Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИТМО

Факультет безопасности информационных технологий

Дисциплина:

«Физика с элементами компьютерного моделирования»

ДОМАШНАЯ РАБОТА №3

Вариант 1

Выполнил:

Суханкулиев Мухаммет,

студент группы N3246

____
(подпись)

Проверил:

Бочкарев Михаил Эдуардович,

инженер, физический факультет

____
(отметка о выполнении)

____
(подпись)

Санкт-Петербург

2025 г.

1 ЗАДАЧА 1

1.1 Условие

Доказать, что линейно-поляризованная волна может быть представлена в виде суммы двух циркулярно-поляризованных волн.

1.2 Дано

Монохроматическая электромагнитная волна, линейно поляризованная, распространяется вдоль оси z. Ее электрическое поле $\vec{E}(z,t)$ направлено (пускай) вдоль оси x:

$$\vec{E}(z,t) = E_0 \cos(\omega t - kz)\,\hat{x},$$

где E_0 — амплитуда и ω — частота.

Доказать, что существует такое разложение

$$\vec{E}(z,t) = \vec{E}_L(z,t) + \vec{E}_R(z,t),$$

где $\vec{E}_L$ — циркулярно-левополяризованная волна, и $\vec{E}_R$ — циркулярно-правополяризованная волна.

Рисунок *прикреплен в приложении (Приложение А)*

1.3 Решение

Линейная поляризация:

$\vec{E}$ всё время колеблется в одной и той же плоскости (в нашем случае – плоскости xz), не меняя направления вдоль x.

Циркулярная поляризация:

Конец вектора $\vec{E}$ описывает круг:

Выбираем амплитуду каждой из них равной $\frac{E_0}{\sqrt{2}}$, чтобы их суперпозиция дала суммарную амплитуду E_0.

Левая (LCP): вращение против часовой стрелки:

$$\vec{E}_L(z,t) = \frac{E_0}{\sqrt{2}}[\cos(\omega t - kz)\,\hat{x} + \sin(\omega t - kz)\,\hat{y}]$$

Правая (RCP): вращение по часовой стрелке:

$$\vec{E}_R(z,t) = \frac{E_0}{\sqrt{2}}[\cos(\omega t - kz)\,\hat{x} - \sin(\omega t - kz)\,\hat{y}]$$

Теперь запишем суперпозицию двух циркулярок:

$$\vec{E}_L + \vec{E}_R = \frac{E_0}{\sqrt{2}}[\cos\phi\,\hat{x} + \sin\phi\,\hat{y}] + \frac{E_0}{\sqrt{2}}[\cos\phi\,\hat{x} - \sin\phi\,\hat{y}],$$

где $\phi = \omega t - kz$.

Сложим по компонентам:

По x:

$$\frac{E_0}{\sqrt{2}}\cos\phi + \frac{E_0}{\sqrt{2}}\cos\phi = \sqrt{2}E_0\cos\phi$$

По y:

$$\frac{E_0}{\sqrt{2}}\sin\phi - \frac{E_0}{\sqrt{2}}\sin\phi = 0$$

В итоге:

$$\vec{E}_L + \vec{E}_R = \sqrt{2}E_0\cos(\omega t - kz)\,\hat{x}$$

Нормируем амплитуду: чтобы сумма дала именно $E_0\cos(\omega t - kz)\hat{x}$, достаточно взять в определении $\vec{E}_L$ и $\vec{E}_R$ амплитуду $\frac{E_0}{2}$ вместо $\frac{E_0}{\sqrt{2}}$. Тогда:

$$\vec{E}_L = \frac{E_0}{2}[\cos\phi\,\hat{x} + \sin\phi\,\hat{y}], \qquad \vec{E}_R = \frac{E_0}{2}[\cos\phi\,\hat{x} - \sin\phi\,\hat{y}]$$

и

$$\vec{E}_L + \vec{E}_R = 2E_0\cos(\omega t - kz)\,\hat{x}$$

То есть:

$$\vec{E}(z,t) = \vec{E}_L(z,t) + \vec{E}_R(z,t)$$

Что и требовалось доказать.

Ответ:

Любая линейно-поляризованная монохроматическая волна может быть представлена как суперпозиция двух циркулярно-поляризованных волн одинаковой частоты и амплитуды, но с противоположным направлением вращения электрического вектора.

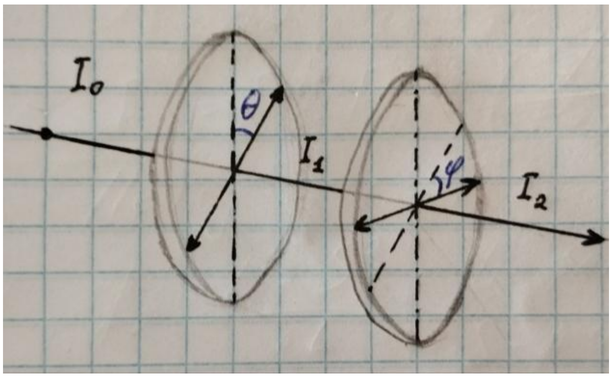
2 ЗАДАЧА 2

2.1 Условие

Найти интенсивность света прошедшего через 2 поляризатора. На первый поляризатор падает свет, линейно поляризованный под углом 45 градусов к оси первого поляризатора. Оси поляризаторов повернуты относительно друг друга на 30 градусов.

2.2 Дано

$I_0 -$ Исходная интенсивность света
$\theta = 45°$
$\phi = 30°$



Найти выходную интенсивность I_2 за вторым поляризатором

2.3 Решение

Если вектор $\vec{E}$ падающего света не совпадает с осью поляризатора, часть энергии отфильтруется. Закон Малюса дает отношение интенсивности I_1 прошедшего через поляризатор к входной I_0:

$$I_1 = I_0 \cos^2 \theta$$

То есть после первого поляризатор остается полностью плоско-поляризованный свет интенсивности $I_1 = I_0 \cos^2 \theta$. При этом его вектор $\vec{E}$ теперь колеблется точно в плоскости, совпадающей с осью первого поляризатора.

Когда он попадает на второй поляризатор, его плоскость поляризации образует угол ϕ с осью этого поляризатора. Снова применяем закон Малюса:

$$I_2 = I_1 \cos^2 \phi = I_0 \cos^2 \theta \cos^2 \phi$$

Подставим известные значения:

$$I_2 = I_0 \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} = \frac{3}{8} I_0$$

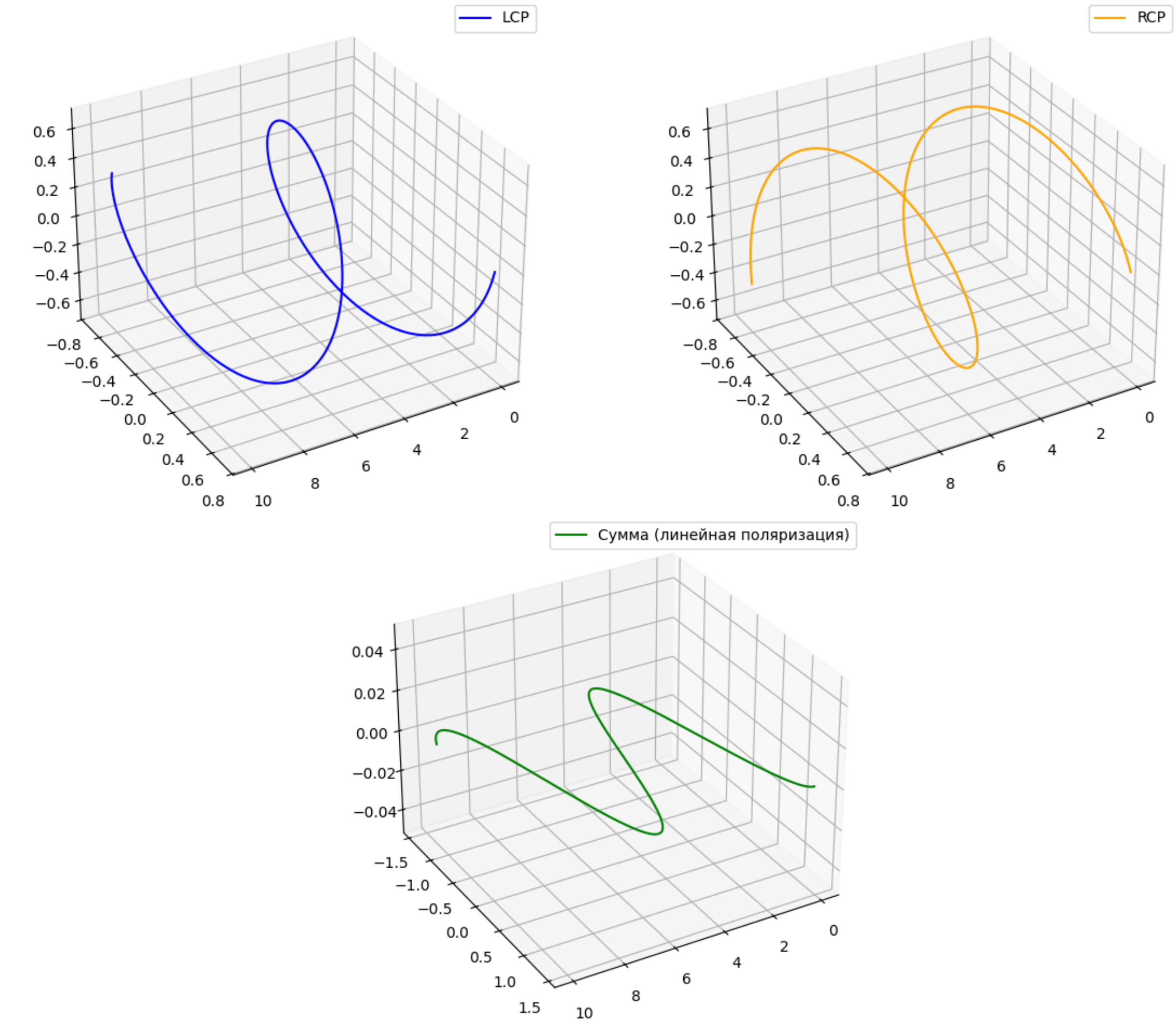
Ответ:

Интенсивность света прошедшего через 2 поляризатора равна:

$$I_2 = \frac{3}{8} I_0.$$

ПРИЛОЖЕНИЕ А

(обязательное)



Листинг А.1 – Правая и левая циркулярная поляризации и их сумма

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
from mpl_toolkits.mplot3d import Axes3D

E0 = 1
k = 1
omega = 2 * np.pi
z = np.linspace(0, 10, 500)

# Временной момент (фиксируем для 3D-среза)
t0 = 0

Ex_L = E0 / np.sqrt(2) * np.cos(k*z - omega*t0)
Ey_L = -E0 / np.sqrt(2) * np.sin(k*z - omega*t0)

Ex_R = E0 / np.sqrt(2) * np.cos(k*z - omega*t0)
Ey_R = E0 / np.sqrt(2) * np.sin(k*z - omega*t0)

# Сумма (линейная поляризация)
```

```
Ex_sum = Ex_L + Ex_R
Ey_sum = Ey_L + Ey_R  # должно быть почти 0

fig = plt.figure(figsize=(18, 5))

ax1 = fig.add_subplot(131, projection='3d')
ax1.plot(z, Ex_L, Ey_L, label="LCP", color='blue')
ax1.legend()
ax1.view_init(elev=30, azim=60)

ax2 = fig.add_subplot(132, projection='3d')
ax2.plot(z, Ex_R, Ey_R, label="RCP", color='orange')
ax2.legend()
ax2.view_init(elev=30, azim=60)

ax3 = fig.add_subplot(133, projection='3d')
ax3.plot(z, Ex_sum, Ey_sum, label="Сумма (линейная поляризация)",
color='green')
ax3.legend()
ax3.view_init(elev=30, azim=60)

plt.tight_layout()
plt.show()
```

Листинг А.2 – Анимация суперпозиции круговых поляризации и образование линейной

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
from mpl_toolkits.mplot3d import Axes3D
from matplotlib.animation import FuncAnimation

A = 1.0
omega = 2 * np.pi * 0.5

fig = plt.figure(figsize=(8, 6))
ax = fig.add_subplot(111, projection='3d')
ax.set_xlim(-2, 2)
ax.set_ylim(-2, 2)
ax.set_zlim(0, 10)

left_line, = ax.plot([], [], [], 'r--', label='LCP')
right_line, = ax.plot([], [], [], 'b--', label='RCP')
linear_line, = ax.plot([], [], [], 'g-', label='Сумма (линейная
поляризация)')
point, = ax.plot([], [], [], 'ko', label='Текущая точка')

ax.legend()

xs_left, ys_left, zs = [], [], []
xs_right, ys_right = [], []
xs_sum, ys_sum = [], []

def update(frame):
    t = frame / 20.0
    z = t

    # Левая поляризация (против часовой)
    x_left = A * np.cos(omega * t)
    y_left = A * np.sin(omega * t)

    # Правая поляризация (по часовой)
```

```
    x_right = A * np.cos(omega * t)
    y_right = -A * np.sin(omega * t)

    # Суммарная (линейная поляризация)
    x_sum = x_left + x_right
    y_sum = y_left + y_right

    # Добавим в траектории
    xs_left.append(x_left)
    ys_left.append(y_left)
    zs.append(z)

    xs_right.append(x_right)
    ys_right.append(y_right)

    xs_sum.append(x_sum)
    ys_sum.append(y_sum)

    # Обновление линий
    left_line.set_data(xs_left, ys_left)
    left_line.set_3d_properties(zs)

    right_line.set_data(xs_right, ys_right)
    right_line.set_3d_properties(zs)

    linear_line.set_data(xs_sum, ys_sum)
    linear_line.set_3d_properties(zs)

    point.set_data([x_sum], [y_sum])
    point.set_3d_properties([z])

    return left_line, right_line, linear_line, point

ani = FuncAnimation(fig, update, frames=range(0, 300), interval=50,
blit=True)
plt.show()
```