

— CALCULAR LA FUERZA EJERCIDA SOBRE q_0 POR LAS DEMÁS CARGAS

— CALCULAR EL INCREMENTO DE ENERGÍA POTENCIAL DE q_0 CUANDO LAS CARGAS q_1 y q_2 SE ACERCAN 0.1m al EJE X

$$q_1 = 2 \mu\text{C}$$

$$q_2 = +2 \mu\text{C}$$

$$q_0 = 4 \mu\text{C}$$

Ley de Coulomb

$$|F| = \left| k q_0 \frac{q_i}{r^2} \right| \quad r = \text{distancia de } q_i \text{ a } q_0$$

$$\alpha = \arctg \frac{0.3}{0.4}$$

$$h = \sqrt{0.3^2 + 0.4^2} = 0.5 \text{ m}$$

$$\cos \alpha = 0.4/0.5$$

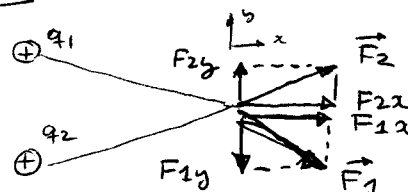
$$\sin \alpha = 0.3/0.5$$

[1°] CALCULO de los MODULOS

$$q_1 \rightarrow |F_1| = \left| 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2} \cdot \frac{(4 \cdot 10^{-6} \text{C})(+2 \cdot 10^{-6} \text{C})}{(0.5 \text{m})^2} \right| = 0.288 \text{ N}$$

$$q_2 \rightarrow |F_2| = \left| 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2} \cdot \frac{(4 \cdot 10^{-6} \text{C})(+2 \cdot 10^{-6} \text{C})}{(0.5 \text{m})^2} \right| = 0.288 \text{ N}$$

[2°] ESQUEMA de LAS FUERZAS



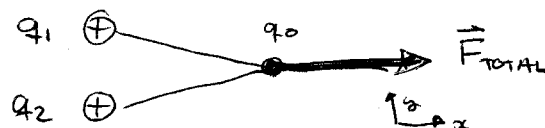
[3°] CALCULO de las COMPONENTES

$$\begin{cases} F_{1x} = + |F_1| \cos \alpha = 0.2304 \text{ N} \\ F_{1y} = - |F_1| \sin \alpha = -0.1728 \text{ N} \end{cases}$$

$$\begin{cases} F_{2x} = + |F_2| \cos \alpha = 0.2304 \text{ N} \\ F_{2y} = + |F_2| \sin \alpha = 0.1728 \text{ N} \end{cases}$$

[4°] CALCULO de LA FUERZA TOTAL

$$\begin{cases} F_x = F_{1x} + F_{2x} = 0.4608 \text{ N} \\ F_y = F_{1y} + F_{2y} = 0 \end{cases}$$



¡LOS SIGNOS SE VEN EN EL ESQUEMA del PUNTO [2]!

— COMO COMO NIVEL DE REFERENCIA DE E_p el ∞ : $E_p(\infty) = 0$

$$E_p = k q_0 \sum \frac{q_i}{r} \quad (r = \text{distancia de } q_i \text{ a } q_0)$$

$$\text{INICIAL } E_{pi} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2} (4 \cdot 10^{-6} \text{C}) \left[\frac{+2 \cdot 10^{-6} \text{C}}{0.5 \text{m}} + \frac{2 \cdot 10^{-6} \text{C}}{0.5 \text{m}} \right] = +0.288 \text{ J}$$

$$\text{FINAL } E_{pf} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2} (4 \cdot 10^{-6} \text{C}) \left[\frac{2 \cdot 10^{-6} \text{C}}{\sqrt{0.2} \text{m}} + \frac{2 \cdot 10^{-6} \text{C}}{\sqrt{0.2} \text{m}} \right] = +0.322 \text{ J}$$

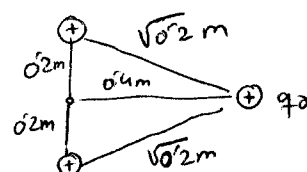
$$\Delta E_p = E_{pf} - E_{pi} = +0.034 \text{ J}$$

(Se ha hecho trabajo CONTRA EL CAMPO)

(ya que la carga q_0 se "ha acercado" a q_1 y q_2)

$q_0 > 0$

q_1 y $q_2 > 0$

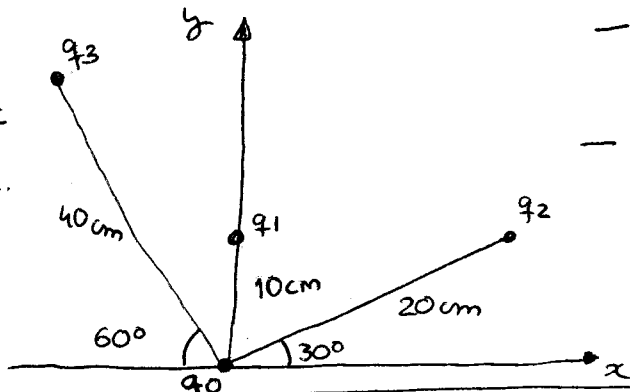


$$q_1 = +10 \mu\text{C}$$

$$q_2 = +20 \mu\text{C}$$

$$q_3 = +30 \mu\text{C}$$

$$q_0 = 100 \text{ nC}$$



- CALCULAR LA FUERZA EJERCIDA POR q_1 , q_2 y q_3 SOBRE q_0
- CALCULAR EL INCREMENTO DE ENERGÍA POTENCIAL CUANDO LA CARGA q_2 SE ACERCA 10 cm y q_3 20 cm a q_0 !

Ley de Coulomb $(F) = k \frac{q_0 q_i}{r^2}$ --- $r = \text{distancia de } q_i \text{ a } q_0$

$$100 \text{ nC} = 100 \cdot 10^{-9} \text{ C} = 10^{-7} \text{ C}$$

$$\cos 30^\circ = \sqrt{3}/2$$

$$\text{sen } 30^\circ = 1/2$$

$$\alpha = 30^\circ$$

1º CALCULO de los MODULOS

$$q_1 \Rightarrow |F_1| = \left| 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2} \frac{(10^{-7} \text{ C})(10 \cdot 10^{-6} \text{ C})}{(0.1 \text{ m})^2} \right| = 0.9 \text{ N}$$

$$q_2 \Rightarrow |F_2| = \left| 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2} \frac{(10^{-7} \text{ C})(20 \cdot 10^{-6} \text{ C})}{(0.2 \text{ m})^2} \right| = 0.45 \text{ N}$$

$$q_3 \Rightarrow |F_3| = \left| 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2} \frac{(10^{-7} \text{ C})(30 \cdot 10^{-6} \text{ C})}{(0.4 \text{ m})^2} \right| = 0.16875 \text{ N}$$

3 CALCULO de LAS COMPONENTES

$$F_{1x} = 0$$

$$F_{1y} = -|F_1| = -0.9 \text{ N}$$

$$F_{2x} = -|F_2| \cos 30^\circ = -0.45 \cdot \sqrt{3}/2 \text{ N}$$

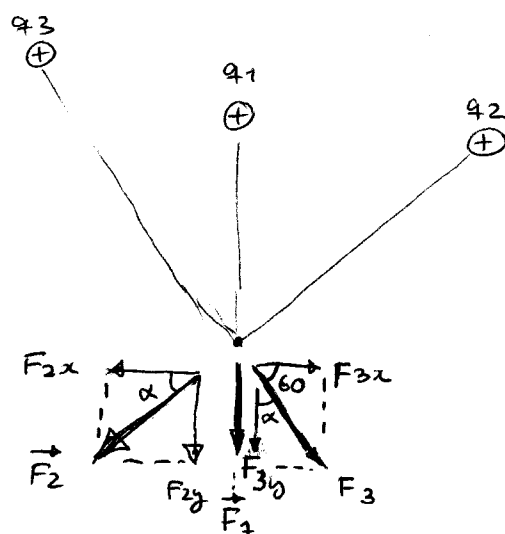
$$F_{2y} = -|F_2| \text{sen } 30^\circ = -0.45 \cdot 1/2 \text{ N}$$

$$F_{3x} = +|F_3| \cos 60^\circ = +0.16875 \cdot 1/2 \text{ N}$$

$$F_{3y} = -|F_3| \text{sen } 60^\circ = -0.16875 \cdot \sqrt{3}/2 \text{ N}$$

↑ VER LOS SIGNOS EN EL ESQUEMA del PUNTO 2

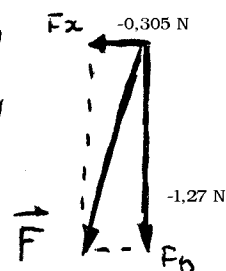
2º ESQUEMA de LAS FUERZAS



3 CALCULO de la FUERZA TOTAL

$$F_x = \sum F_{ix} = -0.3053 \text{ N}$$

$$F_y = \sum F_{iy} = -1.271 \text{ N}$$



— COMO COMO NIVEL DE REFERENCIA de E_p el ∞ : $E_p(\infty) = 0$

$$E_p = k q_0 \sum \frac{q_i}{r} \quad (r = \text{distancia de } q_i \text{ a } q_0)$$

de q_0 debido a q_i

INICIAL $E_{pi} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2} (10^{-7} \text{ C}) \cdot \left[\frac{+10 \cdot 10^{-6} \text{ C}}{0.1 \text{ m}} + \frac{+20 \cdot 10^{-6} \text{ C}}{0.2 \text{ m}} + \frac{30 \cdot 10^{-6} \text{ C}}{0.4 \text{ m}} \right] = 0.2475 \text{ J}$

FINAL $E_{pf} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2} (10^{-7} \text{ C}) \cdot \left[\frac{+10 \cdot 10^{-6} \text{ C}}{0.1 \text{ m}} + \frac{+20 \cdot 10^{-6} \text{ C}}{0.1 \text{ m}} + \frac{30 \cdot 10^{-6} \text{ C}}{0.2 \text{ m}} \right] = 0.405 \text{ J}$

$$\Delta E_p = E_{pf} - E_{pi} = +0.1575 \text{ J}$$

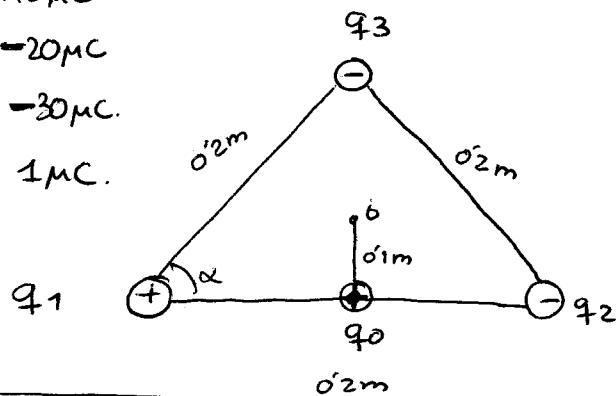
Se ha hecho trabajo contra el campo, ya que q_2 y q_3 (ambas positivas) se han acercado a q_0 (positiva).

$$q_1 = +10 \mu\text{C}$$

$$q_2 = -20 \mu\text{C}$$

$$q_3 = -30 \mu\text{C}$$

$$q_0 = 1 \mu\text{C}$$



— CALCULAR LA FUERZA EJERCIDA POR q_1, q_2 Y q_3 SOBRE q_0

— CALCULAR EL INCREMENTO DE ENERGÍA POTENCIAL de q_0 CUANDO q_0 SE MUEVE A LA POSICIÓN B

$$|F| = \left| k q_0 \frac{q_i}{r^2} \right| \quad \text{LEY de COULOMB}$$

$r = \text{distancia de } q_i \text{ a } q_0$

$$\alpha = 60^\circ$$

$$\cos \alpha = 1/2$$

$$\sin \alpha = \sqrt{3}/2$$

$$0.1732^2 + 0.1^2 = 0.2^2$$

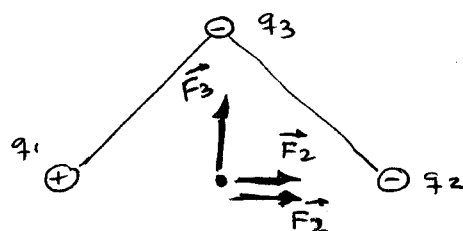
[1] CALCULO DE MODULOS

$$q_1 \rightarrow |F_1| = \left| 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2} \frac{(10^{-6} \text{C})(10^{-5} \text{C})}{(0.1 \text{m})^2} \right| = 9 \text{N}$$

$$q_2 \rightarrow |F_2| = \left| 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2} \frac{(10^{-6} \text{C})(-20 \cdot 10^{-6} \text{C})}{(0.1 \text{m})^2} \right| = 18 \text{N}$$

$$q_3 \rightarrow |F_3| = \left| 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2} \frac{(10^{-6} \text{C})(-30 \cdot 10^{-6} \text{C})}{(0.1732 \text{m})^2} \right| = 9 \text{N}$$

[2] ESQUEMA de las FUERZAS



TOMO Ejes;
y ↑
x →

[3] CALCULO de las COMPONENTES (REVISANDO SIEMPRE EL ESQUEMA ↑)

$$\left. \begin{aligned} F_{1x} &= +|F_1| = 9 \text{N} \\ F_{1y} &= 0 \end{aligned} \right\}$$

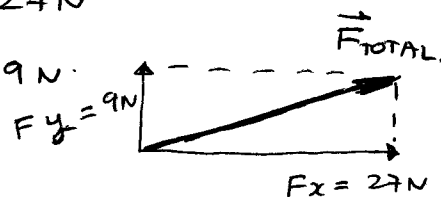
$$\left. \begin{aligned} F_{2x} &= +|F_2| = 18 \text{N} \\ F_{2y} &= 0 \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} F_{3x} &= 0 \\ F_{3y} &= +|F_3| = 9 \text{N} \end{aligned} \right\}$$

[4] CALCULO de la FUERZA TOTAL.

$$F_x = \sum F_{ix} = 27 \text{N}$$

$$F_y = \sum F_{iy} = 9 \text{N}$$



— ESCOJO COMO NIVEL de REFERENCIA de E_p el ∞ : $E_p(\infty) = 0$ —

$$E_p = k q_0 \sum \frac{q_i}{r} \quad (r = \text{distancia de } q_i \text{ a } q_0)$$

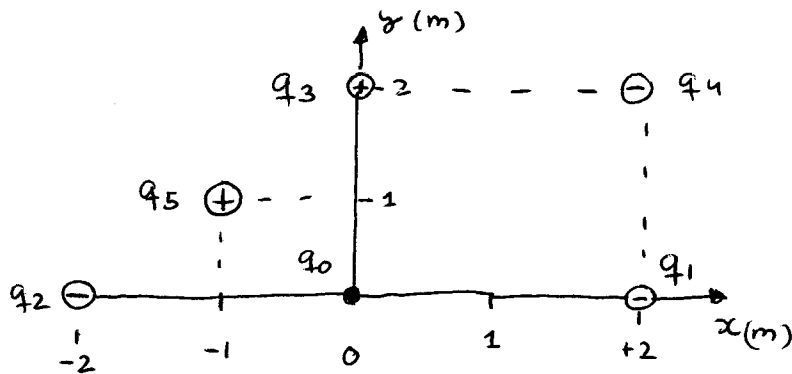
de q_0 debido a q_i

$$\text{INICIAL } E_{pi} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2} \cdot (10^{-6} \text{C}) \cdot \left[\frac{(+10^{-5} \text{C})}{0.1 \text{m}} + \frac{(-20 \cdot 10^{-6} \text{C})}{0.1 \text{m}} + \frac{(-30 \cdot 10^{-6} \text{C})}{0.1732 \text{m}} \right] = -2.459 \text{J}$$

$$\text{FINAL } E_{pf} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2} \cdot (10^{-6} \text{C}) \cdot \left[\frac{(+10^{-5} \text{C})}{0.1414 \text{m}} + \frac{(-20 \cdot 10^{-6} \text{C})}{0.1414 \text{m}} + \frac{(-30 \cdot 10^{-6} \text{C})}{0.0732 \text{m}} \right] = -4.325 \text{J}$$

$$\Delta E_p = E_{pf} - E_{pi} = -1.866 \text{J}$$

Es el campo el que ha hecho trabajo, la carga positiva q_0 se ha acercado a las cargas negativas.



- CALCULAR LA FUERZA EJERCIDA POR

q_1, q_2, q_3, q_4 Y q_5 SOBRE q_0

- CALCULAR EL INCREMENTO DE ENERGIA POTENCIAL DE q_0 CUANDO q_0 SE MUEVE AL PUNTO (0,1)

$$q_1 = -10 \mu\text{C}$$

$$q_4 = -40 \mu\text{C}$$

$$q_2 = -20 \mu\text{C}$$

$$q_5 = +50 \mu\text{C}$$

$$q_3 = +30 \mu\text{C}$$

$$q_0 = 1 \mu\text{C}$$

$$|F| = \left| K q_0 \frac{q_i}{r^2} \right| \quad \text{LEY de COULOMB}$$

(r = distancia de q_i a q_0)

$$\text{DISTANCIA } q_4 - q_0 = \sqrt{2^2 + 2^2} = \sqrt{8}$$

$$\text{DISTANCIA } q_5 - q_0 = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$$

1 CALCULO de MODULOS

$$q_1 \rightarrow |F_1| = \left| 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2} \frac{(+10^{-6} \text{C})(-10 \cdot 10^{-6} \text{C})}{(2 \text{m})^2} \right| = \frac{9}{400} \text{N}$$

$$q_2 \rightarrow |F_2| = \left| 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2} \frac{(+10^{-6} \text{C})(-20 \cdot 10^{-6} \text{C})}{(2 \text{m})^2} \right| = \frac{18}{400} \text{N}$$

$$q_3 \rightarrow |F_3| = \left| 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2} \frac{(+10^{-6} \text{C})(+30 \cdot 10^{-6} \text{C})}{(2 \text{m})^2} \right| = \frac{27}{400} \text{N}$$

$$q_4 \rightarrow |F_4| = \left| 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2} \frac{(+10^{-6} \text{C})(-40 \cdot 10^{-6} \text{C})}{(\sqrt{8} \text{m})^2} \right| = \frac{36}{800} \text{N}$$

$$q_5 \rightarrow |F_5| = \left| 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2} \frac{(+10^{-6} \text{C})(+50 \cdot 10^{-6} \text{C})}{(\sqrt{2} \text{m})^2} \right| = \frac{45}{200} \text{N}$$

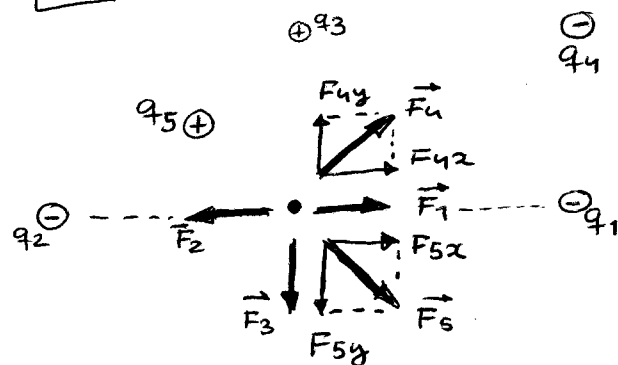
3 CALCULO de las COMPONENTES

$$\left. \begin{array}{l} F_{1x} = +0.0225 \text{ N} \\ F_{1y} = \emptyset \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} F_{2x} = -0.045 \text{ N} \\ F_{2y} = \emptyset \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} F_{3x} = \emptyset \\ F_{3y} = -0.0675 \text{ N} \end{array} \right\}$$

$$\left. \begin{array}{l} F_{4x} = +|F_4| \cos 45^\circ = +0.0318 \text{ N} \\ F_{4y} = +|F_4| \sin 45^\circ = +0.0318 \text{ N} \end{array} \right\}$$

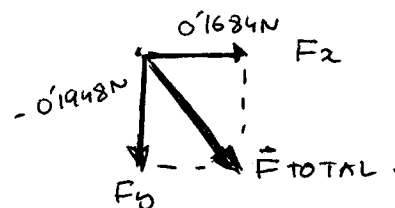
$$\left. \begin{array}{l} F_{5x} = +|F_5| \cos 45^\circ = +0.1591 \text{ N} \\ F_{5y} = -|F_5| \sin 45^\circ = -0.1591 \text{ N} \end{array} \right\}$$

2 ESQUEMA de las FUERZAS.



4 CALCULO de la FUERZA TOTAL.

$$\left. \begin{array}{l} F_x = \sum F_{ix} = +0.1684 \text{ N} \\ F_y = \sum F_{iy} = -0.1948 \text{ N} \end{array} \right\}$$



ESCOJO COMO NIVEL de REFERENCIA de E_p el ∞ : $E_p(\infty) = 0$

$$E_p = K q_0 \sum \frac{q_i}{r} \quad (r = \text{distancia de } q_i \text{ a } q_0)$$

$$\text{INICIAL } E_{pi} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2} (+10^{-6} \text{C}) \left[\frac{-10 \cdot 10^{-6} \text{C}}{2 \text{m}} + \frac{-20 \cdot 10^{-6} \text{C}}{2 \text{m}} + \frac{+30 \cdot 10^{-6} \text{C}}{2 \text{m}} + \frac{-40 \cdot 10^{-6} \text{C}}{\sqrt{8}} + \frac{+50 \cdot 10^{-6} \text{C}}{\sqrt{2}} \right] =$$

$$= 0.1909 \text{ J}$$

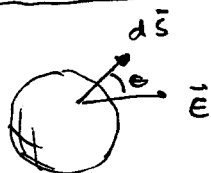
$$\text{FINAL } E_{pf} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2} (+10^{-6} \text{C}) \left[\frac{-10 \cdot 10^{-6} \text{C}}{\sqrt{3}} + \frac{-20 \cdot 10^{-6} \text{C}}{\sqrt{3}} + \frac{+30 \cdot 10^{-6} \text{C}}{1} + \frac{-40 \cdot 10^{-6} \text{C}}{\sqrt{3}} + \frac{+50 \cdot 10^{-6} \text{C}}{1} \right] =$$

$$= 3.3812 \text{ J}$$

$$\Delta E_p = E_{pf} - E_{pi} = +3.1903 \text{ J}$$

\Rightarrow Hay que hacer trabajo CONTRA EL CAMPO, ya que $q_0 > 0$ se acerca a las cargas positivas y se aleja de las negativas.

TEOREMA de GAUß



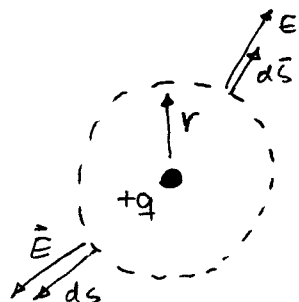
$$\vec{E} \cdot d\vec{s} = |\vec{E}| \cdot ds \cdot \cos \theta$$

$$\int_{\text{SUP. CERRADA}} \vec{E} \cdot d\vec{s} = \int_{\text{VOL}} \frac{\rho}{\epsilon} dV = \frac{1}{\epsilon} \left(\begin{array}{l} \text{CARGA} \\ \text{DENTRO} \\ \text{DEL} \\ \text{VOLUMEN} \end{array} \right)$$

EJERCICIOS

SIMETRIA ESFERICA

- ① CALCULAR EL CAMPO ELECTRICO PRODUCIDO POR UNA CARGA PUNTUAL A DISTANCIA r



TOMO COMO SUP. de Gauß una esfera CENTRADA en $+q$:

$\Rightarrow \vec{E}$ y $d\vec{s}$ FORMAN ANGULO de $0^\circ \Rightarrow \vec{E} \cdot d\vec{s} = E \cdot ds$

$\Rightarrow |\vec{E}|$ ES CTE. EN LA ESFERA \Rightarrow SALE FUERA de la \int

$$E \int_{\text{SUP}} ds = E \cdot (4\pi r^2) = \frac{1}{\epsilon} \left(\begin{array}{l} \text{CARGA} \\ \text{DENTRO} \end{array} \right) = \frac{+q}{\epsilon} \Rightarrow E = \frac{q}{4\pi\epsilon r^2}$$

- ② CALCULAR \vec{E} PRODUCIDO POR UNA ESFERA AISLANTE CON CARGA $+q$. LA CARGA ESTA DISTRIBUIDA UNIFORMEMENTE EL RADIO de la ESFERA es R .

- A DISTANCIAS $r > R$ NO LO HAGO \rightarrow HACEDLO COMO EJERCICIO

- $r < R$

TOMO COMO SUP de Gauß una esfera CONCENTRICA:

$\Rightarrow \vec{E}$ y $d\vec{s}$ FORMAN ANGULO de $0^\circ \Rightarrow \vec{E} \cdot d\vec{s} = E \cdot ds$

$\Rightarrow E$ es CTE. en la ESFERA \Rightarrow SALE FUERA de la \int

$$E \cdot \int_{\text{SUP}} ds = E \cdot (4\pi r^2) = \frac{1}{\epsilon} \left(\begin{array}{l} \text{CARGA} \\ \text{DENTRO} \end{array} \right) = \frac{qr}{\epsilon} \Rightarrow E = \frac{q}{4\pi\epsilon R^3} \frac{r}{R^3}$$

CARGA en la esfera de radio $r = qr$:

$$\frac{qr}{\frac{4}{3}\pi r^3} = \frac{q}{\frac{4}{3}\pi R^3} \Rightarrow qr = q \frac{r^3}{R^3}$$

- ③ CALCULAR \vec{E} PRODUCIDO POR UNA ESFERA CONDUCTORA. CARGADA CON CARGA $+q$. EL RADIO es R . LAS CARGAS ESTAN EN EQUILIBRIO.

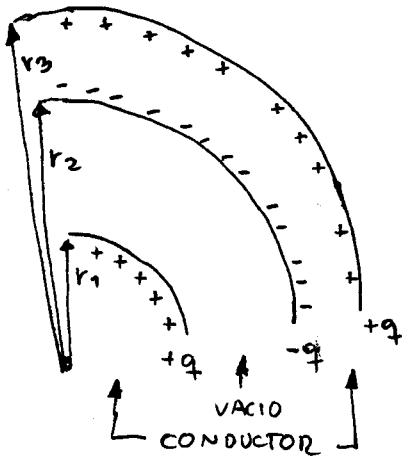
- A DISTANCIAS $r > R$ NO LO HAGO \rightarrow HACEDLO COMO EJERCICIO

- $r < R$ SI ESTÁ EN EQUILIBRIO $\Rightarrow \nexists$ MOVIMIENTO de CARGAS \Rightarrow

$$\Rightarrow \nexists \text{ FUERZA SOBRE ELLAS} \Rightarrow \vec{E} = \frac{\vec{F}}{q} = 0$$

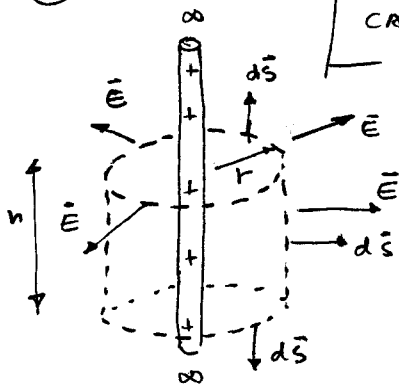
(SI SE USA EL TEOREMA de GAUß, con una esfera CONCENTRICA, SE DEMUESTRA QUE NO HAY CARGA ALMACENADA EN EL INTERIOR DE UN CONDUCTOR EN EQUILIBRIO)

4 EJERCICIO [CALCULAR \vec{E} PRODUCIDO POR DOS ESFERAS CONDUCTORAS CONCENTRICAS. CARGAS Y DIMENSIONES en la FIGURA



SIMETRIA CILINDRICA

5 [CALCULAR \vec{E} PRODUCIDO POR UN HILO INFINITO (RECTILINEO) CARGADO CON λ (C/m)



TOMO COMO SUP de GAUSS UN CILINDRO CONCENTRICO \Rightarrow

\Rightarrow ARRIBA $\vec{E} \perp d\vec{S} \Rightarrow \vec{E} \cdot d\vec{S} = 0$ ($\cos 90^\circ = 0$)

\Rightarrow ABAJO $\vec{E} \perp d\vec{S} \Rightarrow \vec{E} \cdot d\vec{S} = 0$

\Rightarrow LATERAL \vec{E} y $d\vec{S}$ FORMAN ANGULO de $0^\circ \Rightarrow \vec{E} \cdot d\vec{S} = E \cdot dS$

\Rightarrow EN EL LATERAL E es CTE (ESTA a DISTANCIA Fija del HILO)
 \Rightarrow SALE FUERA de la \int

$$\int_{\text{SUP}} \vec{E} \cdot d\vec{S} = 0 + 0 + E \cdot \int_{\text{LATERAL}} dS = \frac{1}{\epsilon} (\text{CARGA DENTRO}) = \frac{\lambda \cdot h}{\epsilon} \Rightarrow E = \frac{\lambda h / \epsilon}{2\pi r \cdot h} = \frac{\lambda}{2\pi \epsilon r}$$

6 [CALCULAR \vec{E} PRODUCIDO POR UN CILINDRO INFINITO AISLANTE Y CARGADO CON λ (C/m). (R = RADIO del CILINDRO)

- A DISTANCIAS $r > R$ NO LO HAGO \rightarrow HAGEDLO COMO EJERCICIO

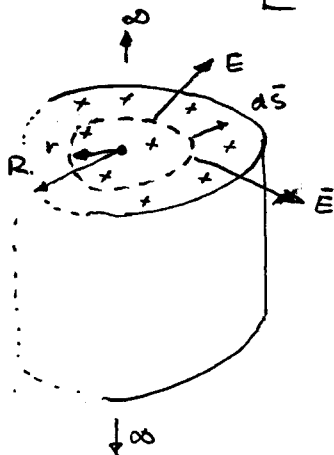
- $r < R$

TOMO COMO SUP de GAUSS UN CILINDRO CONCENTRICO de radio r y de altura $h \Rightarrow$

\Rightarrow ARRIBA y ABAJO $d\vec{S}$ y \vec{E} PERPENDICULARES \Rightarrow

\Rightarrow LATERAL $\left. \begin{array}{l} \vec{E} \text{ y } d\vec{S} \text{ FORMAN ANGULO } 0^\circ \\ \vec{E} \cdot d\vec{S} = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \vec{E} \cdot d\vec{S} = E \cdot dS$

E ES CTE. \Rightarrow SALE FUERA de la \int



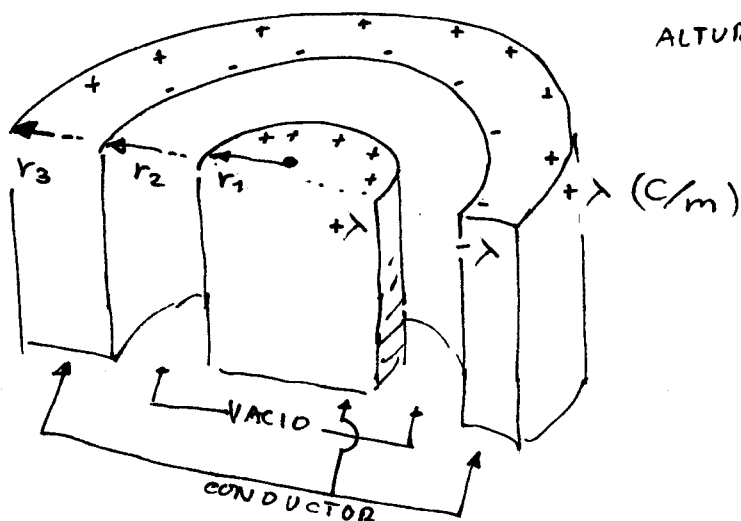
q_r = CARGA en el CILINDRO de radio r

$$\frac{q_r}{[\pi r^2 \cdot h]} = \frac{q = \lambda \cdot h}{[\pi R^2 \cdot h]}$$

$$\int_{\text{SUP}} \vec{E} \cdot d\vec{S} = \int_{\text{ARRIBA}} 0 + \int_{\text{ABAJO}} 0 + E \int_{\text{LATERAL}} dS = E \cdot (2\pi r \cdot h) = \frac{1}{\epsilon} (\text{CARGA DENTRO}) = \frac{q_r}{\epsilon}$$

$$\Rightarrow E = \frac{1}{\epsilon} \left[\lambda h \frac{r^2}{R^2} \right] \frac{1}{2\pi r h} = \frac{\lambda r}{2\pi \epsilon R^2}$$

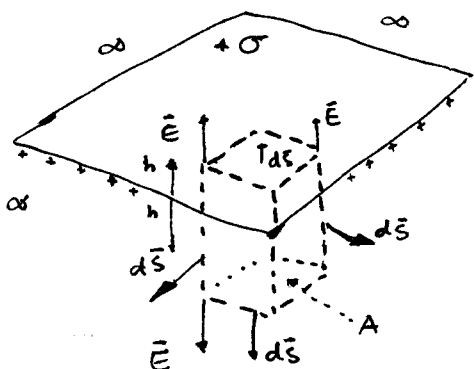
- 7) CALCULAR \vec{E} PRODUCIDO POR DOS CILINDROS COAXIALES CONDUCTORES. CARGAS Y DIMENSIONES EN LA FIGURA.



ALTURA INFINITA. LAS CARGAS ESTAN EN EQUILIBRIO

SIMETRIA PLANA

- 8) CALCULAR \vec{E} PRODUCIDO POR UN PLANO INFINITO CARGADO CON CARGA σ (C/m²)



TOMO COMO SUP. de GAUß UN PARALELEPÍPEDO, ORIENTADO COMO EN LA FIGURA. \Rightarrow

\Rightarrow ARRIBA \vec{E} y $d\vec{s}$ $0^\circ \Rightarrow \vec{E} \cdot d\vec{s} = E \cdot dS \cdot 1$

ABAJOS $\text{ARCO}(\vec{E}, d\vec{s}) = 0^\circ \Rightarrow \vec{E} \cdot d\vec{s} = E \cdot dS \cdot 1$

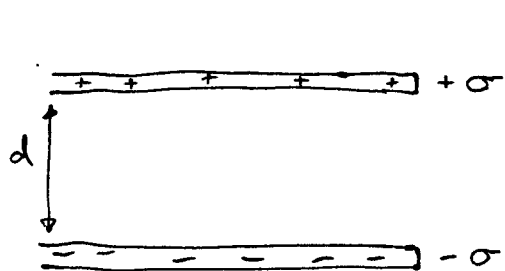
LATERAL $\text{ARCO}(\vec{E}, d\vec{s}) = 90^\circ \Rightarrow \vec{E} \cdot d\vec{s} = E \cdot dS \cdot 0 = 0$

\Rightarrow ARRIBA y ABAJOS $|E|$ es CTE $\Rightarrow E$ SALE FUERA DE LA

$$E \int_{\text{SUP}} dS = 0 + E \int_{\text{LATERALES}} dS + E \int_{\text{ABAJOS}} dS = 2 \cdot E \cdot A = \frac{1}{\epsilon} \left(\text{CARGA DENTRO} \right) = \frac{\sigma \cdot A}{\epsilon}$$

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon}$$

- 9) CALCULAR \vec{E} PRODUCIDO POR DOS PLANOS INFINITOS CARGADOS CON $+\sigma$ (C/m²) y $-\sigma$ (C/m²) SEPARADOS POR DISTANCIA d .



$\uparrow \sigma/2\epsilon$

$\downarrow \sigma/2\epsilon$

$\phi = \sigma/2\epsilon - \sigma/2\epsilon$

$\downarrow \sigma/2\epsilon$

$\downarrow \sigma/2\epsilon$

$\downarrow \sigma/\epsilon = \frac{\sigma}{2\epsilon} + \frac{\sigma}{2\epsilon}$

$\downarrow \sigma/2\epsilon$

$\uparrow \sigma/2\epsilon$

$\phi = \sigma/2\epsilon - \sigma/2\epsilon$

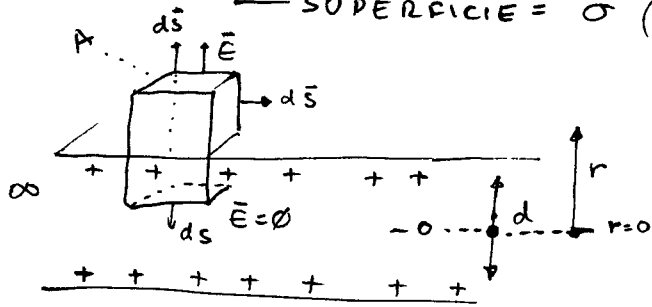
\vec{E} CREADO POR PLACA POSITIVA

\vec{E} DE PLACA NEGATIVA

\vec{E} TOTAL.

SE SUMAN ("SUPERPOSICIÓN")

- 10) CALCULAR EL CAMPO ELECTRICO \vec{E} PRODUCIDO POR UN PLANO CONDUCTOR INFINITO, de ESPESOR d . CARGA POR UNIDAD de SUPERFICIE = σ (C/m²). LAS CARGAS ESTAN EN EQUILIBRIO



- DENTRO del CONDUCTOR ($-d/2 < r < d/2$)
 $\vec{E} = \emptyset$, ya que si existiera \Rightarrow Existiría una fuerza $\vec{F} = q\vec{E}$ sobre las cargas \Rightarrow se moverían \Rightarrow ¡NO ESTARÍAN EN EQUILIBRIO!

$$\vec{E} = \emptyset$$

(USANDO EL TEOREMA de GAUSS PODRÍA DEMOSTRARSE QUE LA CARGA NETA DENTRO DEL CONDUCTOR es \emptyset)

- FUERA (por arriba) ($d/2 < r$)

TOMO COMO SUP. de Gauss un paralelepípedo. (ver figura)

ARRIBA ARCO ($\vec{E}, d\vec{s}$) = $0^\circ \Rightarrow \vec{E} \cdot d\vec{s} = E \cdot ds \cdot 1$. ADEMÁS $E = \text{cte} \Rightarrow$ Sale de la \int

LATERALES ARCO ($\vec{E}, d\vec{s}$) = $90^\circ \Rightarrow \vec{E} \cdot d\vec{s} = \emptyset$ ($\cos 90^\circ = 0$)

ABADO ARCO ($\vec{E}, d\vec{s}$) = ? ¡ $\vec{E} = 0$! $\Rightarrow \vec{E} \cdot d\vec{s} = \emptyset$

$$\int_{\text{SUP}} \vec{E} \cdot d\vec{s} = E \cdot \int_{\text{ARRIBA}} ds + \emptyset + \emptyset = E \cdot A = \frac{1}{\epsilon} \left(\begin{array}{l} \text{CARGA} \\ \text{DENTRO} \end{array} \right) = \frac{1}{\epsilon} (\sigma \cdot A)$$

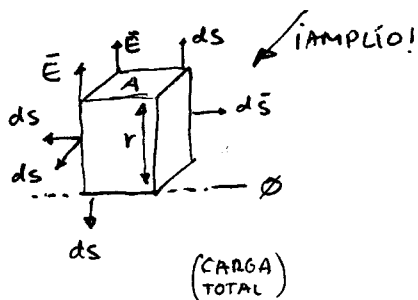
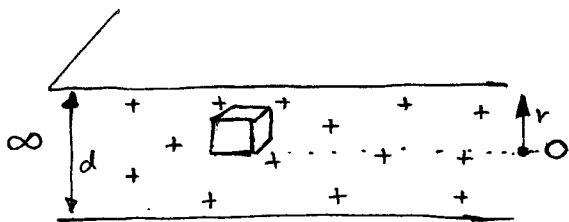
- FUERA (por abajo) ($r < -d/2$)

(No lo hago, es similar)

$$E = \sigma / \epsilon$$

! ESTE PROBLEMA TAMBIÉN PODRÍA HABERSE RESUELTO UTILIZANDO SUPERPOSICION

- 11) CALCULAR \vec{E} PRODUCIDO POR UN DIELECTRICO (AISLANTE). PLANO e INFINITO, de espesor d y CARGA POR UNIDAD de SUPERFICIE = σ (C/m²).



$$\frac{\left(\begin{array}{l} \text{CARGA} \\ \text{DENTRO} \end{array} \right)}{A \cdot r} = \frac{\sigma \cdot A}{A \cdot d}$$

- FUERA (por arriba) ($r > d/2$)
 - FUERA (por abajo) ($r < -d/2$)

{ No lo Hago

- DENTRO ($-d/2 < r < d/2$)

por SIMETRIA, para $r > 0$ \vec{E} hacia arriba
 para $r < 0$ \vec{E} hacia abajo
 para $r = 0$ $\vec{E} = \emptyset$

- TOMO COMO SUP. de GAUSS un PARALELEPIPEDO AJENTADO en $r = 0 \Rightarrow$

- LATERALES $\vec{E} \perp d\vec{s} \Rightarrow \vec{E} \cdot d\vec{s} = \emptyset$

- ABADO $\vec{E} = \emptyset \Rightarrow \vec{E} \cdot d\vec{s} = \emptyset$

- ARRIBA $E = \text{cte}$ y ARCO ($\vec{E}, d\vec{s}$) = $0^\circ \Rightarrow \vec{E} \cdot d\vec{s} = E \cdot ds \cdot 1$

$$\int_{\text{SUP}} \vec{E} \cdot d\vec{s} = \emptyset + \emptyset + E \cdot \int_{\text{ARRIBA}} ds = E \cdot A = \frac{1}{\epsilon} \left(\begin{array}{l} \text{CARGA} \\ \text{DENTRO} \end{array} \right) = \frac{1}{\epsilon} \left(\sigma \frac{r}{d} A \right)$$

$$\Rightarrow E = \frac{\sigma}{\epsilon} \frac{r}{d}$$

EN UN DISPOSITIVO SE TIENE: $E(x) \left(\frac{V}{m}\right) = \begin{cases} 20x+10 & 0 \leq x \leq 0.1m \\ 15-30x & 0.1 \leq x \leq 0.3m \\ 6 & 0.3m \leq x \end{cases}$

SUPONIENDO QUE \vec{E} TIENE LA DIRECCION DEL EJE x y que $V(0)=0$.

CALCULAR $V(x)$ desde $x=0$ hasta $x=0.4m$

$dV = -\vec{E} \cdot d\vec{\ell}$. COMO QUIERO INTEGRAR SEGUN LA DIRECCION x , TOMO COMO CAMINO DE INTEGRACION $|d\vec{\ell}| = dx$

COMO \vec{E} tiene direccion y sentido del eje $x \Rightarrow$ FORMA. CON EL EJE x . UN ANGULO de $0^\circ \Rightarrow \vec{E} \cdot d\vec{\ell} = E \cdot dx \cdot \cos(0) = E \cdot dx \cdot 1$

$$\int_{x_0}^x dV = V(x) - V(x_0) = - \int_{x_0}^x E \cdot dx \quad [E \text{ en } \frac{V}{m} \text{ y } x \text{ en } m \Rightarrow V \text{ en Volts}]$$

$$\boxed{0 \leq x \leq 0.1} \\ x_0 = 0$$

$$\boxed{0.1 \leq x \leq 0.3} \\ x_0 = 0.1$$

$$\boxed{0.3 \leq x \leq 0.4} \\ x_0 = 0.3$$

$$\begin{aligned} V(x) &= \\ &= V(0) - \int_0^x (20x+10) dx \\ &= 0 - \left(20 \frac{x^2}{2} + 10x \right) \Big|_0^x \\ &= - \left[\left(20 \frac{x^2}{2} + 10x \right) - \left(20 \frac{0^2}{2} + 10 \cdot 0 \right) \right] \\ &= - \left(10x^2 + 10x \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V(x) &= \\ &= V(0.1) - \int_{0.1}^x (15-30x) dx \\ &= -1.1 - \left(15x - 30 \frac{x^2}{2} \right) \Big|_{0.1}^x \\ &= -1.1 - \left[\left(15x - 30 \frac{x^2}{2} \right) - \left(15 \cdot 0.1 - 30 \cdot \frac{0.1^2}{2} \right) \right] \\ &= 15x^2 - 15x + 0.25 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V(x) &= \\ &= V(0.3) - \int_{0.3}^x 6 \cdot dx \\ &= -2.9 - (6x) \Big|_{0.3}^x \\ &= -2.9 - [(6x) - (6 \cdot 0.3)] \\ &= -1.1 - 6x. \end{aligned}$$

- BORDE IZDO. COMPROBAR:

$$V(x=0) = 0? \text{ si//}$$

$$V(x=0.1) = -1.1? \text{ si//}$$

$$V(x=0.3) = -2.9? \text{ si//}$$

- LIMITE DCHO. CALCULAR:

$$V(x=0.1) = -1.1V$$

$$V(x=0.3) = -2.9$$

$$V(x=0.4) = -4V.$$

- COMPROBAR QUE $-dV/dx = E$:

$$- \frac{dV}{dx} = -(-20x-10) \text{ si//}$$

$$- \frac{dV}{dx} = -30x+15 \text{ si//}$$

$$- \frac{dV}{dx} = 6x \text{ si//}$$

$$\frac{dV}{dx} < 0 \Rightarrow \text{DECRECIENTE}$$

$$\frac{d^2V}{dx^2}:$$

-20 +30 0
CONCAVA CONVEJA RECTA

CURVATURA: \curvearrowright

