

Projet: Séries Temporelles

UNIVERSITÉ DE PARIS / MASTER 1 INGÉNIERIE MATHÉMATIQUE ET BIOSTATISTIQUE

James Kelson LOUIS

4/13/2020

Chargement des données

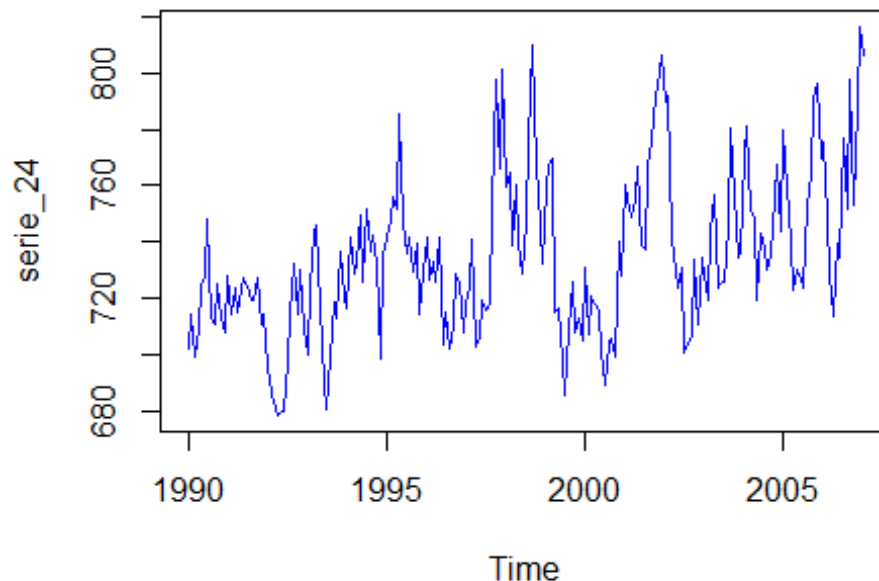
```
serie_24 <-  
read.table("C:/Users/james/OneDrive/Desktop/DocParisDescartes/S2/SeriesTemporelles/Projet_final/Fichiers/serie_24.dat", quote="\"", comment.char="")
```

Transformation en série temporelle

```
serie_24 <- ts(serie_24,frequency = 12,start=c(1990,1))
```

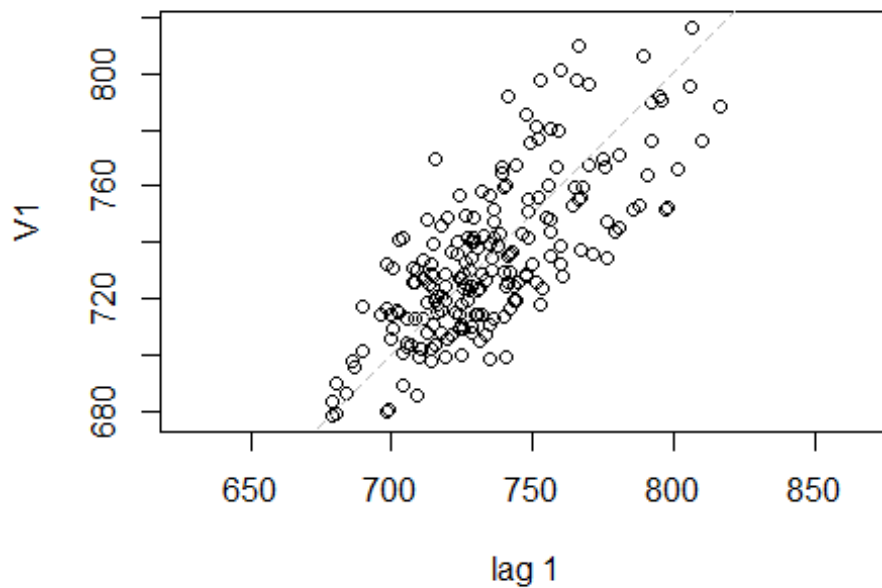
Représentation de la série

```
ts.plot(serie_24, col="blue")
```



Affichons le lag.plot de la série

```
lag.plot(serie_24)
```

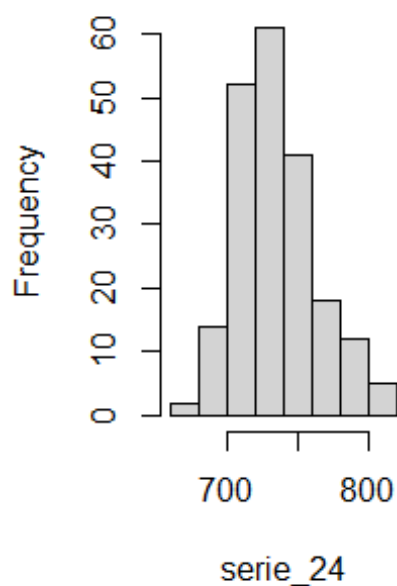


On constate une relation linéaire, une tendance linéaire positive qui suggère une autocorrélation positive.

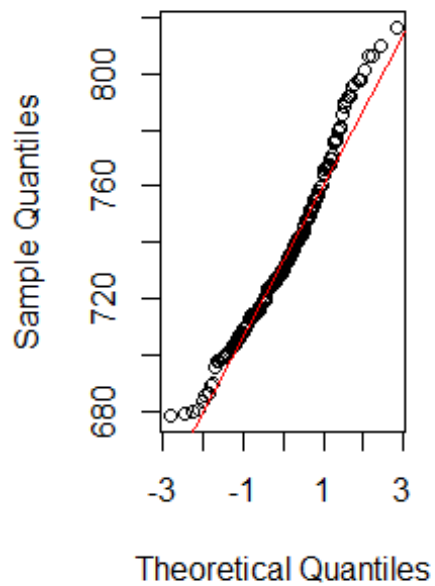
Affichons l'histogramme et le Q-Q Plot de la série

```
par(mfrow=c(1,2))  
hist(serie_24, main="Histogramme de la série")  
qqnorm(serie_24)  
qqline(serie_24, col='red')
```

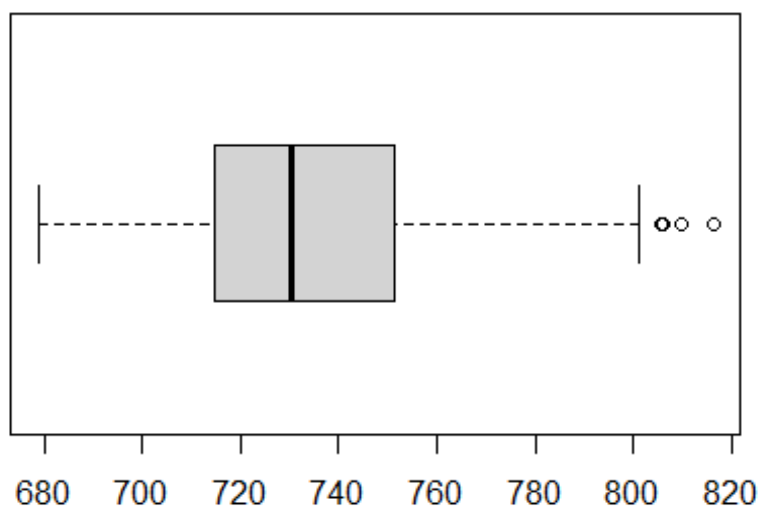
Histogramme de la série



Normal Q-Q Plot



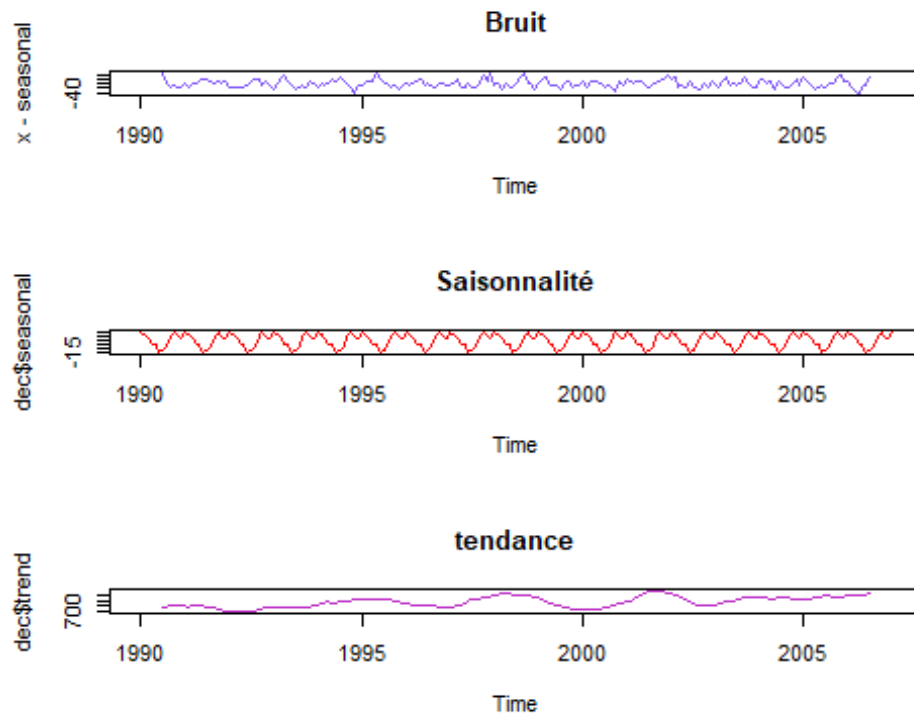
```
boxplot(serie_24, horizontal=T)
```



En moyenne toutes les valeurs se trouvent entre 700 et 760, sauf quelques unes qui dépassent 800.

Représentation du bruit, de la saisonnalité et de la tendance.

```
dec <- decompose(serie_24)
par(mfrow=c(3,1))
plot(dec$random,type="l",main="Bruit",col="#8258FA");plot(dec$seasonal,type="l",main="Saisonnalité",col="red");plot(dec$trend,type="l",main="tendance",col="#bd2ec6")
```



Faisons la décomposition en tendance, saisonnalité et bruit de la série.

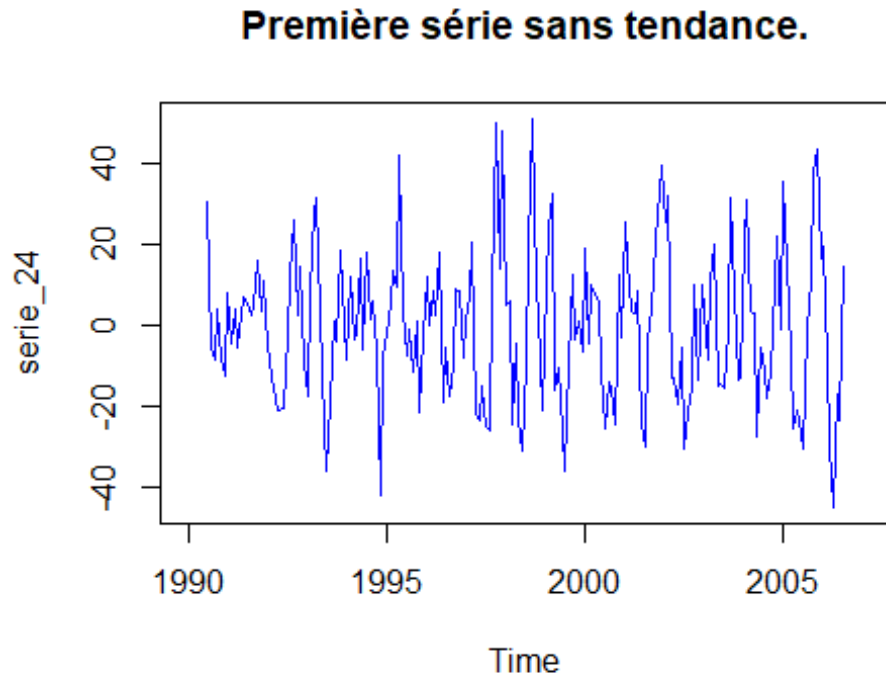
Application d'une moyenne mobile.

Première élimination de la tendance.

```
n <- length(serie_24)
p=12
m=p/2
X_star=rep(NA, n)
for (i in (m+1):(n-m)) {
  X_star[i] <- 1/12*(1/2*serie_24[i-m]+
    sum(serie_24[(i-m+1):(i+m-1)])+1/2*serie_24[i+m])
}
X_star <- ts(X_star,start=c(1990,1),frequency = 12)
```

Première série sans tendance.

```
X_moinsX_star <- serie_24 - X_star  
plot(X_moinsX_star, type="l", main="Première série sans tendance.", col="blue")
```



Premier calcul de saisonnalité.

```
X_moinsX_star <- c(X_moinsX_star, rep(0, 11))  
mat <- matrix(X_moinsX_star, ncol = p, byrow = T)  
moy_col <- apply(mat, 2, mean, na.rm=T)
```

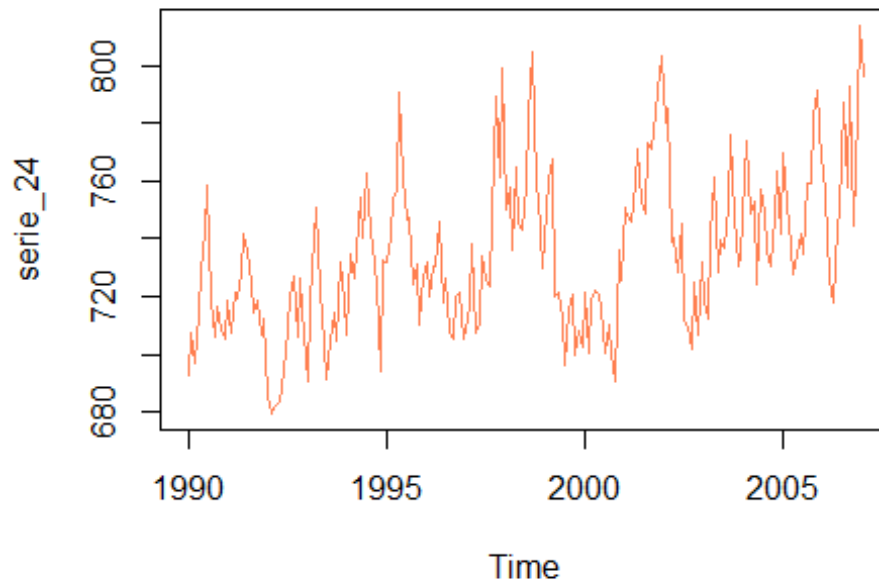
Estimation

```
s_chapo <- numeric(12)  
for (i in 1:12) {  
  s_chapo[i] <- moy_col[i] - mean(moy_col)  
}  
B <- rep(s_chapo, 18)  
# On supprime les elements pour avoir 205 valeurs  
C <- B[1:(length(B)-11)]  
ts_s_chapo <- ts(C, start=c(1990, 1), frequency = 12)
```

Première série désaisonnalisée

```
Xcvs <- serie_24 - ts_s_chapo  
plot(Xcvs, type="l", col="#FF7F50", main="1ère série désaisonnée")
```

1ère série désaisonnalisée



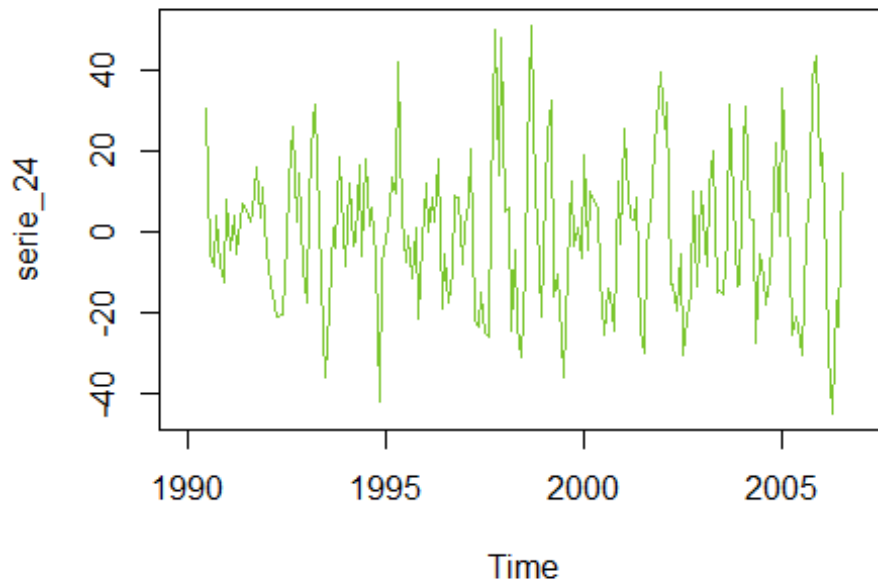
Deuxième calcul d'élimination de tendance.

```
X_star2=rep(NA, n)
for (i in (m+1):(n-m)) {
  X_star2[i] <- 1/12*(1/2*Xcvs[i-m]+sum(Xcvs[(i-m+1):(i+m-1)])+1/2*Xcvs[i+m])
}
X_star2 <- ts(X_star2,start = c(1990,1),frequency = 12)
```

Deuxième série sans tendance

```
X_moinsX_star2 <- serie_24-X_star2
plot(X_moinsX_star2,type="l",main="Deuxième série sans
tendance",col="#7ac62e")
```

Deuxième série sans tendance



Deuxième calcul de saisonnalité.

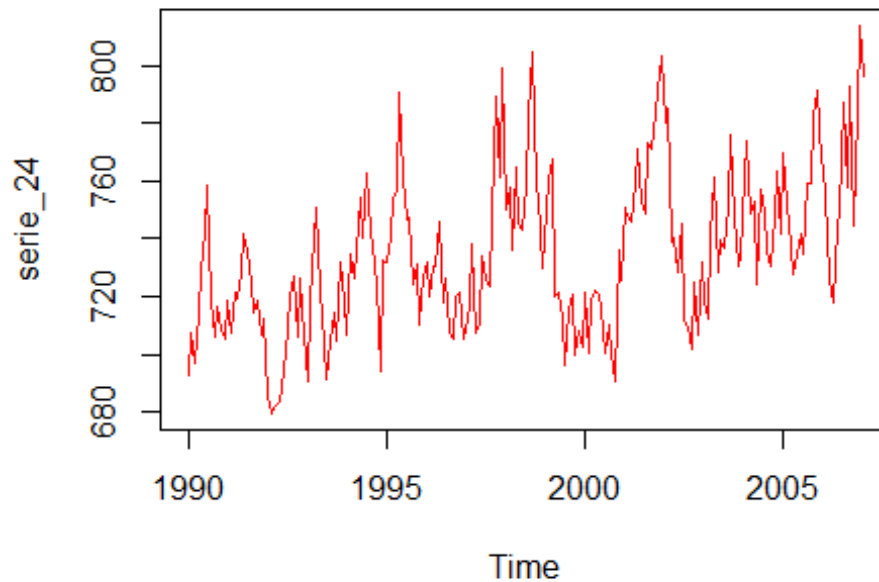
```
X_moinsX_star3 <- c(X_moinsX_star2,rep(0,11))
mat2 <- matrix(X_moinsX_star3,ncol =p, byrow = T)
moy_col2 <- apply(mat2, 2, mean,na.rm=T)
moy_col2

## [1]  9.694011  7.017065  2.612485 -4.388547 -4.672562 -14.262959
## [7] -10.858021 -5.914718  4.921748  8.326628  4.234836  2.500091
```

Estimation de la saisonnalité.

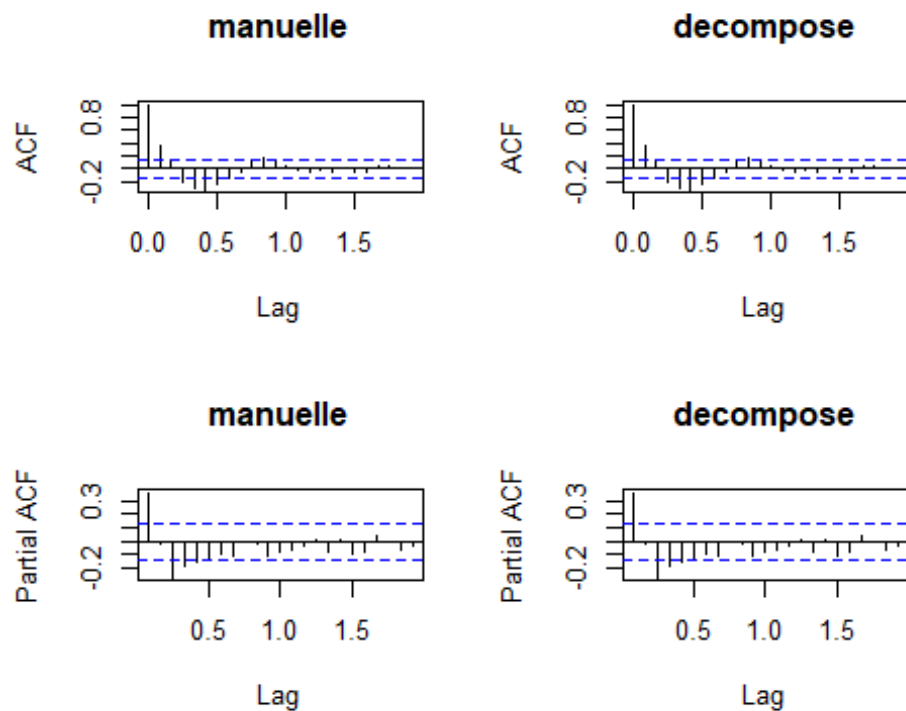
```
s_chapo2 <- numeric(12)
for (i in 1:12) {
  s_chapo2[i] <- moy_col2[i]-1/12*sum(moy_col2)
}
D <- rep(s_chapo2,18)
E <- D[1:(length(B)-11)]
ts_s_chapo2<- ts(E, start=c(1990,1),frequency = 12)
plot(serie_24- ts_s_chapo2,type="l",main="Deuxième série
désaisonnalisée",col="red")
```

Deuxième série désaisonnalisée



Les tendances et saisonnalités sont stables. Vérifions si l'acf et la pacf correspondent aux acf et pacf obtenus avec la fonction `decompose` de R.

```
par(mfrow=c(2,2))
res=serie_24-X_star2-ts_s_chapo2
acf(res,na.action = na.pass,main="manuelle")
acf(dec$random, na.action = na.pass, main="decompose")
pacf(res,na.action = na.pass, main="manuelle")
pacf(dec$random, na.action = na.pass, main="decompose")
```

On constate que les acfs et pacfs réalisés à la main sont identiques avec ceux réalisés avec la fonction `decompose` de R. Au vu de l'acf il n'est pas illégitime de considérer que ses coefficients sont nuls à partir de $h=7$, dans ce cas on peut proposer un modèle $MA(6)$. Pour la pacf, on peut accepter que ces coefficients sont nuls à partir de $h=6$, donc il est tout à fait louable de proposer un $AR(5)$.

En appliquant la moyenne mobile sur la série, on obtient 6 valeurs manquantes au début et à la fin, pour éviter des problèmes lors du calcul des erreurs de prédictions, on supprime les valeurs manquantes dans les résidus.

```
res1 <- window(res, start=c(1990,7),end=c(2006,7), frequency=12)
length(res1)
```

```
## [1] 193
```

On découpe la série (`res`), et on garde les cinq dernières valeurs qui serviront à comparer la performance des modèles proposés.

```
new_serie=window(res1, start=c(1990,7),end=c(2006,2),frequency=12)
vrai=window(res, start=c(2006,3),c(2006,7),frequency=12)
```

Proposition de modèles et estimation des coefficients

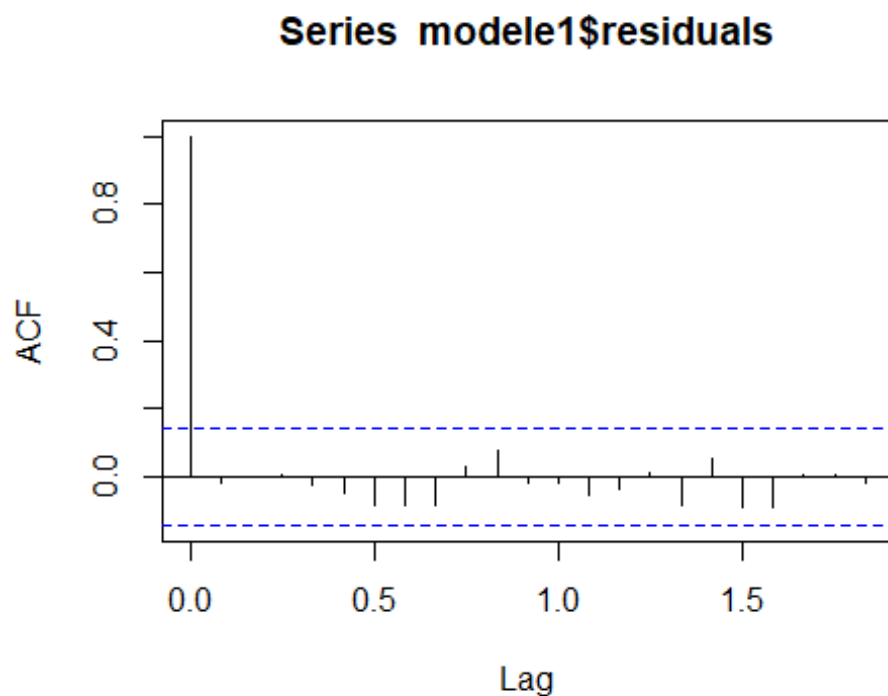
On commence par proposer un $MA(6)$ puis on essaiera de simplifier afin de diminuer le nombre de paramètres à estimer.

```
(modele1=arima(new_serie,order=c(0,0,6)))
```

```
##
## Call:
## arima(x = new_serie, order = c(0, 0, 6))
##
## Coefficients:
##          ma1          ma2          ma3          ma4          ma5          ma6  intercept
##          0.1743 -0.0342 -0.3503 -0.3562 -0.2860 -0.1476          0.0174
## s.e.    0.0754  0.0716  0.0665  0.0741  0.0689  0.0729          0.0827
##
## sigma^2 estimated as 185.3:  log likelihood = -759.63,  aic = 1535.26
```

Testons la blancheur des résidus

```
acf(modele1$residuals, na.action = na.pass)
```



Tous les coefficients sont à l'intérieur de l'intervalle de confiance, donc on accepte la blancheur des résidus.

Faisons une prédiction puis calculons l'erreur de prédiction.

```
prev1=predict(modele1,n.ahead=5,ci=TRUE)
sqrt(mean((prev1$pred-vrai)^2))
```

```
## [1] 18.78155
```

A l'aide de des intervalles de confiance, nous allons tester la significativité des coefficients.

```
confint(modele1)
```

```
##              2.5 %      97.5 %
## ma1          0.02647165  0.322084471
## ma2         -0.17445925  0.106113378
## ma3         -0.48067014 -0.219831574
## ma4         -0.50145873 -0.210969604
## ma5         -0.42103138 -0.150954412
## ma6         -0.29047267 -0.004812676
## intercept -0.14478731  0.179538178
```

0 appartient aux intervalles de confiances de ma1 et ma2, par contre on ne peut pas enlever ces paramètres, car les autres sont significatifs.

Proposition d'un deuxième modèle

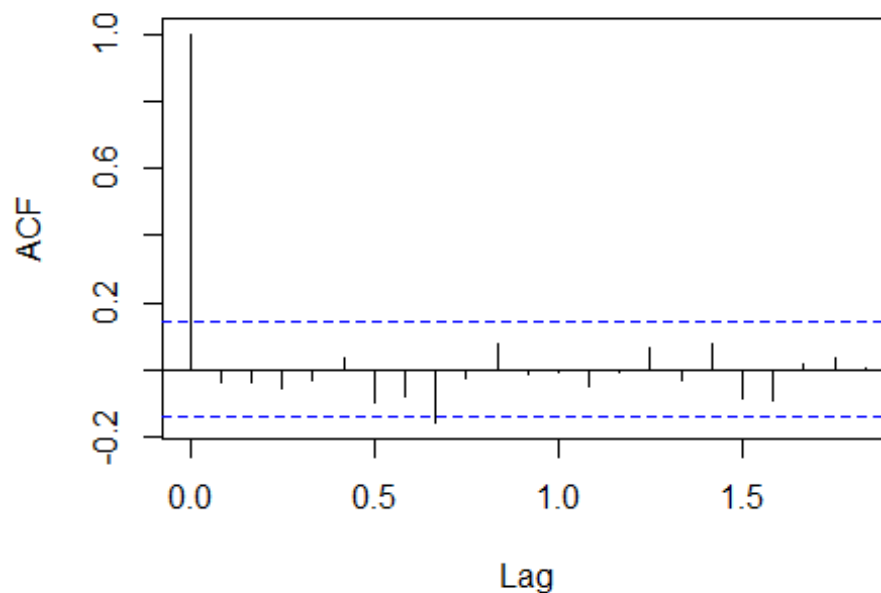
```
(modele2=arima(new_serie,order=c(5,0,0)))
```

```
##
## Call:
## arima(x = new_serie, order = c(5, 0, 0))
##
## Coefficients:
##          ar1      ar2      ar3      ar4      ar5  intercept
##          0.2982  0.0596 -0.1883 -0.1243 -0.1451      0.1553
## s.e.  0.0734  0.0763  0.0750  0.0766  0.0744      0.9643
##
## sigma^2 estimated as 208.5:  log likelihood = -769.01,  aic = 1552.01
```

Testons la blancheur des résidus

```
acf(modele2$residuals,na.action = na.pass)
```

Series modele2\$residuals



On accepte la blancheur des résidus

Prévision2

```
prev2=predict(modele2,n.ahead=5,ci=TRUE)
sqrt(mean((prev2$pred-vrai)^2))
```

```
## [1] 16.98964
```

Testons la significativité des coefficients

```
confint(modele2)
```

```
##              2.5 %          97.5 %
## ar1          0.15430388  0.4420054486
## ar2         -0.08988203  0.2091795780
## ar3         -0.33534855 -0.0412545168
## ar4         -0.27448609  0.0259122989
## ar5         -0.29085435  0.0006671688
## intercept -1.73470001  2.0452577804
```

On enlève le coefficient ar5

Proposition d'un troisième modèle

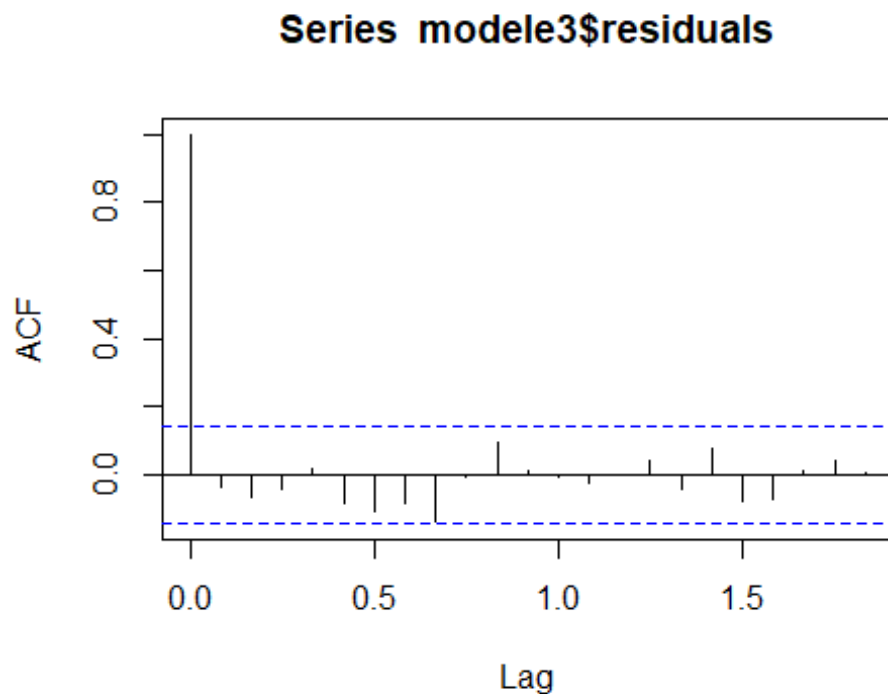
```
(modele3=arima(new_serie,order=c(4,0,0)))
```

```
##
## Call:
## arima(x = new_serie, order = c(4, 0, 0))
```

```
##
## Coefficients:
##          ar1      ar2      ar3      ar4  intercept
##          0.3207  0.0884 -0.2022 -0.1678      0.2028
## s.e.      0.0732  0.0757  0.0755  0.0741      1.1124
##
## sigma^2 estimated as 212.8:  log likelihood = -770.89,  aic = 1553.78
```

Testons la blancheur des résidus

```
acf(modele3$residuals, na.action=na.pass)
```



On accepte la blancheur des résidus

Prévisions et calcul de l'erreur de prévisions

```
prev3=predict(modele3,n.ahead=5,ci=TRUE)
sqrt(mean((prev3$pred-vrai)^2))
```

```
## [1] 19.9352
```

Testons la significativité des coefficients

```
confint(modele3)
```

```
##          2.5 %      97.5 %
## ar1      0.1771425  0.46424905
## ar2     -0.0598837  0.23671654
## ar3     -0.3501745 -0.05422414
```

```
## ar4      -0.3129874 -0.02266357
## intercept -1.9775129  2.38310178
```

On ne peut plus simplifier car le coefficient ar4 est significatif.

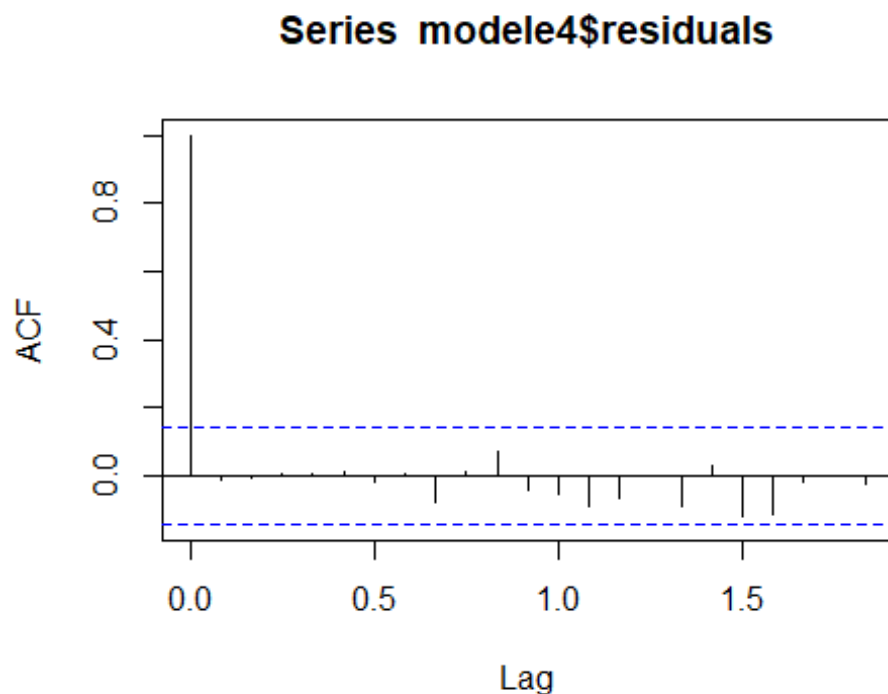
Essayons de proposer un ARMA(3,3)

```
(modele4=arima(new_serie,order=c(3,0,3)))

##
## Call:
## arima(x = new_serie, order = c(3, 0, 3))
##
## Coefficients:
##          ar1      ar2      ar3      ma1      ma2      ma3  intercept
##          0.967  -0.0152 -0.2923 -0.8194 -0.1717 -0.0089      0.0086
## s.e.    0.418   0.6290   0.3063   0.4232   0.5778   0.2041      0.0624
##
## sigma^2 estimated as 180.9:  log likelihood = -757.68,  aic = 1531.37
```

Testons la blancheur des résidus

```
acf(modele4$residuals, na.action=na.pass)
```



On accepte la blancheur des résidus

Prévisions et calcul de l'erreur de prévisions

```
prev4=predict(modele4,n.ahead=5,ci=TRUE)
sqrt(mean((prev4$pred-vrai)^2))
```

```
## [1] 17.38115
```

Test de significativité des coefficients

```
confint(modele4)
```

```
##           2.5 %      97.5 %  
## ar1      0.1476517 1.786293118  
## ar2     -1.2480131 1.217531831  
## ar3     -0.8925829 0.308054972  
## ma1     -1.6488019 0.009981256  
## ma2     -1.3040580 0.960728946  
## ma3     -0.4089443 0.391157184  
## intercept -0.1137549 0.130967618
```

Modèle sans ar2 et ar3

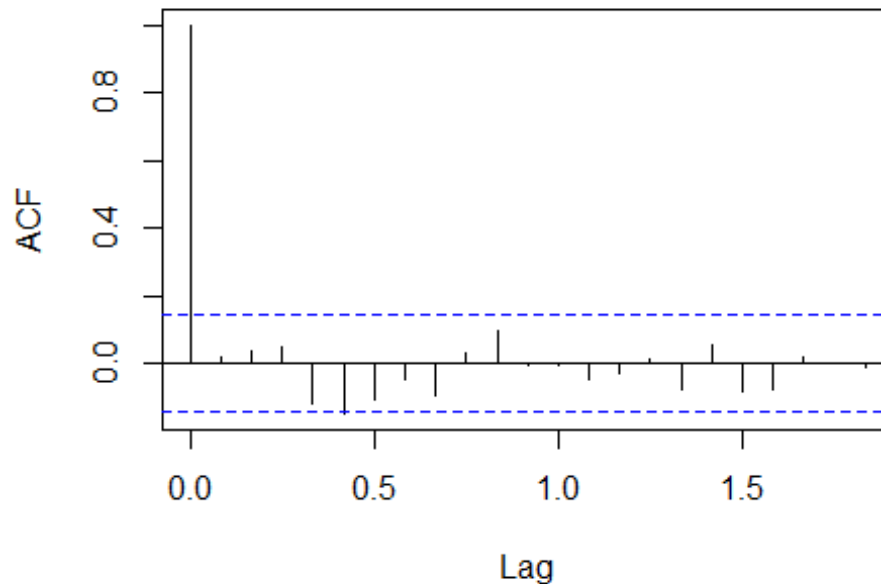
```
(modele5=arima(new_serie,order=c(1,0,3)))
```

```
##  
## Call:  
## arima(x = new_serie, order = c(1, 0, 3))  
##  
## Coefficients:  
##           ar1      ma1      ma2      ma3  intercept  
##      0.6453  -0.4886  -0.1658  -0.3456      0.0231  
## s.e.  0.0727   0.0875   0.0857   0.0717      0.0933  
##  
## sigma^2 estimated as 192.2:  log likelihood = -762.9,  aic = 1537.81
```

Testons la blancheur des résidus

```
acf(modele5$residuals, na.action=na.pass)
```

Series modele5\$residuals



On accepte la blancheur des résidus

Prévisions et calcul de l'erreur de prévisions

```
prev5=predict(modele5,n.ahead=5,ci=TRUE)
sqrt(mean((prev5$pred-vrai)^2))
```

```
## [1] 20.86807
```

Test de significativité des coefficients

```
confint(modele5)
```

```
##              2.5 %      97.5 %
## ar1          0.5027579  0.787850405
## ma1         -0.6599851 -0.317159258
## ma2         -0.3338122  0.002202571
## ma3         -0.4861724 -0.205070612
## intercept -0.1597243  0.205864258
```

On ne peut plus simplifier car les coefficient ar1 et ma3 sont significatifs.

Comparaison entre les modèles

```
Modèle <- c("MA(6)", "AR(5)", "AR(4)", "ARMA(3,3)", "ARMA(1,3)")
AIC <- c(1535.26, 1552.01, 1553.78, 1531.37, 1537.81)
Erreur <- c(18.78, 16.98, 19.93, 17.38, 20.86)
df=data.frame(Modèle=Modèle, AIC=AIC, Erreur=Erreur)
row.names(df) <- paste("MOD", 1:5, sep="")
df
```

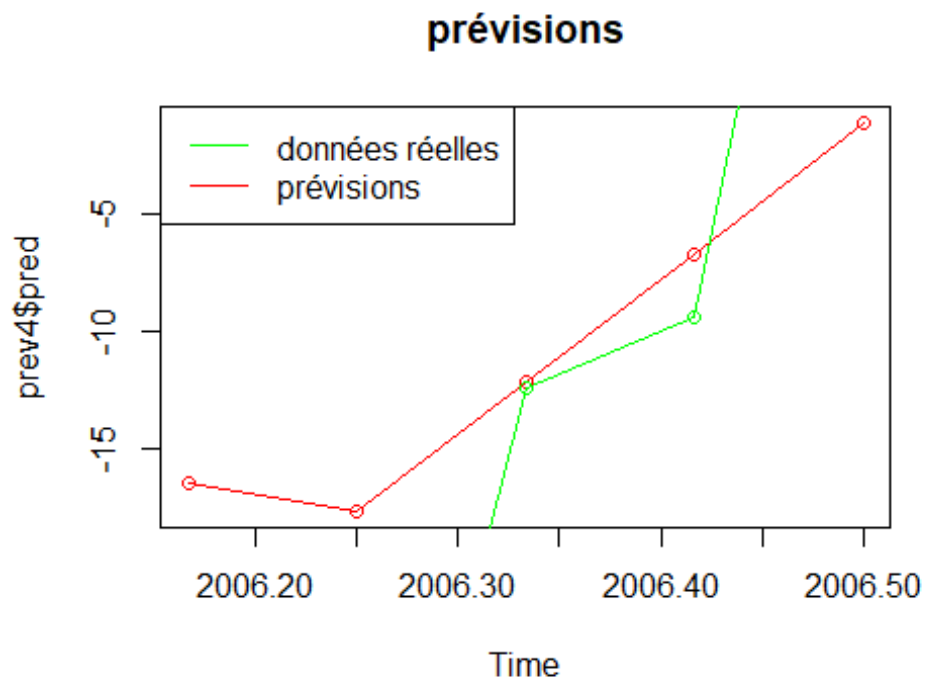

##	Modèle	AIC	Erreur
## MOD1	MA(6)	1535.26	18.78
## MOD2	AR(5)	1552.01	16.98
## MOD3	AR(4)	1553.78	19.93
## MOD4	ARMA(3,3)	1531.37	17.38
## MOD5	ARMA(1,3)	1537.81	20.86

Choix de modèle

En se basant sur le critère de l'AIC, le meilleur modèle est celui qui a le plus faible AIC, donc pour cette série il s'agit du ARMA(3,3).

On affiche les valeurs prédites et les données réelles.

```
plot(prev4$pred, type="o", main="prévisions", col="red")
lines(vrai, type="o", col="green")
legend(x='topleft', legend=c('données
réelles', 'prévisions'), col=c('green', 'red'), lty=1)
```



Affichons sur un même graphique les données réelles (res1) ainsi que les valeurs prédites.

```
plot.ts(res1, type='o', ylab="res1", xlim=c(1990, 2006), main='ARMA(3,3)',
col='blue')
lines(prev4$pred, col='red', type='o')
lines(vrai, col='green', type='o')
legend(x='topleft', legend=c('données
réelles', 'prévisions'), col=c('green', 'red'), lty=1)
```

ARMA(3,3)

