TECHNISCHE UNIVERSITÄT DRESDEN

ALGORITHMEN UND DATENSTRUKTUREN

ÜBUNG 3: EXTENDED BACKUS-NAUR-FORM

Eric Kunze

eric.kunze@mailbox.tu-dresden.de

TU Dresden, 07.11.2019

EBNF-DEFINITION

- EBNF-Definition besteht aus endlicher Menge von EBNF-Regeln.
- Jede EBNF-Regel besteht aus einer linken und einer rechten Seite, die rechte Seite ist ein EBNF-Term.

EBNF-DEFINITION

- EBNF-Definition besteht aus endlicher Menge von EBNF-Regeln.
- Jede EBNF-Regel besteht aus einer linken und einer rechten Seite, die rechte Seite ist ein EBNF-Term.

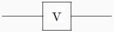
Definition: EBNF-Term

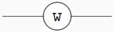
Seien V eine endliche Menge (syntaktische Variablen) und Σ eine endliche Menge (Terminalsymbole) mit $V \cap \Sigma = \emptyset$. Die Menge der EBNF-Terme über V und Σ (notiere: $T(\Sigma, V)$), ist die kleinste Menge $T \subseteq \left(V \cup \Sigma \cup \left\{\hat{\{}, \hat{\}}, \hat{[}, \hat{]}, \hat{(}, \hat{)}, \hat{|}\right\}\right)$ mit $V \subseteq T$, $\Sigma \subseteq T$ und

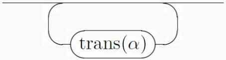
- Wenn $\alpha \in T$, so auch $\hat{(}\ \alpha\ \hat{)} \in T$, $\hat{\{}\ \alpha\ \hat{\}} \in T$, $\hat{[}\ \alpha\ \hat{]} \in T$.
- Wenn $\alpha_1, \alpha_2 \in T$, so auch $\hat{(}\ \alpha_1\ \hat{|}\ \alpha_2\ \hat{)} \in T$, $\alpha_1\alpha_2 \in T$

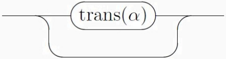
ÜBERSETZUNG SYNTAXDIAGRAMME ↔ EBNF

Die Funktion trans: $T(\Sigma, V) \to \mathrm{SynDia}(\Sigma, V)$ ist induktiv über den Aufbau von EBNF-Termen definiert:

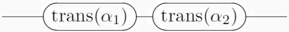
1. Sei $v \in V$; $\mathrm{trans}(v) =$ 

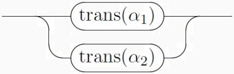
2. Sei $\mathtt{w} \in \Sigma$; $\mathrm{trans}(\mathtt{w}) =$ 

3. Sei $\alpha \in T(\Sigma, V)$;
   - $\mathrm{trans}(\hat{\{}\alpha\hat{\}}) =$ 

   - $\mathrm{trans}(\hat{[}\alpha\hat{]}) =$ 

   - $\mathrm{trans}(\hat{(}\alpha\hat{)}) = \mathrm{trans}(\alpha)$

4. Sei $\alpha_1, \alpha_2 \in T(\Sigma, V)$;
   - $\mathrm{trans}(\alpha_1\alpha_2) =$ 

   - $\mathrm{trans}(\hat{(}\alpha_1\hat{|}\alpha_2\hat{)}) =$ 

SEMANTIK VON EBNF-TERMEN

- Sei $\mathcal{E} = (V, \Sigma, S, R)$ eine EBNF-Definition.
- $v \in V \rightsquigarrow W(\mathcal{E}, v) = \rho(v)$ (syntaktische Kategorie)
- Semantik $[\![\cdot]\!] : \underbrace{T(\Sigma, V)}_{\alpha} \to ((\underbrace{V \to \mathcal{P}(\Sigma^*)}_{\rho}) \to \mathcal{P}(\Sigma^*))$

Definiere $[\![\alpha]\!](\rho)$ wie folgt:

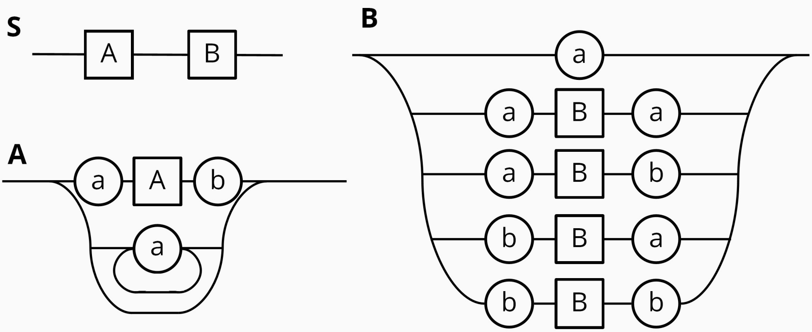
- Wenn $\alpha = v \in V$, dann gilt $[\![\alpha]\!](\rho) = \rho(v)$.
- Wenn $\alpha \in \Sigma$, dann gilt $[\![\alpha]\!](\rho) = \{\alpha\}$.
- Wenn $\alpha = \alpha_1\alpha_2$, dann gilt $[\![\alpha]\!](\rho) = [\![\alpha_1]\!](\rho) \cdot [\![\alpha_2]\!](\rho)$.
- Wenn $\alpha = \hat{(}\alpha_1 \hat{|} \alpha_2 \hat{)}$, dann gilt $[\![\alpha]\!](\rho) = [\![\alpha_1]\!](\rho) \cup [\![\alpha_2]\!](\rho)$.
- Wenn $\alpha = \hat{\{}\alpha_1\hat{\}}$, dann gilt $[\![\alpha]\!](\rho) = ([\![\alpha_1]\!](\rho))^*$.
- Wenn $\alpha = \hat{[}\alpha_1\hat{]}$, dann gilt $[\![\alpha]\!](\rho) = [\![\alpha_1]\!](\rho) \cup \{\varepsilon\}$.
- Wenn $\alpha = \hat{(}\alpha_1\hat{)}$, dann gilt $[\![\alpha]\!](\rho) = [\![\alpha_1]\!](\rho)$.

Übungsblatt 3

AUFGABE 1 — TEIL (A)

Sei $\Sigma = \{a, b\}$.

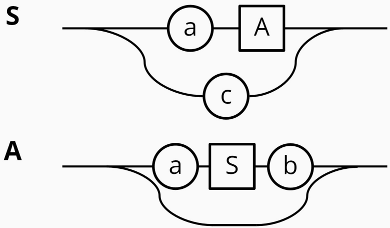
$$L = \{a^n b^m vaw \mid n \geq m \geq 0, v, w \in \Sigma^* \text{ mit } |v| = |w|\}$$
$$= \{a^n a^m b^n \mid m, n \in \mathbb{N}\} \cdot \left[\bigcup_{n\in\mathbb{N}} \{a, b\}^n \cdot \{a\} \cdot \{a, b\}^n\right]$$



AUFGABE 1 — TEIL (B)

Wort	Markenkeller
ε	1
a	31
aa	$\cancel{3}1$
aab	$\cancel{1}$
aab	2
aaba	52
aabab	752
aababa	$\cancel{7}52$
aababab	$\cancel{5}2$
aabababb	$\cancel{2}$
aabababb	–

AUFGABE 2



$$W(\mathcal{E}, S) = \left\{ a^{2n} x b^n \mid x \in \{a, c\}, n \geq 0 \right\}$$

AUFGABE 3 — TEIL (A)

Sei $\Sigma = \{a, b\}$ und eine EBNF-Definition $\mathcal{E} = (V, \Sigma, S, R)$ mit

$$W(\mathcal{E}) = \left\{a^i b^{2n} a^j b^{3n} a^k \mid i, j, k \geq 2, n \geq 0\right\}$$

gegeben.

AUFGABE 3 — TEIL (A)

Sei $\Sigma = \{a, b\}$ und eine EBNF-Definition $\mathcal{E} = (V, \Sigma, S, R)$ mit

$$W(\mathcal{E}) = \left\{a^i b^{2n} a^j b^{3n} a^k \mid i, j, k \geq 2, n \geq 0\right\}$$

gegeben.

$$V = \{S, A, B\}$$
$$R = \left\{S ::= ABA, A ::= aa\ \hat{\{}\ a\ \hat{\}}, B ::= \hat{(}\ bbBbbb\ \hat{|}\ A\ \hat{)}\right\}$$

AUFGABE 3 — TEIL (B)

$\mathcal{E} = (V, \Sigma, S, R)$, $V = \{S\}$, $\Sigma = \{a, b\}$, $R = \left\{ S ::= \hat{(}\ aSa\ \hat{|}\ \hat{[}\ b\ \hat{]}\ \hat{)} \right\}$.

Zu zeigen: $W(\mathcal{E}, S) = \{a^n w a^n \mid n \geq 0, w \in \{\varepsilon, b\}\}$.

AUFGABE 3 — TEIL (B)

$\mathcal{E} = (V, \Sigma, S, R)$, $V = \{S\}$, $\Sigma = \{a, b\}$, $R = \left\{ S ::= \hat{(}\ aSa\ \hat{|}\ \hat{[}\ b\ \hat{]}\ \hat{)} \right\}$.

Zu zeigen: $W(\mathcal{E}, S) = \{a^n w a^n \mid n \geq 0, w \in \{\varepsilon, b\}\}$.

$$
\begin{aligned}
\left[\!\left[\hat{(}\ aSa\ \hat{|}\ \hat{[}\ b\ \hat{]}\ \hat{)} \right]\!\right](\rho) &= [\![aSa]\!](\rho) \cup \left[\!\left[\hat{[}\ b\ \hat{]} \right]\!\right](\rho) \\
&= [\![a]\!](\rho) \cdot [\![S]\!](\rho) \cdot [\![a]\!](\rho) \cup ([\![b]\!](\rho) \cup \{\varepsilon\}) \\
&= \{a\} \cdot \rho(S) \cdot \{a\} \cup (\{b\} \cup \{\varepsilon\}) \\
&= \left\{ a^n w a^n \mid n \geq 1, w \in \{\varepsilon, b\} \right\} \cup \{\varepsilon, b\} \\
&= \rho(S)
\end{aligned}
$$

AUFGABE 4 — TEIL (A)

$$W(\mathcal{E}, S) = \left\{a^{n+m} w b^{\ell} a^{n} \mid n, m \geq 0, 0 \leq \ell \leq m, w \in \Sigma^*\right\}$$

AUFGABE 4 — TEIL (A)

$$W(\mathcal{E}, S) = \left\{ a^{n+m} w b^{\ell} a^{n} \mid n, m \geq 0, 0 \leq \ell \leq m, w \in \Sigma^* \right\}$$

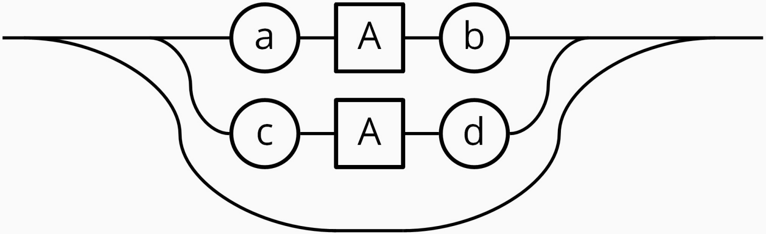
$$V = \{S, A, B\} \quad \text{und} \quad R = \left\{ \begin{aligned} S &::= \hat{(}\ aSa\ \hat{|}\ A\ \hat{)}, \\ A &::= \hat{(}\ aA \hat{[}\ b\ \hat{]}\ \hat{|}\ B\ \hat{)}, \\ B &::= \hat{\{}\ \hat{(}\ a\ \hat{|}\ b\ \hat{)}\ \hat{\}} \end{aligned} \right\}$$

AUFGABE 4 — TEIL (B)

$$f(\rho) = \begin{pmatrix} f(\rho)(S) \\ f(\rho)(A) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \llbracket \hat{[}\; aAb \;\hat{]} \rrbracket\,(\rho) \\ \llbracket \hat{(}\; Sc \;\hat{|}\; cS \;\hat{)} \rrbracket\,(\rho) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \{a\} \cdot \rho(A) \cdot \{b\} \\ \rho(S) \cdot \{c\} \cup \{c\} \cdot \rho(S) \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} \emptyset \\ \emptyset \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} \{\varepsilon\} \\ \emptyset \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} \{\varepsilon\} \\ \{c\} \end{pmatrix} &\mapsto \begin{pmatrix} \{\varepsilon, acb\} \\ \{c\} \end{pmatrix} \\ &\mapsto \begin{pmatrix} \{\varepsilon, acb\} \\ \{c, acbc, cacb\} \end{pmatrix} \\ &\mapsto \begin{pmatrix} \{\varepsilon, acb, aacbcb, acacbb\} \\ \{c, acbc, cacb\} \end{pmatrix} \end{aligned}$$

S



A