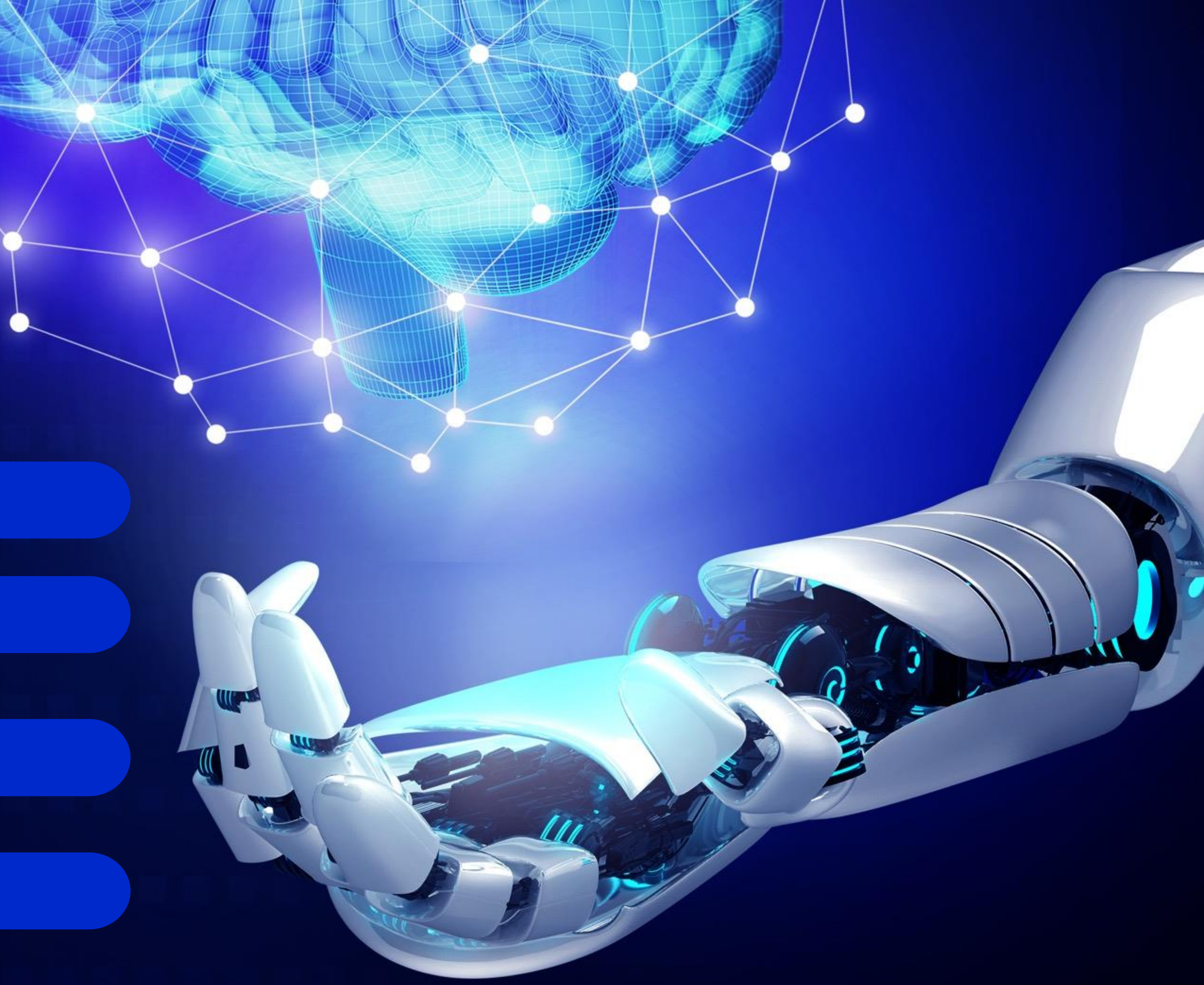
딥러닝 수학

목 차

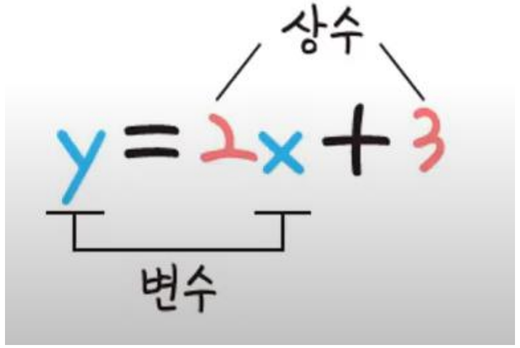


01 기초 수학

01. 변수와 수식

▣ 변수와 수식

- 변수와 상수
  - 변수(變數)의 변(變)은 '변하다'는 의미
  - '변하는 수'를 변수라고 함



- 그림 1-1 변수와 상수

▣ 변수와 수식

표 1-1 x 값에 따른 y 값 변화

x 값	1	2	3
y 값	5	7	9

01. 변수와 수식

▣ 변수와 수식

● 변수

- 파이썬에서는 변수를 사용하려면 ‘변수이름 = 값 ' 의 형태로 변수를 만들며, 동시에 값도 할당(저장)됨

• 그림 1-2 파이썬에서의 변수형태

01. 변수와 수식

▣ 변수와 수식

- 변수
  - 변수 이름을 만들 때는 다음 규칙을 지켜야 함
  - 문자와 숫자, _(밑줄 문자)를 사용할 수 있음
  - 공백은 사용할 수 없음. 대.소문자를 구분함
  - 문자와 숫자를 혼용하여 사용할 수 있으나, 문자부터 시작해야 함
  - 특수 문자(+, -, @, % 등)는 사용할 수 없음

▣ 변수와 수식

- 변수
  - 파이썬에서는 다음과 같이 변수를 선언함

```
In [1]:
# x 변수에 5 값을 저장합니다
x = 5
print(x)

5

In [2]:
# x, y, z 변수에 1, 2, 3 값을 각각 저장합니다
x, y, z = 1, 2, 3
print(x, y, z)
```

1,2,3

01. 변수와 수식

▣ 변수와 수식

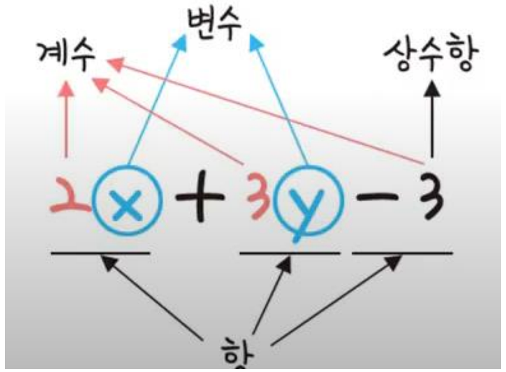
- 항, 상수항, 계수
  - 항은 숫자 또는 문자의 곱으로 구성된 식을 의미
  - 즉, 숫자와 문자를 곱한 것이나 문자와 문자를 곱한 것이 항이 됨
  - 문자만 있는 수식 1.2는 문자와 1을 곱했기 때문에 이것 역시 항이라고 할 수 있음

$$3a,\ 2a^2 \qquad \text{수식 1.1}$$

$$a,\ a^2 \qquad \text{수식 1.2}$$

▣ 변수와 수식

- 항, 상수항, 계수
  - 상수항은 항 중에서 숫자만 있는 항을 의미
  - 예를 들어 2x + y +10이라는 식이 있을 때, 여기에서 10이 상수항임
  - 계수는 상수와 변수로 구성된 단항식에서 변수와 곱해진 상수를 의미
  - 그림 1-3과 같은 수식 2x + 3y -3에서 항은 숫자와 문자의 곱으로 구성된 2x와 y가 됨
  - -3도 하나의 항이 되는데, 숫자만 있기 때문에 항이면서 상수항임
  - 계수는 문자 앞에 곱해진 수이므로 2x의 2와 3y의 3이 됨
  - -3 상수는 x^0 (x의 0 제곱)과 -3의 곱으로 볼 수 있기 때문에 상수항인 -3도 계수에 포함



- 그림 1-3 항, 상수항, 계수

01. 변수와 수식

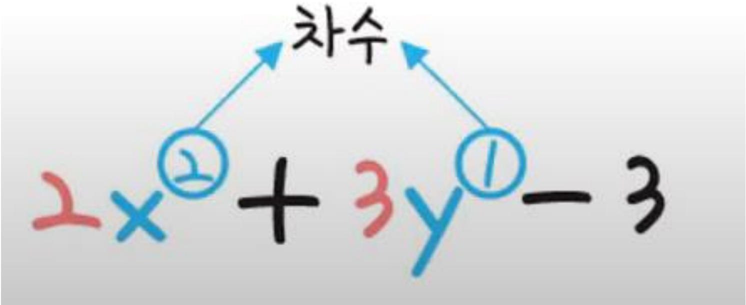
▣ 변수와 수식

- 다항식과 단항식
  - 다항식에서 '다(多)' 는 '많다' 는 뜻
  - 항이 하나로 된 식은 단항식, 항이 두개 이상인 항의 합으로 된 식은 다항식임
  - 그림 1-3의 수식으로 다시 설명하면, 2x + 3y-3은 세 개의 항으로 구성되었기 때문에 2x, 3y, -3 각각은 단항식임

01. 변수와 수식

▣ 변수와 수식

- **차수**
  - 차수는 문자를 곱한 횟수를 의미
  - 그림 1-4의 수식에서 2x x^2은 x를 두 번 곱했기 때문에 차수가 2고, 3y는 y를 한 번 곱했기 때문에 차수가 1이 됨
  - 상수항인 -3은 x^0(혹은 y^0)이므로 차수가 0이 됨



- 그림 1-4 차수

▣ 변수와 수식

- **차수 (계속)**
  - x를 기준으로 차수를 구하면 'x에 대한 이차식'이 되며, y를 기준으로 차수를 구하면 ' y에 대한 일차식'이 됨
  - 그림 1-4의 수식에서 x를 두 번 곱했기 때문에 차수가 2고, 3y은 y를 한 번 곱했기 때문에 차수가 1이 됨. 이때 차수가 1인 다항식을 일차식이라고 하며, 차수가 2인 다항식을 이차식이라고 함
  - 예를 들어 다항식 5x^2 + 3x – 6y + 4는 다음과 같음
    - 5 x^2, 3x, -6, 4처럼 네 개의 항으로 구성되어 있기 때문에 다항식임
    - 4는 상수항임
    - 각 항의 차수를 보면 5 x^2 은 2, 3x는 1, -6y는 1, 4는 0임
    - 차수는 x를 기준으로 하면 'x에 대한 차수는 2'이며, y를 기준으로 하면 'y에 대한 차수는 1'임

02. 방정식과 부등식

▣ 방정식

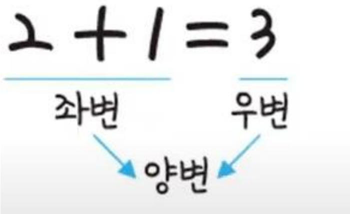
- ● 등식
  - 방정식을 이해하려면 먼저 ‘등식'을 이해해야 함
  - 등식은 등호(=)를 기준으로 양쪽에 숫자와 문자로 구성된 식이 '서로 같음'을 의미하는 관계식임
  - 예를 들어 2+ 2 = 4를 계산할 때 = 기호를 ‘등호’라고 하며, 이 기호(=)는 ‘좌변과 우변이 서로 같다'는 것을 의미

02. 방정식과 부등식

▣ 방정식

● 좌변과 우변

- 등호의 왼쪽을 좌변, 오른쪽을 우변이라고 하며, 좌변과 우변을 통틀어 양변이라고 함



• 그림 1-5 좌변과 우변

- 다음은 모두 등식의 예시
  - 2+5 = 3+4
  - 6-2 = 2+2
  - 6-3 = 3

02. 방정식과 부등식

▣ 방정식

- 이때 식이 맞든 틀리든 모두 등식임
  - 참인 등식: 9 = 6+3
  - 거짓인 등식: 7+2=6−4

02. 방정식과 부등식

▣ 방정식

- 방정식
  - 방정식은 x 같은 미지수에 따라 참이 되기도 하고 거짓이 되기도 하는 식을 의미
  - 방정식은 반드시 등호와 미지수가 함께 있어야 함
  - 예를 들어 x+ 2 = 6이 있다고 함.
    - x가 4일 때 좌변과 우변은 모두 6이 되어 참인 식이 됨.
    - x가 3일 때 좌변은 5, 우변은 6이 되어 거짓인 식이 됨
  - 이와 같이 미지수 x에 따라 참이 되기도 하고 거짓이 되기도 하기 때문에 x + 2 = 6은 방정식임
  - 방정식이 참일 때 미지수를 방정식의 해(또는 방정식의 근)라고 함
  - 앞의 예를 다시 사용한다면 x + 2 = 6에서 X가 4일 때 식이 참이었기 때문에 방정식의 해는 4임

02. 방정식과 부등식

▣ 방정식

- 일차방정식과 이차방정식
  - 일차방정식은 차수가 1인 방정식임
  - 식 자체로 일차방정식을 판별하기 어렵기 때문에 모든 항을 좌변으로 이항해서 계산해
  - 보아야 함
  - 즉, (일차방정식) = 0 형태를 만들고 계산해야 함
  - 이항: 항을 이동시키는 것으로, 등식 또는 부등식에 있는 항을 부호를 바꾸어 다른 변으로 옮기

    는것을 의미
    - 예를 들어 x+1=3 식을 좌변으로 이항하면 x+1-3=0 형태로(일차방정식) = 0이 되기 때문에 일차방정식임

이항

(1) $x+1=3$

(2) $x+1-3=0$

이항하면 기호가 바뀜

(3) $x-2=0$

(일차방정식) = 0 형태이므로 일차방정식임

02. 방정식과 부등식

▣ 방정식

- **일차방정식과 이차방정식**
  - 2(x + 1) = 3 + 2x의 경우, 좌변으로 이항하면 2x+2-3-2x = 0이 되지만 계산 결과 x가 없어져 차수를 나타내는 변수가 없으므로 일차방정식이 아님

이항

(1) $2(x+1) = \boxed{3+2x}$

(2) $2(x+1)\ \boxed{-3-2x} = 0$

이항하면 기호가 바뀜

(3) $2x+2-3-2x=0$

(4) $\underline{-1=0}$

x가 사라지므로 일차방정식이 아님

02. 방정식과 부등식

▣ 방정식

- 일차방정식과 이차방정식
  - 일차방정식으로 판별한 후에는 다음 순서로 해를 구함

    (1) 변수(x, y 등)는 모두 좌변으로, 상수는 모두 우변으로 이항함

    (2) 각 변을 정리함

    (3) x의 계수로 양변을 나눔
  - 예를 들어 $2x + 2 = 3 + 3x$가 있다고 함

    (1) 변수를 좌변, 상수를 우변으로 이항하면 $2x - 3x = 3 - 2$가 됨

    (2) 각 변을 정리하면 $-x = 1$이 됨

    (3) x의 계수인 -1로 양변을 나누면 $x = -1$이 됨

02. 방정식과 부등식

▣ 방정식

- 일차방정식과 이차방정식
  - 일차방정식에서 X의 차수가 1이었다면, 이차방정식은 X의 차수가 2인 방정식임
  - 다음 수식 1.4처럼 표현할 수 있음

$$ax^2 + bx + c = 0$$

- 수식 1-4

  - 이때 a = 0일 경우 최고차항의 차수가 1이 되기 때문에 이차방정식이 될 수 없으므로 $a \neq 0$이어야 한다는 점에 주의함

02. 방정식과 부등식

▣ 방정식

- 일차방정식과 이차방정식
  - 파이썬에서도 방정식의 해를 구할 수 있음
  - 파이썬에서는 방정식의 해를 구하려면 SymPy 라이브러리와 solve() 함수를 사용함
  - SymPy란 : SymPy는 파이썬에서 기호 수학(symbolic math)을 위한 라이브러리임 모두 파이썬으로 작성했으며, 속도와 시각화 등에 필요한 확장 기능도 포함되어 있음
  - SymPy를 이용하면 대수(algebra) 문제를 기호 수학으로 풀 수 있음
  - SymPy에서 기호변수는 symbol() 함수를 사용하는데, from sympy import Symbol, solve처럼 기호변수를 사용하기 전에 미리 정의해야 함
  - 파이썬의 SymPy 라이브러리는 다음 수학적 풀이에 사용함
    - 방정식의 해 구하기
    - 미분과 적분

02. 방정식과 부등식

▣ 방정식

- 일차방정식과 이차방정식
  - 특히 방정식을 풀 때는 solve()함수가 필요함
  - solve() 함수를 사용하려면 아나콘다 프롬프트(Amaconda Prompt) 창에서 다음 명령으로 Numpy와 SymPy 라이브러리를 설치해야함

```
> pip install numpy  또는  conda install numpy
> pip install sympy  또는  conda install sympy
```

▣ 방정식

● 일차방정식과 이차방정식

- 파이썬에서는 다음과 같이 구현함

In [4]:

```
# SymPy 라이브러리를 불러오고, 사용할 기호변수 x를 선언합니다
from sympy import Symbol, solve
x = Symbol('x')

# 방정식을 풀려면 "(일차방정식) = 0"으로 만들어 주어야 합니다
# 이를 위해 모든 식을 좌변으로 이항한 후 equation으로 변수화합니다
equation = 2 * x - 6
```

```
# 방정식을 풀려면 SymPy에 내장된 solve() 함수를 사용합니다
# solve() 함수 안에 equation을 입력하면
# 방정식을 풀어서 결과를 반환합니다
solve(equation)
```

[3]

▣ 연습문제

다음 방정식의 해를 구하세요.

(1) $4 = k - 2$

(2) $10 = 2k$

(3) $\frac{k}{2} = 8$

▣ 연습문제 풀이

(1) $4 = k - 2$

$$k = 4 + 2 = 6$$

In [5]:

```
from sympy import Symbol, solve
k = Symbol('k')
equation = k - 2 - 4
solve(equation)
```

```
[6]
```

▣ 연습문제 풀이

(2) $10 = 2k$

$$k = \frac{10}{2} = 5$$

In [6]:

```
from sympy import Symbol, solve
k = Symbol('k')
equation = 2 * k - 10
solve(equation)
```

```
[5]
```

01. 방정식과 부등식

▣ 연습문제 풀이

(3) $\dfrac{k}{2} = 8$

$k = 2 \times 8 = 16$

In [7]:

```
from sympy import Symbol, solve
k = Symbol('k')
equation = k / 2 - 8
solve(equation)
```

```
[16]
```

02. 방정식과 부등식

▣ 방정식

- 항등식
  - 항등식은 미지수에 어떤 수를 대입하더라도 항상 참이 되는 식을 의미
  - 예를 들어 2x + 1 = 1 + 2x일 경우, 우변의 1+ 2x를 교환 법칙에 따라 자리를 바꾸면 2x + 1이 되어 좌변과 같은 식이 되므로 항등식임
  - 교환 법칙 : 연산 기호 양쪽의 수(또는 변수)끼리 자리를 바꾸어도 계산 결과가 같은 성질을 의미

▣ 항등식

● 방정식과 항등식 비교

구분	방정식	항등식
참인 수식일 조건	미지수가 특정한 값을 가질 때만 참인 수식	미지수가 어떤 값을 가져도 참인 수식
좌변과 우변의 조건	좌변 ≠ 우변	좌변 = 우변

- **표 2-1 방정식과 항등식 비교**

▣ 연습문제

다음 중 방정식과 항등식을 모두 고르세요.

(1) $x + x = 2x$

(2) $2x + 1 < 6$

(3) $2x - x = x$

(4) $2 + 5 = 7$

▣ 연습문제 풀이

(1) 좌변의 $x + x = 2x$가 되므로 우변 $2x$와 같아 항등식입니다.

(2) 등호가 없기 때문에 등식이 아닙니다.

(3) 좌변의 $2x - x = x$가 되므로 우변 x와 같아 항등식입니다.

(4) $2 + 5 = 7$에서 미지수가 없기 때문에 방정식도 아니고 항등식도 아닙니다.

▣ 방정식

- **연립방정식**
  - 연립방정식이란 미지수가 여러 개 포함된 방정식을 묶어 놓은 것을 의미
  - 예를 들어 수식 2-1 는 연립방정식임

$$\begin{cases} 3x + y = 2 & \text{------ (1)} \\ x - 2y = 3 & \text{------ (2)} \end{cases}$$

• 수식 2-1

02. 방정식과 부등식

▣ 방정식

● **연립방정식**

- 수식 2-1는 미지수가 x와 y를 포함하기 때문에 연립방정식이라고 할 수 있음
- 이때 미지수가 두 개라면 식도 최소 두 개이어야 하며, 미지수가 세 개라면 수식 2-2처럼 식도 최소 세 개가 주어져야 함

$$\begin{cases} x + y = 2 \\ y + z = 5 \\ z - x = 3 \end{cases}$$

- 수식 2-2

02. 방정식과 부등식

▣ 방정식

- 연립방정식
  - 수식 2-1의 문제를 풀어 보자
  - 수식 2-1의 (1)과 (2)에서 x 및 y의 계수가 다르기 때문에 (1), (2) 식 간의 덧셈이나 뺄셈만으로는 미지수를 줄일 수 없음
  - (1), (2) 식에 적절한 수를 곱해서 x 혹은 y의 계수를 맞추어야 함
  - 수식 2-1의 (2)식에 3을 곱해서 다음과 같이 x의 계수를 맞추면 x=1, y=-1이 됨

$$\begin{array}{rl} 3x + \ \ y = 2 & \\ -)\ \boxed{3x - 6y = 9} & \times 3 \text{ 취함} \\ \hline 7y = -7 & \end{array}$$

  - y가 -1이므로 (1) 식에 y를 대입해도 x를 구할 수 있음
  - 즉, (1) 식인 3x + y = 2에 y = -1을 대입하면 3x - 1 = 2이므로 x = 1임
  - (2) 식에서 구한 x 값과 같음

▣ 방정식

● 연립방정식

- 파이썬에서는 다음과 같이 연립 방정식을 구함

In [8]:

```
# SymPy 라이브러리를 불러오고, 사용할 기호변수 x, y를 선언합니다
from sympy import Symbol, solve
x = Symbol('x')
y = Symbol('y')

# 방정식을 풀려면 "(일차방정식) = 0"으로 만들어 주어야 합니다
# 이를 위해 모든 식을 좌변으로 이항한 후 equation1과 equation2로 변수화합니다
equation1 = 3 * x + y - 2
equation2 = x - 2 * y - 3
```

02. 방정식과 부등식

▣ 방정식

● 연립방정식

```
# 방정식을 풀려면 SymPy에 내장된 solve() 함수를 사용합니다
# solve() 함수 안에 equation을 차례로 입력하면
# 방정식을 풀어서 결과를 반환합니다
solve((equation1, equation2), dict=True) # dict 옵션은 해를 딕셔너리
형태로 반환합니다
```

```
[{x: 1, y: -1}]
```

02. 방정식과 부등식

▣ 부등식

- 부등식
  - 등호(=)와 미지수가 포함된 식에서 미지수에 따라 참이 되기도 하고 거짓이 되기도 하는 것이 방정식임
  - 부등호(<, ≤, >, ≥)를 사용하여 나타낸 식을 부등식이라고 함
  - 부등식은 조건에 따라 두 가지 유형이 있음
    - 절대부등식: 모든 실수 값에 대해 항상 성립하는 부등식
    - 조건부등식: 어떤 실수 값에 대해서만 성립하는 부등식
    - 즉, 절대부등식은 항등식 개념과 같고, 조건부등식은 방정식 개념과 같다고 생각하면 됨

▣ 부등식

- 부등식
  - 다음 예시로 절대부등식과 조건부등식을 살펴보자

    (1) $x + 2 \leq 7$

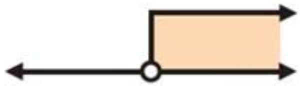
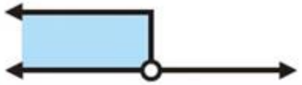
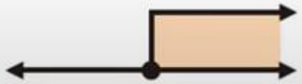
    (2) $x^2 + 5 \geq 0$
  - (1) 식을 풀면 x ≤ 5가 됨. x 값이 5보다 작거나 같으면 참이고, 5보다 크면 거짓이 되는 조건부등식임
  - (2) 식을 풀면 x에 어떤 값을 넣더라도 항상 0보다 크므로 모든 실수에 대해 항상 성립하는 절대부등식이 됨

▣ 부등식

- **부등식의 성질**
  - 부등식의 성질은 다음과 같음
    - 부등식의 양변에 같은 수를 더하면 부등호 방향은 바뀌지 않음
    - (예시) 5>4 부등식에서 양변에 5를 더하면 5+ 5 〉 4 +5가 되어 부등호 방향은 바뀌지 않음
    - 부등식의 양변에 같은 수를 빼면 부등호 방향은 바뀌지 않음
    - (예시) 5>4 부등식에서 양변에 2를 빼면 5-2〉 4-2가 되어 부등호 방향은 바뀌지 않음
    - 부등식의 양변에 같은 수를 곱할 때 양수를 곱하면 그대로, 음수를 곱하면 부등호 방향이 바뀜
    - (예시)
    - ①5>4부등식에서 양변에 2를 곱하면 5×2〉 4×2가 되어 부등호 방향은 바뀌지 않음
    - ②5>4부등식에서 양변에 2를 곱하면 5×(-2)〉 4×(-2)가 되어 부등호 방향이 바뀜

▣ 부등식

- **부등식의 성질**
  - 부등식의 성질은 다음과 같음
    - 부등식의 양변에 같은 수를 나눌 때 양수로 나누면 그대로, 음수로 나누면 부등호 방향이 바뀜
    - [예시 ①5>4부등식에서 양변에 2를 나누면 5/2 > 4/2 가 되어 부등호 방향은 바뀌지 않음
      ②5>4부등식에서 양변에 -2를 나누면 5/(-2) < 4/(-2) 가 되어 부등호 방향이 바뀜
    - 부등식의 유형

부등호	부등식 예시	설명	그림으로 표현
>	$x > a$	x는 a보다 큽니다.	
<	$x < a$	x는 a보다 작습니다.	
≥	$x \geq a$	x는 a보다 크거나 같습니다.	
≤	$x \leq a$	x는 a보다 작거나 같습니다.	

▣ 기초함수

● 함수

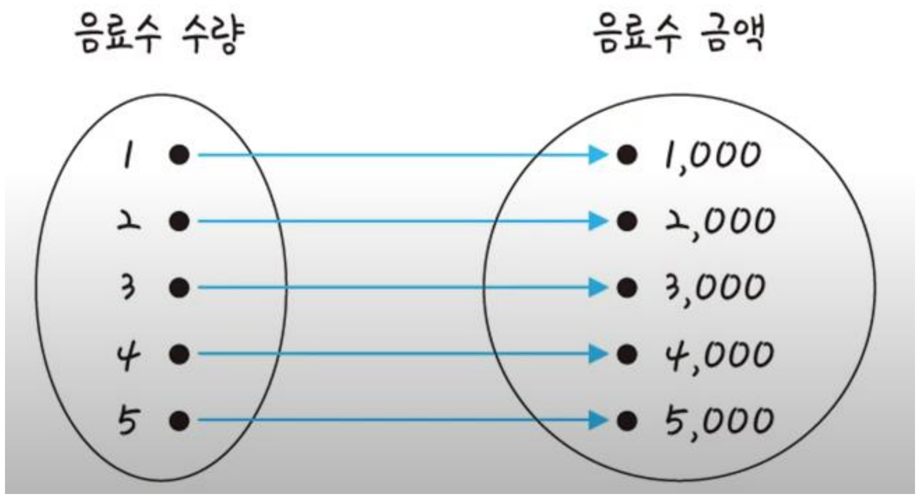
- 함수는 첫 번째 집합의 임의의 한 원소를 두 번째 집합의 원소 하나에 대응시키는 관계

음료수 수량	1	2	3	4	5
음료수 금액	1,000	2,000	3,000	4,000	5,000

- 표 3-1 음료수 수량과 금액

▣ 기초함수

- **함수**
  - X와 Y의 변수에 대해 X값이 정해지면 Y값이 결정될 때, Y를 X의 함수라고 하며 다음과 같이 표현할 수 있음



- 그림 3-1 음료수 수량과 금액의 대응 관계

03. 함수

▣ 기초함수

- 함수
  - 그림 3-1의 대응 관계를 Y = 1000X라는 식으로 표현함
  - 이때 X와 Y의 관계식을 함수식이라고 하며, 수식 3-1처럼 표현함

$$Y = 1000X$$

• 수식 3-1

  - 1000X를 함수로는 수식 3-2처럼 f (X)로 표현할 수 있음

$$Y = f(X)$$

• 수식 3-2

  - 표 3-1을 식으로 표현할 때는 함수 Y = 1000X 또는 f (X) = 1000X로 표현할 수 있음

▣ 기초함수

- 함수값
  - 앞서 '함수는 X 값에 따라 Y 값 하나에만 대응한다'고 정의함
  - 여기에서 X 값에 따라 결정되는 Y 값을 함수 값이라고 함
  - 예를 들어 수식 3-1의 Y = 1000X(혹은 f (X) = 1000X)에서 X = 1일 때 Y = 1000 이 되므로 함수 값은 1000임
  - 이를 식으로 표현하면 다음과 같음

    $f(1) = 1000$

02. 방정식과 부등식

▣ 연습문제

$f(x) = aX + 2$일 때, $f(3) = 8$입니다. 다음을 구하세요.

(1) a 값은?

(2) $f(6) - f(2)$ 값은?

▣ 기초함수

- 함수와 방정식
  - 수식 2.3과 수식 2.4로 이 둘의 차이를 확인해 보자

$$y = 2x + 3$$ · 수식 3-3

$$y - 2x - 3 = 0$$ · 수식 3-4

  - 두 식이 같아 보일 수도 있지만, 실제로 수식 3-3은 함수이고, 수식 3-4는 방정식임
  - x와 y 변수가 있을 때 x 값에 따라 y 값이 결정된다면 함수라고 정의함
  - 수식 3-3에서 x가 1일 때 y는 5가 되고, x가 2일 때 y는 7이 되기에 x 값에 따라 y값이 결정되므로 이는 함수임

03. 함수

▣ 기초함수

- 함수와 방정식
  - 방정식은 변수를 포함하는 등식에서 변수 값에 따라 참 또는 거짓이 성립하는 식이라고 정의함
  - 수식 3-4에서 x와 y의 값이 각각 1과 2일 때 이 식은 거짓이 되며, x와 y 값이 각각 1과 5일 때는 참이 됨
  - 수식 3-4는 방정식임
  - 함수와 방정식의 관계는 다음과 같음
    - 실수 범위 안에서 함수와 방정식 모두 좌표 평면에 표현할 수 있음
    - 방정식은 함수를 포괄하는 개념
    - 모든 함수는 방정식으로 바꾸어서 표현할 수 있음

03. 함수

▣ 고급함수

- 일차함수와 그래프
  - 일차함수
  - 일차함수는 최고차 항의 차수가 1인 함수임
  - 예를 들어 y=ax + b처럼 x의 차수가 1인 함수가 일차함수임

일차함수 예		$y=ax+b$, $f(x)=ax+b$
일차함수가 아닌 예	분수함수	$y=\frac{1}{x}+1$
	상수함수	$y=2$
	일차방정식	$ax+b=1$
	일차부등식	$ax+b>0$, $ax+b\geq 0$

- 표 3-2 일차함수와 일차함수가 아닌 예

▣ 연습문제

다음 중 일차함수를 모두 고르세요.

(1) $y = 0x + 1$

(2) $y = 2x + 8$

(3) $y = 6$

(4) $xy = 2$

▣ 고급함수

- 일차함수 y = ax 그래프
  - 이 그래프는 x = 0 이면 y = 0이 되므로 원점(0, 0)을 지남
  - a 상수 값에 따라 x와 y가 어떻게 변하는지 알아보자
  - (1) a가 양수일 때 변화는 다음과 같음 $(a \neq 0)$

a 값	1	2	3
y 값	1x	2x	3x

- 표 3-3 a가 양수일때 변화

- 즉 그림 3-2의 ① 과 같이 a 숫자가 커질수록 그래프는 y축에 가까워짐

▣ 고급함수

- 일차함수 y = ax 그래프
  - (2) a가 음수일 때 변화는 다음과 같음

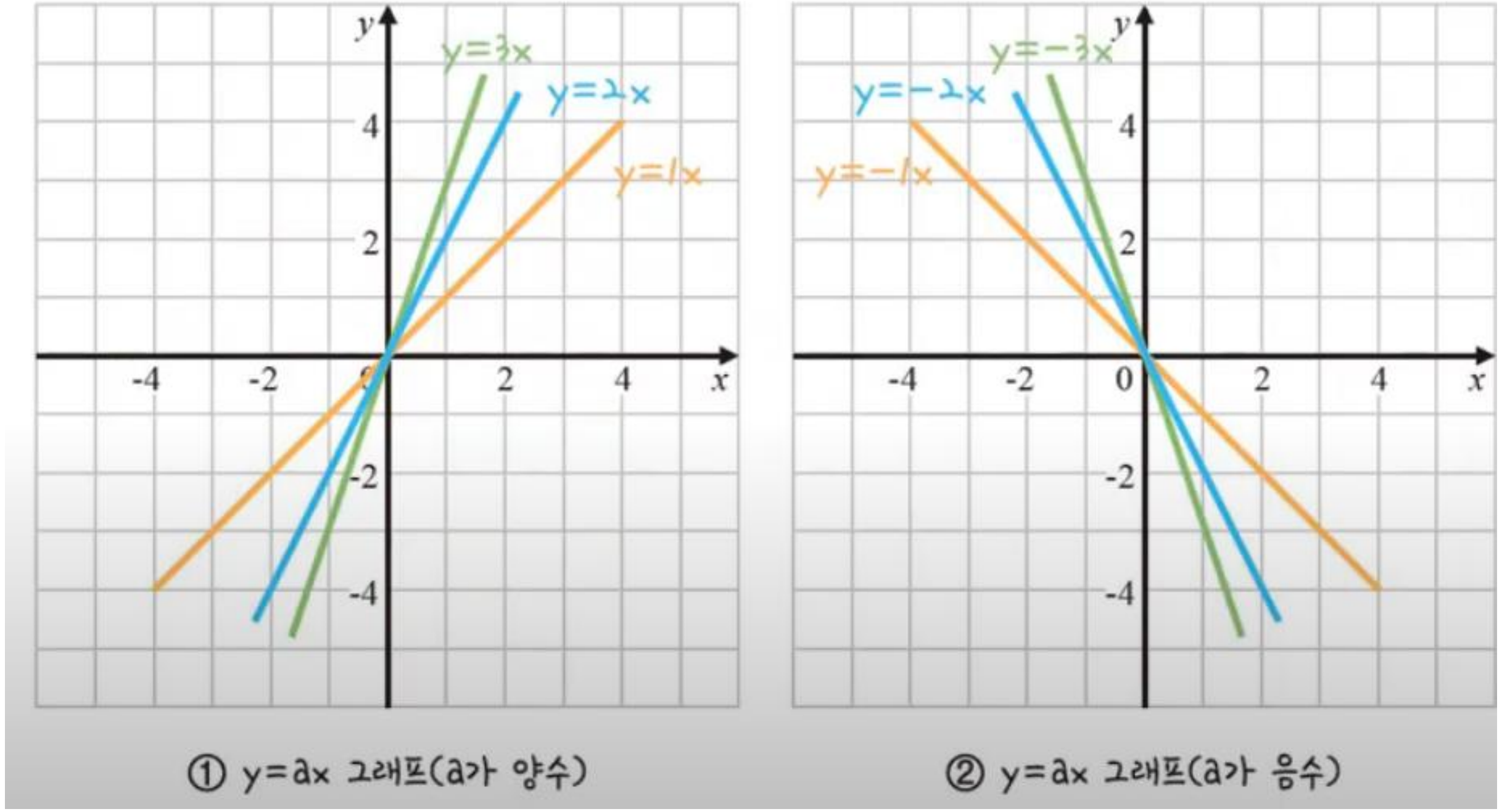
$(a \neq 0)$

a 값	−1	−2	−3
y 값	−1x	−2x	−3x

- 표 3-4 a가 음수일때 변화

  - 즉 그림 3-2의 ② 와 같이 a 숫자가 작아질수록 그래프는 y축에 가까워짐

▣ 고급함수



- 그림 3-2 일차함수 y =ax 의 그래프

▣ 고급함수

- 일차함수와 그래프
  - 정리하면 a > 0일 때는 a 값이 클수록 y축에 가까워지고, a<0일 때는 a 값이 작을수록 y축에 가까워짐
  - a> 0일 때는 x 값이 증가할수록 y 값도 증가하고, 그래프 모양은 오른쪽 위로 향하는 직선이 됨
  - 반면에 a < 0일 때는 x가 증가하면 y는 감소하고, 그래프 모양은 오른쪽 아래로 향하는 직선이 됨

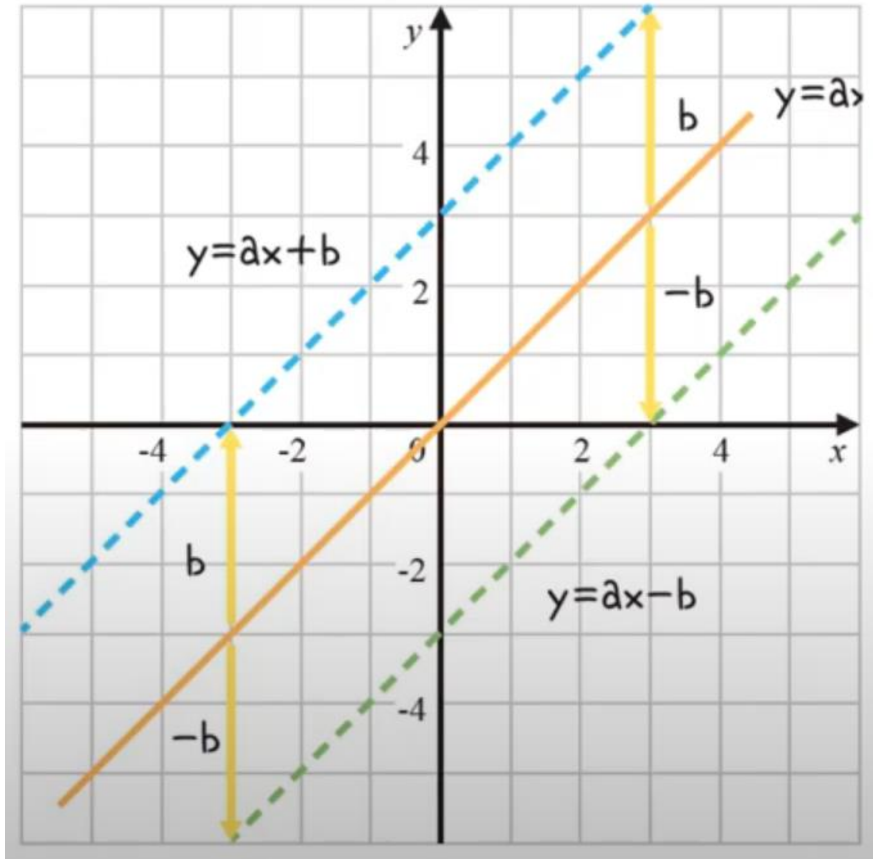
03. 함수

▣ 고급함수

- 일차함수 y = ax + b 그래프
  - y = ax + b 그래프는 y = ax 그래프를 만큼 평행 이동한 것
  - 그림 3-3과 같이 y = ax 그래프를 만큼 y축 방향으로 평행 이동

▣ 고급함수

- 일차함수 y = ax + b 그래프



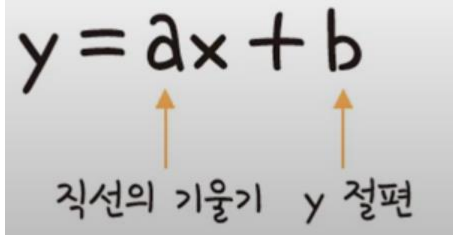
- 그림 3-3 일차함수 y =ax 의 그래프

▣ 고급함수

- 일차함수와 그래프
  - b가 양수이면 y = ax 그래프를 y축 양의 방향(위쪽)으로 평행 이동
  - b가 음수이면 y = ax 그래프를 y축 음의 방향(아래쪽)으로 평행 이동

▣ 고급함수

- 직선의 방정식
  - 좌표 평면에서 일차함수 그래프 모양이 직선이기 때문에 직선의 방정식이라고 함
  - 직선의 방정식은 일차함수와 모양이 같은 y = ax + b 형태임
  - 이때 a를 직선의 기울기라고 하며, b는 y 절편이라고 함
  - 절편 : 함수의 그래프가 x축이나 y축과 만나는 점의 좌표를 의미. X축과 만나면 X절편이라고 하며, y축과 만나면 y 절편이라고 함



- 그림 3-4 직선의 기울기와 y절편

▣ 고급함수

- 직선의 기울기

(1) 기울기와 y 절편이 주어졌을 때 직선의 방정식 구하기

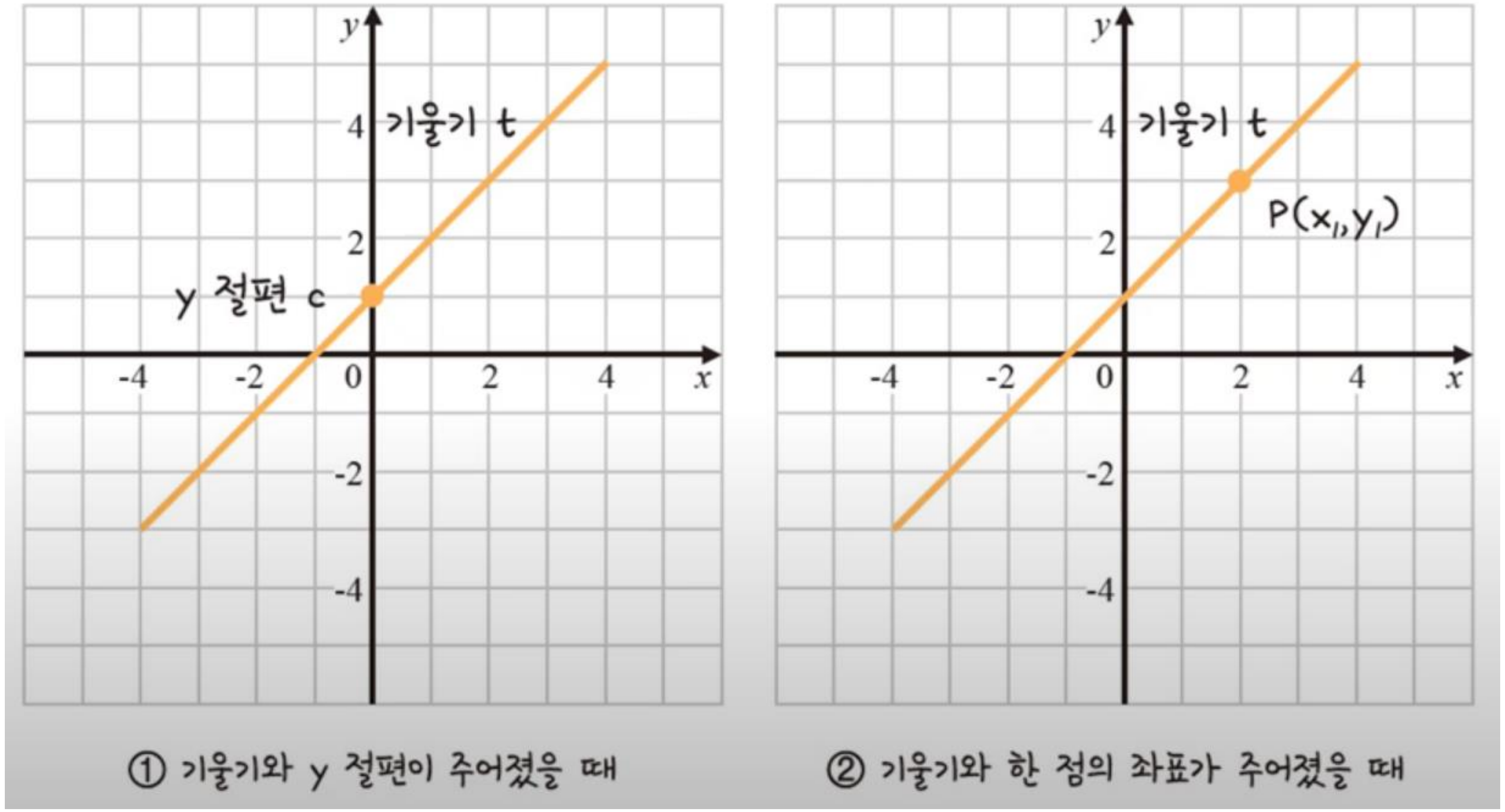
- 기울기가 t고, y 절편이 c라면 직선의 방정식은 그림 3-5의 ①과 같이 $y = tx + c$임

(2) 기울기와 한 점의 좌표가 주어졌을 때 직선의 방정식 구하기

- 그림 3-5의 ②와 같이 기울기가 t고, 한 점의 좌표가 $P(x1, y1)$인 직선이 될 것

▣ 고급함수

- **직선의 기울기**



- **그림 3-5 직선의 기울기**

▣ 고급함수

- 일차함수와 그래프
  - y = ax + b 식에 대입하여 다음과 같이 도출할 수 있음

    y1 = tx1 + b [기울기 t 와 점의 좌표(x1, y1) 대입

    b = y1 - tx1
  - t와 b 값을 y = ax + b에 대입하면 다음과 같음

    y=tx+(y1-tx1) [기울기 t와 b = y1 –tx1 대입]

    y-y1 = t(x-x1)
  - 기울기가 t고 한 점 (x1, y1)을 지나는 직선의 방정식은 y - y1 = t(x - x1)임

▣ 연습문제

(1) 기울기가 2고 y 절편이 5인 직선의 방정식을 구하세요.

(2) 기울기가 2고 점 (2, 5)를 지나는 직선의 방정식을 구하세요.

▣ 연습문제 해답

(1) $y = ax + b$에서 기울기와 y 절편을 대입하면 $y = 2x + 5$입니다.

(2) $y - y_1 = t(x - x_1)$에서 기울기와 좌표를 대입하면 $y - 5 = 2(x - 2)$로 $y = 2(x - 2) + 5$가 되고, 풀이하면 $y = 2x + 1$입니다.

▣ 고급함수

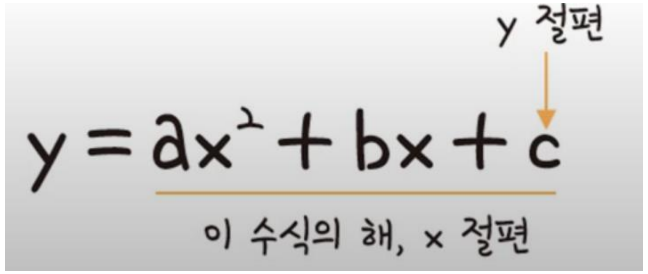
▪ 이차함수

- 함수 y = f (x)에서 f (x)가 x에 관해 이차식일 때 이를 이차함수라고 함

$$y = f(x) = ax^2 + bx + c$$

- 수식 3-5

- 이때 x 절편은 ax^2 + bx + c의 해이고, y절편은 c가 됨



- 그림 3-6 수식의 해와 절편

▣ 연습문제

다음 중 이차함수를 모두 고르세요.

(1) $y = x + 1$

(2) $y = 4x^2 + 2x + 1$

(3) $x^2 + 4x - 1 = 0$

▣ 고급함수

- 이차함수 그래프
  - 이차함수 y= ax^2 그래프
  - 일차함수에서 y = ax의 a를 기울기라고 했는데, 이차함수에서는 이를 이차항의 계수라고 표현함
  - 이차항의 계수 a가 0보다 크면(a>0) 아래로 볼록한 그래프가 되고, a가 0보다 작으면(a‹ 0) 위로 볼록한 그래프가 됨
  - 원점(0,0)을 기준으로 양쪽이 서로 대칭임
  - 이때 x 절편은 ax^2+bx+c 의 해이고, y절편은 c가 됨

▣ 고급함수

- 이차함수와 그래프
  - 일차함수와 마찬가지로 이차함수에서는 a 상수 값에 따라 그래프가 어떻게 변하는지 알아보자
  - (1) a가 양수일 때 변화는 다음과 같음

a 값	1	2	3
y 값	$1x^2$	$2x^2$	$3x^2$

  - 표 3-5 a가 양수일때 변화

  - 그림 3-7의 ① 과 같이 a 숫자가 커질수록 그래프는 좁아짐

03. 함수

▣ 고급함수

- 이차함수와 그래프
  - (2) a가 음수일 때 변화는 다음과 같음

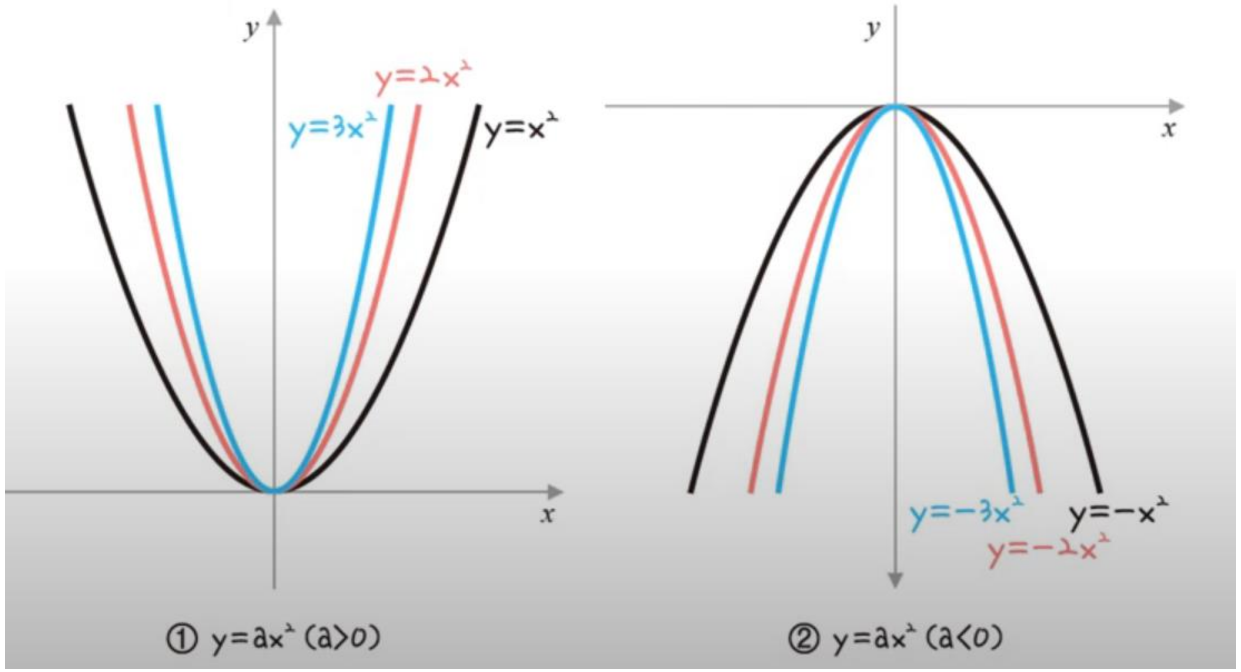
a 값	-1	-2	-3
y 값	$-1x^2$	$-2x^2$	$-3x^2$

- 표 3-6 a가 음수일때 변화

  - 그림 3-7의 ② 과 같이 a 숫자가 작아질수록 그래프는 좁아짐

▣ 고급함수

- 이차함수와 그래프



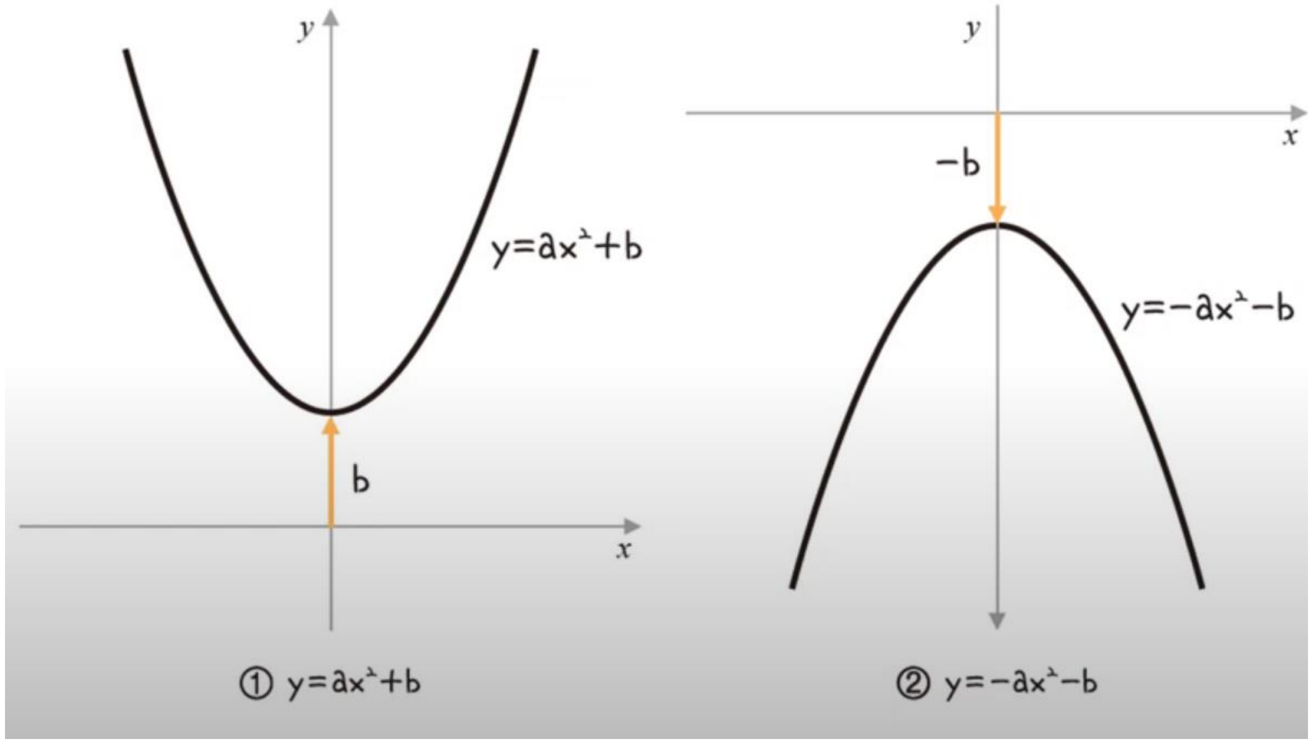
- 그림 3-7 이차함수 y= ax^2 그래프

▣ 고급함수

- 이차함수 그래프
  - 이차함수 y= $ax^2 + \mathrm{b}$ 그래프
  - y = $ax^2 + \mathrm{b}$ 그래프는 y = ax^2 그래프를 b만큼 평행 이동한 것
  - 즉, b가 양수이면 그림 3-8의 ①과 같이 y = ax^2 그래프를 b만큼 y축 양의 방향(위쪽)으로 평행 이동함
  - a와 b가 모두 음수이면 ②와 같이 y = ax^2 그래프를 뒤집어 놓은 형태인 위로 볼록한 그래프에서 b만큼 y축 음의 방향(아래쪽)으로 평행 이동함

▣ 고급함수

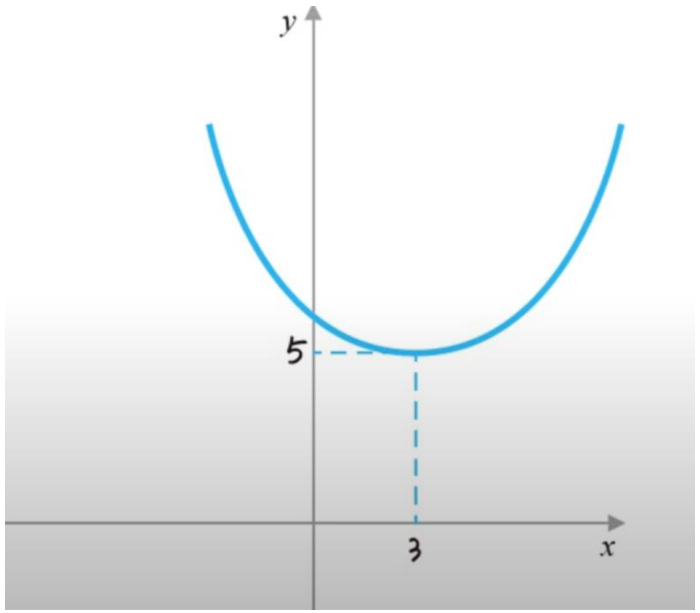
- 이차함수 그래프



- 그림 3-8 이차함수 $y = ax^2 + b$ 와 $y = -ax^2 - b$ 그래프

▣ 고급함수

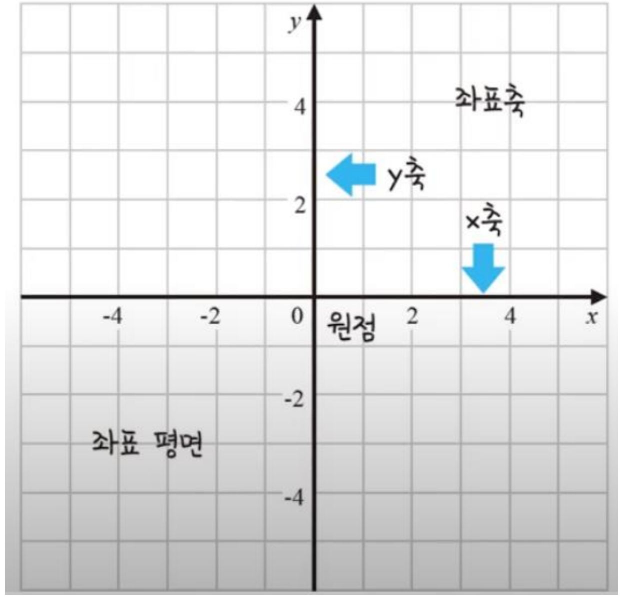
- 이차함수 그래프
  - 예를 들어 이차함수 $y = 2(x-3)^2 + 5$ 그래프를 그려보자
  - $y = 2x^2$ 에서 계수가 양수이므로 아래로 볼록한 그래프가 됨
  - $y = 2x^2$ 에서 x축 양의 방향(오른쪽)으로 3, y축 양의 방향(위쪽)으로 5만큼 평행 이동하면 $y - 5 = 2(x-3)^2$ 이 됨
  - $y = 2(x-3)^2 + 5$ 그래프는 다음과 같음



- 그림 3-9 이차함수 $y = 2(x-3)^2 + 5$ 그래프

▣ 좌표 평면

- 좌표 평면과 사분면
  - 좌표 평면이란 X축과 y축 두 개로 구성된 평면을 의미하며, 이때 x축과 y축을 통틀어 좌표축이라고 함
  - 그림 4-1에서 가로 형태의 수직선을 축이라고 하며, 세로 형태의 수직선을 축이라고 함
  - x축과 y축의 교차점을 원점(0, 0)이라고 하며, 기호로는 O로 나타냄. 즉 그림 4-2의 (1)과 같이 a 숫자가 커질수록 그래프는 y축에 가까워짐

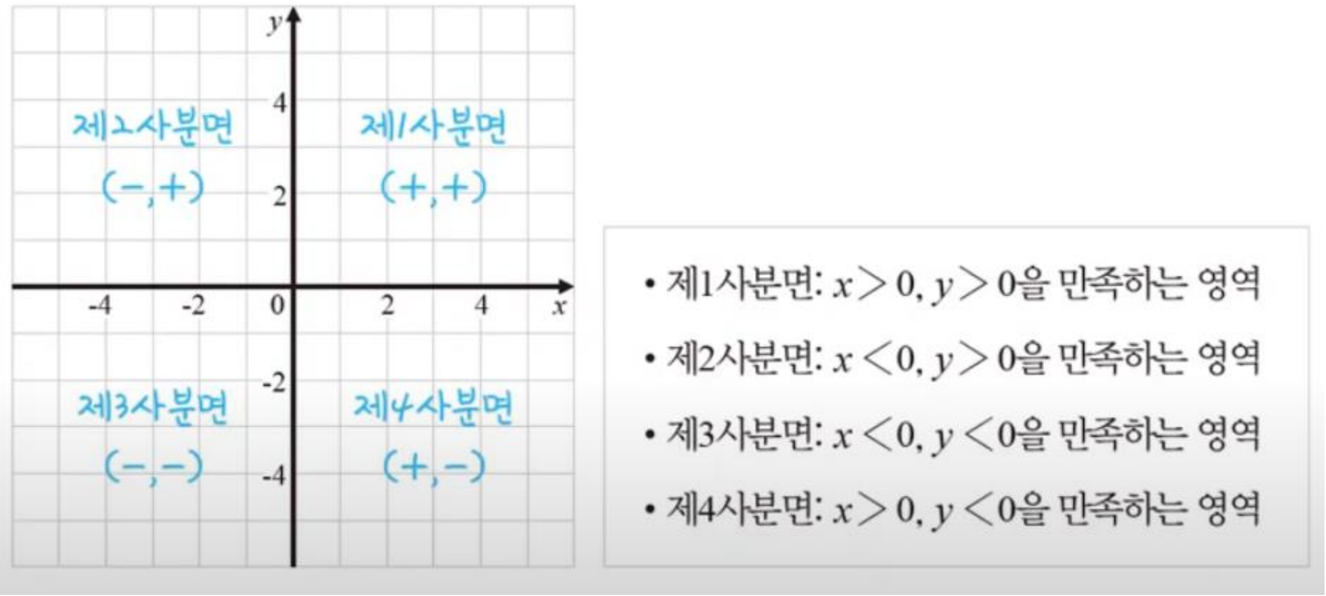


- 그림 4-1 좌표 평면

04. 직선과 기울기

▣ 좌표 평면

- 좌표 평면과 사분면
  - x축과 y축으로 분할되는 영역 네 개를 사분면이라고 함
  - 사분면은 반시계 방향으로 다음과 같이 제1사분면, 제2사분면, 제3사분면, 제4사분면이라고 함



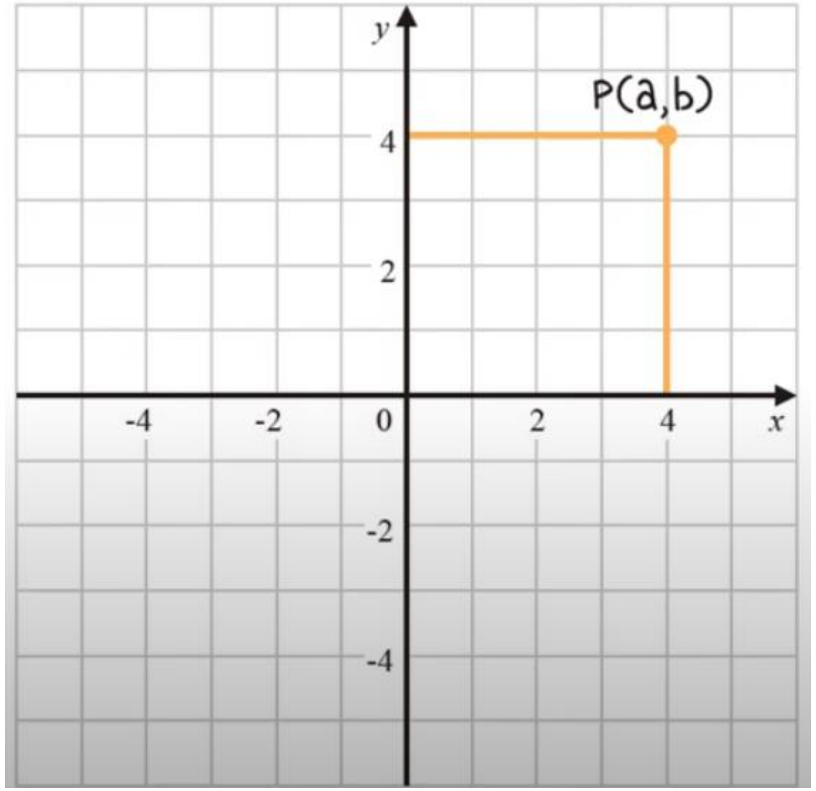
- 그림 4-2 사분면

▣ 좌표 평면

- 좌표 평면 위의 점
  - 좌표 평면에서는 원점(0, 0)을 기준으로 x축은 오른쪽이 양수, 왼쪽이 음수임
  - y축은 원점보다 위에 있으면 양수, 아래에 있으면 음수임
  - 수직선에서는 점의 방향이 오른쪽, 왼쪽뿐이었는데, 좌표 평면에서는 위아래가 추가되어 총 네개가 됨
  - 점 위치를 표현할 때는 X축과 y축을 사용함
  - 좌표 평면에서는 수직선 x축, y축에 따라 점 위치가 결정되기에 위치를 (a, b)처럼 기호로
  - 나타냄
  - 점 위치를 (a, b)로 나타낼 때 a, b는 실수임
  - a는 점이 x축에서 어떤 위치에 있는지를, b는 점이 y축에서 어떤 위치에 있는지를 알려줌

04. 직선과 기울기

▣ 좌표 평면



- 그림 4-3 좌표 평면위의 점

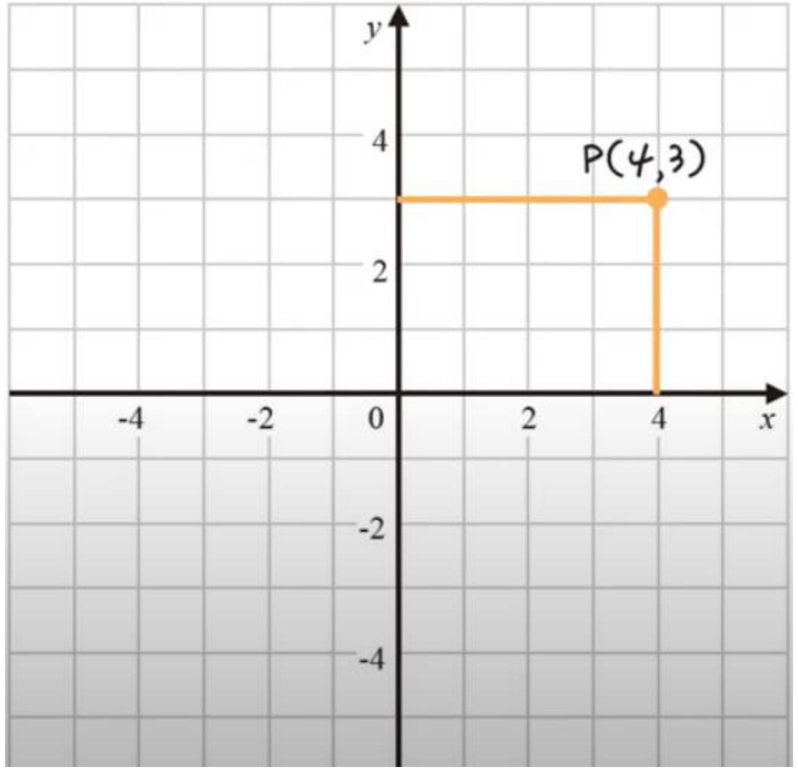
04. 직선과 기울기

▣ 좌표 평면

- 좌표 평면 위의 점
  - P(a, b)는 점 P의 위치가 (a, b)라는 것을 나타내는 기호임.
  - 이때 점 P의 위치에 해당하는 (a, b)를 점 P의 좌표라고 함
  - a는 점 P의 x 좌표고, b는 점 P의 y 좌표임

▣ 좌표 평면

- 좌표 평면 위의 점 대칭
  - 좌표 평면 위의 점에 대해 x축과 y축을 대칭시키면 어떤 변화가 있을지 알아보자
  - 다음과 같이 점 P의 x좌표는 4이고 y좌표는 3인 P(4,3)이 있다고 가정함



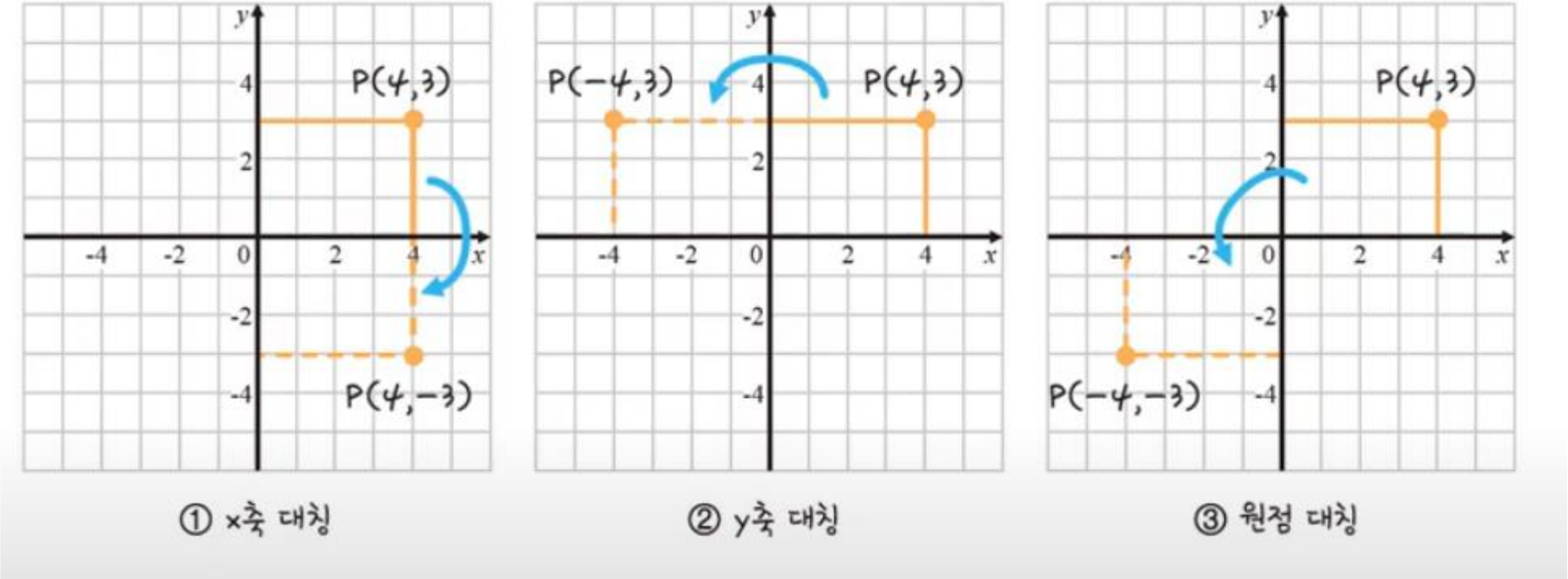
- 그림 4-4 좌표 평면에서 점 P(4,3)의 표현

▣ 좌표 평면

- 좌표 평면 위의 점 대칭
  - P(4, 3)을 x축, y축 및 원점을 기준으로 대칭시키면 각각 다음과 같음
  - P(4, 3)을 x축에 대칭시키면 y 좌표의 부호만 바뀌며, y축에 대칭시키면 x 좌표의 부호만 반대가 됨
  - 원점에 대응시켰을 때는 x 좌표의 부호와 y 좌표의 부호가 모두 반대가 됨

▣ 좌표 평면

- **좌표 평면 위의 점 대칭**



- 그림 4-5 좌표 평면 위에서 점이 대칭

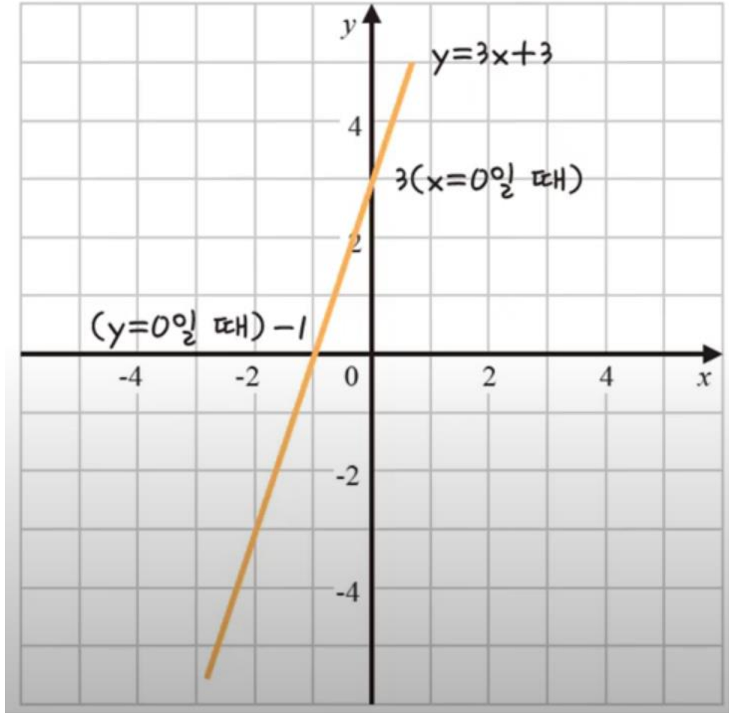
04. 직선과 기울기

▣ 좌표 평면

- x절편과 y절편
  - 절편은 좌표 평면 위의 직선이 X축과 만나는 점(x 좌표)과 y축과 만나는 점(y 좌표)을 통틀어
  - 이르는 말임
  - x절편은 x축과 만나는 점의 X 좌표고, y = 0일 때 x 값을 의미
  - y절편은 y축과 만나는 점의 y 좌표고, x = 0일 때 y 값을 의미

▣ 좌표 평면

- **x절편과 y절편**



- 그림 4-6 x절편, y절편

04. 직선과 기울기

▣ 좌표 평면

- x절편과 y절편

(1) X절편 구하기

- x절편은 주어진 일차함수에서 y = 0일 때 x 값을 구하면 됨
- y = 3x + 3에서 y = 0을 대입하면 0 = 3x + 3이므로 3x = −3, 즉 x = −1이 됨

(2) y 절편 구하기

- y절편은 주어진 일차함수에서 x = 0일 때 y 값을 구하면 됨
- y = 3x + 3에서 x = 0을 대입하면 y = 30 + 3이므로 y=3 이 됨

04. 직선과 기울기

▣ 좌표 평면

- 기울기

(1) X절편 구하기

- x절편은 주어진 일차함수에서 y = 0일 때 x 값을 구하면 됨
- y = 3x + 3에서 y = 0을 대입하면 0 = 3x + 3이므로 3x = −3, 즉 x = −1이 됨

(2) y 절편 구하기

- y절편은 주어진 일차함수에서 x = 0일 때 y 값을 구하면 됨
- y = 3x + 3에서 x = 0을 대입하면 y = 30 + 3이므로 y=3 이 됨

04. 직선과 기울기

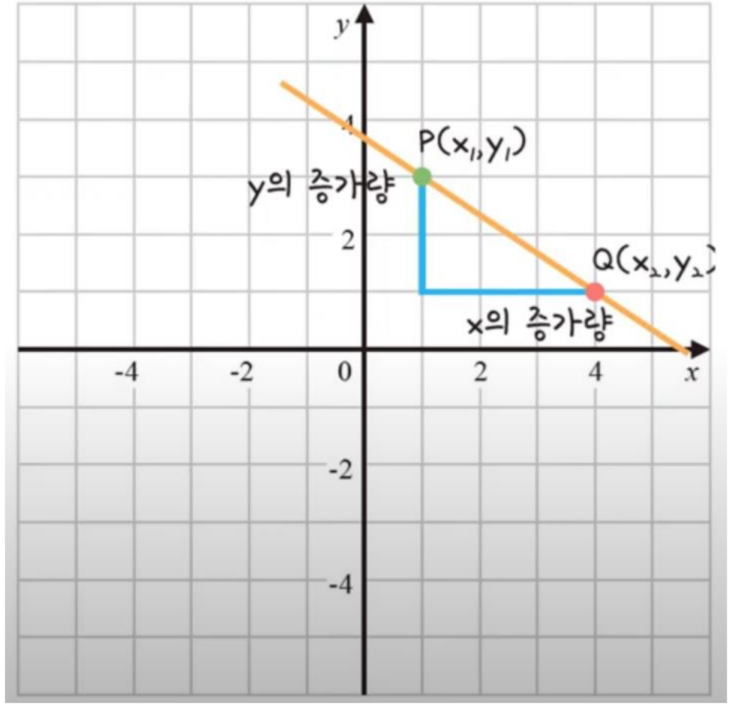
▣ 좌표 평면

- 기울기
  - 기울기는 그래프가 기울어진 정도를 나타냄
  - 이때 기울기의 정도는 각도가 아닌 숫자로 표현함
  - 기울기를 구하는 공식은 다음과 같음

$$\text{기울기} = \frac{y\text{의 증가량}}{x\text{의 증가량}} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

▣ 좌표 평면

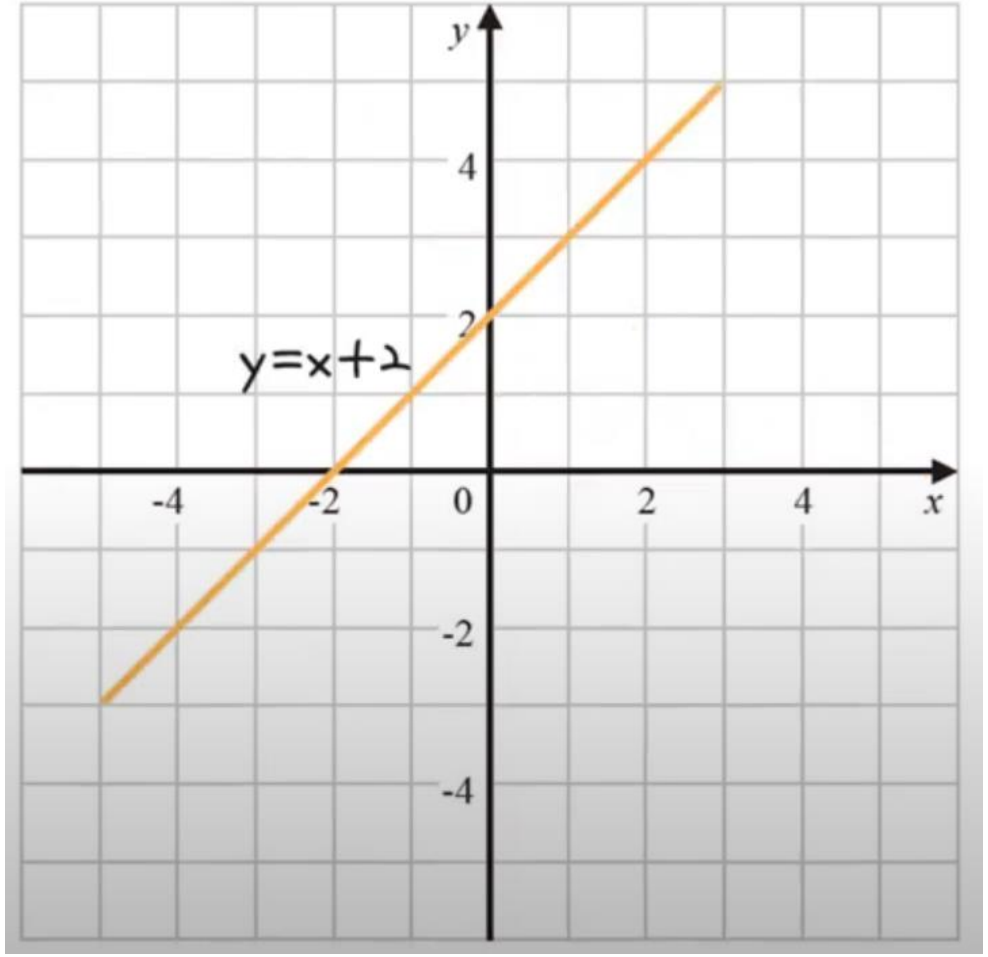
- 기울기
  - 다음과 같이 그래프에서 임의의 두 점 P(x1, y1), Q(x2, y2)가 있다고 가정함
  - 두 점에서 x의 증가량은 ‘(점 Q의 x 좌표) – (점 P의 x 좌표)'가 되고, y의 증가량은 (점 Q의 y 좌표) – (점 P의 y 좌표)’ 가 됨



• 그림 4-7 기울기

▣ 좌표 평면

- 기울기



- 그림 4-8 y = x + 2 그래프

▣ 좌표 평면

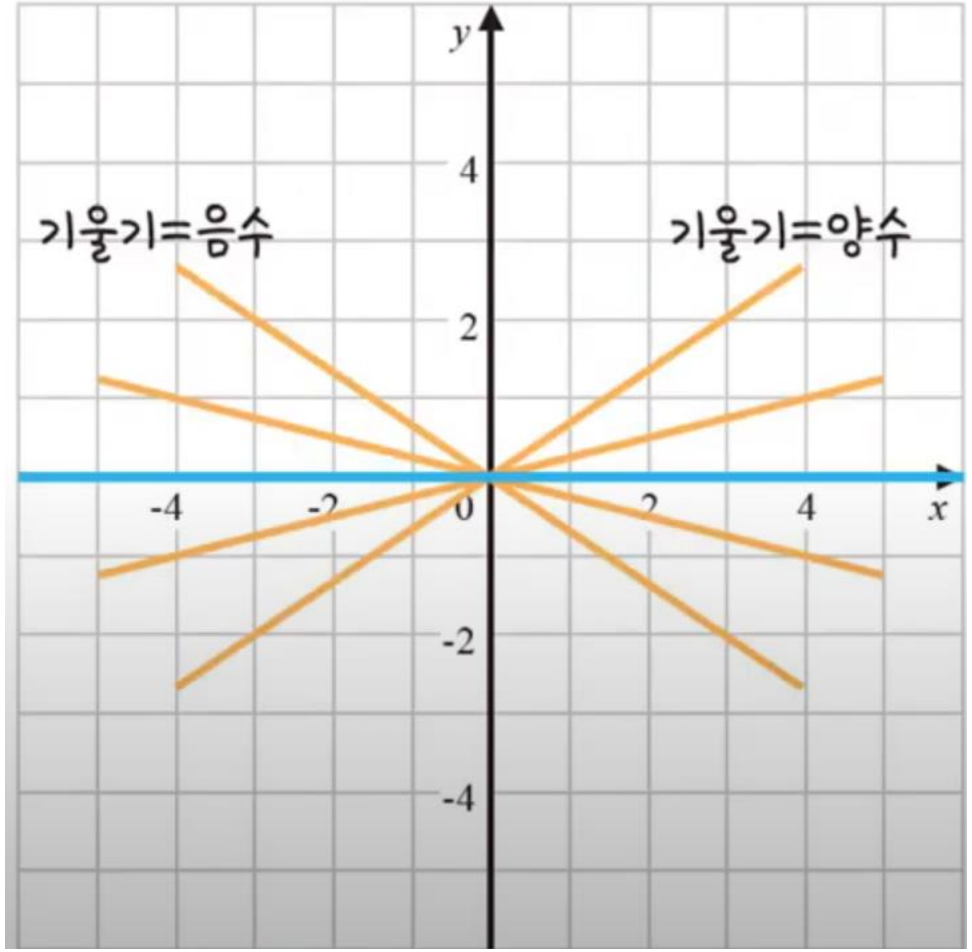
- 기울기
  - X축과 만나는 점의 좌표와 y축과 만나는 점의 좌표를 구하면 (-2, 0), (0, 2)가 됨
  - (2) 기울기 = $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ 공식을 적용하면 $\frac{2-0}{0-(-2)} = 1$ 이 됨
  - 기울기는 1임
  - 그림 4-8의 y = x +2 그래프의 기울기인 1과도 일치함

04. 직선과 기울기

▣ 좌표 평면

- 양의 기울기와 음의 기울기
  - 기울기는 다음과 같이 X축과 평행하면 0이고, 직선의 오른쪽 끝이 x축보다 위로 올라가면 양의 기울기를 가짐
  - 직선의 오른쪽 끝이 x축보다 아래로 내려가면 음의 기울기를 가짐

▣ 좌표 평면



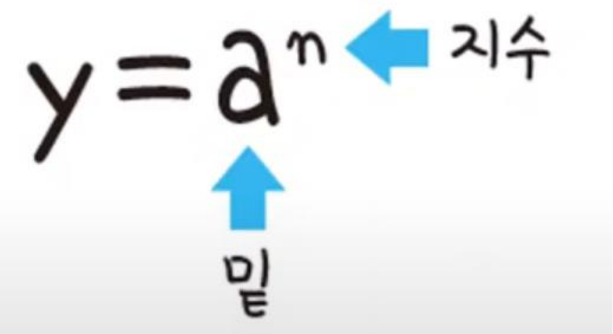
- 그림 4-9 양의 기울기와 음의 기울기

▣ 좌표 평면

- 양의 기울기와 음의 기울기
  - 즉, x 값이 증가할 때 y 값도 증가한다면 양의 기울기를 가지며, x 값이 증가할때 y 값이 감소하면 음의 기울기를 가짐
  - x 값이 증가할 때 y 값에 변화가 없다면 기울기는 0임

▣ 지수

- 지수는 어떤 수나 문자의 오른쪽 위에 덧붙여 써서 거듭제곱의 횟수를 나타내는 문자나 숫자를 의미



- 그림 5-1 지수

05. 지수와 제곱근

▣ 지수

- **지수의 법칙 : 지수의 법칙에는 합의 법칙, 차의 법칙, 곱의 법칙이 있음**

  (1) 지수의 합 : $a^m \times a^n = a^{m+n}$

  - **M=3, n=4일 때 다음과 같음**

$$a^3 \times a^4$$

$$= (a \times a \times a) \times (a \times a \times a \times a)$$

$$= a^7 = a^{3+4}$$

예시 $2^3 \times 2^5 = 2^{3+5} = 2^8$

▣ 지수

(2) 지수의 차

- $a^m \div a^n = a^{m-n}$ ($m \geq n$일 때) 예시 $2^5 \div 2^3 = 2^{5-3} = 2^2$

- $a^m \div a^n = \dfrac{1}{a^{n-m}}$ ($m < n$일 때) 예시 $2^3 \div 2^5 = \dfrac{1}{2^{5-3}} = \dfrac{1}{2^2}$

▣ 지수

(3) 지수의 곱

- $(a^m)^n = a^{mn}$ (m, n은 양의 정수)

$(a^2)^3$

$= a^2 \times a^2 \times a^2$

$= a \times a \times a \times a \times a \times a$

$= a^6 = a^{2\times 3}$

예시 $(2^4)^6 = 2^{4\times 6} = 2^{24}$

▣ 거듭제곱

- 거듭제곱
  - 거듭제곱은 같은 수를 여러 번 반복해서 곱하는 계산임
  - 예를 들어5×5× 5 × 5 × 5는 55으로 표현하고 5의 5 제곱이라고 읽음
  - 일반적인 표현은 다음과 같음

$$a^n = \underbrace{a \times a \times a \times \cdots \times a}_{n\text{번}}$$

05. 지수와 제곱근

▣ 거듭제곱

- 거듭제곱
  - 좀 더 다양한 사례를 살펴보자
  - (2×2) 2^2 → 2의 제곱(두 번 곱할 때는 그냥 제곱으로 읽음)
  - (2×2×2×2×2) 2^5 → 2의 5 제곱
  - (2×2×2×2×2×2) 2^6 → 2의 6 제곱
  - (a×a×a×a×a×a×a) 2^7 → a의 7 제곱

05. 지수와 제곱근

▣ 거듭제곱

- 거듭제곱
  - 이때 주의할 점이 있음
  - 수식 5-1 처럼 같은 숫자와 문자끼리만 사용할 수 있음

$$\underbrace{3\times 3\times 3}_{3^3}\times\underbrace{6\times 6}_{6^2}\times 9,\quad \underbrace{a\times a}_{a^2}\times\underbrace{b\times b\times b\times b}_{b^4}$$

- 수식 5-1

  - 수식 5-1에서 같은 숫자 혹은 문자 끼리만 묶어서 거듭제곱으로 표현한 것을 볼 수 있음
    (숫자나 문자가 다르면 같이 묶을 수 없음)
  - 분수를 계산할 때는 조심해야 함

05. 지수와 제곱근

▣ 거듭제곱

- 거듭제곱
  - 다음과 같이 분수를 거듭제곱으로 나타낼 때는 괄호를 사용함
  - 괄호를 사용하지 않으면 잘못된 답이 나올 수 있기 때문에 꼭 주의함

$$\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1^2}{2}=\frac{1}{2}$$

괄호를 사용하지 않은 예시

$$\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\left(\frac{1}{2}\right)^2=\frac{1}{4}$$

괄호를 사용한 예시

05. 지수와 제곱근

▣ 거듭제곱

- 거듭제곱
  - 거듭제곱은 세가지 특징이 있음
  - 0과 1, 음수를 제곱했을 때 특징으로 다음과 같음

■ 0이 아닌 실수의 0 제곱은 항상 1임 : $a^0 = 1$

예시 $10^0 = 1,\ 1000^0 = 1$

■ 0이 아닌 실수의 1 제곱은 실수 값과 같음 : $a^1 = a$

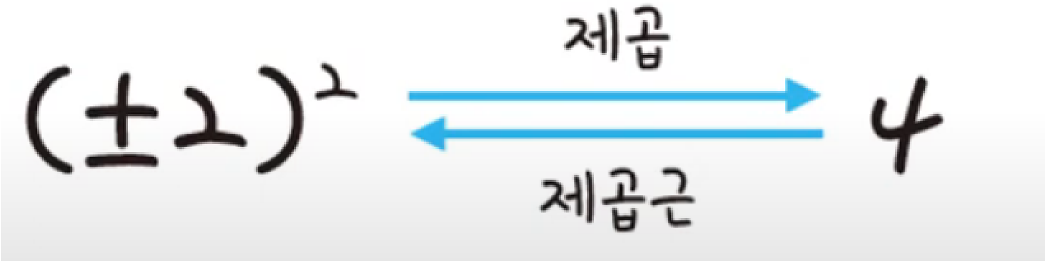
예시 $10^1 = 10,\ 1000^1 = 1000$

■ 0이 아닌 실수의 음의 제곱은 $\dfrac{1}{\text{실수의 양의 제곱}}$ 과 같음 : $a^{-n} = \dfrac{1}{a^n}$

예시 $2^{-3} = \dfrac{1}{2^3} = \dfrac{1}{8}$

▣ 거듭제곱

- 거듭제곱근
  - 제곱 제곱근은 서로 반대되는 개념
  - x2 = a라는 이차방정식에서 a를 x의 제곱이라고 하며, x는 a의 제곱근이라고 함
  - 다음에서 4는 2의 제곱이며, 2는 4의 제곱근임
  - 제곱근은 양수의 제곱근과 음수의 제곱근 두 개가 있는데 양수인 것을 양의 제곱근, 음수인 것을 음의 제곱근이라고 함
  - 그림 5-2와 같이 -2는 4의 음의 제곱근이고, 2는 4의 양의 제곱근임



- 그림 5-2 제곱과 제곱근

▣ 거듭제곱

- 거듭제곱근
  - 제곱근 이해를 기반으로 거듭제곱근을 살펴보자
  - x^2 = a에서 양수 x가 a의 제곱근이라고 했으므로 x^n = a에서 a는 x의 거듭제곱이며, x는 a의 거듭제곱근임(이차방정식의 제곱근 원리와 동일함)

- 그림 5-3 거듭제곱과 거듭제곱근

05. 지수와 제곱근

▣ 거듭제곱

- 거듭제곱근의 성질
  - 거듭제곱근 성질에서 가장 중요한 개념은 루트(√)임
  - 루트는 ‘어떤 수를 제곱해서 루트 안의 숫자가 나오게 하는 것’임

$$2^2 = 4,\ \sqrt{4} = \pm 2$$

  - 거듭제곱근의 성질

(1) $\sqrt[n]{a}\sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$: 거듭제곱근이 같으면 곱셈은 하나의 거듭제곱근으로 묶을 수 있음

(2) $\dfrac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\dfrac{a}{b}}$: 거듭제곱근이 같으면 나눗셈은 하나의 거듭제곱근으로 묶을 수 있음

(3) $\left(\sqrt[n]{a}\right)^m = \sqrt[n]{a^m}$: 거듭제곱은거듭제곱근 안으로 들어갈 수 있음

(4) $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[mn]{a}$:거듭제곱근끼리 곱함

(5) $\sqrt[np]{a^{mp}} = \sqrt[n]{a^m}$:거듭제곱근과 거듭제곱은 약분이 가능함

05. 지수와 제곱근

▣ 거듭제곱

- 약분
  - 분수의 분모와 분자를 공약수로 나누어 간단하게 하는 것을 의미
  - 즉, 분모와 분자가 더 이상 서로 나누어 떨어지지 않는 수로 만드는 것
  - 인공지능에서는 거듭제곱근의 성질을 이용한 풀이를 직접 하지 않음
  - 이미 구현된 라이브러리를 활용하므로 이러한 성질이 있다는 것 정도로 이해함

▣ 거듭제곱

- 파이썬에서 거듭제곱근을 계산하려면 math 라이브러리를 사용하여 다음과 같이 구현함

In [9]:
```
# 거듭제곱의 표현은 **으로 합니다
2**5
```
32

In [10]:
```
# math.sqrt() 함수를 사용하여 거듭제곱근을 구합니다
import math
math.sqrt(2)
```
1.4142135623730951

In [11]:
```
math.sqrt(9)
```
3.0

▣ 거듭제곱

- 인수분해
  - 인수분해는 복잡한 식을 공통인수로 묶어서 곱으로 표현하는 과정
  - 즉, 인수분해의 목적은 식을 더 기초적이고 간단한 조각으로 분해하는 것

$$\underbrace{mx + my}_{\text{공통인수}} = m(x+y), \quad \underbrace{mx - my}_{\text{공통인수}} = m(x-y)$$

- 그림 5-4 인수분해 과정

▣ 거듭제곱

- 인수분해
  - 또 다른 정의로 다항식 하나를 단항식과 다항식의 곱 또는 여러 다항식의 곱 형태로 나타낸 것을 인수분해라고 함
  - 곱해진 단항식이나 다항식을 처음 식의 인수라고 함

- 그림 5-5 인수분해와 전개

05. 지수와 제곱근

▣ 거듭제곱

- 인수분해
  - 전개란 곱의 형태로 된 식을 합의 형태로 고치는 것
  - 정확히는 단항식 합의 형태로 표현하는 것

인수분해 공식

(1) $x^2 + 2xy + y^2 = (x + y)^2$

(2) $x^2 - 2xy + y^2 = (x - y)^2$

(3) $x^2 - y^2 = (x + y)(x - y)$

(4) $x^2 + (a + b)x + ab = (x + a)(x + b)$

  - 참고로 다항식의 제곱으로 된 식 또는 이 식에 상수를 곱한 식, 즉 $(ax + b)^2$ 또는 $\mathrm{k}(ax + b)^2$ (단 k는 상수) 형태로 나타낼수 있는 식을 완전제곱식이라고 함

05. 지수와 제곱근

▣ 거듭제곱

- **SymPy 라이브러리를 사용하여 다음과 같이 파이썬으로 구현할 수도 있음**

In [12]:

```
# 파이썬 SymPy의 expand, factor, Symbol을 호출하고 기호변수 x를 선언합니다
from sympy import expand, factor, Symbol
x = Symbol('x')
```

In [13]:

```
# expand()는 수식을 (x + 1) x (x + 5)로 전개합니다
expand((x + 1) * (x + 5))
```

x^2+6x+5

In [14]:

```
# factor()는 인수분해하는 함수로, x2 + 6x + 5를 인수분해합니다
factor(x**2 + 6*x + 5)
```

$(x+1)(x+5)$

▣ 연습문제

(1) $x^3y - xy^3$을 인수분해하세요.

(2) $x^2 + 3x + 2$를 인수분해하세요.