Alumno:____ **DNI:**____________

Grupo: A1

Lógica y Métodos Discretos

Examen de Prácticas

Las siguientes preguntas deben ser contestadas **en este papel**, en el espacio que se ofrece después de cada una de ellas. Además, hay que guardar la sesión de Maxima y el programa PROLOG que se usan en la resolución, y llamarlos `examen_nombre.wmx` y `examen_nombre.pl` respectivamente. Estos ficheros se subirán a SWAD, en la pestaña `Evaluación ->Mis trabajos`. Ahí se guardarán en una carpeta de nombre `Examen`.

1. Estudiar, usando MAXIMA, si la fórmula $c \wedge b \wedge \neg d$ es consecuencia lógica de las fórmulas:
   - $((a \to e) \to \neg c) \wedge \neg d$
   - $(\neg c \to (a \to e)) \to \neg(a \wedge \neg e)$
   - b;
   - $\neg a \vee e \vee (b \wedge \neg d)$

   Y en caso negativo, dar una interpretación que lo muestre.

2. Sea x el número formado por las 4 últimas cifras de tu DNI e $y = 30000 + x$. Es decir, si tu DNI es 12345678 entonces $x = 5678$ e $y = 35678$.

   ¿Cuántos números hay con 5 cifras tales que el producto de esas cifras vale 40?

   ¿Cuántos de ellos son mayores que y?

3. Sea G el siguiente grafo:
   - El conjunto de vértices es el conjunto de los números pares comprendidos entre 0 y 200 (ambos inclusive).
   - Para cada dos vértices x e y, hay un lado que los une si $|x - y|$ vale 8, 9 ó 10.

   a) ¿Cuántas compomentes conexas tiene G?

   b) ¿Cuál es el número cromático de G?

   c) ¿Tiene G un camino de Euler?. En tal caso, ¿cuál podría ser su origen?

   d) ¿Cuál es la longitud menor de un ciclo de G?

   e) ¿Es G bipartido?

   f) ¿Cuál es el camino más corto que va desde el vértice 100 hasta el vértice 132?

4. Sea x_n la sucesión definida por:

   $$x_0 = 0; \quad x_1 = 1; \quad x_2 = 1; \quad x_{n+3} = 3x_{n+2} - x_{n+1} - 2x_n$$

   Calcular, usando PROLOG, el término x_{25} y el término x_{1111}.

Observación 0.1. La sucesión definida recursivamente en 4 es la sucesión de Fibonacci. Ha sido construida partiendo de la $f_{n\,n\in\mathbb{N}}$ observando que:

$$\begin{aligned} f_{n+3} &= f_{n+2} + f_{n+1} \\ &= f_{n+1} + f_n + f_{n+1} \\ &= 2f_{n+1} + f_n \\ &= 3f_{n+1} - f_{n+1} + 3f_n - 2f_n \\ &= 3(f_{n+1} + f_n) - f_{n+1} - 2f_n \\ &= 3f_{n+2} - f_{n+1} - 2f_n \end{aligned}$$

Esta es la forma en que se ha buscado la nueva definición, pero la demostración rigurosa puede ser vía una inducción “sencilla”