Факультет безопасности информационных технологий
Университет ИТМО

Группа ФИЗ-1 Э БИТ 1.2.1 **К работе допущены** ________
Студент Суханкулиев Мухаммет **Работа выполнена** ________
Преподаватель Тимофеева Э. О. **Отчет принят** ________

Отчет по проектной работе

Компьютерное моделирование физических процессов с использованием MATLAB

1. Цели работы.

1. Понять основы MATLAB и его использование для моделирования физических процессов.
2. Использование MATLAB для создания визуальных представлений движения частиц, выполняющих случайные блуждания.

2. Задачи, решаемые при выполнении работы.

1. Получить на экране картину движения точек, моделирующих случайные блуждания в соответствие с функцией распределения частиц по координате x.
2. Вывести на экран гистограмму распределения частиц по координате x.
3. Получить на экране графики $\langle x \rangle_n$ и $\langle x^2 \rangle_n$ в зависимости от числа шагов.
4. Получить на экране двумерную картину случайных блужданий частиц, вышедших из одной точки.

3. Метод выполнения задач.

Использование языка и среды разработки MATLAB (вер. R2023a).

4. Теоретические сведения для решения задач.

В программе смещения задаются датчиком случайных чисел. В качестве смещения задается величина $\Delta x = dh * (2.0 * rand - 1.0)$, где **rand** – квазислучайное число, вырабатываемое компьютером, **dh** – параметр случайного блуждания, масштаб «шага». При каждом обращении к процедуре **rand(m,n)** компьютер выдает матрицу $\boldsymbol{m} \times \boldsymbol{n}$ случайных чисел, лежащих в интервале от 0 до 1, причем для нашей задачи (и для множества других) выбор этих чисел неотличим от случайного, а распределение этих чисел в указанном интервале равномерное. Легко видеть, что распределение величин Δx окажется равномерным в интервале $-dh < \Delta x < dh$:

Санкт-Петербург
2024 г.

$$\frac{d\omega}{d\Delta x} = \begin{cases} 0 \text{ при } |\Delta x| > dh, \\ \frac{1}{2dh} \text{ при } |\Delta x| < dh. \end{cases}$$

Средний квадрат смещения при одном шаге

$$\langle (\Delta x)^2 \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} (\Delta x)^2 \frac{d\omega}{d\Delta x} d\Delta x = \frac{dh^2}{3}.$$

Получаемые нами смещения на первых одном – двух шагах совсем не похожи на броуновское движение, так как функция распределения еще далека от гауссовой, однако спустя три – пять шагов функция распределения начинает отлично имитировать гауссову и смещения становятся практически такими же, как блуждания броуновских частиц. Так и должно получиться согласно теории вероятностей.

1. Воспользуемся начальным вариантом программы **diffus.m**, имеющимся в пакете **MPP**.
2. Для вывода гистограммы создаем отдельное подокно. Используемые функции: **subplot**, **histogram**.

   «Теоретическая» функция:

   $$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi k a^2}} \exp\left(-\frac{x^2}{2ka^2}\right)$$

   Следует выбирать масштабы так, чтобы на экране площадь под этой кривой была равна площади под гистограммой. Площадь под гистограммой равна

   $$S_{\text{гист}} = (xmax - xmin)N/L$$

   где xmin, xmax - область отрисовки гистограммы по оси x, N -число частиц, а L - число бинов, на которые разбивается ось x. Чтобы согласовать указанным образом масштаб функции выше, следует изображать функцию $w = S_{гист}f(x)$ в том же масштабе, что и гистограмму: $(xmin \leq x \leq xmax, 0 \leq w \leq wmax)$.

   Сохранится ли описанное согласование масштабов, если значительная доля частиц «расползется» за пределы интервала **[xmin, xmax]**?

   Ответ: Для этого нужно обновить цикл **while**. А именно – откомментировать строки 39-41, которые содержаться в исходном коде. Но тогда масштаб гистограммы будет обновляться по мере «расползания» частиц.
3. С помощью метода наименьших квадратов находится прямая на плоскости XY, проходящая в определенном смысле наиболее близко к заданным N точкам с координатами (x_i, y_i). Речь идет о такой прямой, чтобы сумма квадратов отклонений от нее по вертикали Δy_i принимала наименьшее значение. Такая задача возникает, если мы хотим аппроксимировать линейной функцией $y = a_0 + a_1 x$ экспериментально найденную зависимость $y(x)$, причем точность определения величин x была высокой, а величины y находились приближенно. Минимум функции $F = \sum_i (a_0 + a_1 x_i - y_i)^2$ определяется условиями

$$\partial F/\partial a0 = \partial F/\partial a1 = 0$$

которые приводят к системе линейных уравнений

$$Na_0 + a_1 \sum x_i = \sum y_i,$$

$$a_0 \sum x_i + a_1 \sum x_i^2 = \sum x_i y_i.$$

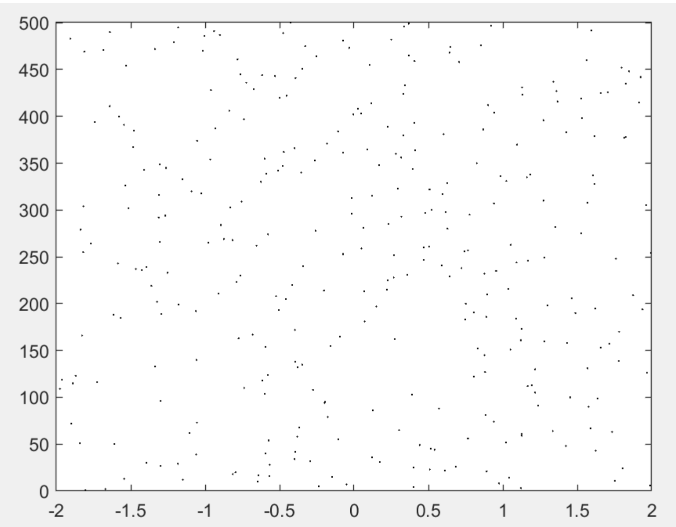
Из этой системы уравнений находятся коэффициенты a_0 и a_1, которые определяют искомую прямую.

4. Если мы разобьем плоскость x, y на кольца одинаковой ширины и подсчитаем количества частиц в каждом из колец, то получим функцию распределения по расстоянию от начала координат $R = \sqrt{x^2 + y^2}$.

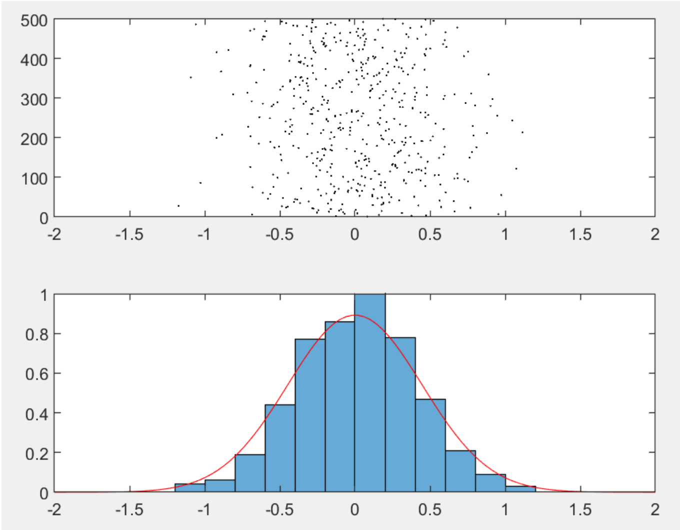
   Заметим, что предложенный закон блужданий обладает анизотропией. Например, после первого шага частицы заполнят квадрат (а не круг, как было при изотропных блужданиях). Однако спустя несколько шагов облако частиц становится изотропным.

   Для того, чтобы получить на экране зависимость концентрации частиц от R (в виде гистограммы) количество частиц в каждом из колец, найденное с помощью процедуры histogram, следует разделить на площадь этого кольца и лишь затем воспользоваться процедурой для отрисовки полученной зависимости.

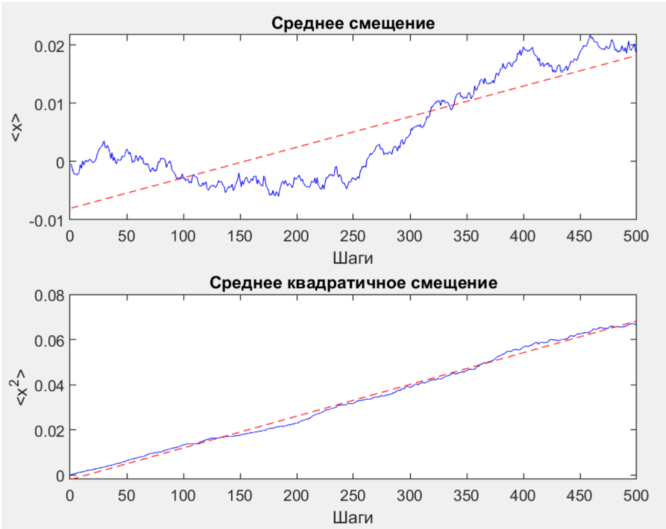
5. Окончательные результаты.

1. 

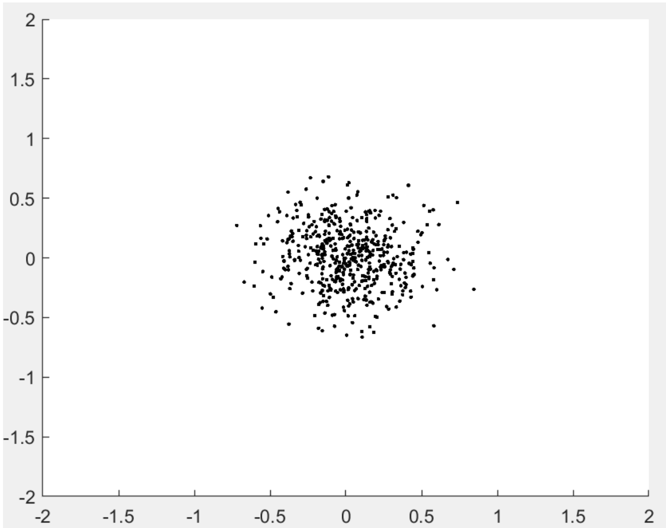
2.

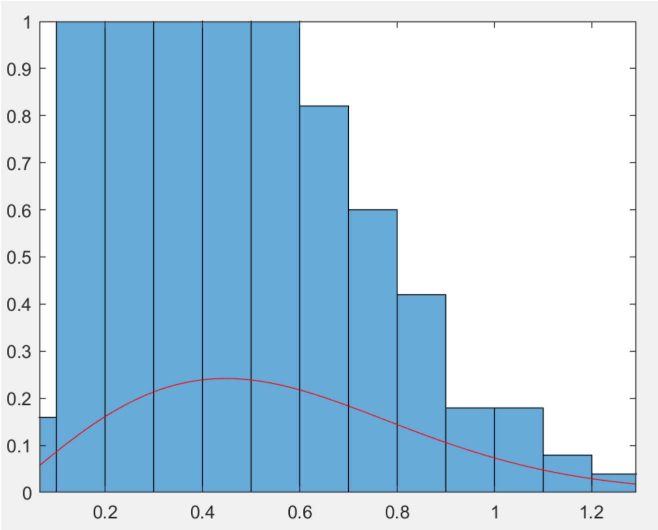


3.


Среднее смещение
<x>
Шаги
Среднее квадратичное смещение
<x^2>
Шаги

4.





6. Выводы и анализ результатов работы.

В ходе выполнения проекта я успешно изучил основы работы с MATLAB и применение этого инструмента для моделирования физических процессов. Я научился использовать MATLAB для создания визуальных представлений движения частиц, выполняющих случайные блуждания, и получил на экране различные графики и гистограммы, отражающие эти процессы.

Список использованных источников

1. Коткин Г. Л., Черкасский В. С. Компьютерное моделирование физических процессов с использованием MATLAB: Учеб. пособие / Новосиб. ун-т. Новосибирск, 2001. 173 с.