https://study.physics.itmo.ru/

2 апреля 2022

Физика

Факультет БИТ

Лекция 7

Скачать презентацию:

Гармонический осциллятор.
Уравнение гармонических колебаний

Гармоническим осциллятором называется система, способная совершать гармонические колебания.

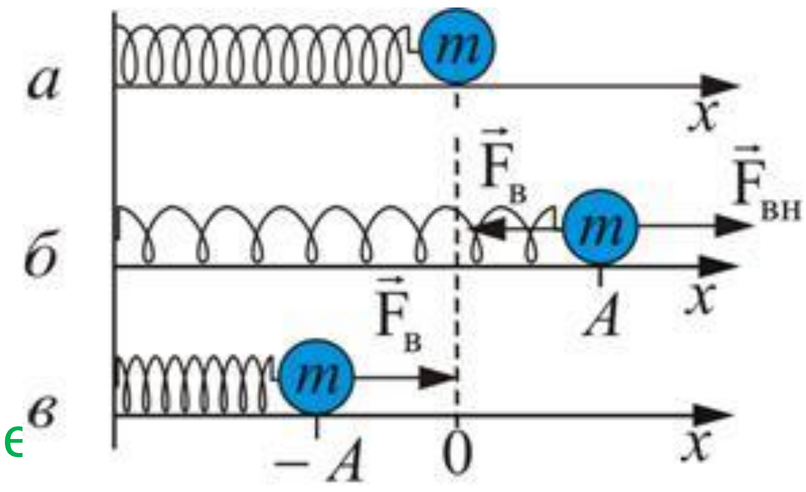
$$a = -\omega^2 x \qquad m\vec{a} = \vec{F}$$

$$ma = -m\omega^2 x \qquad ma = -kx$$

$$-m\omega^2 x = -kx \qquad m\frac{d^2x}{dt^2} = -kx$$

$$\omega^2 = \frac{k}{m} \qquad \frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{k}{m}x$$

Пружинный маятник



$$F_в = -k\,x$$

$$F_{вн} = +\,k\,x$$

http://phys.bspu.by/static/um/phys/meh/1mehanika/pos/glava09/9_1.pdf

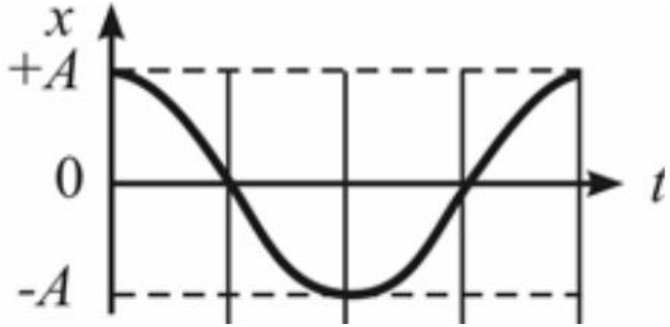
Дифференциальное уравнение гармонических колебаний:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + x\omega^2 = 0$$

Решение:

$$x(t) = A\cos(\omega t + \varphi)$$

*или $x(t) = A\sin(\omega t + \varphi + \pi/2)$



http://phys.bspu.by/static/um/phys/meh/1mehanika/pos/glava09/9_2.pdf

Трофимова Т.И. Курс физики http://ens.tpu.ru/POSOBIE_FIS_KUSN http://ens.tpu.ru https://online.mephi.ru

Гармоническим осциллятором называется система, способная совершать гармонические колебания.

Пружинный маятник

$$m\vec{a} = \vec{F}$$

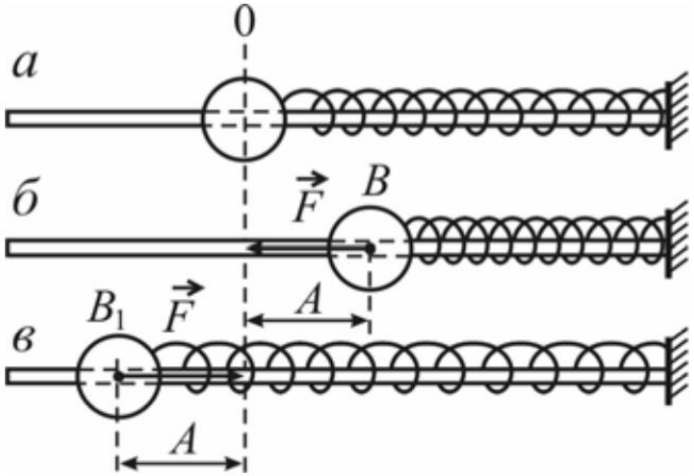
$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -kx(t)$$

$$E_П = \frac{kx^2}{2}$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{k}{m}x(t)$$ – уравнение движения пружинного маятника

$$\frac{k}{m} = \omega^2 \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} + x\omega^2 = 0$$



$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$ **– период колебаний**

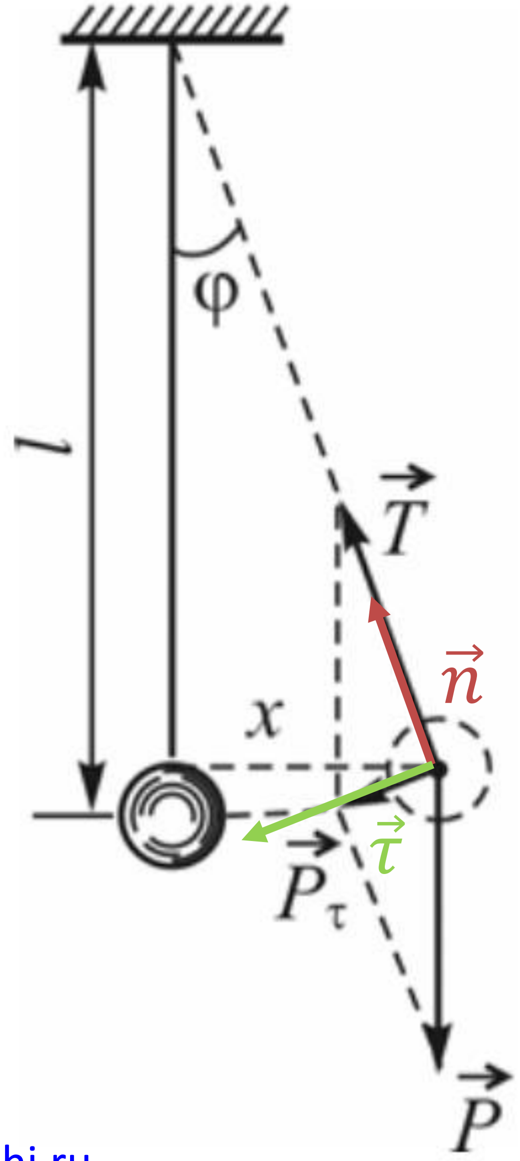
Трофимова Т.И. Курс физики

http://phys.bspu.by/static/um/phys/meh/1mehanika/pos/glava09/9_1.pdf

Гармоническим осциллятором называется система, способная совершать гармонические колебания.

Математический маятник

идеализированная система, состоящая из невесомой и нерастяжимой нити, на которой подвешена масса, сосредоточенная в одной точке.



$$m\vec{a} = \vec{P} + \vec{T}$$

$$\begin{cases} ma_n = m\dfrac{v^2}{\ell} = T - mg\cos\varphi \\ ma_\tau = m\dfrac{dv}{dt} = -mg\sin\varphi \end{cases}$$

$$v = \frac{ds}{dt} = \frac{dl\sin\varphi}{dt} = \ell\frac{d\varphi}{dt}$$

$$m\ell\frac{d^2\varphi}{dt^2} = -mg\sin\varphi$$

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} = -\frac{g}{l}\sin\varphi$$

При малых φ: sin(φ) ≈ φ

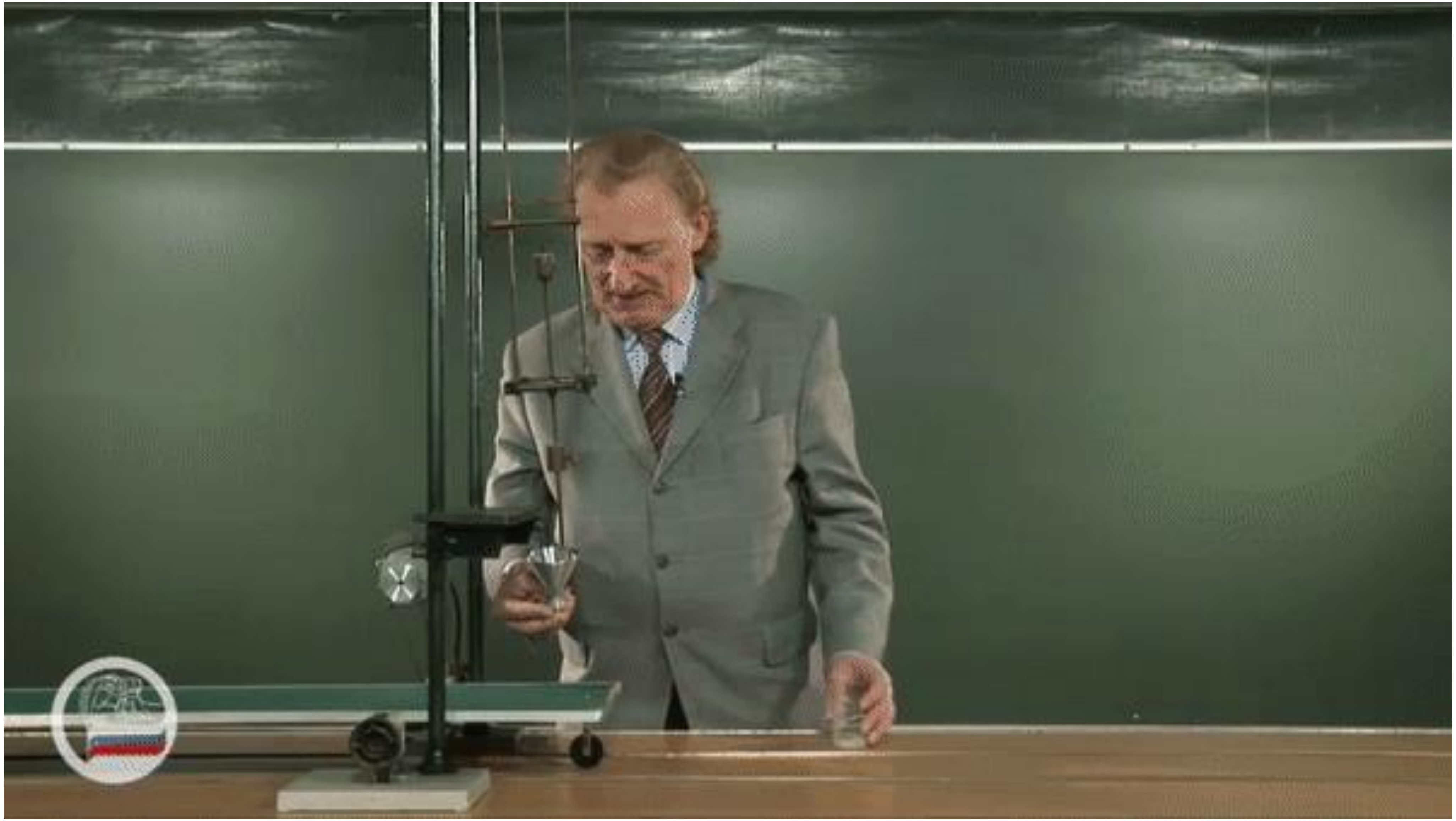
$$\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}$$

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + \omega^2\varphi = 0$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

$T = 2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g}}$ – период колебаний

Математический маятник: запись колебаний песком

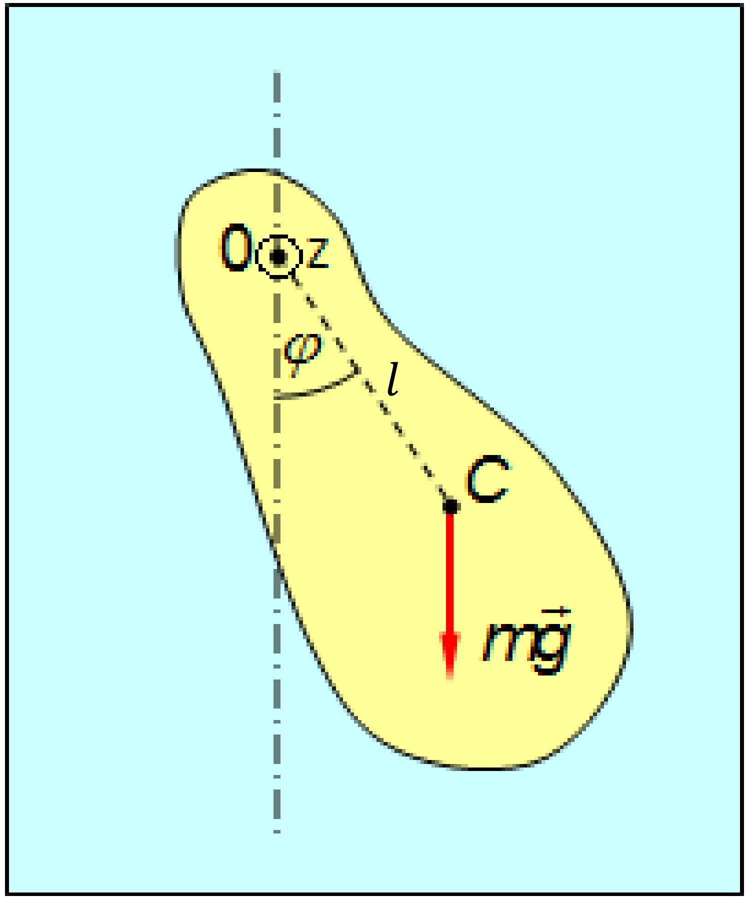


Физический маятник

– твердое тело, совершающее колебания под действием силы тяжести вокруг горизонтальной оси подвеса, проходящей через точку, не совпадающую с центром масс.

$$\vec{M} = [\vec{r} \times \vec{F}] = [\vec{r} \times m\vec{g}] = m[\vec{r} \times \vec{g}] = mgl \sin\varphi\,(-\vec{e}_z) => M_z = -mgl\sin\varphi$$

$$M_z = -mgl\sin(\varphi)$$ – момент силы тяжести



Основной закон динамики для вращательного движения: $I\varepsilon = M$

I — момент инерции тела относительно горизонтальной оси, которая проходит через точку O перпендикулярно плоскости чертежа.

$$I\frac{d^2\varphi}{dt^2} = -mgl\sin\varphi$$

При малых φ : sin(φ) ≈ φ

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + \omega^2\varphi = 0$$

– уравнение колебаний физического маятника

круговая частота для физического маятника

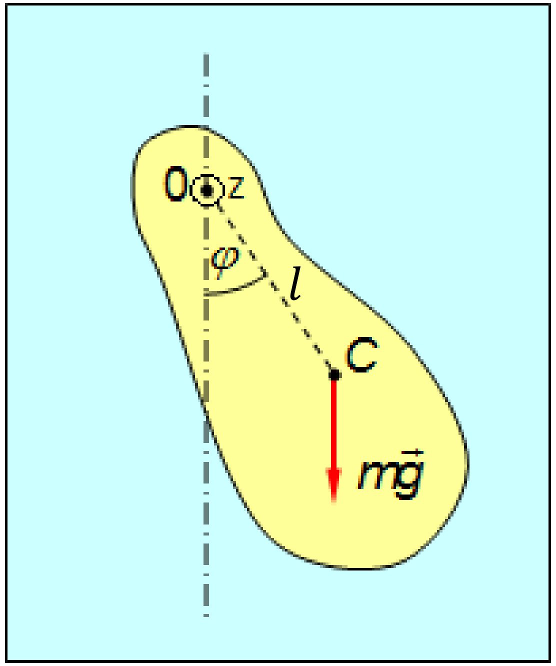
$$\omega = \sqrt{\frac{mgl}{I}}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}$$

круговая частота для математического маятника

Трофимова Т.И. Курс физики https://online.mephi.ru

Физический маятник



Уравнение колебаний физического маятника:

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + \omega^2\,\varphi = 0$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{mgl}{I}}$$ – частота

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgl}}$$ – период колебаний физического маятника

I — момент инерции тела относительно горизонтальной оси, которая проходит через точку О перпендикулярно плоскости чертежа.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$ – период колебаний математического маятника

$I = ml^2$ – момент инерции математического маятника

Приведенная длина физического маятника – длина при которой математический маятник будет иметь такой же период колебаний, как и данный физический маятник: $l^* = \frac{I}{ml}$

Период колебаний физического маятника через момент инерции относительно оси, проходящей через центр масс (используя теорему Штейнера):

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I_0 + ml^2}{mgl}}$$

Затухающие колебания

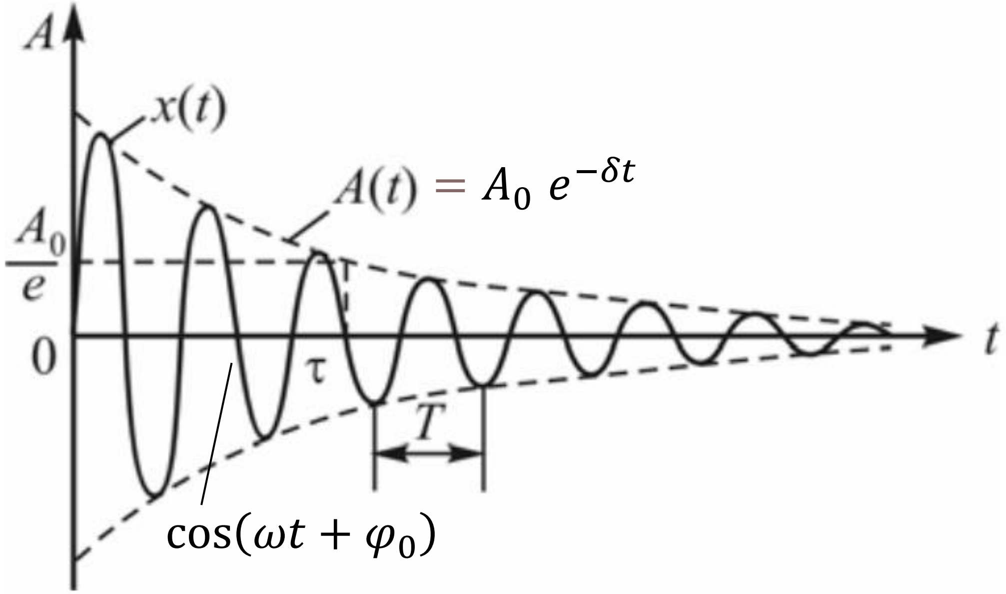
Затухающие колебания

$$m\overrightarrow{a_x} = \overrightarrow{F_{упр}} + \overrightarrow{F_{сопр}}$$

$$ma_x = -k_{упр}x - k_{сопр}v_x$$

$v_x = \dot{x}$ и $a_x = \ddot{x}$

$$m\ddot{x} + k_{сопр}\dot{x} + k_{упр}x = 0$$



$k_{упр}/m = \omega_0^2$ – собственная частота (без затухания)

$k_{сопр}/m = 2\delta$, (δ – показатель затухания)

$\ddot{x} + 2\delta\dot{x} + \omega_0^2 x = 0$ – уравнение затухающих колебаний

подстановка $x = e^{-\delta t}z$ $\quad \dot{x} = e^{-\delta t}\dot{z} - \delta e^{-\delta t}z$ $\quad \ddot{x} = e^{-\delta t}\ddot{z} - 2\delta e^{-\delta t}\dot{z} + \delta^2 e^{-\delta t}z$

$\ddot{z} + \omega_0^2 z - \delta^2 z = 0$

$\ddot{z} + (\omega_0^2 - \delta^2)z = 0$ для малого сопротивления $\omega_0^2 > \delta^2$ $\quad (\omega_0^2 - \delta^2) = \omega^2$

частота затухающих колебаний

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}$$

$\ddot{z} + \omega^2 z = 0$ решение: $z = A_0\cos(\omega t + \varphi_0)$

$x = A_0 e^{-\delta t}\cos(\omega t + \varphi_0)$ – решение

http://phys.bspu.by/static/um/phys/meh/1mehanika/pos/glava09/9_7.pdf http://ens.tpu.ru https://online.mephi.ru

$v_x = \dot{x}$ и $a_x = \ddot{x}$

Затухающие колебания

$\ddot{x} + 2\delta\dot{x} + \omega_0^2 x = 0$ – уравнение затухающих колебаний

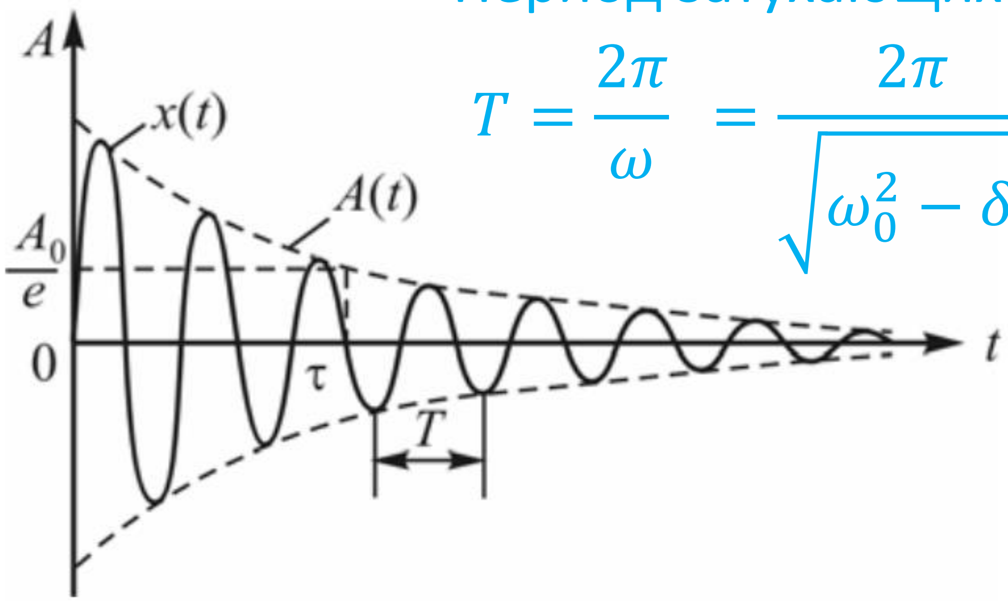
$x = A_0 e^{-\delta t}\cos(\omega t + \varphi_0)$ – решение

$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}$ –частота затухающих колебаний

$A = A_0 e^{-\delta t}$ - амплитуда колебаний уменьшается с течением времени по экспоненциальному закону

Период затухающих колебаний:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{k_{\text{упр}}}{m} - \frac{k_{\text{сопр}}}{4m^2}^2}} > T_0 = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{k_{\text{упр}}}{m}}}$$



http://phys.bspu.by/static/um/phys/meh/1mehanika/pos/glava09/9_7.pdf http://ens.tpu.ru https://online.mephi.ru

$v_x = \dot{x}$ и $a_x = \ddot{x}$

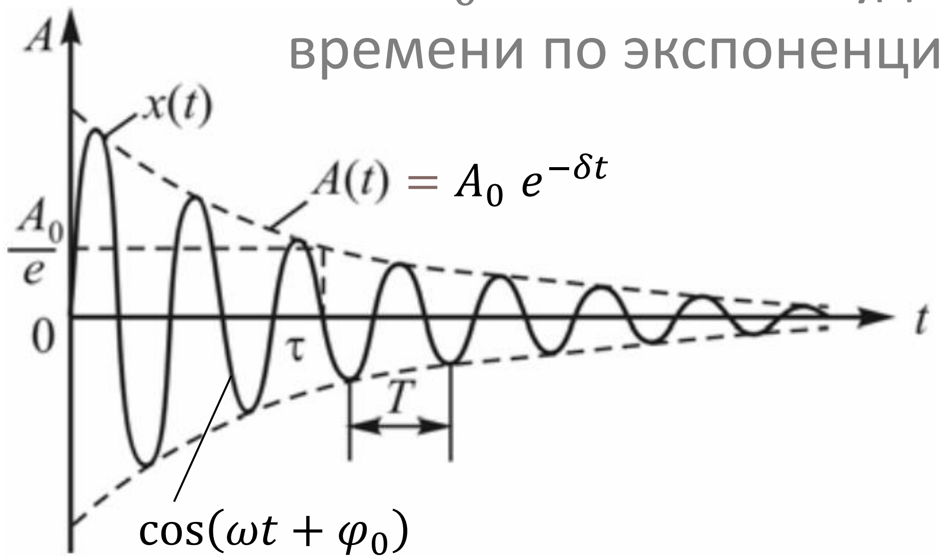
Затухающие колебания

$\ddot{x} + 2\delta\dot{x} + \omega_0^2 x = 0$ – уравнение затухающих колебаний

$x = A_0 e^{-\delta t}\cos(\omega t + \varphi_0)$ – решение

$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}$ –частота затухающих колебаний

$A = A_0 e^{-\delta t}$ - амплитуда колебаний уменьшается с течением времени по экспоненциальному закону, δ – показатель затухания



$\tau = 1/\delta$ - время релаксации

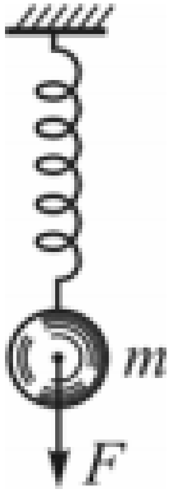
$$\frac{A_n}{A_{n+1}} = \frac{A_0 e^{-\delta t}}{A_0 e^{-\delta(t+T)}} = e^{\delta T}$$ - декремент затухания

$$\theta = \ln\frac{A_n}{A_{n+1}} = \delta T = \frac{T}{\tau}$$ – логарифмический декремент затухания

$$Q = \pi N = \frac{\pi}{\theta}$$ - добротность

http://phys.bspu.by/static/um/phys/meh/1mehanika/pos/glava09/9_7.pdf http://ens.tpu.ru https://online.mephi.ru

Вынужденные колебания



Уравнение движения груза:

Вынуждающая сила с частотой Ω

$$m\ddot{x} = -k_{\text{упр}}x - k_{\text{сопр}}\dot{x} + F_0\cos(\Omega t)$$

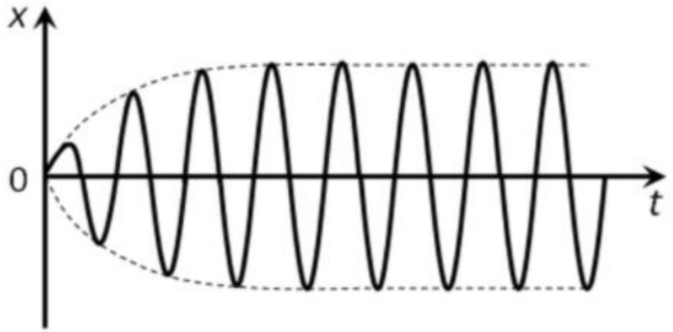
$v_x = \dot{x}$ и $a_x = \ddot{x}$

$$\ddot{x} + 2\delta\dot{x} + \omega_0^2 x = \frac{F_0}{m}\cos(\Omega t)$$

$k_{\text{упр}}/m = \omega_0^2$ – собственная частота

$k_{\text{сопр}}/m = 2\delta$, ($\delta$ – показатель затухания)

$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}$ –частота затухающих колебаний



Решение:

$$x = A\ \ \cos(\Omega t + \varphi_0)$$

$$A = \frac{F_0}{m\sqrt{\left(\omega_0^2 - \Omega^2\right)^2 + 4\delta^2\Omega^2}}$$ - амплитуда вынужденных колебаний

$$\varphi_0 = -\text{arctg}\frac{2\delta\Omega}{\omega_0^2 - \Omega^2}$$ – фаза вынужденных колебаний

http://phys.bspu.by/static/um/phys/meh/1mehanika/pos/glava09/9_8.pdf http://ens.tpu.ru https://online.mephi.ru

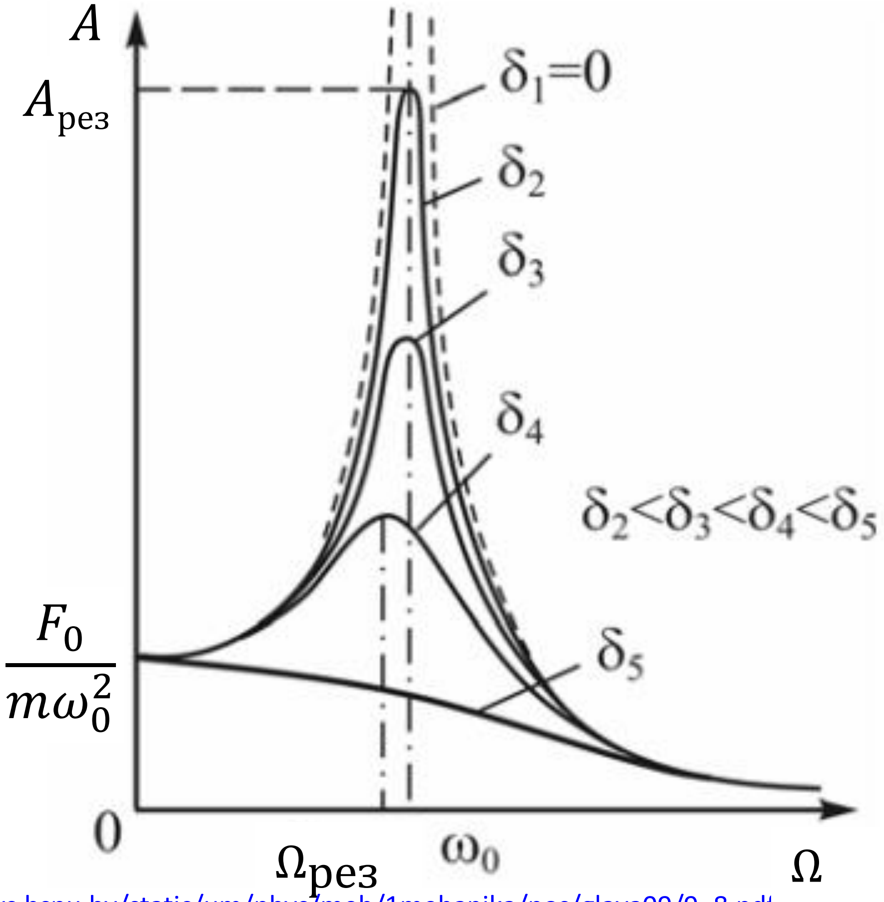
Резонанс

это явление резкого увеличения амплитуды вынужденных колебаний при определенной частоте внешнего воздействия, называемой ***резонансной частотой*** *системы.*

$$\ddot{x} + 2\delta\dot{x} + \omega_0^2 x = \frac{F_0}{m}\cos(\Omega t)$$

$k_{упр}/m = \omega_0^2$ – собственная частота
$k_{сопр}/m = 2\delta$, (δ – показатель затухания)

$$A = \frac{F_0}{m\sqrt{(\omega_0^2 - \Omega^2)^2 + 4\delta^2\Omega^2}}$$ - амплитуда вынужденных колебаний



резонансная частота

$$\Omega_{рез} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\delta^2}$$

максимальная амплитуда

$$A_{рез} = \frac{F_0}{2m\delta\sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}}$$

добротность

$$Q = \frac{\pi}{\theta} = \frac{\omega_0}{2\delta}$$

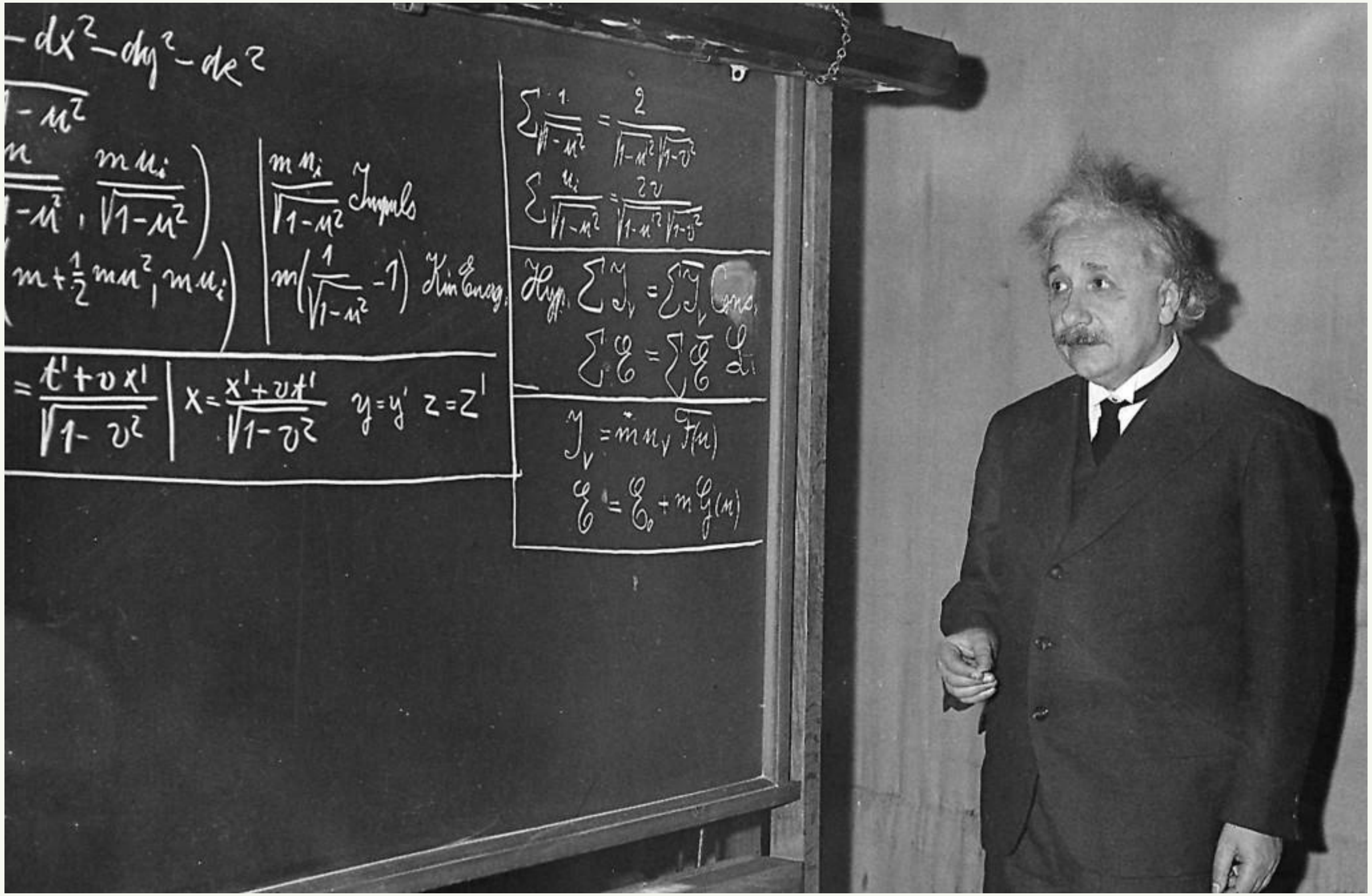
Амплитуда колебаний стремится к бесконечности, если коэффициент сопротивления стремится к нулю.

http://phys.bspu.by/static/um/phys/meh/1mehanika/pos/glava09/9_8.pdf
http://phys.bspu.by/static/um/phys/meh/1mehanika/pos/glava09/9_9.pdf

http://ens.tpu.ru https://online.mephi.ru

Резонанс (GetAClass): https://youtu.be/nQaJloZD-xY

Специальная теория относительности



Альберт
Эйнштейн
(1879-1955)

СТО. А. Эйнштейн, 1905 год

- Классическая механика хорошо описывает медленные движения макроскопических тел. При приближении скоростей к скорости света, классическая механика перестает работать.
- Специальная теория относительности описывает движения при скоростях, близких к скорости света в ИСО.

Классическая механика Ньютона: Преобразования Галилея

С ними связано представление об абсолютном времени, одинаково текущем во всех системах отсчета (одновременность событий абсолютна - относится ко всем системам отсчета).

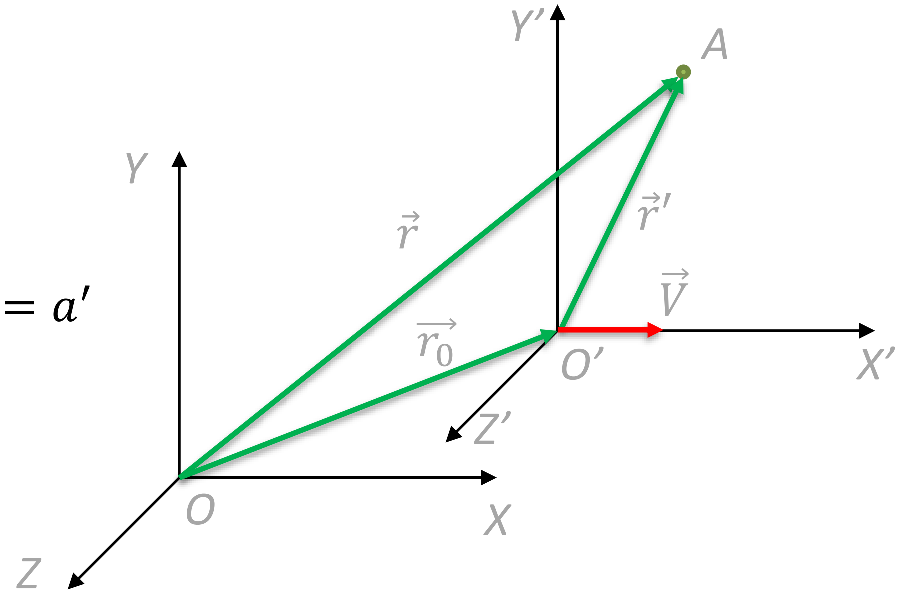
$$\vec{\mathbf{r}} = \vec{\mathbf{r}}' + \vec{\mathbf{V}}t \qquad (x = x' + Vt, y = y', z = z')$$

$$\vec{\mathbf{v}} = \vec{\mathbf{v}}' + \vec{\mathbf{V}} \qquad (v_x = v_x' + V, v_y = v_y', v_z = v_z')$$

$$t = t'$$

$$\vec{\mathbf{a}} = \vec{\mathbf{a}}'$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d\vec{v}}{dt} + \frac{d\vec{V}}{dt} = (\vec{V} = const) = \frac{d\vec{v}}{dt} = a'$$



$$\overrightarrow{\mathbf{F}'} = m\overrightarrow{\mathbf{a}'} = m\vec{\mathbf{a}} = \vec{\mathbf{F}}$$

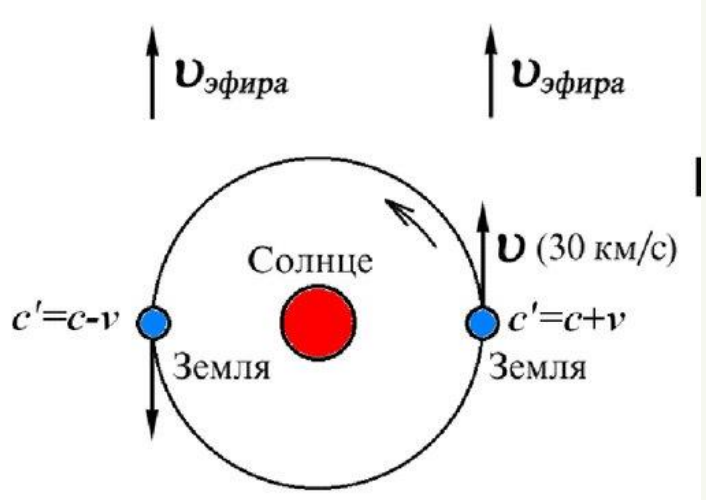
https://online.mephi.ru

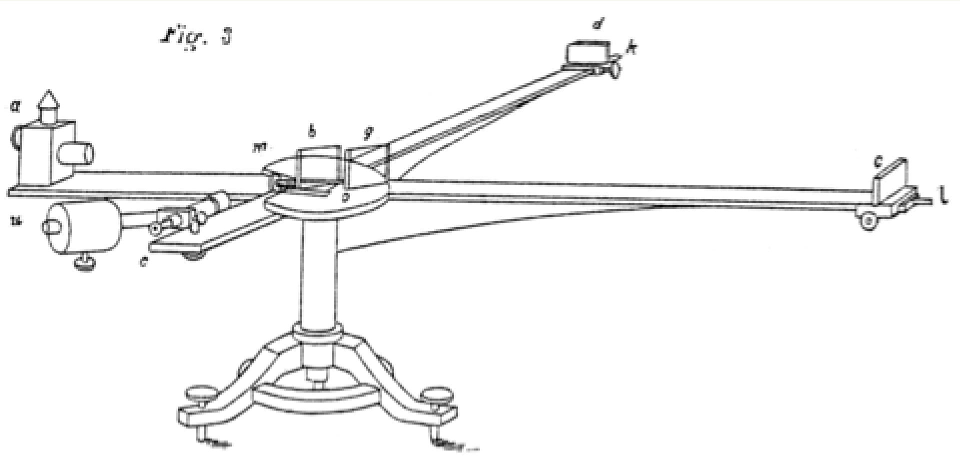
Боярский К. К., Смирнов А. В., Прищепенок О. Б. Механика, часть 1. Кинематика, динамика

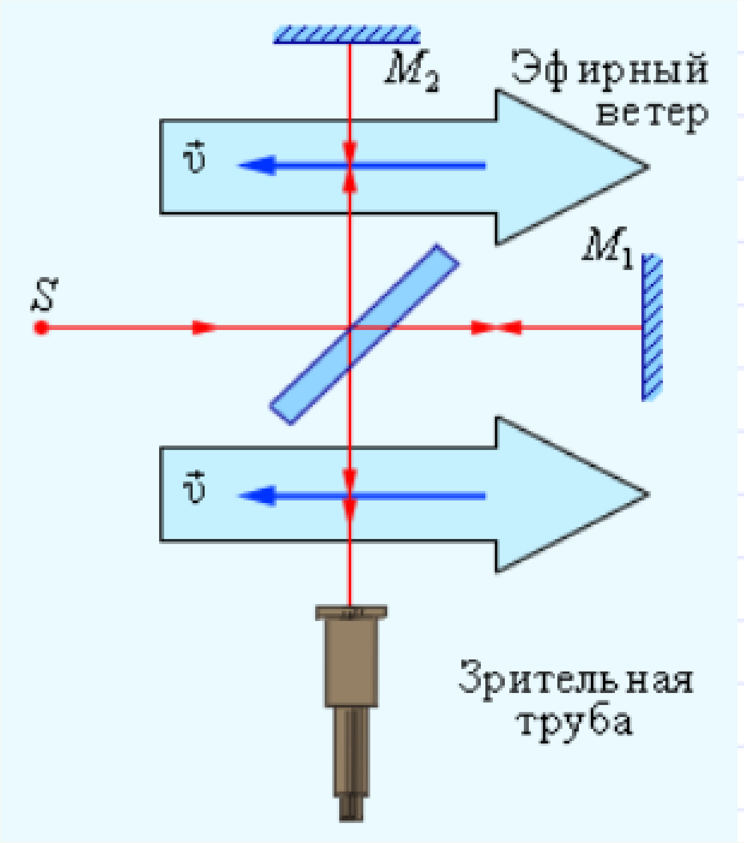
https://online.mephi.ru/courses/physics/osnovi_mehaniki/data/lecture/3/p7.html

Опыт Майкельсона-Морли (1881, 1887)

- В опыте оценивалось влияние скорости движения Земли вокруг Солнца на скорость распространения света от источника, находящегося на Земле.
- Оказалось, что движение Земли вокруг Солнца не влияет на скорость распространения света.
- Скорость света постоянна.







https://online.mephi.ru

http://ens.tpu.ru

Специальная теория относительности. Постулаты Эйнштейна

I. Принцип относительности:

Все физические явления протекают одинаковым образом во всех инерциальных системах отсчёта; все законы природы и уравнения, их описывающие, инвариантны, т.е. не меняются, при переходе от одной инерциальной системы отсчёта к другой.

Другими словами, все инерциальные системы отсчёта эквивалентны (неразличимы) по своим физическим свойствам; никакими ответами нельзя выделить одну из них как предпочтительную. Этот постулат представляет собой обобщение принципа относительности. Если скорость тела постоянна в одной ИСО, она постоянна во всех ИСО.

Время тоже относительно – такой же параметр, как и скорость, импульс и др.

В теории относительности время иногда называют *четвертым измерением*. Величина *ct*, имеющая ту же размерность, что и *x*, *y*, *z*, ведет себя как *четвертая пространственная координата*. В теории относительности *ct* и *x* проявляют себя с математической точки зрения сходным образом.

Отличие СТО от классической механики

Единое время можно ввести только в рамках данной системы отсчёта.

Время не является общим для различных систем.

В пределах каждой инерциальной системы устанавливается свое единое время и это время является внутренним свойством системы.

В этом состоит основное отличие аксиоматики СТО от классической механики, в которой постулируется существование единого (абсолютного) времени для всех систем отсчёта.

Специальная теория относительности. Постулаты Эйнштейна

II. Принцип инвариантности скорости света:

Скорость света в вакууме не зависит от движения источника света и одинакова во всех направлениях. Это значит, что скорость света в вакууме одинакова во всех инерциальных системах отсчёта.

Следствие: скорость света в вакууме является предельной

$$c = 299792458 \text{ м/с}$$

Все как-то пытались объяснить отрицательный результат опыта Майкельсона–Морли, а Эйнштейн – постулировал это, как закон.

http://ens.tpu.ru/POSOBIE_FIS_KUSN Трофимова Т.И. Курс физики

Преобразования Лоренца

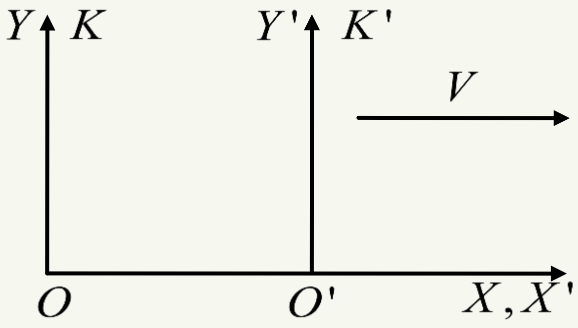
Лоренц Хендрик Антон (1853–1928)

При больших скоростях движения сравнимых со скоростью света связь координат и времени в подвижной *k*' и неподвижной *k* системах отсчета:

$$x = \frac{x' + vt'}{\sqrt{1 - v^2/c^2}};$$

$$y = y'; \qquad z = z';$$

$$t = \frac{t' + x'v/c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$



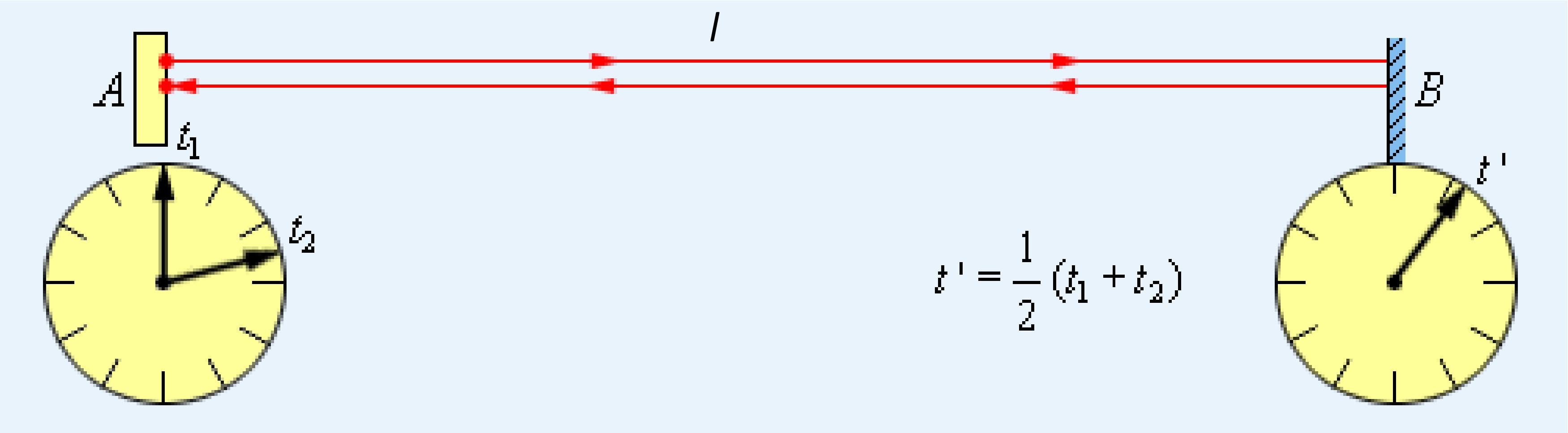
Система *k*' движется относительно *k* слева направо со скоростью v, но наблюдатель в системе *k*' видит систему *k*, движущуюся относительно него справа налево со скоростью минус v.

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}; \qquad y' = y; \qquad z' = z; \qquad t' = \frac{t - xv/c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}.$$

При малых скоростях движения ($v \ll c$) или при бесконечной скорости распространения взаимодействий ($c = \infty$, теория дальнодействия) преобразования Лоренца переходят в преобразования Галилея (***принцип соответствия***).

http://ens.tpu.ru https://online.mephi.ru https://physics.ru/textbook1/chapter4/section/paragraph2/

Синхронизация часов

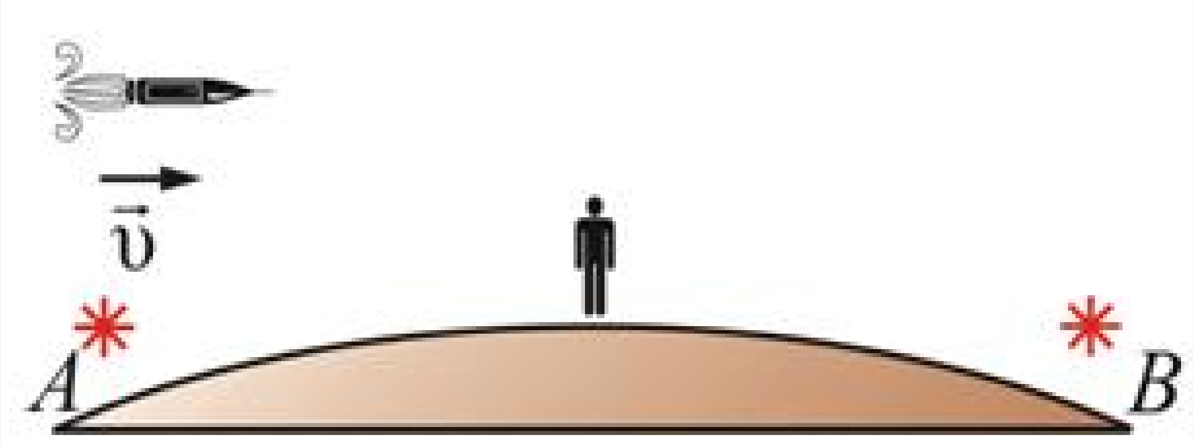


В пределах каждой инерциальной системы устанавливается свое единое время и это время является внутренним свойством системы.
Эйнштейновское определение процедуры синхронизации часов основано на независимости скорости света в пустоте от направления распространения.
Из точки **A** в момент времени $\mathbf{t_1}$ по часам **A** отправляется короткий световой импульс.
Время прихода импульса в **B** и отражения его назад на часах **B** есть **t'**.
Отраженный сигнал возвращается в **A** в момент $\mathbf{t_2}$ по часам **A**.
Тогда *по определению* часы в **A** и **B** идут синхронно, если $\mathbf{t' = (t_1 + t_2) / 2}$.Эту процедуру синхронизации часов можно повторить для произвольной точки системы координат и таким образом установить единое для данной системы координат время.

http://www.rec.vsu.ru/rus/ecourse/eldin/sto.pdf https://physics.ru/textbook1/chapter4/section/paragraph2/

Одновременность событий в СТО

Пусть в системе k (на Земле) в точках x_1 и x_2 происходят одновременно две вспышки света в момент времени $t_1 = t_2 = t$.



Преобразования Лоренца:

$$x'_1 = \frac{x_1 - \upsilon t}{\sqrt{1-\beta^2}}; \qquad t'_1 = \frac{t - \frac{\upsilon x_1}{c^2}}{\sqrt{1-\beta^2}}; \qquad \beta^2 = v^2/c^2$$

$$x'_2 = \frac{x_2 - \upsilon t}{\sqrt{1-\beta^2}}; \qquad t'_2 = \frac{t - \frac{\upsilon x_2}{c^2}}{\sqrt{1-\beta^2}};$$

События будут абсолютно одновременны в системах k и k', если они происходят в один и тот же момент времени $t'_1 = t'_2$ в одном и том же месте $x'_1 = x'_2$.

Если $x_1 \neq x_2$ в системе k, то $x'_1 \neq x'_2$ и в k'. Тогда события в системе k' не одновременны, т.е. $t'_1 \neq t'_2$

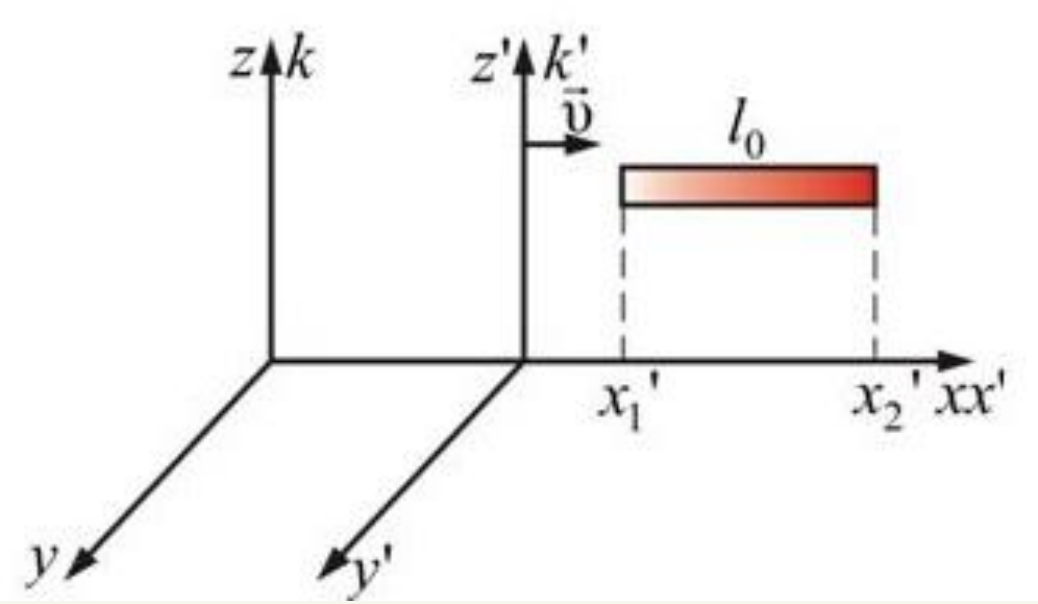
Интервал времени между событиями в системе k' (ракете): $$t'_2 - t'_1 = \frac{\upsilon(x_1 - x_2)}{c^2\sqrt{1-\beta^2}}$$

Разница во времени будет зависеть от υ, и она может отличаться по знаку (ракета подлетает с той или другой стороны).

http://ens.tpu.ru/POSOBIE_FIS_KUSN https://physics.ru/textbook1/chapter4/section/paragraph2/ https://online.mephi.ru

Лоренцево сокращение длины

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$



$l_0 = x'_2 - x'_1$ – собственная длина тела в системе k’, относительно которой тело неподвижно (например, в ракете, движущейся со скоростью мимо неподвижной системы отсчета k (Земля)).

Измерение координат x_1 и x_2 производим одновременно в системе k, т.е. $t_1 = t_2 = t$.

собственная длина

$$l_0 = x_2' - x_1' = \frac{(x_2 - vt_2) - (x_1 - vt_1)}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{x_2 - x_1}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{l}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

$$\beta^2 = v^2/c^2$$

$$l = x_2 - x_1 = l_0\sqrt{1-\beta^2}$$ - длина стержня в системе k

Длина стержня зависит от системы отсчета, в которой она измеряется, т. е. является относительной величиной. Длина стержня оказывается наибольшей в той системе отсчета, в которой стержень покоится. Движущиеся относительно наблюдателя тела сокращаются в направлении своего движения. Лоренцево сокращение длины тем больше, чем больше скорость движения.

https://online.mephi.ru

http://ens.tpu.ru/POSOBIE_FIS_KUSN

https://physics.ru/textbook1/chapter4/section/paragraph4/

Лоренцево замедление времени

Пусть вспышка лампы на ракете длится $\tau = t'_2 - t'_1$,
τ – собственное время, измеренное наблюдателем, движущимся вместе с часами.

Чему равна длительность вспышки $\Delta t = (t_2 - t_1)$ с точки зрения человека, находящегося на Земле, мимо которого пролетает ракета?

$$t_2 - t_1 = \frac{t'_2 - t'_1}{\sqrt{1-\beta^2}},$$

$$\beta^2 = v^2/c^2$$

$$\Delta t = \frac{\tau}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

Из этого уравнения следует, что собственное время – минимально (движущиеся часы идут медленнее покоящихся).
Вспышка на Земле будет казаться длиннее.

https://online.mephi.ru
http://ens.tpu.ru/POSOBIE_FIS_KUSN

Трофимова Т.И. Курс физики

Пространственно-временной интервал

Если одно из событий представляет собой вспышку света в начале координат системы отсчета при **t = 0**, а второе – приход светового фронта в точку с координатами **x, y, z** в момент времени **t** , то $x^2 + y^2 + z^2 = c^2t^2$, и, следовательно, интервал для этой пары событий **s = 0**. В другой системе отсчета координаты и время второго события будут другими, но и в этой системе пространственно-временной интервал **s'** окажется равным нулю, так как

$$x'^2 + y'^2 + z'^2 = c^2t'^2$$

Для любых двух событий, связанных между собой световым сигналом, интервал равен нулю.

https://physics.ru/textbook1/chapter4/section/paragraph4/

Пространственно-временной интервал

$$s_{12} = \sqrt{c^2 t_{12}^2 - l_{12}^2} = \sqrt{c^2(t_2 - t_1)^2 - (x_2 - x_1)^2 - (y_2 - y_1)^2 - (z_2 - z_1)^2}$$

$$= s'_{12} = inv$$

$t_{12} = t_2 - t_1$ – промежуток времени между событиями в некоторой системе отсчета,
l_{12} – расстояние между точками, в которых происходят рассматриваемые события, в той же системе отсчета.

В частном случае, когда одно из событий происходит в начале координат ($x_1 = y_1 = z_1 = 0$) системы отсчета в момент времени $t_1 = 0$, а второе – в точке с координатами x, y, z в момент времени t, пространственно-временной интервал между этими событиями

$$s = \sqrt{c^2 t^2 - x^2 - y^2 - z^2}$$

Пространственно-временной интервал между двумя событиями не изменяется при переходе из одной инерциальной системы в другую.

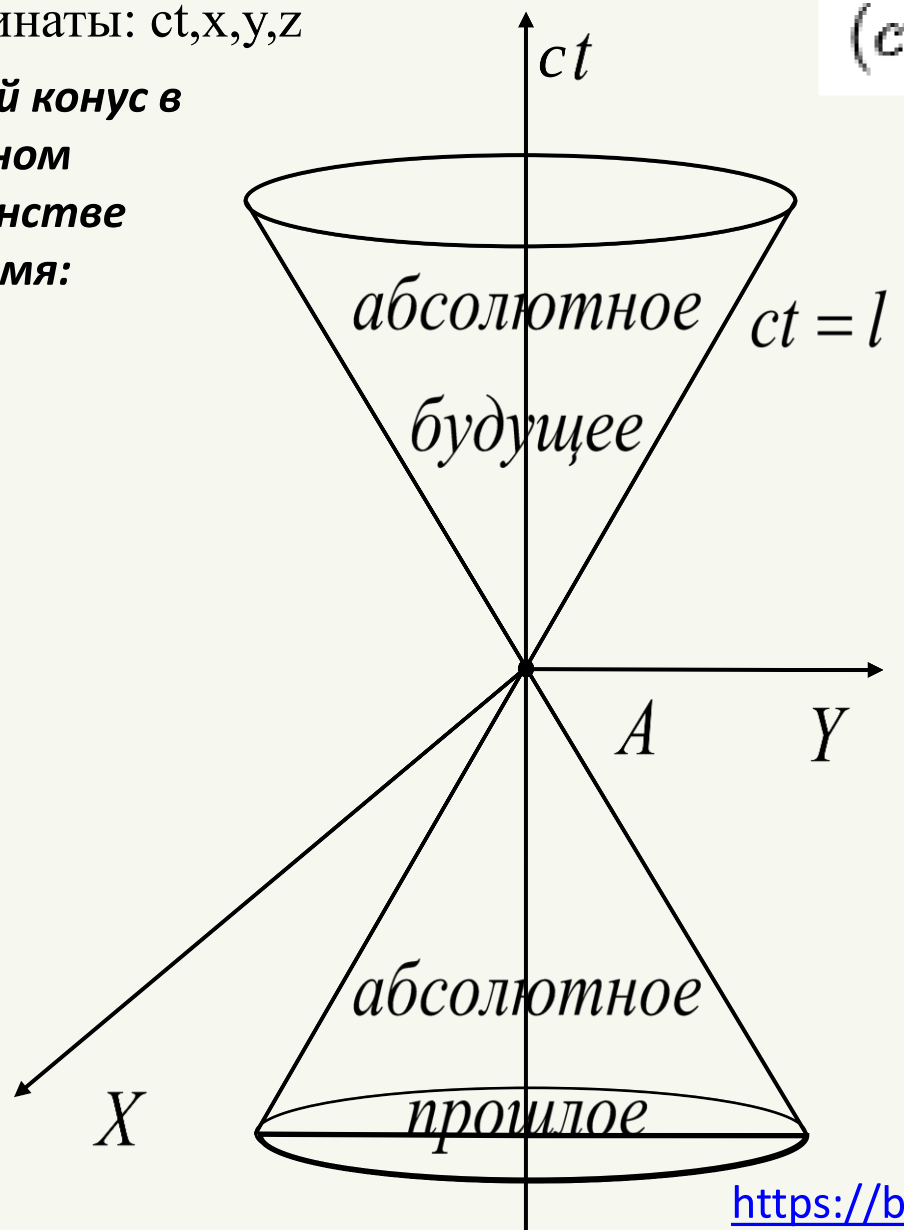
Инвариантность интервала означает, что, несмотря на относительность расстояний и промежутков времени, протекание физических процессов носит объективный характер и не зависит от системы отсчета.

https://online.mephi.ru
https://physics.ru/textbook1/chapter4/section/paragraph4/ Трофимова Т.И. Курс физики

Четырёхмерное пространство-время Минковского. Световой конус

4-координаты: ct,x,y,z

Световой конус в двухмерном пространстве плюс время:



$$(ct)^2 - x^2 - y^2 - z^2 = 0$$

$x^2+y^2+z^2>c^2t^2$ образуют область вне светового конуса

абсолютно удалённое

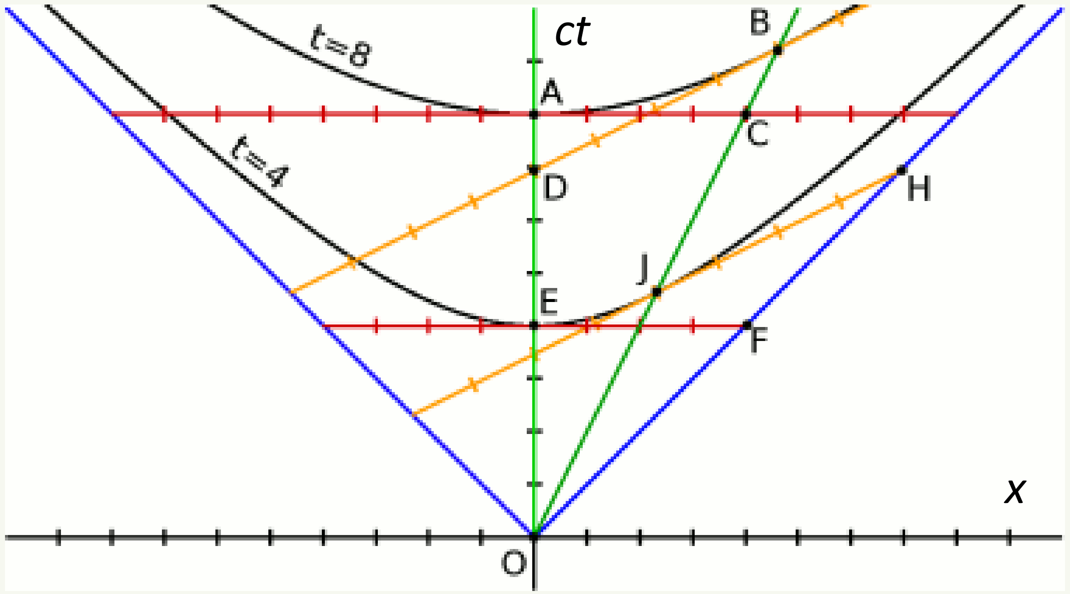
Никакое тело и никакой сигнал не может двигаться быстрее света, поэтому все мировые линии движущихся тел всегда лежат внутри светового конуса.

https://bigenc.ru/physics/text/3540704

Четырёхмерное пространство-время Минковского. Световой конус

Световой конус и линии равного времени в пространстве-времени

с принято за 1



Световой конус (два синих луча с наклоном в 45 градусов)
и линии точек, удалённых от начала координат на 4 и 8 секунд (две черные кривые, обозначенные «t=4» и «t=8»).

Две мировые линии:
Ярко-зелёная (проходящая через точки O, E, D, A) — это линия покоящегося наблюдателя.
Тёмно-зелёная (проходящая через точки O, J, C, B) — наблюдатель, движущийся со скоростью c/2

http://www.michurin.net/special-relativity/phys.html

Сложение скоростей в релятивистской механике

Пусть тело внутри космического корабля движется со скоростью $\upsilon' = 200\,000$ км/с и сам корабль движется с такой же скоростью $\upsilon = 200\,000$ км/с относительно Земли. Чему равна скорость тела относительно Земли u_x?

Внутри корабля перемещение dx' за время dt' равно d$x' = \upsilon'$ dt' .
Найдем dx и dt с точки зрения наблюдателя на Земле, исходя из преобразований Лоренца:

$$u_x = \frac{dx}{dt}$$

$$dx' = v'dt'$$

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1-\beta^2}} \qquad dx = \frac{dx' + vdt'}{\sqrt{1-\beta^2}} \qquad dx = \frac{v't' + v\mathrm{d}t'}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

$$y' = y \qquad dy = dy' \qquad dy = dy',$$

$$z' = z \qquad dz = dz' \qquad dz = dz'$$

$$t' = \frac{t - xv/c'}{\sqrt{1-\beta^2}} \qquad dt = \frac{dt' + dx'v/c^2}{\sqrt{1^2-\beta}} \qquad dt = \frac{\mathrm{d}t' + \frac{vv'\mathrm{d}t'}{c^2}}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

$$\beta^2 = v^2/c^2$$

$$u_x = \frac{v'\cancel{\mathrm{d}t'} + v\cancel{\mathrm{d}t'}}{\cancel{\mathrm{d}t'} + \frac{vv'\cancel{\mathrm{d}t'}}{c^2}}$$

$$u_x = \frac{v' + v}{1 + \frac{vv'}{c^2}}$$

$$\upsilon_x = \frac{2\cdot 10^5 + 2\cdot 10^5}{1 + \frac{4\cdot 10^{10}}{9\cdot 10^{10}}} = 2{,}8\cdot 10^5 \text{км/с}$$

Сложение скоростей в релятивистской механике

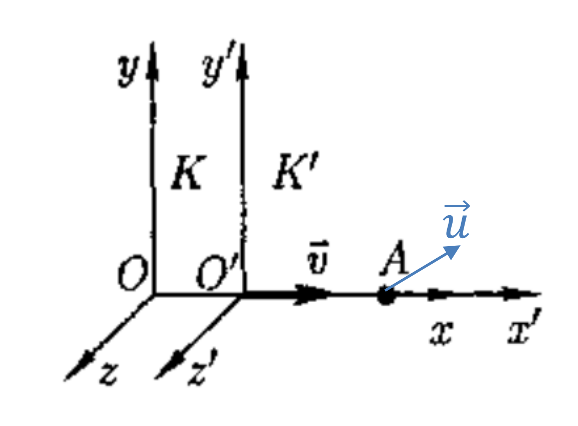
$\beta^2 = v^2/c^2$

$K \to K'$

$$\begin{cases} u'_x = \dfrac{u_x - v}{1 - \dfrac{v}{c^2} u_x} \\ u'_y = \dfrac{u_y \sqrt{1-\beta^2}}{1 - \dfrac{v}{c^2} u_x} \\ u'_z = \dfrac{u_z \sqrt{1-\beta^2}}{1 - \dfrac{v}{c^2} u_x} \end{cases}$$

$K' \to K$

$$\begin{cases} u_x = \dfrac{u'_x + v}{1 + \dfrac{v}{c^2} u'_x} \\ u_y = \dfrac{u'_y \sqrt{1-\beta^2}}{1 + \dfrac{v}{c^2} u'_x} \\ u_z = \dfrac{u'_z \sqrt{1-\beta^2}}{1 + \dfrac{v}{c^2} u'_x} \end{cases}$$



$\vec{u}$ - скорость тела относительно К
$\vec{u}'$ - скорость тела относительно К’

$$u_x = \frac{dx}{dt}, u_y = \frac{dy}{dt}, u_z = \frac{dz}{dt}$$
$$u'_x = \frac{dx'}{dt'}, u'_y = \frac{dy'}{dt'}, u'_z = \frac{dz'}{dt'}$$

Если складываемые скорости сколь угодно близки к скорости света *c*, то их результирующая скорость всегда меньше или равна *c*.

Полученные формулы сложения скоростей запрещают движение со скоростью большей, чем скорость света. Уравнения Лоренца преобразуют время и пространство так, что свет распространяется с одинаковой скоростью с точки зрения всех наблюдателей, независимо, двигаются они или покоятся.

Трофимова Т.И. Курс физики

Релятивистская динамика.
Релятивистское выражение для импульса

Импульс в классической механике $\vec{p} = m\vec{v} = m\dfrac{d\vec{x}}{dt}$

m – масса частицы в системе k (собственная масса частицы), инвариантная величина;
dt – интервал времени по часам неподвижного наблюдателя

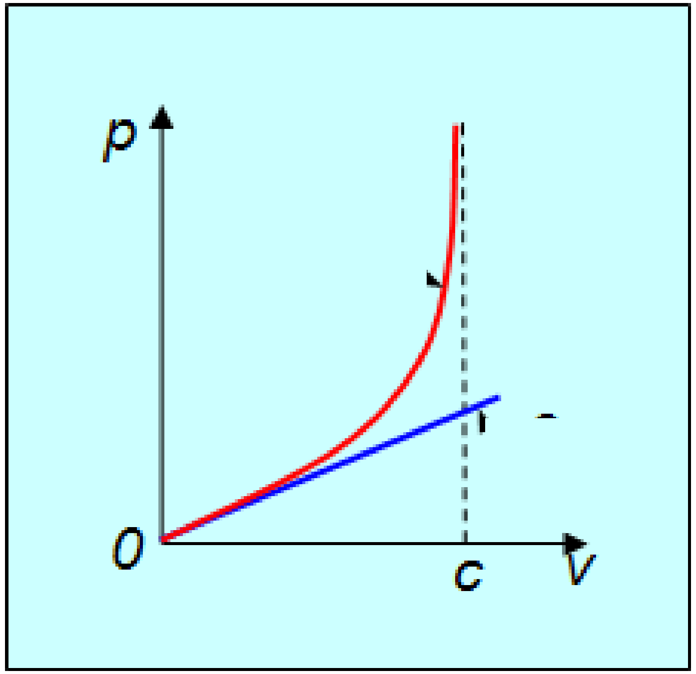
Введем $d\tau = dt\sqrt{1-\beta^2}$ – собственное время частицы

$\beta^2 = v^2/c^2$

Тогда $dt = \dfrac{d\tau}{\sqrt{1-\beta^2}}$

$$\vec{p} = m\frac{d\vec{x}/d\tau}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

$$\vec{p} = \frac{m\vec{v}}{\sqrt{1-\beta^2}}$$



http://ens.tpu.ru/POSOBIE_FIS_KUSN https://online.mephi.ru https://ru.wikipedia.org

Основное уравнение релятивистской динамики

$$\vec{p} = \frac{m\vec{v}}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

$$\beta^2 = v^2/c^2$$

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{m_0\vec{v}}{\sqrt{1-\beta^2}}\right)$$

Так как релятивистский импульс не пропорционален скорости частицы, скорость его изменения не будет прямо пропорциональна ускорению. Поэтому постоянная по модулю и направлению сила не вызывает равноускоренного движения.

Например, в случае одномерного движения вдоль оси x ускорение частицы a=dυ/dt под действием постоянной силы оказывается равным

$$a = \frac{F}{m}\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{\frac{3}{2}}$$

https://physics.ru/textbook1/chapter4/section/paragraph5/

Релятивистская динамика.
Релятивистское выражение для энергии

Скорость изменения импульса равна силе, действующей на частицу $\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$ $\quad \vec{\mathrm{p}} = \frac{m\vec{v}}{\sqrt{1-\beta^2}}$ $\quad \beta^2 = v^2/c^2$

Работа силы по перемещению частицы идет на увеличение энергии частицы:

$$dA = \vec{F}d\vec{r} = \frac{d\vec{p}}{dt}d\vec{r} = d\vec{p}\vec{v} = \frac{md\vec{v}\vec{v}}{(1-\beta^2)^{3/2}} = d\left(\frac{mc^2}{\sqrt{1-\beta^2}}\right) = dE$$

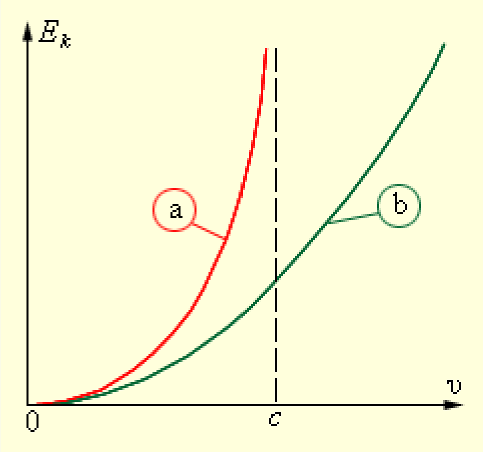
После интегрирования этого выражения получим релятивистское выражение для кинетической энергии частицы:

Кинетическая энергия: $E_k = E - E_0 = \frac{mc^2}{\sqrt{1-\beta^2}} - mc^2 = mc^2\left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1\right)$

Эйнштейн интерпретировал первый член в правой части этого выражения как полную энергию E движущийся частицы, а второй член как энергию покоя

Полная энергия частицы: $E = \frac{mc^2}{\sqrt{1-\beta^2}}$

Энергия покоя частицы: $E_0 = mc^2$



Связь между энергией и импульсом частицы.

Релятивистские инварианты

Полная энергия частицы: $E = \dfrac{mc^2}{\sqrt{1-\beta^2}}$ $\qquad E_0 = mc^2$ – энергия покоя частицы.

Кинетическая энергия: $E_k = E - E_0 = \dfrac{mc^2}{\sqrt{1-\beta^2}} - mc^2 = mc^2\left(\dfrac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1\right)$

из импульса: $\vec{p} = \dfrac{m\vec{v}}{\sqrt{1-\beta^2}}$: $v^2 = \dfrac{p^2}{m^2 + \dfrac{p^2}{c^2}} = \dfrac{p^2c^2}{m^2c^2+p^2}$, подставим

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}} = \frac{mc^2}{\sqrt{1-\dfrac{p^2c^2}{(m^2c^2+p^2)c^2}}}$$

$$E = c\sqrt{m^2c^2+p^2}$$

$$E^2 - p^2c^2 = m^2c^4 = inv$$

$$E^2 = E_0{}^2 + p^2c^2$$

Получено инвариантное выражение, связывающее энергию и импульс.

Измеренные в разных системах координат E и p будут разными, но их разность будет одинакова в любой системе координат.

Изменяются при переходе из одной системы координат в другую: t, E, p, r, а m – величина инвариантная.

http://ens.tpu.ru/POSOBIE_FIS_KUSN https://physics.ru/textbook1/chapter4/section/paragraph5/ Трофимова Т.И. Курс физики

Взаимосвязь массы и энергии покоя

$$E = mc^2 \Rightarrow \Delta E_0 = \Delta mc^2$$

- Взаимосвязь между массой и энергией оценивалась А. Эйнштейном как самый значительный вывод специальной теории относительности. По его выражению, масса должна рассматриваться как «сосредоточение колоссального количества энергии». Масса и энергия являются различными свойствами материи.
- Важнейшим свойством энергии является ее способность превращаться из одной формы в другую в эквивалентных количествах при различных физических процессах – в этом заключается содержание закона сохранения энергии.

https://physics.ru/textbook1/chapter4/section/paragraph5/ Трофимова Т.И. Курс физики

2 апреля 2022

Физика

Мини-тест
https://study.physics.itmo.ru/mod/quiz/view.php?id=6743