Fundamentos Lógicos de la Programación

(04/09/2012)

ALUMNO:______________________________ TITULACIÓN:__________ DNI:____________

Ejercicio 1. *Sea* $\Gamma = \{a \vee \neg b \to b \wedge \neg c;\ (a \leftrightarrow b) \to c;\ (a \vee c) \wedge (\neg a \to b \wedge c)\}$. *¿Cuál de las siguientes fórmulas es consecuencia lógica de* Γ*?*

1. $b \to a \vee \neg c$.
2. $(a \vee b) \wedge (\neg a \to b \wedge c)$.
3. $a \leftrightarrow c$.
4. $\neg a \to (b \to \neg c)$.

Ejercicio 2. *Sea* α *la fórmula*

$$\forall z \neg R(z,x) \to \forall x (R(x,y) \wedge \exists x \neg Q(y,x)).$$

¿Cuál de las siguientes fórmulas es equivalente a α*?*

1. $\exists z \forall w \exists x \neg R(z,y) \vee (R(w,y) \wedge \neg Q(y,x))$
2. $\exists z \forall w ((R(z,x) \vee R(w,y)) \wedge (R(z,x) \vee \neg Q(y,z)))$
3. $\exists z \forall w (\neg R(z,x) \vee (R(w,y) \wedge \neg Q(y,w))$
4. $\forall w \exists x (R(w,x) \vee (R(w,y) \wedge \neg Q(y,x)))$

Ejercicio 3. *Consideremos las fórmulas:*

$$\alpha = R(x) \quad y \quad \beta = \exists x R(x)$$

¿Cuál de las siguientes afirmaciones es cierta?

1. $\beta \models \alpha$
2. $\alpha \leftrightarrow \beta$ *es universalmente válida*
3. $\alpha \not\models \beta$
4. α *es satisfacible en una estructura si, y sólo si lo es* β *(en esa misma estructura).*

Ejercicio 4. *Para el conjunto de fórmulas*

$$\Gamma = \{\forall y \forall z (Q(a,z,f(z)) \vee \neg P(y,b)), \forall y \neg Q(y,a,f(a)), \forall z P(b,z)\}$$

¿cuál de las siguientes afirmaciones es cierta?

1. Γ *es insatisfacible.*
2. Γ *no es un conjunto de cláusulas por la presencia de cuantificadores.*
3. Γ *es satisfacible y sería insatisfacible si* $\forall z P(b,z)$ *fuese sustituido por* $\forall z P(a,z)$
4. Γ *es satisfacible y sería insatisfacible si* $\forall y \neg Q(y,a,f(a))$ *fuera sustituido por* $\forall y \neg Q(y,b,f(b))$

Ejercicio 5. *Sean α y β fórmulas de un lenguaje proposicional. La fórmula*

$$\neg(\alpha \leftrightarrow \beta)$$

es lógicamente equivalente a:

1. $(\alpha \wedge \neg\beta) \wedge (\neg\alpha \wedge \beta)$
2. $(\alpha \vee \neg\beta) \wedge (\neg\alpha \vee \beta)$
3. $\alpha \leftrightarrow \neg\beta$
4. $\neg\alpha \leftrightarrow \neg\beta$

Ejercicio 6. *Considera las fórmulas*

$$\alpha = R(x, f(a), y) \quad y \quad \beta = R(f(y), x, b)$$

¿Cuál de las siguientes afirmaciones es cierta?

1. *α y β son unificables y un unificador para ellas es $(a|b)(y|a)(x|f(y))$.*
2. *α y β no son unificables.*
3. *Si renombramos las variables de α tendríamos $R(x_1, f(a), y_1)$ y $R(f(y), x, b)$, que son unificables. Por tanto α y β también lo son.*
4. *α y β son unificables, al comenzar ambas por el mismo símbolo de predicada R.*

Ejercicio 7. *Dado un lenguaje de primer orden con un símbolo de constante (a), un símbolo de predicado 1-ario (P), dos símbolos de predicado binarios (Q, R) y al menos tres símbolos de variable (x, y, z), consideramos la estructura siguiente:*

Dominio: $\mathbb{N}$.

Asignación de constantes: $a = 1$.

Asignación de predicados: $P(x) \equiv x$ *es primo.* $\quad Q(x, y) \equiv x < y$. $\quad R(x, y) \equiv x|y$.

Determina cuál de las siguientes fórmulas se interpreta como verdadera en esta estructura.

1. $\forall x \forall y (Q(x, y) \to \exists z (P(z) \land R(z, y)))$.
2. $\forall y (Q(a, y) \to \exists z (P(z) \land R(z, y)))$.
3. $\forall x \exists y (P(x) \land R(x, y))$.
4. $\exists x R(x, a) \to \forall z \exists y (R(z, y) \land Q(y, z))$.

Ejercicio 8. *¿Cuál de las siguientes fórmulas es universalmente válida?*

1. $\forall x (P(x) \lor Q(x, a)) \to (\forall x P(x) \lor \forall x Q(x, a))$.
2. $(\forall x P(x) \to Q(a, b)) \to \forall x (P(x) \to Q(a, b))$.
3. $\forall x \exists y (P(x) \lor Q(y, a)) \to \exists y \forall x (P(x) \lor Q(y, a))$.
4. $\forall x \exists y (P(x) \lor Q(y, x)) \to \exists y \forall x (P(x) \lor Q(y, x))$.

Ejercicio 9. *¿Cuál de las siguientes afirmaciones es falsa?*

1. *Todo conjunto de Horn insatisfacible admite una deducción lineal-input de la cláusula vacía.*
2. *Todo conjunto formado por cláusulas de Horn es satisfacible.*
3. *Todo conjunto de Horn sin cláusulas unitarias es satisfacible.*
4. *Todo conjunto de cláusulas que sea insatisfacible es un conjunto de Horn.*