Übungsblatt 2 zu Mathematik I (Physik)

Aufgabe 4: (15 Punkte) Es seien $f : W \to X$, $g : X \to Y$ und $h : Y \to Z$ Funktionen. Zeige: Sind $g \circ f$ und $h \circ g$ bijektiv, so sind f, g und h bijektiv.

Aufgabe 5 (15 Punkte) Entscheide, welche der folgenden Aussagen wahr oder falsch ist und gib einen Beweis bzw. ein Gegenbeispiel an:

a) Es seien $(X, \leq)$ und $(Y, \trianglelefteq)$ geordnete Mengen, $f : X \to Y$ eine streng monoton steigende Funktion, dann ist f injektiv.

b) Es sei $(X, \leq)$ eine totalgeordnete Menge, $(Y, \trianglelefteq)$ eine geordnete Menge und $f : X \to Y$ eine streng monoton steigende Funktion, dann ist f injektiv.

c) Es seien $(X, \leq)$ und $(Y, \trianglelefteq)$ totalgeordnete Mengen, $f : X \to Y$ eine injektive Funktion, dann ist f streng monoton steigend.

d) Es seien $(X, \leq)$ und $(Y, \trianglelefteq)$ totalgeordnete Mengen, $f : X \to Y$ eine streng monoton steigende, bijektive Funktion, dann ist auch die Umkehrfunktion $f^{-1} : Y \to X$ streng monoton steigend.

Aufgabe 6: (10 Punkte)

a) Mit der Konvention $x^0 := 1$ zeige: Für alle $x \in \mathbb{R}$ mit $x \neq 1$ und alle $n \in \mathbb{N}$ gilt:

$$\sum_{k=1}^{n} kx^{k-1} = \frac{1-(n+1)x^n + nx^{n+1}}{(1-x)^2}$$

b) Zeige: Für alle $n \in \mathbb{N}$ ist $3^{2n} + 7$ ohne Rest durch 8 teilbar.

Aufgabe 7: (10 Punkte) Es sei $(X, \leq)$ eine totalgeordnete Menge und $n \in \mathbb{N}$. Zeige: Für alle $x_1, ..., x_n \in X$ existiert $\max\{x_1, ..., x_n\}$ und $\min\{x_1, ..., x_n\}$.

keine Abgabe – Besprechung in der Übung am 4.11.