Permutaciones (sin repetición)

Es el número de posibles ordenaciones de los `m`elementos.

Ejemplo: ¿Cuántas filas diferentes se pueden hacer con 11 personas?

$\boxed{P_n = n!}$ (permutación de n elementos es n!)

. solución ejemplo = 11!

Permutaciones con repetición

Es el número de posibles ordenaciones de los `m`elementos cuando, el primer elemento se repite n veces, el segundo n2 veces, el tercero n3 veces….

Ejemplo: En una librería se ordenan en una estantería tres libros de física, 4 de matemáticas, 7 de inglés. ¿De cuántas maneras diferentes podemos encontrar ordenada esa estantería?

$PR_m^{n_1, n_2 \ldots n_k}$ → veces repite
m → elementos total.

$\boxed{\dfrac{m!}{n_1!\, n_2!\, n_3! \ldots}}$ → nº veces que se repiten los elementos.

. solución ejemplo: $\dfrac{14!}{3!\,4!\,7!}$

Variaciones

Es el número de grupos diferentes que se pueden formar con `m`elementos tomados de `n`en `n`cuando el orden en el que se escogen los elementos hace que se consideren diferentes.

Ejemplo: Se hacen grupos de palabras de 4 letras con las letras A,B,C,D,E. ¿Cuántas palabras distintas existen?

$\boxed{V_m^n = \dfrac{m!}{(m-n)!}}$
n → nº subgrupos
m → todos elem conj.

es decir $\left\{\begin{matrix} 1234 \\ 1432 \end{matrix}\right\}$ son resultados distintos.

. solución ejemplo: $V_5^4 = \dfrac{5!}{(5-4)!} = \dfrac{5!}{1!} = 5!$

Variaciones con repetición

Es el número de grupos diferentes que se pueden formar con `m`elementos tomados de `n`en `n`cuando el orden en el que se escogen los elementos hace que se consideren diferentes y además un mismo elemento se puede repetir varias veces.

Ejemplo: Se hacen grupos de palabras de 4 letras con las letras A,B,C,D,E ¿Cuántas palabras distintas existen si puedes repetir letras?

$\boxed{VR_m^n = m^n}$
m → todos los elem.

Combinatoria

Es el número de grupos que se pueden formar con `m`elementos tomados de `n`en `n`. El orden en el que se formen los grupos no influye.

Ejemplo: En una clase de 40 alumnos se forma un equipo de futbol con 11 alumnos. ¿Cuántos equipos diferentes se pueden formar?

subgrupo

$$\boxed{C_m^n = \frac{m!}{n!(m-n)!}}$$ (binomial)

nº total elem

ejemplo solución: $C = \frac{40!}{11!(40-11)!}$

Combinatoria con repetición

Es el número de grupos que se pueden formar con `m`elementos tomados de `n`en `n`. El orden en el que se formen los grupos no influye y un mismo elemento se puede repetir.

Ejemplo: Hay una tombola donde se soltean 11 regalos entre 40 alumnos. ¿Cuántos grupos de "ganadores" existen? (a una misma persona le puede tocar varios premios)

subgrupo

$$\boxed{CR_m^n = \frac{(m+n-1)!}{n!(m-1)!}}$$

nº tot. elem.

Solución ejemplo: $CR = \frac{(40+11-1)!}{11!(40-1)!}$

Esquema

1º) Entran todos los elementos?
- sí → Permutación → hay repetidos?
  - sí → $PR = \frac{m!}{n!n_2!\ldots}$
  - no → $P_m = m!$
- no → Importa el orden?
  - sí → variación → hay elem repetidos?
    - sí → $V_m^n = m^n$
    - no → $V_m = \frac{m!}{(m-n)!}$
  - no → combinatoria ⇓ hay elem repetidos?
    - sí → $\frac{(m+n-1)!}{n!(m-1)!}$
    - no → $\frac{m!}{n!(m-n)!}$

Principios

1. Principio de la suma: Si A y B son conjuntos disjuntos, es decir, que no comparten elementos, la unión de ambos conjuntos será la suma de A y B.
2. Principio del producto: Si A y B son conjuntos arbitrarios, entonces la unión de ambos conjuntos será el producto de A y B
3. Principio de Inclusión-Exclusión: Si A y B son conjuntos que comparten elementos, la unión de ambos conjuntos será, la suma de los conjuntos menos la intersección de ambos. $|A \cup B| = |A| + |B| - |A\cap$

RESUMEN DE COMBINATORIA

Factorial de un número natural

Es el producto de los "n" factores consecutivos desde "n" hasta 1. El **factorial de un número** se denota por **n!**

$$n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot (n-3) \cdot \ldots \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$$
$$0! = 1$$

Variaciones

Se llama **variaciones ordinarias de m elementos tomados de n en n (m ≥ n)** a los distintos grupos formados por n elementos de forma que:

No entran todos los elementos.
Sí importa el orden.
No se repiten los elementos.

$$V_m^n = m(m-1)(m-2)(m-3) \cdots (m-n+1)$$

También podemos calcular las **variaciones** mediante **factoriales**:

$$V_m^n = \frac{m!}{(m-n)!}$$

Las **variaciones** se denotan por V_m^n o $V_{m,n}$

Variaciones con repetición

Se llama **variaciones con repetición de m elementos tomados de n en n** a los distintos grupos formados por n elementos de manera que:

No entran todos los elementos si m > n. **Sí** pueden entrar todos los elementos si m ≤ n
Sí importa el orden.
Sí se repiten los elementos.

$$VR_m^n = m^n$$

Permutaciones

Sí entran todos los elementos.
Sí importa el orden.
No se repiten los elementos.

$$P_n = n!$$

Permutaciones circulares

Se utilizan cuando los elementos se han de ordenar "en círculo", (por ejemplo, los comensales en una mesa), de modo que el primer elemento que "se sitúe" en la muestra determina el principio y el final de muestra.

$$PC_n = P_{n-1} = (n-1)!$$

Permutaciones con repetición

Permutaciones con repetición de **m elementos** donde el **primer elemento** se repite **a** veces, el **segundo b** veces, el **tercero c** veces,... (**m = a + b + c + ... = n**) son los distintos grupos que pueden formarse con esos m elementos de forma que :

Sí entran todos los elementos.
Sí importa el orden.

Sí se repiten los elementos.

$$PR_n^{a,b,c\ldots} = \frac{P_n}{a!\,b!\,c!\,\ldots}$$

Combinaciones

Se llama **combinaciones de m elementos tomados de n en n (m ≥ n)** a todas las agrupaciones posibles que pueden hacerse con los m elementos de forma que:

No entran todos los elementos.
No importa el orden.
No se repiten los elementos.

$$C_m^n = \frac{V_m^n}{P_n}$$

También podemos calcular las **combinaciones** mediante **factoriales**:

$$C_m^n = \frac{m!}{n!(m-n)!}$$

Combinaciones con repetición

Las **combinaciones con repetición de m elementos tomados de n en n (m ≥ n),** son los distintos grupos formados por n elementos de manera que:

No entran todos los elementos.
No importa el orden.
Sí se repiten los elementos.

$$CR_m^n = \binom{m+n-1}{n} = \frac{(m+n-1)!}{n!(m-1)!}$$

Números combinatorios

El número C_m^n se llama también **número combinatorio**. Se representa por $\binom{m}{n}$ y se lee "**m sobre n**":

$$\binom{m}{n} = \frac{m!}{n!(m-n)!}$$

Propiedades de los números combinatorios

1. $\binom{m}{0} = \binom{m}{m} = 1$
2. $\binom{m}{n} = \binom{m}{m-n}$
3. $\binom{m}{n-1} + \binom{m}{n} = \binom{m+1}{n}$

Binomio de Newton

La **fórmula** que nos permite hallar las **potencias de un binomio** se conoce como **binomio de Newton**.

$$(a \pm b)^n = \binom{n}{0}a^n \pm \binom{n}{1}a^{n-1}b + \binom{n}{2}a^{n-2}b^2 \pm \cdots \pm \binom{n}{n}b^n$$