FUNDAMENTOS LÓGICOS DE LA PROGRAMACIÓN

Convocatoria Junio 2012

Alumno:____ **DNI:**____________

(05/07/2012)

I. Informática — I.T.I. Gestión — I.T.I. Sistemas

Ejercicio 1. ¿Cuál de las siguientes interpretaciones

1. $I(a) = 1$, $I(b) = 1$, $I(c) = 0$, $I(d) = 0$,
2. $I(a) = 0$, $I(b) = 1$, $I(c) = 0$, $I(d) = 1$,
3. $I(a) = 1$, $I(b) = 0$, $I(c) = 0$, $I(d) = 0$,
4. $I(a) = 0$, $I(b) = 1$, $I(c) = 1$, $I(d) = 0$,

nos muestra que la implicación

$$\{(a \vee d) \to (\neg b \vee c);\ \neg a \leftrightarrow (b \vee (c \wedge \neg d));\ \neg(a \to d) \wedge (b \leftrightarrow c)\} \vDash ((b \to \neg a) \to \neg c) \wedge d$$

es falsa?

Ejercicio 2. Sea γ la fórmula $((\alpha \to \beta) \wedge \neg\beta) \to \neg\alpha$. Entonces:

a) γ es tautología.

b) γ es satisfacible y refutable.

c) γ es una contradicción.

d) $\gamma \wedge \alpha$ es tautología.

Ejercicio 3. Sea $\alpha = \neg a \vee b \to (a \leftrightarrow c)$ y $\beta = \neg(b \wedge (a \to \neg c))$. Entonces, para cualquier interpretación I se tiene que $I(\alpha \wedge \beta)$ vale:

a) $1 + I(b) \cdot I(c) + I(a) \cdot I(b)$.

b) $I(a) + I(b) + I(a) \cdot I(b) \cdot I(c)$.

c) $1 + I(a) + I(c) + I(a) \cdot I(b) \cdot I(c)$.

d) $1 + I(b) + I(c) + I(a) \cdot I(c) + I(b) \cdot I(c)$.

Ejercicio 4. Sean $\alpha = \forall x(P(x) \to \exists y(Q(y, a) \wedge Q(f(y), x)))$, y sean las estructuras:

- Estructura 1:
  Dominio: $\mathbb{N}$.
  Constantes: $a = 1$.
  Funciones: $f(x) = 2x$.
  Predicados: $P(x) \equiv x$ es primo, $Q(x, y) \equiv x$ es múltiplo de y.

- Estructura 2:
  Dominio: $\mathbb{Z}_5$.
  Constantes: $a = 2$.
  Funciones: $f(x) = x^2 + x$.
  Predicados: $P(x) \equiv x^2 = 1$, $Q(x, y) \equiv x^2 + y = 3$.

Entonces:

1. α se interpreta como cierta en las dos estructuras.
2. α se interpreta como cierta en la primera estructura y como falsa en la segunda.
3. α se interpreta como falsa en la primera estructura y como cierta en la primera.
4. α se interpreta como falsa en las dos estructuras.

Ejercicio 5. Sean $\alpha = \forall x(P(x, a) \to \exists y Q(x, g(y)))$ y $\beta = \forall x(P(x, a) \to Q(x, g(f(x))))$. Entonces:

1. $\alpha \models \beta$.
2. $\beta \models \alpha$.
3. $\beta \to \alpha$ es satisfacible y refutable.
4. α y β son lógicamente equivalentes.

Ejercicio 6. La fórmula $\alpha = \forall x P(x) \to \neg\forall y \exists x \neg Q(x, y)$ es equivalente a:

1. $\exists x \forall y(P(x) \to Q(y, x))$.
2. $\exists x \forall z \exists y(P(x) \to Q(z, y))$.
3. $\exists x \forall y(P(x) \to Q(x, y))$.
4. $\forall y(P(a) \to Q(y, b))$.

Ejercicio 7. Dado el conjunto de cláusulas

$$\{P(x, f(x)) \vee \neg Q(f(a));\ \neg P(x, b) \vee Q(f(a)) \vee \neg R(f(x), x);\ \neg Q(f(x))\}$$

1. $f(f(a))$ pertenece al universo de Herbrand, y $\neg Q(f(a))$ pertenece a la base de Herbrand.
2. $P(b, f(b)) \vee \neg Q(f(a))$ pertenece al sistema de Herbrand y $P(f(b), b)$ a la base de Herbrand.
3. $\neg Q(f(a))$ pertenece tanto a la base como al sistema de Herbrand.
4. $\neg P(a, b) \vee Q(f(a)) \vee \neg R(f(b), b)$ pertenece al sistema de Herbrand.

Ejercicio 8. ¿Cuál de los siguientes conjuntos de cláusulas es satisfacible?

(a) $\{P(x, y, z);\ \neg P(x, f(a), g(f(x))) \vee \neg P(f(x), g(b), f(x))\}$.

(b) $\{P(x, f(x), y);\ \neg P(f(x), y, y) \vee \neg P(z, y, g(z))\}$.

(c) $\{P(x, f(x), g(x));\ \neg P(x, f(x), y) \vee \neg P(z, y, g(z))\}$.

(d) $\{P(x, a, f(x));\ \neg P(b, x, f(b)) \vee \neg P(x, x, f(a))\}$.

Ejercicio 9. Dado el conjunto de cláusulas

$\{P(x, f(x)) \vee Q(x) \vee \neg R(x);\ S(f(x)) \vee Q(x) \vee \neg R(x);\ T(a);\ R(a);\ T(x) \vee \neg P(a, x);\ \neg Q(x) \vee \neg T(x);\ \neg T(x) \vee \neg S(x)\}$

1. Es insatisfacible, pero no hay una deducción lineal-input de la cláusula vacía por no ser un conjunto de Horn.
2. No es un conjunto de Horn, pero puede transformarse en un conjunto de Horn, y es insatisfacible.
3. No es un conjunto de Horn, pero puede transformarse en un conjunto de Horn, y es satisfacible.
4. No es un conjunto de Horn ni puede transformarse en un conjunto de Horn, luego es satisfacible.