Alumno:____ **DNI:**____________

Fundamentos Lógicos de la Programación

30/06/09

Señala el grupo a continuación:

Ingeniería Técnica en Informática de Gestión A

Ingeniería Técnica en Informática de Gestión B

Ingeniería técnica en Informática de Sistemas B

Todas las respuestas hay que justificarlas. Caso contrario no se puntuarán.

Ejercicio 1. De los siguientes grupos de fórmulas proposicionales, ¿cuál verifica que $I(\alpha) \cdot I(\beta) = 1 + I(\gamma)$?

1. $\alpha = a$, $\beta = \neg b$, $\gamma = a \vee \neg b$.
2. $\alpha = a \vee \neg b$, $\beta = b \leftrightarrow c$, $\gamma = a \to c$.
3. $\alpha = a \to \neg b \vee c$, $\beta = \neg c \to a \wedge b$, $\gamma = \neg c$.
4. $\alpha = a \to \neg b$, $\beta = \neg a \wedge b$, $\gamma = a \to b$.

Ejercicio 2. Si Γ es un conjunto de proposiciones y $\Gamma \models (\neg(a \to b)) \to (\neg c \to \neg d)$, entonces:

1. $\Gamma \cup \{\neg(a \to b)\} \models d \to c$
2. $\Gamma \cup \{\neg(a \to b), \neg d\} \models \neg c$
3. $\Gamma \cup \{\neg c \to \neg d\} \models \neg(a \to b)$
4. $\Gamma \cup \{\neg(a \to b), \neg c\} \models d$

Ejercicio 3. Consideramos los siguientes conjuntos de cláusulas proposicionales:

1. $\Sigma_1 = \{a \vee b, \neg a \vee b, a \vee \neg b, \neg a \vee \neg b, c \vee d\}$
2. $\Sigma_2 = \{a \vee b, a \vee \neg b, \neg a \vee c \vee d, c \vee e\}$
3. $\Sigma_3 = \{a \vee b \vee c, \neg a \vee c \vee d\}$

Basándose exclusivamente en el algoritmo de Davis y Putnam para dar la respuesta, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?

1. Σ_1 y Σ_2 son insatisfacibles.
2. Σ_1 es insatisfacible y tanto Σ_2 como Σ_3 son satisfacibles.
3. Σ_3 es insatisfacible y tanto Σ_2 como Σ_1 son satisfacibles.
4. Σ_3 y Σ_2 son insatisfacibles.

Ejercicio 4. Dado el lenguaje de primer orden con símbolos de constante a y b, símbolos de función sum^2 y prod^2 (ambos binarios) y símbolos de predicado P^1 y Eq^2, consideramos la estructura dada por:

Dominio: $\mathbb{N}$
Constantes: $a = 0$, $b = 1$.
Funciones: $\mathrm{sum}(x, y) = x + y$, $\mathrm{prod}(x, y) = x \cdot y$.
Predicados: $P(x) \equiv x$ es par, $\mathrm{Eq}(x, y) \equiv x = y$.
Elige qué fórmula de las siguientes significa que "todo número par es múltiplo de 2"

1. $\forall x \exists y (P(x) \to \mathrm{Eq}(x, \mathrm{prod}(y, \mathrm{sum}(b, b))))$.
2. $\forall x \exists y (P(x) \to \mathrm{Eq}(y, \mathrm{prod}(x, \mathrm{sum}(b, b))))$.
3. $\exists x \forall y (P(x) \to \mathrm{Eq}(x, \mathrm{prod}(y, \mathrm{sum}(b, b))))$.
4. $\forall x \exists y (P(x) \leftrightarrow \mathrm{Eq}(x, \mathrm{prod}(y, \mathrm{sum}(b, b))))$.

Ejercicio 5. Para un lenguaje de primer orden $\mathcal{L}$ se considera la interpretación dada por

$$\text{la estructura } \varepsilon \equiv \begin{cases} \mathcal{D} = \mathbb{N}, \\ f(x) = 2x + 1, \text{ para todo } x \in \mathcal{D}, \\ P(x) \text{ es verdadero si, y sólo si, } x \text{ es un número primo,} \end{cases}$$

y la asignación o valoración $v(x) = 3$.

(Se recuerda que 1 por definición no es un número primo)

¿Cuál de las siguientes fórmulas de $\mathcal{L}$ es verdadera bajo la interpretación dada?

1. $P(x) \to \forall x(P(x) \vee \neg P(f(x)))$,
2. $P(x) \to \exists x \neg P(f(f(x)))$,
3. $\forall y(P(y) \to P(f(y)))$,
4. $\forall y(P(x) \to P(y))$.

Ejercicio 6. ¿Cuál de las siguientes fórmulas es equivalente a la fórmula

$$\forall x(\forall x R(x, y) \to \exists y R(x, f(y))) \text{ ?}$$

1. $\forall x \exists t \exists y(R(t, y) \to R(x, f(y)))$
2. $\forall x \forall z(R(x, y) \to R(x, f(z)))$
3. $\forall x \exists y(R(x, z) \to R(x, f(y)))$
4. $\forall x \exists w(R(w, y) \to R(x, f(w)))$

Ejercicio 7. Dados los literales $P(g(f(x), u), f(a), g(z, f(y)))$ y $P(g(f(f(y)), g(v, a)), f(v), g(g(x, b), x))$, di cuál de las siguientes sustituciones es un unificador principal.

1. $(v|a;\ u|g(v, a);\ z|g(a, b);\ x|a)$.
2. $(v|a;\ u|g(a, a);\ z|g(f(b), b);\ y|b;\ x|f(b))$.
3. $(v|a)(u|g(a, a))(z|g(x, b))(x|f(u))$.
4. $(x|f(y);\ v|a;\ z|g(f(y), b);\ u|g(a, a))$.

Ejercicio 8. ¿Cuál de los siguientes conjuntos de cláusulas es satisfacible?

1. $\{P(x, f(x), g(y)) \vee P(f(y), z, f(z)),\ \neg P(x, f(y), x)\}$
2. $\{P(x, f(x), y) \vee P(f(y), z, g(y)),\ \neg P(x, y, z)\}$
3. $\{P(f(x), g(y), f(z)) \vee P(x, y, z),\ \neg P(f(a), g(b), z)\}$
4. $\{P(x, f(x), f(f(x))) \vee P(f(x), x, f(x)),\ \neg P(f(y), x, f(x))\}$

Ejercicio 9. Dado un lenguaje de primer orden, supongamos que tenemos un conjunto de Horn, Σ, que además no tiene ninguna cláusula de Horn unitaria (con un único literal)

¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?

1. Σ es satisfacible.
2. Σ es insatisfacible.
3. Si además de las tres condiciones que cumple Σ cumple también que es finito, entonces seguro que es insatisfacible.
4. Con las condiciones que enumera el enunciado y que se dice que cumple Σ, no es suficiente para saber si es satisfacible o insatisfacible.

Ejercicio 10. Consideremos las siguientes cláusulas en el lenguaje de primer orden apropiado:

$$\begin{aligned}\gamma_1 &= \neg P(x, f(b, x)) \vee Q(x) \vee Q(a) \\ \gamma_2 &= \quad P(h(z), w) \vee \neg Q(h(y))\end{aligned}$$

¿Hay alguna deducción de la cláusula vacía a partir del conjunto de hipótesis $\{\gamma_1, \gamma_2\}$?

1. Sí, pues las fórmulas atómicas $Q(x)$, $Q(h(y))$, $P(x, f(b, x))$, $P(h(z), w)$ y $Q(a)$ son unificables.
2. Si en el lugar de a en γ_1 estuviese el símbolo de variable u, sí ocurriría pues $\neg P(x, f(b, x)) \vee Q(x)$ es un factor de $\neg P(x, f(b, x)) \vee Q(x) \vee Q(u)$
3. No, pues hay una estructura, con dominio los números naturales, en la que las dos fórmulas se interpretan como ciertas.
4. Sí, debido a que no hay variables comunes en las dos fórmulas