

1.1.3 Расчет цепей постоянного тока методом узловых напряжений (МУН)

Дано:

$$E_1 = 8 \text{ [В]}, E_2 = 24 \text{ [В]}, J_4 = 0.35 \text{ [А]},$$

$$R_1 = 2 \text{ [Ом]}, R_2 = 3 \text{ [Ом]}, R_3 = 4 \text{ [Ом]}, R_5 = 7 \text{ [Ом]}.$$

Найти: все неизвестные токи МУН

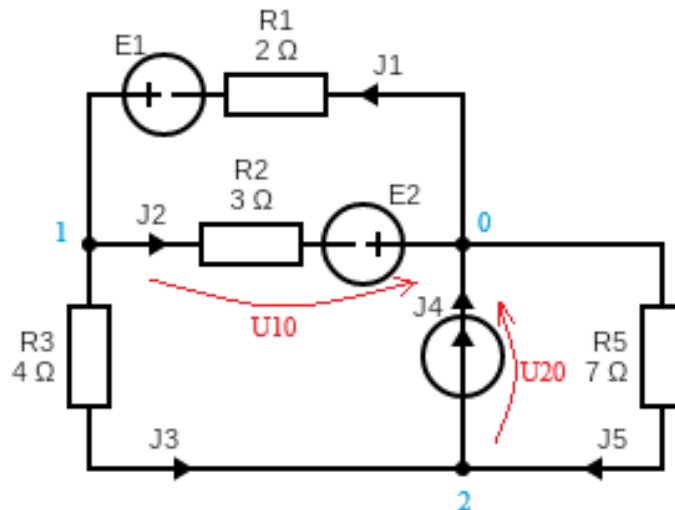


Рисунок 1 – Схема электрической цепи для МУН

Решение:

Топология цепи

$$p^* = 5 \text{ (общее количество ветвей),}$$

$$p_{\text{ит}} = 1 \text{ (количество ветвей с ист. тока),}$$

$$p = p^* - p_{\text{ит}} = 5 - 1 = 4 \text{ (количество неизвестных токов),}$$

$$q = 3 \text{ (количество узлов),}$$

$$l = q - 1 = 3 - 1 = 2 \text{ (количество узловых напряжений)}$$

Система уравнений

$$g_{11}U_{10} - g_{12}U_{20} = J_{11}$$

$$-g_{21}U_{10} + g_{22}U_{20} = J_{22}$$

или

$$\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right)U_{10} - \frac{1}{R_3}U_{20} = \frac{E_1}{R_1} - \frac{E_2}{R_2}$$

$$-\frac{1}{R_3}U_{10} + \left(\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_5}\right)U_{20} = -J$$

Подставим численные значения:

$$\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4}\right)U_{10} - \frac{1}{4}U_{20} = \frac{8}{2} - \frac{24}{3}$$

$$-\frac{1}{4}U_{10} + \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{7}\right)U_{20} = -0.35$$

Решим систему уравнений:

$$1.0833U_{10} - 0.25U_{20} = -4$$

$$-0.25U_{10} + 0.3929U_{20} = -0.35$$

$$U_{10} \approx -4.5689 \text{ [B]}$$

$$U_{20} \approx -3.7984 \text{ [B]}$$

Найдем искомые токи через узловые напряжения

$$E_1 - R_1J_1 - U_{10} = 0$$

$$J_1 = \frac{E_1 - U_{10}}{R_1} \approx \frac{8 - (-4.5689)}{2} \approx \mathbf{6.2845 \text{ [A]}}$$

Аналогично для остальных токов:

$$J_2R_2 - E_2 = U_{10}, \quad J_2 = \frac{E_2 + U_{10}}{R_2} \approx \frac{24 - 4.5689}{3} \approx \mathbf{6.477 \text{ [A]}}$$

$$-R_3J_3 + U_{10} - U_{20} = 0, \quad J_3 = \frac{U_{10} - U_{20}}{R_3} \approx \frac{-4.5689 - (-3.7984)}{4} \approx \mathbf{-0.1926 \text{ [A]}}$$

$$R_5J_5 + U_{20} = 0, \quad J_5 = \frac{U_{20}}{R_5} \approx -\frac{3.7984}{7} \approx \mathbf{0.5426 \text{ [A]}}$$

Ответ: $J_1 \approx 6.285 \text{ [A]}, J_2 \approx 6.477 \text{ [A]}, J_3 \approx -0.193 \text{ [A]}, J_5 \approx 0.543 \text{ [A]}.$