FUNDAMENTOS LÓGICOS DE LA PROGRAMACIÓN

1 de diciembre de 2011

NOMBRE Y APELLIDOS: ______________________________ DNI: __________

De las siguientes 10 preguntas, debes contestar 8 de ellas. En cada una, tienes que elegir la opción correcta (hay sólo una en cada pregunta) y justificar la elección.

Pregunta 1: Sean α, β, γ tres fórmulas tales que $\alpha \wedge \neg\beta \wedge \gamma$ es una contradicción. Entonces:

a) $\{\alpha, \beta\} \vDash \gamma$.
b) $\{\alpha, \gamma\} \vDash \beta$.
c) $\{\alpha, \neg\beta\} \vDash \gamma$.
d) $\{\alpha\} \vDash \neg\beta \vee \gamma$.

Pregunta 2: ¿Cuál de las siguientes interpretaciones

a) $I(a) = I(b) = 1$, $I(c) = I(d) = 0$.
b) $I(c) = 1$, $I(a) = I(b) = I(d) = 0$.
c) $I(a) = I(b) = I(c) = 1$, $I(d) = 0$.
d) $I(a) = I(b) = I(c) = I(d) = 1$.

nos muestran que la implicación

$$\{b \to c \vee a;\ a \leftrightarrow \neg(b \wedge d);\ d \to a \wedge b\} \vDash b \leftrightarrow c \vee d$$

es falsa?.

Pregunta 3: Indica para cuál de los siguientes conjuntos es $\neg b$ consecuencia lógica.

a) $\{b \to a, a\}$.

b) $\{b \to \neg a, a\}$.

c) $\{a \to \neg b, \neg a \vee c, \neg c\}$.

d) $\{b \to a, a \to c, c\}$.

Pregunta 4: La fórmula $\forall x(R(x,z) \to \neg\exists y R(g(x,y),z))$

a) Es satisfacible en la estructura $\mathcal{U} = \mathbb{N};\ g(x,y) = 2x + y;\ R(x,y) \equiv x < y$.

b) Es satisfacible en la estructura $\mathcal{U} = \mathbb{Z}_4;\ g(x,y) = x + 2y;\ R(x,y) \equiv x^2 + y^2 = 1$.

c) Es válida en la estructura $\mathcal{U} = \mathbb{N};\ g(x,y) = 2x + y;\ R(x,y) \equiv x < y$.

d) Es satisfacible en la estructura $\mathcal{U} = \mathbb{Z};\ g(x,y) = x + 2y;\ R(x,y) = \begin{cases} 1 & \text{si } x + y \text{ es par.} \\ 0 & \text{si } x + y \text{ es impar.} \end{cases}$

Pregunta 5: ¿Cuál de las siguientes implicaciones

a) $\forall x Q(x,b) \vee \forall y R(y) \models \forall x (Q(x,b) \vee R(y))$

b) $\exists x P(x) \models P(a)$

c) $(\exists x \neg R(x,a) \rightarrow P(f(b))) \models (\neg \exists x R(x,a) \rightarrow P(f(b)))$

d) $\exists x \forall y (P(x) \wedge R(x,y)) \models \exists x P(x) \wedge \exists x \forall y R(x,y))$

es falsa?

Pregunta 6: De entre las siguientes equivalencias lógicas señala la que sea cierta:

a) $\forall x P(x) \wedge \forall y R(x,y) \equiv \forall x [P(x) \wedge R(x,x)]$

b) $\exists x P(x) \wedge \exists y Q(y) \equiv \exists x [P(x) \wedge Q(y)]$

c) $\forall x S(x,a) \rightarrow Q(a) \equiv \forall x [S(x,a) \rightarrow Q(a)]$

d) $\forall x P(x) \wedge \forall y Q(y) \equiv \forall y [P(y) \wedge Q(y)]$

Pregunta 7: Dadas las siguientes parejas de conjuntos de fórmulas, indica en cuál el segundo conjunto podría ser el resultado de hacer la forma clausular de las fórmulas del primero.

a) $X = \{\forall x \exists y (P(x) \to R(x,y));\ \neg \forall x Q(x,b)\}$
$Y = \{\neg P(x) \vee R(x,f(x));\ \neg Q(a,b);\ \neg P(x) \vee \neg Q(x,a)\}$

b) $X = \{\exists x \forall y (\neg Q(x,b) \to R(y,f(x)));\ \forall x \exists y \neg R(y,x)\}$
$Y = \{Q(a,b) \vee R(y,f(a));\ \neg R(f(x),x)\}$

c) $X = \{\forall x \exists y (P(x) \to \neg Q(y,b));\ \exists x \forall y \exists z (\neg R(x,f(y)) \wedge Q(b,z))\}$
$Y = \{\neg P(x) \vee \neg Q(a,b);\ \neg R(c,f(y));\ Q(b,g(y))\}$

d) $X = \{\neg Q(f(a),a);\ \exists x P(x) \to P(a);\ \forall x P(x)\}$
$Y = \{\neg Q(f(a),a);\ \neg P(b) \vee P(a);\ P(x)\}$

Pregunta 8: ¿Cuál de los siguientes conjuntos de cláusulas es **satisfacible**?

a) $\{P(f(x),y),\ \neg P(x,f(y))\}$

b) $\{P(x,x) \vee P(x,f(x)),\ \neg P(b,x)\}$

c) $\{P(u,f(b)) \vee P(f(a),y),\ \neg P(x,f(y)) \vee \neg P(f(u),z)\}$

d) $\{P(x,x) \vee P(x,f(x)),\ \neg P(x,a)\}$

Pregunta 9: Dado el conjunto de cláusulas

$$\{\neg Q(x,b) \vee \neg R(x);\ P(x,x) \vee Q(y,z);\ \neg P(x,y) \vee Q(f(x),y);\ P(x,a) \vee R(f(x));\ \neg P(a,y) \vee \neg Q(f(y),y)\}$$

a) No podemos saber si es satisfacible o insatisfacible, ya que el sistema de Herbrand es infinito.
b) Es insatisfacible, pues hay una deducción lineal de la cláusula vacía.
c) Es satisfacible, pues no hay ninguna deducción lineal-input de la cláusula vacía.
d) Es satisfacible, pues no hay ninguna cláusula unitaria.

Pregunta 10: Dadas las siguientes cláusulas en un lenguaje de primer orden

$$C1 = \neg P(g(x), f(x,b)) \vee Q(x, g(a)) \vee Q(a, g(x))$$
$$C2 = P(y, f(g(a), b)) \vee \neg Q(f(z,z), g(y))$$

a) Hay una deducción lineal de la cláusula vacía, pues $P(g(x), f(x,b))$ y $P(y, f(g(a), b))$ son unificables.
b) No hay una deducción lineal de la cláusula vacía, pues hay una estructura con dominio $\mathbb{Z}$ en la que las dos cláusulas se iterpretan como ciertas.
c) Hay una deducción de la cláusula vacía pues no hay variables comunes en ambas fórmulas.
d) No hay ninguna deducción de la cláusula vacía pues no hay fórmulas unitarias.