
ÁLGEBRA LINEAL Y ESTRUCTURAS MATEMÁTICAS

Convocatoria Septiembre 2011

(16/09/2011)

Alumno: _____ Grupo: _____ DNI: _____

Ejercicio 1. Sea $f : \mathbb{Z}_{50} \rightarrow \mathbb{Z}_{50}$ la aplicación definida por $f(x) = 13x + 7$.

¿Es f una aplicación inyectiva? ¿Es sobreyectiva? ¿Es biyectiva? Razona las respuestas.

Ejercicio 2.

Resuelve, si es posible, el siguiente sistema de congruencias:

$$\begin{aligned} 7x &\equiv 15 \pmod{20} \\ 9x &\equiv 23 \pmod{46} \end{aligned}$$

Ejercicio 3. Resuelve, si es posible, la siguiente ecuación diofántica:

$$6x + 10y + 15z = 7$$

Ejercicio 4. Calcula, si es posible, $u(x), v(x) \in \mathbb{Z}_7[x]$ tales que

$$(x^2 + 3x + 3) \cdot u(x) + (x^3 + 2x + 4) \cdot v(x) = x + 2$$

Ejercicio 5. Sea $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 1 \\ 5 & 0 & a & 2 \\ 3 & 0 & 5 & a+1 \\ 2 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \in M_4(\mathbb{Z}_7)$. Estudia para que valores del parámetro a la matriz A tiene inversa para el producto.

Ejercicio 6. Sea U el subespacio de $(\mathbb{Z}_5)^3$ generado por los vectores $(2, 3, 1)$ y $(1, 4, 3)$, y W el subespacio de $(\mathbb{Z}_5)^3$ de ecuaciones $\left. \begin{aligned} x + 2y + z &= 0 \\ 2x + y + 3z &= 0 \end{aligned} \right\}$.

Calcula unas ecuaciones cartesianas o implícitas del subespacio $U + W$.

Ejercicio 7. Dado el sistema de ecuaciones con coeficientes en \mathbb{Q}

$$\begin{aligned} x - ay + (a+1)z &= 4 \\ ax + 2y + z &= -1 \end{aligned}$$

Discútelo según los valores del parámetro a , y resuélvelo para $a = -1$.

Ejercicio 8. Dada la base $B = \{(1, 0, 1, 1); (0, 1, 1, 0); (1, 1, 1, 1); (0, 1, 0, 1)\}$ de $(\mathbb{Z}_2)^4$, calcula las coordenadas del vector $(0, 0, 0, 1)$ en la base B .

Ejercicio 9. Da una aplicación lineal $f : \mathbb{Q}^2 \rightarrow \mathbb{Q}^4$ tal que $(1, -1) \in N(f)$ y $f(3, 2) = (2, -1, 3, -2)$. Describe explícitamente cuanto vale $f(x, y)$ para cualquier vector $(x, y) \in \mathbb{Q}^2$.

Ejercicio 10. Sea $A = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 2 \\ 0 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} \in M_3(\mathbb{Z}_5)$. Estudia si es posible encontrar una matriz regular P de forma que $P^{-1} \cdot A \cdot P$ sea una matriz diagonal, y en caso afirmativo, da una.