FUNDAMENTOS LÓGICOS DE LA PROGRAMACIÓN

Convocatoria Septiembre 2013

Alumno:____ **DNI:**____________

(17/09/2013)

I. Informática | I.T.I. Gestión | I.T.I. Sistemas

Ejercicio 1. Sean p, q, r tres fórmulas tales que $\neg p \vee q \vee \neg r$ es una tautología. Entonces:

a) $\{p, q\} \vDash r$.

b) $\{p\} \vDash r \to q$.

c) $\{p, r\} \vDash \neg q$.

d) $\{q\} \vDash p \to r$.

Ejercicio 2. ¿Para cuál de los siguientes conjuntos es $\neg b$ consecuencia lógica?

1. $\{b \to a, a\}$.
2. $\{b \to \neg a, a\}$.
3. $\{a \to \neg b, \neg a \vee c, \neg c\}$.
4. $\{b \to a, a \to c, c\}$.

Ejercicio 3. Para un lenguaje de primer orden, se considera la siguiente estructura:

- $D = \mathbb{N}$.
- $a = 2$.
- $f(x) = 2x + 1$.
- $P(x) \equiv x$ es primo.
- $M(x, y) \equiv x$ es múltiplo de y.

¿Cuál de las siguientes fórmulas se interpreta como cierta en esta estructura?

a) $\forall x(P(f(x)) \vee M(x, a))$.

b) $\exists x \exists y \forall z(M(x, z) \wedge M(z, y))$.

c) $\forall x(P(x) \rightarrow \exists y M(f(y), x))$.

d) $\forall x(M(f(x), x) \rightarrow M(x, a))$.

Ejercicio 4. Sean $\alpha = \forall x(P(x, a) \rightarrow \exists y Q(x, g(y)))$ y $\beta = \forall x(P(x, a) \rightarrow Q(x, g(f(x))))$. Entonces:

a) $\alpha \models \beta$.

b) $\beta \models \alpha$.

c) $\beta \rightarrow \alpha$ es satisfacible y refutable.

d) α y β son lógicamente equivalentes.

Ejercicio 5. La fórmula $\alpha = \forall x P(x) \rightarrow \neg\forall y \exists x \neg Q(x, y)$ es equivalente a:

a) $\exists x \forall y (P(x) \rightarrow Q(y, x))$.

b) $\exists x \forall z \exists y (P(x) \rightarrow Q(z, y))$.

c) $\exists x \forall y (P(x) \rightarrow Q(x, y))$.

d) $\forall y (P(a) \rightarrow Q(y, b))$.

Ejercicio 6. Dadas las siguientes parejas de conjuntos de fórmulas, indica en cuál el segundo conjunto podría ser el resultado de hacer la forma clausular de las fórmulas del primero.

a) $X = \{\forall x \exists y (P(x) \rightarrow R(x, y));\ \neg\forall x Q(x, b)\}$
$Y = \{\neg P(x) \vee R(x, f(x));\ \neg Q(a, b)\}$

b) $X = \{\exists x \forall y (\neg Q(x, b) \rightarrow R(y, f(x)));\ \forall x \exists y \neg R(y, x)\}$
$Y = \{Q(a, b) \vee R(y, f(a));\ \neg R(f(x), x)\}$

c) $X = \{\forall x \exists y (P(x) \rightarrow \neg Q(y, b));\ \exists x \forall y \exists z (\neg R(x, f(y)) \wedge Q(b, z))\}$
$Y = \{\neg P(x) \vee \neg Q(a, b);\ \neg R(c, f(y));\ Q(b, g(y))\}$

d) $X = \{\neg Q(f(a), a);\ \exists x P(x) \rightarrow P(b);\}$
$Y = \{\neg Q(f(a), a);\ \neg P(a) \vee P(b)\}$

Ejercicio 7. Dado el conjunto de cláusulas

$\{P(a);\ Q(b,c);\ R(a,b);\ \neg S(z,y,x) \vee T(x,y);\ \neg U(x,z) \vee \neg Q(y,z) \vee S(z,y,x);\ \neg R(x,y) \vee \neg P(x) \vee U(x,z);\ \neg T(a,b)\}$

a) No podemos saber si es satisfacible o insatisfacible, ya que el sistema de Herbrand es infinito.

b) Hay una deducción lineal-input de la cláusula vacía.

c) Hay una deducción lineal de la cláusula vacía, pero no hay ninguna lineal-input.

d) Es satisfacible, pues no hay ninguna deducción de la cláusula vacía.

Ejercicio 8. Dada la fórmula $\alpha = \exists x(Q(x) \wedge \forall x P(a,x)) \rightarrow \forall x\big(Q(x) \wedge \exists y \forall z R(a,y,z)\big)$. ¿Cuál de las siguientes fórmulas es una forma prenexa para α?

a) $\exists y \forall x(\neg Q(x) \vee \neg P(a,y) \vee (Q(x) \wedge R(a,y,x)))$.

b) $\exists y \forall x \forall z(\neg Q(x) \vee \neg P(a,y) \vee (Q(z) \wedge R(a,y,z)))$.

c) $\exists y \exists z \forall x(\neg Q(x) \vee \neg P(a,y) \vee (Q(x) \wedge R(a,z,x)))$.

d) $\exists y \forall x \forall z(\neg Q(y) \vee \neg P(a,x) \vee (Q(z) \wedge R(a,y,z)))$.

Ejercicio 9. ¿Cuál de los siguientes conjuntos de cláusulas es **satisfacible**?

a) $\{P(f(x), y), \neg P(x, f(y))\}$

b) $\{P(x, x) \vee P(x, f(x)), \neg P(b, x)\}$

c) $\{P(u, f(b)) \vee P(f(a), y), \neg P(x, f(y)) \vee \neg P(f(u), z)\}$

d) $\{P(x, x) \vee P(x, f(x)), \neg P(x, a)\}$

Ejercicio 10. Dadas las siguientes cláusulas en un lenguaje de primer orden

$$C1 = \neg P(g(x), f(x, b)) \vee Q(x, g(a)) \vee Q(a, g(x))$$
$$C2 = P(y, f(g(a), b)) \vee \neg Q(f(z, z), g(y))$$

a) Hay una deducción lineal de la cláusula vacía, pues $P(g(x), f(x, b))$ y $P(y, f(g(a), b))$ son unificables.

b) No hay una deducción lineal de la cláusula vacía, pues hay una estructura con dominio $\mathbb{Z}$ en la que las dos cláusulas se iterpretan como ciertas.

c) Hay una deducción de la cláusula vacía pues no hay variables comunes en ambas fórmulas.

d) No hay ninguna deducción de la cláusula vacía pues no hay fórmulas unitarias.