Sean $p(x) = 2x^5 + 10x^4 + 10x^3 + x^2 + 8x + 3$ y $q(x) = 5x^3 + 4x^2 + 2x + 9$ dos polinomios con coeficientes en \mathbb{Z}_{11} .

Vamos a calcular el cociente y el resto de la división de p(x) entre q(x).

Sean $p(x) = 2x^5 + 10x^4 + 10x^3 + x^2 + 8x + 3$ y $q(x) = 5x^3 + 4x^2 + 2x + 9$ dos polinomios con coeficientes en \mathbb{Z}_{11} .

Vamos a calcular el cociente y el resto de la división de p(x) entre q(x).

Comenzamos escribiendo únicamente los coeficientes de los polinomios.

$$p(x) = 2x^5 + 10x^4 + 10x^3 + x^2 + 8x + 3$$

$$q(x) = 5x^3 + 4x^2 + 2x + 9$$

2 10 10 1 8 3 | 5 4 2 9

$$p(x) = 2x^5 + 10x^4 + 10x^3 + x^2 + 8x + 3$$

$$q(x) = 5x^3 + 4x^2 + 2x + 9$$

Calculamos el inverso del coeficiente líder del divisor.

$$p(x) = 2x^5 + 10x^4 + 10x^3 + x^2 + 8x + 3$$

$$q(x) = 5x^3 + 4x^2 + 2x + 9$$

Calculamos el inverso del coeficiente líder del divisor.

$$5^{-1} = 9$$

$$p(x) = 2x^5 + 10x^4 + 10x^3 + x^2 + 8x + 3$$

$$q(x) = 5x^3 + 4x^2 + 2x + 9$$

$$5^{-1} = 9$$

Calculamos el inverso del coeficiente líder del divisor.

$$5^{-1} = 9$$

$$p(x) = 2x^5 + 10x^4 + 10x^3 + x^2 + 8x + 3$$

$$q(x) = 5x^3 + 4x^2 + 2x + 9$$

$$5^{-1} = 9$$

Hallamos el primer coeficiente del cociente.

$$p(x) = 2x^5 + 10x^4 + 10x^3 + x^2 + 8x + 3$$

$$q(x) = 5x^3 + 4x^2 + 2x + 9$$

$$5^{-1} = 9$$

Hallamos el primer coeficiente del cociente.

$$2 \cdot 5^{-1} = 2 \cdot 9 = 18 = 7.$$

$$p(x) = 2x^5 + 10x^4 + 10x^3 + x^2 + 8x + 3$$

$$q(x) = 5x^3 + 4x^2 + 2x + 9$$

$$5^{-1} = 9$$

Hallamos el primer coeficiente del cociente.

$$2 \cdot 5^{-1} = 2 \cdot 9 = 18 = 7.$$

$$p(x) = 2x^5 + 10x^4 + 10x^3 + x^2 + 8x + 3$$

$$q(x) = 5x^3 + 4x^2 + 2x + 9$$

$$5^{-1} = 9$$

$$p(x) = 2x^5 + 10x^4 + 10x^3 + x^2 + 8x + 3$$

$$q(x) = 5x^3 + 4x^2 + 2x + 9$$

$$5^{-1} = 9$$

Multiplicamos por el divisor, y restamos.

$$7 \cdot 5 = 35 = 2$$
.

$$p(x) = 2x^5 + 10x^4 + 10x^3 + x^2 + 8x + 3$$

$$q(x) = 5x^3 + 4x^2 + 2x + 9$$

$$5^{-1} = 9$$

$$7 \cdot 5 = 35 = 2$$
 $-2 = 9$.

$$p(x) = 2x^5 + 10x^4 + 10x^3 + x^2 + 8x + 3$$

$$q(x) = 5x^3 + 4x^2 + 2x + 9$$

$$5^{-1} = 9$$

$$7 \cdot 5 = 35 = 2$$
 $-2 = 9$.

$$p(x) = 2x^5 + 10x^4 + 10x^3 + x^2 + 8x + 3$$

$$q(x) = 5x^3 + 4x^2 + 2x + 9$$

$$5^{-1} = 9$$

Multiplicamos por el divisor, y restamos.

$$7 \cdot 4 = 28 = 6$$
.

$$p(x) = 2x^5 + 10x^4 + 10x^3 + x^2 + 8x + 3$$

$$q(x) = 5x^3 + 4x^2 + 2x + 9$$

$$5^{-1} = 9$$

$$7 \cdot 4 = 28 = 6$$
 $-6 = 5$.

$$p(x) = 2x^5 + 10x^4 + 10x^3 + x^2 + 8x + 3$$

$$q(x) = 5x^3 + 4x^2 + 2x + 9$$

$$5^{-1} = 9$$

Multiplicamos por el divisor, y restamos.

$$7 \cdot 4 = 28 = 6$$
 $-6 = 5$.

$$p(x) = 2x^5 + 10x^4 + 10x^3 + x^2 + 8x + 3$$

$$q(x) = 5x^3 + 4x^2 + 2x + 9$$

$$5^{-1} = 9$$

$$7 \cdot 2 = 14 = 3$$
.

$$p(x) = 2x^5 + 10x^4 + 10x^3 + x^2 + 8x + 3$$

$$q(x) = 5x^3 + 4x^2 + 2x + 9$$

$$5^{-1} = 9$$

Multiplicamos por el divisor, y restamos.

$$7 \cdot 2 = 14 = 3$$
 $-3 = 8$.

$$p(x) = 2x^5 + 10x^4 + 10x^3 + x^2 + 8x + 3$$

$$q(x) = 5x^3 + 4x^2 + 2x + 9$$

$$5^{-1} = 9$$

Multiplicamos por el divisor, y restamos.

$$7 \cdot 2 = 14 = 3$$
 $-3 = 8$.

$$p(x) = 2x^5 + 10x^4 + 10x^3 + x^2 + 8x + 3$$

$$q(x) = 5x^3 + 4x^2 + 2x + 9$$

$$5^{-1} = 9$$

$$7 \cdot 9 = 63 = 8$$
.

$$p(x) = 2x^5 + 10x^4 + 10x^3 + x^2 + 8x + 3$$

$$q(x) = 5x^3 + 4x^2 + 2x + 9$$

$$5^{-1} = 9$$

$$7 \cdot 9 = 63 = 8$$
 $-8 = 3$.

$$p(x) = 2x^5 + 10x^4 + 10x^3 + x^2 + 8x + 3$$

$$q(x) = 5x^3 + 4x^2 + 2x + 9$$

$$5^{-1} = 9$$

Multiplicamos por el divisor, y restamos.

$$7 \cdot 9 = 63 = 8$$
 $-8 = 3$.

$$p(x) = 2x^5 + 10x^4 + 10x^3 + x^2 + 8x + 3$$

$$q(x) = 5x^3 + 4x^2 + 2x + 9$$

$$5^{-1} = 9$$

Multiplicamos por el divisor, y restamos.

$$7 \cdot 9 = 63 = 8$$
 $-8 = 3$.

$$p(x) = 2x^5 + 10x^4 + 10x^3 + x^2 + 8x + 3$$

$$q(x) = 5x^3 + 4x^2 + 2x + 9$$

$$5^{-1} = 9$$

$$10 + 5 = 15 = 4;$$
 $10 + 8 = 18 = 7;$ $3 + 1 = 4.$

$$p(x) = 2x^5 + 10x^4 + 10x^3 + x^2 + 8x + 3$$

$$q(x) = 5x^3 + 4x^2 + 2x + 9$$

$$5^{-1} = 9$$

$$10 + 5 = 15 = 4;$$
 $10 + 8 = 18 = 7;$ $3 + 1 = 4.$

$$p(x) = 2x^5 + 10x^4 + 10x^3 + x^2 + 8x + 3$$

$$q(x) = 5x^3 + 4x^2 + 2x + 9$$

$$5^{-1} = 9$$

Bajamos el coeficiente siguiente.

$$p(x) = 2x^5 + 10x^4 + 10x^3 + x^2 + 8x + 3$$

$$q(x) = 5x^3 + 4x^2 + 2x + 9$$

$$5^{-1} = 9$$

Bajamos el coeficiente siguiente.

$$p(x) = 2x^5 + 10x^4 + 10x^3 + x^2 + 8x + 3$$

$$q(x) = 5x^3 + 4x^2 + 2x + 9$$

$$5^{-1} = 9$$

Llevamos el siguiente coeficiente al cociente.

$$p(x) = 2x^5 + 10x^4 + 10x^3 + x^2 + 8x + 3$$

$$q(x) = 5x^3 + 4x^2 + 2x + 9$$

$$5^{-1} = 9$$

Llevamos el siguiente coeficiente al cociente.

$$4 \cdot 5^{-1} = 4 \cdot 9 = 36 = 3.$$

$$p(x) = 2x^5 + 10x^4 + 10x^3 + x^2 + 8x + 3$$

$$q(x) = 5x^3 + 4x^2 + 2x + 9$$

$$5^{-1} = 9$$

Llevamos el siguiente coeficiente al cociente.

$$4 \cdot 5^{-1} = 4 \cdot 9 = 36 = 3.$$

$$p(x) = 2x^5 + 10x^4 + 10x^3 + x^2 + 8x + 3$$

$$q(x) = 5x^3 + 4x^2 + 2x + 9$$

$$5^{-1} = 9$$

Y otra vez, multiplicamos por el divisor y restamos.

$$p(x) = 2x^5 + 10x^4 + 10x^3 + x^2 + 8x + 3$$

$$q(x) = 5x^3 + 4x^2 + 2x + 9$$

$$5^{-1} = 9$$

Y otra vez, multiplicamos por el divisor y restamos.

$$3 \cdot 5 = 4$$
, $-4 = 7$; $3 \cdot 4 = 1$, $-1 = 10$; $3 \cdot 2 = 6$, $-6 = 5$; $3 \cdot 9 = 5$, $-5 = 6$.

$$p(x) = 2x^5 + 10x^4 + 10x^3 + x^2 + 8x + 3$$

$$q(x) = 5x^3 + 4x^2 + 2x + 9$$

$$5^{-1} = 9$$

Y otra vez, multiplicamos por el divisor y restamos.

$$3 \cdot 5 = 4$$
, $-4 = 7$; $3 \cdot 4 = 1$, $-1 = 10$; $3 \cdot 2 = 6$, $-6 = 5$; $3 \cdot 9 = 5$, $-5 = 6$.

$$p(x) = 2x^5 + 10x^4 + 10x^3 + x^2 + 8x + 3$$

$$q(x) = 5x^3 + 4x^2 + 2x + 9$$

$$5^{-1} = 9$$

Y otra vez, multiplicamos por el divisor y restamos.

$$7 + 10 = 6;$$
 $4 + 5 = 9;$ $8 + 6 = 3.$

$$p(x) = 2x^5 + 10x^4 + 10x^3 + x^2 + 8x + 3$$

$$q(x) = 5x^3 + 4x^2 + 2x + 9$$

$$5^{-1} = 9$$

Y otra vez, multiplicamos por el divisor y restamos.

$$7 + 10 = 6;$$
 $4 + 5 = 9;$ $8 + 6 = 3.$

$$p(x) = 2x^5 + 10x^4 + 10x^3 + x^2 + 8x + 3$$

$$q(x) = 5x^3 + 4x^2 + 2x + 9$$

$$5^{-1} = 9$$

Bajamos el 3.

$$p(x) = 2x^5 + 10x^4 + 10x^3 + x^2 + 8x + 3$$

$$q(x) = 5x^3 + 4x^2 + 2x + 9$$

$$5^{-1} = 9$$

Bajamos el 3.

$$p(x) = 2x^5 + 10x^4 + 10x^3 + x^2 + 8x + 3$$

$$q(x) = 5x^3 + 4x^2 + 2x + 9$$

$$5^{-1} = 9$$

Calculamos el coeficiente siguiente del cociente.

$$p(x) = 2x^5 + 10x^4 + 10x^3 + x^2 + 8x + 3$$

$$q(x) = 5x^3 + 4x^2 + 2x + 9$$

$$5^{-1} = 9$$

Calculamos el coeficiente siguiente del cociente.

$$6 \cdot 5^{-1} = 6 \cdot 9 = 54 = 10.$$

$$p(x) = 2x^5 + 10x^4 + 10x^3 + x^2 + 8x + 3$$

$$q(x) = 5x^3 + 4x^2 + 2x + 9$$

$$5^{-1} = 9$$

Calculamos el coeficiente siguiente del cociente.

$$6 \cdot 5^{-1} = 6 \cdot 9 = 54 = 10.$$

$$p(x) = 2x^5 + 10x^4 + 10x^3 + x^2 + 8x + 3$$

$$q(x) = 5x^3 + 4x^2 + 2x + 9$$

$$5^{-1} = 9$$

Multiplicamos por el divisor y restamos.

$$p(x) = 2x^5 + 10x^4 + 10x^3 + x^2 + 8x + 3$$

$$q(x) = 5x^3 + 4x^2 + 2x + 9$$

$$5^{-1} = 9$$

Multiplicamos por el divisor y restamos.

$$p(x) = 2x^5 + 10x^4 + 10x^3 + x^2 + 8x + 3$$

$$q(x) = 5x^3 + 4x^2 + 2x + 9$$

$$5^{-1} = 9$$

Multiplicamos por el divisor y restamos.

$$p(x) = 2x^5 + 10x^4 + 10x^3 + x^2 + 8x + 3$$

$$q(x) = 5x^3 + 4x^2 + 2x + 9$$

$$5^{-1} = 9$$

Multiplicamos por el divisor y restamos.

El cociente es $c(x) = 7x^2 + 3x + 10$.

$$p(x) = 2x^5 + 10x^4 + 10x^3 + x^2 + 8x + 3$$

$$q(x) = 5x^3 + 4x^2 + 2x + 9$$

$$5^{-1} = 9$$

Multiplicamos por el divisor y restamos.

El cociente es $c(x) = 7x^2 + 3x + 10$. Y el resto, $r(x) = 2x^2 + 5x + 1$.

$$p(x) = 2x^5 + 10x^4 + 10x^3 + x^2 + 8x + 3$$
 $c(x) = 7x^2 + 3x + 10$
 $q(x) = 5x^3 + 4x^2 + 2x + 9$ $r(x) = 2x^2 + 5x + 1$

El cociente es $c(x) = 7x^2 + 3x + 10$. Y el resto, $r(x) = 2x^2 + 5x + 1$.



La división de estos dos polinomios, también puede hacerse como sigue:

$$2x^5 + 10x^4 + 10x^3 + x^2 + 8x + 3 | 5x^3 + 4x^2 + 2x + 9$$

La división de estos dos polinomios, también puede hacerse como sigue:

$$2x^5 + 10x^4 + 10x^3 + x^2 + 8x + 3 \mid 5x^3 + 4x^2 + 2x + 9$$

 $2x^5 : 5x^3$



La división de estos dos polinomios, también puede hacerse como sigue:

$$2x^5 + 10x^4 + 10x^3 + x^2 + 8x + 3 \mid 5x^3 + 4x^2 + 2x + 9$$

$$2x^5: 5x^3 = (2 \cdot 5^{-1})x^{5-3}$$



La división de estos dos polinomios, también puede hacerse como sigue:

$$2x^5 + 10x^4 + 10x^3 + x^2 + 8x + 3 \mid 5x^3 + 4x^2 + 2x + 9$$

$$2x^5 : 5x^3 = (2 \cdot 5^{-1})x^{5-3} = (2 \cdot 9)x^2$$



La división de estos dos polinomios, también puede hacerse como sigue:

$$2x^5 + 10x^4 + 10x^3 + x^2 + 8x + 3 \mid 5x^3 + 4x^2 + 2x + 9$$

$$2x^5: 5x^3 = (2 \cdot 5^{-1})x^{5-3} = (2 \cdot 9)x^2 = 7x^2.$$



$$2x^5 + 10x^4 + 10x^3 + x^2 + 8x + 3 + 5x^3 + 4x^2 + 2x + 9$$

$$2x^5: 5x^3 = (2 \cdot 5^{-1})x^{5-3} = (2 \cdot 9)x^2 = 7x^2.$$

$$2x^5 + 10x^4 + 10x^3 + x^2 + 8x + 3 + 5x^3 + 4x^2 + 2x + 9$$

$$7x^2 \cdot (5x^3 + 4x^2 + 2x + 9) =$$



La división de estos dos polinomios, también puede hacerse como sigue:

$$2x^5 + 10x^4 + 10x^3 + x^2 + 8x + 3 + 5x^3 + 4x^2 + 2x + 9$$

$$7x^2 \cdot (5x^3 + 4x^2 + 2x + 9) = 35x^5 + 28x^4 + 14x^3 + 63x^2$$



$$2x^5 + 10x^4 + 10x^3 + x^2 + 8x + 3 + 5x^3 + 4x^2 + 2x + 9 = 7x^2$$

$$7x^{2} \cdot (5x^{3} + 4x^{2} + 2x + 9) = 35x^{5} + 28x^{4} + 14x^{3} + 63x^{2}$$
$$= 2x^{5} + 6x^{4} + 3x^{3} + 8x^{2}$$

$$7x^{2} \cdot (5x^{3} + 4x^{2} + 2x + 9) = 35x^{5} + 28x^{4} + 14x^{3} + 63x^{2}$$
$$= 2x^{5} + 6x^{4} + 3x^{3} + 8x^{2}$$



$$2x^5 + 10x^4 + 10x^3 + x^2 + 8x + 3 - (2x^5 + 6x^4 + 3x^3 + 8x^2) =$$



$$2x^5 + 10x^4 + 10x^3 + x^2 + 8x + 3 - (2x^5 + 6x^4 + 3x^3 + 8x^2) = 4x^4 + 7x^3 - 7x^2 + 8x + 3$$

$$2x^5 + 10x^4 + 10x^3 + x^2 + 8x + 3 - (2x^5 + 6x^4 + 3x^3 + 8x^2) = 4x^4 + 7x^3 - 7x^2 + 8x + 3$$

= $4x^4 + 7x^3 + 4x^2 + 8x + 3$

$$2x^5 + 10x^4 + 10x^3 + x^2 + 8x + 3 - (2x^5 + 6x^4 + 3x^3 + 8x^2) = 4x^4 + 7x^3 - 7x^2 + 8x + 3$$

= $4x^4 + 7x^3 + 4x^2 + 8x + 3$

La división de estos dos polinomios, también puede hacerse como sigue:

 $4x^4:5x^3$



$$4x^4:5x^3=(4\cdot 5^{-1})x^{4-3}=4\cdot 9x$$



$$4x^4 : 5x^3 = (4 \cdot 5^{-1})x^{4-3} = 4 \cdot 9x = 3x.$$



La división de estos dos polinomios, también puede hacerse como sigue:

$$4x^4 : 5x^3 = (4 \cdot 5^{-1})x^{4-3} = 4 \cdot 9x = 3x.$$



$$3x \cdot (5x^3 + 4x^2 + 2x + 9) =$$



La división de estos dos polinomios, también puede hacerse como sigue:

$$3x \cdot (5x^3 + 4x^2 + 2x + 9) = 15x^4 + 12x^3 + 6x^2 + 27$$



$$3x \cdot (5x^3 + 4x^2 + 2x + 9) = 15x^4 + 12x^3 + 6x^2 + 27$$

= $4x^4 + x^3 + 6x^2 + 5x$



La división de estos dos polinomios, también puede hacerse como sigue:

$$3x \cdot (5x^3 + 4x^2 + 2x + 9) = 15x^4 + 12x^3 + 6x^2 + 27$$

= $4x^4 + x^3 + 6x^2 + 5x$

$$4x^4 + 7x^3 + 4x^2 + 8x + 3 - (4x^4 + x^3 + 6x^2 + 5x) =$$



$$4x^4 + 7x^3 + 4x^2 + 8x + 3 - (4x^4 + x^3 + 6x^2 + 5x) = 6x^3 - 2x^2 + 3x + 3$$



$$4x^4 + 7x^3 + 4x^2 + 8x + 3 - (4x^4 + x^3 + 6x^2 + 5x) = 6x^3 - 2x^2 + 3x + 3$$

= $6x^3 + 9x^2 + 3x + 3$



La división de estos dos polinomios, también puede hacerse como sigue:

$$4x^4 + 7x^3 + 4x^2 + 8x + 3 - (4x^4 + x^3 + 6x^2 + 5x) = 6x^3 - 2x^2 + 3x + 3$$

= $6x^3 + 9x^2 + 3x + 3$



La división de estos dos polinomios, también puede hacerse como sigue:

 $6x^3 : 5x^3$



$$6x^3 : 5x^3 = (6 \cdot 5^{-1})x^{3-3} = 6 \cdot 9$$



La división de estos dos polinomios, también puede hacerse como sigue:

$$6x^3 : 5x^3 = (6 \cdot 5^{-1})x^{3-3} = 6 \cdot 9 = 10.$$

La división de estos dos polinomios, también puede hacerse como sigue:

$$6x^3 : 5x^3 = (6 \cdot 5^{-1})x^{3-3} = 6 \cdot 9 = 10.$$



La división de estos dos polinomios, también puede hacerse como sigue:

$$10 \cdot (5x^3 + 4x^2 + 2x + 9) =$$



$$10 \cdot (5x^3 + 4x^2 + 2x + 9) = 50x^3 + 40x^2 + 20x + 90.$$



$$10 \cdot (5x^3 + 4x^2 + 2x + 9) = 50x^3 + 40x^2 + 20x + 90 = 6x^3 + 7x^2 + 9x + 2.$$



La división de estos dos polinomios, también puede hacerse como sigue:

$$10 \cdot (5x^3 + 4x^2 + 2x + 9) = 50x^3 + 40x^2 + 20x + 90 = 6x^3 + 7x^2 + 9x + 2.$$



$$6x^3 + 9x^2 + 3x + 3 - (6x^3 + 7x^2 + 9x + 2) =$$

La división de estos dos polinomios, también puede hacerse como sigue:

$$6x^3 + 9x^2 + 3x + 3 - (6x^3 + 7x^2 + 9x + 2) = 2x^2 - 6x + 1$$



La división de estos dos polinomios, también puede hacerse como sigue:

$$6x^3 + 9x^2 + 3x + 3 - (6x^3 + 7x^2 + 9x + 2) = 2x^2 - 6x + 1$$

= $2x^2 + 5x + 1$

La división de estos dos polinomios, también puede hacerse como sigue:

$$6x^3 + 9x^2 + 3x + 3 - (6x^3 + 7x^2 + 9x + 2) = 2x^2 - 6x + 1$$

= $2x^2 + 5x + 1$