Биномиальное и бернуллиевское распределения

Физическая интерпретация[1]: количество успехов в n бернуллиевских испытаниях с вероятностью успеха p – случайная величина, имеющая **биномиальное** распределение с параметрами n и p.

Если $n = 1$, то мы имеем дело с распределением **Бернулли**.

Напишем функцию вероятностей, математическое ожидание и дисперсию для произвольных фиксированных $n \in \mathbb{N}$, $p \in (0, 1)$:

$$\mathrm{P}(X = k) = C_n^k p^k (1-p)^{n-k}, \quad k \in \{0, \dots, n\}, \quad \mathrm{M}\, X = np, \quad \mathrm{D}\, X = np(1-p)$$

Отдельно напишем при $n = 1$ (распределение Бернулли):

$$\mathrm{P}(X = k) = p^k (1-p)^{n-k}, \quad k \in \{0, 1\}, \quad \mathrm{M}\, X = p, \quad \mathrm{D}\, X = p(1-p)$$

Распределение Пуассона

Физическая интерпретация: количество запросов, пришедших за одну единицу времени, в *простейшем потоке событий* с интенсивностью $\lambda > 0$.

$$\mathrm{P}(X = k) = e^{-\lambda} \frac{\lambda^k}{k!}, \quad k \in \{0, 1, 2, \dots\}, \quad \mathrm{M}\, X = \lambda, \quad \mathrm{D}\, X = \lambda$$

Геометрическое распределение

Физическая интерпретация: количество неудач до первого успеха в бернуллиевских испытаниях с вероятностью успеха p.

$$\mathrm{P}(X = k) = (1-p)^k p, \quad k \in \{0, 1, 2, \dots\}, \quad \mathrm{M}\, X = \frac{1-p}{p}, \quad \mathrm{D}\, X = \frac{1-p}{p^2}$$

Равномерное распределение (непрерывное)[2]

Физическая интерпретация: случайная величина принимает значения из диапазона $[a, b]$, вероятность попадания в интервал $< c, d > \subset [a, b]$ равняется $\frac{d-c}{b-a}$, то есть зависит только от длины интервала (очень грубо говоря, каждое число генерируется равновероятно из диапазона $[a, b]$). Если контекст случайности не поясняется или не ясен из текста, то как правило под случайностью имеют в виду именно равномерное распределение.

$$p(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a}, & x \in [a, b], \\ 0, & x \notin [a, b], \end{cases} \qquad \mathrm{M}\, X = \frac{a+b}{2}, \quad \mathrm{D}\, X = \frac{(b-a)^2}{12}$$

Экспоненциальное (показательное) распределение

Физическая интерпретация: время, прошедшее от начала отсчета до прихода первого запроса, в *простейшем потоке событий* с интенсивностью λ

$$p(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x}, & x \geqslant 0, \\ 0, & x < 0, \end{cases} \qquad \mathrm{M}\, X = \frac{1}{\lambda}, \quad \mathrm{D}\, X = \frac{1}{\lambda^2}$$

[1] Для данных распределений и далее про это можно не писать, это скорее для большей наглядности

[2] Непрерывные распределения будем описывать через плотность, хотя можно и через функцию распределения