

ALGORITHMEN UND DATENSTRUKTUREN

ÜBUNG 3: EXTENDED BACKUS-NAUR-FORM

Eric Kunze

`eric.kunze@mailbox.tu-dresden.de`

TU Dresden, 07.11.2019

EBNF-DEFINITION

- ▶ EBNF-Definition besteht aus endlicher Menge von EBNF-Regeln.
- ▶ Jede EBNF-Regel besteht aus einer linken und einer rechten Seite, die rechte Seite ist ein EBNF-Term.

EBNF-DEFINITION

- ▶ EBNF-Definition besteht aus endlicher Menge von EBNF-Regeln.
- ▶ Jede EBNF-Regel besteht aus einer linken und einer rechten Seite, die rechte Seite ist ein EBNF-Term.

Definition: EBNF-Term

Seien V eine endliche Menge (syntaktische Variablen) und Σ eine endliche Menge (Terminalsymbole) mit $V \cap \Sigma = \emptyset$. Die Menge der EBNF-Terme über V und Σ (notiere: $T(\Sigma, V)$), ist die kleinste Menge $T \subseteq \left(V \cup \Sigma \cup \left\{ \{ \}, \{ \}, [\}, [\}, (\}, (\} \right\} \right)$ mit $V \subseteq T, \Sigma \subseteq T$ und

- ▶ Wenn $\alpha \in T$, so auch $\hat{\alpha} \in T, \{ \alpha \} \in T, [\alpha] \in T$.
- ▶ Wenn $\alpha_1, \alpha_2 \in T$, so auch $\hat{\alpha_1} \hat{\alpha_2} \in T, \alpha_1 \alpha_2 \in T$

ÜBERSETZUNG SYNTAXDIAGRAMME \leftrightarrow EBNF

Die Funktion $\text{trans}: T(\Sigma, V) \rightarrow \text{SynDia}(\Sigma, V)$ ist induktiv über den Aufbau von EBNF-Termen definiert:

1. Sei $v \in V$; $\text{trans}(v) = \text{---} \boxed{v} \text{---}$

2. Sei $w \in \Sigma$; $\text{trans}(w) = \text{---} \bigcirc w \text{---}$

3. Sei $\alpha \in T(\Sigma, V)$;

• $\text{trans}(\{\hat{\alpha}\}) = \text{---} \overbrace{\hspace{1.5cm}} \text{trans}(\alpha) \text{---}$

• $\text{trans}([\hat{\alpha}]) = \text{---} \underbrace{\hspace{1.5cm}} \text{trans}(\alpha) \text{---}$

• $\text{trans}((\hat{\alpha})) = \text{trans}(\alpha)$

4. Sei $\alpha_1, \alpha_2 \in T(\Sigma, V)$;

• $\text{trans}(\alpha_1 \alpha_2) = \text{---} \text{trans}(\alpha_1) \text{---} \text{trans}(\alpha_2) \text{---}$

• $\text{trans}((\hat{\alpha}_1 \hat{\alpha}_2)) = \text{---} \underbrace{\hspace{1.5cm}} \text{trans}(\alpha_1) \text{---} \underbrace{\hspace{1.5cm}} \text{trans}(\alpha_2) \text{---}$

- ▶ Sei $\mathcal{E} = (V, \Sigma, S, R)$ eine EBNF-Definition.
- ▶ $v \in V \rightsquigarrow W(\mathcal{E}, v) = \rho(v)$ (syntaktische Kategorie)
- ▶ Semantik $\llbracket \cdot \rrbracket : \underbrace{T(\Sigma, V)}_{\alpha} \rightarrow ((\underbrace{V \rightarrow \mathcal{P}(\Sigma^*)}_{\rho}) \rightarrow \mathcal{P}(\Sigma^*))$

Definiere $\llbracket \alpha \rrbracket(\rho)$ wie folgt:

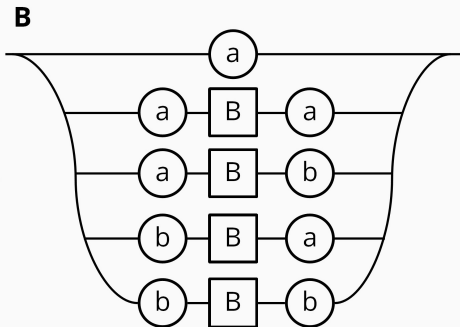
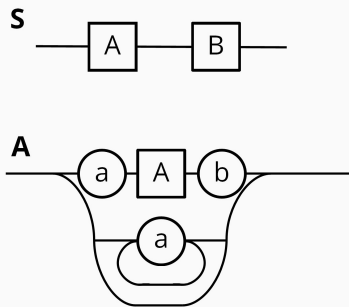
- Wenn $\alpha = v \in V$, dann gilt $\llbracket \alpha \rrbracket(\rho) = \rho(v)$.
- Wenn $\alpha \in \Sigma$, dann gilt $\llbracket \alpha \rrbracket(\rho) = \{\alpha\}$.
- Wenn $\alpha = \alpha_1 \alpha_2$, dann gilt $\llbracket \alpha \rrbracket(\rho) = \llbracket \alpha_1 \rrbracket(\rho) \cdot \llbracket \alpha_2 \rrbracket(\rho)$.
- Wenn $\alpha = (\hat{\alpha}_1 \hat{\mid} \alpha_2)$, dann gilt $\llbracket \alpha \rrbracket(\rho) = \llbracket \alpha_1 \rrbracket(\rho) \cup \llbracket \alpha_2 \rrbracket(\rho)$.
- Wenn $\alpha = \hat{\alpha}_1 \hat{\mid}$, dann gilt $\llbracket \alpha \rrbracket(\rho) = (\llbracket \alpha_1 \rrbracket(\rho))^*$.
- Wenn $\alpha = \hat{\alpha}_1$, dann gilt $\llbracket \alpha \rrbracket(\rho) = \llbracket \alpha_1 \rrbracket(\rho) \cup \{\varepsilon\}$.
- Wenn $\alpha = \hat{\alpha}_1$, dann gilt $\llbracket \alpha \rrbracket(\rho) = \llbracket \alpha_1 \rrbracket(\rho)$.

Übungsblatt 3

AUFGABE 1 — TEIL (A)

Sei $\Sigma = \{a, b\}$.

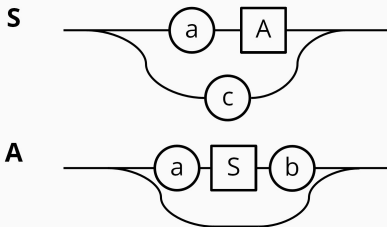
$$\begin{aligned} L &= \{a^n b^m v a w \mid n \geq m \geq 0, v, w \in \Sigma^* \text{ mit } |v| = |w|\} \\ &= \{a^n a^m b^n \mid m, n \in \mathbb{N}\} \cdot \left[\bigcup_{n \in \mathbb{N}} \{a, b\}^n \cdot \{a\} \cdot \{a, b\}^n \right] \end{aligned}$$



AUFGABE 1 — TEIL (B)

Wort	Markenkeller
ε	1
a	31
aa	3 1
aab	1
aab	2
aaba	52
aabab	752
aababa	7 52
aababab	5 2
aabababb	2
aabababb	–

AUFGABE 2



$$W(\mathcal{E}, S) = \{a^{2n}xb^n \mid x \in \{a, c\}, n \geq 0\}$$

AUFGABE 3 — TEIL (A)

Sei $\Sigma = \{a, b\}$ und eine EBNF-Definition $\mathcal{E} = (V, \Sigma, S, R)$ mit

$$W(\mathcal{E}) = \left\{ a^i b^{2n} a^j b^{3n} a^k \mid i, j, k \geq 2, n \geq 0 \right\}$$

gegeben.

AUFGABE 3 — TEIL (A)

Sei $\Sigma = \{a, b\}$ und eine EBNF-Definition $\mathcal{E} = (V, \Sigma, S, R)$ mit

$$W(\mathcal{E}) = \left\{ a^i b^{2n} a^j b^{3n} a^k \mid i, j, k \geq 2, n \geq 0 \right\}$$

gegeben.

$$V = \{S, A, B\}$$

$$R = \left\{ S ::= ABA, A ::= aa \hat{a}, B ::= \hat{bbBbbb} \hat{A} \right\}$$

AUFGABE 3 — TEIL (B)

$$\mathcal{E} = (V, \Sigma, S, R), V = \{S\}, \Sigma = \{a, b\}, R = \left\{ S ::= \hat{(} a S a \hat{)} \hat{[} b \hat{]} \right\}.$$

Zu zeigen: $W(\mathcal{E}, S) = \{a^n w a^n \mid n \geq 0, w \in \{\varepsilon, b\}\}.$

AUFGABE 3 — TEIL (B)

$$\mathcal{E} = (V, \Sigma, S, R), V = \{S\}, \Sigma = \{a, b\}, R = \left\{ S ::= \hat{(} aSa \hat{)} \hat{(} \hat{b} \hat{)} \right\}.$$

Zu zeigen: $W(\mathcal{E}, S) = \{a^n w a^n \mid n \geq 0, w \in \{\varepsilon, b\}\}.$

$$\begin{aligned} \llbracket \hat{(} aSa \hat{)} \hat{(} \hat{b} \hat{)} \rrbracket (\rho) &= \llbracket aSa \rrbracket (\rho) \cup \llbracket \hat{(} \hat{b} \hat{)} \rrbracket (\rho) \\ &= \llbracket a \rrbracket (\rho) \cdot \llbracket S \rrbracket (\rho) \cdot \llbracket a \rrbracket (\rho) \cup (\llbracket b \rrbracket (\rho) \cup \{\varepsilon\}) \\ &= \{a\} \cdot \rho(S) \cdot \{a\} \cup (\{b\} \cup \{\varepsilon\}) \\ &= \{a^n w a^n \mid n \geq 1, w \in \{\varepsilon, b\}\} \cup \{\varepsilon, b\} \\ &= \rho(S) \end{aligned}$$

$$W(\mathcal{E}, S) = \{a^{n+m}wb^\ell a^n \mid n, m \geq 0, 0 \leq \ell \leq m, w \in \Sigma^*\}$$

AUFGABE 4 — TEIL (A)

$$W(\mathcal{E}, S) = \{a^{n+m}wb^\ell a^n \mid n, m \geq 0, 0 \leq \ell \leq m, w \in \Sigma^*\}$$

$$V = \{S, A, B\} \quad \text{und} \quad R = \left\{ \begin{aligned} S &::= \hat{a} S a \hat{A} \hat{A}, \\ A &::= \hat{a} A \hat{b} \hat{B} \hat{B}, \\ B &::= \{ \hat{a} \hat{b} \} \end{aligned} \right\}$$

AUFGABE 4 — TEIL (B)

$$f(\rho) = \begin{pmatrix} f(\rho)(S) \\ f(\rho)(A) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \llbracket \hat{a}Ab \rrbracket(\rho) \\ \llbracket \hat{S}c \hat{c}S \rrbracket(\rho) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \{a\} \cdot \rho(A) \cdot \{b\} \\ \rho(S) \cdot \{c\} \cup \{c\} \cdot \rho(S) \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} \emptyset \\ \emptyset \end{pmatrix} &\mapsto \begin{pmatrix} \{\varepsilon\} \\ \emptyset \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} \{\varepsilon\} \\ \{c\} \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} \{\varepsilon, acb\} \\ \{c\} \end{pmatrix} \\ &\mapsto \begin{pmatrix} \{\varepsilon, acb\} \\ \{c, acbc, cacb\} \end{pmatrix} \\ &\mapsto \begin{pmatrix} \{\varepsilon, acb, aacbc, acacbb\} \\ \{c, acbc, cacb\} \end{pmatrix} \end{aligned}$$

AUFGABE 4 — TEIL (C)

