

ОБЩАЯ ЭЛЕКТРОТЕХНИКА

Расчет цепей постоянного тока методом эквивалентных преобразований, методом эквивалентного генератора
Баланс мощностей

Никитина Мария Владимировна
mynikitina@itmo.ru

Кононова Мария Евгеньевна
maria.kononova@itmo.ru

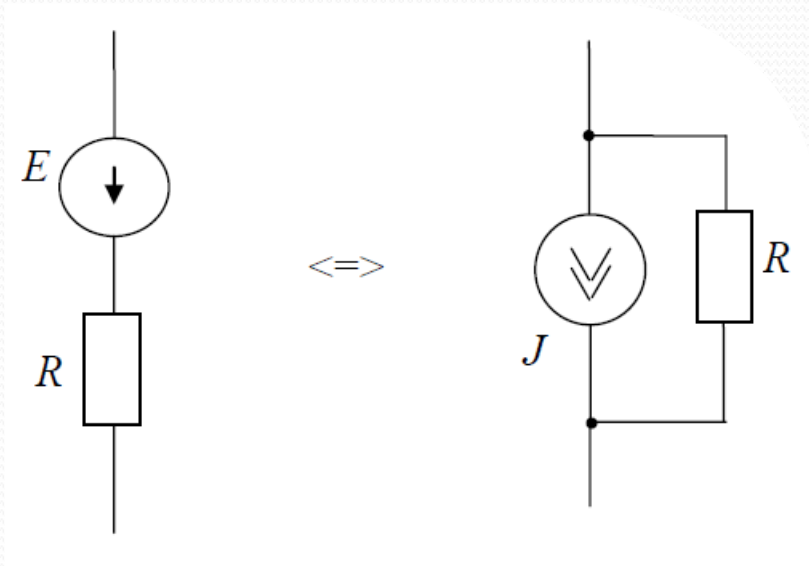
Санкт-Петербург – 2021

Типовые эквивалентные преобразования

Суть метода эквивалентных преобразований (МЭП) заключается в применении типовых эквивалентных преобразований к исходной схеме для ее сведения к одноконтурной относительно ветви с искомым током.

1. Преобразования источников энергии

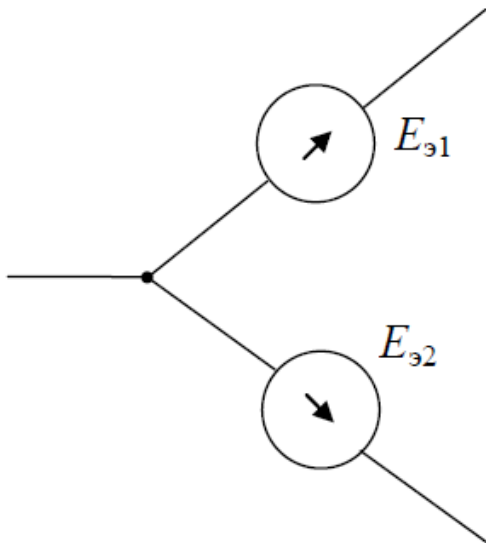
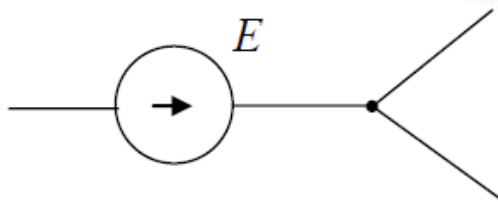
а) преобразование реальных источников энергии друг в друга



$$J = E/R \quad \Leftrightarrow \quad E = J \cdot R$$

Типовые эквивалентные преобразования

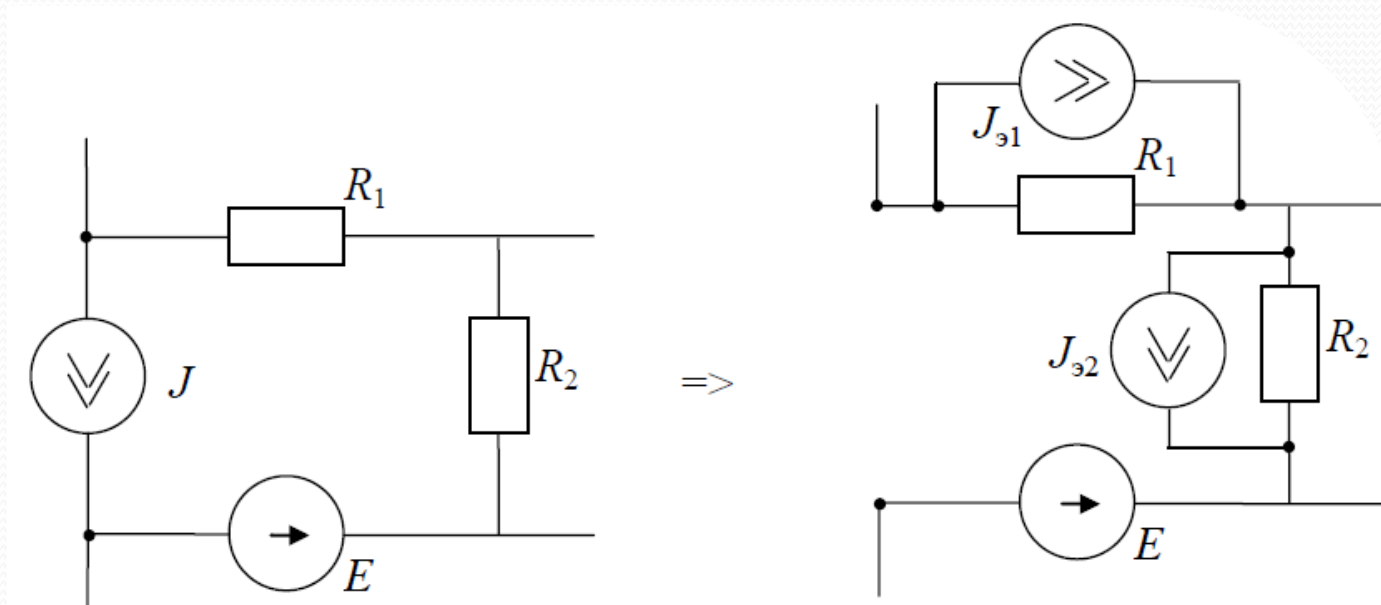
б) расщепление идеальных источников ЭДС



$$E_{\text{э1}} = E_{\text{э2}} = E$$

Типовые эквивалентные преобразования

в) расщепление идеальных источников тока

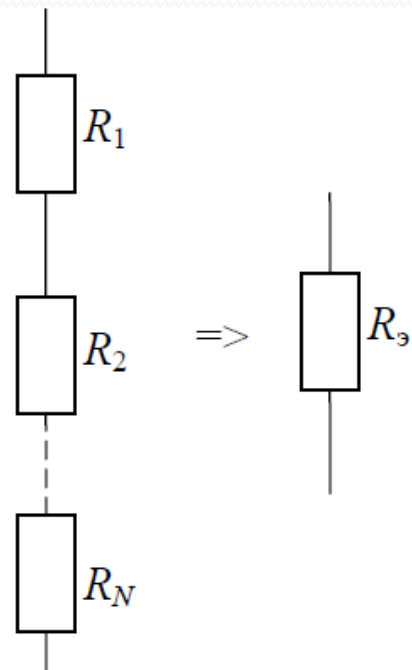


$$J_{\text{э1}} = J_{\text{э2}} = J$$

Типовые эквивалентные преобразования

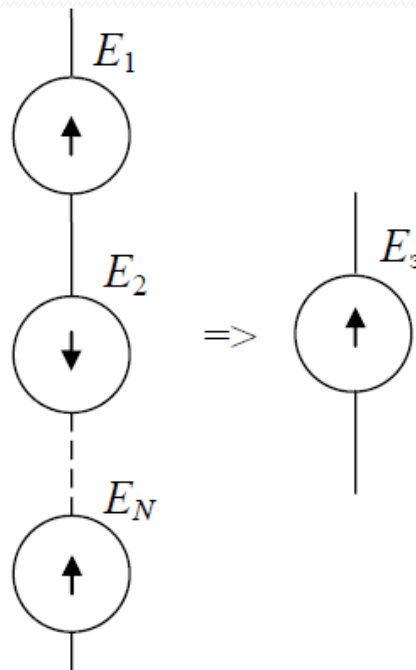
2. Преобразование последовательно соединенных элементов

а) R



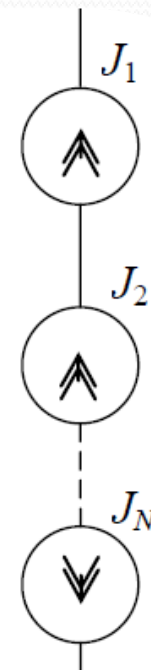
$$R_3 = \sum R_n$$

б) E



$$E_3 = \sum \pm E_n$$

в) J



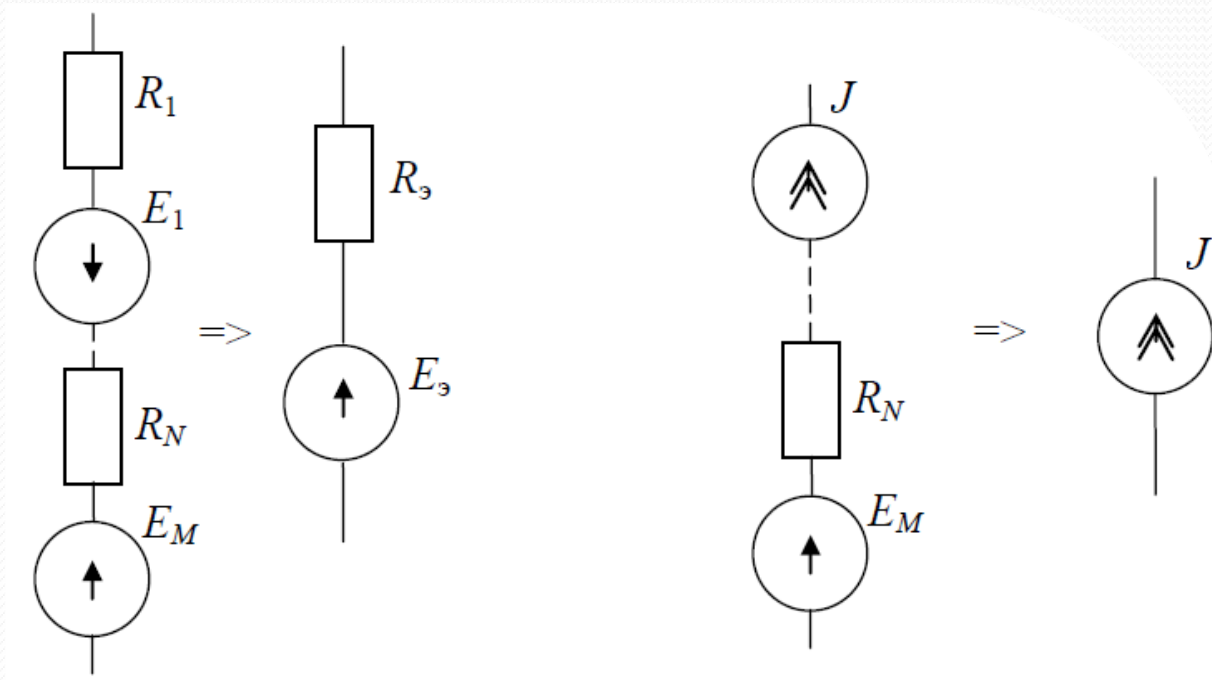
невозможное
соединение

Типовые эквивалентные преобразования

2. Преобразование последовательно соединенных элементов

г) R, E

д) R, E, J



$$R_3 = \sum R_n, \quad E_3 = \sum \pm E_m$$

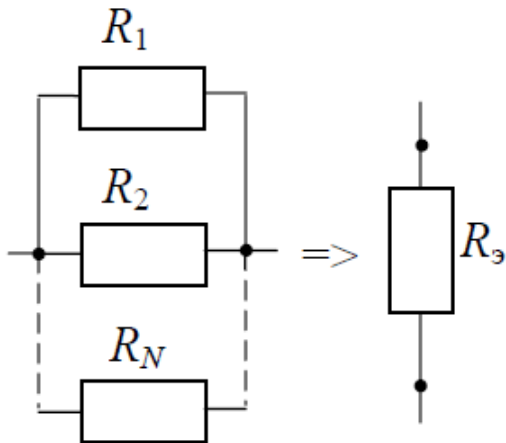
Типовые эквивалентные преобразования

3. Преобразование параллельно соединенных элементов

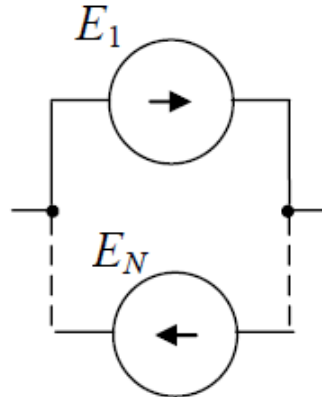
а) R

б) E

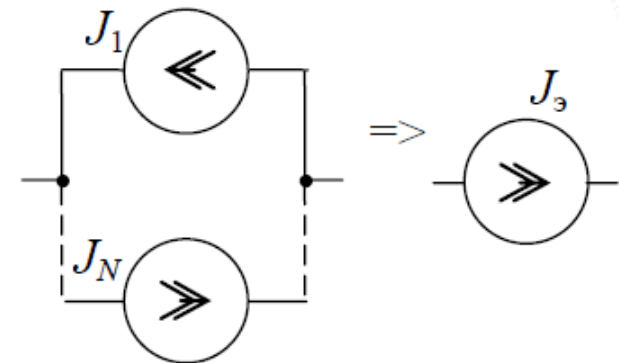
в) J



$$R_3 = 1 / \sum (1/R_n)$$



невозможное
соединение



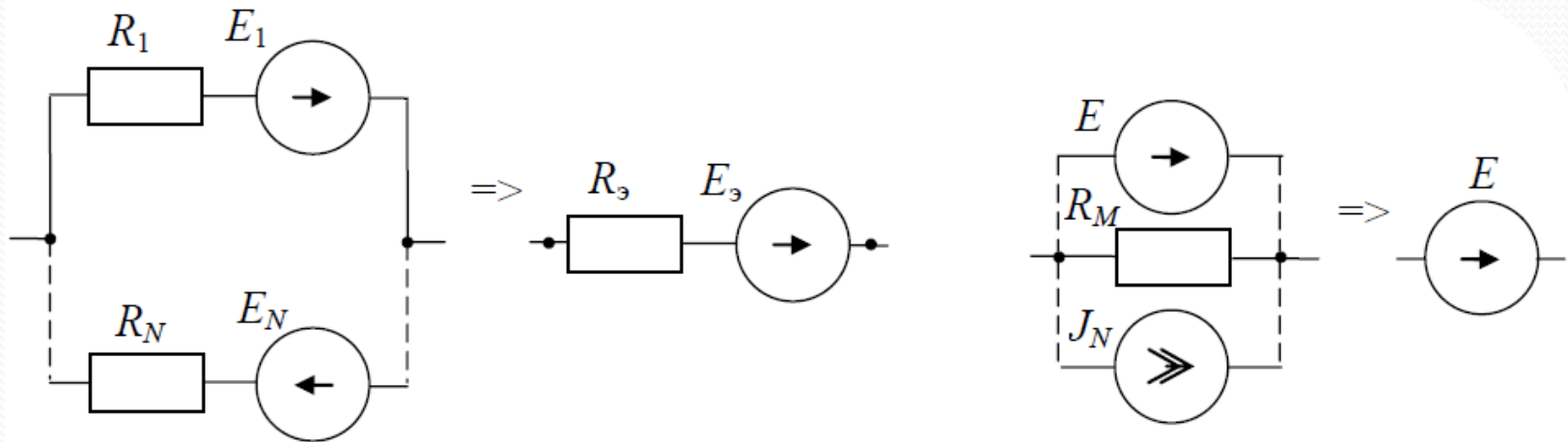
$$J_3 = \sum \pm J_n$$

Типовые эквивалентные преобразования

3. Преобразование параллельно соединенных элементов

г) R, E

д) R, J, E

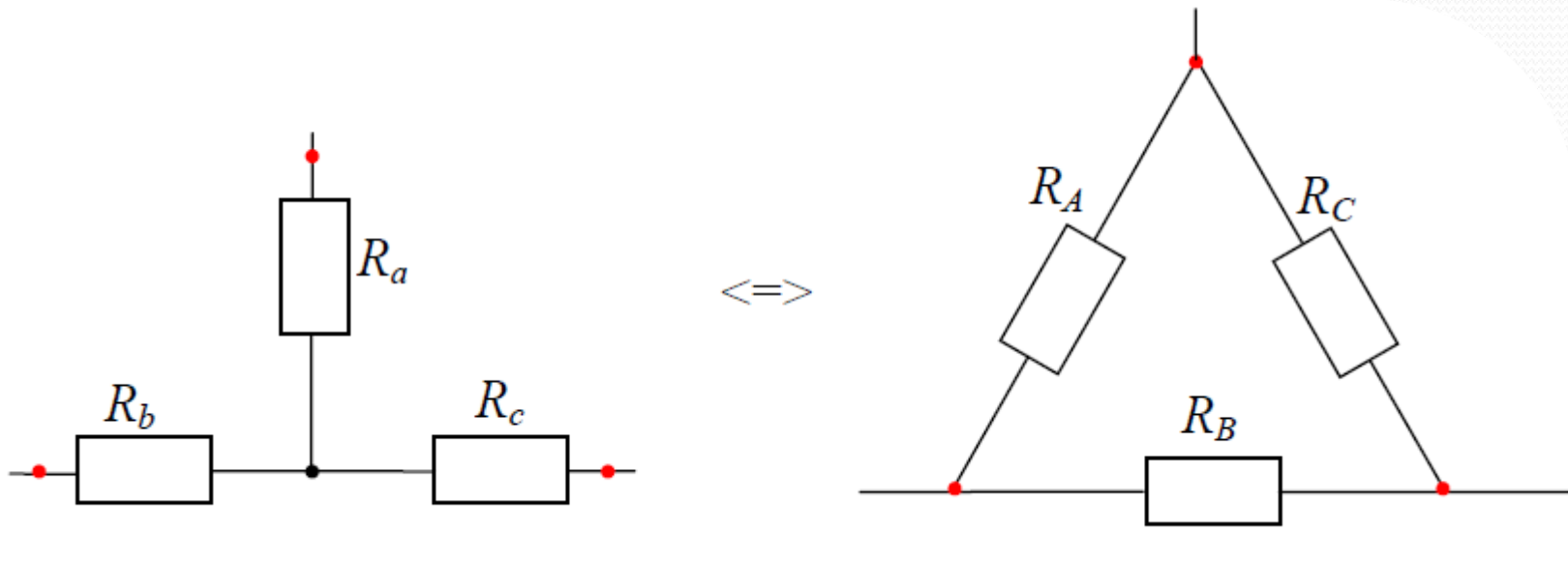


$$R_3 = 1 / \sum (1 / R_n)$$

$$E_3 = R_3 \cdot \sum (\pm E_n / R_n)$$

Типовые эквивалентные преобразования

4. Преобразование треугольник-звезда и обратно



$$R_a = R_A \cdot R_C / (R_A + R_B + R_C)$$

$$R_b = R_A \cdot R_B / (R_A + R_B + R_C)$$

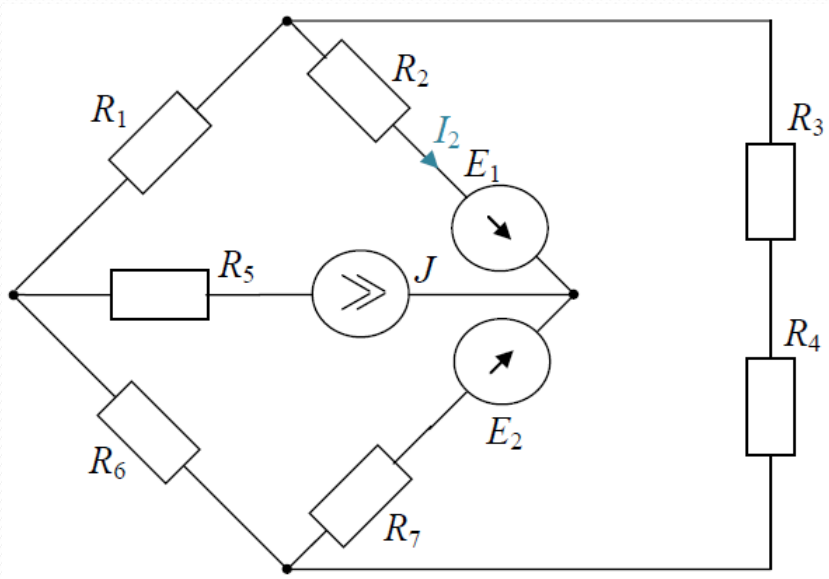
$$R_c = R_B \cdot R_C / (R_A + R_B + R_C)$$

$$R_A = R_a + R_b + R_a \cdot R_b / R_c$$

$$R_B = R_c + R_b + R_c \cdot R_b / R_a$$

$$R_C = R_a + R_c + R_a \cdot R_c / R_b$$

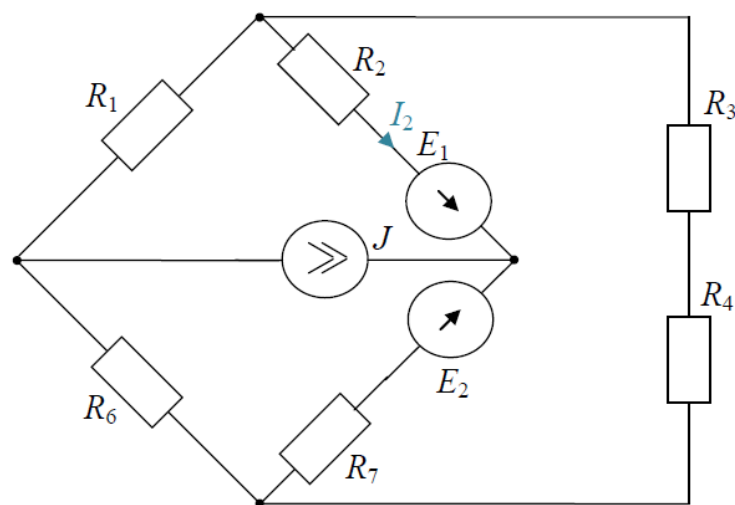
Расчет цепей постоянного тока методом эквивалентных преобразований (МЭП)



Дано: $E_1=20$ [В], $E_2=5$ [В], $J=0,5$ [А],
 $R_1=R_2=R_3=R_4=R_6=1$ [Ом],
 $R_5=4$ [Ом], $R_7=5$ [Ом].

Найти: найти ток через любой источник ЭДС МЭП (I_2)

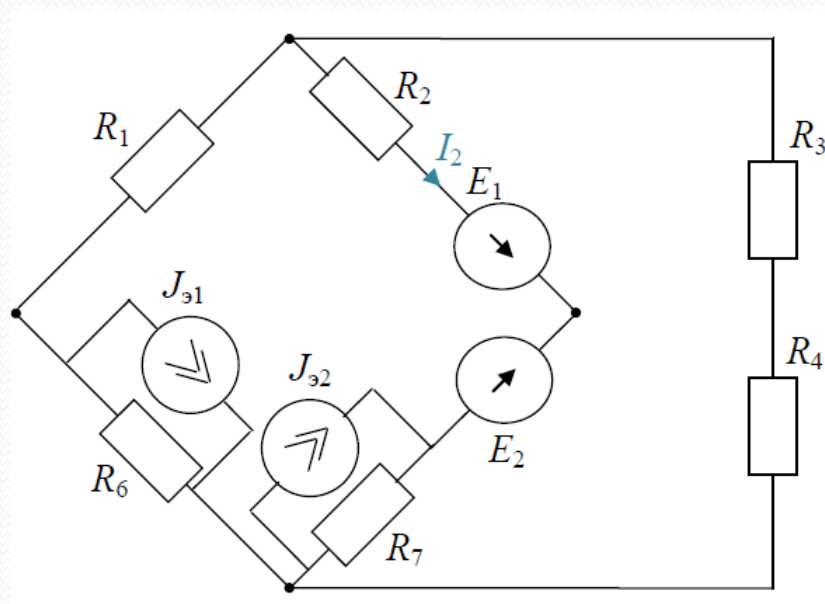
Расчет цепей постоянного тока методом эквивалентных преобразований (МЭП)



Решение:

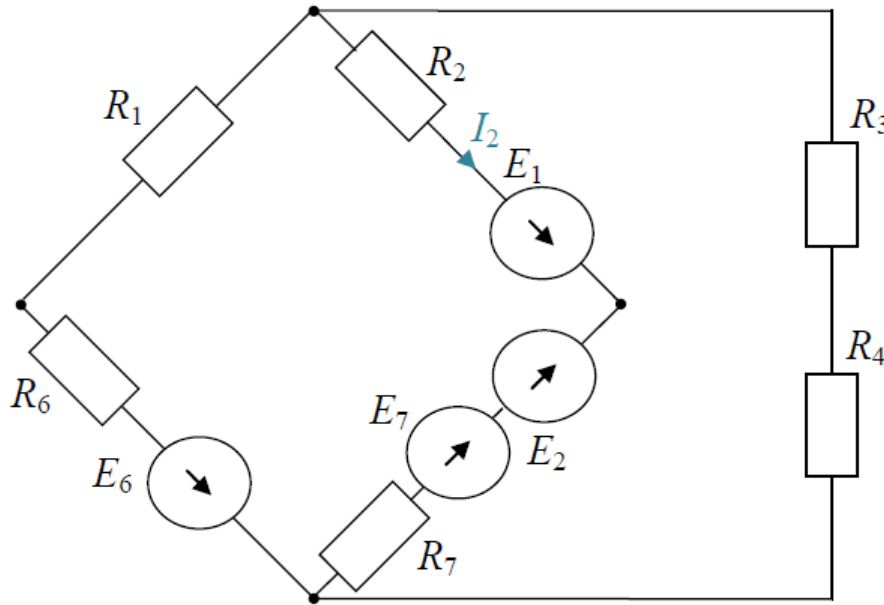
1. R_5 посл. J удаляем [2д].

Расчет цепей постоянного тока методом эквивалентных преобразований (МЭП)



2. Расщепляем J на R_6 , R_7 , E_2 [1В].

Расчет цепей постоянного тока методом эквивалентных преобразований (МЭП)

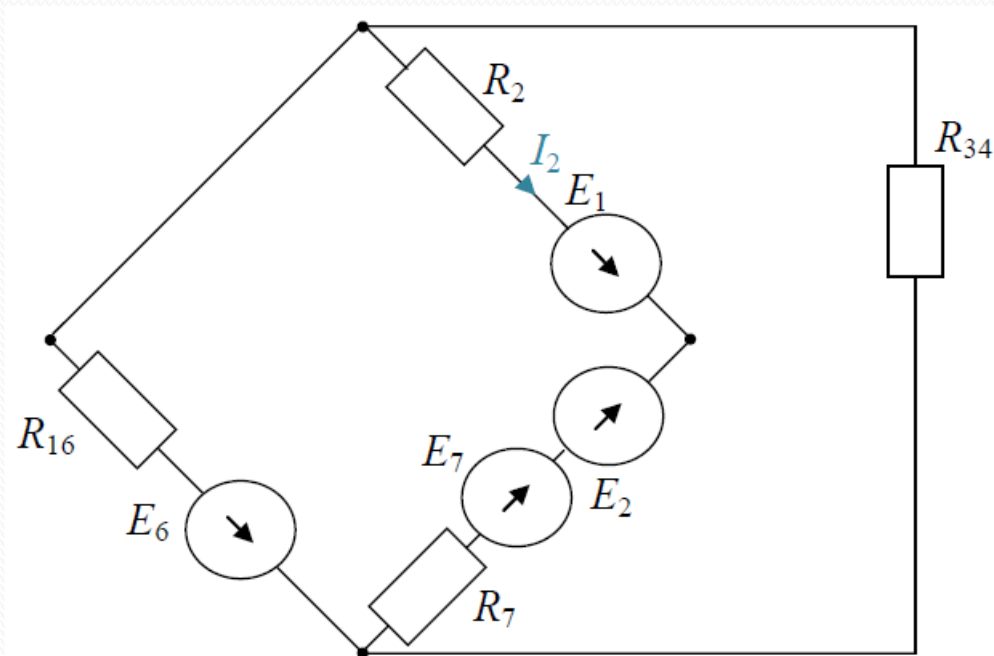


3. $J_{\text{э}1}$ парал. $R_6 \rightarrow E_6$ посл. R_6 [1а],
 $J_{\text{э}2}$ парал. $R_7 \rightarrow E_7$ посл. R_7 [1а].

$$E_6 = R_6 \cdot J_{\text{э}1} = 1 \cdot 0,5 = 0,5 \text{ [В]},$$

$$E_7 = R_7 \cdot J_{\text{э}2} = 5 \cdot 0,5 = 2,5 \text{ [В]}.$$

Расчет цепей постоянного тока методом эквивалентных преобразований (МЭП)

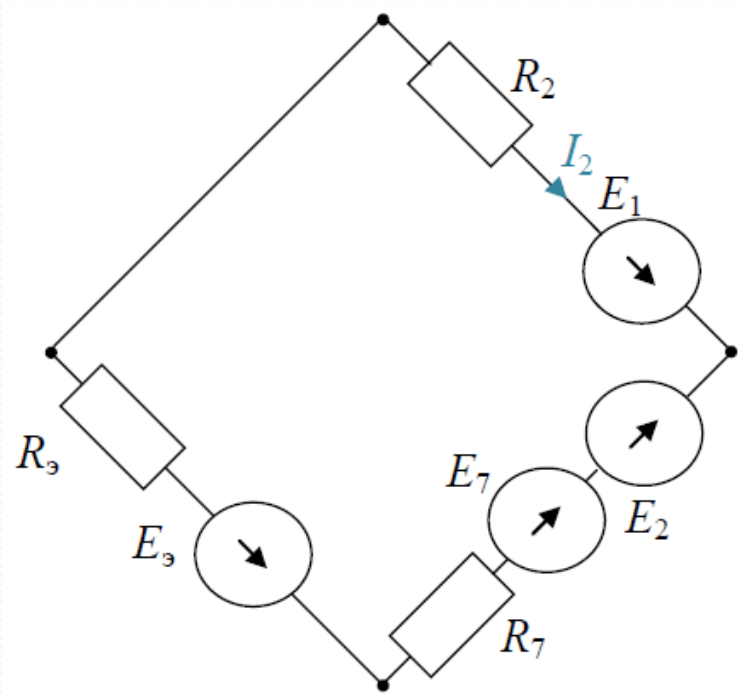


4. R_1 посл. $R_6 \rightarrow R_{16}$ [2а],
 R_3 посл. $R_4 \rightarrow R_{34}$ [2а].

$$R_{16} = R_1 + R_6 = 1 + 1 = 2 \text{ [Ом]},$$

$$R_{34} = R_3 + R_4 = 1 + 1 = 2 \text{ [Ом]}.$$

Расчет цепей постоянного тока методом эквивалентных преобразований (МЭП)

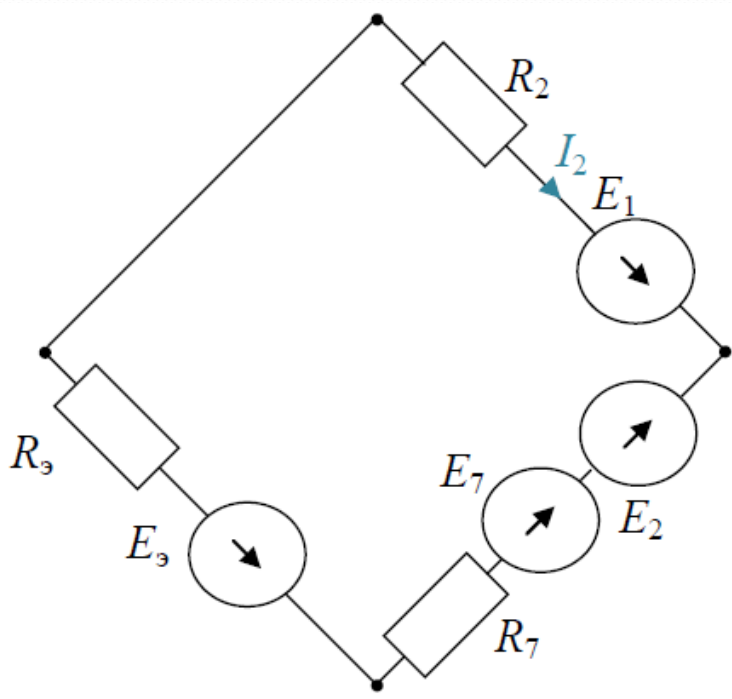


5. $(R_{16} \text{ посл. } E_6) \text{ парал. } R_{34} \rightarrow R_9 \text{ посл. } E_9 [3\Gamma].$

$$R_9 = 1 / (1/R_{16} + 1/R_{34}) = 1 / (1/2 + 1/2) = 1 \text{ [Ом]},$$

$$E_9 = R_9 \cdot (E_6/R_{16}) = 1 \cdot (0,5/2) = 0,25 \text{ [В]}.$$

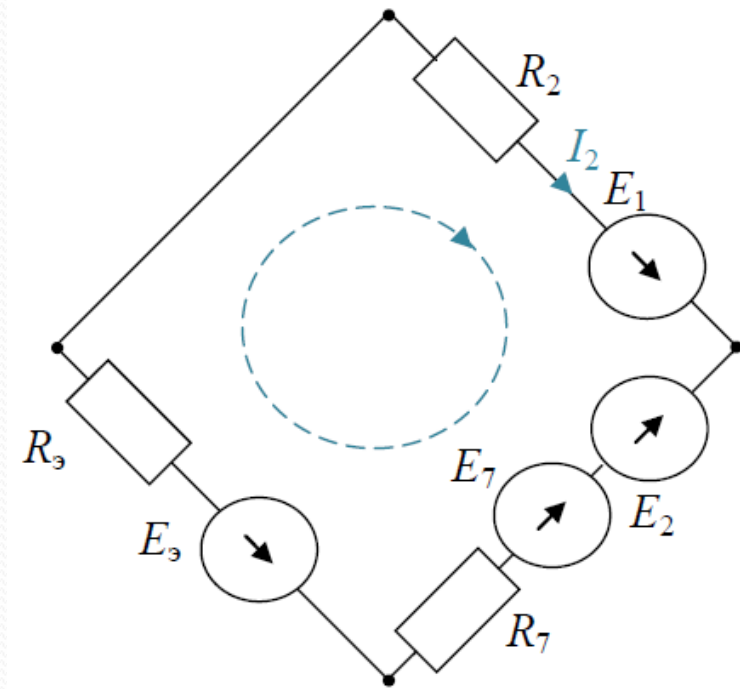
Расчет цепей постоянного тока методом эквивалентных преобразований (МЭП)



6. Схема сведена к одноконтурной относительно ветви с искомым током.

Искомый ток R_2 определим с использованием ЗКП.

Расчет цепей постоянного тока методом эквивалентных преобразований (МЭП)



$$(R_2 + R_7 + R_3) \cdot I_2 = E_1 - E_2 - E_7 - E_3$$

$$I_2 = (E_1 - E_2 - E_7 - E_3) / (R_2 + R_7 + R_3)$$

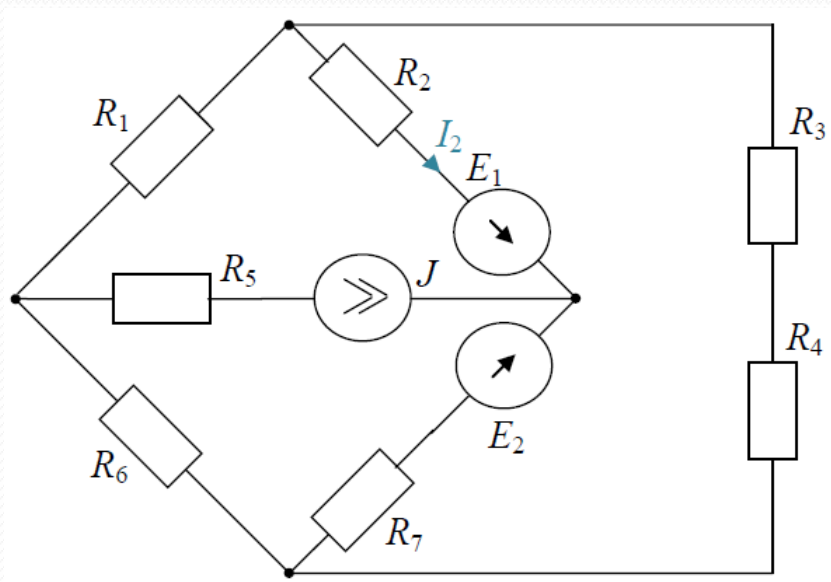
$$I_2 = (20 - 5 - 2,5 - 0,25) / (1 + 5 + 1) = 12,25 / 7 = 1,75 \text{ [A]}.$$

Ответ: $I_2 = 1,75 \text{ [A]}$.

Алгоритм расчета цепей постоянного тока методом эквивалентного генератора (МЭГ)

- 1. Определить ЭДС генератора (E_r).** Составить цепь холостого хода и определить напряжение между точками подключения ветви с искомым током (U_{xx}). Цепь холостого хода формируется из исходной путем удаления ветви с искомым током. ЭДС генератора равна найденному напряжению ($E_r = U_{xx}$).
- 2. Определить сопротивление генератора (R_r).** Составить пассивную цепь и определить эквивалентное сопротивление между точками подключения ветви с искомым током ($R_{э\text{кв}}$). Пассивная цепь формируется из цепи холостого хода путем удаления из последней источников энергии (источники ЭДС закорачиваются (заменяются проводником), источники тока обрываются). Сопротивление генератора равно найденному эквивалентному сопротивлению ($R_r = R_{э\text{кв}}$).
- 3. Определить искомый ток (I_x).** Составить одноконтурную цепь, содержащую ветвь с искомым током и последовательное соединение E_r и R_r . Используя второй закон Кирхгофа вывести формулу для определения искомого тока.

Расчет цепей постоянного тока методом эквивалентного генератора (МЭГ)



Дано: $E_1=20$ [В], $E_2=5$ [В], $J=0,5$ [А],
 $R_1=R_2=R_3=R_4=R_6=1$ [Ом],
 $R_5=4$ [Ом], $R_7=5$ [Ом].

Найти: найти ток через любой источник ЭДС МЭГ (I_2)

Расчет цепей постоянного тока методом эквивалентного генератора (МЭГ)

Решение:

1. Определение E_r

а) по ЗКП для контура $R_1, U_{xx}, E_2, R_7, R_6$:

$$R_1 I^{**} - U_{xx} + R_7 J + R_6 I^* = -E_2,$$

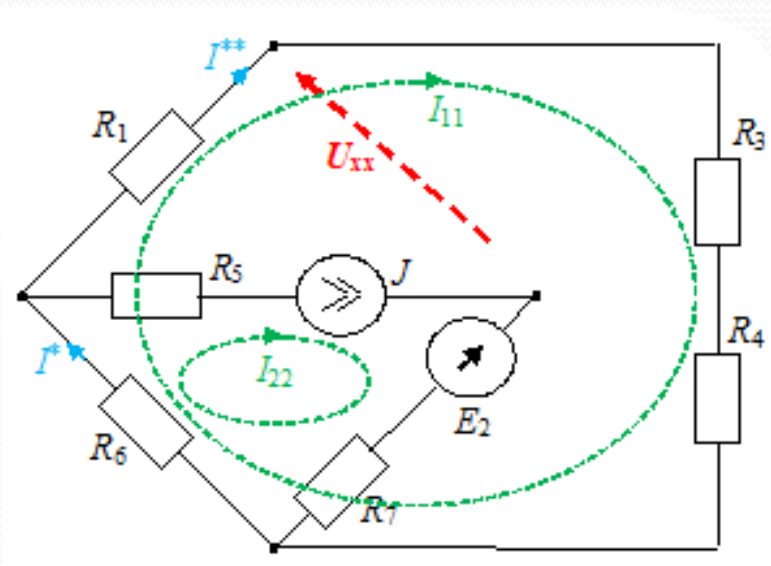
следовательно,

$$U_{xx} = R_1 I^{**} + R_7 J + R_6 I^* + E_2.$$

б) I^* и I^{**} найдем МКТ: $I_{22} = J = 0,5$ [A].

$$(R_1 + R_3 + R_4 + R_6) I_{11} + R_6 I_{22} = 0,$$

$$\begin{aligned} \text{тогда } I_{11} &= -R_6 I_{22} / (R_1 + R_3 + R_4 + R_6) = \\ &= -1 \cdot 0,5 / (1 + 1 + 1 + 1) = -0,125 \text{ [A]}. \end{aligned}$$



Расчет цепей постоянного тока методом эквивалентного генератора (МЭГ)

$$I^* = I_{11} + I_{22} = -0,125 + 0,5 = 0,375 \text{ [A]},$$

$$I^{**} = I_{11} = -0,125 \text{ [A]}.$$

в) итак,

$$\begin{aligned} E_r = U_{xx} &= R_1 I^{**} + R_7 J + R_6 I^* + E_2 = \\ &= 1 \cdot (-0,125) + 5 \cdot 0,5 + 1 \cdot 0,375 + 5 = 7,75 \text{ [В]}. \end{aligned}$$

2. Определение R_r

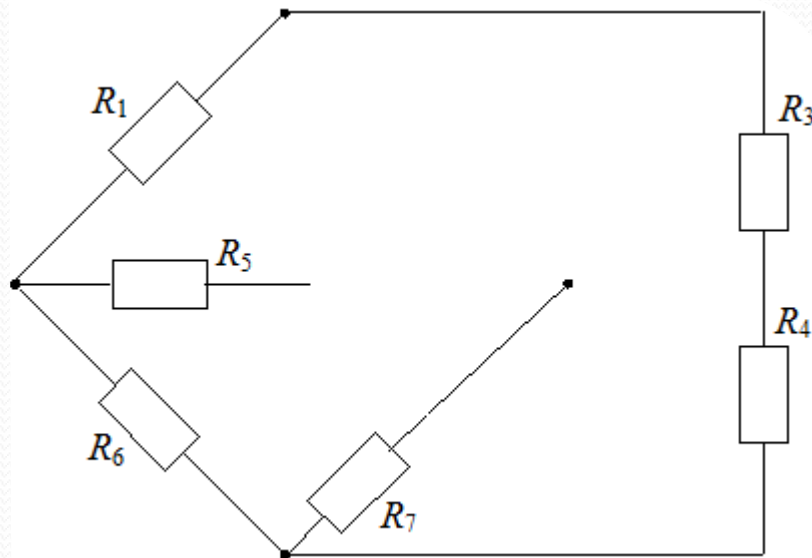
а) R_5 удаляем

б) R_1 посл. $R_6 \rightarrow R_{16}$,

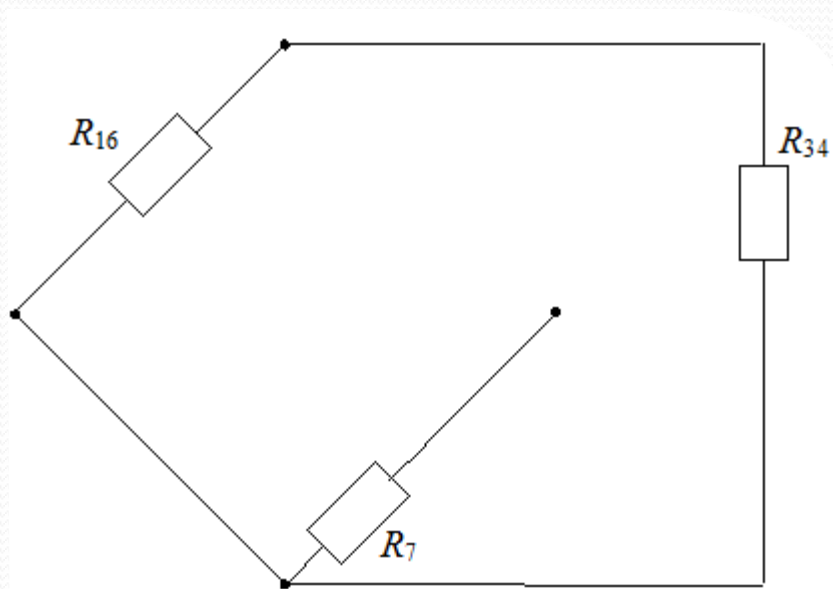
R_3 посл. $R_4 \rightarrow R_{34}$

$$R_{16} = R_1 + R_6 = 1 + 1 = 2 \text{ [Ом]},$$

$$R_{34} = R_3 + R_4 = 1 + 1 = 2 \text{ [Ом]}.$$



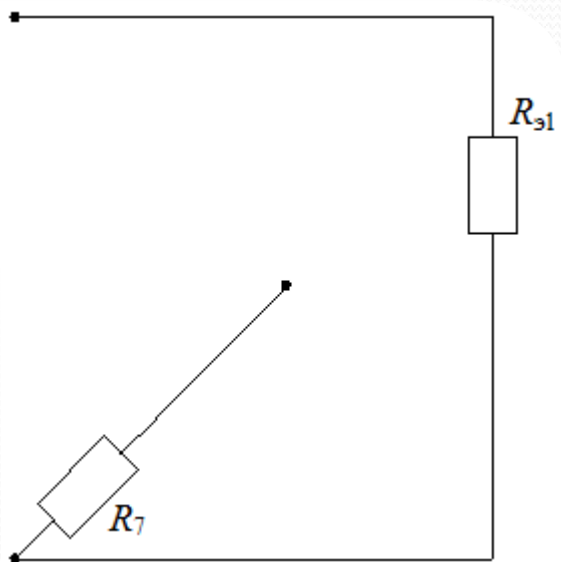
Расчет цепей постоянного тока методом эквивалентного генератора (МЭГ)



в) R_{16} парал. $R_{34} \rightarrow R_{э1}$.

$$R_{э1} = 1 / (1/R_{16} + 1/R_{34}) = \\ = 1 / (1/2 + 1/2) = 1 \text{ [Ом]}$$

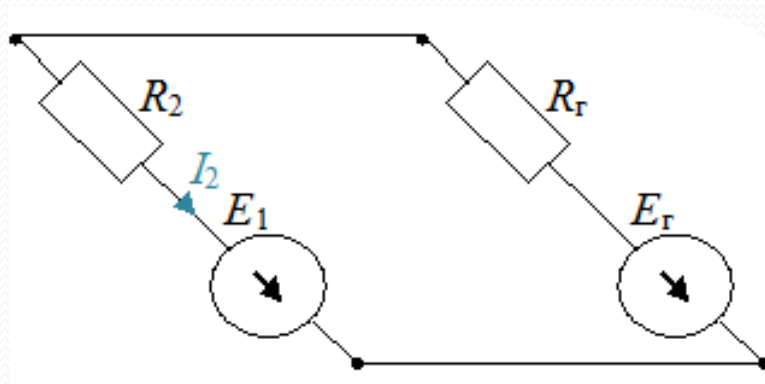
Расчет цепей постоянного тока методом эквивалентного генератора (МЭГ)



г) $R_{\text{э1}}$ послед. $R_7 \rightarrow R_{\text{экв}}$.

$$\begin{aligned} R_{\Gamma} = R_{\text{экв}} &= R_{\text{э1}} + R_7 = \\ &= 1 + 5 = 6 \text{ [Ом]} \end{aligned}$$

Расчет цепей постоянного тока методом эквивалентного генератора (МЭГ)



3. Определение I_2

По ЗКП: $(R_2 + R_r) \cdot I_2 = E_1 - E_r$

$$I_2 = (E_1 - E_r) / (R_2 + R_r) = \\ = (20 - 7,75) / (1 + 6) = 1,75 \text{ [A]}.$$

Ответ: $I_2 = 1,75 \text{ [A]}$.

Баланс мощностей

На основании закона сохранения энергии мощность, развиваемая источниками электрической энергии в цепи должна быть равна мощности преобразуемой в другие виды энергии в нагрузке:

$$P_{\text{и}} = P_{\text{п}}$$

или

$$\sum \pm P_J + \sum \pm P_E = \sum P_R,$$

где $P_{\text{и}}$ – суммарная мощность источников энергии, $P_{\text{п}}$ – суммарная мощность потребителей (нагрузки), P_J – мощность источника тока, P_E – мощность источника ЭДС, P_R – мощность резистивного элемента.

Баланс мощностей

Мощность источника тока

$$P_J = \pm U_J \cdot J$$

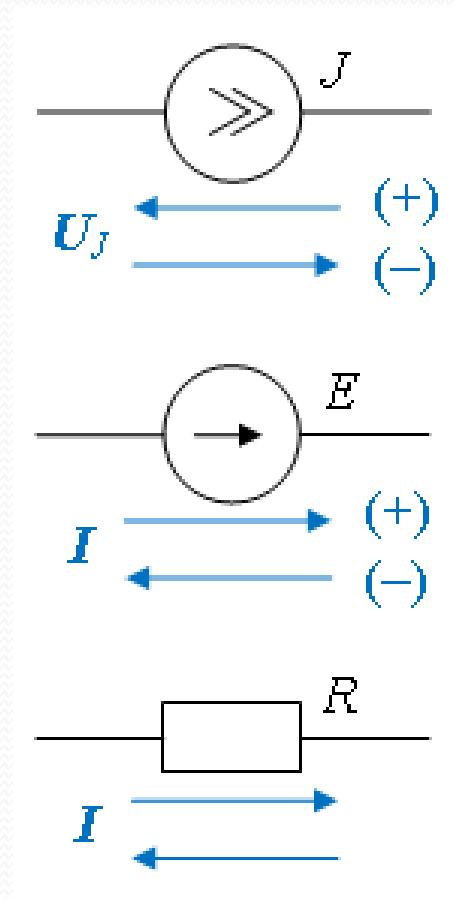
(U_J направляется произвольно и
определяется с использованием ЗКП)

Мощность источника ЭДС

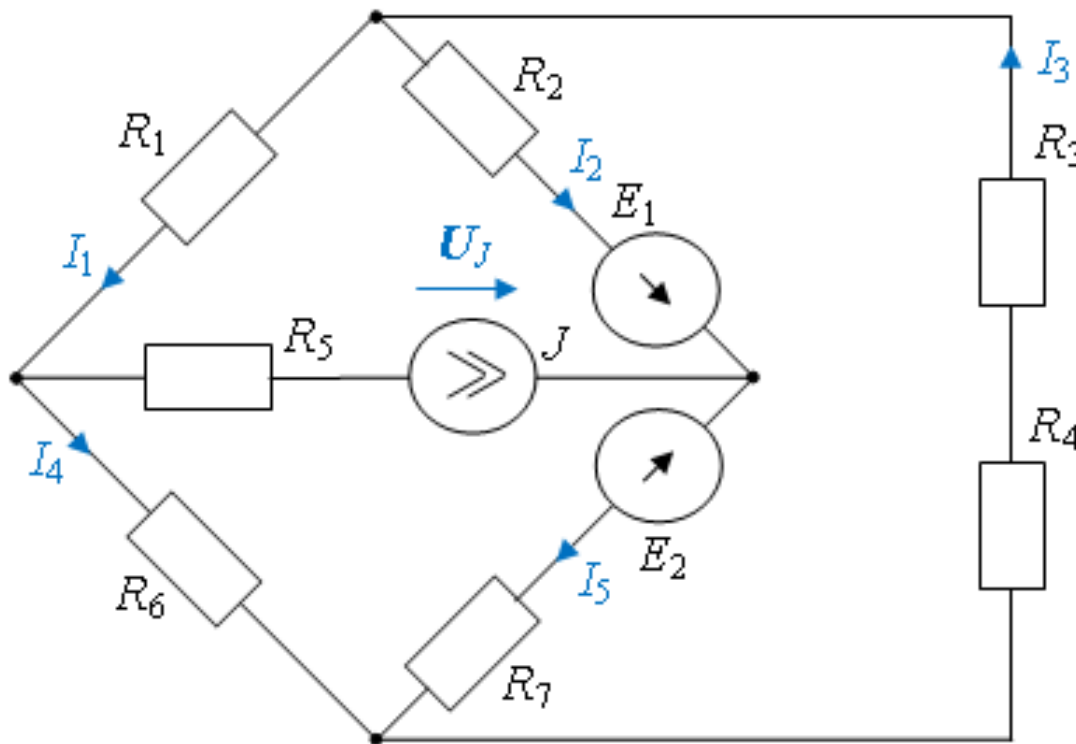
$$P_E = \pm E \cdot I$$

Мощность резистивного элемента

$$P_R = R \cdot I^2$$



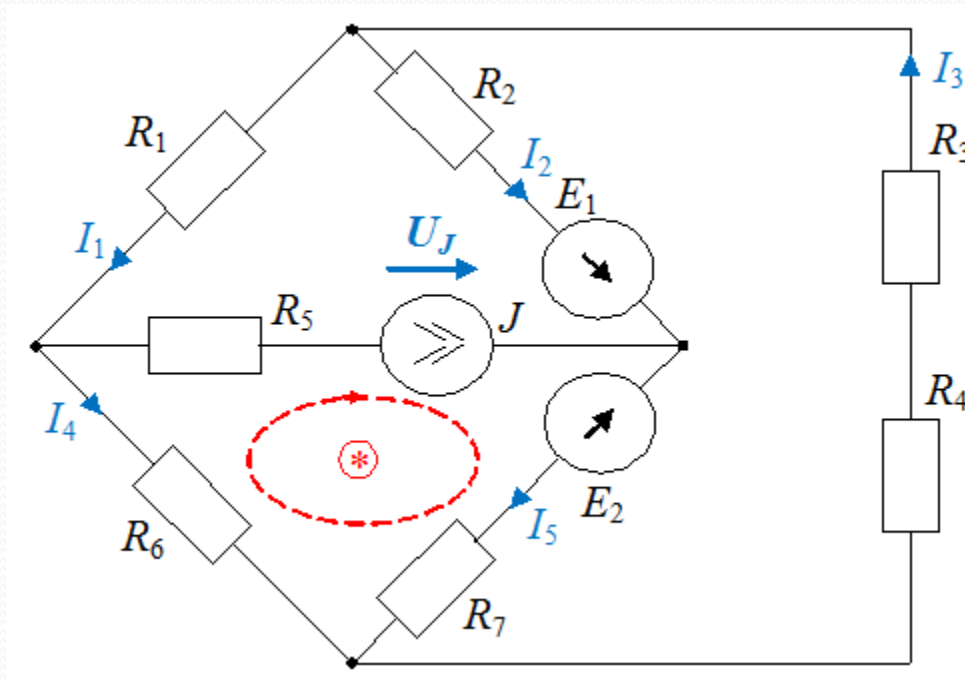
Пример



Дано: $E_1=20$ [В], $E_2=5$ [В],
 $J=0,5$ [А], $R_5=4$ [Ом],
 $R_1=R_2=R_3=R_4=R_6=1$ [Ом],
 $R_7=5$ [Ом], $I_1=-0,75$ [А],
 $I_2=1,75$ [А], $I_3=1$ [А],
 $I_4=-1,25$ [А], $I_5=2,25$ [А].

Найти: U_J , мощности всех
элементов цепи,
суммарные мощности
источников и приемников,
показать, что соблюдается
БМ.

Пример



Решение:

1) Определение U_J
по ЗКП для контура (*)

$$R_5 \cdot J + U_J + R_7 \cdot I_5 - R_6 \cdot I_4 = -E_2$$

тогда

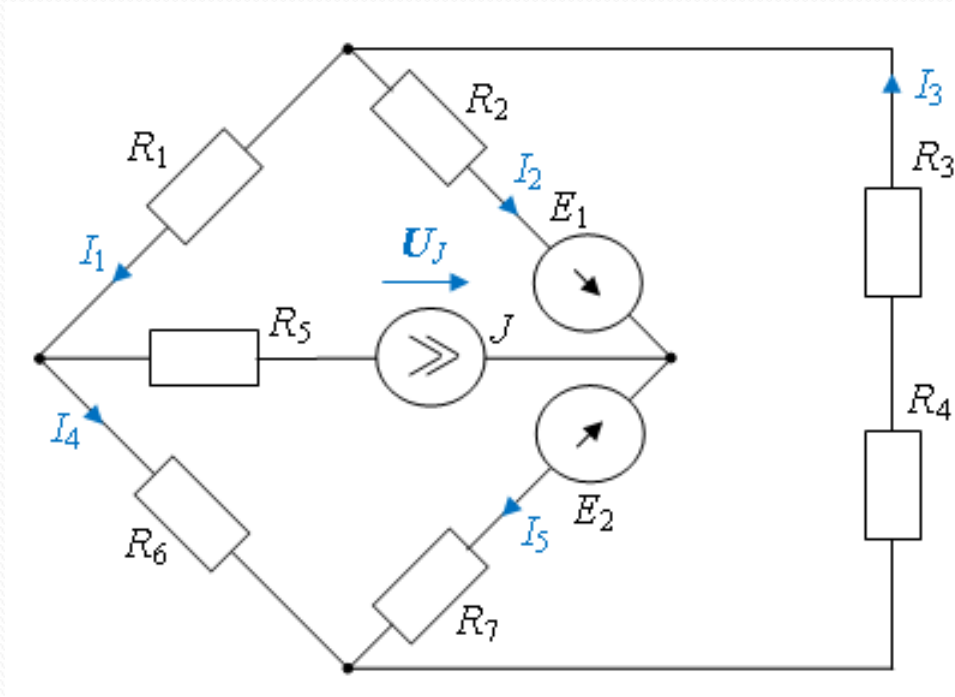
$$U_J = -E_2 - R_5 \cdot J - R_7 \cdot I_5 + R_6 \cdot I_4$$

$$U_J = -5 - 4 \cdot 0,5 - 5 \cdot 2,25 + 1 \cdot (-1,25)$$

$$U_J = -19,5 \text{ [В]}.$$

Пример

2) Определение мощностей элементов

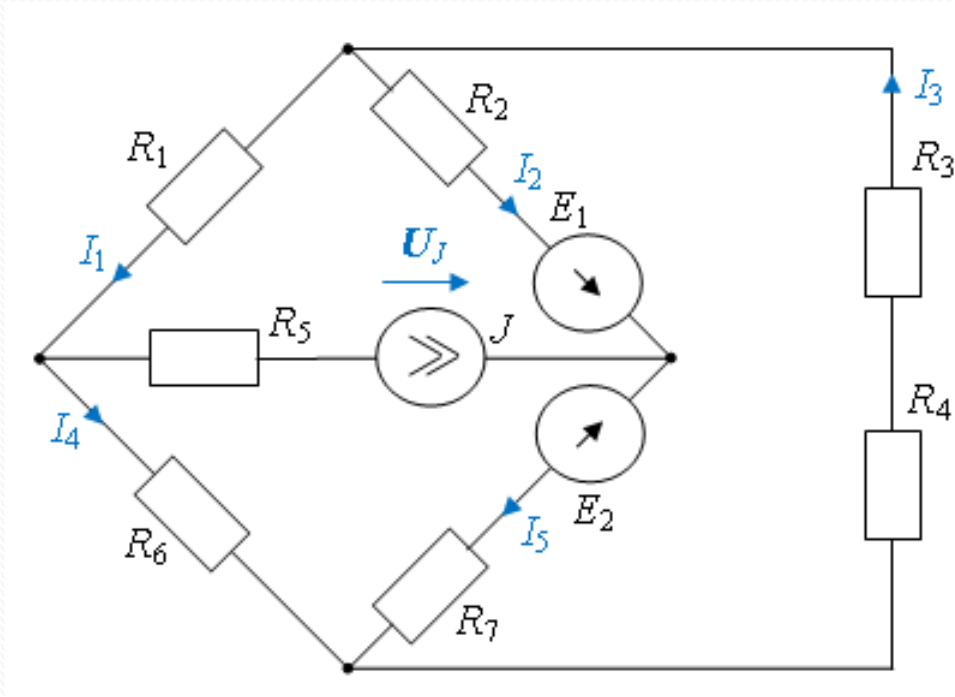


$$P_J = -U_J \cdot J = -(-19,5) \cdot 0,5 = 9,75 \text{ [Вт]}$$

$$P_{E1} = E_1 \cdot I_2 = 20 \cdot 1,75 = 35 \text{ [Вт]}$$

$$P_{E2} = -E_2 \cdot I_5 = -5 \cdot 2,25 = -11,25 \text{ [Вт]}$$

Пример



$$P_{R1}=R_1 \cdot I_1^2 = 1 \cdot (-0,75)^2 = 0,5625 \text{ [Вт]}$$

$$P_{R2}=R_2 \cdot I_2^2 = 1 \cdot (1,75)^2 = 3,0625 \text{ [Вт]}$$

$$P_{R3}=R_3 \cdot I_3^2 = 1 \cdot (1)^2 = 1 \text{ [Вт]}$$

$$P_{R4}=R_4 \cdot I_3^2 = 1 \cdot (1)^2 = 1 \text{ [Вт]}$$

$$P_{R5}=R_5 \cdot J^2 = 4 \cdot (0,5)^2 = 1 \text{ [Вт]}$$

$$P_{R6}=R_6 \cdot I_4^2 = 1 \cdot (-1,25)^2 = 1,5625 \text{ [Вт]}$$

$$P_{R7}=R_7 \cdot I_5^2 = 5 \cdot (2,25)^2 = 25,3125 \text{ [Вт]}$$

Пример

3) Баланс мощностей

- суммарная мощность источников

$$P_{\text{и}} = P_J + P_{E1} + P_{E2} = 9,75 + 35 + (-11,25) = 33,5 \text{ [Вт]}$$

- суммарная мощность потребителей

$$\begin{aligned} P_{\text{п}} &= P_{R1} + P_{R2} + P_{R3} + P_{R4} + P_{R5} + P_{R6} + P_{R7} = \\ &= 0,5625 + 3,0625 + 1 + 1 + 1 + 1,5625 + 25,3125 = 33,5 \text{ [Вт]} \end{aligned}$$

$$P_{\text{и}} = P_{\text{п}} = 33,5 \text{ [Вт]} \text{ баланс мощностей сошелся}$$

Ответ: $I_1 = -0,75 \text{ [A]}$, $I_2 = 1,75 \text{ [A]}$, $I_3 = 1 \text{ [A]}$, $I_4 = -1,25 \text{ [A]}$, $I_5 = 2,25 \text{ [A]}$,
 $U_J = -19,5 \text{ [В]}$, $P_J = 9,75 \text{ [Вт]}$, $P_{E1} = 35 \text{ [Вт]}$, $P_{E2} = -11,25 \text{ [Вт]}$,
 $P_{R1} = 0,5625 \text{ [Вт]}$, $P_{R2} = 3,0625 \text{ [Вт]}$, $P_{R3} = 1 \text{ [Вт]}$, $P_{R4} = 1 \text{ [Вт]}$, $P_{R5} = 1 \text{ [Вт]}$,
 $P_{R6} = 1,5625 \text{ [Вт]}$, $P_{R7} = 25,3125 \text{ [Вт]}$, $P_{\text{и}} = P_{\text{п}} = 33,5 \text{ [Вт]}$.

СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ!