

Практическое занятие 10-11

Двумерная дискретная случайная величина

Литература

1. Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистики. М.: Издательство «Юрайт», 2016.
2. Вентцель Е.С., Овчаров Л.А. Теория вероятностей и ее инженерные приложения. М.: Высш. шк., 2000.
3. Решетов С.В., Суслина И.А. Задачи для самостоятельного решения по теории вероятностей и математической статистике – СПб: НИУ ИТМО, 2014.

Условные характеристики двумерной с.в.

Рассмотрим двумерную д.с.в. (X, Y) .

Условным математическим ожиданием с.в. Y называется ее математическое ожидание, вычисленное при условии, что с.в. $X=x_i$:

$$M(Y / X=x_i) = \sum_{j=1}^m y_j \cdot p(y_j / x_i),$$

$$\text{где } p(y_j / x_i) = \frac{p_{ij}}{p(x_i)}$$

– *среднее значение* с.в. Y при условии, что $X=x_i$.

Значение $M(Y / x_i)$ зависит только от значения x_i .

Определение 1

Условным математическим ожиданием д.с.в. Y относительно д.с.в. X называется функция

$$M(Y / X) = h(X)$$

случайной величины X , где область определения функции есть $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$, а каждому значению аргумента x_i поставлено в соответствие число

$$h(x_i) = M(Y / x_i)$$

Функция $h(x)$ выражающая зависимость в *среднем* с.в. Y от значений с.в. X называется **регрессией Y на X** .

Её график – *линия регрессии Y на X* .

Условным математическим ожиданием с.в. X называется ее математическое ожидание, вычисленное при условии, что другая с.в. $Y=y_j$:

$$M(X / Y=y_j) = \sum_{i=1}^n x_i \cdot p(x_i / y_j),$$

$$\text{где } p(x_i / y_j) = \frac{p_{ij}}{p(y_j)}$$

– *среднее значение* с.в. X при условии, что $Y=y_j$.

Значение $M(X / y_j)$ зависит только от значения y_j .

Определение 2

Условным математическим ожиданием д.с.в. X относительно д.с.в. Y называется функция

$$M(X / Y) = g(Y)$$

случайной величины Y , где область определения функции есть $Y = \{y_1, y_2, \dots, y_m\}$, а каждому значению аргумента y_j поставлено в соответствие число

$$g(y_j) = M(X / y_j)$$

Функция $g(y)$, выражающая зависимость, в *среднем*, с.в. X от значений с.в. Y называется **регрессией X на Y** .

Её график – *линия регрессии X на Y* .

Условная функция распределения математического ожидания отражает только *вероятностную* (*стохастическую*) связь между случайными величинами.

Предсказать точное значение одной с.в. по значению другой, вообще говоря, НЕВОЗМОЖНО.