

Repositorio en C++

Universidad de la Amazonia, Colombia.

4 de julio de 2023

1. Formulas, tablas y secuencias

1.1. Formulas

PERMUTACIÓN Y COMBINACIÓN	
Combinación (Coeficiente Binomial): Número de subconjuntos de k elementos escogidos de un conjunto con n	$\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$
Combinación con repetición: Número de grupos formados por n elementos, par- tiendo de m tipos de elementos.	$\binom{m+n-1}{n} = \frac{(m+n-1)!}{n!(m-1)!}$
Permutación: Número de formas de agrupar n elementos, donde importa el orden y sin repetir elementos	$P_n = n!$
Permutación múltiple: Elegir r elementos de n posibles con repetición	n^r
Permutación con repetición: Se tienen n elemen- tos donde el primero se repite a veces, el segundo b veces, etc.	$PR_n^{a,b,c,\dots} = \frac{P_n}{a!b!c!\dots}$
Permutaciones sin repetición: Número de formas de agrupar r elementos de n disponibles, sin re- petir elementos.	$\frac{n!}{(n-r)!}$
CIRCUNFERENCIA Y CÍRCULO	
Considerando r como el radio, α como el ángulo del arco o sector, y (R, r) como radio mayor y menor respectivamente.	

Continúa en la siguiente columna

Área	$A = \pi * r^2$	Longitud	$L = 2 * \pi * r$
Longitud de un arco	$L = \frac{\pi * r * \alpha}{180}$	Área sector circular	$A = \frac{\pi * r^2 * \alpha}{360}$
Área corona circular	$A = \pi(R^2 - r^2)$	Formula general	$(X - P_x)^2 + (Y - P_y)^2 = r^2$
TRIÁNGULO			
Sea b la longitud de la base, h la altura, a, b, c la longitud de los lados, A, B, C los ángulos, y r el radio de las circunferencias asociadas.			
Área con base y altura	$A = \frac{1}{2}b * h$	Área con 2 lados y su ángulo	$A = \frac{1}{2}b * a * \sin(C)$
Área con los 3 lados	$A = \sqrt{p(p - a)(p - b)(p - c)}$ con $p = \frac{a + b + c}{2}$		
Triangulo equilátero	$A = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2$	Triángulo circunscrito a circunferencia	$A = \frac{abc}{4r}$
Triángulo inscrito a circunferencia		$A = r(\frac{a + b + c}{2})$	
TRIGONOMETRÍA			
Ley de los senos, con γ el angulo opuesto al lado c		$\frac{a}{\sin(\alpha)} = \frac{b}{\sin(\beta)} = \frac{c}{\sin(\gamma)}$	
Ley de los cosenos, con γ el angulo opuesto al lado c		$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab * \cos(\gamma)$	

Continúa en la siguiente columna

PROPIEDADES DEL MÓDULO (RESIDUO)		
Neutra	$(a \% b) \% b = a \% b$	
Suma	$(a + b) \% c = ((a \% c) + (b \% c)) \% c$	
Resta	$(a - b) \% c = ((a \% c) - (b \% c) + c) \% c$	
Multiplicación	$(a * b) \% c = ((a \% c) * (b \% c)) \% c$	
FIGURAS		
Cono	$A = PI * r * h$	$V = \frac{1}{3} * PI * r^2 * h$
Cilindro	$A = 2 * PI * r * (r + h)$	$V = PI * r^2 * h$
Esfera	$A = 4 * PI * r^2$	$V = \frac{4}{3} * PI * r^3$
Cuadrilatero	$A = 0,5 * a * d * sin(ang(a, d)) + 0,5 * b * c * sin(ang(b, c))$	
Cuadrilatero	$S = (a + b + c + d) / 2$	$\frac{A}{\sqrt{(S - a)(S - b)(S - c)(S - d)}} =$
Formulas extra		
Formula de números fibonacchi	$f(n) = \frac{1}{\sqrt{5}} * [(\frac{1 + \sqrt{5}}{2})^n - (\frac{1 - \sqrt{5}}{2})^n]$	
Formula de fibonacchi con matrices	$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}^b = \begin{bmatrix} fib(b + 1) & fib(b) \\ fib(b) & fib(b - 1) \end{bmatrix}$	
Progresión aritmética, Sea d la diferencia y a_1 el numero inicial	$a_n = a_1 + (n - 1)d$	$\sum_{i=1}^n a_i = n \frac{a_1 + a_n}{2}$
Progresión geométrica, Sea r la razón y a_1 el numero inicial	$a_n = a_1 * r^{n-1}$	$\sum_{i=1}^n a_i = a_1 * \frac{r^n - 1}{r - 1}$ $\sum_{i=1}^{\infty} a_i = \frac{a_1}{1 - r}$
Distancia de un punto a una recta, una recta con la forma: $ax + by + c$ y un punto p (px, py)	$d = \frac{a * px + b * py + c}{\sqrt{a^2 + b^2}}$	

Continúa en la siguiente columna

Ecuación de la recta que pasa por dos puntos, $y = mx + b$		$\frac{x-x_1}{x_2-x_1} = \frac{y-y_1}{y_2-y_1}$
Ecuación del plano que pasa por 3 puntos, resolver la determinante.	$\begin{vmatrix} X-x_1 & Y-y_1 & Z-z_1 \\ x_2-x_1 & y_2-y_1 & z_2-z_1 \\ x_3-x_1 & y_3-y_1 & z_3-z_1 \end{vmatrix} = 0$	
Teorema de Erdős–Gallai, una lista de enteros $d_1 \geq \dots \geq d_n$ puede ser una secuencia de grados de un grafo si:	Para cada k $1 \leq k \leq n$ $\sum_{i=1}^k d_i \leq k(k+1) + \sum_{i=k+1}^n \min(d_i, k)$	
Área de un polígono en el plano cartesiano a partir de sus vértices	$S = x_1y_2 + x_2y_3 + \dots + x_ny_1$ $D = x_2y_1 + x_3y_2 + \dots + x_1y_n$ $A = \frac{1}{2} S - D $	
Coeficientes binomiales	$C(n, k) = \begin{cases} 0 & k=0, n=k \\ C(n-1, k-1) + C(n-1, k) & \text{c.c.} \end{cases}$	
Números de catalán	$Cat(n) = \begin{cases} 1 & \text{si } n=0 \\ \frac{2n*(2n-1)*Cat(n-1)}{(n+1)*n} & \text{c.c.} \end{cases}$	
Teorema de Cardano-Vieta	$\sigma_1 = \sum_i r_i = r_1 + r_2 + \dots + r_n = -\frac{a_{n-1}}{a_n},$ $\sigma_2 = \sum_{i < j} r_i r_j = r_1 r_2 + r_1 r_3 + \dots + r_{n-1} r_n = \frac{a_{n-2}}{a_n},$ $\sigma_3 = \sum_{i < j < k} r_i r_j r_k = r_1 r_2 r_3 + \dots = -\frac{a_{n-3}}{a_n},$ \dots $\sigma_n = r_1 r_2 \dots r_n = \frac{(-1)^n a_0}{a_n}.$	

Continúa en la siguiente columna

Teorema de Pick, Sea A el área de un polígono con puntos enteros, B la cantidad de puntos enteros en el borde, I la cantidad de puntos enteros interiores	$A = I + \frac{B}{2} - 1$
Congruencias	$isPrime(p) \leftrightarrow (p-1)! \equiv (p-1) \% p$ $x^n \equiv x^{phi(m)+(n \% phi(m))} \% m$ $a^{phi(m)} \equiv 1 \% m \leftrightarrow mcd(a, m) = 1$ $a^{p-1} \equiv 1 \% p \rightarrow a^n \% p^{-1} \equiv a^n \% p$

1.2. Sucesiones

Estrellas octangulares	0, 1, 14, 51, 124, 245, 426, 679, 1016, 1449, 1990, 2651, ...
	$f(n) = n * (2 * n^2 - 1).$
Euler totient	1, 1, 2, 2, 4, 2, 6, 4, 6, 4, 10, 4, 12, 6,...
	$f(n) =$ Cantidad de números $\leq n$ coprimos con n.
Números de Catalán	1, 1, 2, 5, 14, 42, 132, 429, 1430, 4862, 16796, 58786, ...
	$f(n) = \frac{(2n)!}{(n+1)!n!}$
Números de Fermat	3, 5, 17, 257, 65537, 4294967297, 18446744073709551617, ...
	$f(n) = 2^{(2^n)} + 1$
Números de Pell	0, 1, 2, 5, 12, 29, 70, 169, 408, 985, 2378, 5741, 13860, ...
	$f(0) = 0; f(1) = 1; f(n) = 2f(n-1) + f(n-2)$ para $n > 1$
Números piramidales cuadrados	0, 1, 5, 14, 30, 55, 91, 140, 204, 285, 385, 506, 650, ...
	$f(n) = \frac{n * (n+1) * (2 * n + 1)}{6}$
Números primos de Mersenne	3, 7, 31, 127, 8191, 131071, 524287, 2147483647, ...
	$f(n) = 2^{p(n)} - 1$ donde p representa valores primos iniciando en $p(0) = 2$.
Números tetraedrales	0, 1, 4, 10, 20, 35, 56, 84, 120, 165, 220, 286, 364, ...

Continúa en la siguiente columna

	$f(n) = \frac{n * (n+1) * (n+2)}{6}$
Números triangulares	0, 1, 3, 6, 10, 15, 21, 28, 36, 45, 55, 66, 78, 91, 105, ...
	$f(n) = \frac{n(n+1)}{2}$
OEIS A000127	1, 2, 4, 8, 16, 31, 57, 99, 163, 256, 386, 562, ...
	$f(n) = \frac{(n^4 - 6n^3 + 23n^2 - 18n + 24)}{24}.$
Secuencia de Narayana	1, 1, 1, 2, 3, 4, 6, 9, 13, 19, 28, 41, 60, 88, 129, ...
	$f(0) = f(1) = f(2) = 1; f(n) = f(n-1) + f(n-3)$ para todo $n > 2$.
Suma de los divisores de un número	1, 3, 4, 7, 6, 12, 8, 15, 13, 18, 12, 28, 14, 24, ...
	Para todo $n > 1, n = p_1^{a_1} p_2^{a_2} \dots p_k^{a_k}$ entonces: $f(n) = \frac{p_1^{a_1+1} - 1}{p_1 - 1} * \frac{p_2^{a_2+1} - 1}{p_2 - 1} * \dots * \frac{p_k^{a_k+1} - 1}{p_k - 1}$
Cantidad de divisores de un número	1, 3, 4, 7, 6, 12, 8, 15, 13, 18, 12, 28, 14, 24, ...
	Para todo $n > 1, n = p_1^{a_1} p_2^{a_2} \dots p_k^{a_k}$ entonces: $f(n) = \prod_{i=1}^k a_i + 1$
Números de Super-Catalán	1, 1, 3, 11, 45, 197, 903, 4279, 20793, 103049, 518859, ...
	El número de formas de insertar paréntesis en una secuencia y el número de formas de partir un polígono convexo en polígonos más pequeños mediante la inserción de diagonales. $f(1)=f(2)=1$; $f(n) = \frac{3(2n-3) * f(n-1) - (n-3) * f(n-2)}{n}$

1.3. Tabla ASCII

Caracteres ASCII con sus respectivos valores numéricos.

No.	ASCII	No.	ASCII	No.	ASCII	No.	ASCII
32	space	40	(48	0	56	8
33	!	41)	49	1	57	9
34	”	42	*	50	2	58	:
35	#	43	+	51	3	59	;
36	\$	44	,	52	4	60	ı
37	%	45	-	53	5	61	=
38	&	46	.	54	6	62	ı
39	,	47	/	55	7	63	?

No.	ASCII	No.	ASCII	No.	ASCII	No.	ASCII
64	@	72	H	80	P	88	X
65	A	73	I	81	Q	89	Y
66	B	74	J	82	R	90	Z
67	C	75	K	83	S	91	[
68	D	76	L	84	T	92	\
69	E	77	M	85	U	93]
70	F	78	N	86	V	94	^
71	G	79	O	87	W	95	_

No.	ASCII	No.	ASCII	No.	ASCII	No.	ASCII
96	`	104	h	112	p	120	x
97	a	105	i	113	q	121	y
98	b	106	j	114	r	122	z
99	c	107	k	115	s	123	{
100	d	108	l	116	t	124	
101	e	109	m	117	u	125	}
102	f	110	n	118	v	126	~
103	g	111	o	119	w	127	

1.4. Secuencias

Primos:

2 3 5 7 11 13 17 19 23 29 31 37 41 43 47 53 59 61 67 71 73 79 83 89 97 101 103
107 109 113 127 131 137 139 149 151 157 163 167 173 179 181 191 193 197 199
211 223 227 229 233 239 241 251 257 263 269 271 277 281 283 293 307 311 313
317 331 337 347 349 353 359 367 373 379 383 389 397 401 409 419 421 431 433
439 443 449 457 461 463 467 479 487 491 499 503 509 521 523 541 547 557 563
569 571 577 587 593 599 601 607 613 617 619 631 641 643 647 653 659 661 673
677 683 691 701 709 719 727 733 739 743 751 757 761 769 773 787 797 809 811
821 823 827 829 839 853 857 859 863 877 881 883 887 907 911 919 929 937 941
947 953 967 971 977 983 991 997 1009 1013 1019 1021 1031 1033 1039 1049 1051
1061 1063 1069 1087 1091 1093 1097 1103 1109 1117 1123 1129 1151 1153 1163
1171 1181 1187 1193 1201 1213 1217 1223 1229 1231 1237 1249 1259 1277 1279
1283 1289 1291 1297 1301 1303 1307 1319 1321 1327 1361 1367 1373 1381 1399
1409 1423 1427 1429 1433 1439 1447 1451 1453 1459 1471 1481 1483 1487 1489
1493 1499 1511 1523 1531 1543 1549 1553 1559 1567 1571 1579 1583 1597 1601
1607 1609 1613 1619 1621 1627 1637 1657 1663 1667 1669 1693 1697 1699 1709
1721 1723 1733 1741 1747 1753 1759 1777 1783 1787 1789 1801 1811 1823 1831
1847 1861 1867 1871 1873 1877 1879 1889 1901 1907 1913 1931 1933 1949 1951
1973 1979 1987 1993 1997 1999 2003 2011 2017 2027 2029 2039 2053 2063 2069
2081 2083 2087 2089 2099 2111 2113 2129 2131 2137 2141 2143 2153 2161 2179
2203 2207 2213 2221 2237 2239 2243 2251 2267 2269 2273 2281 2287 2293 2297
2309 2311 2333 2339 2341 2347 2351 2357 2371 2377 2381 2383 2389 2393 2399
2411 2417 2423 2437 2441 2447 2459 2467 2473 2477

Primos cercanos a potencias de 10:

7 11, 89 97 101 103, 983 991 997 1009 1013 1019, 9941 9949 9967 9973 10007
10009 10037 10039 10061 10067 10069 10079, 99961 99971 99989 99991 100003
100019 100043 100049 100057 100069, 999959 999961 999979 999983 1000003
1000033 1000037 1000039, 9999943 9999971 9999973 9999991 10000019 10000079
10000103 10000121, 99999941 99999959 99999971 99999989 100000007 100000037
100000039 100000049, 999999893 999999929 999999937 1000000007 1000000009
1000000021 1000000033

Fibonacci:

0 1 1 2 3 5 8 13 21 34 55 89 144 233 377 610 987 1597 2584 4181 6765 10946
17711 28657 46368 75025 121393 196418 317811 514229 832040 1346269 2178309

3524578 5702887 9227465 14930352 24157817 39088169 63245986 102334155
165580141 267914296 433494437 701408733 1134903170 1836311903

Factoriales:

1 2 6 24 120 720 5040 40320 362880 3628800 39916800 479001600
6227020800 87178291200 1307674368000 20922789888000 355687428096000
6402373705728000 121645100408832000

Potencias de dos: de 1 hasta 63

1 2 4 8 16 32 64 128 256 512 1024 2048 4096 8192 16384 32768 65536
131072 262144 524288 1048576 2097152 4194304 8388608 16777216 33554432
67108864 134217728 268435456 536870912 1073741824 2147483648 4294967296
8589934592 17179869184 34359738368 68719476736 137438953472 274877906944
549755813888 1099511627776 2199023255552 4398046511104 8796093022208
17592186044416 35184372088832 70368744177664 140737488355328
281474976710656 562949953421312 1125899906842624 2251799813685248
4503599627370496 9007199254740992 18014398509481984 36028797018963968
72057594037927936 144115188075855872 288230376151711744
576460752303423488 1152921504606846976 2305843009213693952
4611686018427387904 9223372036854775808