Forma normal de Hermite. Transformaciones elementales.

Forma normal de Hermite. Transformaciones elementales.

Sea $A \in M_{m\times n}(K)$.

Forma normal de Hermite. Transformaciones elementales.

Sea $A \in M_{m\times n}(K)$.
Por una transformación elemental por filas en A entendemos cualquiera de las operaciones siguientes:

Forma normal de Hermite. Transformaciones elementales.

Sea $A \in M_{m\times n}(K)$.
Por una transformación elemental por filas en A entendemos cualquiera de las operaciones siguientes:

- Intercambiar dos filas.

Forma normal de Hermite. Transformaciones elementales.

Sea $A \in M_{m\times n}(K)$.
Por una transformación elemental por filas en A entendemos cualquiera de las operaciones siguientes:

- Intercambiar dos filas.
- Multiplicar una fila por un escalar no nulo.

Forma normal de Hermite. Transformaciones elementales.

Sea $A \in M_{m\times n}(K)$.
Por una transformación elemental por filas en A entendemos cualquiera de las operaciones siguientes:

- Intercambiar dos filas.
- Multiplicar una fila por un escalar no nulo.
- Sumarle a una fila otra fila multiplicada por un escalar.

Forma normal de Hermite. Transformaciones elementales.

Sea $A \in M_{m\times n}(K)$.
Por una transformación elemental por filas en A entendemos cualquiera de las operaciones siguientes:

- Intercambiar dos filas.
- Multiplicar una fila por un escalar no nulo.
- Sumarle a una fila otra fila multiplicada por un escalar.

Vamos a tomar $A = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 3 & 9 \\ 7 & 0 & 2 & 10 \\ 5 & 2 & 8 & 8 \end{pmatrix} \in M_{3\times 4}(\mathbb{Z}_{11})$.

Forma normal de Hermite. Transformaciones elementales.

Sea $A \in M_{m\times n}(K)$.
Por una transformación elemental por filas en A entendemos cualquiera de las operaciones siguientes:

- Intercambiar dos filas.
- Multiplicar una fila por un escalar no nulo.
- Sumarle a una fila otra fila multiplicada por un escalar.

Vamos a tomar $A = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 3 & 9 \\ 7 & 0 & 2 & 10 \\ 5 & 2 & 8 & 8 \end{pmatrix} \in M_{3\times 4}(\mathbb{Z}_{11})$.
Denotaremos por E_{ij} a la transformación elemental que consiste en intercambiar entre sí las filas i-ésima y j-ésima.

Forma normal de Hermite. Transformaciones elementales.

Sea $A \in M_{m\times n}(K)$.
Por una transformación elemental por filas en A entendemos cualquiera de las operaciones siguientes:

- Intercambiar dos filas.
- Multiplicar una fila por un escalar no nulo.
- Sumarle a una fila otra fila multiplicada por un escalar.

Vamos a tomar $A = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 3 & 9 \\ 7 & 0 & 2 & 10 \\ 5 & 2 & 8 & 8 \end{pmatrix} \in M_{3\times 4}(\mathbb{Z}_{11})$.

Denotaremos por E_{ij} a la transformación elemental que consiste en intercambiar entre sí las filas i-ésima y j-ésima.

$$\begin{pmatrix} 1 & 5 & 3 & 9 \\ 7 & 0 & 2 & 10 \\ 5 & 2 & 8 & 8 \end{pmatrix}$$

Forma normal de Hermite. Transformaciones elementales.

Sea $A \in M_{m\times n}(K)$.
Por una transformación elemental por filas en A entendemos cualquiera de las operaciones siguientes:

- Intercambiar dos filas.
- Multiplicar una fila por un escalar no nulo.
- Sumarle a una fila otra fila multiplicada por un escalar.

Vamos a tomar $A = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 3 & 9 \\ 7 & 0 & 2 & 10 \\ 5 & 2 & 8 & 8 \end{pmatrix} \in M_{3\times 4}(\mathbb{Z}_{11})$.

Denotaremos por E_{ij} a la transformación elemental que consiste en intercambiar entre sí las filas i-ésima y j-ésima.

$$\begin{pmatrix} 1 & 5 & 3 & 9 \\ 7 & 0 & 2 & 10 \\ 5 & 2 & 8 & 8 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_{13}}$$

Forma normal de Hermite. Transformaciones elementales.

Sea $A \in M_{m\times n}(K)$.
Por una transformación elemental por filas en A entendemos cualquiera de las operaciones siguientes:

- Intercambiar dos filas.
- Multiplicar una fila por un escalar no nulo.
- Sumarle a una fila otra fila multiplicada por un escalar.

Vamos a tomar $A = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 3 & 9 \\ 7 & 0 & 2 & 10 \\ 5 & 2 & 8 & 8 \end{pmatrix} \in M_{3\times 4}(\mathbb{Z}_{11})$.

Denotaremos por E_{ij} a la transformación elemental que consiste en intercambiar entre sí las filas i-ésima y j-ésima.

$$\begin{pmatrix} 1 & 5 & 3 & 9 \\ 7 & 0 & 2 & 10 \\ 5 & 2 & 8 & 8 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_{13}} \begin{pmatrix} 5 & 2 & 8 & 8 \\ 7 & 0 & 2 & 10 \\ 1 & 5 & 3 & 9 \end{pmatrix}$$

Forma normal de Hermite. Transformaciones elementales.

Sea $A \in M_{m\times n}(K)$.
Por una transformación elemental por filas en A entendemos cualquiera de las operaciones siguientes:

- Intercambiar dos filas.
- Multiplicar una fila por un escalar no nulo.
- Sumarle a una fila otra fila multiplicada por un escalar.

Vamos a tomar $A = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 3 & 9 \\ 7 & 0 & 2 & 10 \\ 5 & 2 & 8 & 8 \end{pmatrix} \in M_{3\times 4}(\mathbb{Z}_{11})$.

Denotaremos por $E_i(k)$ a la transformación elemental que consiste en multiplicar la fila i–ésima por el escalar k.

$$\begin{pmatrix} 1 & 5 & 3 & 9 \\ 7 & 0 & 2 & 10 \\ 5 & 2 & 8 & 8 \end{pmatrix}$$

Forma normal de Hermite. Transformaciones elementales.

Sea $A \in M_{m\times n}(K)$.
Por una transformación elemental por filas en A entendemos cualquiera de las operaciones siguientes:

- Intercambiar dos filas.
- Multiplicar una fila por un escalar no nulo.
- Sumarle a una fila otra fila multiplicada por un escalar.

Vamos a tomar $A = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 3 & 9 \\ 7 & 0 & 2 & 10 \\ 5 & 2 & 8 & 8 \end{pmatrix} \in M_{3\times 4}(\mathbb{Z}_{11})$.

Denotaremos por $E_i(k)$ a la transformación elemental que consiste en multiplicar la fila i-ésima por el escalar k.

$$\begin{pmatrix} 1 & 5 & 3 & 9 \\ 7 & 0 & 2 & 10 \\ 5 & 2 & 8 & 8 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_2(5)}$$

Forma normal de Hermite. Transformaciones elementales.

Sea $A \in M_{m\times n}(K)$.
Por una transformación elemental por filas en A entendemos cualquiera de las operaciones siguientes:

- Intercambiar dos filas.
- Multiplicar una fila por un escalar no nulo.
- Sumarle a una fila otra fila multiplicada por un escalar.

Vamos a tomar $A = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 3 & 9 \\ 7 & 0 & 2 & 10 \\ 5 & 2 & 8 & 8 \end{pmatrix} \in M_{3\times 4}(\mathbb{Z}_{11})$.

Denotaremos por $E_i(k)$ a la transformación elemental que consiste en multiplicar la fila i-ésima por el escalar k.

$$\begin{pmatrix} 1 & 5 & 3 & 9 \\ 7 & 0 & 2 & 10 \\ 5 & 2 & 8 & 8 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_2(5)} \begin{pmatrix} 1 & 5 & 3 & 9 \\ 2 & 0 & 10 & 6 \\ 5 & 2 & 8 & 8 \end{pmatrix}$$

Forma normal de Hermite. Transformaciones elementales.

Sea $A \in M_{m\times n}(K)$.
Por una transformación elemental por filas en A entendemos cualquiera de las operaciones siguientes:

- Intercambiar dos filas.
- Multiplicar una fila por un escalar no nulo.
- Sumarle a una fila otra fila multiplicada por un escalar.

Vamos a tomar $A = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 3 & 9 \\ 7 & 0 & 2 & 10 \\ 5 & 2 & 8 & 8 \end{pmatrix} \in M_{3\times 4}(\mathbb{Z}_{11})$.

$E_{ij}(k)$ denotará la transformación elemental que consiste en sumarle a la fila i-ésima la fila j-ésima multiplicada por el escalar k.

$$\begin{pmatrix} 1 & 5 & 3 & 9 \\ 7 & 0 & 2 & 10 \\ 5 & 2 & 8 & 8 \end{pmatrix}$$

Forma normal de Hermite. Transformaciones elementales.

Sea $A \in M_{m\times n}(K)$.
Por una transformación elemental por filas en A entendemos cualquiera de las operaciones siguientes:

- Intercambiar dos filas.
- Multiplicar una fila por un escalar no nulo.
- Sumarle a una fila otra fila multiplicada por un escalar.

Vamos a tomar $A = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 3 & 9 \\ 7 & 0 & 2 & 10 \\ 5 & 2 & 8 & 8 \end{pmatrix} \in M_{3\times 4}(\mathbb{Z}_{11})$.

$E_{ij}(k)$ denotará la transformación elemental que consiste en sumarle a la fila i–ésima la fila j-ésima multiplicada por el escalar k.

$$\begin{pmatrix} 1 & 5 & 3 & 9 \\ 7 & 0 & 2 & 10 \\ 5 & 2 & 8 & 8 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_{21}(3)}$$

Forma normal de Hermite. Transformaciones elementales.

Sea $A \in M_{m\times n}(K)$.
Por una transformación elemental por filas en A entendemos cualquiera de las operaciones siguientes:

- Intercambiar dos filas.
- Multiplicar una fila por un escalar no nulo.
- Sumarle a una fila otra fila multiplicada por un escalar.

Vamos a tomar $A = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 3 & 9 \\ 7 & 0 & 2 & 10 \\ 5 & 2 & 8 & 8 \end{pmatrix} \in M_{3\times 4}(\mathbb{Z}_{11})$.

$E_{ij}(k)$ denotará la transformación elemental que consiste en sumarle a la fila i-ésima la fila j-ésima multiplicada por el escalar k.

$$\begin{pmatrix} 1 & 5 & 3 & 9 \\ 7 & 0 & 2 & 10 \\ 5 & 2 & 8 & 8 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_{21}(3)}$$

$7 + 3 \cdot 1 = 10;$

Forma normal de Hermite. Transformaciones elementales.

Sea $A \in M_{m\times n}(K)$.
Por una transformación elemental por filas en A entendemos cualquiera de las operaciones siguientes:

- Intercambiar dos filas.
- Multiplicar una fila por un escalar no nulo.
- Sumarle a una fila otra fila multiplicada por un escalar.

Vamos a tomar $A = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 3 & 9 \\ 7 & 0 & 2 & 10 \\ 5 & 2 & 8 & 8 \end{pmatrix} \in M_{3\times 4}(\mathbb{Z}_{11})$.

$E_{ij}(k)$ denotará la transformación elemental que consiste en sumarle a la fila i-ésima la fila j-ésima multiplicada por el escalar k.

$$\begin{pmatrix} 1 & 5 & 3 & 9 \\ 7 & 0 & 2 & 10 \\ 5 & 2 & 8 & 8 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_{21}(3)}$$

$7 + 3 \cdot 1 = 10; \quad 0 + 3 \cdot 5 = 4;$

Forma normal de Hermite. Transformaciones elementales.

Sea $A \in M_{m\times n}(K)$.
Por una transformación elemental por filas en A entendemos cualquiera de las operaciones siguientes:

- Intercambiar dos filas.
- Multiplicar una fila por un escalar no nulo.
- Sumarle a una fila otra fila multiplicada por un escalar.

Vamos a tomar $A = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 3 & 9 \\ 7 & 0 & 2 & 10 \\ 5 & 2 & 8 & 8 \end{pmatrix} \in M_{3\times 4}(\mathbb{Z}_{11})$.

$E_{ij}(k)$ denotará la transformación elemental que consiste en sumarle a la fila i-ésima la fila j-ésima multiplicada por el escalar k.

$$\begin{pmatrix} 1 & 5 & 3 & 9 \\ 7 & 0 & 2 & 10 \\ 5 & 2 & 8 & 8 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_{21}(3)}$$

$7 + 3 \cdot 1 = 10; \quad 0 + 3 \cdot 5 = 4; \quad 2 + 3 \cdot 3 = 0;$

Forma normal de Hermite. Transformaciones elementales.

Sea $A \in M_{m\times n}(K)$.
Por una transformación elemental por filas en A entendemos cualquiera de las operaciones siguientes:

- Intercambiar dos filas.
- Multiplicar una fila por un escalar no nulo.
- Sumarle a una fila otra fila multiplicada por un escalar.

Vamos a tomar $A = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 3 & 9 \\ 7 & 0 & 2 & 10 \\ 5 & 2 & 8 & 8 \end{pmatrix} \in M_{3\times 4}(\mathbb{Z}_{11})$.

$E_{ij}(k)$ denotará la transformación elemental que consiste en sumarle a la fila i–ésima la fila j-ésima multiplicada por el escalar k.

$$\begin{pmatrix} 1 & 5 & 3 & 9 \\ 7 & 0 & 2 & 10 \\ 5 & 2 & 8 & 8 \end{pmatrix} \qquad \xrightarrow{E_{21}(3)}$$

$7 + 3\cdot 1 = 10;\quad 0 + 3\cdot 5 = 4;\quad 2 + 3\cdot 3 = 0;\quad 10 + 3\cdot 9 = 4.$

Forma normal de Hermite. Transformaciones elementales.

Sea $A \in M_{m\times n}(K)$.
Por una transformación elemental por filas en A entendemos cualquiera de las operaciones siguientes:

- Intercambiar dos filas.
- Multiplicar una fila por un escalar no nulo.
- Sumarle a una fila otra fila multiplicada por un escalar.

Vamos a tomar $A = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 3 & 9 \\ 7 & 0 & 2 & 10 \\ 5 & 2 & 8 & 8 \end{pmatrix} \in M_{3\times 4}(\mathbb{Z}_{11})$.

$E_{ij}(k)$ denotará la transformación elemental que consiste en sumarle a la fila i-ésima la fila j-ésima multiplicada por el escalar k.

$$\begin{pmatrix} 1 & 5 & 3 & 9 \\ 7 & 0 & 2 & 10 \\ 5 & 2 & 8 & 8 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_{21}(3)} \begin{pmatrix} 1 & 5 & 3 & 9 \\ 10 & 4 & 0 & 4 \\ 5 & 2 & 8 & 8 \end{pmatrix}$$

$7 + 3\cdot 1 = 10;\quad 0 + 3\cdot 5 = 4;\quad 2 + 3\cdot 3 = 0;\quad 10 + 3\cdot 9 = 4.$

Forma normal de Hermite. Transformaciones elementales.

Sea $A \in M_{m\times n}(K)$.
Por una transformación elemental por filas en A entendemos cualquiera de las operaciones siguientes:

- Intercambiar dos filas.
- Multiplicar una fila por un escalar no nulo.
- Sumarle a una fila otra fila multiplicada por un escalar.

Vamos a tomar $A = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 3 & 9 \\ 7 & 0 & 2 & 10 \\ 5 & 2 & 8 & 8 \end{pmatrix} \in M_{3\times 4}(\mathbb{Z}_{11})$.

$E_{ij}(k)$ denotará la transformación elemental que consiste en sumarle a la fila i-ésima la fila j-ésima multiplicada por el escalar k.

$$\begin{pmatrix} 1 & 5 & 3 & 9 \\ 7 & 0 & 2 & 10 \\ 5 & 2 & 8 & 8 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_{21}(3)} \begin{pmatrix} 1 & 5 & 3 & 9 \\ 10 & 4 & 0 & 4 \\ 5 & 2 & 8 & 8 \end{pmatrix}$$

Forma normal de Hermite. Transformaciones elementales.

Sea $A \in M_{m\times n}(K)$.
Por una transformación elemental por filas en A entendemos cualquiera de las operaciones siguientes:

- Intercambiar dos filas.
- Multiplicar una fila por un escalar no nulo.
- Sumarle a una fila otra fila multiplicada por un escalar.

El cambio que se realiza en una matriz mediante una transformación elemental, se puede deshacer con otra transformación elemental.

Forma normal de Hermite. Transformaciones elementales.

Sea $A \in M_{m\times n}(K)$.
Por una transformación elemental por filas en A entendemos cualquiera de las operaciones siguientes:

- Intercambiar dos filas.
- Multiplicar una fila por un escalar no nulo.
- Sumarle a una fila otra fila multiplicada por un escalar.

El cambio que se realiza en una matriz mediante una transformación elemental, se puede deshacer con otra transformación elemental.
Si E es una transformación elemental, denotaremos por E^{-1} a la transformación elemental que deshace el cambio efectuado por E.

Forma normal de Hermite. Transformaciones elementales.

Sea $A \in M_{m\times n}(K)$.
Por una transformación elemental por filas en A entendemos cualquiera de las operaciones siguientes:

- Intercambiar dos filas.
- Multiplicar una fila por un escalar no nulo.
- Sumarle a una fila otra fila multiplicada por un escalar.

El cambio que se realiza en una matriz mediante una transformación elemental, se puede deshacer con otra transformación elemental.
Si E es una transformación elemental, denotaremos por E^{-1} a la transformación elemental que deshace el cambio efectuado por E.
Se tiene entonces que:

Forma normal de Hermite. Transformaciones elementales.

Sea $A \in M_{m\times n}(K)$.
Por una transformación elemental por filas en A entendemos cualquiera de las operaciones siguientes:

- Intercambiar dos filas.
- Multiplicar una fila por un escalar no nulo.
- Sumarle a una fila otra fila multiplicada por un escalar.

El cambio que se realiza en una matriz mediante una transformación elemental, se puede deshacer con otra transformación elemental.
Si E es una transformación elemental, denotaremos por E^{-1} a la transformación elemental que deshace el cambio efectuado por E.
Se tiene entonces que:

- $(E_{ij})^{-1} = E_{ij}$.

Forma normal de Hermite. Transformaciones elementales.

Sea $A \in M_{m\times n}(K)$.
Por una transformación elemental por filas en A entendemos cualquiera de las operaciones siguientes:

- Intercambiar dos filas.
- Multiplicar una fila por un escalar no nulo.
- Sumarle a una fila otra fila multiplicada por un escalar.

El cambio que se realiza en una matriz mediante una transformación elemental, se puede deshacer con otra transformación elemental.
Si E es una transformación elemental, denotaremos por E^{-1} a la transformación elemental que deshace el cambio efectuado por E.
Se tiene entonces que:

- $(E_{ij})^{-1} = E_{ij}$.
- $E_i(k)^{-1} = E_i(k^{-1})$.

Forma normal de Hermite. Transformaciones elementales.

Sea $A \in M_{m\times n}(K)$.
Por una transformación elemental por filas en A entendemos cualquiera de las operaciones siguientes:

- Intercambiar dos filas.
- Multiplicar una fila por un escalar no nulo.
- Sumarle a una fila otra fila multiplicada por un escalar.

El cambio que se realiza en una matriz mediante una transformación elemental, se puede deshacer con otra transformación elemental.
Si E es una transformación elemental, denotaremos por E^{-1} a la transformación elemental que deshace el cambio efectuado por E.
Se tiene entonces que:

- $(E_{ij})^{-1} = E_{ij}$.
- $E_i(k)^{-1} = E_i(k^{-1})$.
- $E_{ij}(k)^{-1} = E_{ij}(-k)$.

Forma normal de Hermite. Matriz escalonada reducida.

Forma normal de Hermite. Matriz escalonada reducida.

Sea $A \in M_{m\times n}(K)$.

Forma normal de Hermite. Matriz escalonada reducida.

Sea $A \in M_{m \times n}(K)$.
Se dice que A es escalonada reducida por filas si:

Forma normal de Hermite. Matriz escalonada reducida.

Sea $A \in M_{m\times n}(K)$.
Se dice que A es escalonada reducida por filas si:

- Debajo de una fila nula no hay filas distintas de cero.

Forma normal de Hermite. Matriz escalonada reducida.

Sea $A \in M_{m\times n}(K)$.
Se dice que A es escalonada reducida por filas si:

- Debajo de una fila nula no hay filas distintas de cero.
- El pivote de cada fila no nula vale 1.

Forma normal de Hermite. Matriz escalonada reducida.

Sea $A \in M_{m\times n}(K)$.
Se dice que A es escalonada reducida por filas si:

- Debajo de una fila nula no hay filas distintas de cero.
- El pivote[1] de cada fila no nula vale 1.

[1] El pivote de una fila es el primer elemento de la fila que es distinto de cero.

Forma normal de Hermite. Matriz escalonada reducida.

Sea $A \in M_{m\times n}(K)$.
Se dice que A es escalonada reducida por filas si:

- Debajo de una fila nula no hay filas distintas de cero.
- El pivote[1] de cada fila no nula vale 1.
- El pivote de cada fila está a la derecha del pivote de la fila que la precede.

[1] El pivote de una fila es el primer elemento de la fila que es distinto de cero.

Forma normal de Hermite. Matriz escalonada reducida.

Sea $A \in M_{m\times n}(K)$.
Se dice que A es escalonada reducida por filas si:

- Debajo de una fila nula no hay filas distintas de cero.
- El pivote[1] de cada fila no nula vale 1.
- El pivote de cada fila está a la derecha del pivote de la fila que la precede.
- En las columnas en que haya un pivote, el resto de elementos son nulos.

[1] El pivote de una fila es el primer elemento de la fila que es distinto de cero.

Forma normal de Hermite. Matriz escalonada reducida.

Sea $A \in M_{m\times n}(K)$.
Se dice que A es escalonada reducida por filas si:

- Debajo de una fila nula no hay filas distintas de cero.
- El pivote[1] de cada fila no nula vale 1.
- El pivote de cada fila está a la derecha del pivote de la fila que la precede.
- En las columnas en que haya un pivote, el resto de elementos son nulos.

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

[1] El pivote de una fila es el primer elemento de la fila que es distinto de cero.

Forma normal de Hermite. Matriz escalonada reducida.

Sea $A \in M_{m\times n}(K)$.
Se dice que A es escalonada reducida por filas si:

- Debajo de una fila nula no hay filas distintas de cero.
- El pivote[1] de cada fila no nula vale 1.
- El pivote de cada fila está a la derecha del pivote de la fila que la precede.
- En las columnas en que haya un pivote, el resto de elementos son nulos.

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Es escalonada reducida por filas.

[1] El pivote de una fila es el primer elemento de la fila que es distinto de cero.

Forma normal de Hermite. Matriz escalonada reducida.

Sea $A \in M_{m\times n}(K)$.
Se dice que A es escalonada reducida por filas si:

- Debajo de una fila nula no hay filas distintas de cero.
- El pivote[1] de cada fila no nula vale 1.
- El pivote de cada fila está a la derecha del pivote de la fila que la precede.
- En las columnas en que haya un pivote, el resto de elementos son nulos.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

[1] El pivote de una fila es el primer elemento de la fila que es distinto de cero.

Forma normal de Hermite. Matriz escalonada reducida.

Sea $A \in M_{m\times n}(K)$.
Se dice que A es escalonada reducida por filas si:

- Debajo de una fila nula no hay filas distintas de cero.
- El pivote[1] de cada fila no nula vale 1.
- El pivote de cada fila está a la derecha del pivote de la fila que la precede.
- En las columnas en que haya un pivote, el resto de elementos son nulos.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Es escalonada reducida por filas.

[1] El pivote de una fila es el primer elemento de la fila que es distinto de cero.

Forma normal de Hermite. Matriz escalonada reducida.

Sea $A \in M_{m\times n}(K)$.
Se dice que A es escalonada reducida por filas si:

- Debajo de una fila nula no hay filas distintas de cero.
- El pivote[1] de cada fila no nula vale 1.
- El pivote de cada fila está a la derecha del pivote de la fila que la precede.
- En las columnas en que haya un pivote, el resto de elementos son nulos.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

[1] El pivote de una fila es el primer elemento de la fila que es distinto de cero.

Forma normal de Hermite. Matriz escalonada reducida.

Sea $A \in M_{m\times n}(K)$.
Se dice que A es escalonada reducida por filas si:

- Debajo de una fila nula no hay filas distintas de cero.
- El pivote[1] de cada fila no nula vale 1.
- El pivote de cada fila está a la derecha del pivote de la fila que la precede.
- En las columnas en que haya un pivote, el resto de elementos son nulos.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

No es escalonada reducida por filas.

[1] El pivote de una fila es el primer elemento de la fila que es distinto de cero.

Forma normal de Hermite. Matriz escalonada reducida.

Sea $A \in M_{m\times n}(K)$.
Se dice que A es escalonada reducida por filas si:

- Debajo de una fila nula no hay filas distintas de cero.
- El pivote[1] de cada fila no nula vale 1.
- El pivote de cada fila está a la derecha del pivote de la fila que la precede.
- En las columnas en que haya un pivote, el resto de elementos son nulos.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

[1] El pivote de una fila es el primer elemento de la fila que es distinto de cero.

Forma normal de Hermite. Matriz escalonada reducida.

Sea $A \in M_{m\times n}(K)$.
Se dice que A es escalonada reducida por filas si:

- Debajo de una fila nula no hay filas distintas de cero.
- El pivote[1] de cada fila no nula vale 1.
- El pivote de cada fila está a la derecha del pivote de la fila que la precede.
- En las columnas en que haya un pivote, el resto de elementos son nulos.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

No es escalonada reducida por filas.

[1] El pivote de una fila es el primer elemento de la fila que es distinto de cero.

Forma normal de Hermite. Matriz escalonada reducida.

Sea $A \in M_{m\times n}(K)$.
Se dice que A es escalonada reducida por filas si:

- Debajo de una fila nula no hay filas distintas de cero.
- El pivote[1] de cada fila no nula vale 1.
- El pivote de cada fila está a la derecha del pivote de la fila que la precede.
- En las columnas en que haya un pivote, el resto de elementos son nulos.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

[1] El pivote de una fila es el primer elemento de la fila que es distinto de cero.

Forma normal de Hermite. Matriz escalonada reducida.

Sea $A \in M_{m \times n}(K)$.
Se dice que A es escalonada reducida por filas si:

- Debajo de una fila nula no hay filas distintas de cero.
- El pivote[1] de cada fila no nula vale 1.
- El pivote de cada fila está a la derecha del pivote de la fila que la precede.
- En las columnas en que haya un pivote, el resto de elementos son nulos.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

No es escalonada reducida por filas.

[1] El pivote de una fila es el primer elemento de la fila que es distinto de cero.

Forma normal de Hermite. Matriz escalonada reducida.

Sea $A \in M_{m\times n}(K)$.
Se dice que A es escalonada reducida por filas si:

- Debajo de una fila nula no hay filas distintas de cero.
- El pivote[1] de cada fila no nula vale 1.
- El pivote de cada fila está a la derecha del pivote de la fila que la precede.
- En las columnas en que haya un pivote, el resto de elementos son nulos.

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

[1] El pivote de una fila es el primer elemento de la fila que es distinto de cero.

Forma normal de Hermite. Matriz escalonada reducida.

Sea $A \in M_{m\times n}(K)$.
Se dice que A es escalonada reducida por filas si:

- Debajo de una fila nula no hay filas distintas de cero.
- El pivote[1] de cada fila no nula vale 1.
- El pivote de cada fila está a la derecha del pivote de la fila que la precede.
- En las columnas en que haya un pivote, el resto de elementos son nulos.

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Es escalonada reducida por filas.

[1] El pivote de una fila es el primer elemento de la fila que es distinto de cero.

Forma normal de Hermite.

Teorema 1

Forma normal de Hermite.

Teorema 1

Sea $A \in M_{m\times n}(K)$.

Forma normal de Hermite.

Teorema 1

Sea $A \in M_{m\times n}(K)$.
Existe una única matriz escalonada reducida por filas a la que podemos llegar a partir de A *realizando transformaciones elementales por filas.*

Forma normal de Hermite.

Teorema 1

Sea $A \in M_{m\times n}(K)$.
Existe una única matriz escalonada reducida por filas a la que podemos llegar a partir de A realizando transformaciones elementales por filas.

Dada $A \in M_{m\times n}(K)$, la **Forma normal de Hermite de A** es la única matriz escalonada reducida por filas que se puede obtener a partir de A realizando transformaciones elementales por filas.

Forma normal de Hermite.

Teorema 1

Sea $A \in M_{m\times n}(K)$.
Existe una única matriz escalonada reducida por filas a la que podemos llegar a partir de A realizando transformaciones elementales por filas.

Dada $A \in M_{m\times n}(K)$, la **Forma normal de Hermite de A** es la única matriz escalonada reducida por filas que se puede obtener a partir de A realizando transformaciones elementales por filas.
Denotaremos a esta matriz como H_A.

Forma normal de Hermite.

Teorema 1

Sea $A \in M_{m\times n}(K)$.
Existe una única matriz escalonada reducida por filas a la que podemos llegar a partir de A realizando transformaciones elementales por filas.

Dada $A \in M_{m\times n}(K)$, la **Forma normal de Hermite de A** es la única matriz escalonada reducida por filas que se puede obtener a partir de A realizando transformaciones elementales por filas.
Denotaremos a esta matriz como H_A.

El **rango de A** es el número de filas distintas de cero de la forma normal de Hermite de A.

Forma normal de Hermite.

Teorema 2

Forma normal de Hermite.

Teorema 2

Sea $A \in M_{m\times n}(K)$, y sea H_A su forma normal de Hermite.

Forma normal de Hermite.

Teorema 2

Sea $A \in M_{m\times n}(K)$, y sea H_A su forma normal de Hermite.
Existe una matriz $P \in M_m(K)$, regular, tal que $P \cdot A = H_A$.

Forma normal de Hermite.

Teorema 2

Sea $A \in M_{m\times n}(K)$, y sea H_A su forma normal de Hermite.
Existe una matriz $P \in M_m(K)$, regular, tal que $P \cdot A = H_A$.

El teorema nos asegura que existe una matriz P, regular, que cumple que $P \cdot A = H_A$, pero no nos dice que sea única.

Forma normal de Hermite.

Teorema 2

Sea $A \in M_{m\times n}(K)$, y sea H_A su forma normal de Hermite.
Existe una matriz $P \in M_m(K)$, regular, tal que $P \cdot A = H_A$.

El teorema nos asegura que existe una matriz P, regular, que cumple que $P \cdot A = H_A$, pero no nos dice que sea única.
Si el rango de la matriz coincide con el número de filas, entonces la matriz P es única. Si el rango de A es menor que el número de filas, hay más de una matriz P en las condiciones del teorema.

Forma normal de Hermite.

Teorema 2

Sea $A \in M_{m\times n}(K)$, y sea H_A su forma normal de Hermite.
Existe una matriz $P \in M_m(K)$, regular, tal que $P \cdot A = H_A$.

El teorema nos asegura que existe una matriz P, regular, que cumple que $P \cdot A = H_A$, pero no nos dice que sea única.
Si el rango de la matriz coincide con el número de filas, entonces la matriz P es única. Si el rango de A es menor que el número de filas, hay más de una matriz P en las condiciones del teorema.
La matriz P puede calcularse realizando en la matriz identidad las mismas operaciones que realizamos en A para calcular su forma normal de Hermite.

Forma normal de Hermite.

Teorema 2

Sea $A \in M_{m\times n}(K)$, y sea H_A su forma normal de Hermite.
Existe una matriz $P \in M_m(K)$, regular, tal que $P \cdot A = H_A$.

El teorema nos asegura que existe una matriz P, regular, que cumple que $P \cdot A = H_A$, pero no nos dice que sea única.
Si el rango de la matriz coincide con el número de filas, entonces la matriz P es única. Si el rango de A es menor que el número de filas, hay más de una matriz P en las condiciones del teorema.
La matriz P puede calcularse realizando en la matriz identidad las mismas operaciones que realizamos en A para calcular su forma normal de Hermite.
A continuación vamos a ver varios ejemplos de cálculo de la forma normal de Hermite, y de la matriz P.

Forma normal de Hermite.

Teorema 2

Sea $A \in M_{m\times n}(K)$, y sea H_A su forma normal de Hermite.
Existe una matriz $P \in M_m(K)$, regular, tal que $P \cdot A = H_A$.

El teorema nos asegura que existe una matriz P, regular, que cumple que $P \cdot A = H_A$, pero no nos dice que sea única.
Si el rango de la matriz coincide con el número de filas, entonces la matriz P es única. Si el rango de A es menor que el número de filas, hay más de una matriz P en las condiciones del teorema.
La matriz P puede calcularse realizando en la matriz identidad las mismas operaciones que realizamos en A para calcular su forma normal de Hermite.
A continuación vamos a ver varios ejemplos de cálculo de la forma normal de Hermite, y de la matriz P.
El cálculo de la forma normal de Hermite lo haremos de izquierda a derecha.

Forma normal de Hermite. Ejemplo de cálculo I.

Comenzamos con un ejemplo sencillo:

Forma normal de Hermite. Ejemplo de cálculo I.

Comenzamos con un ejemplo sencillo:

Sea $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \in M_2(\mathbb{Z}_7)$

Forma normal de Hermite. Ejemplo de cálculo I.

Comenzamos con un ejemplo sencillo:

Sea $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \in M_2(\mathbb{Z}_7)$

$$\begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$$

Forma normal de Hermite. Ejemplo de cálculo I.

Comenzamos con un ejemplo sencillo:

Sea $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \in M_2(\mathbb{Z}_7)$

$$\begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$$

Nos fijamos en la primera columna, y tratamos de colocar un 1 en la posición superior.

Forma normal de Hermite. Ejemplo de cálculo I.

Comenzamos con un ejemplo sencillo:

Sea $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \in M_2(\mathbb{Z}_7)$

$$\begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$$

Nos fijamos en la primera columna, y tratamos de colocar un 1 en la posición superior. Podemos hacerlo, multiplicando la primera fila por 2, o bien restándole a la primera fila la segunda.

Forma normal de Hermite. Ejemplo de cálculo I.

Comenzamos con un ejemplo sencillo:

Sea $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \in M_2(\mathbb{Z}_7)$

$$\begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$$

Nos fijamos en la primera columna, y tratamos de colocar un 1 en la posición superior.
Podemos hacerlo, multiplicando la primera fila por 2, o bien restándole a la primera fila la segunda.
Elegimos la primera opción.

Forma normal de Hermite. Ejemplo de cálculo I.

Comenzamos con un ejemplo sencillo:

Sea $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \in M_2(\mathbb{Z}_7)$

$$\begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_1(2)}$$

Nos fijamos en la primera columna, y tratamos de colocar un 1 en la posición superior.
Podemos hacerlo, multiplicando la primera fila por 2, o bien restándole a la primera fila la segunda.
Elegimos la primera opción.

Forma normal de Hermite. Ejemplo de cálculo I.

Comenzamos con un ejemplo sencillo:

Sea $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \in M_2(\mathbb{Z}_7)$

$$\begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_1(2)} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$$

Nos fijamos en la primera columna, y tratamos de colocar un 1 en la posición superior.
Podemos hacerlo, multiplicando la primera fila por 2, o bien restándole a la primera fila la segunda.
Elegimos la primera opción.

Forma normal de Hermite. Ejemplo de cálculo I.

Comenzamos con un ejemplo sencillo:

Sea $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \in M_2(\mathbb{Z}_7)$

$$\begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_1(2)} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$$

Forma normal de Hermite. Ejemplo de cálculo I.

Comenzamos con un ejemplo sencillo:

Sea $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \in M_2(\mathbb{Z}_7)$

$$\begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_1(2)} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$$

Ahora hacemos cero en el resto de la columna.

Forma normal de Hermite. Ejemplo de cálculo I.

Comenzamos con un ejemplo sencillo:

Sea $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \in M_2(\mathbb{Z}_7)$

$$\begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_1(2)} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$$

Ahora hacemos cero en el resto de la columna.
Para eso, a la segunda fila le sumamos la primera multiplicada por 4.

Forma normal de Hermite. Ejemplo de cálculo I.

Comenzamos con un ejemplo sencillo:

Sea $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \in M_2(\mathbb{Z}_7)$

$$\begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_1(2)} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_{21}(4)}$$

Ahora hacemos cero en el resto de la columna.
Para eso, a la segunda fila le sumamos la primera multiplicada por 4.

Forma normal de Hermite. Ejemplo de cálculo I.

Comenzamos con un ejemplo sencillo:

Sea $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \in M_2(\mathbb{Z}_7)$

$$\begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_1(2)} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_{21}(4)}$$

Ahora hacemos cero en el resto de la columna.
Para eso, a la segunda fila le sumamos la primera multiplicada por 4.
$(3\ 2) + 4\ (1\ 2) = (3\ 2) + (4\ 1) = (0\ 3)$

Forma normal de Hermite. Ejemplo de cálculo I.

Comenzamos con un ejemplo sencillo:

Sea $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \in M_2(\mathbb{Z}_7)$

$$\begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_1(2)} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_{21}(4)} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$$

Ahora hacemos cero en el resto de la columna.

Para eso, a la segunda fila le sumamos la primera multiplicada por 4.

$(3\ 2) + 4\ (1\ 2) = (3\ 2) + (4\ 1) = (0\ 3)$

Forma normal de Hermite. Ejemplo de cálculo I.

Comenzamos con un ejemplo sencillo:

Sea $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \in M_2(\mathbb{Z}_7)$

$$\begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_1(2)} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_{21}(4)} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$$

Forma normal de Hermite. Ejemplo de cálculo I.

Comenzamos con un ejemplo sencillo:

Sea $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \in M_2(\mathbb{Z}_7)$

$$\begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_1(2)} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_{21}(4)} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$$

El segundo pivote debe valer 1.

Forma normal de Hermite. Ejemplo de cálculo I.

Comenzamos con un ejemplo sencillo:

Sea $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \in M_2(\mathbb{Z}_7)$

$$\begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_1(2)} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_{21}(4)} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$$

El segundo pivote debe valer 1.
Multiplicamos la segunda fila por 5.

Forma normal de Hermite. Ejemplo de cálculo I.

Comenzamos con un ejemplo sencillo:

Sea $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \in M_2(\mathbb{Z}_7)$

$$\begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_1(2)} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_{21}(4)} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_2(5)}$$

El segundo pivote debe valer 1.
Multiplicamos la segunda fila por 5.

Comenzamos con un ejemplo sencillo:

Sea $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \in M_2(\mathbb{Z}_7)$

$$\begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_1(2)} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_{21}(4)} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_2(5)} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

El segundo pivote debe valer 1.
Multiplicamos la segunda fila por 5.

Forma normal de Hermite. Ejemplo de cálculo I.

Comenzamos con un ejemplo sencillo:

Sea $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \in M_2(\mathbb{Z}_7)$

$$\begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_1(2)} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_{21}(4)} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_2(5)} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Forma normal de Hermite. Ejemplo de cálculo I.

Comenzamos con un ejemplo sencillo:

Sea $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \in M_2(\mathbb{Z}_7)$

$$\begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_1(2)} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_{21}(4)} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_2(5)} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Y ahora, hacemos cero el resto de elementos de la segunda columna.

Forma normal de Hermite. Ejemplo de cálculo I.

Comenzamos con un ejemplo sencillo:

Sea $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \in M_2(\mathbb{Z}_7)$

$$\begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_1(2)} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_{21}(4)} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_2(5)} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Y ahora, hacemos cero el resto de elementos de la segunda columna.
A la primera fila, le sumamos la segunda multiplicada por 5.

Forma normal de Hermite. Ejemplo de cálculo I.

Comenzamos con un ejemplo sencillo:

Sea $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \in M_2(\mathbb{Z}_7)$

$$\begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_1(2)} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_{21}(4)} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_2(5)} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_{12}(5)}$$

Y ahora, hacemos cero el resto de elementos de la segunda columna.
A la primera fila, le sumamos la segunda multiplicada por 5.

Forma normal de Hermite. Ejemplo de cálculo I.

Comenzamos con un ejemplo sencillo:

Sea $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \in M_2(\mathbb{Z}_7)$

$$\begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_1(2)} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_{21}(4)} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_2(5)} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_{12}(5)} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Y ahora, hacemos cero el resto de elementos de la segunda columna.
A la primera fila, le sumamos la segunda multiplicada por 5.

Forma normal de Hermite. Ejemplo de cálculo I.

Comenzamos con un ejemplo sencillo:

Sea $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \in M_2(\mathbb{Z}_7)$

$$\begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_1(2)} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_{21}(4)} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_2(5)} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_{12}(5)} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Forma normal de Hermite. Ejemplo de cálculo I.

Comenzamos con un ejemplo sencillo:

Sea $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \in M_2(\mathbb{Z}_7)$

$$\begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_1(2)} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_{21}(4)} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_2(5)} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_{12}(5)} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

La forma normal de Hermite de A es

Forma normal de Hermite. Ejemplo de cálculo I.

Comenzamos con un ejemplo sencillo:

Sea $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \in M_2(\mathbb{Z}_7)$

$$\begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_1(2)} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_{21}(4)} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_2(5)} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_{12}(5)} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

La forma normal de Hermite de A es

$$\mathbf{H_A} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Forma normal de Hermite. Ejemplo de cálculo I.

Comenzamos con un ejemplo sencillo:

Sea $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \in M_2(\mathbb{Z}_7)$

$$\begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_1(2)} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_{21}(4)} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_2(5)} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_{12}(5)} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Forma normal de Hermite. Ejemplo de cálculo I.

Comenzamos con un ejemplo sencillo:

Sea $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \in M_2(\mathbb{Z}_7)$

$$\begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_1(2)} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_{21}(4)} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_2(5)} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_{12}(5)} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Realizamos en la identidad las mismas operaciones elementales que hemos hecho en A.

Forma normal de Hermite. Ejemplo de cálculo I.

Comenzamos con un ejemplo sencillo:

Sea $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \in M_2(\mathbb{Z}_7)$

$$\begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_1(2)} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_{21}(4)} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_2(5)} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_{12}(5)} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Realizamos en la identidad las mismas operaciones elementales que hemos hecho en A.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Forma normal de Hermite. Ejemplo de cálculo I.

Comenzamos con un ejemplo sencillo:

Sea $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \in M_2(\mathbb{Z}_7)$

$$\begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_1(2)} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_{21}(4)} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_2(5)} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_{12}(5)} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Realizamos en la identidad las mismas operaciones elementales que hemos hecho en A.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_1(2)}$$

Forma normal de Hermite. Ejemplo de cálculo I.

Comenzamos con un ejemplo sencillo:

Sea $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \in M_2(\mathbb{Z}_7)$

$$\begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_1(2)} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_{21}(4)} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_2(5)} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_{12}(5)} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Realizamos en la identidad las mismas operaciones elementales que hemos hecho en A.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_1(2)} \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Forma normal de Hermite. Ejemplo de cálculo I.

Comenzamos con un ejemplo sencillo:

Sea $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \in M_2(\mathbb{Z}_7)$

$$\begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_1(2)} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_{21}(4)} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_2(5)} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_{12}(5)} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Realizamos en la identidad las mismas operaciones elementales que hemos hecho en A.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_1(2)} \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_{21}(4)}$$

Forma normal de Hermite. Ejemplo de cálculo I.

Comenzamos con un ejemplo sencillo:

Sea $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \in M_2(\mathbb{Z}_7)$

$$\begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_1(2)} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_{21}(4)} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_2(5)} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_{12}(5)} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Realizamos en la identidad las mismas operaciones elementales que hemos hecho en A.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_1(2)} \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_{21}(4)} \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Forma normal de Hermite. Ejemplo de cálculo I.

Comenzamos con un ejemplo sencillo:

Sea $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \in M_2(\mathbb{Z}_7)$

$$\begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_1(2)} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_{21}(4)} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_2(5)} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_{12}(5)} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Realizamos en la identidad las mismas operaciones elementales que hemos hecho en A.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_1(2)} \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_{21}(4)} \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_2(5)}$$

Forma normal de Hermite. Ejemplo de cálculo I.

Comenzamos con un ejemplo sencillo:

Sea $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \in M_2(\mathbb{Z}_7)$

$$\begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_1(2)} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_{21}(4)} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_2(5)} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_{12}(5)} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Realizamos en la identidad las mismas operaciones elementales que hemos hecho en A.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_1(2)} \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_{21}(4)} \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_2(5)} \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 5 & 5 \end{pmatrix}$$

Forma normal de Hermite. Ejemplo de cálculo I.

Comenzamos con un ejemplo sencillo:

Sea $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \in M_2(\mathbb{Z}_7)$

$$\begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_1(2)} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_{21}(4)} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_2(5)} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_{12}(5)} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Realizamos en la identidad las mismas operaciones elementales que hemos hecho en A.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_1(2)} \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_{21}(4)} \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_2(5)} \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 5 & 5 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_{12}(5)}$$

Forma normal de Hermite. Ejemplo de cálculo I.

Comenzamos con un ejemplo sencillo:

Sea $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \in M_2(\mathbb{Z}_7)$

$$\begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_1(2)} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_{21}(4)} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_2(5)} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_{12}(5)} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Realizamos en la identidad las mismas operaciones elementales que hemos hecho en A.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_1(2)} \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_{21}(4)} \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_2(5)} \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 5 & 5 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_{12}(5)} \begin{pmatrix} 6 & 4 \\ 5 & 5 \end{pmatrix}$$

Forma normal de Hermite. Ejemplo de cálculo I.

Comenzamos con un ejemplo sencillo:

Sea $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \in M_2(\mathbb{Z}_7)$

$$\begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_1(2)} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_{21}(4)} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_2(5)} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_{12}(5)} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Realizamos en la identidad las mismas operaciones elementales que hemos hecho en A.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_1(2)} \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_{21}(4)} \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_2(5)} \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 5 & 5 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_{12}(5)} \begin{pmatrix} 6 & 4 \\ 5 & 5 \end{pmatrix}$$

Y hemos obtenido una matriz $P = \begin{pmatrix} 6 & 4 \\ 5 & 5 \end{pmatrix}$.

Forma normal de Hermite. Ejemplo de cálculo I.

Comenzamos con un ejemplo sencillo:

Sea $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \in M_2(\mathbb{Z}_7)$

$$\begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_1(2)} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_{21}(4)} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_2(5)} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_{12}(5)} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Realizamos en la identidad las mismas operaciones elementales que hemos hecho en A.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_1(2)} \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_{21}(4)} \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_2(5)} \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 5 & 5 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_{12}(5)} \begin{pmatrix} 6 & 4 \\ 5 & 5 \end{pmatrix}$$

Y hemos obtenido una matriz $P = \begin{pmatrix} 6 & 4 \\ 5 & 5 \end{pmatrix}$.

Podemos comprobar como $P \cdot A = H_A$.

Forma normal de Hermite. Ejemplo de cálculo I.

Comenzamos con un ejemplo sencillo:

Sea $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \in M_2(\mathbb{Z}_7)$

$$\begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_1(2)} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_{21}(4)} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_2(5)} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_{12}(5)} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Realizamos en la identidad las mismas operaciones elementales que hemos hecho en A.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_1(2)} \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_{21}(4)} \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_2(5)} \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 5 & 5 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_{12}(5)} \begin{pmatrix} 6 & 4 \\ 5 & 5 \end{pmatrix}$$

Y hemos obtenido una matriz $P = \begin{pmatrix} 6 & 4 \\ 5 & 5 \end{pmatrix}$.

Podemos comprobar como $P \cdot A = H_A$.

En este caso, y puesto que $H_A = Id$, tenemos que $P = A^{-1}$.

Forma normal de Hermite. Ejemplo de cálculo II.

Sea $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 & 1 \\ -1 & 2 & -7 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \end{pmatrix} \in M_{3\times 4}(\mathbb{Q})$.

Forma normal de Hermite. Ejemplo de cálculo II.

Sea $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 & 1 \\ -1 & 2 & -7 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \end{pmatrix} \in M_{3\times 4}(\mathbb{Q})$.

Vamos a calcular su forma normal de Hermite.

Forma normal de Hermite. Ejemplo de cálculo II.

Sea $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 & 1 \\ -1 & 2 & -7 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \end{pmatrix} \in M_{3\times 4}(\mathbb{Q})$.
Vamos a calcular su forma normal de Hermite.

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 & 1 \\ -1 & 2 & -7 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

Forma normal de Hermite. Ejemplo de cálculo II.

Sea $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 & 1 \\ -1 & 2 & -7 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \end{pmatrix} \in M_{3\times 4}(\mathbb{Q})$.

Vamos a calcular su forma normal de Hermite.

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 & 1 \\ -1 & 2 & -7 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

Ponemos un 1 en la primera posición de la primera columna.

Forma normal de Hermite. Ejemplo de cálculo II.

Sea $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 & 1 \\ -1 & 2 & -7 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \end{pmatrix} \in M_{3\times 4}(\mathbb{Q})$.
Vamos a calcular su forma normal de Hermite.

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 & 1 \\ -1 & 2 & -7 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

Ponemos un 1 en la primera posición de la primera columna.
Esto lo conseguimos sumando las dos primeras filas.

Sea $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 & 1 \\ -1 & 2 & -7 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \end{pmatrix} \in M_{3\times 4}(\mathbb{Q})$.
Vamos a calcular su forma normal de Hermite.

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 & 1 \\ -1 & 2 & -7 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_{12}(1)} \qquad\qquad E_{12}(1)$$

Ponemos un 1 en la primera posición de la primera columna.
Esto lo conseguimos sumando las dos primeras filas.

Forma normal de Hermite. Ejemplo de cálculo II.

Sea $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 & 1 \\ -1 & 2 & -7 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \end{pmatrix} \in M_{3\times 4}(\mathbb{Q})$.
Vamos a calcular su forma normal de Hermite.

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 & 1 \\ -1 & 2 & -7 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_{12}(1)} \begin{pmatrix} 1 & 3 & -3 & 2 \\ -1 & 2 & -7 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \end{pmatrix} \qquad E_{12}(1)$$

Ponemos un 1 en la primera posición de la primera columna.
Esto lo conseguimos sumando las dos primeras filas.

Forma normal de Hermite. Ejemplo de cálculo II.

Sea $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 & 1 \\ -1 & 2 & -7 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \end{pmatrix} \in M_{3\times 4}(\mathbb{Q})$.
Vamos a calcular su forma normal de Hermite.

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & -3 & 2 \\ -1 & 2 & -7 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \end{pmatrix} \qquad E_{12}(1)$$

Forma normal de Hermite. Ejemplo de cálculo II.

Sea $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 & 1 \\ -1 & 2 & -7 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \end{pmatrix} \in M_{3\times 4}(\mathbb{Q})$.

Vamos a calcular su forma normal de Hermite.

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & -3 & 2 \\ -1 & 2 & -7 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \end{pmatrix} \qquad E_{12}(1)$$

Hacemos cero el resto de elementos de la primera columna.

Forma normal de Hermite. Ejemplo de cálculo II.

Sea $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 & 1 \\ -1 & 2 & -7 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \end{pmatrix} \in M_{3\times 4}(\mathbb{Q})$.

Vamos a calcular su forma normal de Hermite.

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & -3 & 2 \\ -1 & 2 & -7 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \end{pmatrix} \qquad E_{12}(1)$$

Hacemos cero el resto de elementos de la primera columna. Para esto, a la segunda fila le sumamos la primera, y a la tercera se la restamos.

Forma normal de Hermite. Ejemplo de cálculo II.

Sea $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 & 1 \\ -1 & 2 & -7 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \end{pmatrix} \in M_{3\times 4}(\mathbb{Q})$.

Vamos a calcular su forma normal de Hermite.

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & -3 & 2 \\ -1 & 2 & -7 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \end{pmatrix} \xrightarrow{\substack{E_{21}(1) \\ E_{31}(-1)}}$$

$E_{12}(1)$
$E_{21}(1)$
$E_{31}(-1)$

Hacemos cero el resto de elementos de la primera columna. Para esto, a la segunda fila le sumamos la primera, y a la tercera se la restamos.

Forma normal de Hermite. Ejemplo de cálculo II.

Sea $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 & 1 \\ -1 & 2 & -7 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \end{pmatrix} \in M_{3\times 4}(\mathbb{Q})$.

Vamos a calcular su forma normal de Hermite.

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & -3 & 2 \\ -1 & 2 & -7 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \end{pmatrix} \xrightarrow[E_{31}(-1)]{E_{21}(1)} \begin{pmatrix} 1 & 3 & -3 & 2 \\ 0 & 5 & -10 & 3 \\ 0 & -2 & 4 & 1 \end{pmatrix}$$

$E_{12}(1)$
$E_{21}(1)$
$E_{31}(-1)$

Hacemos cero el resto de elementos de la primera columna. Para esto, a la segunda fila le sumamos la primera, y a la tercera se la restamos.

Forma normal de Hermite. Ejemplo de cálculo II.

Sea $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 & 1 \\ -1 & 2 & -7 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \end{pmatrix} \in M_{3\times 4}(\mathbb{Q})$.
Vamos a calcular su forma normal de Hermite.

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & -3 & 2 \\ 0 & 5 & -10 & 3 \\ 0 & -2 & 4 & 1 \end{pmatrix}$$

$E_{12}(1)$
$E_{21}(1)$
$E_{31}(-1)$

Forma normal de Hermite. Ejemplo de cálculo II.

Sea $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 & 1 \\ -1 & 2 & -7 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \end{pmatrix} \in M_{3\times 4}(\mathbb{Q})$.
Vamos a calcular su forma normal de Hermite.

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & -3 & 2 \\ 0 & 5 & -10 & 3 \\ 0 & -2 & 4 & 1 \end{pmatrix}$$

$E_{12}(1)$
$E_{21}(1)$
$E_{31}(-1)$

Ahora hay que hacer uno el segundo pivote.

Forma normal de Hermite. Ejemplo de cálculo II.

Sea $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 & 1 \\ -1 & 2 & -7 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \end{pmatrix} \in M_{3\times 4}(\mathbb{Q})$.
Vamos a calcular su forma normal de Hermite.

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & -3 & 2 \\ 0 & 5 & -10 & 3 \\ 0 & -2 & 4 & 1 \end{pmatrix}$$

$E_{12}(1)$
$E_{21}(1)$
$E_{31}(-1)$

Ahora hay que hacer uno el segundo pivote.
A la segunda fila, le sumamos la tercera multiplicada por 2.

Forma normal de Hermite. Ejemplo de cálculo II.

Sea $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 & 1 \\ -1 & 2 & -7 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \end{pmatrix} \in M_{3\times 4}(\mathbb{Q})$.
Vamos a calcular su forma normal de Hermite.

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & -3 & 2 \\ 0 & 5 & -10 & 3 \\ 0 & -2 & 4 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_{23}(2)}$$

$E_{12}(1)$
$E_{21}(1)$
$E_{31}(-1)$
$E_{23}(2)$

Ahora hay que hacer uno el segundo pivote.
A la segunda fila, le sumamos la tercera multiplicada por 2.

Forma normal de Hermite. Ejemplo de cálculo II.

Sea $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 & 1 \\ -1 & 2 & -7 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \end{pmatrix} \in M_{3\times 4}(\mathbb{Q})$.
Vamos a calcular su forma normal de Hermite.

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & -3 & 2 \\ 0 & 5 & -10 & 3 \\ 0 & -2 & 4 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_{23}(2)} \begin{pmatrix} 1 & 3 & -3 & 2 \\ 0 & 1 & -2 & 5 \\ 0 & -2 & 4 & 1 \end{pmatrix}$$

$E_{12}(1)$
$E_{21}(1)$
$E_{31}(-1)$
$E_{23}(2)$

Ahora hay que hacer uno el segundo pivote.
A la segunda fila, le sumamos la tercera multiplicada por 2.

Forma normal de Hermite. Ejemplo de cálculo II.

Sea $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 & 1 \\ -1 & 2 & -7 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \end{pmatrix} \in M_{3\times 4}(\mathbb{Q})$.
Vamos a calcular su forma normal de Hermite.

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & -3 & 2 \\ 0 & 1 & -2 & 5 \\ 0 & -2 & 4 & 1 \end{pmatrix}$$

$E_{12}(1)$
$E_{21}(1)$
$E_{31}(-1)$
$E_{23}(2)$

Forma normal de Hermite. Ejemplo de cálculo II.

Sea $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 & 1 \\ -1 & 2 & -7 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \end{pmatrix} \in M_{3\times 4}(\mathbb{Q})$.
Vamos a calcular su forma normal de Hermite.

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & -3 & 2 \\ 0 & 1 & -2 & 5 \\ 0 & -2 & 4 & 1 \end{pmatrix}$$

$E_{12}(1)$
$E_{21}(1)$
$E_{31}(-1)$
$E_{23}(2)$

A la primera, le restamos la segunda multiplicada por 3, y a la tercera, le sumamos la segunda multiplicada por 2.

Forma normal de Hermite. Ejemplo de cálculo II.

Sea $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 & 1 \\ -1 & 2 & -7 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \end{pmatrix} \in M_{3\times 4}(\mathbb{Q})$.

Vamos a calcular su forma normal de Hermite.

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & -3 & 2 \\ 0 & 1 & -2 & 5 \\ 0 & -2 & 4 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow[]{\substack{E_{12}(-3)\\ E_{32}(2)}}$$

$E_{12}(1)$
$E_{21}(1)$
$E_{31}(-1)$
$E_{23}(2)$
$E_{12}(-3)$
$E_{32}(2)$

A la primera, le restamos la segunda multiplicada por 3, y a la tercera, le sumamos la segunda multiplicada por 2.

Forma normal de Hermite. Ejemplo de cálculo II.

Sea $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 & 1 \\ -1 & 2 & -7 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \end{pmatrix} \in M_{3\times 4}(\mathbb{Q})$.
Vamos a calcular su forma normal de Hermite.

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & -3 & 2 \\ 0 & 1 & -2 & 5 \\ 0 & -2 & 4 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow[]{\substack{E_{12}(-3) \\ E_{32}(2)}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 & -13 \\ 0 & 1 & -2 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 11 \end{pmatrix}$$

$E_{12}(1)$
$E_{21}(1)$
$E_{31}(-1)$
$E_{23}(2)$
$E_{12}(-3)$
$E_{32}(2)$

A la primera, le restamos la segunda multiplicada por 3, y a la tercera, le sumamos la segunda multiplicada por 2.

Forma normal de Hermite. Ejemplo de cálculo II.

Sea $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 & 1 \\ -1 & 2 & -7 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \end{pmatrix} \in M_{3\times 4}(\mathbb{Q})$.

Vamos a calcular su forma normal de Hermite.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 & -13 \\ 0 & 1 & -2 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 11 \end{pmatrix}$$

$E_{12}(1)$
$E_{21}(1)$
$E_{31}(-1)$
$E_{23}(2)$
$E_{12}(-3)$
$E_{32}(2)$

Forma normal de Hermite. Ejemplo de cálculo II.

Sea $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 & 1 \\ -1 & 2 & -7 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \end{pmatrix} \in M_{3\times 4}(\mathbb{Q})$.

Vamos a calcular su forma normal de Hermite.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 & -13 \\ 0 & 1 & -2 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 11 \end{pmatrix}$$

Dividimos la última fila por 11.

$E_{12}(1)$
$E_{21}(1)$
$E_{31}(-1)$
$E_{23}(2)$
$E_{12}(-3)$
$E_{32}(2)$

Forma normal de Hermite. Ejemplo de cálculo II.

Sea $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 & 1 \\ -1 & 2 & -7 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \end{pmatrix} \in M_{3\times 4}(\mathbb{Q})$.

Vamos a calcular su forma normal de Hermite.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 & -13 \\ 0 & 1 & -2 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 11 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_3(1/11)}$$

Dividimos la última fila por 11.

$E_{12}(1)$
$E_{21}(1)$
$E_{31}(-1)$
$E_{23}(2)$
$E_{12}(-3)$
$E_{32}(2)$
$E_3(1/11)$

Forma normal de Hermite. Ejemplo de cálculo II.

Sea $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 & 1 \\ -1 & 2 & -7 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \end{pmatrix} \in M_{3\times 4}(\mathbb{Q})$.
Vamos a calcular su forma normal de Hermite.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 & -13 \\ 0 & 1 & -2 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 11 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_3(1/11)} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 & -13 \\ 0 & 1 & -2 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Dividimos la última fila por 11.

$E_{12}(1)$
$E_{21}(1)$
$E_{31}(-1)$
$E_{23}(2)$
$E_{12}(-3)$
$E_{32}(2)$
$E_3(1/11)$

Forma normal de Hermite. Ejemplo de cálculo II.

Sea $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 & 1 \\ -1 & 2 & -7 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \end{pmatrix} \in M_{3\times 4}(\mathbb{Q})$.

Vamos a calcular su forma normal de Hermite.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 & -13 \\ 0 & 1 & -2 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$E_{12}(1)$
$E_{21}(1)$
$E_{31}(-1)$
$E_{23}(2)$
$E_{12}(-3)$
$E_{32}(2)$
$E_{3}(1/11)$

Forma normal de Hermite. Ejemplo de cálculo II.

Sea $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 & 1 \\ -1 & 2 & -7 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \end{pmatrix} \in M_{3\times 4}(\mathbb{Q})$.

Vamos a calcular su forma normal de Hermite.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 & -13 \\ 0 & 1 & -2 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

A la primera fila, le sumamos la tercera multiplicada por 13 y a la segunda le restamos la tercera multiplicada por 5.

$E_{12}(1)$
$E_{21}(1)$
$E_{31}(-1)$
$E_{23}(2)$
$E_{12}(-3)$
$E_{32}(2)$
$E_3(1/11)$
$E_{13}(13)$
$E_{23}(-5)$

Forma normal de Hermite. Ejemplo de cálculo II.

Sea $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 & 1 \\ -1 & 2 & -7 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \end{pmatrix} \in M_{3\times 4}(\mathbb{Q})$.

Vamos a calcular su forma normal de Hermite.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 & -13 \\ 0 & 1 & -2 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{\substack{E_{13}(13) \\ E_{23}(-5)}}$$

A la primera fila, le sumamos la tercera multiplicada por 13 y a la segunda le restamos la tercera multiplicada por 5.

$E_{12}(1)$
$E_{21}(1)$
$E_{31}(-1)$
$E_{23}(2)$
$E_{12}(-3)$
$E_{32}(2)$
$E_{3}(1/11)$
$E_{13}(13)$
$E_{23}(-5)$

Forma normal de Hermite. Ejemplo de cálculo II.

Sea $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 & 1 \\ -1 & 2 & -7 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \end{pmatrix} \in M_{3\times 4}(\mathbb{Q})$.

Vamos a calcular su forma normal de Hermite.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 & -13 \\ 0 & 1 & -2 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow[E_{23}(-5)]{E_{13}(13)} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

A la primera fila, le sumamos la tercera multiplicada por 13 y a la segunda le restamos la tercera multiplicada por 5.

$E_{12}(1)$
$E_{21}(1)$
$E_{31}(-1)$
$E_{23}(2)$
$E_{12}(-3)$
$E_{32}(2)$
$E_{3}(1/11)$
$E_{13}(13)$
$E_{23}(-5)$

Forma normal de Hermite. Ejemplo de cálculo II.

Sea $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 & 1 \\ -1 & 2 & -7 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \end{pmatrix} \in M_{3\times 4}(\mathbb{Q})$.

Vamos a calcular su forma normal de Hermite.

$E_{12}(1)$
$E_{21}(1)$
$E_{31}(-1)$
$E_{23}(2)$
$E_{12}(-3)$
$E_{32}(2)$
$E_{3}(1/11)$
$E_{13}(13)$
$E_{23}(-5)$

$$H_A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Forma normal de Hermite. Ejemplo de cálculo II.

Sea $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 & 1 \\ -1 & 2 & -7 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \end{pmatrix} \in M_{3\times 4}(\mathbb{Q})$.
Vamos a calcular su forma normal de Hermite.

$$H_A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Calculamos una matriz P tal que $P \cdot A = H_A$.

$E_{12}(1)$
$E_{21}(1)$
$E_{31}(-1)$
$E_{23}(2)$
$E_{12}(-3)$
$E_{32}(2)$
$E_{3}(1/11)$
$E_{13}(13)$
$E_{23}(-5)$

Forma normal de Hermite. Ejemplo de cálculo II.

Sea $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 & 1 \\ -1 & 2 & -7 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \end{pmatrix} \in M_{3\times 4}(\mathbb{Q})$.

Vamos a calcular su forma normal de Hermite.

$$H_A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Calculamos una matriz P tal que $P \cdot A = H_A$.
Para esto, realizamos en la identidad las mismas transformaciones que hemos hecho en A, y que tenemos anotadas a la derecha.

$E_{12}(1)$
$E_{21}(1)$
$E_{31}(-1)$
$E_{23}(2)$
$E_{12}(-3)$
$E_{32}(2)$
$E_{3}(1/11)$
$E_{13}(13)$
$E_{23}(-5)$

Forma normal de Hermite. Ejemplo de cálculo II.

Sea $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 & 1 \\ -1 & 2 & -7 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \end{pmatrix} \in M_{3\times 4}(\mathbb{Q})$.

Vamos a calcular su forma normal de Hermite.

$$H_A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$E_{12}(1)$
$E_{21}(1)$
$E_{31}(-1)$
$E_{23}(2)$
$E_{12}(-3)$
$E_{32}(2)$
$E_{3}(1/11)$
$E_{13}(13)$
$E_{23}(-5)$

Forma normal de Hermite. Ejemplo de cálculo II.

Sea $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 & 1 \\ -1 & 2 & -7 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \end{pmatrix} \in M_{3\times 4}(\mathbb{Q})$.

Vamos a calcular su forma normal de Hermite.

$$H_A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$E_{12}(1)$
$E_{21}(1)$
$E_{31}(-1)$
$E_{23}(2)$
$E_{12}(-3)$
$E_{32}(2)$
$E_{3}(1/11)$
$E_{13}(13)$
$E_{23}(-5)$

Forma normal de Hermite. Ejemplo de cálculo II.

Sea $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 & 1 \\ -1 & 2 & -7 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \end{pmatrix} \in M_{3\times 4}(\mathbb{Q})$.

Vamos a calcular su forma normal de Hermite.

$E_{12}(1)$
$E_{21}(1)$
$E_{31}(-1)$
$E_{23}(2)$
$E_{12}(-3)$
$E_{32}(2)$
$E_{3}(1/11)$
$E_{13}(13)$
$E_{23}(-5)$

$$H_A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$(1\ 0\ 0) + 1 \cdot (0\ 1\ 0) = (1\ 1\ 0)$$

Forma normal de Hermite. Ejemplo de cálculo II.

Sea $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 & 1 \\ -1 & 2 & -7 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \end{pmatrix} \in M_{3\times 4}(\mathbb{Q})$.
Vamos a calcular su forma normal de Hermite.

$E_{12}(1)$
$E_{21}(1)$
$E_{31}(-1)$
$E_{23}(2)$
$E_{12}(-3)$
$E_{32}(2)$
$E_{3}(1/11)$
$E_{13}(13)$
$E_{23}(-5)$

$$H_A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$(1\ 0\ 0) + 1 \cdot (0\ 1\ 0) = (1\ 1\ 0)$$

Forma normal de Hermite. Ejemplo de cálculo II.

Sea $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 & 1 \\ -1 & 2 & -7 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \end{pmatrix} \in M_{3\times 4}(\mathbb{Q})$.
Vamos a calcular su forma normal de Hermite.

$$H_A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$E_{12}(1)$
$E_{21}(1)$
$E_{31}(-1)$
$E_{23}(2)$
$E_{12}(-3)$
$E_{32}(2)$
$E_{3}(1/11)$
$E_{13}(13)$
$E_{23}(-5)$

Forma normal de Hermite. Ejemplo de cálculo II.

Sea $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 & 1 \\ -1 & 2 & -7 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \end{pmatrix} \in M_{3\times 4}(\mathbb{Q})$.
Vamos a calcular su forma normal de Hermite.

$E_{12}(1)$
$E_{21}(1)$
$E_{31}(-1)$
$E_{23}(2)$
$E_{12}(-3)$
$E_{32}(2)$
$E_{3}(1/11)$
$E_{13}(13)$
$E_{23}(-5)$

$$H_A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$(0\ 1\ 0) + 1 \cdot (1\ 1\ 0) = (1\ 2\ 0)$$

Sea $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 & 1 \\ -1 & 2 & -7 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \end{pmatrix} \in M_{3\times 4}(\mathbb{Q})$.

Vamos a calcular su forma normal de Hermite.

$$H_A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

$E_{12}(1)$
$E_{21}(1)$
$E_{31}(-1)$
$E_{23}(2)$
$E_{12}(-3)$
$E_{32}(2)$
$E_{3}(1/11)$
$E_{13}(13)$
$E_{23}(-5)$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$(0\ 1\ 0) + 1 \cdot (1\ 1\ 0) = (1\ 2\ 0)$$

Forma normal de Hermite. Ejemplo de cálculo II.

Sea $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 & 1 \\ -1 & 2 & -7 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \end{pmatrix} \in M_{3\times 4}(\mathbb{Q})$.
Vamos a calcular su forma normal de Hermite.

$$H_A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$E_{12}(1)$
$E_{21}(1)$
$E_{31}(-1)$
$E_{23}(2)$
$E_{12}(-3)$
$E_{32}(2)$
$E_3(1/11)$
$E_{13}(13)$
$E_{23}(-5)$

Forma normal de Hermite. Ejemplo de cálculo II.

Sea $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 & 1 \\ -1 & 2 & -7 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \end{pmatrix} \in M_{3\times 4}(\mathbb{Q})$.
Vamos a calcular su forma normal de Hermite.

$E_{12}(1)$
$E_{21}(1)$
$E_{31}(-1)$
$E_{23}(2)$
$E_{12}(-3)$
$E_{32}(2)$
$E_{3}(1/11)$
$E_{13}(13)$
$E_{23}(-5)$

$$H_A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$(0\ 0\ 1) - 1 \cdot (1\ 1\ 0) = (-1\ \ -1\ \ 1)$$

Forma normal de Hermite. Ejemplo de cálculo II.

Sea $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 & 1 \\ -1 & 2 & -7 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \end{pmatrix} \in M_{3\times 4}(\mathbb{Q})$.
Vamos a calcular su forma normal de Hermite.

$$E_{12}(1)$$
$$E_{21}(1)$$
$$E_{31}(-1)$$
$$E_{23}(2)$$
$$E_{12}(-3)$$
$$E_{32}(2)$$
$$E_{3}(1/11)$$
$$E_{13}(13)$$
$$E_{23}(-5)$$

$$H_A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$(0\ 0\ 1) - 1 \cdot (1\ 1\ 0) = (-1\ \ -1\ \ 1)$$

Forma normal de Hermite. Ejemplo de cálculo II.

Sea $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 & 1 \\ -1 & 2 & -7 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \end{pmatrix} \in M_{3\times 4}(\mathbb{Q})$.

Vamos a calcular su forma normal de Hermite.

$$H_A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

$E_{12}(1)$
$E_{21}(1)$
$E_{31}(-1)$
$E_{23}(2)$
$E_{12}(-3)$
$E_{32}(2)$
$E_3(1/11)$
$E_{13}(13)$
$E_{23}(-5)$

Forma normal de Hermite. Ejemplo de cálculo II.

Sea $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 & 1 \\ -1 & 2 & -7 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \end{pmatrix} \in M_{3\times 4}(\mathbb{Q})$.
Vamos a calcular su forma normal de Hermite.

$$H_A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

$E_{12}(1)$
$E_{21}(1)$
$E_{31}(-1)$
$E_{23}(2)$
$E_{12}(-3)$
$E_{32}(2)$
$E_3(1/11)$
$E_{13}(13)$
$E_{23}(-5)$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$(1\ 2\ 0) + 2\cdot(-1\ -1\ 1) = (-1\ 0\ 2)$$

Forma normal de Hermite. Ejemplo de cálculo II.

Sea $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 & 1 \\ -1 & 2 & -7 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \end{pmatrix} \in M_{3\times 4}(\mathbb{Q})$.
Vamos a calcular su forma normal de Hermite.

$E_{12}(1)$
$E_{21}(1)$
$E_{31}(-1)$
$E_{23}(2)$
$E_{12}(-3)$
$E_{32}(2)$
$E_{3}(1/11)$
$E_{13}(13)$
$E_{23}(-5)$

$$H_A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 2 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$(1\ 2\ 0) + 2 \cdot (-1\ \ -1\ 1) = (-1\ 0\ 2)$$

Forma normal de Hermite. Ejemplo de cálculo II.

Sea $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 & 1 \\ -1 & 2 & -7 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \end{pmatrix} \in M_{3\times 4}(\mathbb{Q})$.
Vamos a calcular su forma normal de Hermite.

$$H_A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 2 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

$E_{12}(1)$
$E_{21}(1)$
$E_{31}(-1)$
$E_{23}(2)$
$E_{12}(-3)$
$E_{32}(2)$
$E_3(1/11)$
$E_{13}(13)$
$E_{23}(-5)$

Forma normal de Hermite. Ejemplo de cálculo II.

Sea $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 & 1 \\ -1 & 2 & -7 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \end{pmatrix} \in M_{3\times 4}(\mathbb{Q})$.

Vamos a calcular su forma normal de Hermite.

$E_{12}(1)$
$E_{21}(1)$
$E_{31}(-1)$
$E_{23}(2)$
$E_{12}(-3)$
$E_{32}(2)$
$E_{3}(1/11)$
$E_{13}(13)$
$E_{23}(-5)$

$$H_A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 2 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$(1\ 1\ 0) - 3\cdot(-1\ 0\ 2) = (4\ 1\ \ -6)$$

Forma normal de Hermite. Ejemplo de cálculo II.

Sea $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 & 1 \\ -1 & 2 & -7 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \end{pmatrix} \in M_{3\times 4}(\mathbb{Q})$.

Vamos a calcular su forma normal de Hermite.

$E_{12}(1)$
$E_{21}(1)$
$E_{31}(-1)$
$E_{23}(2)$
$E_{12}(-3)$
$E_{32}(2)$
$E_{3}(1/11)$
$E_{13}(13)$
$E_{23}(-5)$

$$H_A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{pmatrix} 4 & 1 & -6 \\ -1 & 0 & 2 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$(1\ 1\ 0) - 3\cdot(-1\ 0\ 2) = (4\ 1\ -6)$$

Forma normal de Hermite. Ejemplo de cálculo II.

Sea $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 & 1 \\ -1 & 2 & -7 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \end{pmatrix} \in M_{3\times 4}(\mathbb{Q})$.

Vamos a calcular su forma normal de Hermite.

$$H_A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{pmatrix} 4 & 1 & -6 \\ -1 & 0 & 2 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

$E_{12}(1)$
$E_{21}(1)$
$E_{31}(-1)$
$E_{23}(2)$
$E_{12}(-3)$
$E_{32}(2)$
$E_3(1/11)$
$E_{13}(13)$
$E_{23}(-5)$

Forma normal de Hermite. Ejemplo de cálculo II.

Sea $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 & 1 \\ -1 & 2 & -7 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \end{pmatrix} \in M_{3\times 4}(\mathbb{Q})$.
Vamos a calcular su forma normal de Hermite.

$$H_A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

$E_{12}(1)$
$E_{21}(1)$
$E_{31}(-1)$
$E_{23}(2)$
$E_{12}(-3)$
$E_{32}(2)$
$E_3(1/11)$
$E_{13}(13)$
$E_{23}(-5)$

$$\begin{pmatrix} 4 & 1 & -6 \\ -1 & 0 & 2 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$(-1 \ -1 \ 1) + 2 \cdot (-1 \ 0 \ 2) = (-3 \ -1 \ 5)$$

Forma normal de Hermite. Ejemplo de cálculo II.

Sea $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 & 1 \\ -1 & 2 & -7 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \end{pmatrix} \in M_{3\times 4}(\mathbb{Q})$.

Vamos a calcular su forma normal de Hermite.

$E_{12}(1)$
$E_{21}(1)$
$E_{31}(-1)$
$E_{23}(2)$
$E_{12}(-3)$
$E_{32}(2)$
$E_{3}(1/11)$
$E_{13}(13)$
$E_{23}(-5)$

$$H_A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{pmatrix} 4 & 1 & -6 \\ -1 & 0 & 2 \\ -3 & 1 & -5 \end{pmatrix}$$

$$(-1\ \ -1\ 1) + 2\cdot(-1\ 0\ 2) = (-3\ \ -1\ 5)$$

Sea $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 & 1 \\ -1 & 2 & -7 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \end{pmatrix} \in M_{3\times 4}(\mathbb{Q})$.
Vamos a calcular su forma normal de Hermite.

$$H_A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{pmatrix} 4 & 1 & -6 \\ -1 & 0 & 2 \\ -3 & 1 & -5 \end{pmatrix}$$

$E_{12}(1)$
$E_{21}(1)$
$E_{31}(-1)$
$E_{23}(2)$
$E_{12}(-3)$
$E_{32}(2)$
$E_3(1/11)$
$E_{13}(13)$
$E_{23}(-5)$

Forma normal de Hermite. Ejemplo de cálculo II.

Sea $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 & 1 \\ -1 & 2 & -7 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \end{pmatrix} \in M_{3\times 4}(\mathbb{Q})$.
Vamos a calcular su forma normal de Hermite.

$$H_A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{pmatrix} 4 & 1 & -6 \\ -1 & 0 & 2 \\ -3 & 1 & -5 \end{pmatrix}$$

$$\frac{1}{11}(-3 \;\; -1 \;\; 5) = \left(\frac{-3}{11} \;\; \frac{-1}{11} \;\; \frac{5}{11}\right)$$

$E_{12}(1)$
$E_{21}(1)$
$E_{31}(-1)$
$E_{23}(2)$
$E_{12}(-3)$
$E_{32}(2)$
$E_{3}(1/11)$
$E_{13}(13)$
$E_{23}(-5)$

Forma normal de Hermite. Ejemplo de cálculo II.

Sea $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 & 1 \\ -1 & 2 & -7 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \end{pmatrix} \in M_{3\times 4}(\mathbb{Q})$.

Vamos a calcular su forma normal de Hermite.

$E_{12}(1)$
$E_{21}(1)$
$E_{31}(-1)$
$E_{23}(2)$
$E_{12}(-3)$
$E_{32}(2)$
$E_{3}(1/11)$
$E_{13}(13)$
$E_{23}(-5)$

$$H_A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{pmatrix} 4 & 1 & -6 \\ -1 & 0 & 2 \\ \frac{-3}{11} & \frac{1}{11} & \frac{-5}{11} \end{pmatrix}$$

$$\frac{1}{11}(-3 \ \ -1 \ 5) = \left(\frac{-3}{11} \ \frac{-1}{11} \ \frac{5}{11} \right)$$

Forma normal de Hermite. Ejemplo de cálculo II.

Sea $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 & 1 \\ -1 & 2 & -7 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \end{pmatrix} \in M_{3\times 4}(\mathbb{Q})$.
Vamos a calcular su forma normal de Hermite.

$$H_A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{pmatrix} 4 & 1 & -6 \\ -1 & 0 & 2 \\ \frac{-3}{11} & \frac{1}{11} & \frac{-5}{11} \end{pmatrix}$$

$E_{12}(1)$
$E_{21}(1)$
$E_{31}(-1)$
$E_{23}(2)$
$E_{12}(-3)$
$E_{32}(2)$
$E_{3}(1/11)$
$E_{13}(13)$
$E_{23}(-5)$

Forma normal de Hermite. Ejemplo de cálculo II.

Sea $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 & 1 \\ -1 & 2 & -7 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \end{pmatrix} \in M_{3\times 4}(\mathbb{Q})$.

Vamos a calcular su forma normal de Hermite.

$E_{12}(1)$
$E_{21}(1)$
$E_{31}(-1)$
$E_{23}(2)$
$E_{12}(-3)$
$E_{32}(2)$
$E_{3}(1/11)$
$E_{13}(13)$
$E_{23}(-5)$

$$H_A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{pmatrix} 4 & 1 & -6 \\ -1 & 0 & 2 \\ \frac{-3}{11} & \frac{1}{11} & \frac{-5}{11} \end{pmatrix}$$

$$(4 \; 1 \; -6) + 13 \cdot \left(\frac{-3}{11} \; \frac{-1}{11} \; \frac{5}{11} \right) = \left(\frac{5}{11} \; \frac{-2}{11} \; \frac{-1}{11} \right)$$

Sea $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 & 1 \\ -1 & 2 & -7 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \end{pmatrix} \in M_{3\times 4}(\mathbb{Q})$.
Vamos a calcular su forma normal de Hermite.

$$H_A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{pmatrix} \frac{5}{11} & \frac{-2}{11} & \frac{-1}{11} \\ -1 & 0 & 2 \\ \frac{-3}{11} & \frac{1}{11} & \frac{-5}{11} \end{pmatrix}$$

$E_{12}(1)$
$E_{21}(1)$
$E_{31}(-1)$
$E_{23}(2)$
$E_{12}(-3)$
$E_{32}(2)$
$E_{3}(1/11)$
$E_{13}(13)$
$E_{23}(-5)$

$$(4\ 1\ -6) + 13 \cdot \left(\tfrac{-3}{11}\ \tfrac{-1}{11}\ \tfrac{5}{11}\right) = \left(\tfrac{5}{11}\ \tfrac{-2}{11}\ \tfrac{-1}{11}\right)$$

Forma normal de Hermite. Ejemplo de cálculo II.

Sea $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 & 1 \\ -1 & 2 & -7 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \end{pmatrix} \in M_{3\times 4}(\mathbb{Q})$.
Vamos a calcular su forma normal de Hermite.

$E_{12}(1)$
$E_{21}(1)$
$E_{31}(-1)$
$E_{23}(2)$
$E_{12}(-3)$
$E_{32}(2)$
$E_{3}(1/11)$
$E_{13}(13)$
$E_{23}(-5)$

$$H_A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{pmatrix} \frac{5}{11} & \frac{-2}{11} & \frac{-1}{11} \\ -1 & 0 & 2 \\ \frac{-3}{11} & \frac{1}{11} & \frac{-5}{11} \end{pmatrix}$$

Forma normal de Hermite. Ejemplo de cálculo II.

Sea $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 & 1 \\ -1 & 2 & -7 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \end{pmatrix} \in M_{3\times 4}(\mathbb{Q})$.

Vamos a calcular su forma normal de Hermite.

$E_{12}(1)$
$E_{21}(1)$
$E_{31}(-1)$
$E_{23}(2)$
$E_{12}(-3)$
$E_{32}(2)$
$E_{3}(1/11)$
$E_{13}(13)$
$E_{23}(-5)$

$$H_A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{pmatrix} \frac{5}{11} & \frac{-2}{11} & \frac{-1}{11} \\ -1 & 0 & 2 \\ \frac{-3}{11} & \frac{1}{11} & \frac{-5}{11} \end{pmatrix}$$

$$(-1\ 0\ 2) - 5 \cdot \left(\tfrac{-3}{11}\ \tfrac{-1}{11}\ \tfrac{5}{11}\right) = \left(\tfrac{4}{11}\ \tfrac{5}{11}\ \tfrac{-3}{11}\right)$$

Forma normal de Hermite. Ejemplo de cálculo II.

Sea $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 & 1 \\ -1 & 2 & -7 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \end{pmatrix} \in M_{3\times 4}(\mathbb{Q})$.
Vamos a calcular su forma normal de Hermite.

$E_{12}(1)$
$E_{21}(1)$
$E_{31}(-1)$
$E_{23}(2)$
$E_{12}(-3)$
$E_{32}(2)$
$E_{3}(1/11)$
$E_{13}(13)$
$E_{23}(-5)$

$$H_A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{pmatrix} \frac{5}{11} & \frac{-2}{11} & \frac{-1}{11} \\ \frac{4}{11} & \frac{5}{11} & \frac{-3}{11} \\ \frac{-3}{11} & \frac{1}{11} & \frac{-5}{11} \end{pmatrix}$$

$$(-1\ 0\ 2) - 5 \cdot \left(\tfrac{-3}{11}\ \tfrac{-1}{11}\ \tfrac{5}{11}\right) = \left(\tfrac{4}{11}\ \tfrac{5}{11}\ \tfrac{-3}{11}\right)$$

Forma normal de Hermite. Ejemplo de cálculo II.

Sea $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 & 1 \\ -1 & 2 & -7 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \end{pmatrix} \in M_{3\times 4}(\mathbb{Q})$.
Vamos a calcular su forma normal de Hermite.

$$H_A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$P = \begin{pmatrix} \frac{5}{11} & \frac{-2}{11} & \frac{-1}{11} \\ \frac{4}{11} & \frac{5}{11} & \frac{-3}{11} \\ \frac{-3}{11} & \frac{1}{11} & \frac{-5}{11} \end{pmatrix}$$

Forma normal de Hermite. Ejemplo de cálculo II.

Sea $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 & 1 \\ -1 & 2 & -7 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \end{pmatrix} \in M_{3\times 4}(\mathbb{Q})$.
Vamos a calcular su forma normal de Hermite.

$$H_A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$P = \begin{pmatrix} \frac{5}{11} & \frac{-2}{11} & \frac{-1}{11} \\ \frac{4}{11} & \frac{5}{11} & \frac{-3}{11} \\ \frac{-3}{11} & \frac{1}{11} & \frac{-5}{11} \end{pmatrix} = \frac{1}{11}\begin{pmatrix} 5 & -2 & -1 \\ 4 & 5 & -3 \\ -3 & 1 & -5 \end{pmatrix}.$$

Forma normal de Hermite.

Sea $A \in M_{m\times n}(K)$.

Forma normal de Hermite.

Sea $A \in M_{m\times n}(K)$.
Supongamos que queremos calcular su forma normal de Hermite, H_A, y una matriz P tal que $P \cdot A = H_A$.

Forma normal de Hermite.

Sea $A \in M_{m\times n}(K)$.
Supongamos que queremos calcular su forma normal de Hermite, H_A, y una matriz P tal que $P \cdot A = H_A$.
En lugar de calcular primero H_A, y después la matriz P, como hemos hecho hasta ahora, realizaremos los cálculos a la vez.

Forma normal de Hermite.

Sea $A \in M_{m\times n}(K)$.
Supongamos que queremos calcular su forma normal de Hermite, H_A, y una matriz P tal que $P \cdot A = H_A$.
En lugar de calcular primero H_A, y después la matriz P, como hemos hecho hasta ahora, realizaremos los cálculos a la vez.
Para esto, formamos la matriz $B = (A|Id) \in M_{m\times(n+m)}(K)$.

Forma normal de Hermite.

Sea $A \in M_{m\times n}(K)$.
Supongamos que queremos calcular su forma normal de Hermite, H_A, y una matriz P tal que $P \cdot A = H_A$.
En lugar de calcular primero H_A, y después la matriz P, como hemos hecho hasta ahora, realizaremos los cálculos a la vez.
Para esto, formamos la matriz $B = (A|Id) \in M_{m\times(n+m)}(K)$.
Es decir, las primeras n columnas de B son las columnas de A y las últimas m columnas de B son las columnas de la matriz identidad $m \times m$.

Forma normal de Hermite.

Sea $A \in M_{m\times n}(K)$.
Supongamos que queremos calcular su forma normal de Hermite, H_A, y una matriz P tal que $P \cdot A = H_A$.
En lugar de calcular primero H_A, y después la matriz P, como hemos hecho hasta ahora, realizaremos los cálculos a la vez.
Para esto, formamos la matriz $B = (A|Id) \in M_{m\times(n+m)}(K)$.
Es decir, las primeras n columnas de B son las columnas de A y las últimas m columnas de B son las columnas de la matriz identidad $m \times m$.
Calculamos H_B, la forma normal de Hermite de B.

Forma normal de Hermite.

Sea $A \in M_{m\times n}(K)$.
Supongamos que queremos calcular su forma normal de Hermite, H_A, y una matriz P tal que $P \cdot A = H_A$.
En lugar de calcular primero H_A, y después la matriz P, como hemos hecho hasta ahora, realizaremos los cálculos a la vez.
Para esto, formamos la matriz $B = (A|Id) \in M_{m\times(n+m)}(K)$.
Es decir, las primeras n columnas de B son las columnas de A y las últimas m columnas de B son las columnas de la matriz identidad $m \times m$.
Calculamos H_B, la forma normal de Hermite de B.
Las primeras n columnas de H_B son las columnas de H_A.

Forma normal de Hermite.

Sea $A \in M_{m\times n}(K)$.
Supongamos que queremos calcular su forma normal de Hermite, H_A, y una matriz P tal que $P \cdot A = H_A$.
En lugar de calcular primero H_A, y después la matriz P, como hemos hecho hasta ahora, realizaremos los cálculos a la vez.
Para esto, formamos la matriz $B = (A|Id) \in M_{m\times(n+m)}(K)$.
Es decir, las primeras n columnas de B son las columnas de A y las últimas m columnas de B son las columnas de la matriz identidad $m \times m$.
Calculamos H_B, la forma normal de Hermite de B.
Las primeras n columnas de H_B son las columnas de H_A.
Las últimas columnas m de H_B son las columnas de P.

Forma normal de Hermite.

Sea $A \in M_{m\times n}(K)$.
Supongamos que queremos calcular su forma normal de Hermite, H_A, y una matriz P tal que $P \cdot A = H_A$.
En lugar de calcular primero H_A, y después la matriz P, como hemos hecho hasta ahora, realizaremos los cálculos a la vez.
Para esto, formamos la matriz $B = (A|Id) \in M_{m\times(n+m)}(K)$.
Es decir, las primeras n columnas de B son las columnas de A y las últimas m columnas de B son las columnas de la matriz identidad $m \times m$.
Calculamos H_B, la forma normal de Hermite de B.
Las primeras n columnas de H_B son las columnas de H_A.
Las últimas columnas m de H_B son las columnas de P.
Es decir, $H_B = (H_A|P)$.

Forma normal de Hermite.

Sea $A \in M_{m\times n}(K)$.
Supongamos que queremos calcular su forma normal de Hermite, H_A, y una matriz P tal que $P \cdot A = H_A$.
En lugar de calcular primero H_A, y después la matriz P, como hemos hecho hasta ahora, realizaremos los cálculos a la vez.
Para esto, formamos la matriz $B = (A|Id) \in M_{m\times(n+m)}(K)$.
Es decir, las primeras n columnas de B son las columnas de A y las últimas m columnas de B son las columnas de la matriz identidad $m \times m$.
Calculamos H_B, la forma normal de Hermite de B.
Las primeras n columnas de H_B son las columnas de H_A.
Las últimas columnas m de H_B son las columnas de P.
Es decir, $H_B = (H_A|P)$.
Realmente, no es necesario obtener la forma normal de Hermite de B.

Forma normal de Hermite.

Sea $A \in M_{m\times n}(K)$.
Supongamos que queremos calcular su forma normal de Hermite, H_A, y una matriz P tal que $P \cdot A = H_A$.
En lugar de calcular primero H_A, y después la matriz P, como hemos hecho hasta ahora, realizaremos los cálculos a la vez.
Para esto, formamos la matriz $B = (A|Id) \in M_{m\times(n+m)}(K)$.
Es decir, las primeras n columnas de B son las columnas de A y las últimas m columnas de B son las columnas de la matriz identidad $m \times m$.
Calculamos H_B, la forma normal de Hermite de B.
Las primeras n columnas de H_B son las columnas de H_A.
Las últimas columnas m de H_B son las columnas de P.
Es decir, $H_B = (H_A|P)$.
Realmente, no es necesario obtener la forma normal de Hermite de B.
Basta llegar a una matriz cuyas primeras n columnas formen una matriz escalonada reducida por filas.

Forma normal de Hermite. Ejemplo de cálculo III.

Sea $A = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 3 & 2 \\ 4 & 2 & 4 & 3 \end{pmatrix} \in M_{3\times 4}(\mathbb{Z}_5)$.

Forma normal de Hermite. Ejemplo de cálculo III.

Sea $A = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 3 & 2 \\ 4 & 2 & 4 & 3 \end{pmatrix} \in M_{3\times 4}(\mathbb{Z}_5)$.

Vamos a calcular su forma normal de Hermite H_A y una matriz P tal y como hemos explicado en la diapositiva anterior.

Forma normal de Hermite. Ejemplo de cálculo III.

Sea $A = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 3 & 2 \\ 4 & 2 & 4 & 3 \end{pmatrix} \in M_{3\times 4}(\mathbb{Z}_5)$.

Vamos a calcular su forma normal de Hermite H_A y una matriz P tal y como hemos explicado en la diapositiva anterior.

Formamos la matriz $B = (A|Id)$, y sobre ella realizamos operaciones elementales por filas.

Forma normal de Hermite. Ejemplo de cálculo III.

Sea $A = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 3 & 2 \\ 4 & 2 & 4 & 3 \end{pmatrix} \in M_{3\times 4}(\mathbb{Z}_5)$.

Vamos a calcular su forma normal de Hermite H_A y una matriz P tal y como hemos explicado en la diapositiva anterior.

Formamos la matriz $B = (A|Id)$, y sobre ella realizamos operaciones elementales por filas.

$$\begin{pmatrix} 3 & 4 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 3 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 4 & 2 & 4 & 3 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Forma normal de Hermite. Ejemplo de cálculo III.

Sea $A = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 3 & 2 \\ 4 & 2 & 4 & 3 \end{pmatrix} \in M_{3\times 4}(\mathbb{Z}_5)$.

Vamos a calcular su forma normal de Hermite H_A y una matriz P tal y como hemos explicado en la diapositiva anterior.

Formamos la matriz $B = (A|Id)$, y sobre ella realizamos operaciones elementales por filas.

$$\begin{pmatrix} 3 & 4 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 3 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 4 & 2 & 4 & 3 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$E_1(2)$: $\qquad 2 \cdot (3\ 4\ 1\ 0\ 1\ 0\ 0) = (1\ 3\ 2\ 0\ 2\ 0\ 0)$

Forma normal de Hermite. Ejemplo de cálculo III.

Sea $A = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 3 & 2 \\ 4 & 2 & 4 & 3 \end{pmatrix} \in M_{3\times 4}(\mathbb{Z}_5)$.

Vamos a calcular su forma normal de Hermite H_A y una matriz P tal y como hemos explicado en la diapositiva anterior.

Formamos la matriz $B = (A|Id)$, y sobre ella realizamos operaciones elementales por filas.

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 3 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 4 & 2 & 4 & 3 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$E_1(2): \qquad 2 \cdot (3\ 4\ 1\ 0\ 1\ 0\ 0) = (1\ 3\ 2\ 0\ 2\ 0\ 0)$

Sea $A = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 3 & 2 \\ 4 & 2 & 4 & 3 \end{pmatrix} \in M_{3\times 4}(\mathbb{Z}_5)$.

Vamos a calcular su forma normal de Hermite H_A y una matriz P tal y como hemos explicado en la diapositiva anterior.

Formamos la matriz $B = (A|Id)$, y sobre ella realizamos operaciones elementales por filas.

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 3 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 4 & 2 & 4 & 3 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$E_{21}(3):$ $\quad (2\ 1\ 3\ 2\ 0\ 1\ 0) + 3\cdot(1\ 3\ 2\ 0\ 2\ 0\ 0) = (0\ 0\ 4\ 2\ 1\ 1\ 0)$

Forma normal de Hermite. Ejemplo de cálculo III.

Sea $A = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 3 & 2 \\ 4 & 2 & 4 & 3 \end{pmatrix} \in M_{3\times 4}(\mathbb{Z}_5)$.

Vamos a calcular su forma normal de Hermite H_A y una matriz P tal y como hemos explicado en la diapositiva anterior.

Formamos la matriz $B = (A|Id)$, y sobre ella realizamos operaciones elementales por filas.

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 2 & 1 & 1 & 0 \\ 4 & 2 & 4 & 3 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$E_{21}(3)$: $\quad (2\ 1\ 3\ 2\ 0\ 1\ 0) + 3 \cdot (1\ 3\ 2\ 0\ 2\ 0\ 0) = (0\ 0\ 4\ 2\ 1\ 1\ 0)$

Forma normal de Hermite. Ejemplo de cálculo III.

Sea $A = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 3 & 2 \\ 4 & 2 & 4 & 3 \end{pmatrix} \in M_{3\times 4}(\mathbb{Z}_5)$.

Vamos a calcular su forma normal de Hermite H_A y una matriz P tal y como hemos explicado en la diapositiva anterior.

Formamos la matriz $B = (A|Id)$, y sobre ella realizamos operaciones elementales por filas.

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 2 & 1 & 1 & 0 \\ 4 & 2 & 4 & 3 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$E_{31}(1):\qquad (4\ 2\ 4\ 3\ 0\ 0\ 1) + 1\cdot(1\ 3\ 2\ 0\ 2\ 0\ 0) = (0\ 0\ 1\ 3\ 2\ 0\ 1)$

Forma normal de Hermite. Ejemplo de cálculo III.

Sea $A = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 3 & 2 \\ 4 & 2 & 4 & 3 \end{pmatrix} \in M_{3\times 4}(\mathbb{Z}_5)$.

Vamos a calcular su forma normal de Hermite H_A y una matriz P tal y como hemos explicado en la diapositiva anterior.

Formamos la matriz $B = (A|Id)$, y sobre ella realizamos operaciones elementales por filas.

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 2 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 3 & 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$E_{31}(1):\qquad (4\ 2\ 4\ 3\ 0\ 0\ 1) + 1 \cdot (1\ 3\ 2\ 0\ 2\ 0\ 0) = (0\ 0\ 1\ 3\ 2\ 0\ 1)$

Forma normal de Hermite. Ejemplo de cálculo III.

Sea $A = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 3 & 2 \\ 4 & 2 & 4 & 3 \end{pmatrix} \in M_{3\times 4}(\mathbb{Z}_5)$.

Vamos a calcular su forma normal de Hermite H_A y una matriz P tal y como hemos explicado en la diapositiva anterior.

Formamos la matriz $B = (A|Id)$, y sobre ella realizamos operaciones elementales por filas.

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 2 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 3 & 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

E_{23}

Forma normal de Hermite. Ejemplo de cálculo III.

Sea $A = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 3 & 2 \\ 4 & 2 & 4 & 3 \end{pmatrix} \in M_{3\times 4}(\mathbb{Z}_5)$.

Vamos a calcular su forma normal de Hermite H_A y una matriz P tal y como hemos explicado en la diapositiva anterior.

Formamos la matriz $B = (A|Id)$, y sobre ella realizamos operaciones elementales por filas.

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 3 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 4 & 2 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

E_{23}

Forma normal de Hermite. Ejemplo de cálculo III.

Sea $A = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 3 & 2 \\ 4 & 2 & 4 & 3 \end{pmatrix} \in M_{3\times 4}(\mathbb{Z}_5)$.

Vamos a calcular su forma normal de Hermite H_A y una matriz P tal y como hemos explicado en la diapositiva anterior.

Formamos la matriz $B = (A|Id)$, y sobre ella realizamos operaciones elementales por filas.

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 3 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 4 & 2 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$E_{12}(3)$: $\quad (1\ 3\ 2\ 0\ 2\ 0\ 0) + 3 \cdot (0\ 0\ 1\ 3\ 2\ 0\ 1) = (1\ 3\ 0\ 4\ 3\ 0\ 3)$

Forma normal de Hermite. Ejemplo de cálculo III.

Sea $A = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 3 & 2 \\ 4 & 2 & 4 & 3 \end{pmatrix} \in M_{3\times 4}(\mathbb{Z}_5)$.

Vamos a calcular su forma normal de Hermite H_A y una matriz P tal y como hemos explicado en la diapositiva anterior.

Formamos la matriz $B = (A|Id)$, y sobre ella realizamos operaciones elementales por filas.

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 & 4 & 3 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 3 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 4 & 2 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$E_{12}(3)$: $\quad (1\ 3\ 2\ 0\ 2\ 0\ 0) + 3 \cdot (0\ 0\ 1\ 3\ 2\ 0\ 1) = (1\ 3\ 0\ 4\ 3\ 0\ 3)$

Forma normal de Hermite. Ejemplo de cálculo III.

Sea $A = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 3 & 2 \\ 4 & 2 & 4 & 3 \end{pmatrix} \in M_{3\times 4}(\mathbb{Z}_5)$.
Vamos a calcular su forma normal de Hermite H_A y una matriz P tal y como hemos explicado en la diapositiva anterior.
Formamos la matriz $B = (A|Id)$, y sobre ella realizamos operaciones elementales por filas.

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 & 4 & 3 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 3 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 4 & 2 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$E_{32}(1)$: $\quad (0\ 0\ 4\ 2\ 1\ 1\ 0) + 1 \cdot (0\ 0\ 1\ 3\ 2\ 0\ 1) = (0\ 0\ 0\ 0\ 3\ 1\ 1)$

Forma normal de Hermite. Ejemplo de cálculo III.

Sea $A = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 3 & 2 \\ 4 & 2 & 4 & 3 \end{pmatrix} \in M_{3\times 4}(\mathbb{Z}_5)$.

Vamos a calcular su forma normal de Hermite H_A y una matriz P tal y como hemos explicado en la diapositiva anterior.

Formamos la matriz $B = (A|Id)$, y sobre ella realizamos operaciones elementales por filas.

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 & 4 & 3 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 3 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$E_{32}(1)$: $\quad (0\ 0\ 4\ 2\ 1\ 1\ 0) + 1 \cdot (0\ 0\ 1\ 3\ 2\ 0\ 1) = (0\ 0\ 0\ 0\ 3\ 1\ 1)$

Forma normal de Hermite. Ejemplo de cálculo III.

Sea $A = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 3 & 2 \\ 4 & 2 & 4 & 3 \end{pmatrix} \in M_{3\times 4}(\mathbb{Z}_5)$.

Vamos a calcular su forma normal de Hermite H_A y una matriz P tal y como hemos explicado en la diapositiva anterior.

Formamos la matriz $B = (A|Id)$, y sobre ella realizamos operaciones elementales por filas.

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 & 4 & 3 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 3 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Aunque esta matriz no es escalonada reducida por filas, la submatriz formada por las cuatro primeras columnas sí lo es.

Forma normal de Hermite. Ejemplo de cálculo III.

Sea $A = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 3 & 2 \\ 4 & 2 & 4 & 3 \end{pmatrix} \in M_{3\times 4}(\mathbb{Z}_5)$.

Vamos a calcular su forma normal de Hermite H_A y una matriz P tal y como hemos explicado en la diapositiva anterior.

Formamos la matriz $B = (A|Id)$, y sobre ella realizamos operaciones elementales por filas.

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 & 4 & 3 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 3 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Aunque esta matriz no es escalonada reducida por filas, la submatriz formada por las cuatro primeras columnas sí lo es.

Por tanto, $H_A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ y $P = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 3 \\ 2 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

Sea $A = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 3 & 2 \\ 4 & 2 & 4 & 3 \end{pmatrix} \in M_{3\times 4}(\mathbb{Z}_5)$.

Vamos a calcular su forma normal de Hermite H_A y una matriz P tal y como hemos explicado en la diapositiva anterior.

Formamos la matriz $B = (A|Id)$, y sobre ella realizamos operaciones elementales por filas.

Si hubiéramos calculado la forma normal de Hermite de B habríamos obtenido

$$H_B = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 & 4 & 0 & 4 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 3 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}.$$

Forma normal de Hermite. Ejemplo de cálculo III.

Sea $A = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 3 & 2 \\ 4 & 2 & 4 & 3 \end{pmatrix} \in M_{3\times 4}(\mathbb{Z}_5)$.

Vamos a calcular su forma normal de Hermite H_A y una matriz P tal y como hemos explicado en la diapositiva anterior.

Formamos la matriz $B = (A|Id)$, y sobre ella realizamos operaciones elementales por filas.

Si hubiéramos calculado la forma normal de Hermite de B habríamos obtenido

$$H_B = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 & 4 & 0 & 4 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 3 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}.$$

Lo que nos dice que podemos tomar también como matriz P a la matriz $\begin{pmatrix} 0 & 4 & 2 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$.

Forma normal de Hermite. Ejemplo de cálculo III.

En este ejemplo hemos visto que dada $A = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 3 & 2 \\ 4 & 2 & 4 & 3 \end{pmatrix} \in M_{3\times 4}(\mathbb{Z}_5)$,

Forma normal de Hermite. Ejemplo de cálculo III.

En este ejemplo hemos visto que dada $A = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 3 & 2 \\ 4 & 2 & 4 & 3 \end{pmatrix} \in M_{3\times 4}(\mathbb{Z}_5)$,

si tomamos $P_1 = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 3 \\ 2 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ y $P_2 = \begin{pmatrix} 0 & 4 & 2 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$

Forma normal de Hermite. Ejemplo de cálculo III.

En este ejemplo hemos visto que dada $A = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 3 & 2 \\ 4 & 2 & 4 & 3 \end{pmatrix} \in M_{3\times 4}(\mathbb{Z}_5)$,

si tomamos $P_1 = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 3 \\ 2 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ y $P_2 = \begin{pmatrix} 0 & 4 & 2 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$

entonces $P_1 \cdot A = P_2 \cdot A = H_A$.

Forma normal de Hermite. Ejemplo de cálculo III.

En este ejemplo hemos visto que dada $A = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 3 & 2 \\ 4 & 2 & 4 & 3 \end{pmatrix} \in M_{3\times 4}(\mathbb{Z}_5)$,
si tomamos $P_1 = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 3 \\ 2 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ y $P_2 = \begin{pmatrix} 0 & 4 & 2 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$
entonces $P_1 \cdot A = P_2 \cdot A = H_A$.
Es decir, hemos encontrado dos matrices regulares P tales que $P \cdot A = H_A$.

Forma normal de Hermite. Ejemplo de cálculo III.

En este ejemplo hemos visto que dada $A = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 3 & 2 \\ 4 & 2 & 4 & 3 \end{pmatrix} \in M_{3\times 4}(\mathbb{Z}_5)$,

si tomamos $P_1 = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 3 \\ 2 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ y $P_2 = \begin{pmatrix} 0 & 4 & 2 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$

entonces $P_1 \cdot A = P_2 \cdot A = H_A$.

Es decir, hemos encontrado dos matrices regulares P tales que $P \cdot A = H_A$.

De hecho, hay 125 matrices P tales que $P \cdot A = H_A$,

Forma normal de Hermite. Ejemplo de cálculo III.

En este ejemplo hemos visto que dada $A = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 3 & 2 \\ 4 & 2 & 4 & 3 \end{pmatrix} \in M_{3\times 4}(\mathbb{Z}_5)$,

si tomamos $P_1 = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 3 \\ 2 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ y $P_2 = \begin{pmatrix} 0 & 4 & 2 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$

entonces $P_1 \cdot A = P_2 \cdot A = H_A$.

Es decir, hemos encontrado dos matrices regulares P tales que $P \cdot A = H_A$.

De hecho, hay 125 matrices P tales que $P \cdot A = H_A$, y de esas, 100 son regulares.

Forma normal de Hermite. Ejemplo de cálculo III.

En este ejemplo hemos visto que dada $A = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 3 & 2 \\ 4 & 2 & 4 & 3 \end{pmatrix} \in M_{3\times 4}(\mathbb{Z}_5)$,

si tomamos $P_1 = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 3 \\ 2 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ y $P_2 = \begin{pmatrix} 0 & 4 & 2 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$

entonces $P_1 \cdot A = P_2 \cdot A = H_A$.

Es decir, hemos encontrado dos matrices regulares P tales que $P \cdot A = H_A$.

De hecho, hay 125 matrices P tales que $P \cdot A = H_A$, y de esas, 100 son regulares.

Esto es posible porque el rango de A es menor que el número de filas de A.

Forma normal de Hermite. Ejemplo de cálculo III.

En este ejemplo hemos visto que dada $A = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 3 & 2 \\ 4 & 2 & 4 & 3 \end{pmatrix} \in M_{3\times 4}(\mathbb{Z}_5)$,

si tomamos $P_1 = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 3 \\ 2 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ y $P_2 = \begin{pmatrix} 0 & 4 & 2 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$

entonces $P_1 \cdot A = P_2 \cdot A = H_A$.

Es decir, hemos encontrado dos matrices regulares P tales que $P \cdot A = H_A$.

De hecho, hay 125 matrices P tales que $P \cdot A = H_A$, y de esas, 100 son regulares.

Esto es posible porque el rango de A es menor que el número de filas de A.

Si el rango de A fuera igual al número de filas, como explicamos en una diapositiva anterior sólo podríamos haber encontrado una matriz P.

Forma normal de Hermite: Matrices regulares.

TEOREMA 3

Forma normal de Hermite: Matrices regulares.

Teorema 3

Sea $A \in M_n(K)$. Son equivalentes:

Forma normal de Hermite: Matrices regulares.

Teorema 3

Sea $A \in M_n(K)$. Son equivalentes:

- *A es regular (es decir, A es invertible).*

Teorema 3

Sea $A \in M_n(K)$. Son equivalentes:

- *A es regular (es decir, A es invertible).*
- *La forma de Hermite de A es la identidas ($H_A = Id$).*

Forma normal de Hermite: Matrices regulares.

Teorema 3

Sea $A \in M_n(K)$. Son equivalentes:

- *A es regular (es decir, A es invertible).*
- *La forma de Hermite de A es la identidas ($H_A = Id$).*
- *$rg(A) = n$.*

Forma normal de Hermite: Matrices regulares.

Teorema 3

Sea $A \in M_n(K)$. Son equivalentes:

- *A es regular (es decir, A es invertible).*
- *La forma de Hermite de A es la identidas ($H_A = Id$).*
- *$rg(A) = n$.*

Este teorema nos proporciona un criterio para saber si una matriz tiene o no inversa.

Forma normal de Hermite: Matrices regulares.

Teorema 3

Sea $A \in M_n(K)$. Son equivalentes:

- *A es regular (es decir, A es invertible).*
- *La forma de Hermite de A es la identidas ($H_A = Id$).*
- *$rg(A) = n$.*

Este teorema nos proporciona un criterio para saber si una matriz tiene o no inversa. Además, en el caso de que una matriz tenga inversa, sabemos encontrar una matriz P tal que $P \cdot A = H_A$.

Forma normal de Hermite: Matrices regulares.

Teorema 3

Sea $A \in M_n(K)$. Son equivalentes:

- *A es regular (es decir, A es invertible).*
- *La forma de Hermite de A es la identidas ($H_A = Id$).*
- *$rg(A) = n$.*

Este teorema nos proporciona un criterio para saber si una matriz tiene o no inversa.
Además, en el caso de que una matriz tenga inversa, sabemos encontrar una matriz P tal que $P \cdot A = H_A$.
Y como en este caso $H_A = Id$, lo que conseguimos es una matriz P tal que $P \cdot A = Id$.

Forma normal de Hermite: Matrices regulares.

TEOREMA 3

Sea $A \in M_n(K)$. Son equivalentes:

- *A es regular (es decir, A es invertible).*
- *La forma de Hermite de A es la identidas ($H_A = Id$).*
- *$rg(A) = n$.*

Este teorema nos proporciona un criterio para saber si una matriz tiene o no inversa.
Además, en el caso de que una matriz tenga inversa, sabemos encontrar una matriz P tal que $P \cdot A = H_A$.
Y como en este caso $H_A = Id$, lo que conseguimos es una matriz P tal que $P \cdot A = Id$.
Por tanto, $P = A^{-1}$.

Forma normal de Hermite: Matrices regulares.

Teorema 3

Sea $A \in M_n(K)$. Son equivalentes:

- *A es regular (es decir, A es invertible).*
- *La forma de Hermite de A es la identidas ($H_A = Id$).*
- *$rg(A) = n$.*

Este teorema nos proporciona un criterio para saber si una matriz tiene o no inversa.
Además, en el caso de que una matriz tenga inversa, sabemos encontrar una matriz P tal que $P \cdot A = H_A$.
Y como en este caso $H_A = Id$, lo que conseguimos es una matriz P tal que $P \cdot A = Id$.
Por tanto, $P = A^{-1}$.
Dicho de otra forma, sea $A \in M_n(K)$ y $B = (A|Id) \in M_{n\times 2n}(K)$.

Forma normal de Hermite: Matrices regulares.

Teorema 3

Sea $A \in M_n(K)$. Son equivalentes:

- *A es regular (es decir, A es invertible).*
- *La forma de Hermite de A es la identidas ($H_A = Id$).*
- *$rg(A) = n$.*

Este teorema nos proporciona un criterio para saber si una matriz tiene o no inversa.
Además, en el caso de que una matriz tenga inversa, sabemos encontrar una matriz P tal que $P \cdot A = H_A$.
Y como en este caso $H_A = Id$, lo que conseguimos es una matriz P tal que $P \cdot A = Id$.
Por tanto, $P = A^{-1}$.
Dicho de otra forma, sea $A \in M_n(K)$ y $B = (A|Id) \in M_{n\times 2n}(K)$.
Si $H_B = (Id|P)$ entonces A es regular y $A^{-1} = P$.

Forma normal de Hermite: Matrices regulares.

Teorema 3

Sea $A \in M_n(K)$. Son equivalentes:

- *A es regular (es decir, A es invertible).*
- *La forma de Hermite de A es la identidas ($H_A = Id$).*
- *$rg(A) = n$.*

Este teorema nos proporciona un criterio para saber si una matriz tiene o no inversa.
Además, en el caso de que una matriz tenga inversa, sabemos encontrar una matriz P tal que $P \cdot A = H_A$.
Y como en este caso $H_A = Id$, lo que conseguimos es una matriz P tal que $P \cdot A = Id$.
Por tanto, $P = A^{-1}$.
Dicho de otra forma, sea $A \in M_n(K)$ y $B = (A|Id) \in M_{n\times 2n}(K)$.
Si $H_B = (Id|P)$ entonces A es regular y $A^{-1} = P$.
Vamos a hacer un ejemplo de cálculo de la matriz inversa.

Forma normal de Hermite. Cálculo de la matriz inversa.

Sea $A = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 6 & 5 \\ 1 & 5 & 6 & 3 \\ 0 & 4 & 2 & 5 \\ 3 & 6 & 4 & 5 \end{pmatrix} \in M_4(\mathbb{Z}_7)$.

Forma normal de Hermite. Cálculo de la matriz inversa.

Sea $A = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 6 & 5 \\ 1 & 5 & 6 & 3 \\ 0 & 4 & 2 & 5 \\ 3 & 6 & 4 & 5 \end{pmatrix} \in M_4(\mathbb{Z}_7)$.

Vamos a ver si A es regular, y en caso afirmativo, vamos a calcular su inversa.

Forma normal de Hermite. Cálculo de la matriz inversa.

Sea $A = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 6 & 5 \\ 1 & 5 & 6 & 3 \\ 0 & 4 & 2 & 5 \\ 3 & 6 & 4 & 5 \end{pmatrix} \in M_4(\mathbb{Z}_7)$.

Vamos a ver si A es regular, y en caso afirmativo, vamos a calcular su inversa.

Calculamos la forma normal de Hermite de la matriz $B = (A|Id)$.

Sea $A = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 6 & 5 \\ 1 & 5 & 6 & 3 \\ 0 & 4 & 2 & 5 \\ 3 & 6 & 4 & 5 \end{pmatrix} \in M_4(\mathbb{Z}_7)$.

Vamos a ver si A es regular, y en caso afirmativo, vamos a calcular su inversa.
Calculamos la forma normal de Hermite de la matriz $B = (A|Id)$.

$$\begin{pmatrix} 4 & 2 & 6 & 5 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 5 & 6 & 3 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 2 & 5 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 6 & 4 & 5 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Sea $A = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 6 & 5 \\ 1 & 5 & 6 & 3 \\ 0 & 4 & 2 & 5 \\ 3 & 6 & 4 & 5 \end{pmatrix} \in M_4(\mathbb{Z}_7)$.

Vamos a ver si A es regular, y en caso afirmativo, vamos a calcular su inversa.
Calculamos la forma normal de Hermite de la matriz $B = (A|Id)$.

$$\begin{pmatrix} 4 & 2 & 6 & 5 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 5 & 6 & 3 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 2 & 5 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 6 & 4 & 5 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

E_{12}

Forma normal de Hermite. Cálculo de la matriz inversa.

Sea $A = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 6 & 5 \\ 1 & 5 & 6 & 3 \\ 0 & 4 & 2 & 5 \\ 3 & 6 & 4 & 5 \end{pmatrix} \in M_4(\mathbb{Z}_7)$.

Vamos a ver si A es regular, y en caso afirmativo, vamos a calcular su inversa.

Calculamos la forma normal de Hermite de la matriz $B = (A|Id)$.

$$\begin{pmatrix} 1 & 5 & 6 & 3 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 4 & 2 & 6 & 5 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 2 & 5 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 6 & 4 & 5 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Forma normal de Hermite. Cálculo de la matriz inversa.

Sea $A = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 6 & 5 \\ 1 & 5 & 6 & 3 \\ 0 & 4 & 2 & 5 \\ 3 & 6 & 4 & 5 \end{pmatrix} \in M_4(\mathbb{Z}_7)$.

Vamos a ver si A es regular, y en caso afirmativo, vamos a calcular su inversa.

Calculamos la forma normal de Hermite de la matriz $B = (A|Id)$.

$$\begin{pmatrix} 1 & 5 & 6 & 3 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 4 & 2 & 6 & 5 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 2 & 5 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 6 & 4 & 5 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{array}{ll} E_{21}(3): & (4\ 2\ 6\ 5\ 1\ 0\ 0\ 0) + 3\cdot(1\ 5\ 6\ 3\ 0\ 1\ 0\ 0) = (0\ 3\ 3\ 0\ 1\ 3\ 0\ 0) \\ E_{41}(4): & (3\ 6\ 4\ 5\ 0\ 0\ 0\ 1) + 4\cdot(1\ 5\ 6\ 3\ 0\ 1\ 0\ 0) = (0\ 5\ 0\ 3\ 0\ 4\ 0\ 1) \end{array}$$

Forma normal de Hermite. Cálculo de la matriz inversa.

Sea $A = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 6 & 5 \\ 1 & 5 & 6 & 3 \\ 0 & 4 & 2 & 5 \\ 3 & 6 & 4 & 5 \end{pmatrix} \in M_4(\mathbb{Z}_7)$.

Vamos a ver si A es regular, y en caso afirmativo, vamos a calcular su inversa.
Calculamos la forma normal de Hermite de la matriz $B = (A|Id)$.

$$\begin{pmatrix} 1 & 5 & 6 & 3 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 3 & 0 & 1 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 2 & 5 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 5 & 0 & 3 & 0 & 4 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$E_{21}(3):\quad (4\ 2\ 6\ 5\ 1\ 0\ 0\ 0) + 3 \cdot (1\ 5\ 6\ 3\ 0\ 1\ 0\ 0) = (0\ 3\ 3\ 0\ 1\ 3\ 0\ 0)$
$E_{41}(4):\quad (3\ 6\ 4\ 5\ 0\ 0\ 0\ 1) + 4 \cdot (1\ 5\ 6\ 3\ 0\ 1\ 0\ 0) = (0\ 5\ 0\ 3\ 0\ 4\ 0\ 1)$

Forma normal de Hermite. Cálculo de la matriz inversa.

Sea $A = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 6 & 5 \\ 1 & 5 & 6 & 3 \\ 0 & 4 & 2 & 5 \\ 3 & 6 & 4 & 5 \end{pmatrix} \in M_4(\mathbb{Z}_7)$.

Vamos a ver si A es regular, y en caso afirmativo, vamos a calcular su inversa.
Calculamos la forma normal de Hermite de la matriz $B = (A|Id)$.

$$\begin{pmatrix} 1 & 5 & 6 & 3 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 3 & 0 & 1 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 2 & 5 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 5 & 0 & 3 & 0 & 4 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$E_2(5):\quad 5 \cdot (0\ 3\ 3\ 0\ 1\ 3\ 0\ 0) = (0\ 1\ 1\ 0\ 5\ 1\ 0\ 0)$

Forma normal de Hermite. Cálculo de la matriz inversa.

Sea $A = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 6 & 5 \\ 1 & 5 & 6 & 3 \\ 0 & 4 & 2 & 5 \\ 3 & 6 & 4 & 5 \end{pmatrix} \in M_4(\mathbb{Z}_7)$.

Vamos a ver si A es regular, y en caso afirmativo, vamos a calcular su inversa.

Calculamos la forma normal de Hermite de la matriz $B = (A|Id)$.

$$\begin{pmatrix} 1 & 5 & 6 & 3 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 5 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 2 & 5 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 5 & 0 & 3 & 0 & 4 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$E_2(5): \quad 5 \cdot (0\ 3\ 3\ 0\ 1\ 3\ 0\ 0) = (0\ 1\ 1\ 0\ 5\ 1\ 0\ 0)$

Forma normal de Hermite. Cálculo de la matriz inversa.

Sea $A = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 6 & 5 \\ 1 & 5 & 6 & 3 \\ 0 & 4 & 2 & 5 \\ 3 & 6 & 4 & 5 \end{pmatrix} \in M_4(\mathbb{Z}_7)$.

Vamos a ver si A es regular, y en caso afirmativo, vamos a calcular su inversa.
Calculamos la forma normal de Hermite de la matriz $B = (A|Id)$.

$$\begin{pmatrix} 1 & 5 & 6 & 3 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 5 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 2 & 5 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 5 & 0 & 3 & 0 & 4 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$E_{12}(2): \quad (1\ 5\ 6\ 3\ 0\ 1\ 0\ 0) + 2 \cdot (0\ 1\ 1\ 0\ 5\ 1\ 0\ 0) = (1\ 0\ 1\ 3\ 3\ 3\ 0\ 0)$
$E_{32}(3): \quad (0\ 4\ 2\ 5\ 0\ 0\ 1\ 0) + 3 \cdot (0\ 1\ 1\ 0\ 5\ 1\ 0\ 0) = (0\ 0\ 5\ 5\ 1\ 3\ 1\ 0)$
$E_{42}(2): \quad (0\ 5\ 0\ 3\ 0\ 4\ 0\ 1) + 2 \cdot (0\ 1\ 1\ 0\ 5\ 1\ 0\ 0) = (0\ 0\ 2\ 3\ 3\ 6\ 0\ 1)$

Forma normal de Hermite. Cálculo de la matriz inversa.

Sea $A = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 6 & 5 \\ 1 & 5 & 6 & 3 \\ 0 & 4 & 2 & 5 \\ 3 & 6 & 4 & 5 \end{pmatrix} \in M_4(\mathbb{Z}_7)$.

Vamos a ver si A es regular, y en caso afirmativo, vamos a calcular su inversa. Calculamos la forma normal de Hermite de la matriz $B = (A|Id)$.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 3 & 3 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 5 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5 & 5 & 1 & 3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 3 & 3 & 6 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$E_{12}(2): \quad (1\ 5\ 6\ 3\ 0\ 1\ 0\ 0) + 2 \cdot (0\ 1\ 1\ 0\ 5\ 1\ 0\ 0) = (1\ 0\ 1\ 3\ 3\ 3\ 0\ 0)$

$E_{32}(3): \quad (0\ 4\ 2\ 5\ 0\ 0\ 1\ 0) + 3 \cdot (0\ 1\ 1\ 0\ 5\ 1\ 0\ 0) = (0\ 0\ 5\ 5\ 1\ 3\ 1\ 0)$

$E_{42}(2): \quad (0\ 5\ 0\ 3\ 0\ 4\ 0\ 1) + 2 \cdot (0\ 1\ 1\ 0\ 5\ 1\ 0\ 0) = (0\ 0\ 2\ 3\ 3\ 6\ 0\ 1)$

Forma normal de Hermite. Cálculo de la matriz inversa.

Sea $A = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 6 & 5 \\ 1 & 5 & 6 & 3 \\ 0 & 4 & 2 & 5 \\ 3 & 6 & 4 & 5 \end{pmatrix} \in M_4(\mathbb{Z}_7)$.

Vamos a ver si A es regular, y en caso afirmativo, vamos a calcular su inversa.

Calculamos la forma normal de Hermite de la matriz $B = (A|Id)$.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 3 & 3 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 5 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5 & 5 & 1 & 3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 3 & 3 & 6 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$E_3(3): \quad 3 \cdot (0\ 0\ 5\ 5\ 1\ 3\ 1\ 0) = (0\ 0\ 1\ 1\ 3\ 2\ 1\ 0)$

Sea $A = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 6 & 5 \\ 1 & 5 & 6 & 3 \\ 0 & 4 & 2 & 5 \\ 3 & 6 & 4 & 5 \end{pmatrix} \in M_4(\mathbb{Z}_7)$.

Vamos a ver si A es regular, y en caso afirmativo, vamos a calcular su inversa.

Calculamos la forma normal de Hermite de la matriz $B = (A|Id)$.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 3 & 3 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 5 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 3 & 2 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 3 & 3 & 6 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$E_3(3): \quad 3 \cdot (0\ 0\ 5\ 5\ 1\ 3\ 1\ 0) = (0\ 0\ 1\ 1\ 3\ 2\ 1\ 0)$

Forma normal de Hermite. Cálculo de la matriz inversa.

Sea $A = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 6 & 5 \\ 1 & 5 & 6 & 3 \\ 0 & 4 & 2 & 5 \\ 3 & 6 & 4 & 5 \end{pmatrix} \in M_4(\mathbb{Z}_7)$.

Vamos a ver si A es regular, y en caso afirmativo, vamos a calcular su inversa.

Calculamos la forma normal de Hermite de la matriz $B = (A|Id)$.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 3 & 3 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 5 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 3 & 2 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 3 & 3 & 6 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$E_{13}(6): \quad (1\ 0\ 1\ 3\ 3\ 3\ 0\ 0) + 6 \cdot (0\ 0\ 1\ 1\ 3\ 2\ 3\ 0) = (1\ 0\ 0\ 2\ 0\ 1\ 4\ 0)$

$E_{23}(6): \quad (0\ 1\ 1\ 0\ 5\ 1\ 0\ 0) + 6 \cdot (0\ 0\ 1\ 1\ 3\ 2\ 3\ 0) = (0\ 1\ 0\ 6\ 2\ 6\ 4\ 0)$

$E_{43}(5): \quad (0\ 0\ 2\ 3\ 3\ 6\ 0\ 1) + 5 \cdot (0\ 0\ 1\ 1\ 3\ 2\ 3\ 0) = (0\ 0\ 0\ 1\ 4\ 2\ 1\ 1)$

Forma normal de Hermite. Cálculo de la matriz inversa.

Sea $A = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 6 & 5 \\ 1 & 5 & 6 & 3 \\ 0 & 4 & 2 & 5 \\ 3 & 6 & 4 & 5 \end{pmatrix} \in M_4(\mathbb{Z}_7)$.

Vamos a ver si A es regular, y en caso afirmativo, vamos a calcular su inversa.

Calculamos la forma normal de Hermite de la matriz $B = (A|Id)$.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 2 & 0 & 1 & 4 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 6 & 2 & 6 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 3 & 2 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 4 & 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{array}{ll} E_{13}(6): & (1\ 0\ 1\ 3\ 3\ 3\ 0\ 0) + 6\cdot(0\ 0\ 1\ 1\ 3\ 2\ 3\ 0) = (1\ 0\ 0\ 2\ 0\ 1\ 4\ 0) \\ E_{23}(6): & (0\ 1\ 1\ 0\ 5\ 1\ 0\ 0) + 6\cdot(0\ 0\ 1\ 1\ 3\ 2\ 3\ 0) = (0\ 1\ 0\ 6\ 2\ 6\ 4\ 0) \\ E_{43}(5): & (0\ 0\ 2\ 3\ 3\ 6\ 0\ 1) + 5\cdot(0\ 0\ 1\ 1\ 3\ 2\ 3\ 0) = (0\ 0\ 0\ 1\ 4\ 2\ 1\ 1) \end{array}$$

Forma normal de Hermite. Cálculo de la matriz inversa.

Sea $A = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 6 & 5 \\ 1 & 5 & 6 & 3 \\ 0 & 4 & 2 & 5 \\ 3 & 6 & 4 & 5 \end{pmatrix} \in M_4(\mathbb{Z}_7)$.

Vamos a ver si A es regular, y en caso afirmativo, vamos a calcular su inversa.

Calculamos la forma normal de Hermite de la matriz $B = (A|Id)$.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 2 & 0 & 1 & 4 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 6 & 2 & 6 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 3 & 2 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 4 & 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{array}{ll} E_{14}(5): & (1\ 0\ 0\ 2\ 0\ 1\ 4\ 0) + 5\cdot(0\ 0\ 0\ 1\ 4\ 2\ 1\ 1) = (1\ 0\ 0\ 0\ 6\ 4\ 2\ 5) \\ E_{24}(1): & (0\ 1\ 0\ 6\ 2\ 6\ 4\ 0) + 1\cdot(0\ 0\ 0\ 1\ 4\ 2\ 1\ 1) = (0\ 1\ 0\ 0\ 6\ 1\ 5\ 1) \\ E_{34}(6): & (0\ 0\ 1\ 1\ 3\ 2\ 3\ 0) + 6\cdot(0\ 0\ 0\ 1\ 4\ 2\ 1\ 1) = (0\ 0\ 1\ 0\ 6\ 0\ 2\ 6) \end{array}$$

Forma normal de Hermite. Cálculo de la matriz inversa.

Sea $A = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 6 & 5 \\ 1 & 5 & 6 & 3 \\ 0 & 4 & 2 & 5 \\ 3 & 6 & 4 & 5 \end{pmatrix} \in M_4(\mathbb{Z}_7)$.

Vamos a ver si A es regular, y en caso afirmativo, vamos a calcular su inversa.

Calculamos la forma normal de Hermite de la matriz $B = (A|Id)$.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 6 & 4 & 2 & 5 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 6 & 1 & 5 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 6 & 0 & 2 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 4 & 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$E_{14}(5): \quad (1\ 0\ 0\ 2\ 0\ 1\ 4\ 0) + 5 \cdot (0\ 0\ 0\ 1\ 4\ 2\ 1\ 1) = (1\ 0\ 0\ 0\ 6\ 4\ 2\ 5)$

$E_{24}(1): \quad (0\ 1\ 0\ 6\ 2\ 6\ 4\ 0) + 1 \cdot (0\ 0\ 0\ 1\ 4\ 2\ 1\ 1) = (0\ 1\ 0\ 0\ 6\ 1\ 5\ 1)$

$E_{34}(6): \quad (0\ 0\ 1\ 1\ 3\ 2\ 3\ 0) + 6 \cdot (0\ 0\ 0\ 1\ 4\ 2\ 1\ 1) = (0\ 0\ 1\ 0\ 6\ 0\ 2\ 6)$

Forma normal de Hermite. Cálculo de la matriz inversa.

Sea $A = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 6 & 5 \\ 1 & 5 & 6 & 3 \\ 0 & 4 & 2 & 5 \\ 3 & 6 & 4 & 5 \end{pmatrix} \in M_4(\mathbb{Z}_7)$.
Vamos a ver si A es regular, y en caso afirmativo, vamos a calcular su inversa.
Calculamos la forma normal de Hermite de la matriz $B = (A|Id)$.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 6 & 4 & 2 & 5 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 6 & 1 & 5 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 6 & 0 & 2 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 4 & 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Luego A es regular y $A^{-1} = \begin{pmatrix} 6 & 4 & 2 & 5 \\ 6 & 1 & 5 & 1 \\ 6 & 0 & 2 & 6 \\ 4 & 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

Forma normal de Hermite. Sistemas de ecuaciones.

Supongamos que tenemos un sistema de ecuaciones cuya matriz ampliada es $(A|b)$.

Forma normal de Hermite. Sistemas de ecuaciones.

Supongamos que tenemos un sistema de ecuaciones cuya matriz ampliada es $(A|b)$.
Si realizamos operaciones elementales en esta matriz, obtenemos una nueva matriz.

Forma normal de Hermite. Sistemas de ecuaciones.

Supongamos que tenemos un sistema de ecuaciones cuya matriz ampliada es $(A|b)$.
Si realizamos operaciones elementales en esta matriz, obtenemos una nueva matriz.
Esta nueva matriz es la matriz ampliada de un nuevo sistema de ecuaciones.

Forma normal de Hermite. Sistemas de ecuaciones.

Supongamos que tenemos un sistema de ecuaciones cuya matriz ampliada es $(A|b)$.
Si realizamos operaciones elementales en esta matriz, obtenemos una nueva matriz.
Esta nueva matriz es la matriz ampliada de un nuevo sistema de ecuaciones.
Ambos sistemas de ecuaciones son equivalentes, es decir, tienen las mismas soluciones.

Forma normal de Hermite. Sistemas de ecuaciones.

Supongamos que tenemos un sistema de ecuaciones cuya matriz ampliada es $(A|b)$.
Si realizamos operaciones elementales en esta matriz, obtenemos una nueva matriz.
Esta nueva matriz es la matriz ampliada de un nuevo sistema de ecuaciones.
Ambos sistemas de ecuaciones son equivalentes, es decir, tienen las mismas soluciones.
Para resolver un sistema de ecuaciones:

Forma normal de Hermite. Sistemas de ecuaciones.

Supongamos que tenemos un sistema de ecuaciones cuya matriz ampliada es $(A|b)$.
Si realizamos operaciones elementales en esta matriz, obtenemos una nueva matriz.
Esta nueva matriz es la matriz ampliada de un nuevo sistema de ecuaciones.
Ambos sistemas de ecuaciones son equivalentes, es decir, tienen las mismas soluciones.
Para resolver un sistema de ecuaciones:

Escribiremos la matriz ampliada del sistema.

Forma normal de Hermite. Sistemas de ecuaciones.

Supongamos que tenemos un sistema de ecuaciones cuya matriz ampliada es $(A|b)$.
Si realizamos operaciones elementales en esta matriz, obtenemos una nueva matriz.
Esta nueva matriz es la matriz ampliada de un nuevo sistema de ecuaciones.
Ambos sistemas de ecuaciones son equivalentes, es decir, tienen las mismas soluciones.
Para resolver un sistema de ecuaciones:

Escribiremos la matriz ampliada del sistema.
Calcularemos su forma normal de Hermite.

Forma normal de Hermite. Sistemas de ecuaciones.

Supongamos que tenemos un sistema de ecuaciones cuya matriz ampliada es $(A|b)$.
Si realizamos operaciones elementales en esta matriz, obtenemos una nueva matriz.
Esta nueva matriz es la matriz ampliada de un nuevo sistema de ecuaciones.
Ambos sistemas de ecuaciones son equivalentes, es decir, tienen las mismas soluciones.
Para resolver un sistema de ecuaciones:

Escribiremos la matriz ampliada del sistema.
Calcularemos su forma normal de Hermite.
Volveremos a un nuevo sistema de ecuaciones cuya matriz ampliada sea la obtenida.

Forma normal de Hermite. Sistemas de ecuaciones.

Supongamos que tenemos un sistema de ecuaciones cuya matriz ampliada es $(A|b)$.
Si realizamos operaciones elementales en esta matriz, obtenemos una nueva matriz.
Esta nueva matriz es la matriz ampliada de un nuevo sistema de ecuaciones.
Ambos sistemas de ecuaciones son equivalentes, es decir, tienen las mismas soluciones.
Para resolver un sistema de ecuaciones:

> *Escribiremos la matriz ampliada del sistema.*
> *Calcularemos su forma normal de Hermite.*
> *Volveremos a un nuevo sistema de ecuaciones cuya matriz ampliada sea la obtenida.*
> *De ese sistema de ecuaciones, sacaremos las soluciones (si las tiene).*

Forma normal de Hermite. Sistemas de ecuaciones.

Supongamos que tenemos un sistema de ecuaciones cuya matriz ampliada es $(A|b)$.
Si realizamos operaciones elementales en esta matriz, obtenemos una nueva matriz.
Esta nueva matriz es la matriz ampliada de un nuevo sistema de ecuaciones.
Ambos sistemas de ecuaciones son equivalentes, es decir, tienen las mismas soluciones.
Para resolver un sistema de ecuaciones:

- *Escribiremos la matriz ampliada del sistema.*
- *Calcularemos su forma normal de Hermite.*
- *Volveremos a un nuevo sistema de ecuaciones cuya matriz ampliada sea la obtenida.*
- *De ese sistema de ecuaciones, sacaremos las soluciones (si las tiene).*

Esta forma de resolver un sistema se conoce como método de Gauss-Jorda.

Forma normal de Hermite. Sistemas de ecuaciones.

Supongamos que tenemos un sistema de ecuaciones cuya matriz ampliada es $(A|b)$.
Si realizamos operaciones elementales en esta matriz, obtenemos una nueva matriz.
Esta nueva matriz es la matriz ampliada de un nuevo sistema de ecuaciones.
Ambos sistemas de ecuaciones son equivalentes, es decir, tienen las mismas soluciones.
Para resolver un sistema de ecuaciones:

Escribiremos la matriz ampliada del sistema.
Calcularemos su forma normal de Hermite.
Volveremos a un nuevo sistema de ecuaciones cuya matriz ampliada sea la obtenida.
De ese sistema de ecuaciones, sacaremos las soluciones (si las tiene).

Esta forma de resolver un sistema se conoce como método de Gauss-Jorda.
Veamos algunos ejemplos.

Forma normal de Hermite. Sistemas de ecuaciones II.

Consideramos el sistema de ecuaciones con coeficientes en $\mathbb{Z}_5$.

Consideramos el sistema de ecuaciones con coeficientes en $\mathbb{Z}_5$.

$$\left\{\begin{array}{rcrcrcr} 2x & + & y & + & 3z & = & 1 \\ 4x & + & y & + & 2z & = & 3 \\ x & + & y & + & 3z & = & 2 \end{array}\right.$$

Forma normal de Hermite. Sistemas de ecuaciones II.

Consideramos el sistema de ecuaciones con coeficientes en $\mathbb{Z}_5$.

$$\left\{\begin{array}{ccccccc} 2x & + & y & + & 3z & = & 1 \\ 4x & + & y & + & 2z & = & 3 \\ x & + & y & + & 3z & = & 2 \end{array}\right.$$

La matriz ampliada es $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & 3 \\ 4 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$

Forma normal de Hermite. Sistemas de ecuaciones II.

Consideramos el sistema de ecuaciones con coeficientes en $\mathbb{Z}_5$.

$$\left\{\begin{array}{rcrcrcr} 2x & + & y & + & 3z & = & 1 \\ 4x & + & y & + & 2z & = & 3 \\ x & + & y & + & 3z & = & 2 \end{array}\right.$$

La matriz ampliada es $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & 3 \\ 4 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$

Su forma normal de Hermite es $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

Forma normal de Hermite. Sistemas de ecuaciones II.

Consideramos el sistema de ecuaciones con coeficientes en $\mathbb{Z}_5$.

$$\left\{\begin{array}{rcrcrcl} 2x & + & y & + & 3z & = & 1 \\ 4x & + & y & + & 2z & = & 3 \\ x & + & y & + & 3z & = & 2 \end{array}\right.$$

La matriz ampliada es $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & 3 \\ 4 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$

Su forma normal de Hermite es $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

El sistema inicial es equivalente a

$$\left\{\begin{array}{ccccl} x & & & = & 4 \\ & y & & = & 0 \\ & & z & = & 1 \end{array}\right.$$

Forma normal de Hermite. Sistemas de ecuaciones II.

Consideramos el sistema de ecuaciones con coeficientes en $\mathbb{Z}_5$.

$$\left\{\begin{array}{rcrcrcl} 2x & + & y & + & 3z & = & 1 \\ 4x & + & y & + & 2z & = & 3 \\ x & + & y & + & 3z & = & 2 \end{array}\right.$$

La matriz ampliada es $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & 3 \\ 4 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$

Su forma normal de Hermite es $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

El sistema inicial es equivalente a

$$\left\{\begin{array}{ccccl} x & & & = & 4 \\ & y & & = & 0 \\ & & z & = & 1 \end{array}\right.$$

El sistema es entonces compatible determinado, y la solución es $x = 4$, $y = 0$, $z = 1$.

Forma normal de Hermite. Sistemas de ecuaciones III.

Sea ahora el siguiente sistema, también con coeficientes en $\mathbb{Z}_5$.

Forma normal de Hermite. Sistemas de ecuaciones III.

Sea ahora el siguiente sistema, también con coeficientes en $\mathbb{Z}_5$.

$$\left\{\begin{array}{ccccccc} 3x & + & 4y & + & z & = & 3 \\ 2x & + & y & + & 3z & = & 3 \\ 4x & + & 2y & & & = & 2 \end{array}\right.$$

Forma normal de Hermite. Sistemas de ecuaciones III.

Sea ahora el siguiente sistema, también con coeficientes en $\mathbb{Z}_5$.

$$\left\{\begin{array}{rcrcrcl} 3x & + & 4y & + & z & = & 3 \\ 2x & + & y & + & 3z & = & 3 \\ 4x & + & 2y & & & = & 2 \end{array}\right.$$

La matriz ampliada es $\begin{pmatrix} 3 & 4 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & 3 & 3 \\ 4 & 2 & 0 & 2 \end{pmatrix}$,

Forma normal de Hermite. Sistemas de ecuaciones III.

Sea ahora el siguiente sistema, también con coeficientes en $\mathbb{Z}_5$.

$$\left\{\begin{array}{rcrcrcr} 3x & + & 4y & + & z & = & 3 \\ 2x & + & y & + & 3z & = & 3 \\ 4x & + & 2y & & & = & 2 \end{array}\right.$$

La matriz ampliada es $\begin{pmatrix} 3 & 4 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & 3 & 3 \\ 4 & 2 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, y su forma normal de Hermite es $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Forma normal de Hermite. Sistemas de ecuaciones III.

Sea ahora el siguiente sistema, también con coeficientes en $\mathbb{Z}_5$.

$$\left\{\begin{array}{ccccccc} 3x & + & 4y & + & z & = & 3 \\ 2x & + & y & + & 3z & = & 3 \\ 4x & + & 2y & & & = & 2 \end{array}\right.$$

La matriz ampliada es $\begin{pmatrix} 3 & 4 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & 3 & 3 \\ 4 & 2 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, y su forma normal de Hermite es $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.
El sistema inicial es equivalente a

$$\left\{\begin{array}{ccccc} x & + & 3y & & = & 3 \\ & & & z & = & 4 \end{array}\right. \quad \text{es decir,} \quad \left\{\begin{array}{l} x = 3 + 2y \\ z = 4 \end{array}\right.$$

Forma normal de Hermite. Sistemas de ecuaciones III.

Sea ahora el siguiente sistema, también con coeficientes en $\mathbb{Z}_5$.

$$\left\{\begin{array}{ccccccc} 3x & + & 4y & + & z & = & 3 \\ 2x & + & y & + & 3z & = & 3 \\ 4x & + & 2y & & & = & 2 \end{array}\right.$$

La matriz ampliada es $\begin{pmatrix} 3 & 4 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & 3 & 3 \\ 4 & 2 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, y su forma normal de Hermite es $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.
El sistema inicial es equivalente a

$$\left\{\begin{array}{ccccccc} x & + & 3y & & & = & 3 \\ & & & & z & = & 4 \end{array}\right. \quad \text{es decir,} \quad \left\{\begin{array}{l} x = 3 + 2y \\ z = 4 \end{array}\right.$$

Para cada valor de y tenemos una solución, luego el sistema es compatible indeterminado, y tiene 5 soluciones.

Forma normal de Hermite. Sistemas de ecuaciones III.

Sea ahora el siguiente sistema, también con coeficientes en $\mathbb{Z}_5$.

$$\left\{\begin{array}{ccccccc} 3x & + & 4y & + & z & = & 3 \\ 2x & + & y & + & 3z & = & 3 \\ 4x & + & 2y & & & = & 2 \end{array}\right.$$

La matriz ampliada es $\begin{pmatrix} 3 & 4 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & 3 & 3 \\ 4 & 2 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, y su forma normal de Hermite es $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.
El sistema inicial es equivalente a

$$\left\{\begin{array}{ccccccc} x & + & 3y & & & = & 3 \\ & & & & z & = & 4 \end{array}\right. \quad \text{es decir,} \quad \left\{\begin{array}{l} x = 3 + 2y \\ z = 4 \end{array}\right.$$

Para cada valor de y tenemos una solución, luego el sistema es compatible indeterminado, y tiene 5 soluciones. Éstas son:

Forma normal de Hermite. Sistemas de ecuaciones III.

Sea ahora el siguiente sistema, también con coeficientes en $\mathbb{Z}_5$.

$$\left\{\begin{array}{rcrcrcl} 3x & + & 4y & + & z & = & 3 \\ 2x & + & y & + & 3z & = & 3 \\ 4x & + & 2y & & & = & 2 \end{array}\right.$$

La matriz ampliada es $\begin{pmatrix} 3 & 4 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & 3 & 3 \\ 4 & 2 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, y su forma normal de Hermite es $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

El sistema inicial es equivalente a

$$\left\{\begin{array}{rcrcrcl} x & + & 3y & & & = & 3 \\ & & & & z & = & 4 \end{array}\right. \quad \text{es decir,} \quad \left\{\begin{array}{l} x = 3 + 2y \\ z = 4 \end{array}\right.$$

Para cada valor de y tenemos una solución, luego el sistema es compatible indeterminado, y tiene 5 soluciones. Éstas son:

$x = 3,\ \ y = 0,\ \ z = 4;$

Forma normal de Hermite. Sistemas de ecuaciones III.

Sea ahora el siguiente sistema, también con coeficientes en $\mathbb{Z}_5$.

$$\left\{\begin{array}{ccccccc} 3x & + & 4y & + & z & = & 3 \\ 2x & + & y & + & 3z & = & 3 \\ 4x & + & 2y & & & = & 2 \end{array}\right.$$

La matriz ampliada es $\begin{pmatrix} 3 & 4 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & 3 & 3 \\ 4 & 2 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, y su forma normal de Hermite es $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.
El sistema inicial es equivalente a

$$\left\{\begin{array}{ccccc} x & + & 3y & & = & 3 \\ & & & z & = & 4 \end{array}\right. \quad \text{es decir,} \quad \left\{\begin{array}{l} x = 3 + 2y \\ z = 4 \end{array}\right.$$

Para cada valor de y tenemos una solución, luego el sistema es compatible indeterminado, y tiene 5 soluciones. Éstas son:
$x = 3,\ y = 0,\ z = 4; \qquad x = 0,\ y = 1,\ z = 4;$

Forma normal de Hermite. Sistemas de ecuaciones III.

Sea ahora el siguiente sistema, también con coeficientes en $\mathbb{Z}_5$.

$$\left\{\begin{array}{ccccccc} 3x & + & 4y & + & z & = & 3 \\ 2x & + & y & + & 3z & = & 3 \\ 4x & + & 2y & & & = & 2 \end{array}\right.$$

La matriz ampliada es $\begin{pmatrix} 3 & 4 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & 3 & 3 \\ 4 & 2 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, y su forma normal de Hermite es $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

El sistema inicial es equivalente a

$$\left\{\begin{array}{ccccc} x & + & 3y & = & 3 \\ & & z & = & 4 \end{array}\right. \quad \text{es decir,} \quad \left\{\begin{array}{l} x = 3 + 2y \\ z = 4 \end{array}\right.$$

Para cada valor de y tenemos una solución, luego el sistema es compatible indeterminado, y tiene 5 soluciones. Éstas son:

$x = 3,\ y = 0,\ z = 4;\qquad x = 0,\ y = 1,\ z = 4;\qquad x = 2,\ y = 2,\ z = 4;$

Sea ahora el siguiente sistema, también con coeficientes en $\mathbb{Z}_5$.

$$\left\{\begin{array}{ccccccc} 3x & + & 4y & + & z & = & 3 \\ 2x & + & y & + & 3z & = & 3 \\ 4x & + & 2y & & & = & 2 \end{array}\right.$$

La matriz ampliada es $\begin{pmatrix} 3 & 4 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & 3 & 3 \\ 4 & 2 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, y su forma normal de Hermite es $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.
El sistema inicial es equivalente a

$$\left\{\begin{array}{ccccc} x & + & 3y & & = & 3 \\ & & & z & = & 4 \end{array}\right. \quad \text{es decir,} \quad \left\{\begin{array}{l} x = 3 + 2y \\ z = 4 \end{array}\right.$$

Para cada valor de y tenemos una solución, luego el sistema es compatible indeterminado, y tiene 5 soluciones. Éstas son:
$x = 3,\ y = 0,\ z = 4;\qquad x = 0,\ y = 1,\ z = 4;\qquad x = 2,\ y = 2,\ z = 4;$
$x = 4,\ y = 3,\ z = 4;$

Forma normal de Hermite. Sistemas de ecuaciones III.

Sea ahora el siguiente sistema, también con coeficientes en $\mathbb{Z}_5$.

$$\left\{\begin{array}{rcrcrcl} 3x & + & 4y & + & z & = & 3 \\ 2x & + & y & + & 3z & = & 3 \\ 4x & + & 2y & & & = & 2 \end{array}\right.$$

La matriz ampliada es $\begin{pmatrix} 3 & 4 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & 3 & 3 \\ 4 & 2 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, y su forma normal de Hermite es $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

El sistema inicial es equivalente a

$$\left\{\begin{array}{rcrcrcl} x & + & 3y & & & = & 3 \\ & & & & z & = & 4 \end{array}\right. \quad \text{es decir,} \quad \left\{\begin{array}{l} x = 3 + 2y \\ z = 4 \end{array}\right.$$

Para cada valor de y tenemos una solución, luego el sistema es compatible indeterminado, y tiene 5 soluciones. Éstas son:

$x = 3,\ y = 0,\ z = 4;\qquad x = 0,\ y = 1,\ z = 4;\qquad x = 2,\ y = 2,\ z = 4;$

$x = 4,\ y = 3,\ z = 4;\qquad x = 1,\ y = 4,\ z = 4.$

Forma normal de Hermite. Sistemas de ecuaciones IV.

Sea ahora el siguiente sistema, también con coeficientes en $\mathbb{Z}_5$.

Forma normal de Hermite. Sistemas de ecuaciones IV.

Sea ahora el siguiente sistema, también con coeficientes en $\mathbb{Z}_5$.

$$\left\{\begin{array}{rcrcrcl} 4x & + & 2y & + & 3z & = & 1 \\ 3x & + & 3y & + & 4z & = & 2 \\ x & + & 2y & & & = & 2 \end{array}\right.$$

Forma normal de Hermite. Sistemas de ecuaciones IV.

Sea ahora el siguiente sistema, también con coeficientes en $\mathbb{Z}_5$.

$$\left\{\begin{array}{ccccccc} 4x & + & 2y & + & 3z & = & 1 \\ 3x & + & 3y & + & 4z & = & 2 \\ x & + & 2y & & & = & 2 \end{array}\right.$$

La matriz ampliada es $\begin{pmatrix} 4 & 2 & 3 & 1 \\ 3 & 3 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 0 & 2 \end{pmatrix}$,

Forma normal de Hermite. Sistemas de ecuaciones IV.

Sea ahora el siguiente sistema, también con coeficientes en $\mathbb{Z}_5$.

$$\left\{\begin{array}{ccccccc} 4x & + & 2y & + & 3z & = & 1 \\ 3x & + & 3y & + & 4z & = & 2 \\ x & + & 2y & & & = & 2 \end{array}\right.$$

La matriz ampliada es $\begin{pmatrix} 4 & 2 & 3 & 1 \\ 3 & 3 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, y su forma normal de Hermite es $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

Forma normal de Hermite. Sistemas de ecuaciones IV.

Sea ahora el siguiente sistema, también con coeficientes en $\mathbb{Z}_5$.

$$\left\{\begin{array}{rcrcrcl} 4x & + & 2y & + & 3z & = & 1 \\ 3x & + & 3y & + & 4z & = & 2 \\ x & + & 2y & & & = & 2 \end{array}\right.$$

La matriz ampliada es $\begin{pmatrix} 4 & 2 & 3 & 1 \\ 3 & 3 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, y su forma normal de Hermite es $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

El sistema inicial es equivalente a

$$\left\{\begin{array}{rcrcrcl} x & & & + & z & = & 0 \\ & & y & + & 2z & = & 0 \\ 0x & + & 0y & + & 0z & = & 1 \end{array}\right.$$

Forma normal de Hermite. Sistemas de ecuaciones IV.

Sea ahora el siguiente sistema, también con coeficientes en $\mathbb{Z}_5$.

$$\left\{\begin{array}{rcrcrcl} 4x & + & 2y & + & 3z & = & 1 \\ 3x & + & 3y & + & 4z & = & 2 \\ x & + & 2y & & & = & 2 \end{array}\right.$$

La matriz ampliada es $\begin{pmatrix} 4 & 2 & 3 & 1 \\ 3 & 3 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, y su forma normal de Hermite es $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

El sistema inicial es equivalente a

$$\left\{\begin{array}{rcrcrcl} x & & & + & z & = & 0 \\ & & y & + & 2z & = & 0 \\ 0x & + & 0y & + & 0z & = & 1 \end{array}\right.$$

Es claro que el sistema no tiene solución, pues ningún valor de x, y, z puede hacer cierta la última ecuación.

Forma normal de Hermite. Teorema de Rouché-Frobenius.

Dado un sistema de ecuaciones cuya matriz ampliada es $(A|b)$, y la forma normal de Hermite de esta matriz es H.

Forma normal de Hermite. Teorema de Rouché-Frobenius.

Dado un sistema de ecuaciones cuya matriz ampliada es $(A|b)$, y la forma normal de Hermite de esta matriz es H.
Si al final tenemos una ecuación de la forma $0 = 1$, el sistema es incompatible.

Forma normal de Hermite. Teorema de Rouché-Frobenius.

Dado un sistema de ecuaciones cuya matriz ampliada es $(A|b)$, y la forma normal de Hermite de esta matriz es H.
Si al final tenemos una ecuación de la forma $0 = 1$, el sistema es incompatible.
Esto ocurre si $rg(A) < rg(A|b)$.

Forma normal de Hermite. Teorema de Rouché-Frobenius.

Dado un sistema de ecuaciones cuya matriz ampliada es $(A|b)$, y la forma normal de Hermite de esta matriz es H.

Si al final tenemos una ecuación de la forma $0 = 1$, el sistema es incompatible.

Esto ocurre si $rg(A) < rg(A|b)$.

Cuando $rg(A) = rg(A|b)$, el sistema es compatible pues no tenemos la ecuación $0 = 1$.

Forma normal de Hermite. Teorema de Rouché-Frobenius.

Dado un sistema de ecuaciones cuya matriz ampliada es $(A|b)$, y la forma normal de Hermite de esta matriz es H.

Si al final tenemos una ecuación de la forma $0 = 1$, el sistema es incompatible.

Esto ocurre si $rg(A) < rg(A|b)$.

Cuando $rg(A) = rg(A|b)$, el sistema es compatible pues no tenemos la ecuación $0 = 1$.

En tal caso, llamaremos **incógnitas principales** a las que se corresponden con algún pivote de la matriz H,

Forma normal de Hermite. Teorema de Rouché-Frobenius.

Dado un sistema de ecuaciones cuya matriz ampliada es $(A|b)$, y la forma normal de Hermite de esta matriz es H.
Si al final tenemos una ecuación de la forma $0 = 1$, el sistema es incompatible.
Esto ocurre si $rg(A) < rg(A|b)$.
Cuando $rg(A) = rg(A|b)$, el sistema es compatible pues no tenemos la ecuación $0 = 1$.
En tal caso, llamaremos **incógnitas principales** a las que se corresponden con algún pivote de la matriz H, e **incógnicas libres** al resto.

Forma normal de Hermite. Teorema de Rouché-Frobenius.

Dado un sistema de ecuaciones cuya matriz ampliada es $(A|b)$, y la forma normal de Hermite de esta matriz es H.
Si al final tenemos una ecuación de la forma $0 = 1$, el sistema es incompatible.
Esto ocurre si $rg(A) < rg(A|b)$.
Cuando $rg(A) = rg(A|b)$, el sistema es compatible pues no tenemos la ecuación $0 = 1$.
En tal caso, llamaremos **incógnitas principales** a las que se corresponden con algún pivote de la matriz H, e **incógnicas libres** al resto.
Si no hay incógnitas libres (en cuyo caso el rango de A coincide con el número de incógnitas), el sistema es compatible determinado.

Dado un sistema de ecuaciones cuya matriz ampliada es $(A|b)$, y la forma normal de Hermite de esta matriz es H.
Si al final tenemos una ecuación de la forma $0 = 1$, el sistema es incompatible.
Esto ocurre si $rg(A) < rg(A|b)$.
Cuando $rg(A) = rg(A|b)$, el sistema es compatible pues no tenemos la ecuación $0 = 1$.
En tal caso, llamaremos **incógnitas principales** a las que se corresponden con algún pivote de la matriz H, e **incógnicas libres** al resto.
Si no hay incógnitas libres (en cuyo caso el rango de A coincide con el número de incógnitas), el sistema es compatible determinado.
Si hay incógnitas libres (en cuyo caso el rango de A es menor que el número de incógnitas), el sistema es compatible indeterminado.

Dado un sistema de ecuaciones cuya matriz ampliada es $(A|b)$, y la forma normal de Hermite de esta matriz es H.
Si al final tenemos una ecuación de la forma $0 = 1$, el sistema es incompatible.
Esto ocurre si $rg(A) < rg(A|b)$.
Cuando $rg(A) = rg(A|b)$, el sistema es compatible pues no tenemos la ecuación $0 = 1$.
En tal caso, llamaremos **incógnitas principales** a las que se corresponden con algún pivote de la matriz H, e **incógnicas libres** al resto.
Si no hay incógnitas libres (en cuyo caso el rango de A coincide con el número de incógnitas), el sistema es compatible determinado.
Si hay incógnitas libres (en cuyo caso el rango de A es menor que el número de incógnitas), el sistema es compatible indeterminado.
En resumen, tenemos:

Teorema 4 (Teorema de Rouché-Frobenius)

Dado un sistema de ecuaciones con coeficientes en K, de m ecuaciones y n incógnitas, cuya matriz ampliada es $(A|b) \in M_{m\times(n+1)}(K)$

Teorema 4 (Teorema de Rouché-Frobenius)

Dado un sistema de ecuaciones con coeficientes en K, de m ecuaciones y n incógnitas, cuya matriz ampliada es $(A|b) \in M_{m\times(n+1)}(K)$

$$\begin{cases} rg(A) = rg(A|b): & \textit{Sistema compatible} \\ rg(A) < rg(A|b): & \textit{Sistema incompatible.} \end{cases}$$

Teorema 4 (Teorema de Rouché-Frobenius)

Dado un sistema de ecuaciones con coeficientes en K, de m ecuaciones y n incógnitas, cuya matriz ampliada es $(A|b) \in M_{m\times(n+1)}(K)$

$$\begin{cases} rg(A) = rg(A|b): & \text{Sistema compatible} \quad \begin{cases} rg(A) < n: & \text{Sistema compatible indeterminado.} \\ rg(A) = n: & \text{Sistema compatible determinado.} \end{cases} \\ rg(A) < rg(A|b): & \text{Sistema incompatible.} \end{cases}$$