$$\begin{cases} 4x \equiv 1 \pmod{9} \\ 10x \equiv 4 \pmod{21} \\ 9x \equiv 13 \pmod{16} \\ 7x \equiv 4 \pmod{22} \end{cases}$$

Sistemas de ecuaciones en congruencias

$$\begin{cases} 4x \equiv 1 \pmod{9} \longleftarrow \\ 10x \equiv 4 \pmod{21} \\ 9x \equiv 13 \pmod{16} \\ 7x \equiv 4 \pmod{22} \end{cases}$$

$$4x \equiv 1 \pmod{9}$$

Sistemas de ecuaciones en congruencias

$$\begin{cases} 4x \equiv 1 \pmod{9} \longleftarrow \\ 10x \equiv 4 \pmod{21} \\ 9x \equiv 13 \pmod{16} \\ 7x \equiv 4 \pmod{22} \end{cases}$$

$$4x \equiv 1 \pmod{9}$$

$$\mathrm{mcd}(4,9) = 1$$

$$\begin{cases} 4x \equiv 1 \pmod{9} \longleftarrow \\ 10x \equiv 4 \pmod{21} \\ 9x \equiv 13 \pmod{16} \\ 7x \equiv 4 \pmod{22} \end{cases}$$

$$4x \equiv 1 \pmod{9}$$

$$\mathrm{mcd}(4, 9) = 1$$

La congruencia tiene solución.

Sistemas de ecuaciones en congruencias

$$\left\{\begin{array}{l} 4x \equiv 1 \pmod{9} \longleftarrow \\ 10x \equiv 4 \pmod{21} \\ 9x \equiv 13 \pmod{16} \\ 7x \equiv 4 \pmod{22} \end{array}\right.$$

$$4x \equiv 1 \pmod{9}$$

$$\mathrm{mcd}(4, 9) = 1$$

La congruencia tiene solución.

Calculamos el inverso de 4 módulo 9

Sistemas de ecuaciones en congruencias

$$\left\{\begin{aligned} 4x &\equiv 1 \pmod{9} \longleftarrow \\ 10x &\equiv 4 \pmod{21} \\ 9x &\equiv 13 \pmod{16} \\ 7x &\equiv 4 \pmod{22} \end{aligned}\right.$$

$$4x \equiv 1 \pmod{9}$$

$$\mathrm{mcd}(4, 9) = 1$$

La congruencia tiene solución.

Calculamos el inverso de 4 módulo 9

Dicho inverso vale 7

Sistemas de ecuaciones en congruencias

$$\left\{\begin{aligned} 4x &\equiv 1 \pmod{9} \longleftarrow \\ 10x &\equiv 4 \pmod{21} \\ 9x &\equiv 13 \pmod{16} \\ 7x &\equiv 4 \pmod{22} \end{aligned}\right.$$

$$4x \equiv 1 \pmod{9}$$

$$\operatorname{mcd}(4, 9) = 1$$

La congruencia tiene solución.

Calculamos el inverso de 4 módulo 9

Dicho inverso vale 7

Multiplicamos por 7

Sistemas de ecuaciones en congruencias

$$\begin{cases} 4x \equiv 1 \pmod{9} \longleftarrow \\ 10x \equiv 4 \pmod{21} \\ 9x \equiv 13 \pmod{16} \\ 7x \equiv 4 \pmod{22} \end{cases}$$

$$\operatorname{mcd}(4,9) = 1$$

La congruencia tiene solución.

Calculamos el inverso de 4 módulo 9

Dicho inverso vale 7

Multiplicamos por 7

$$4x \equiv 1 \pmod{9}$$

$$x \equiv 7 \pmod{9}$$

Sistemas de ecuaciones en congruencias

$$\begin{cases} 4x \equiv 1 \pmod{9} \longleftarrow \\ 10x \equiv 4 \pmod{21} \\ 9x \equiv 13 \pmod{16} \\ 7x \equiv 4 \pmod{22} \end{cases}$$

$$4x \equiv 1 \pmod{9}$$
$$x \equiv 7 \pmod{9}$$

Luego la solución es

Sistemas de ecuaciones en congruencias

$$\begin{cases} 4x \equiv 1 \pmod{9} \longleftarrow \\ 10x \equiv 4 \pmod{21} \\ 9x \equiv 13 \pmod{16} \\ 7x \equiv 4 \pmod{22} \end{cases}$$

$$4x \equiv 1 \pmod{9}$$
$$x \equiv 7 \pmod{9}$$
$$x = 7 + 9k_1 : \ k_1 \in \mathbb{Z}$$

Luego la solución es

Sistemas de ecuaciones en congruencias

$$x = 7 + 9k_1$$

$$\begin{cases} 10x \equiv 4 \pmod{21} \\ 9x \equiv 13 \pmod{16} \\ 7x \equiv 4 \pmod{22} \end{cases}$$

Sistemas de ecuaciones en congruencias

$$x = 7 + 9k_1$$

$$\begin{cases} 10x \equiv 4 \pmod{21} \longleftarrow \\ 9x \equiv 13 \pmod{16} \\ 7x \equiv 4 \pmod{22} \end{cases}$$

Sustituimos x en la segunda congruencia

$$x = 7 + 9k_1$$

$$\begin{cases} 10x \equiv 4 \pmod{21} \longleftarrow \\ 9x \equiv 13 \pmod{16} \\ 7x \equiv 4 \pmod{22} \end{cases}$$

$$10(7 + 9k_1) \equiv 4 \pmod{21}$$

Sustituimos x en la segunda congruencia

Sistemas de ecuaciones en congruencias

$$x = 7 + 9k_1$$

$$\begin{cases} 10x \equiv 4 \pmod{21} \longleftarrow \\ 9x \equiv 13 \pmod{16} \\ 7x \equiv 4 \pmod{22} \end{cases}$$

$$10(7 + 9k_1) \equiv 4 \pmod{21}$$

Operamos y reducimos módulo 21

Sistemas de ecuaciones en congruencias

$$x = 7 + 9k_1$$

$$\begin{cases} 10x \equiv 4 \pmod{21} \longleftarrow \\ 9x \equiv 13 \pmod{16} \\ 7x \equiv 4 \pmod{22} \end{cases}$$

$$10(7 + 9k_1) \equiv 4 \pmod{21}$$
$$70 + 90k_1 \equiv 4 \pmod{21}$$

Operamos y reducimos módulo 21

Sistemas de ecuaciones en congruencias

$$x = 7 + 9k_1$$

$$\begin{cases} 10x \equiv 4 \pmod{21} \longleftarrow \\ 9x \equiv 13 \pmod{16} \\ 7x \equiv 4 \pmod{22} \end{cases}$$

$$10(7 + 9k_1) \equiv 4 \pmod{21}$$
$$70 + 90k_1 \equiv 4 \pmod{21}$$
$$90k_1 \equiv -66 \pmod{21}$$

Operamos y reducimos módulo 21

Sistemas de ecuaciones en congruencias

$$x = 7 + 9k_1$$

$$\begin{cases} 10x \equiv 4 \pmod{21} \longleftarrow \\ 9x \equiv 13 \pmod{16} \\ 7x \equiv 4 \pmod{22} \end{cases}$$

$$10(7 + 9k_1) \equiv 4 \pmod{21}$$
$$70 + 90k_1 \equiv 4 \pmod{21}$$
$$90k_1 \equiv -66 \pmod{21}$$
$$6k_1 \equiv 18 \pmod{21}$$

Operamos y reducimos módulo 21

Sistemas de ecuaciones en congruencias

$$x = 7 + 9k_1$$

$$\begin{cases} 10x \equiv 4 \pmod{21} \longleftarrow \\ 9x \equiv 13 \pmod{16} \\ 7x \equiv 4 \pmod{22} \end{cases}$$

$$\operatorname{mcd}(6, 21) = 3$$

$$10(7 + 9k_1) \equiv 4 \pmod{21}$$
$$70 + 90k_1 \equiv 4 \pmod{21}$$
$$90k_1 \equiv -66 \pmod{21}$$
$$6k_1 \equiv 18 \pmod{21}$$

Sistemas de ecuaciones en congruencias

$$x = 7 + 9k_1$$

$$\begin{cases} 10x \equiv 4 \pmod{21} \longleftarrow \\ 9x \equiv 13 \pmod{16} \\ 7x \equiv 4 \pmod{22} \end{cases}$$

$$\mathrm{mcd}(6, 21) = 3$$

3 es divisor de 18

$$10(7 + 9k_1) \equiv 4 \pmod{21}$$
$$70 + 90k_1 \equiv 4 \pmod{21}$$
$$90k_1 \equiv -66 \pmod{21}$$
$$6k_1 \equiv 18 \pmod{21}$$

Sistemas de ecuaciones en congruencias

$$x = 7 + 9k_1$$

$$\begin{cases} 10x \equiv 4 \pmod{21} \longleftarrow \\ 9x \equiv 13 \pmod{16} \\ 7x \equiv 4 \pmod{22} \end{cases}$$

$$10(7 + 9k_1) \equiv 4 \pmod{21}$$
$$70 + 90k_1 \equiv 4 \pmod{21}$$
$$90k_1 \equiv -66 \pmod{21}$$
$$6k_1 \equiv 18 \pmod{21}$$

$$\mathrm{mcd}(6, 21) = 3$$

3 es divisor de 18

La congruencia tiene solución.

Sistemas de ecuaciones en congruencias

$$x = 7 + 9k_1$$

$$\begin{cases} 10x \equiv 4 \pmod{21} \longleftarrow \\ 9x \equiv 13 \pmod{16} \\ 7x \equiv 4 \pmod{22} \end{cases}$$

$$10(7 + 9k_1) \equiv 4 \pmod{21}$$
$$70 + 90k_1 \equiv 4 \pmod{21}$$
$$90k_1 \equiv -66 \pmod{21}$$
$$6k_1 \equiv 18 \pmod{21}$$

$$\operatorname{mcd}(6, 21) = 3$$

3 es divisor de 18

La congruencia tiene solución.

Dividimos todo por 3

$$x = 7 + 9k_1$$

$$\begin{cases} 10x \equiv 4 \pmod{21} \longleftarrow \\ 9x \equiv 13 \pmod{16} \\ 7x \equiv 4 \pmod{22} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 10(7+9k_1) &\equiv 4 \pmod{21} \\ 70 + 90k_1 &\equiv 4 \pmod{21} \\ 90k_1 &\equiv -66 \pmod{21} \\ 6k_1 &\equiv 18 \pmod{21} \\ 2k_1 &\equiv 6 \pmod{7} \end{aligned}$$

$$\mathrm{mcd}(6, 21) = 3$$

3 es divisor de 18

La congruencia tiene solución.

Dividimos todo por 3

Sistemas de ecuaciones en congruencias

$$x = 7 + 9k_1$$

$$\begin{cases} 10x \equiv 4 \pmod{21} \longleftarrow \\ 9x \equiv 13 \pmod{16} \\ 7x \equiv 4 \pmod{22} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 10(7 + 9k_1) &\equiv 4 \pmod{21} \\ 70 + 90k_1 &\equiv 4 \pmod{21} \\ 90k_1 &\equiv -66 \pmod{21} \\ 6k_1 &\equiv 18 \pmod{21} \\ 2k_1 &\equiv 6 \pmod{7} \end{aligned}$$

Calculamos el inverso de 2 módulo 7

Sistemas de ecuaciones en congruencias

$$x = 7 + 9k_1$$

$$\begin{cases} 10x \equiv 4 \pmod{21} \longleftarrow \\ 9x \equiv 13 \pmod{16} \\ 7x \equiv 4 \pmod{22} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 10(7+9k_1) &\equiv 4 \pmod{21} \\ 70 + 90k_1 &\equiv 4 \pmod{21} \\ 90k_1 &\equiv -66 \pmod{21} \\ 6k_1 &\equiv 18 \pmod{21} \\ 2k_1 &\equiv 6 \pmod{7} \end{aligned}$$

Calculamos el inverso de 2 módulo 7

El inverso vale 4

Sistemas de ecuaciones en congruencias

$$x = 7 + 9k_1$$

$$\left\{\begin{array}{l} 10x \equiv 4 \pmod{21} \longleftarrow \\ 9x \equiv 13 \pmod{16} \\ 7x \equiv 4 \pmod{22} \end{array}\right.$$

$$\begin{aligned} 10(7 + 9k_1) &\equiv 4 \pmod{21} \\ 70 + 90k_1 &\equiv 4 \pmod{21} \\ 90k_1 &\equiv -66 \pmod{21} \\ 6k_1 &\equiv 18 \pmod{21} \\ 2k_1 &\equiv 6 \pmod{7} \end{aligned}$$

Calculamos el inverso de 2 módulo 7

El inverso vale 4

Multiplicamos por 4

Sistemas de ecuaciones en congruencias

$$x = 7 + 9k_1$$

$$\begin{cases} 10x \equiv 4 \pmod{21} \longleftarrow \\ 9x \equiv 13 \pmod{16} \\ 7x \equiv 4 \pmod{22} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 10(7 + 9k_1) &\equiv 4 \pmod{21} \\ 70 + 90k_1 &\equiv 4 \pmod{21} \\ 90k_1 &\equiv -66 \pmod{21} \\ 6k_1 &\equiv 18 \pmod{21} \\ 2k_1 &\equiv 6 \pmod{7} \\ k_1 &\equiv 6 \cdot 4 \pmod{7} \end{aligned}$$

Calculamos el inverso de 2 módulo 7

El inverso vale 4

Multiplicamos por 4

$$x = 7 + 9k_1$$

$$\begin{cases} 10x \equiv 4 \pmod{21} \longleftarrow \\ 9x \equiv 13 \pmod{16} \\ 7x \equiv 4 \pmod{22} \end{cases}$$

Reducimos módulo 7

$$\begin{aligned} 10(7 + 9k_1) &\equiv 4 \pmod{21} \\ 70 + 90k_1 &\equiv 4 \pmod{21} \\ 90k_1 &\equiv -66 \pmod{21} \\ 6k_1 &\equiv 18 \pmod{21} \\ 2k_1 &\equiv 6 \pmod{7} \\ k_1 &\equiv 6 \cdot 4 \pmod{7} \end{aligned}$$

Sistemas de ecuaciones en congruencias

$$x = 7 + 9k_1$$

$$\begin{cases} 10x \equiv 4 \pmod{21} \longleftarrow \\ 9x \equiv 13 \pmod{16} \\ 7x \equiv 4 \pmod{22} \end{cases}$$

Reducimos módulo 7

$$\begin{aligned} 10(7+9k_1) &\equiv 4 \pmod{21} \\ 70 + 90k_1 &\equiv 4 \pmod{21} \\ 90k_1 &\equiv -66 \pmod{21} \\ 6k_1 &\equiv 18 \pmod{21} \\ 2k_1 &\equiv 6 \pmod{7} \\ k_1 &\equiv 6 \cdot 4 \pmod{7} \\ k_1 &\equiv 3 \pmod{7} \end{aligned}$$

Sistemas de ecuaciones en congruencias

$$x = 7 + 9k_1$$

$$\begin{cases} 10x \equiv 4 \pmod{21} \longleftarrow \\ 9x \equiv 13 \pmod{16} \\ 7x \equiv 4 \pmod{22} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 10(7 + 9k_1) &\equiv 4 \pmod{21} \\ 70 + 90k_1 &\equiv 4 \pmod{21} \\ 90k_1 &\equiv -66 \pmod{21} \\ 6k_1 &\equiv 18 \pmod{21} \\ 2k_1 &\equiv 6 \pmod{7} \\ k_1 &\equiv 6 \cdot 4 \pmod{7} \\ k_1 &\equiv 3 \pmod{7} \end{aligned}$$

Luego la solución es

Sistemas de ecuaciones en congruencias

$$x = 7 + 9k_1$$

$$\begin{cases} 10x \equiv 4 \pmod{21} \longleftarrow \\ 9x \equiv 13 \pmod{16} \\ 7x \equiv 4 \pmod{22} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 10(7+9k_1) &\equiv 4 \pmod{21} \\ 70 + 90k_1 &\equiv 4 \pmod{21} \\ 90k_1 &\equiv -66 \pmod{21} \\ 6k_1 &\equiv 18 \pmod{21} \\ 2k_1 &\equiv 6 \pmod{7} \\ k_1 &\equiv 6 \cdot 4 \pmod{7} \\ k_1 &\equiv 3 \pmod{7} \\ k_1 &= 3 + 7k_2 \end{aligned}$$

Luego la solución es

Sistemas de ecuaciones en congruencias

$$x = 7 + 9k_1$$

$$\begin{cases} 10x \equiv 4 \pmod{21} \longleftarrow \\ 9x \equiv 13 \pmod{16} \\ 7x \equiv 4 \pmod{22} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 10(7+9k_1) &\equiv 4 \pmod{21} \\ 70 + 90k_1 &\equiv 4 \pmod{21} \\ 90k_1 &\equiv -66 \pmod{21} \\ 6k_1 &\equiv 18 \pmod{21} \\ 2k_1 &\equiv 6 \pmod{7} \\ k_1 &\equiv 6 \cdot 4 \pmod{7} \\ k_1 &\equiv 3 \pmod{7} \\ k_1 &= 3 + 7k_2 \end{aligned}$$

Sustituimos k_1 en x

Sistemas de ecuaciones en congruencias

$$x = 7 + 9k_1$$

$$\begin{cases} 10x \equiv 4 \pmod{21} \longleftarrow \\ 9x \equiv 13 \pmod{16} \\ 7x \equiv 4 \pmod{22} \end{cases}$$

Sustituimos k_1 en x

$$\begin{gathered}
10(7 + 9k_1) \equiv 4 \pmod{21} \\
70 + 90k_1 \equiv 4 \pmod{21} \\
90k_1 \equiv -66 \pmod{21} \\
6k_1 \equiv 18 \pmod{21} \\
2k_1 \equiv 6 \pmod{7} \\
k_1 \equiv 6 \cdot 4 \pmod{7} \\
k_1 \equiv 3 \pmod{7} \\
k_1 = 3 + 7k_2 \\
x = 7 + 9(3 + 7k_2)
\end{gathered}$$

Sistemas de ecuaciones en congruencias

$$x = 7 + 9k_1$$

$$\begin{cases} 10x \equiv 4 \pmod{21} \longleftarrow \\ 9x \equiv 13 \pmod{16} \\ 7x \equiv 4 \pmod{22} \end{cases}$$

Y operamos

$$10(7 + 9k_1) \equiv 4 \pmod{21}$$
$$70 + 90k_1 \equiv 4 \pmod{21}$$
$$90k_1 \equiv -66 \pmod{21}$$
$$6k_1 \equiv 18 \pmod{21}$$
$$2k_1 \equiv 6 \pmod{7}$$
$$k_1 \equiv 6 \cdot 4 \pmod{7}$$
$$k_1 \equiv 3 \pmod{7}$$
$$k_1 = 3 + 7k_2$$
$$x = 7 + 9(3 + 7k_2)$$

Sistemas de ecuaciones en congruencias

$$x = 7 + 9k_1$$

$$\begin{cases} 10x \equiv 4 \pmod{21} \longleftarrow \\ 9x \equiv 13 \pmod{16} \\ 7x \equiv 4 \pmod{22} \end{cases}$$

Y operamos

$$\begin{aligned}
10(7 + 9k_1) &\equiv 4 \pmod{21} \\
70 + 90k_1 &\equiv 4 \pmod{21} \\
90k_1 &\equiv -66 \pmod{21} \\
6k_1 &\equiv 18 \pmod{21} \\
2k_1 &\equiv 6 \pmod{7} \\
k_1 &\equiv 6 \cdot 4 \pmod{7} \\
k_1 &\equiv 3 \pmod{7} \\
k_1 &= 3 + 7k_2 \\
x &= 7 + 9(3 + 7k_2) \\
x &= 34 + 63k_2
\end{aligned}$$

Sistemas de ecuaciones en congruencias

$$x = 7 + 9k_1$$

$$\begin{cases} 10x \equiv 4 \pmod{21} \longleftarrow \\ 9x \equiv 13 \pmod{16} \\ 7x \equiv 4 \pmod{22} \end{cases}$$

Y esta es la solución
de las dos primeras congruencias.

$$\begin{aligned}
10(7 + 9k_1) &\equiv 4 \pmod{21} \\
70 + 90k_1 &\equiv 4 \pmod{21} \\
90k_1 &\equiv -66 \pmod{21} \\
6k_1 &\equiv 18 \pmod{21} \\
2k_1 &\equiv 6 \pmod{7} \\
k_1 &\equiv 6 \cdot 4 \pmod{7} \\
k_1 &\equiv 3 \pmod{7} \\
k_1 &= 3 + 7k_2 \\
x &= 7 + 9(3 + 7k_2) \\
x &= 34 + 63k_2
\end{aligned}$$

Sistemas de ecuaciones en congruencias

$$x = 7 + 9k_1$$

$$\begin{cases} 10x \equiv 4 \pmod{21} \longleftarrow \\ 9x \equiv 13 \pmod{16} \\ 7x \equiv 4 \pmod{22} \end{cases}$$

Y esta es la solución

de las dos primeras congruencias.

$$x = 34 + 63k_2 : \; k_2 \in \mathbb{Z}$$

$$\begin{aligned} 10(7 + 9k_1) &\equiv 4 \pmod{21} \\ 70 + 90k_1 &\equiv 4 \pmod{21} \\ 90k_1 &\equiv -66 \pmod{21} \\ 6k_1 &\equiv 18 \pmod{21} \\ 2k_1 &\equiv 6 \pmod{7} \\ k_1 &\equiv 6 \cdot 4 \pmod{7} \\ k_1 &\equiv 3 \pmod{7} \\ k_1 &= 3 + 7k_2 \\ x &= 7 + 9(3 + 7k_2) \\ x &= 34 + 63k_2 \end{aligned}$$

Sistemas de ecuaciones en congruencias

$$x = 34 + 63k_2$$

$$\begin{cases} 9x \equiv 13 \pmod{16} \\ 7x \equiv 4 \pmod{22} \end{cases}$$

Sistemas de ecuaciones en congruencias

$$x = 34 + 63k_2$$

$$\begin{cases} 9x \equiv 13 \pmod{16} \longleftarrow \\ 7x \equiv 4 \pmod{22} \end{cases}$$

Sustituimos x en la tercera congruencia

Sistemas de ecuaciones en congruencias

$$x = 34 + 63k_2$$

$$\begin{cases} 9x \equiv 13 \pmod{16} \longleftarrow \\ 7x \equiv 4 \pmod{22} \end{cases}$$

$$9(34 + 63k_2) \equiv 13 \pmod{16}$$

Sustituimos x en la tercera congruencia

$$x = 34 + 63k_2$$

$$\begin{cases} 9x \equiv 13 \pmod{16} \longleftarrow \\ 7x \equiv 4 \pmod{22} \end{cases}$$

Operamos

$$9(34 + 63k_2) \equiv 13 \pmod{16}$$

$$x = 34 + 63k_2$$

$$\begin{cases} 9x \equiv 13 \pmod{16} \longleftarrow \\ 7x \equiv 4 \pmod{22} \end{cases}$$

Operamos

$$9(34 + 63k_2) \equiv 13 \pmod{16}$$
$$306 + 567k_2 \equiv 13 \pmod{16}$$

$$x = 34 + 63k_2$$

$$\begin{cases} 9x \equiv 13 \pmod{16} \longleftarrow \\ 7x \equiv 4 \pmod{22} \end{cases}$$

Operamos

$$9(34 + 63k_2) \equiv 13 \pmod{16}$$
$$306 + 567k_2 \equiv 13 \pmod{16}$$
$$567k_2 \equiv -293 \pmod{16}$$

Sistemas de ecuaciones en congruencias

$$x = 34 + 63k_2$$

$$\begin{cases} 9x \equiv 13 \pmod{16} \longleftarrow \\ 7x \equiv 4 \pmod{22} \end{cases}$$

Reducimos módulo 16

$$9(34 + 63k_2) \equiv 13 \pmod{16}$$
$$306 + 567k_2 \equiv 13 \pmod{16}$$
$$567k_2 \equiv -293 \pmod{16}$$

Sistemas de ecuaciones en congruencias

$$x = 34 + 63k_2$$

$$\begin{cases} 9x \equiv 13 \pmod{16} \longleftarrow \\ 7x \equiv 4 \pmod{22} \end{cases}$$

Reducimos módulo 16

$$567 = 16 \cdot 35 + 7$$

$$-293 = 16 \cdot (-19) + 11$$

$$9(34 + 63k_2) \equiv 13 \pmod{16}$$

$$306 + 567k_2 \equiv 13 \pmod{16}$$

$$567k_2 \equiv -293 \pmod{16}$$

Sistemas de ecuaciones en congruencias

$$x = 34 + 63k_2$$

$$\begin{cases} 9x \equiv 13 \pmod{16} \longleftarrow \\ 7x \equiv 4 \pmod{22} \end{cases}$$

$$9(34 + 63k_2) \equiv 13 \pmod{16}$$
$$306 + 567k_2 \equiv 13 \pmod{16}$$
$$567k_2 \equiv -293 \pmod{16}$$
$$7k_2 \equiv 11 \pmod{16}$$

Reducimos módulo 16

$$567 = 16 \cdot 35 + 7$$
$$-293 = 16 \cdot (-19) + 11$$

Sistemas de ecuaciones en congruencias

$$x = 34 + 63k_2$$

$$\begin{cases} 9x \equiv 13 \pmod{16} \longleftarrow \\ 7x \equiv 4 \pmod{22} \end{cases}$$

$$\mathrm{mcd}(7, 16) = 1$$

$$9(34 + 63k_2) \equiv 13 \pmod{16}$$

$$306 + 567k_2 \equiv 13 \pmod{16}$$

$$567k_2 \equiv -293 \pmod{16}$$

$$7k_2 \equiv 11 \pmod{16}$$

Sistemas de ecuaciones en congruencias

$$x = 34 + 63k_2$$

$$\begin{cases} 9x \equiv 13 \pmod{16} \longleftarrow \\ 7x \equiv 4 \pmod{22} \end{cases}$$

$$\operatorname{mcd}(7, 16) = 1$$

La congruencia tiene solución.

$$9(34 + 63k_2) \equiv 13 \pmod{16}$$
$$306 + 567k_2 \equiv 13 \pmod{16}$$
$$567k_2 \equiv -293 \pmod{16}$$
$$7k_2 \equiv 11 \pmod{16}$$

Sistemas de ecuaciones en congruencias

$$x = 34 + 63k_2$$

$$\begin{cases} 9x \equiv 13 \pmod{16} \longleftarrow \\ 7x \equiv 4 \pmod{22} \end{cases}$$

$$\operatorname{mcd}(7, 16) = 1$$

La congruencia tiene solución.

Calculamos el inverso de 7 módulo 16

$$9(34 + 63k_2) \equiv 13 \pmod{16}$$
$$306 + 567k_2 \equiv 13 \pmod{16}$$
$$567k_2 \equiv -293 \pmod{16}$$
$$7k_2 \equiv 11 \pmod{16}$$

Sistemas de ecuaciones en congruencias

$$x = 34 + 63k_2$$

$$\begin{cases} 9x \equiv 13 \pmod{16} \longleftarrow \\ 7x \equiv 4 \pmod{22} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 9(34 + 63k_2) &\equiv 13 \pmod{16} \\ 306 + 567k_2 &\equiv 13 \pmod{16} \\ 567k_2 &\equiv -293 \pmod{16} \\ 7k_2 &\equiv 11 \pmod{16} \end{aligned}$$

$$\operatorname{mcd}(7, 16) = 1$$

La congruencia tiene solución.

Calculamos el inverso de 7 módulo 16

Dicho inverso vale 7

Sistemas de ecuaciones en congruencias

$$x = 34 + 63k_2$$

$$\begin{cases} 9x \equiv 13 \pmod{16} \longleftarrow \\ 7x \equiv 4 \pmod{22} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 9(34 + 63k_2) &\equiv 13 \pmod{16} \\ 306 + 567k_2 &\equiv 13 \pmod{16} \\ 567k_2 &\equiv -293 \pmod{16} \\ 7k_2 &\equiv 11 \pmod{16} \end{aligned}$$

$$\mathrm{mcd}(7, 16) = 1$$

La congruencia tiene solución.

Calculamos el inverso de 7 módulo 16

Dicho inverso vale 7

Multiplicamos por 7

$$x = 34 + 63k_2$$

$$\begin{cases} 9x \equiv 13 \pmod{16} \longleftarrow \\ 7x \equiv 4 \pmod{22} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 9(34 + 63k_2) &\equiv 13 \pmod{16} \\ 306 + 567k_2 &\equiv 13 \pmod{16} \\ 567k_2 &\equiv -293 \pmod{16} \\ 7k_2 &\equiv 11 \pmod{16} \\ k_2 &\equiv 11 \cdot 7 \pmod{16} \end{aligned}$$

$$\operatorname{mcd}(7, 16) = 1$$

La congruencia tiene solución.

Calculamos el inverso de 7 módulo 16

Dicho inverso vale 7

Multiplicamos por 7

Sistemas de ecuaciones en congruencias

$$x = 34 + 63k_2$$

$$\begin{cases} 9x \equiv 13 \pmod{16} \longleftarrow \\ 7x \equiv 4 \pmod{22} \end{cases}$$

Reducimos módulo 16

$$\begin{aligned} 9(34 + 63k_2) &\equiv 13 \pmod{16} \\ 306 + 567k_2 &\equiv 13 \pmod{16} \\ 567k_2 &\equiv -293 \pmod{16} \\ 7k_2 &\equiv 11 \pmod{16} \\ k_2 &\equiv 11 \cdot 7 \pmod{16} \end{aligned}$$

$$x = 34 + 63k_2$$

$$\begin{cases} 9x \equiv 13 \pmod{16} \longleftarrow \\ 7x \equiv 4 \pmod{22} \end{cases}$$

Reducimos módulo 16

$$\begin{aligned} 9(34 + 63k_2) &\equiv 13 \pmod{16} \\ 306 + 567k_2 &\equiv 13 \pmod{16} \\ 567k_2 &\equiv -293 \pmod{16} \\ 7k_2 &\equiv 11 \pmod{16} \\ k_2 &\equiv 11 \cdot 7 \pmod{16} \\ k_2 &\equiv 13 \pmod{16} \end{aligned}$$

Sistemas de ecuaciones en congruencias

$$x = 34 + 63k_2$$

$$\begin{cases} 9x \equiv 13 \pmod{16} \longleftarrow \\ 7x \equiv 4 \pmod{22} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 9(34 + 63k_2) &\equiv 13 \pmod{16} \\ 306 + 567k_2 &\equiv 13 \pmod{16} \\ 567k_2 &\equiv -293 \pmod{16} \\ 7k_2 &\equiv 11 \pmod{16} \\ k_2 &\equiv 11 \cdot 7 \pmod{16} \end{aligned}$$

Luego la solución es

$$x = 34 + 63k_2$$

$$\begin{cases} 9x \equiv 13 \pmod{16} \longleftarrow \\ 7x \equiv 4 \pmod{22} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 9(34 + 63k_2) &\equiv 13 \pmod{16} \\ 306 + 567k_2 &\equiv 13 \pmod{16} \\ 567k_2 &\equiv -293 \pmod{16} \\ 7k_2 &\equiv 11 \pmod{16} \\ k_2 &\equiv 11 \cdot 7 \pmod{16} \\ k_2 &= 13 + 16k_3 \end{aligned}$$

Luego la solución es

$$x = 34 + 63k_2$$

$$\begin{cases} 9x \equiv 13 \pmod{16} \longleftarrow \\ 7x \equiv 4 \pmod{22} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 9(34 + 63k_2) &\equiv 13 \pmod{16} \\ 306 + 567k_2 &\equiv 13 \pmod{16} \\ 567k_2 &\equiv -293 \pmod{16} \\ 7k_2 &\equiv 11 \pmod{16} \\ k_2 &\equiv 11 \cdot 7 \pmod{16} \\ k_2 &= 13 + 16k_3 \end{aligned}$$

Sustituimos k_2 en x

$$x = 34 + 63k_2$$

$$\begin{cases} 9x \equiv 13 \pmod{16} \longleftarrow \\ 7x \equiv 4 \pmod{22} \end{cases}$$

Sustituimos k_2 en x

$$9(34 + 63k_2) \equiv 13 \pmod{16}$$
$$306 + 567k_2 \equiv 13 \pmod{16}$$
$$567k_2 \equiv -293 \pmod{16}$$
$$7k_2 \equiv 11 \pmod{16}$$
$$k_2 \equiv 11 \cdot 7 \pmod{16}$$
$$k_2 = 13 + 16k_3$$
$$x = 34 + 63(13 + 16k_3)$$

Sistemas de ecuaciones en congruencias

$$x = 34 + 63k_2$$

$$\begin{cases} 9x \equiv 13 \pmod{16} \longleftarrow \\ 7x \equiv 4 \pmod{22} \end{cases}$$

Y operamos

$$9(34 + 63k_2) \equiv 13 \pmod{16}$$
$$306 + 567k_2 \equiv 13 \pmod{16}$$
$$567k_2 \equiv -293 \pmod{16}$$
$$7k_2 \equiv 11 \pmod{16}$$
$$k_2 \equiv 11 \cdot 7 \pmod{16}$$
$$k_2 = 13 + 16k_3$$
$$x = 34 + 63(13 + 16k_3)$$

Sistemas de ecuaciones en congruencias

$$x = 34 + 63k_2$$

$$\begin{cases} 9x \equiv 13 \pmod{16} \longleftarrow \\ 7x \equiv 4 \pmod{22} \end{cases}$$

Y operamos

$$9(34 + 63k_2) \equiv 13 \pmod{16}$$
$$306 + 567k_2 \equiv 13 \pmod{16}$$
$$567k_2 \equiv -293 \pmod{16}$$
$$7k_2 \equiv 11 \pmod{16}$$
$$k_2 \equiv 11 \cdot 7 \pmod{16}$$
$$k_2 = 13 + 16k_3$$
$$x = 34 + 63(13 + 16k_3)$$
$$x = 853 + 1008k_3$$

Sistemas de ecuaciones en congruencias

$$x = 34 + 63k_2$$

$$\begin{cases} 9x \equiv 13 \pmod{16} \longleftarrow \\ 7x \equiv 4 \pmod{22} \end{cases}$$

Y esta es la solución
de las tres primeras congruencias.

$$\begin{gathered} 9(34 + 63k_2) \equiv 13 \pmod{16} \\ 306 + 567k_2 \equiv 13 \pmod{16} \\ 567k_2 \equiv -293 \pmod{16} \\ 7k_2 \equiv 11 \pmod{16} \\ k_2 \equiv 11 \cdot 7 \pmod{16} \\ k_2 = 13 + 16k_3 \\ x = 34 + 63(13 + 16k_3) \\ x = 853 + 1008k_3 \end{gathered}$$

$$x = 34 + 63k_2$$

$$\begin{cases} 9x \equiv 13 \pmod{16} \longleftarrow \\ 7x \equiv 4 \pmod{22} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 9(34 + 63k_2) &\equiv 13 \pmod{16} \\ 306 + 567k_2 &\equiv 13 \pmod{16} \\ 567k_2 &\equiv -293 \pmod{16} \\ 7k_2 &\equiv 11 \pmod{16} \\ k_2 &\equiv 11 \cdot 7 \pmod{16} \\ k_2 &= 13 + 16k_3 \\ x &= 34 + 63(13 + 16k_3) \\ x &= 853 + 1008k_3 \end{aligned}$$

Y esta es la solución

de las tres primeras congruencias.

$$x = 853 + 1008k_3 : \; k_3 \in \mathbb{Z}$$

Sistemas de ecuaciones en congruencias

$$x = 853 + 1008k_3$$

$$\left\{ 7x \equiv 4 \pmod{22} \right.$$

Sistemas de ecuaciones en congruencias

$$x = 853 + 1008k_3$$

$$\left\{ 7x \equiv 4 \pmod{22} \right. \longleftarrow$$

Sustituimos x en la cuarta congruencia

Sistemas de ecuaciones en congruencias

$$x = 853 + 1008k_3$$

$$\left\{ 7x \equiv 4 \pmod{22} \longleftarrow \right.$$

$$7(853 + 1008k_3) \equiv 4 \pmod{22}$$

Sustituimos x en la cuarta congruencia

Sistemas de ecuaciones en congruencias

$$x = 853 + 1008k_3$$

$$\left\{ 7x \equiv 4 \pmod{22} \longleftarrow \right.$$

Operamos

$$7(853 + 1008k_3) \equiv 4 \pmod{22}$$

Sistemas de ecuaciones en congruencias

$$x = 853 + 1008k_3$$

$$\left\{ 7x \equiv 4 \pmod{22} \longleftarrow \right.$$

Operamos

$$7(853 + 1008k_3) \equiv 4 \pmod{22}$$

$$5971 + 7056k_3 \equiv 4 \pmod{22}$$

Sistemas de ecuaciones en congruencias

$$x = 853 + 1008k_3$$

$$\left\{ 7x \equiv 4 \pmod{22} \longleftarrow \right.$$

Operamos

$$7(853 + 1008k_3) \equiv 4 \pmod{22}$$
$$5971 + 7056k_3 \equiv 4 \pmod{22}$$
$$7056k_3 \equiv -5967 \pmod{22}$$

$$x = 853 + 1008k_3$$

$$\left\{ 7x \equiv 4 \pmod{22} \longleftarrow \right.$$

Reducimos módulo 22

$$7(853 + 1008k_3) \equiv 4 \pmod{22}$$
$$5971 + 7056k_3 \equiv 4 \pmod{22}$$
$$7056k_3 \equiv -5967 \pmod{22}$$

Sistemas de ecuaciones en congruencias

$$x = 853 + 1008k_3$$

$$\left\{ 7x \equiv 4 \pmod{22} \longleftarrow \right.$$

Reducimos módulo 22

$$7056 = 22 \cdot 320 + 16$$

$$-5967 = 22 \cdot (-272) + 17$$

$$7(853 + 1008k_3) \equiv 4 \pmod{22}$$

$$5971 + 7056k_3 \equiv 4 \pmod{22}$$

$$7056k_3 \equiv -5967 \pmod{22}$$

Sistemas de ecuaciones en congruencias

$$x = 853 + 1008k_3$$

$$\left\{ 7x \equiv 4 \pmod{22} \longleftarrow \right.$$

Reducimos módulo 22

$$7056 = 22 \cdot 320 + 16$$

$$-5967 = 22 \cdot (-272) + 17$$

$$7(853 + 1008k_3) \equiv 4 \pmod{22}$$

$$5971 + 7056k_3 \equiv 4 \pmod{22}$$

$$7056k_3 \equiv -5967 \pmod{22}$$

$$16k_3 \equiv 17 \pmod{22}$$

Sistemas de ecuaciones en congruencias

$$x = 853 + 1008k_3$$

$$\left\{ 7x \equiv 4 \pmod{22} \longleftarrow \right.$$

$$\mathrm{mcd}(16, 22) = 2$$

$$\begin{aligned} 7(853 + 1008k_3) &\equiv 4 \pmod{22} \\ 5971 + 7056k_3 &\equiv 4 \pmod{22} \\ 7056k_3 &\equiv -5967 \pmod{22} \\ 16k_3 &\equiv 17 \pmod{22} \end{aligned}$$

Sistemas de ecuaciones en congruencias

$$x = 853 + 1008k_3$$

$$\left\{ 7x \equiv 4 \pmod{22} \longleftarrow \right.$$

$$\begin{aligned} 7(853 + 1008k_3) &\equiv 4 \pmod{22} \\ 5971 + 7056k_3 &\equiv 4 \pmod{22} \\ 7056k_3 &\equiv -5967 \pmod{22} \\ 16k_3 &\equiv 17 \pmod{22} \end{aligned}$$

$$\operatorname{mcd}(16, 22) = 2$$

2 no es divisor de 17

Sistemas de ecuaciones en congruencias

$$x = 853 + 1008k_3$$

$$\left\{ 7x \equiv 4 \pmod{22} \longleftarrow \right.$$

$$7(853 + 1008k_3) \equiv 4 \pmod{22}$$
$$5971 + 7056k_3 \equiv 4 \pmod{22}$$
$$7056k_3 \equiv -5967 \pmod{22}$$
$$16k_3 \equiv 17 \pmod{22}$$

$$\text{mcd}(16, 22) = 2$$

2 no es divisor de 17

La congruencia no tiene solución

Sistemas de ecuaciones en congruencias

$$\begin{cases} 4x \equiv 1 \pmod{9} \\ 10x \equiv 4 \pmod{21} \\ 9x \equiv 13 \pmod{16} \\ 7x \equiv 4 \pmod{22} \end{cases}$$

El sistema no tiene solución.