

Übungsblatt 1 zu Mathematik I (Physik)

Aufgabe 1: (10 Punkte) Es seien Mengen $A_1, \dots, A_n, B_1, \dots, B_n$ gegeben. Zeige:

$$(A_1 \times \dots \times A_n) \cap (B_1 \times \dots \times B_n) = (A_1 \cap B_1) \times \dots \times (A_n \cap B_n).$$

Aufgabe 2: (10 Punkte) Es seien X, Y Mengen; zeige:

a) Die Abbildung $\Phi : \mathcal{P}(X \cup Y) \longrightarrow \mathcal{P}(X) \times \mathcal{P}(Y)$ ist injektiv.
 $A \longmapsto (A \cap X, A \cap Y)$

b) Φ ist genau dann surjektiv, wenn $X \cap Y = \emptyset$.

Aufgabe 3: (20 Punkte) Sei $f : X \longrightarrow Y$ eine Funktion. Zeige, daß folgende Eigenschaften äquivalent sind:

a) f ist injektiv

b) Für $y \in Y$ gilt:

$$f^{-1}(\{y\}) = \begin{cases} \emptyset & \text{für } y \in Y \setminus f(X) \\ \{x\} & \text{für } y = f(x) \in f(X) \end{cases}$$

c) Für jede Teilmenge $A \subseteq X$ gilt: $f^{-1}(f(A)) = A$.

d) Für jedes Paar $A \subseteq X$ und $B \subseteq X$ von Teilmengen von X gilt $f(A \cap B) = f(A) \cap f(B)$.

e) Für jedes Paar $A \subseteq X$ und $B \subseteq X$ mit $A \cap B = \emptyset$ gilt $f(A) \cap f(B) = \emptyset$.

f) Für jedes Paar $A \subseteq X$ und $B \subseteq X$ mit $B \subseteq A$ gilt $f(A \setminus B) = f(A) \setminus f(B)$.

keine Abgabe – Besprechung in der Übung am 28.10.