ОБЩАЯ ЭЛЕКТРОТЕХНИКА

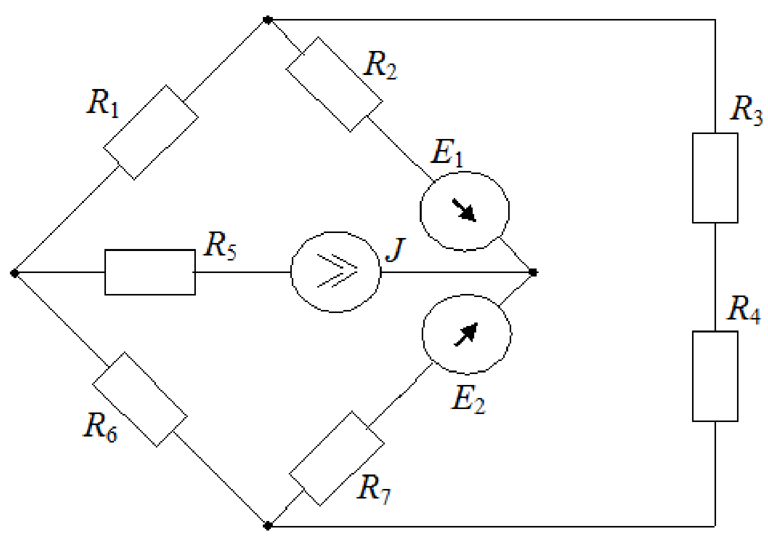
Расчет цепей постоянного тока методом контурных токов и методом узловых напряжений

Никитина Мария Владимировна
mvnikitina@itmo.ru

Кононова Мария Евгеньевна
maria.kononova@itmo.ru

Санкт-Петербург – 2021

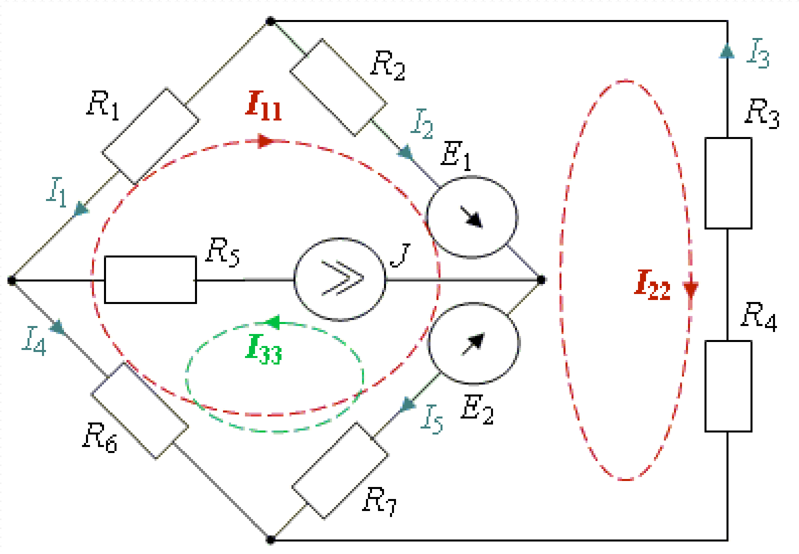
Расчет цепей постоянного тока методом контурных токов (МКТ)



Дано: E_1=20 [В], E_2=5 [В], J=0,5 [А], $R_1=R_2=R_3=R_4=R_6$=1 [Ом], R_5=4 [Ом], R_7=5 [Ом].

Найти: все неизвестные токи МКТ

Расчет цепей постоянного тока методом контурных токов (МКТ)



Алгоритм и решение:

1. Определить топологию цепи

p^*=6 (общее количество ветвей),

$p_{ит}$=1 (количество ветвей с ист. тока),

$p=p^*-p_{ит}=6-1=5$ (количество неизвестных токов),

q=4 (количество узлов),

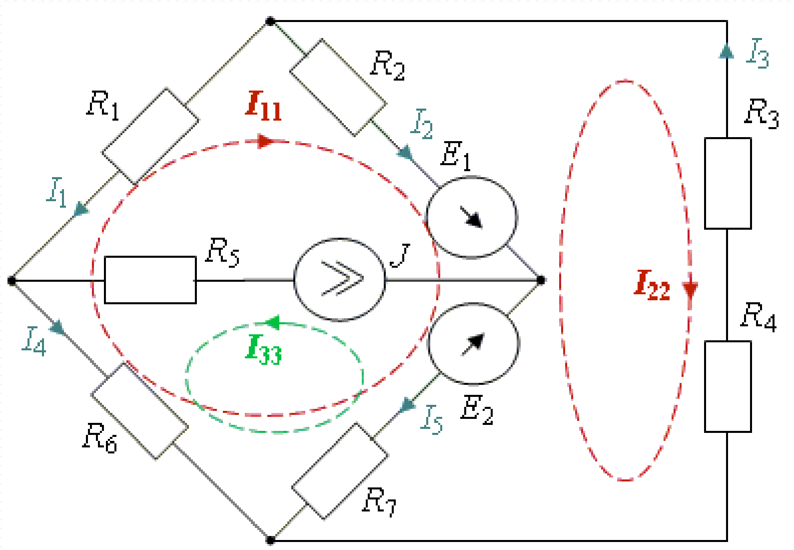
$n=p-(q-1)=5-(4-1)=2$ (количество неизвестных контурных токов),

$m=p_{ит}=1$ (количество известных контурных токов).

Произвольно обозначить p неизвестных токов и $s=n+m$ контурных токов.

$$\boldsymbol{I_{33}} = -\boldsymbol{J} = -0{,}5\ [\text{А}].$$

Расчет цепей постоянного тока методом контурных токов (МКТ)



2. Составить и решить систему вида

$R_{11}I_{11}+R_{12}I_{22}+\ldots+R_{1n}I_{nn}+\ldots+R_{1s}I_{ss}=E_{11}$

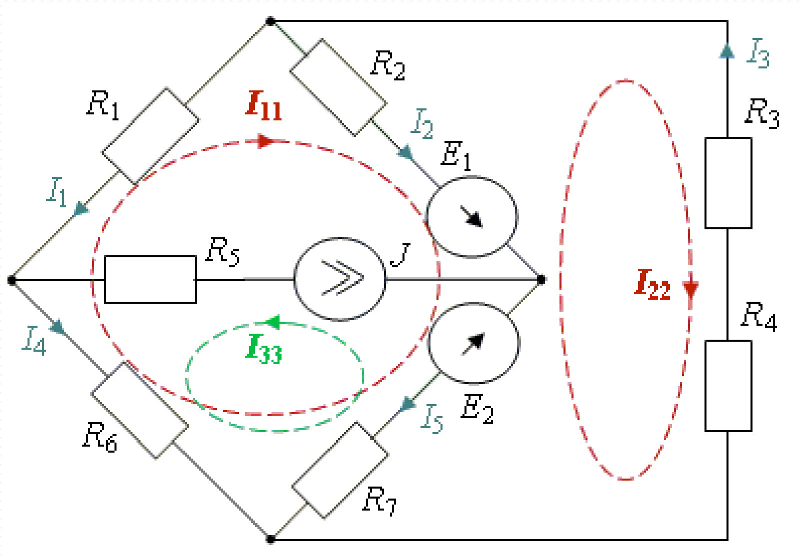
$R_{21}I_{11}+R_{22}I_{22}+\ldots+R_{2n}I_{nn}+\ldots+R_{2s}I_{ss}=E_{22}$

$\vdots$

$R_{n1}I_{11}+R_{n2}I_{22}+\ldots+R_{nn}I_{nn}+\ldots+R_{ns}I_{ss}=E_{nn}$

$R_{kl}=R_{lk}$ (для $k=1\ldots s$, $l=1\ldots s$, $k\neq l$) – общие сопротивления – сумма всех сопротивлений, охватываемых одновременно контурными токами I_{kk} и I_{ll}. Перед $R_{kl}=R_{lk}$ ставится знак «минус», если контурные токи протекают через него в разные стороны, в противном случае – знак «плюс».

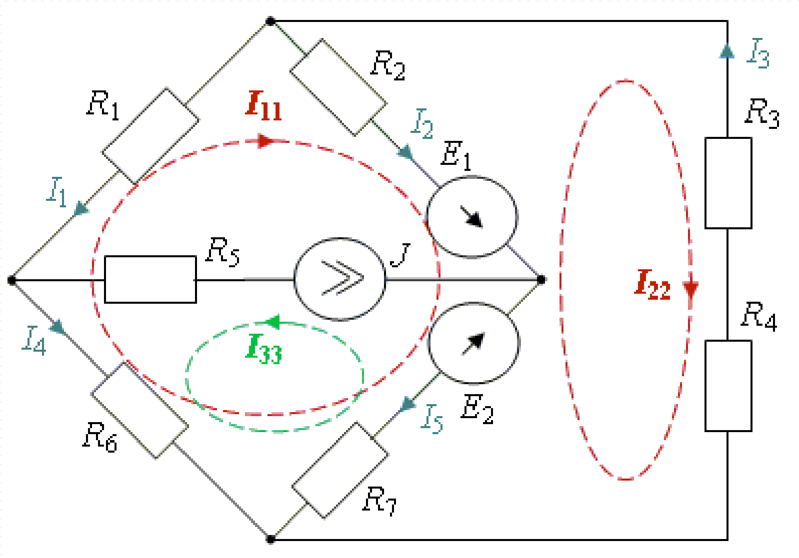
Расчет цепей постоянного тока методом контурных токов (МКТ)



R_{kk} (для k=1…n) – собственные сопротивления – сумма всех сопротивлений, охватываемых контурным током I_{kk}.

E_{kk} (для k=1…n) – контурная ЭДС – алгебраическая сумма ЭДС, охватываемых контурным током I_{kk}. Если направление контурного тока и ЭДС совпадают, то в E_{kk} такая ЭДС пишется со знаком «плюс», в противном случае «минус».

Расчет цепей постоянного тока методом контурных токов (МКТ)



Итак, для рассматриваемой схемы необходимо составить систему вида

$R_{11}I_{11}+R_{12}I_{22}+R_{13}I_{33}=E_{11}$

$R_{21}I_{11}+R_{22}I_{22}+R_{23}I_{33}=E_{22}$

или

$(R_1+R_2+R_7+R_6)I_{11}-(R_2+R_7)I_{22}-(R_6+R_7)I_{33}=$
$=E_1-E_2$

$-(R_2+R_7)I_{11}+(R_2+R_3+R_4+R_7)I_{22}+R_7I_{33}=$
$=-E_1+E_2$

Подставив численные значения

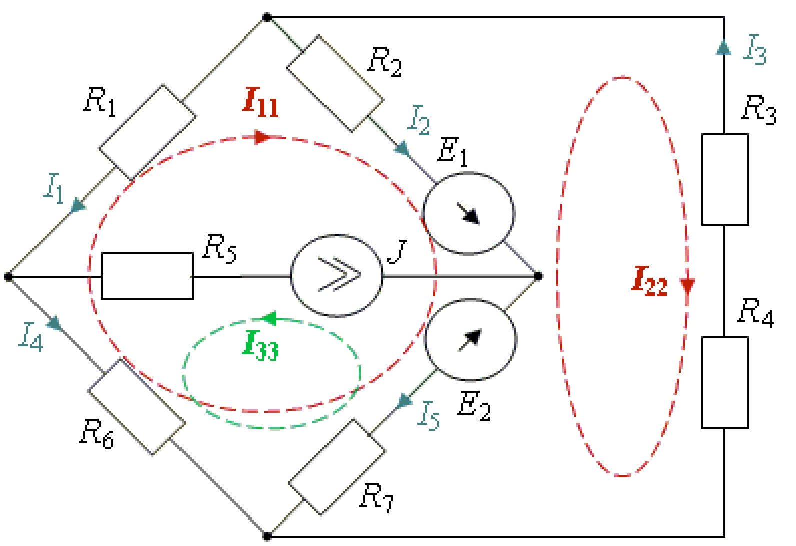
$8I_{11}-6I_{22}+3=15$

$-6I_{11}+8I_{22}-2{,}5=-15$

и решая систему уравнений, получим

$I_{11}=0{,}75$ [А], $I_{22}=-1$ [А].

Расчет цепей постоянного тока методом контурных токов (МКТ)



3. Найти искомые токи через контурные токи

В общем случае ток в ветви является алгебраической суммой контурных токов, т.е. $I_x=\sum\pm I_{kk}$ (k=1…s). Если контурный ток совпадает по направлению с направлением искомого тока, то в $\sum$ перед ним ставится знак «плюс», в противном случае – знак «минус».

$I_1= -I_{11} = -0{,}75$ [A],

$I_2=I_{11}-I_{22}=0{,}75-(-1)=1{,}75$ [A],

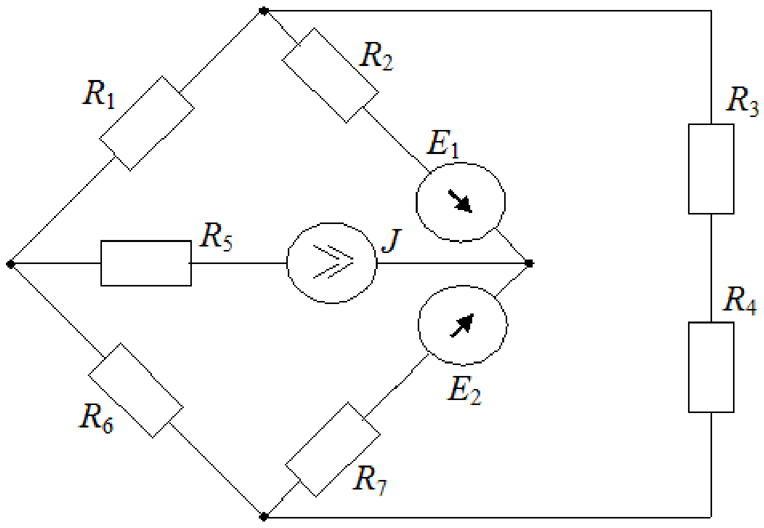
$I_3= -I_{22}= -(-1)=1$ [A],

$I_4= -I_{11}+I_{33}= -0{,}75+(-0{,}5)= -1{,}25$ [A],

$I_5=I_{11}-I_{22}-I_{33}=0{,}75-(-1)-(-0{,}5)=2{,}25$ [A].

Ответ: I_1= – 0.75 [A], I_2= 1.75 [A], I_3= 1 [A], I_4= – 1.25 [A], I_5= 2.25 [A].

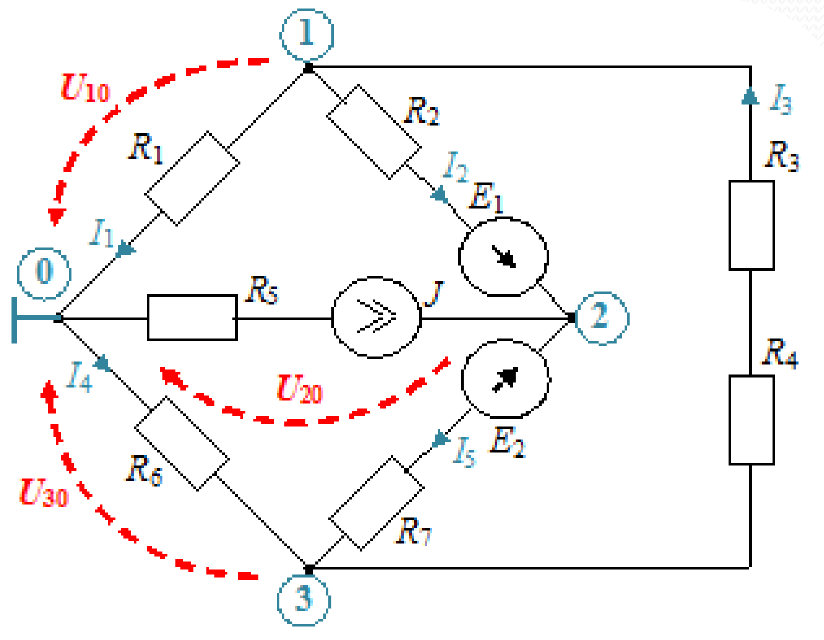
Расчет цепей постоянного тока методом узловых напряжений



Дано: E_1=20 [В], E_2=5 [В], J=0,5 [А], R_1=R_2=R_3=R_4=R_6=1 [Ом], R_5=4 [Ом], R_7=5 [Ом].

Найти: все неизвестные токи МУН

Расчет цепей постоянного тока методом узловых напряжений



Алгоритм и решение:

1. Определить топологию цепи

p^*=6 (общее количество ветвей),

$p_{ит}$=1 (количество ветвей с ист. тока),

$p=p^*-p_{ит}$=6–1=5 (количество неизвестных токов),

q=4 (количество узлов),

$l=q-1$=4–1=3 (количество узловых напряжений).

Произвольно обозначить p неизвестных токов и l узловых напряжений (любой узел схемы заземляется (порядковый номер «0»), от оставшихся незаземленных узлов в сторону заземленного направляются узловые напряжения).

Расчет цепей постоянного тока методом узловых напряжений

2. Составить и решить систему уравнений вида

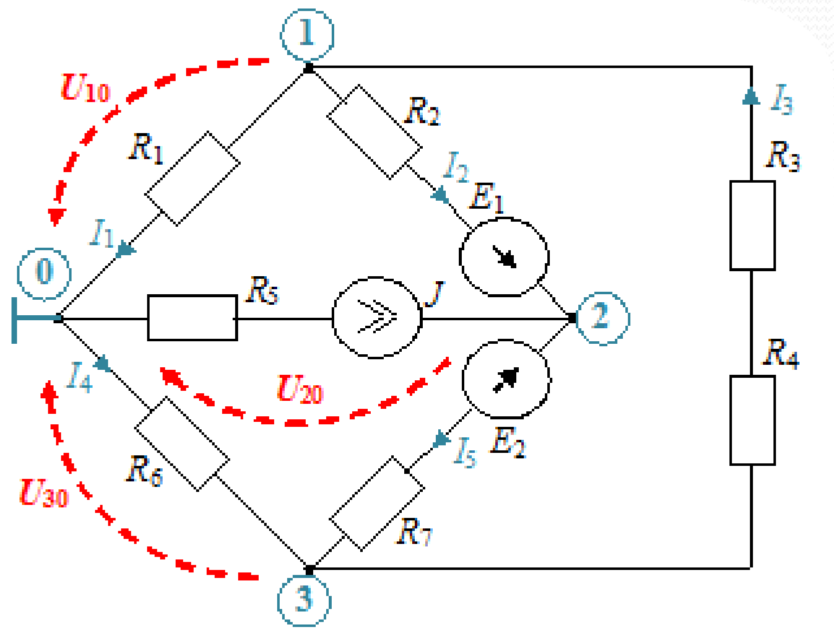
$$g_{11}U_{10} - g_{12}U_{20} - \ldots - g_{1l}U_{l0} = J_{11}$$
$$- g_{21}U_{10} + g_{22}U_{20} - \ldots - g_{2l}U_{l0} = J_{22}$$
$$\vdots$$
$$- g_{l1}U_{10} - g_{l2}U_{20} - \ldots + g_{ll}U_{l0} = J_{ll}$$

$g_{km}=g_{mk}$ (для $k=1\ldots l$, $m=1\ldots l$, $k\neq m$) – общие проводимости – сумма проводимостей всех ветвей, расположенных между узлами k и m (*кроме проводимости ветви с источником тока*).

g_{kk} (для $k=1\ldots l$) – собственные проводимости – сумма проводимостей всех ветвей, сходящихся в узле k (*кроме проводимости ветви с источником тока*).

$J_{kk}=\Sigma(\pm J) + \Sigma(\pm E/R)$ (для $k=1\ldots l$) – «узловые токи», обусловленные наличием источников энергии в ветвях узла k – алгебраическая сумма токов от источников энергии, находящихся в ветвях узла k.

Расчет цепей постоянного тока методом узловых напряжений



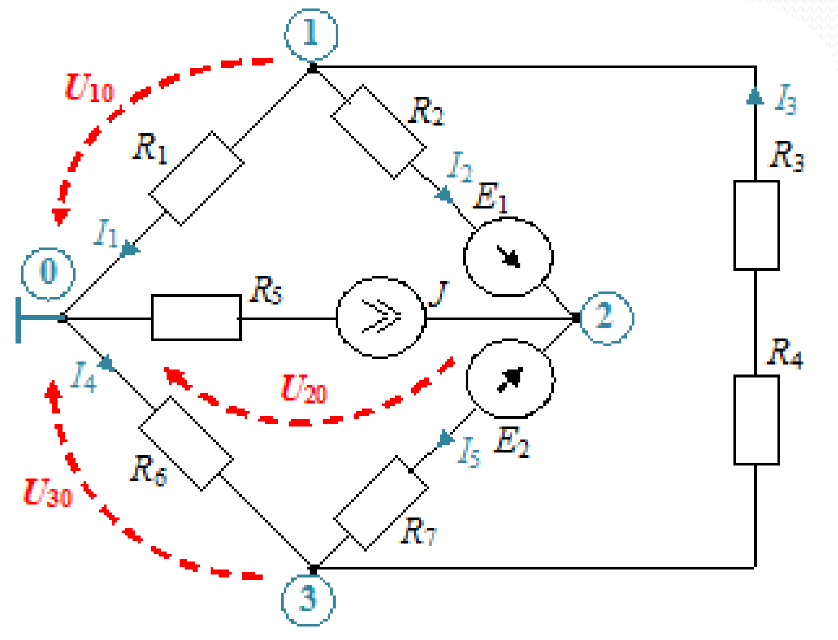
Итак, для рассматриваемой схемы необходимо составить систему вида

$$g_{11}U_{10} - g_{12}U_{20} - g_{13}U_{30} = J_{11}$$
$$-g_{21}U_{10} + g_{22}U_{20} - g_{23}U_{30} = J_{22}$$
$$-g_{31}U_{10} - g_{32}U_{20} + g_{33}U_{30} = J_{33}$$

или

$$(1/R_1+1/R_2+1/(R_3+R_4))U_{10} - (1/R_2)U_{20} - $$
$$- (1/(R_3+R_4))U_{30} = -E_1/R_2$$
$$-(1/R_2)U_{10} + (1/R_2+1/R_7)U_{20} - (1/R_7)U_{30} =$$
$$= E_1/R_2 + J + E_2/R_7$$
$$-(1/(R_3+R_4))U_{10} - (1/R_7)U_{20} +$$
$$+(1/R_6+1/R_7+1/(R_3+R_4))U_{30} = -E_2/R_7$$

Расчет цепей постоянного тока методом узловых напряжений



Подставив численные значения, получим

$2{,}5U_{10} - U_{20} - 0{,}5U_{30} = -20$

$-U_{10} + 1{,}2U_{20} - 0{,}2U_{30} = 21{,}5$

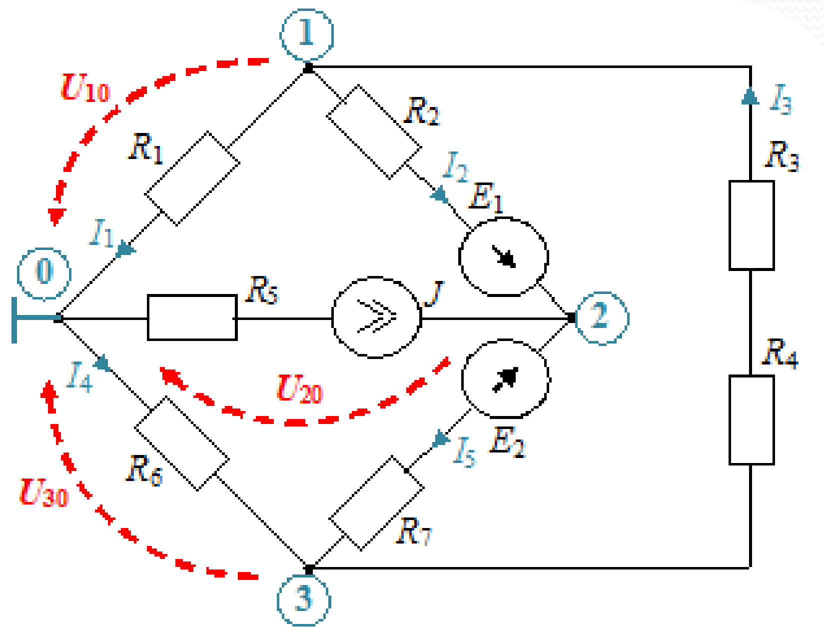
$-0{,}5U_{10} - 0{,}2U_{20} + 1{,}7U_{30} = -1$

Решение системы уравнений:

$U_{10} = -0{,}75$ [В], $U_{20} = 17{,}5$ [В],

$U_{30} = 1{,}25$ [В].

Расчет цепей постоянного тока методом узловых напряжений



3. Определить искомые токи через узловые напряжения

Ток в ветви определяется с использованием расширенного закона Ома, т.е. $I=(\Sigma(\pm U)+\Sigma(\pm E))/\Sigma R$, где «+» у U и E в Σ ставится в случае совпадения направления искомого тока и соответствующих U и E, в противном случае – «–».

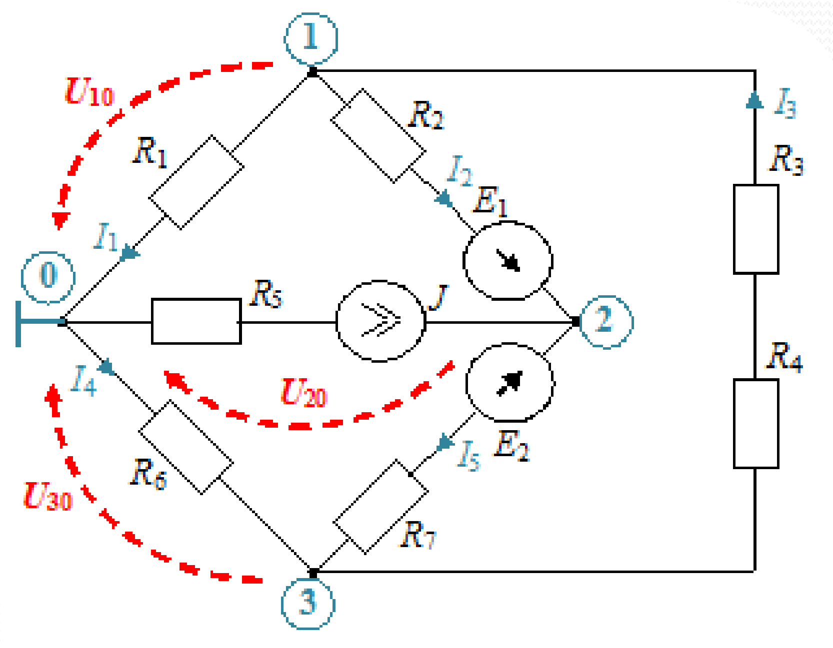
Для рассматриваемой схемы искомые токи будут определяться как:

$I_1 = U_{10}/R_1 = –0,75/1= –0,75$ [А],

$I_2 = (U_{10}–U_{20}+E_1)/R_2 =$

$= (– 0,75 – 17,5+20)/1= 1,75$ [А],

Расчет цепей постоянного тока методом узловых напряжений



$I_3 = (-U_{10}+U_{30})/(R_3+R_4)=$

$= (-(-0{,}75) + 1{,}25)/(1+1)= 1$ [A],

$I_4 = -U_{30}/R_6= -1{,}25/1 = -1{,}25$ [A],

$I_5 = (U_{20}-U_{30} - E_2)/R_7 =$

$= (17{,}5 - 1{,}25 - 5)/5= 2{,}25$ [A].

Ответ: $I_1= -0{,}75$ [A], $I_2= 1{,}75$ [A], $I_3= 1$ [A], $I_4= -1{,}25$ [A], $I_5= 2{,}25$ [A].

СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ!