# FUNDAMENTOS LÓGICOS DE LA PROGRAMACIÓN

## 24 de Junio de 2008

NOMBRE Y APELLIDOS: ______________________________ DNI: ____________

### SEÑALA EL GRUPO A CONTINUACIÓN:

**: INGENIERÍA INFORMÁTICA B**

**: INGENIERÍA TÉCNICA EN INFORMÁTICA DE GESTIÓN A**

**: INGENIERÍA TÉCNICA EN INFORMÁTICA DE GESTIÓN B**

**: INGENIERÍA TÉCNICA EN INFORMÁTICA DE SISTEMAS B**

### RESPUESTAS A LAS PREGUNTAS TEST

| | a) | b) | c) | d) |
|---|---|---|---|---|
| Pregunta 1 | | | | |
| Pregunta 2 | | | | |
| Pregunta 3 | | | | |
| Pregunta 4 | | | | |
| Pregunta 6 | | | | |
| Pregunta 7 | | | | |
| Pregunta 8 | | | | |

# PREGUNTAS TEST

**Pregunta 1:** Señala las fórmulas que sean tautologías:

**a):** $\alpha \to (\beta \to \alpha)$

**b):** $\alpha \to (\alpha \to \beta)$

**c):** $(\alpha \to \beta) \to (\neg\alpha \to \neg\beta)$

**d):** $(\alpha \to \beta) \to (\neg\beta \to \neg\alpha)$

**Pregunta 2:** Señala cuál o cuáles de las siguientes consecuencias lógicas son ciertas:

**a):** $\{\alpha \to \beta \vee \gamma,\ \alpha \to \neg\beta,\ \neg\gamma \to \alpha,\ \beta\} \models \gamma \wedge \beta$

**b):** $\{\alpha \to \beta \vee \gamma,\ \neg\gamma \to \alpha,\ \beta,\ \beta \to \neg\gamma\} \models \alpha \wedge \beta$

**c):** $\{\alpha \to \beta \vee \gamma,\ \alpha \to \neg\beta,\ \neg\gamma \to \alpha,\ \beta\} \models \alpha \wedge \beta$

**d):** $\{\alpha \to \beta \vee \gamma,\ \beta \to \neg\alpha,\ \neg\gamma \to \alpha,\ \beta\} \models \neg(\gamma \wedge \beta)$

**Pregunta 3:** Para la fórmula

$$\forall x \exists z Q(x,z) \to P(f(x))$$

consideramos la estructura

$$\begin{aligned} &U = \mathbb{Z} \\ &f(x) = 3x \\ &P(x) := x \text{ es de múltiplo de } 6 \\ &Q(x,z) := x + z \text{ es impar} \end{aligned}$$

Señala las asignaciones (o valoraciones) para las que la fórmula es cierta:

**a):** $v(x) = 5,\ v(z) = 3$

**b):** $v(x) = 4,\ v(z) = 3$

**c):** $v(x) = 4,\ v(z) = 2$

**d):** $v(x) = 6,\ v(z) = 1$

**Pregunta 4:** De entre las siguientes equivalencias lógicas señala las que sean ciertas:

**a):** $\forall x S(x) \vee \forall x P(x) \equiv \forall x (S(x) \vee P(x))$

**b):** $\forall x S(x) \wedge \forall y P(y) \equiv \forall x (S(x) \vee P(x))$

**c):** $\forall x \exists y Q(x,y) \equiv \exists y \forall x Q(x,y)$

**d):** $\forall x \exists y (P(x) \wedge S(y)) \equiv \exists y \forall x (P(x) \wedge S(y))$

**Pregunta 5:** Para las siguientes fórmulas completa el cuadro señalando con SI o NO si están en forma normal prenexa (P), de Skolem (S) y/o clausular (C):

**a):** $\forall x \exists y [P(x) \wedge S(y)] \to P(a)$

**b):** $\exists x \forall y [\neg P(x) \vee S(y) \vee P(a)]$

**c):** $P(x) \to \neg S(a)$

**d):** $\forall x P(x) \wedge S(a)$

| | P | S | C |
|---|---|---|---|
| a) | | | |
| b) | | | |
| c) | | | |
| d) | | | |

**Pregunta 6:** Señala los elementos que pertenecen al sistema de Herbrand del conjunto de cláusulas

$$\Gamma = \{P(x,y) \vee Q(f(x)),\ P(f(x), g(x,y)) \vee R(x, f(y)),\ P(g(y,y), x) \vee \neg Q(g(x,x)),\ R(g(x,a), g(f(b), y))\}$$

**a):** $R(g(a,a), g(f(b), f(b)))$

**b):** $P(f(f(b)), g(f(b), a)) \vee R(f(a), f(a))$

**c):** $P(a,b) \vee Q(f(b))$

**d):** $P(g(f(a), f(a)), g(a,b)) \vee \neg Q(g(f(b), f(b)))$

**Pregunta 7:** ¿Cuál o cuáles de los siguientes conjuntos de cláusulas son **insatisfacibles**?

**a):** $\{P(f(x), y),\ \neg P(x, f(y))\}$
**b):** $\{P(x, x) \vee P(x, f(x)),\ \neg P(b, x)\}$
**c):** $\{P(u, f(b)) \vee P(f(a), y),\ \neg P(x, f(y)) \vee \neg P(f(u), z)\}$
**d):** $\{P(x, x) \vee P(x, f(x)),\ \neg P(x, a)\}$

**Pregunta 8:** Elige las afirmaciones que sean verdaderas:

**a):** El conjunto $\{P(x) \vee S(f(y)),\ R(x, y) \vee S(x), \neg R(x, y) \vee \neg P(x),\ P(x) \vee \neg S(y)\}$ no es un conjunto de Horn pero puede transformarse en uno de Horn.
**b):** El conjunto $\{\neg P(x),\ \neg R(x, y) \vee S(x), \neg R(x, y) \vee \neg P(x),\ P(x) \vee \neg S(y)\}$ es de Horn y por tanto insatisfacible.
**c):** El conjunto $\{P(x) \vee \neg S(f(y)),\ R(x, y) \vee S(x), \neg R(x, y) \vee \neg P(x),\ \neg P(x) \vee \neg S(y)\}$ no es de Horn ni puede transformarse en Horn.
**d):** El conjunto $\{P(x) \vee \neg S(f(y)),\ \neg R(x, y) \vee S(x), \neg R(x, y) \vee \neg P(x),\ \neg P(x) \vee \neg S(y)\}$ es de Horn y es satisfacible.

## PROBLEMAS

**Problema 1:** Dada la fórmula

$$\alpha = \forall x(P(x, y) \to \forall y \exists x P(x, y))$$

1. Prueba que es satisfacible y refutable.
2. Da, si es posible, una estructura donde sea válida.
3. ¿Es satisfacible en cualquier estructura?. Razona la respuesta.

**Problema 2:** Sea

$$\alpha = \neg\exists x(P(x, f(a)) \vee \neg\forall y(Q(y) \to R(x))) \wedge \forall y(R(g(y, b)) \leftrightarrow \neg\forall y P(y, b))$$

1. Calcula una forma prenexa, con el menor número posible de cuantificadores, una forma de Skolem y una forma clausular.
2. Calcula 5 elementos del universo de Herbrand, 3 de la base de Herbrand y 5 del sistema de Herbrand.

**Problema 3:** Dado el siguiente conjunto de cláusulas:

$$\{\neg P(x, y) \vee Q(x);\ P(f(x), b) \vee \neg Q(x) \vee P(y, z);\ \neg Q(f(y));\ Q(x) \vee P(a, f(x))\}$$

Da una deducción de la cláusula vacía.