Seminar 10
Введение в классическую физику
Термодинамика

Victor Ivanov Yu.*

Аннотация

Physics and Mathematics

Содержание

1 Основные формулы 1

2 Упражнения 3

1 Основные формулы

- Количество вещества системы
$$\nu = \frac{N}{N_A},$$
где N - число элементов в системе, а N_A - постоянная Авогадро: $N_A \approx 6.02 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$.

- Молярная масса вещества
$$\mu = \frac{m}{\nu},$$
где m - масса вещества, $\nu-$ количество вещества этого тела.

- Массовая доля $i-$го компонента смеси газов
$$\omega_i = \frac{m_i}{m},$$
где m_i - масса $i-$го компонента смеси, m - масса смеси.

- Закон Дальтона для давления смеси газов
$$p = \sum_{i=1}^{N} p_i,$$
где p_i - парциальные давления составляющих смеси.

---

*VI

- Средняя кинетическая энергия поступательного движения молекулы ($i = 3$)

$$\overline{\epsilon} = \frac{3}{2}kT$$

- Средняя кинетическая энергия вращательного движения молекулы

$$\overline{\epsilon} = \frac{i}{2}kT$$

  где i - число вращательных степеней свободы ($i = 2$ для двухатомной молекулы, $i = 3$ для трех и более атомной молекулы).

- Средняя кинетическая энергия колебательного движения молекулы ($i = 3$)

$$\overline{\epsilon} = kT$$

- Средняя квадратичная скорость молекулы

$$\overline{v} = \sqrt{\frac{3kT}{m_1}}$$

- Средняя арифметическая скорость молекулы

$$\overline{v} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_1}} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}}$$

- Наиболее вероятная скорость молекулы

$$v = \sqrt{\frac{2kT}{m_1}} = \sqrt{\frac{2RT}{\mu}}$$

  m_1 - масса одной молекулы.

- Эффективное сечение столкновения молекулы

$$\sigma = \pi d^2,$$

  где d - эффективный диаметр молекулы.

- Среднее число соударений, испытываемых одной молекулой газа в единицу времени

$$\overline{z} = \sqrt{2}\pi d^2 n\overline{v} = \sqrt{2}\sigma n\overline{v},$$

  где $\overline{v}$ - средняя арифметическая скорость молекул, n - концентрация молекул.

- Средняя длина свободного пробега молекул газа

$$\overline{l} = \frac{1}{\sqrt{2}\pi d^2 n} = \frac{1}{\sqrt{2}\sigma n}$$

- Распределение Максвелла или распределение молекул по скоростям выражается двумя соотношениями:

1. число молекул, скорости которых заключены в пределах от v до $v + dv$,

$$dN(v) = Nf(v)dv = \frac{4}{\sqrt{\pi}}N\left(\frac{m}{2kT}\right)^{3/2} exp\left(-\frac{mv^2}{2kT}\right)v^2dv$$

   где $f(v)$ - функция распределения молекул по модулям скоростей, выражающая отношение вероятности того, что скорость молекулы лежит в интервале от v до $v + dv$, к величине этого интервала, а также долю числа молекул, скорости которых лежат в указанном интервале; N - общее число молекул; m - масса молекулы.

2. число молекул, относительные скорости которых заключены в пределах от u до $u + du$

$$dN(u) = Nf(u)du = \frac{4}{\sqrt{\pi}}Nexp(-u^2)u^2du$$

   где $u = v/v_p$ - относительная скорость, равная отношению скорости v к наивероятнейшей скорости v_p; $f(u)$ - функция распределения по относительным скоростям.

- Распределение молекул по импульсам. Число молекул, импульсы которых заключены в пределах от p до $p + dp$,

$$dN(p) = Nf(p)dp = \frac{4}{\sqrt{\pi}}N\left(\frac{1}{kT}\right)^{3/2} exp\left(-\frac{\epsilon}{kT}\right)\epsilon^{1/2}d\epsilon$$

  где $f(p)$ - функция распределения по импульсам (кинетическим энергиям).

- Распределение Больцмана или распределение частиц в силовом поле

$$n = n_0 exp(-\frac{U}{kT}),$$

  где n - концентрация частиц; U - их потенциальная энергия; n_0 - концентрация частиц в точках поля, где $U = 0$; k - постоянная Больцмана; T - термодинамическая температура.

- Барометрическая формула или распределение давления в однородном поле силы тяжести

$$p = p_0 exp\left(-\frac{mgz}{kT}\right) = p_0 exp\left(-\frac{Mgz}{RT}\right),$$

  где p - давление газа; m - масса частицы; M - молярная масса; z - координата (высота) точки по отношению к уровню, принятому за нулевой; p_0 - давление на этом уровне; g - ускорение свободного падения; R - молярная газовая постоянная.

2 Упражнения

Задача 2.1. *Сухой воздух состоит в основном из кислорода и азота. Если пренебречь остальными составными частями воздуха, то можно считать, что массовые доли кислорода и азота соответственно $\omega_1 = 0.232$, $\omega_2 = 0.768$. Определить относительную молекулярную массу M_τ воздуха.*

Решение. Elementary ■

Задача 2.2. *Газовая смесь, состоящая из кислорода и азота, находится в баллоне под давлением $p = 1$ МПа. Определить парциальные давления p_1 кислорода и p_2 азота, если массовая доля ω_1 кислорода в смеси равна 0.2.*

Решение. Elementary ■

Задача 2.3. *На какой высоте давление воздуха составляет 75 % от давления на уровне моря? Температуру считать постоянной и равной 0^oC.*

Решение. Elementary ■

Задача 2.4. *Одно и то же значение функции распределения Максвелла соответствует двум скоростям молекул кислорода: $v_1 = 300$ м/с и $v_2 = 500$ м/с. Определить температуру T газа.*

Решение. Elementary ■

Задача 2.5. *Найти, какая часть общего числа молекул кислорода имеет при температуре 27 градусов С: 1) скорости, отличающиеся от наиболее вероятной на 1 % ; 2) скорости в интервале 562 - 572 м/с.*

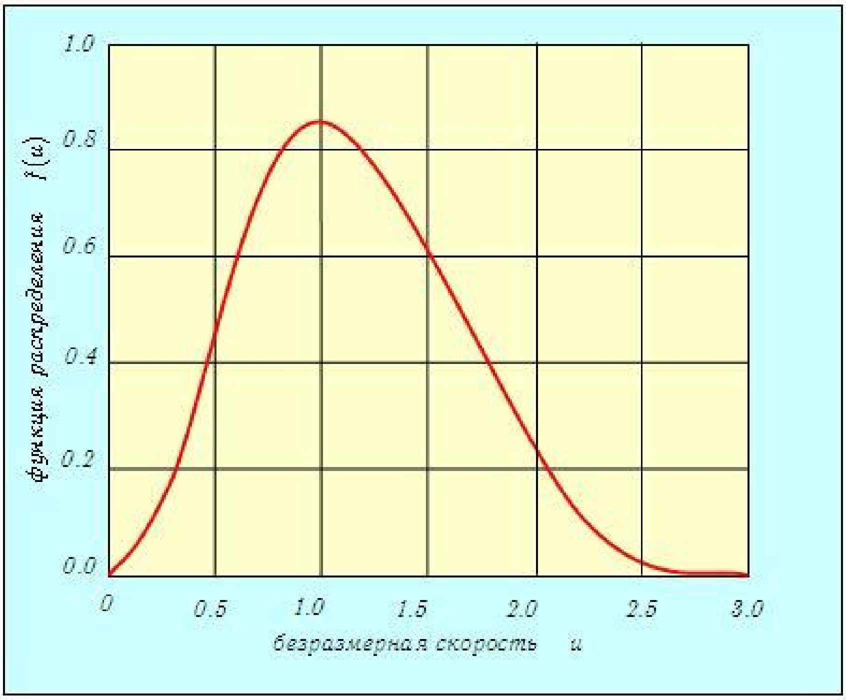

Рис. 1:

Решение. Elementary ■

Задача 2.6. *Криптон массой $m = 200$ г находится в равновесном состоянии.*

1. *Начертить (приблизительно) график функции распределения $f(v)$ молекул по скоростям.*

2. *Указать (приблизительно) на графике (штриховкой) долю* $\Delta N/N$ *молекул, скорости которых отличаются от средней арифметической скорости не более, чем на* $\nu = 1.00\%$

3. *Найти долю* $\Delta N/N$ *этих молекул, а также их число* ΔN.

Решение. Elementary ■

Задача 2.7. *Кислород и гелий находятся в равновесном состояниях при одинаковой температуре. Массы газов* m_1 = *16.0 г,* m_2 = *4.00 г соответственно.*

1. *Начертить (приблизительно) графики функции распределения* $f_1(v)$ *и* $f_2(v)$ *молекул газов по скоростям.*

2. *Во сколько раз число молекул* dN_1 *кислорода, скорости которых заключены в интервале от* v_{p_1} *до* $v_{p_1} + dv$, *большие числа молекул* dN_2 *гелия, скорости которых заключены в интервале от* v_{p_2} *до* $v_{p_2} + dv$, *где* v_{p_1} *и* v_{p_2} *- наиболее вероятные скорости молекул кислорода и гелия соответственно? Величина интервала скоростей* dv *одинакова и очень мала.*

3. *Записать в виде интеграла выражение, определяющее число молекул число молекул* ΔN_1 *кислорода скорости, которых заключены в интервале от* v_{p_1} *до* v_{p_2}. *Указать (приблизительно) на графике (штриховкой) долю* $\Delta N_1/N_1$ *этих молекул*

Решение. Elementary ■

Задача 2.8. *Газ находится в равновесном состоянии.*

1. *Начертить (приблизительно) графики функции распределения* $f_1(v)$ *и* $f_2(v)$ *молекул газа по скоростям при температуре* $T_1 = 300\ K$ *и* $T_2 = 600\ K$.

2. *Указать (приблизительно) на первом графике (штриховкой) долю* $\Delta N/N$ *молекул, скорости которых заключены в и интервале от наиболее вероятной скорости* v_p *до средней квадратичной скорости* v_{av}. *Записать в виде интеграла выражение определяющие число* ΔN *этих молекул.*

3. *Найти молярную массу* μ *газа, если скорости молекул* v = *760 м/с соответствуют равные значения функции распределения Максвелла* $f_1(v)$ *и* $f_2(v)$ *при заданных температурах* T_1 *и* T_2. *Какой это газ?*

4. *Указать на графике* $f(v)$ *упомянутые выше значения скоростей.*

Решение. Elementary ■

Задача 2.9. *Кислород находится в равновесном состоянии. Средняя квадратичная скорость* v_{av} *молекул газа в этом состоянии равна 480 м/с.*

1. *Начертить (приблизительно) график функции распределения* $f(v)$ *молекул газа по скоростям.*

2. *Указать (приблизительно) на графике (штриховкой)долю* $\Delta N/N$ *молекул, скорости которых заключены в и интервале от наиболее вероятной скорости* v_p *до средней квадратичной скорости* v_{av}. *Записать в виде интеграла выражение определяющие число* ΔN *этих молекул.*

3. *Найти скорости молекул* v_1 *и* v_2 *которым соответствуют одинаковые значения распределения Максвелла, если известно, что* $v_2 = nv_1$ *где* $n = 2.00$.

4. *Показать (приблизительно) на графике значения всех указанных выше скоростей.*

Решение. Elementary ■