# Tipos de ejercicios

# Densidad de carga

En los ejercicios D.1, D.2, D.3 y D.4, la carga total almacenada es q.

D.1 — Calcule la densidad de carga  $(\rho)$  en las siguientes figuras.















D.2 — Calcule la densidad superficial de carga ( $\sigma$ ) en las siguientes figuras.











D.3 — Calcule la densidad superficial de carga ( $\sigma$ ) en la figuras del problema D.1.

D.4 — Calcule la densidad lineal de carga ( $\lambda$ ) en las siguientes figuras.







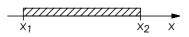




D.5 — Conocida  $\lambda(x)$ , calcule la carga total almacenada en la figura.

$$\lambda(x) = 2 + 4x$$

$$\lambda(x) = 5 \cos(x)$$

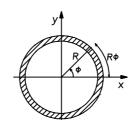


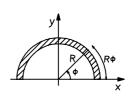
D.6 — Conocida  $\lambda(\phi)$ , calcule la carga total almacenada en las figuras.

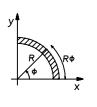
$$\lambda(\phi) = 3$$

$$\lambda(\phi) = 3 + 2\phi$$

$$\lambda(\phi) = 5 + \cos(\phi)$$



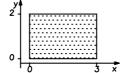


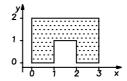


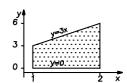
D.7 — Conocida  $\sigma(x,y)$ , calcule la carga total almacenada en las figuras.

$$\sigma(x,y) = 2x + 2y$$

$$\sigma(x,y) = 2y - x$$





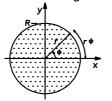


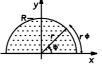
D.8 — Conocida  $\sigma(r,\phi)$ , calcule la carga total almacenada en las figuras.

 $\sigma(r,\phi) = 3$ 

 $\sigma(r,\phi) = \cos\phi$ 

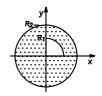
 $\sigma(r,\phi) = 1 / r$ 





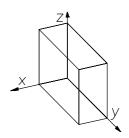






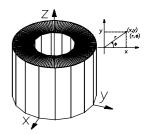
D.9 — Conocida  $\rho(x,y,z)$ , calcule la carga total almacenada en la figura.

$$\rho(x,y,z) = (1 + 2x)y$$



D.10 — Conocida  $\rho(r,\phi,z)$ , calcule la carga total almacenada en la figura.

$$\rho(r,\phi,z) = 5 / r$$



#### Desarrollo en serie de Fourier

F.1 — ¿Qué funciones pueden desarrollarse en serie de Fourier?

F.2 — ¿Cuál es la diferencia básica entre el desarrollo en serie de Fourier y la transformada de Fourier?

F.3 — Escriba la expresión general del desarrollo en serie de Fourier como suma de senos y cosenos.

F.4 — Escriba la expresión general del desarrollo en serie de Fourier como suma de exponenciales.

F.5 — ¿Cuál es la diferencia entre un desarrollo en serie de Fourier en senos y cosenos (desarrollo trigonométrico), y un desarrollo en exponenciales?

F.6 — Halle el desarrollo en serie de Fourier como suma de senos y cosenos de la función f(t):

F.7 — Halle el desarrollo en serie de Fourier como suma de exponenciales de la función f(t):

>> — En las dos cuestiones anteriores se pondrían funciones f(t) similares a:

 $\begin{array}{lll} \operatorname{sen}^3(\omega t) & \operatorname{sen}(3\omega t) \cos(2\omega t) \\ \cos^3(\omega t) & \operatorname{sen}(3\omega t) \operatorname{sen}(4\omega t) \\ \cos(2\omega t) \cos(3\omega t) \operatorname{sen}(4\omega t) & \cos(2\omega t) \cos(4\omega t) \end{array}$ 

## Diagrama de Bode:

B.1 — ¿Qué es la función de transferencia de un circuito?

B.2 — ¿Qué es un diagrama de Bode?

B.3 — Dibuje el diagrama de Bode en módulo y fase de la siguiente función de transferencia.

>> — En la cuestión anterior aparecería, como mucho, un término de estos dos:

$$\left(\frac{s}{\omega_0} + 1\right)^{\pm 1} \qquad \left(\frac{s^2}{\omega_0^2} + 2\delta \frac{s}{\omega_0} + 1\right)^{\pm 1}$$

B.4 — Dibuje el diagrama de Bode en módulo de la siguiente función de transferencia.

>> — En la cuestión anterior puede aparecer cualquier término cualquier número de veces.

#### Transformada de Laplace:

L.1 — Halle la transformada de Laplace de la siguiente función f(t)

L.2 — Halle la transformada inversa de Laplace de la siguiente función F(s)

L.3 — Resuelva la siguiente ecuación diferencial de primer orden usando la transformada de Laplace:

L.4 — Resuelva la siguiente ecuación diferencial de segundo orden usando la transformada de Laplace:

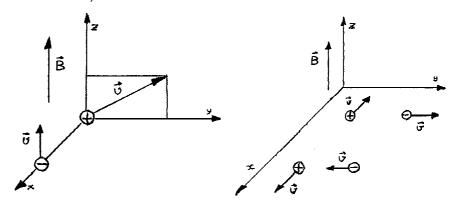
>> Las cuatro cuestiones anteriores serían de complicación similar a los ejercicios hechos en clase.

#### Teoría de circuitos en corriente alterna:

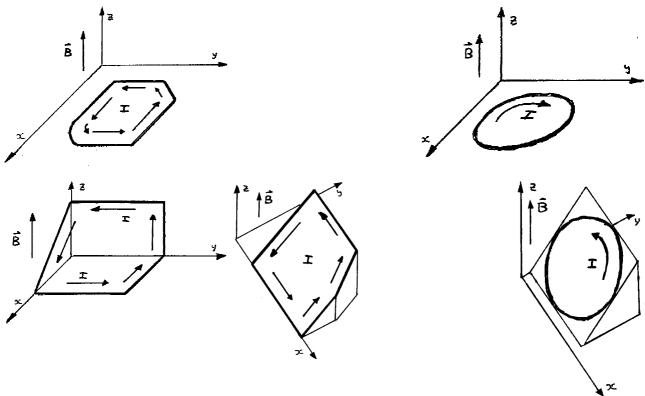
A.1 — ¿Cuál es el uso de la transformada de Laplace en la resolución de circuitos de corriente alterna? A.2 — Haga un esquema del proceso de resolución de un circuito en corriente alterna cuando se usa la Transformada de Laplace.

### Ejercicios de Electricidad y Magnetismo.

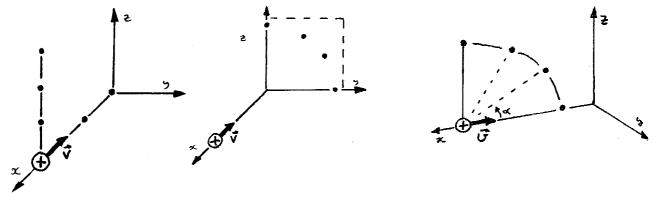
- EQ.1 Calcule la fuerza ejercida por las cargas q<sub>1</sub>, q<sub>2</sub>, q<sub>3</sub> y q<sub>4</sub> sobre q<sub>0</sub>.
- EQ.2 Calcule el incremento de energía potencial de  $q_0$  cuando  $q_0$  se desplaza.
- EQ.3 Calcule el incremento de energía potencial de  $q_0$  cuando las cargas  $q_1$  y  $q_2$  se desplazan.
- >>— En las tres cuestiones anteriores se pondrían problemas similares a los hechos en clase, o dados ya resueltos.
- EG.1 Teorema de Gauß
- EG.2 Calcular el campo eléctrico producido por una esfera dieléctrica (aislante) de radio  $r_1$  que está rodeada de una corteza esférica conductora de radio interior  $r_1$  y exterior  $r_2$ . En la esfera aislante, la carga total es +q, es inmóvil, y está distribuida uniformemente. La carga en la superficie interior de la corteza conductora es -q, y en la exterior es +q. Calcule el campo eléctrico en función de la distancia al centro de la esfera utilizando el teorema de Gauß.
- EG.3 Calcular el campo eléctrico producido por un cilindro dieléctrico (aislante) de longitud infinita de radio  $r_1$  que está rodeado de una corona cilíndrica de longitud infinita conductora de radio interior  $r_1$  y exterior  $r_2$ . En el cilindro aislante, la carga por unidad de longitud es  $+\lambda$  (C/m), es inmóvil, y está distribuida uniformemente. La carga en la superficie interior de la corona conductora es  $-\lambda$ , y en la exterior es  $+\lambda$  (C/m). Calcule el campo eléctrico en función de la distancia al eje del cilindro utilizando el teorema de Gauß
- EV.1 Si la función potencial eléctrico es  $V(x,y)=x^2y + 2y$ :
  - Halle  $\nabla V$ , **E**,  $\partial V/\partial x$  y  $\partial V/\partial y$  en un punto arbitrario (x,y), y luego en el punto (1,2).
  - En el punto (1,2) calcule la máxima variación de V (respecto a la posición), la variación de V a  $60^{\circ}$  a la derecha de  $\nabla$ V, y la variación de V según la dirección del vector unitario **v**=(3/5,4/5).
- EM.1 Siendo las fuerzas eléctricas y magnéticas fuerzas entre cargas eléctricas ¿cuál es la diferencia esencial entre ellas?
- MF.1 Dibujar la dirección y sentido de la fuerza creada por el campo magnético **B** en las cargas en movimiento de las figuras (**v** es la velocidad).



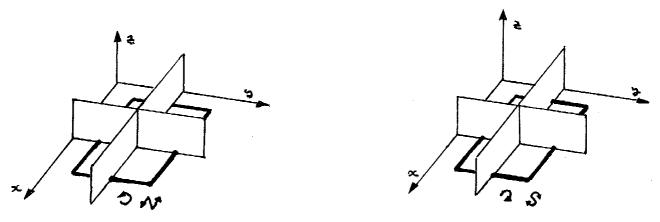
MF.2 — Dibujar la dirección y sentido de las fuerzas que se ejercen sobre los distintos lados de los circuitos con corriente mostrados en la figura (I es la intensidad). En los lados curvos dibuje varios vectores de la fuerza ejercida, tenga especial cuidado en el dibujo de estos tramos.



MB.1 — Dibuje la dirección y sentido del campo magnético **B** creado por las cargas en movimiento de las figuras (**v** es la velocidad) en los puntos marcados. Dibuje con cuidado la longitud del vector **B** para que represente cualitativamente el valor del módulo de **B**.



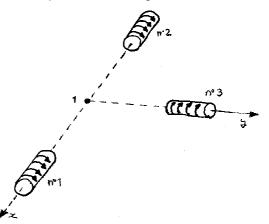
MB.2 — Dibuje las líneas de campo magnético **B** creadas por los circuitos de las figuras en los planos verticales (en forma de cruz). En la espira cuadrada, el sentido de la corriente es antihorario en la primera figura, y horario en el segundo circuito. Dibuje el sentido del campo **B** en el eje de la cruz.



MB.3 — Dibuje la dirección y sentido del campo magnético **B** en el punto 1 de la figura cuando:

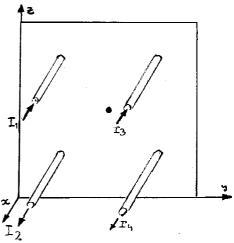
- Sólo está encendido el primer solenoide.
- Están encendidos el primero y el segundo.
- Están encendidos el primero y el segundo, pero a éste se le invierte el sentido de la corriente.
- Están encendidos el primero y el tercero.
- Rehaga todos los casos anteriores en el caso de que a los solenoides n<sup>os</sup> 2 y 3 se les reduzca su número de espiras a la mitad.

Por los tres solenoides circula el mismo valor de corriente, tienen inicialmente el mismo número de espiras, la misma área, y están a la misma distancia del punto 1.



MB.4 — Dibuje sobre el plano YZ el campo magnético  ${\bf B}$  creado por  ${\bf I}_1$  en los restantes conductores y la fuerza ejercida sobre estos conductores. Repita el mismo trabajo, pero para  ${\bf I}_2$ . Utilice distintos colores para las fuerzas y campos magnéticos, y distinga también por colores si son creados por  ${\bf I}_1$  o por  ${\bf I}_2$ .

Dibuje la dirección y sentido del campo magnético **B** en el centro del cuadrado. Deben verse las componentes debidas a las cuatro intensidades.



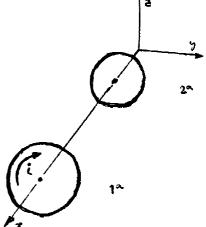
MI.0 — En los problemas MI.x, justifique el sentido de la corriente inducida utilizando el convenio de signos de la ley de Faraday, y también según la ley de Lenz.

MI.1 — Dibuje el campo magnético **B** creado por la primera espira en el eje x (entre las dos espiras).

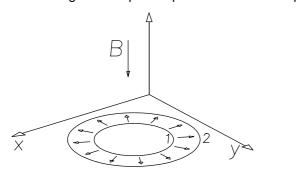
Dibuje el sentido de la corriente inducida por la corriente de la primera espira en la segunda en los siguientes casos:

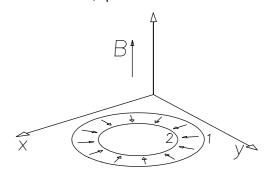
- i es constante, no cambia con el tiempo.
- i es creciente conforme avanza el tiempo.
- i es decreciente al avanzar el tiempo.

— Variaciones posibles del anterior problema: cambiar el sentido de la corriente, intercambiar el orden de las espiras, o situarlas en alguno de los otros dos ejes.

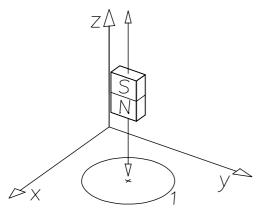


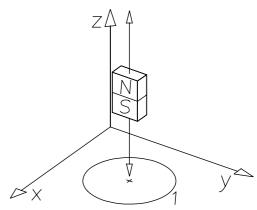
MI.2 — Averigüe el sentido de la corriente inducida en la espira (en el plano XY) cuando aumenta de tamaño (desde la posición 1 hasta la posición 2). No existe ningún cambio en el campo magnético ni en los ángulos. Repita el problema con la espira de la figura de la derecha, que reduce su tamaño.





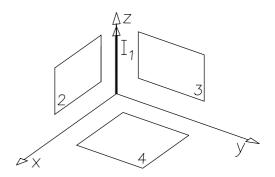
MI.3 — Averigüe el sentido de la corriente inducida en la espira 1 (en el plano XY) cuando el imán se acerca, y cuando se aleja. Repita el problema con la espira de la figura de la derecha.





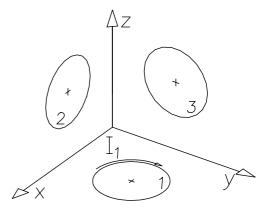
MI.4 — Dibuje el campo magnético **B** creado por el hilo infinito vertical que transporta una corriente  $I_1$ . Dibuje el sentido de la corriente inducida por  $I_1$  en los circuitos 2, 3 y 4 en los siguientes casos:

- I<sub>1</sub> es constante, no cambia con el tiempo.
- I<sub>1</sub> es creciente conforme avanza el tiempo.
- I<sub>1</sub> es decreciente al avanzar el tiempo.



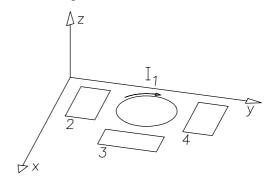
MI.5 — Dibuje el campo magnético **B** creado por la espira 1 (horizontal) con corriente  $I_1$ . Dibuje el sentido de la corriente inducida por  $I_1$  en las espiras 2 y 3 en los siguientes casos:

- I<sub>1</sub> es constante, no cambia con el tiempo.
- I<sub>1</sub> es creciente conforme avanza el tiempo.
- I<sub>1</sub> es decreciente al avanzar el tiempo.



MI.6 — Dibuje el campo magnético **B** creado por la espira 1 (horizontal) con corriente  $I_1$ . Dibuje el sentido de la corriente inducida por  $I_1$  en los circuitos 2, 3 y 4 en los siguientes casos:

- I<sub>1</sub> es constante, no cambia con el tiempo.
- I<sub>1</sub> es creciente conforme avanza el tiempo.
- I<sub>1</sub> es decreciente al avanzar el tiempo.



MI.7 — Dibuje el campo magnético  ${\bf B}$  creado por los hilos infinitos horizontales que transportan corrientes  ${\bf I_1}$  y  ${\bf I_2}$ . Dibuje el sentido de la corriente inducida por  ${\bf I_1}$  e  ${\bf I_2}$  en los circuitos 1, 2, 3 y 4 en los siguientes casos:

- $I_1$  e  $I_2$  son constantes, no cambian con el tiempo.
- ${\rm I_1}$  e  ${\rm I_2}$  son crecientes conforme avanza el tiempo.
- ${\rm I_1}$  e  ${\rm I_2}$  son decrecientes al avanzar el tiempo.

Hallar el sentido de las corrientes inducidas en los circuitos 1 y 2 depende de varias alternativas que se han dejado ambiguas a propósito. Es un caso para pensar las distintas opciones.

