

# ОБЩАЯ ЭЛЕКТРОТЕХНИКА

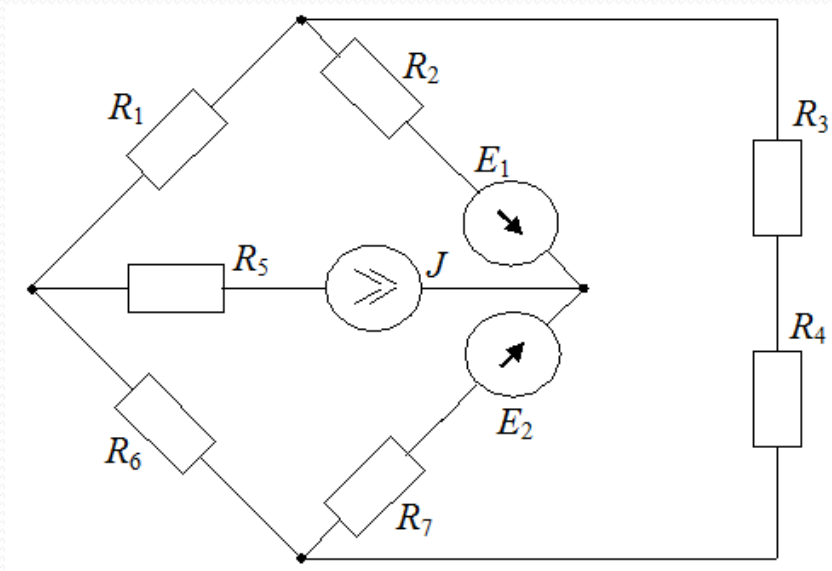
## Расчет цепей постоянного тока по законам Кирхгофа

Никитина Мария Владимировна  
[mvnikitina@itmo.ru](mailto:mvnikitina@itmo.ru)

Кононова Мария Евгеньевна  
[maria.kononova@itmo.ru](mailto:maria.kononova@itmo.ru)

Санкт-Петербург – 2021

# Расчет цепей постоянного тока по законам Кирхгофа



**Дано:**  $E_1=20$  [В],  $E_2=5$  [В],  $J=0,5$  [А],  
 $R_1=R_2=R_3=R_4=R_6=1$  [Ом],  
 $R_5=4$  [Ом],  $R_7=5$  [Ом].

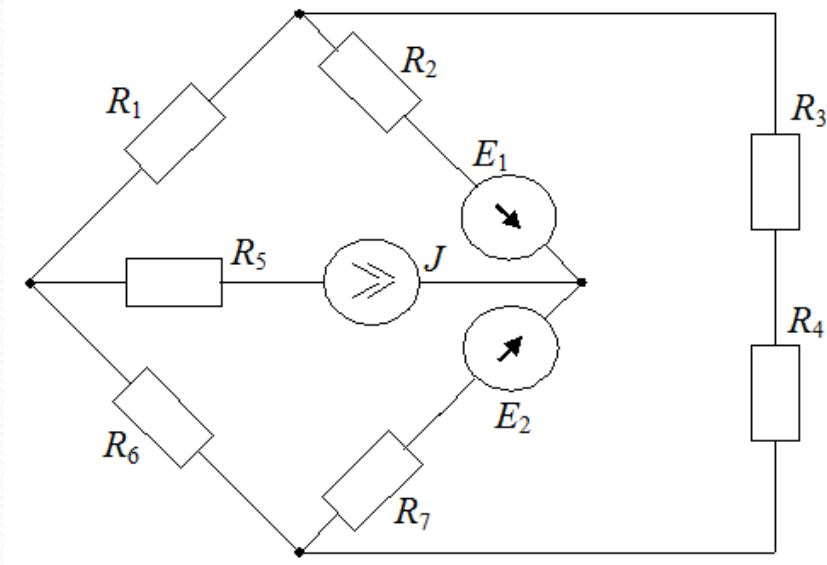
**Найти:** все неизвестные токи,  
используя законы Кирхгофа (ЗК).

# Расчет цепей постоянного тока по законам Кирхгофа

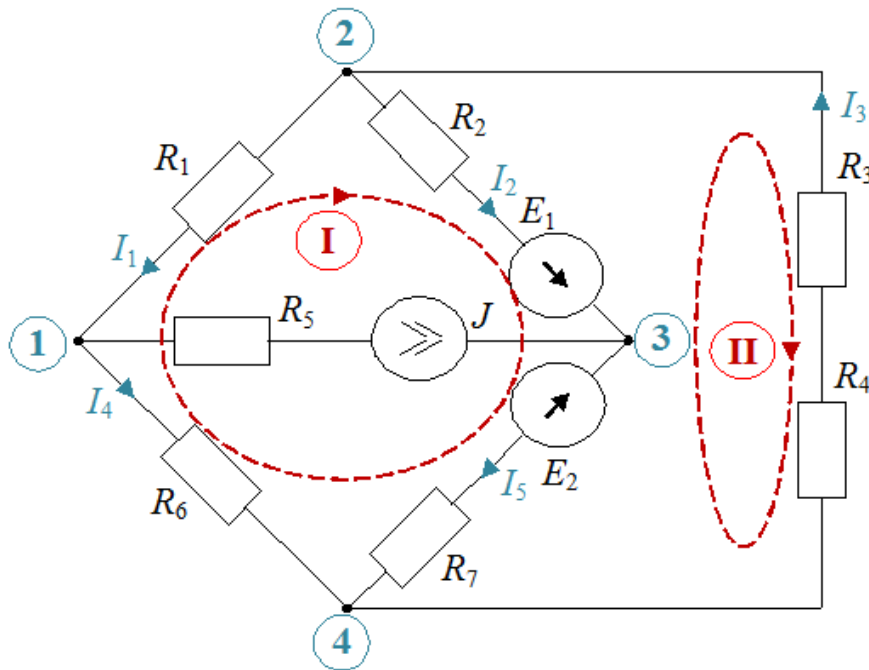
## Алгоритм и решение:

### 1. Определить топологию цепи

$p^* = 6$  (общее количество ветвей),  
 $p_{\text{ит}} = 1$  (количество ветвей с ист. тока),  
 $p = p^* - p_{\text{ит}} = 6 - 1 = 5$  (количество  
неизвестных токов),  
 $q = 4$  (количество узлов),  
 $n = p - (q - 1) = 5 - (4 - 1) = 2$  (количество  
независимых контуров),  
 $m_I = q - 1 = 4 - 1 = 3$  (количество  
уравнений по ЗКИ),  
 $m_{II} = n = 2$  (количество уравнений по  
ЗКII).



# Расчет цепей постоянного тока по законам Кирхгофа



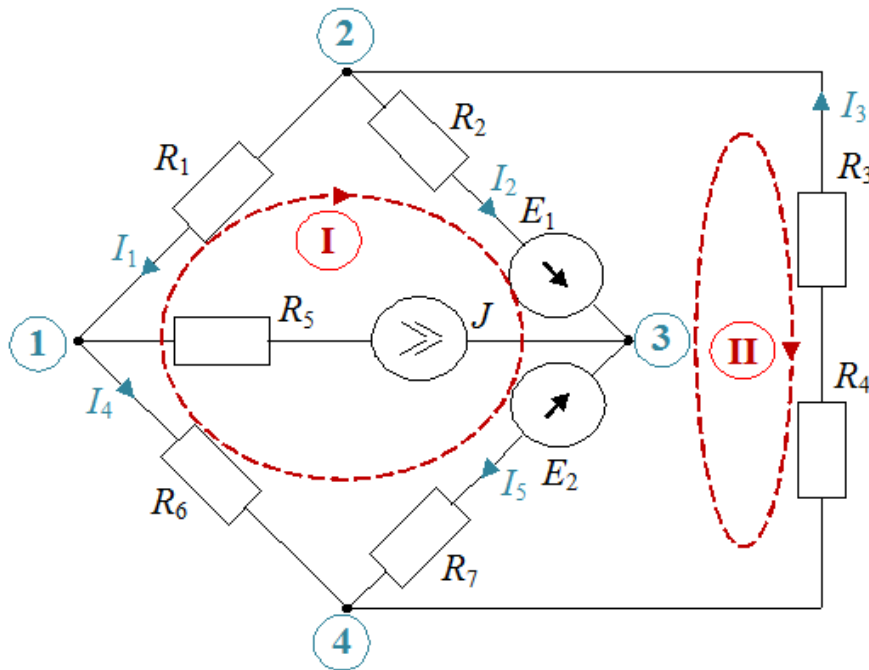
Произвольно обозначить  $p$  неизвестных токов,  $q$  узлов и  $n$  независимых контуров.

В любом месте ветви обозначается стрелка и имя искомого тока.

Рядом с узлом ставится порядковый номер (арабская цифра), обведенный окружностью.

Для выбранных контуров указывается направление их обхода и внутри контура указывается порядковый номер (римская цифра), обведенный окружностью.

# Расчет цепей постоянного тока по законам Кирхгофа

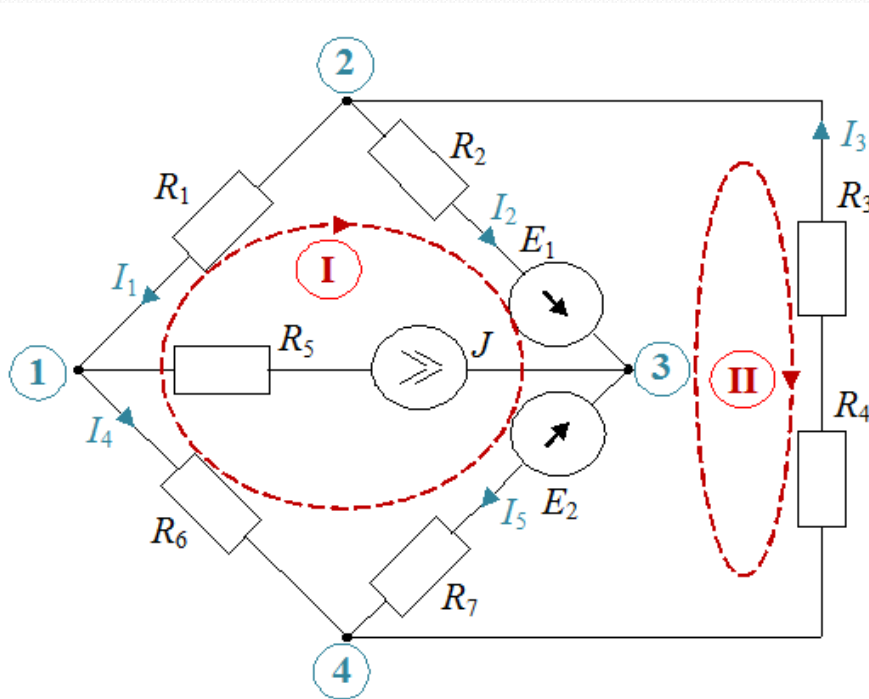


Правила выбора независимых контуров:

- граница контура **не должна** скользить вдоль ветви с источником тока;
- каждый последующий контур должен отличаться от всех предыдущих хотя бы одной ветвью.

Проверяем себя – выбранные  $n$  контуров должны охватывать  $p$  ветвей с неизвестными токами!

# Расчет цепей постоянного тока по законам Кирхгофа



Произвольно обозначить  $p$  неизвестных токов,  $q$  узлов и  $n$  независимых контуров.

В любом месте ветви обозначается стрелка и имя искомого тока.

Рядом с узлом ставится порядковый номер (арабская цифра), обведенный окружностью.

Для выбранных контуров указывается направление их обхода и указывается порядковый номер (римская цифра), обведенный окружностью.

# Расчет цепей постоянного тока по законам Кирхгофа

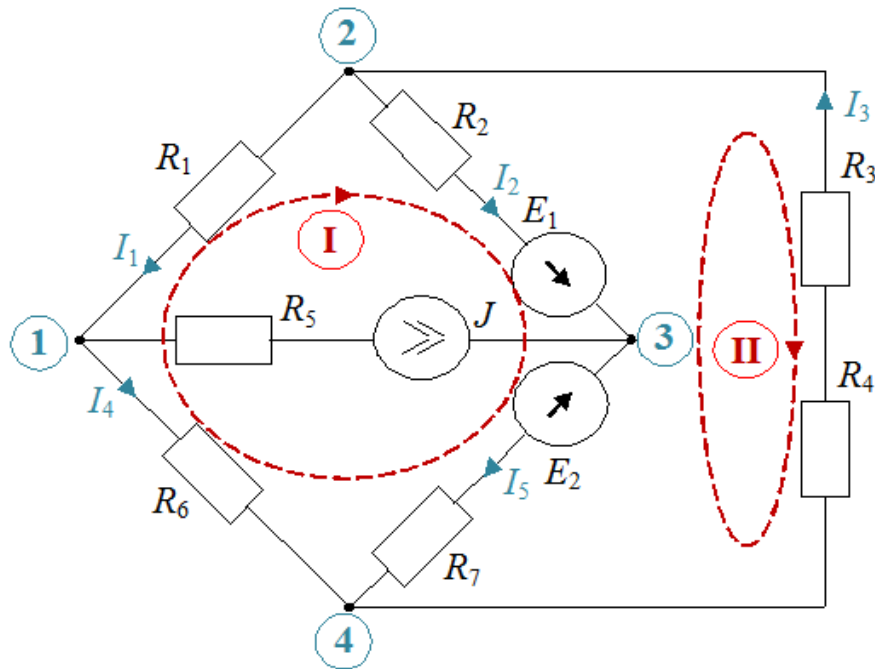
## 2. Составить систему уравнений из $m_I$ уравнений по ЗКІ и $m_{II}$ уравнений по ЗКІІ. Представить систему в матричной форме.

Для уравнений по ЗКІ: если ток направлен в узел (стрелка направлена в узел), то такой ток в уравнение ставится со знаком «+», в противном случае (ток направлен от узла) – со знаком «-»; все известные значения токов необходимо переносить справа от знака «=».

Для уравнений по ЗКІІ: если направление действия напряжения и ЭДС совпадает с направлением обхода контура, то такие напряжения и ЭДС в уравнение записываются со знаком «+», в противном случае (при несовпадении направлений) – со знаком «-».

Матричная форма записи системы уравнений:  $A \cdot X = F$ , где матрица  $A$  – матрица коэффициентов при неизвестных токах размерностью  $p \times p$ , матрица  $X$  – матрица-столбец неизвестных токов размерностью  $p \times 1$ , матрица  $F$  – матрица-столбец источников размерностью  $p \times 1$ .

# Расчет цепей постоянного тока по законам Кирхгофа



$$\text{ЗКІ.1: } I_1 - I_4 - J = 0 \text{ или } I_1 - I_4 = J$$

$$\text{ЗКІ.2: } -I_1 - I_2 + I_3 = 0$$

$$\text{ЗКІ.3: } I_2 - I_5 + J = 0 \text{ или } I_2 - I_5 = -J$$

$$\text{ЗКІІ.І: } -R_1 I_1 + R_2 I_2 + R_7 I_5 - R_6 I_4 = E_1 - E_2$$

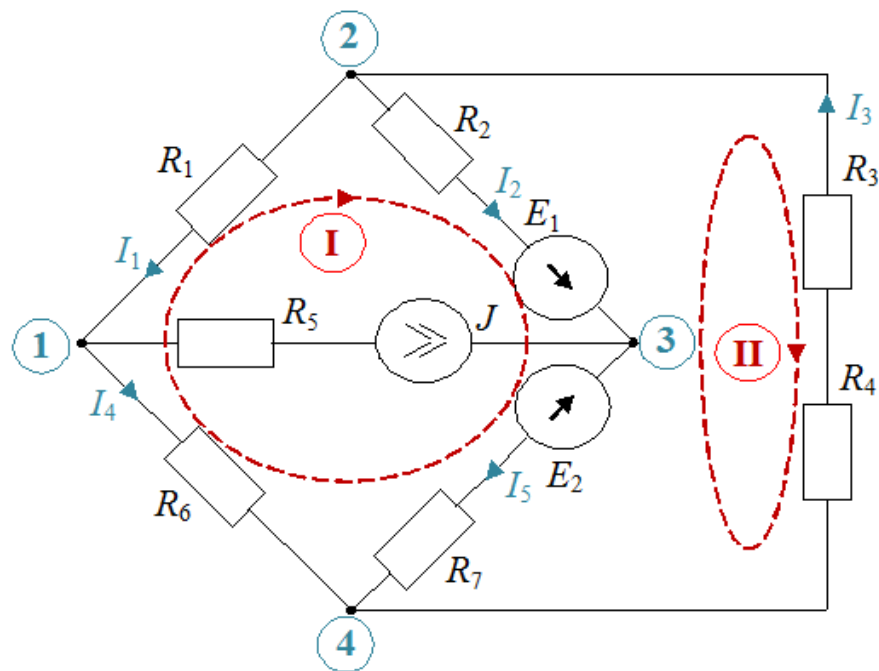
$$\text{ЗКІІ.ІІ: } -R_7 I_5 - R_2 I_2 - (R_3 + R_4) I_3 = E_2 - E_1$$

или в матричной форме

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ -R_1 & R_2 & 0 & -R_6 & R_7 \\ 0 & -R_2 & -(R_3 + R_4) & 0 & -R_7 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \\ I_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} J \\ 0 \\ -J \\ E_1 - E_2 \\ E_2 - E_1 \end{pmatrix}$$



# Расчет цепей постоянного тока по законам Кирхгофа



Подставив численные значения, получим

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 0 & -1 & 5 \\ 0 & -1 & -2 & 0 & -5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \\ I_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.5 \\ 0 \\ -0.5 \\ 5 \\ -5 \end{pmatrix}$$

## Расчет цепей постоянного тока по законам Кирхгофа

### 3. Решить систему уравнений

$$X := \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \\ I_5 \end{pmatrix} = A^{-1} \cdot F = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 0 & -1 & 5 \\ 0 & -1 & -2 & 0 & -5 \end{pmatrix}^{-1} \cdot \begin{pmatrix} 0.5 \\ 0 \\ -0.5 \\ 5 \\ -5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0.75 \\ 1.75 \\ 1 \\ -1.25 \\ 2.25 \end{pmatrix}$$

**Ответ:**  $I_1 = -0.75$  [A],  $I_2 = 1.75$  [A],  $I_3 = 1$  [A],  $I_4 = -1.25$  [A],  $I_5 = 2.25$  [A].

*СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ!*