ es menor o igual que } 2\}$. Entonces
   a) $V$ es un espacio vectorial sobre $\mathbb{Z}_3$ de dimensión 3.
   b) $V$ es un espacio vectorial sobre $\mathbb{Z}_3$ de dimensión 2.
   c) $V$ no es un espacio vectorial sobre $\mathbb{Z}_3$.
   d) $V$ es un espacio vectorial sobre $\mathbb{Z}_3$ de dimensión infinita.
11. La matriz
$$A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ \frac{-3}{2} & 1 & 0 \\ \frac{1}{2} & 0 & 1 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_3(\mathbb{Q})$$

representa un endomorfismo de $\mathbb{Q}^3$ en $\mathbb{Q}^3$. Una base de $\mathbb{Q}^3$ formada por vectores propios de $A$ es

a) $\{(0,1,1),(0,-1,1),(4,-3,1)\}$

b) $\{(0,4,1),(1,-1,1),(4,-3,1)\}$

c) $\{(0,1,1),(0,-1,1),(0,0,2)\}$

d) $\{(0,1,1),(0,-1,1),(1,-1,1)\}$

12. Sea $f : X \to Y$ una aplicación. Cual de las siguientes afirmaciones es falsa?

a) Si $f$ es inyectiva entonces $f_*$ es inyectiva.

b) Si $f$ es inyectiva entonces $f^*$ es inyectiva.

c) Si $f$ es sobreyectiva entonces $f_*$ es sobreyectiva.

d) Si $f$ es inyectiva entonces $f^*$ es sobreyectiva.