

---

# Series de números reales

---

## 1 Convergencia de series numéricas

**Ejercicio 1.** Aplicar el criterio de la raíz para estudiar la posible convergencia de las siguientes series:

- |  |   |
|--|---|
| a) $\sum \left(\frac{n+1}{3n-1}\right)^n$    | d) $\sum \frac{n^n}{e^{(n^2+1)}}$             |
| b) $\sum \left(\frac{n}{3n-2}\right)^{2n-1}$ | e) $\sum \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{-n^2}$ |
| c) $\sum \frac{n^n}{(2n+1)^n}$               |   |

**Ejercicio 2.** Aplicar el criterio del cociente para estudiar la posible convergencia de las siguientes series:

- |  |   |
|--|---|
| a) $\sum \frac{1}{n2^n}$                         | d) $\sum \frac{2 \cdot 5 \cdot 8 \cdots (3n-1)}{1 \cdot 5 \cdot 9 \cdots (4n-3)}$ |
| b) $\sum \frac{1}{n} \left(\frac{2}{5}\right)^n$ | e) $\sum \frac{2^n n!}{n^n}$  |
| c) $\sum \frac{(n+1)^n}{3^n n!}$                 |   |

**Ejercicio 3.** Aplicar el criterio de comparación para estudiar la posible convergencia de las siguientes series:

- |                                   |   |
|-----------------------------------|---|
| a) $\sum \frac{\log(n)}{n}$       | e) $\sum \frac{1}{(2n-1)2n}$                |
| b) $\sum \frac{1}{\sqrt{n(n+1)}}$ | f) $\sum \frac{1}{\sqrt{n}}$                |
| c) $\sum \frac{1}{2n-1}$          | g) $\sum \frac{\sqrt[3]{n}}{(n+1)\sqrt{n}}$ |
| d) $\sum \frac{1}{2^n - n}$       |   |

**Ejercicio 4.** Aplicar el criterio de condensación para estudiar la posible convergencia de las siguientes series:

- |  |
|--|
| a) $\sum \frac{1}{n \log(n)}$                |
| b) $\sum \frac{1}{n(\log(n))^2}$             |
| c) $\sum \frac{1}{n(\log(n)) \log(\log(n))}$ |

**Ejercicio 5.** Discutir la convergencia de las siguientes series de números reales:

- |                                 |                                     |
|---------------------------------|-------------------------------------|
| a) $\sum \frac{2^n}{n}$         | d) $\sum \frac{n^2}{(3n-1)^2}$      |
| b) $\sum \frac{n+1}{2n+1}$      | e) $\sum \frac{3n-1}{(\sqrt{2})^n}$ |
| c) $\sum \frac{1}{n^2 \log(n)}$ |                                     |

**Ejercicio 6.** Discutir la convergencia de las siguientes series de números reales:

- |                                       |  |
|---------------------------------------|--|
| a) $\sum \frac{1}{n!}$                | d) $\sum \left(\frac{3n}{3n+1}\right)^n$ |
| b) $\sum \frac{1}{(3n-2)(3n+1)}$      | e) $\sum \frac{n^2}{4^{(n-1)}}$          |
| c) $\sum \frac{2n+1}{(n+1)^2(n+2)^2}$ |  |

**Ejercicio 7.** Estudiar la convergencia de las series

- |  |   |
|--|---|
| a) $\sum \frac{n^3}{e^n}$                              | e) $\sum \left(\frac{n+1}{n^2}\right)^n$  |
| b) $\sum \left(\frac{2n+1}{3n+1}\right)^{\frac{n}{2}}$ | f) $\sum \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdots (2n-1)}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdots (2n+2)}$ |
| c) $\sum \frac{(n!)^2}{(2n)!}$                         | g) $\sum \frac{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdots 2n}{5 \cdot 7 \cdot 9 \cdots (2n+3)}$     |
| d) $\sum \frac{2^n}{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdots (2n+1)}$  |   |

**Ejercicio 8.** Discutir la convergencia de las siguientes series de números reales:

- |  |   |
|--|---|
| a) $\sum (-1)^n \frac{20^n}{n+1}$  | d) $\sum \log \left(\frac{n^2+3}{n^2+2}\right)$ |
| b) $\sum \left(\frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdots (2n-1)}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdots 2n}\right)^2$ | e) $\sum \frac{\sqrt[n]{n} \log(n)}{n^2+1}$     |
| c) $\sum \log \left(1 + \frac{1}{n}\right)$  | f) $\sum (-1)^n e^{-n}$                         |

**E** **Ejercicio 9.** Estudia el carácter de las siguientes series:

- a)  $\sum \left(\frac{2n+1}{2n+5}\right)^{n^2}$ .
- b)  $\sum \frac{1+\log(n)}{n^n}$ .

**E** **Ejercicio 10.** Estudiar, según los valores de  $a > 0$  la convergencia de las siguientes series:

- a)  $\sum \frac{a^n}{n^a}$
- b)  $\sum a^n n^a$

## 2 Suma de series

**Ejercicio 11.** Sumar, si es posible, las siguientes series

- a)  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{15}{10^n}$
- b)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n(n+1)}$
- c)  $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{3^n}$

**Ejercicio 12.** Sumar, si es posible, las siguientes series

- a)  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(n+3)(n+4)}$
- b)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^{n+3}}$
- c)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n + 3^n}{5^n}$

**Ejercicio 13.** Sumar la serie de números reales  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 + n + 1}{n!}$