



<https://study.physics.itmo.ru/>

Физика

Модуль №2. Термодинамика и молекулярно-кинетическая теория

Лекция № 10

Внутренняя энергия идеального газа.

Работа, совершаемая газом в различных процессах.

Первое начало термодинамики.

~~Второе начало термодинамики.~~

~~Круговые процессы, КПД.~~



[Скачать презентацию:](#)

Факультет БИТ

7 мая 2022



<https://study.physics.itmo.ru/>

Физика с элементами компьютерного моделирования

Модуль №2. Термодинамика и молекулярно-кинетическая теория

Лекция № 10



Скачать презентацию:



Основные понятия термодинамики

Термодинамическая система - это совокупность макроскопических тел, которые могут взаимодействовать между собой и с другими телами (внешней средой) - обмениваться с ними энергией и веществом. В частности, термодинамическая система может состоять из одного макроскопического тела.

В некоторых отношениях простейшим макроскопическим телом является идеальный газ, на примере которого мы будем иллюстрировать понятия и законы термодинамики.

Состояние термодинамической системы характеризуют макроскопическими параметрами состояния: давлением, температурой, объемом, плотностью и т.д. Например, для заданной массы идеального газа параметрами состояния являются три величины: P , V , T .



Основные понятия термодинамики

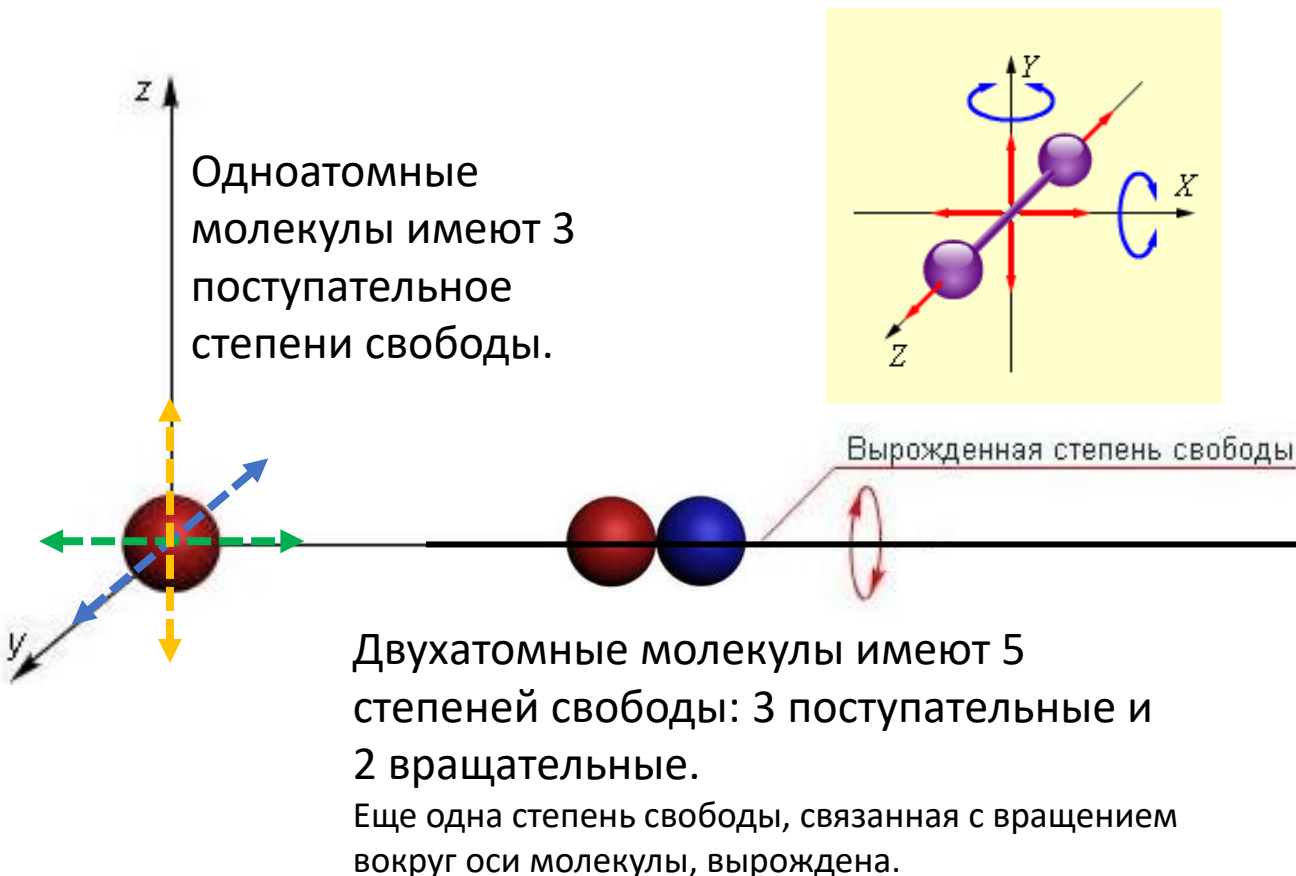
Равновесное состояние - это такое состояние системы, в которое она самопроизвольно переходит через достаточно большой промежуток времени (время релаксации) в условиях изоляции от окружающей среды. В равновесном состоянии параметры системы имеют определенные значения и не меняются со временем.

Термодинамическим процессом называется всякое изменение во времени хотя бы одного из параметров состояния системы.

Равновесным термодинамическим процессом называют процесс, состоящий из непрерывной последовательности равновесных состояний. Строго равновесным может быть только бесконечно медленный процесс. Равновесный процесс является **обратимым**, т.к. он может быть осуществлен в обратном направлении через те же промежуточные состояния и без каких-либо изменений в окружающих телах.

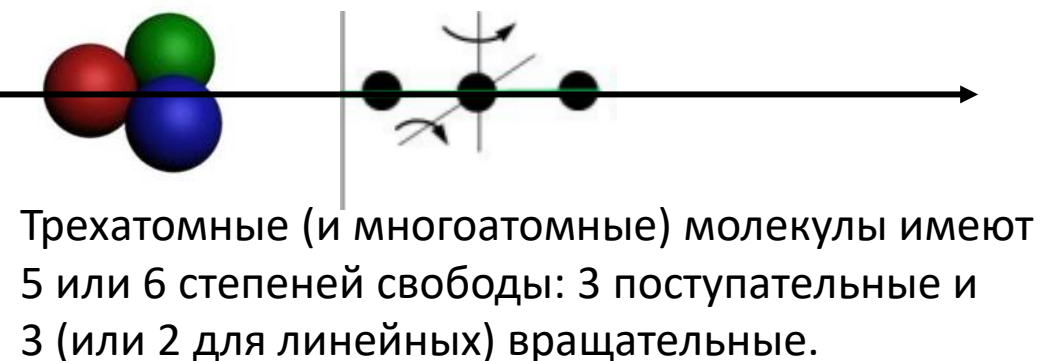
Число степеней свободы молекулы

Число степеней свободы молекулы это число независимых координат, которые нужно задать, чтобы полностью определить положение молекулы в пространстве.



Если молекула состоит из N атомов, она имеет $3N$ степеней свободы, из них:

- **поступательных** — 3 всегда,
- **вращательных** — 3 (пространственная молекула) или 2 (линейная молекула),
- **колебательных** — $(3N-6)$ для пространственной или $(3N-5)$ для линейной молекулы.
- *Для газов в нормальных условиях и близких к комнатной температурах вклад колебательных степеней свободы не учитывается, т.к. они возбуждаются при повышенных температурах.*





Внутренняя энергия идеального газа

внутренняя энергия зависит только от температуры. **Внутренняя энергия U является функцией состояния системы** и не зависит от способа, которым система пришла в это состояние.

$$\langle E \rangle = \frac{i}{2} kT$$

$$i = i_{\text{пост}} + i_{\text{вр}} + 2i_{\text{кол}}$$

Полная внутренняя энергия газа
в N раз больше
(N — число молекул газа)

$$U = N \langle E \rangle = \frac{i}{2} N k T$$

$$= \frac{i}{2} \nu N_A k T = \frac{i}{2} \nu R T$$

Средняя кинетическая энергия молекулы

$$\langle \epsilon_{\text{пост}} \rangle = \frac{3}{2} kT = \frac{m_0 \langle v^2 \rangle}{2}$$

$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$

$$\frac{m_0 \langle v_x^2 \rangle}{2} = \frac{1}{2} kT \quad \frac{m_0 \langle v_y^2 \rangle}{2} = \frac{1}{2} kT \quad \frac{m_0 \langle v_z^2 \rangle}{2} = \frac{1}{2} kT$$

Каждая поступательная степень свободы вносит вклад в энергию молекулы, равный $1/2 kT$

Молекулы сталкиваются, при этом энергия поступательного движения может перейти в энергию вращательного движения. Поэтому на каждую из вращательных степеней свободы должно приходиться в среднем то же количество энергии, т.е. $1/2 kT$.

Колебательная степень свободы (как гармонический осциллятор) обладает в среднем строго равными кинетической и потенциальной энергиями. Поэтому, в среднем, в состоянии термодинамического равновесия, **в условиях применимости классического описания колебательного движения**, на одну колебательную степень свободы приходится энергия в два раза большая $= kT$.

Для газов в нормальных условиях и близких к комнатной температурах вклад колебательных степеней свободы не учитывается, т.к. они возбуждаются при повышенных температурах.



Коэффициент Пуассона

внутренняя энергия зависит только от температуры. Внутренняя энергия U является функцией состояния системы и не зависит от способа, которым система пришла в это состояние.

$$U = \frac{i}{2} NkT = \frac{i}{2} \nu RT$$

С учётом этого выражения можно переписать уравнение Клапейрона — Менделеева $pV = \nu RT$

$$pV = \frac{2}{i} U$$

или в несколько другой форме

$$pV = (\gamma - 1)U$$

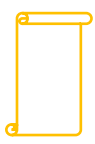
с так называемым Коэффициентом Пуассона или показателем адиабаты

$$\gamma = \frac{i + 2}{i}$$

к Первому началу термодинамики...

- Внутреннюю энергию можно изменить двумя способами:
- - совершив макроскопическую работу
- - посредством теплообмена

Эти способы независимы — в том смысле, что их результаты складываются.



Первое начало термодинамики

(закон сохранения энергии в термодинамике)

Количество теплоты, сообщаемой телу, идёт на увеличение внутренней энергии и на совершение телом работы:

$$\delta Q = dU + \delta A$$

$$U = \int_{U_1}^{U_2} dU = U_2 - U_1$$

δQ – элементарное количество теплоты, полученное системой

dU – приращение внутренней энергии системы

δA – элементарная работа системы над внешними телами

Для конечных приращений $Q = \Delta U + A$

Q – количество теплоты, полученное системой от внешних источников

ΔU – приращение внутренней энергии системы

A – работа, совершенная системой над внешними телами

Способы теплообмена

Теплообменом называется процесс обмена внутренними энергиями между телами, не сопровождающийся совершением работы. Энергия, переданная телу окружающей средой в результате теплообмена называется **количеством теплоты**, полученным телом.

теплопроводностью; конвекцией;

излучением.



Теплопроводность — это перенос внутренней энергии от более нагретых участков тела к менее нагретым за счёт теплового движения и взаимодействия частиц тела.



Конвекция — это перенос внутренней энергии в жидкостях или газах в результате циркуляции потоков и перемешивания вещества.

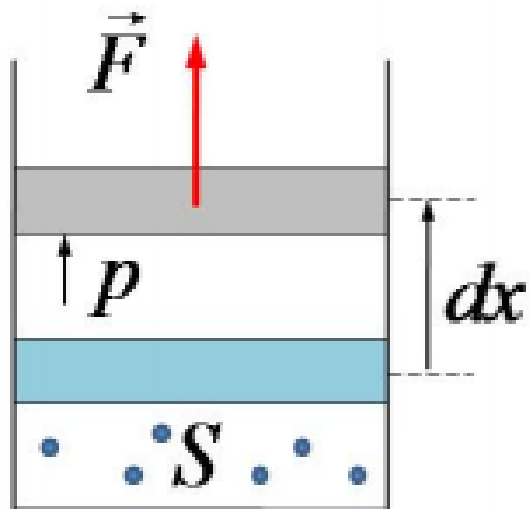


Тепловое излучение — электромагнитное излучение, испускаемое телами за счёт их внутренней энергии. Излучается нагретыми телами, имеющими температуру больше 0 К.

Тепло, полученное системой, считается положительным, а отданное ею — отрицательным.



Работа идеального газа



Работа — это мера механической энергии, переданной от одной системы к другой.

Элементарная работа газа:

$$\delta A = F dx = p S dx = p dV$$

dx — перемещение поршня

Сила давления газа на поршень:

$$F = p \cdot S$$

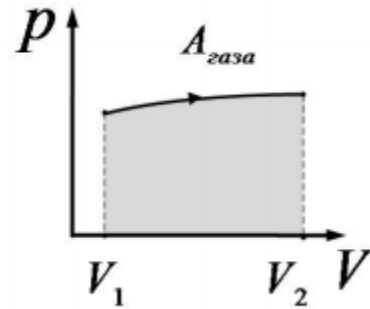
Работа газа при изменении его объёма от V_1 до V_2 :

$$A = \int_{V_1}^{V_2} p dV$$

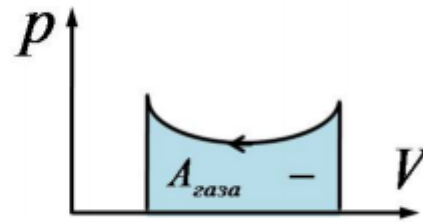
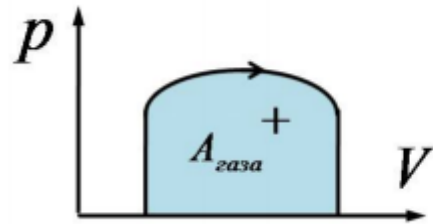
При увеличении объёма системы работа положительна (система совершает работу), а при уменьшении — отрицательна (работа совершается внешними силами над системой).



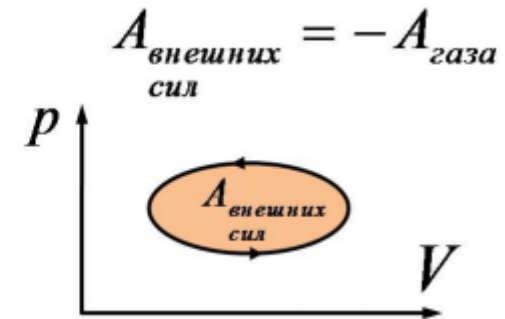
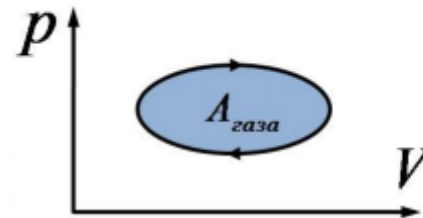
Работа идеального газа



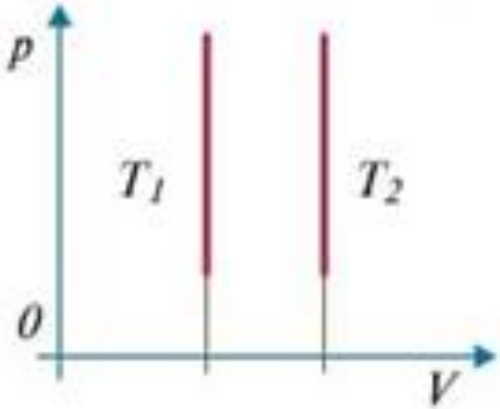
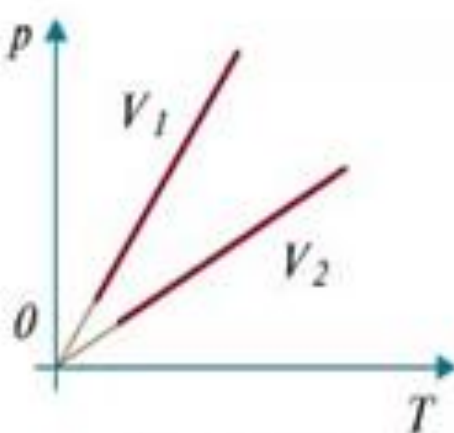
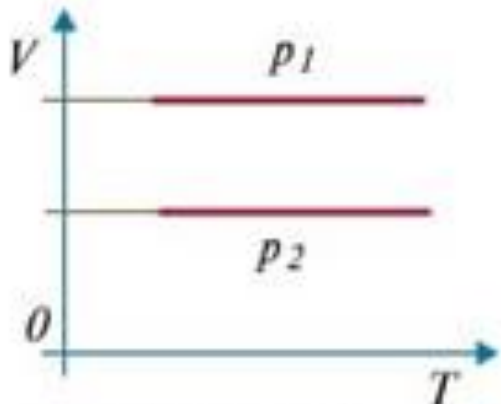
$$A = \int_{V_1}^{V_2} p dV$$



Работа зависит от способа перехода, поэтому не является функцией состояния системы



Изопроцессы

Законы Гей-Люссака (Шарля)	$p(V)$	$p(T)$	$V(T)$
<p>изохорный</p> <p>$V = const,$</p> <p>$\frac{p}{T} = const$</p>	 <p>$T_1 < T_2$</p>	 <p>$V_1 < V_2$</p>	 <p>$p_1 < p_2$</p>

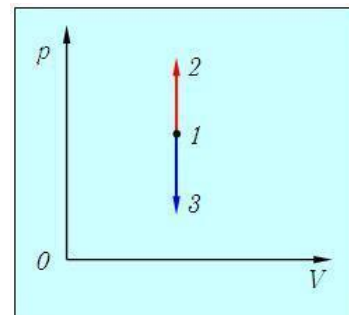


$$\frac{p}{T} = \frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} = \text{const}$$

Работа идеального газа

изохорный процесс $V=\text{const}, dV=0$

$$A_{12V} = 0$$



Получаемое количество теплоты полностью идет на изменение внутренней энергии газа

$$Q_{12V} = \Delta U_{12V} = \frac{V(p_2 - p_1)}{\gamma - 1} = \frac{1}{\gamma - 1} \frac{m}{M} R(T_2 - T_1) = C_{Vmol} \frac{m}{M} \Delta T$$

$$\gamma = \frac{i + 2}{i}$$

$$pV = (\gamma - 1)U$$

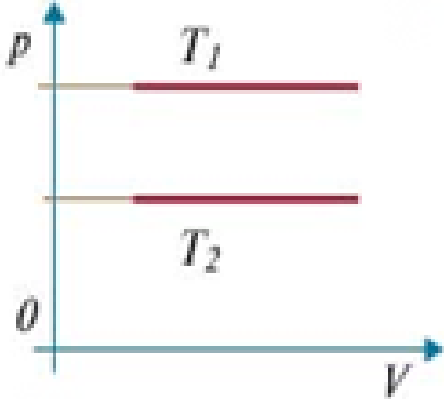
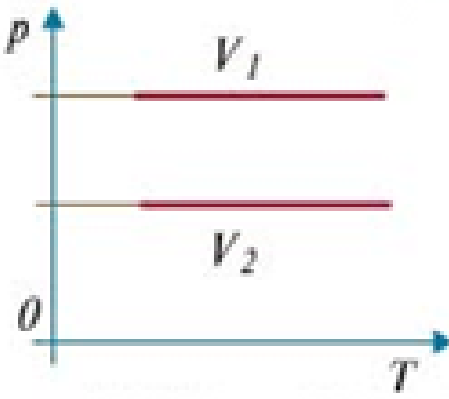
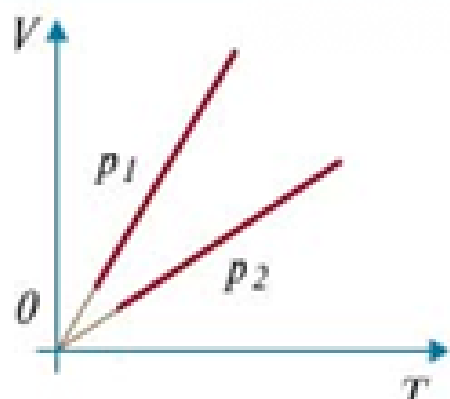
$$pV = \frac{m}{M} RT$$

$$U = \frac{pV}{(\gamma - 1)}$$

$$\Delta pV = \frac{m}{M} R \Delta T$$

$$\Delta U = \frac{\Delta pV}{(\gamma - 1)}$$

Изопроцессы

Законы Гей-Люссака (Шарля)	$p(V)$	$p(T)$	$V(T)$
<p>изобарный</p> <p>$p = const,$ $\frac{V}{T} = const$</p>	 <p>$T_1 < T_2$</p>	 <p>$V_1 < V_2$</p>	 <p>$p_1 < p_2$</p>



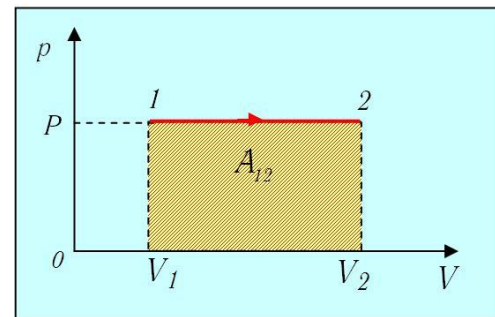
$$\frac{V}{T} = \frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} = \text{const}$$

Работа идеального газа

изобарный процесс $p = \text{const}$

$$A_{12p} = \int_{V_1}^{V_2} p dV = p(V_2 - V_1) = \frac{m}{M} R(T_2 - T_1)$$

$pV = \nu RT$



$$\gamma = \frac{i+2}{i}$$

$$U = \frac{pV}{(\gamma - 1)}$$

Изменение внутренней энергии

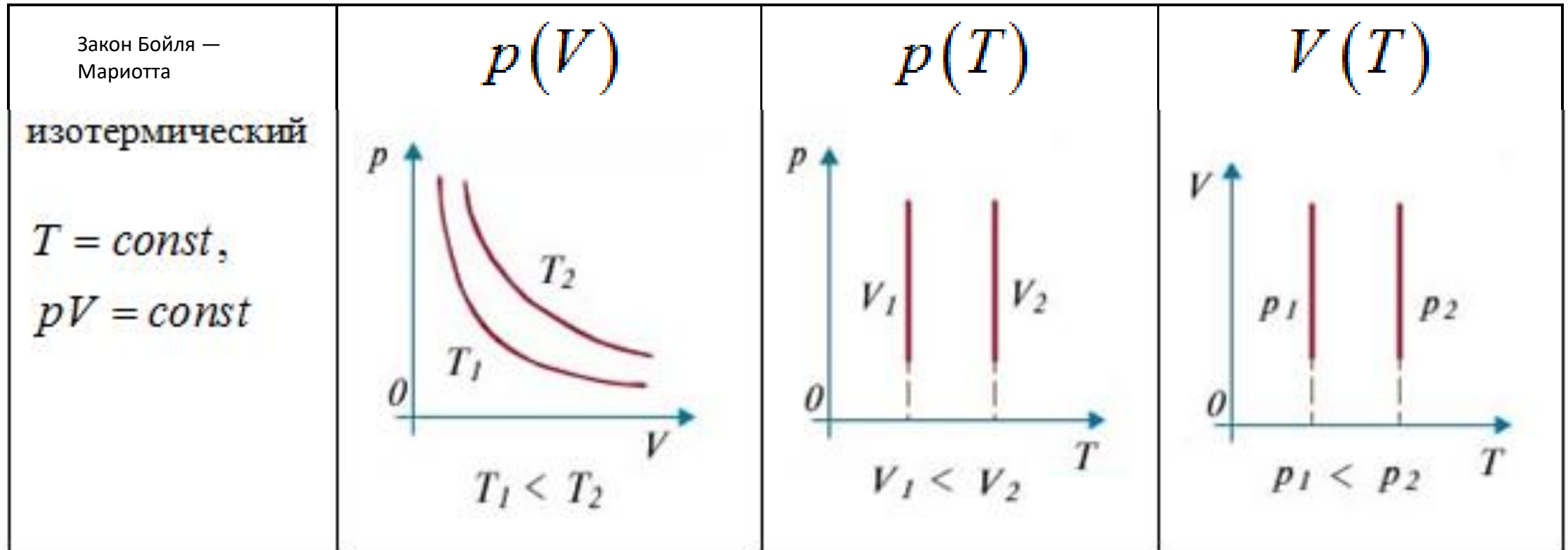
$$\Delta U = \frac{p\Delta V}{(\gamma - 1)} \quad \Delta U_{12p} = \frac{p(V_2 - V_1)}{(\gamma - 1)} = \frac{1}{\gamma - 1} \frac{m}{M} R(T_2 - T_1) = C_{Vmol} \frac{m}{M} \Delta T$$

$pV = \frac{m}{M} RT$

Количество теплоты

$$Q_{12p} = A_{12p} + \Delta U_{12p} = \frac{\gamma}{(\gamma - 1)} p(V_2 - V_1) = \frac{\gamma}{\gamma - 1} \frac{m}{M} R(T_2 - T_1) = C_{p mol} \frac{m}{M} \Delta T$$

Изопроцессы



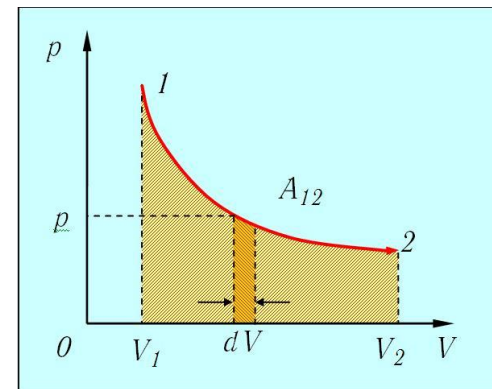


$$pV = p_1V_1 = p_2V_2 = \frac{m}{M}RT = \text{const}$$

Работа идеального газа

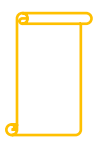
изотермический процесс $T=\text{const}$

$$A_{12T} = \int_{V_1}^{V_2} p dV = \int_{V_1}^{V_2} \frac{m}{M} \frac{RT}{V} dV = \frac{m}{M} RT \ln \frac{V_2}{V_1} = \frac{m}{M} RT \ln \frac{p_1}{p_2}$$



Внутренняя энергия идеального газа не меняется $\Delta U_{12T} = CV_{mol} \frac{m}{M} \Delta T = 0$

Количество теплоты $Q_{12T} = A_{12T}$



Теплоёмкость идеального газа

Теплоемкость тела - это отношение количества теплоты, сообщенного телу, к изменению температуры dT , которое при этом произошло.

Полная: $C = \frac{\delta Q}{dT}$ $[C] = \frac{\text{Дж}}{\text{К}}$

$$C_V = \frac{\Delta Q_{12V}}{\Delta T} = \frac{m}{M} R \frac{1}{\gamma - 1}$$

$$C_p = \frac{\Delta Q_{12p}}{\Delta T} = \frac{m}{M} R \frac{\gamma}{\gamma - 1}$$

$$\gamma = \frac{C}{C_V}$$

Удельная: Удельная теплоемкость - это отношение теплоемкости тела к его массе:

$$c_{\text{уд}} = \frac{C}{m} = \frac{1}{m} \frac{\delta Q}{dT} \quad [c_{\text{уд}}] = \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$$

Молярная: Молярная теплоемкость - это теплоемкость одного моля вещества:

$$c_{\text{мол}} = \frac{C}{\nu} = \frac{1}{\nu} \frac{\delta Q}{dT} \quad [c_{\text{мол}}] = \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$$

$$c_{\text{мол } V} = R \frac{1}{\gamma - 1} \quad c_{\text{мол } p} = R \frac{\gamma}{\gamma - 1}$$



Молярная теплоёмкость идеального газа

$$c_{\text{мол}} = \frac{C}{\nu} = \frac{1}{\nu} \frac{\delta Q}{dT}$$

первое начало термодинамики:

$$\delta Q = dU + \delta A$$

1) При постоянном объёме:

$$\delta A = 0, \text{ т. к. } dV = 0, \\ \Rightarrow \delta Q = dU$$

$$c_{\text{мол } V} = \frac{\delta Q}{\nu dT} = \frac{dU}{\nu dT} = \frac{iRdT}{2dT}$$

$$c_{\text{мол } V} = \frac{i}{2} R$$

$$U = \nu \frac{i}{2} RT$$

2) При постоянном давлении:

$$\delta A = \nu R dT$$

$$\delta Q = dU + \delta A$$

$$c_{\text{мол } p} = \frac{\delta Q}{\nu dT} = \frac{dU}{\nu dT} + \frac{\delta A}{\nu dT} = c_{\text{мол } V} + \frac{\nu R dT}{\nu dT} = c_{\text{мол } V} + R$$

$$c_{\text{мол } p} = \frac{i + 2}{2} R$$

3) При постоянной температуре: $c_{\text{мол } T} = \frac{1}{\nu} \frac{\delta Q}{dT} = \frac{\delta Q}{0} = \infty$

Молярная теплоёмкость идеального газа

$$c_{\text{мол } V} = \frac{i}{2} R$$

$$c_{\text{мол } p} = \frac{i + 2}{2} R$$

Одноатомные газы ($i = 3$): $c_{\text{мол } p} = \frac{5}{2} R = 20.78 \text{ Дж/}(\text{моль К})$

$$c_{\text{мол } V} = \frac{3}{2} R = 12.47 \text{ Дж/}(\text{моль К})$$

$$\gamma = \frac{c_p}{c_V} = \frac{5}{3} = 1.67$$

Двухатомные газы ($i = 5$): $c_{\text{мол } p} = \frac{7}{2} R = 29.09 \text{ Дж/}(\text{моль К})$

(и линейные многоатомные молекулы)

$$c_{\text{мол } V} = \frac{5}{2} R = 20.78 \text{ Дж/}(\text{моль К})$$

$$\gamma = \frac{7}{5} = 1.4$$

Многоатомные газы ($i = 6$): $c_{\text{мол } p} = \frac{8}{2} R = 33.24 \text{ Дж/}(\text{моль К})$

$$c_{\text{мол } V} = \frac{6}{2} R = 24.93 \text{ Дж/}(\text{моль К})$$

$$\gamma = \frac{4}{3} = 1.33$$

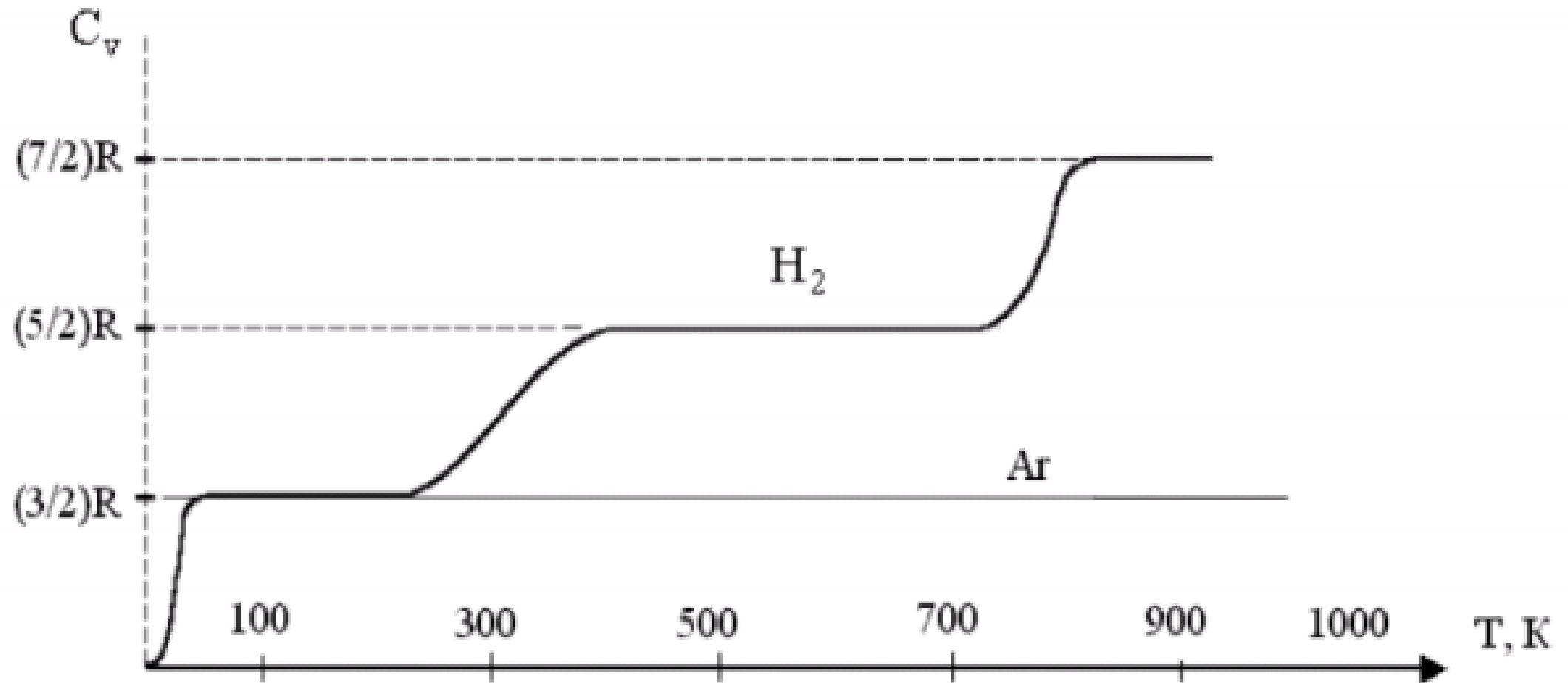
Молярная теплоёмкость идеального газа

Table 21.2 Molar Specific Heats of Various Gases

	Molar Specific Heat (J/mol · K) ^a			
Gas	C_P	C_V	$C_P - C_V$	$\gamma = C_P/C_V$
<i>Monatomic gases</i>				
He	20.8	12.5	8.33	1.67
Ar	20.8	12.5	8.33	1.67
Ne	20.8	12.7	8.12	1.64
Kr	20.8	12.3	8.49	1.69
<i>Diatomic gases</i>				
H ₂	28.8	20.4	8.33	1.41
N ₂	29.1	20.8	8.33	1.40
O ₂	29.4	21.1	8.33	1.40
CO	29.3	21.0	8.33	1.40
Cl ₂	34.7	25.7	8.96	1.35
<i>Polyatomic gases</i>				
CO ₂	37.0	28.5	8.50	1.30
SO ₂	40.4	31.4	9.00	1.29
H ₂ O	35.4	27.0	8.37	1.30
CH ₄	35.5	27.1	8.41	1.31

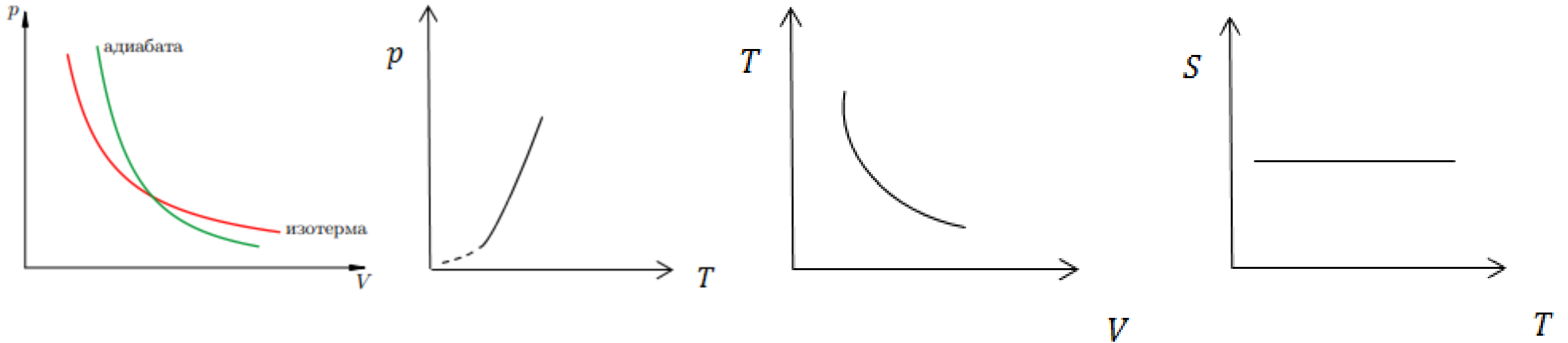
^a All values except that for water were obtained at 300 K.

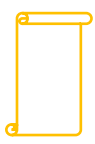
Зависимость теплоёмкости идеального газа от температуры



Изопроцессы

Адиабатный (адиабатический) процесс – процесс, при котором не происходит теплообмена с внешней средой ($\delta Q = 0$).





Адиабатический процесс

- это процесс, при котором не происходит теплообмена с внешней средой $\delta Q = 0$

$$\delta Q = dU + \delta A = 0$$

$$U = \frac{\nu RT}{\gamma - 1} = \frac{pV}{\gamma - 1}$$

$$\frac{d(pV)}{\gamma - 1} + pdV = 0$$

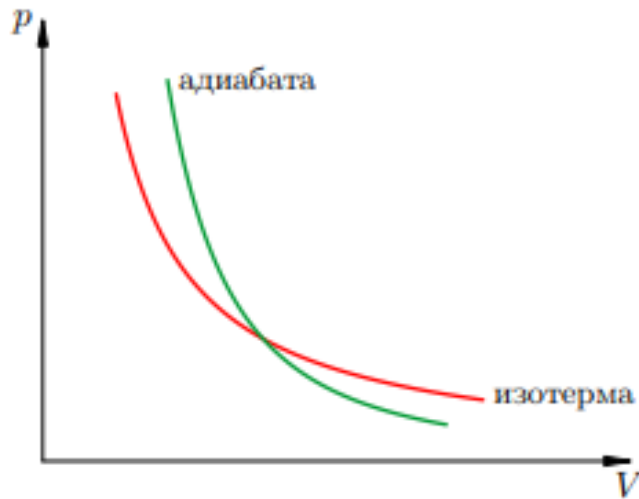
$$Vdp + \cancel{pdV} + \gamma p dV - \cancel{pdV} = 0$$

$$Vdp + \gamma p dV = 0 : pV$$

$$\frac{\cancel{V} dp}{\cancel{pV}} + \frac{\gamma \cancel{p} dV}{\cancel{pV}} = 0 \quad \int_0^p \frac{dp}{p} + \int_0^V \frac{\gamma dV}{V} = 0$$

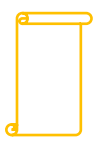
$$\ln p + \gamma \ln V = \text{const}'$$

$$\ln(pV^\gamma) = \text{const}'$$



Если логарифм некоторой величины есть константа, то константой, но уже другой, является и сама эта величина:

$$\text{Уравнение Пуассона: } pV^\gamma = \text{const}$$



Адиабатический процесс

$$C_V = \frac{m}{M} R \frac{1}{\gamma - 1}$$

$$C_p = \frac{m}{M} R \frac{\gamma}{\gamma - 1}$$

$$\delta Q = dU + p dV = 0$$

$$U = \frac{\nu R T}{\gamma - 1} = \frac{PV}{\gamma - 1}$$

$pV = \nu RT$

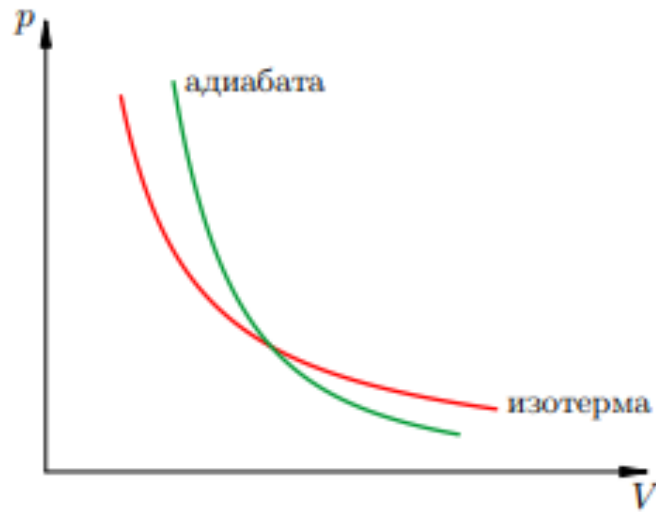
$$\frac{\nu R dT}{\gamma - 1} + \frac{\nu R T dV}{V} = 0 \quad : (TV) \times (\gamma - 1)$$

$$\int_0^T \frac{dT}{T} + (\gamma - 1) \int_0^V \frac{dV}{V} = 0$$

$$\ln T + (\gamma - 1) \ln V = \text{const}'$$

$$\ln(TV^{\gamma-1}) = \text{const}'$$

Уравнение Пуассона: $TV^{\gamma-1} = \text{const}$



$$A_{12}(\delta Q=0) = -dU_{12}(\delta Q=0) = -\frac{\nu R dT}{\gamma - 1} = -\nu C_V dT = -\nu C_V (T_2 - T_1) = C_{V \text{ mol}} \frac{m}{M} \Delta T$$

4) Молярная теплоёмкость в адиабатическом процессе: $C_{\text{мол}}(\delta Q=0) = \frac{1}{\nu} \frac{\delta Q}{dT} = \frac{0}{dT} = 0$

Работа идеального газа в ходе адиабатического процесса

$$Q = 0 \quad A = -\Delta U = \nu c_V (T_1 - T_2)$$

По уравнению Пуассона::

$$TV^{\gamma-1} = \text{const} \rightarrow T_2 = T_1 \frac{V_1^{\gamma-1}}{V_2^{\gamma-1}}$$

$$\text{и из: } c_V = \frac{R}{\gamma - 1}$$

$$\Rightarrow A = \frac{\nu R T_1}{\gamma - 1} \left(1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} \right)$$

	Название процесса			
	Изохорический	Изобарический	Изотермический	Адиабатический
Условие протекания процесса	$V = \text{const}$	$P = \text{const}$	$T = \text{const}$	$\delta Q = 0$ $\gamma = C_p / C_v = \frac{i+2}{i}$
Связь между параметрами состояния	$\frac{P}{T} = \text{const}$	$\frac{V}{T} = \text{const}$ $PdV = \frac{m}{\mu} R dT$	$PV = \text{const}$	$PV^\gamma = \text{const}$ $\frac{P_2}{P_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^\gamma$ $\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}$ $\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$
Работа в процессе	$\delta A = 0 \quad A = 0$	$\delta A = PdV$ $A = P(V_2 - V_1)$ $A = \frac{m}{\mu} R dT$	$\delta A = PdV$ $A = \int_{V_1}^{V_2} PdV$ $A = \frac{m}{\mu} RT \ln \left(\frac{V_2}{V_1}\right)$	$\delta A = PdV = -dU$ $\delta A = -\frac{m}{\mu} \frac{i}{2} R dT$ $A = -\Delta U = C_v(T_1 - T_2)$ $A = \frac{P_1 V_1 (T_1 - T_2)}{(\gamma - 1) T_1}$
Количество теплоты, сообщённое в процессе	$\delta Q = C_v dT \quad Q = C_v (T_2 - T_1)$	$\delta Q = C_p dT$ $Q = C_p (T_2 - T_1)$ $Q = \frac{m}{\mu} R dT \left(\frac{i}{2} + 1\right)$	$\delta Q = \delta A$ $Q = A$	$\delta Q = 0$ $Q = 0$
Изменение внутренней энергии	$dU = \delta Q$ $U = Q$	$dU = C_v dT$ $dU = C_v (T_2 - T_1)$ $\Delta U = C_v (T_2 - T_1)$ $\Delta U = \frac{i}{2} \frac{m}{\mu} R dT$	$dU = 0$ $U = 0$	$dU = -\delta A = -C_v dT$ $U = A = -C_v (T_2 - T_1)$ $\Delta U = \frac{P_1 V_1}{T_1 (\gamma - 1)}$
Теплоёмкость	$C_v = \frac{m}{\mu} \frac{R}{(\gamma - 1)}$ $C_v = \frac{dU}{dT} = \frac{i}{2} R$	$C_p = \frac{m}{\mu} \frac{\gamma R}{(\gamma - 1)}$ $C_p = \frac{m}{\mu} \frac{dQ}{dT}$	$C_T = \pm \infty$	$C_{ад} = 0$

Политропические процессы

такие процессы, при которых изменяются все параметры системы, кроме теплоемкости,

Уравнения процесса: $pV^n = \text{const}; TV^{n-1} = \text{const}$ n – показатель политропы

Молярная теплоёмкость газа: $c_n = \frac{1}{\nu} \frac{\delta Q}{dT}$

1) По первому началу термодинамики $c_n = c_V dT + \frac{pdV}{\nu dT} \quad (1)$

2) Продифференцируем уравнение Пуассона $TV^{n-1} = \text{const}$ $(pV = \nu RT)$

$$dT V^{n-1} + T(n-1)V^{n-2}dV = 0 \quad \text{Выразим} \quad \frac{dV}{dT} = -\frac{1}{(n-1)} \frac{V}{T} = -\frac{\nu R}{(n-1)p} \quad (2)$$

3) Используем $c_V = \frac{R}{\gamma - 1} \quad (3)$

(3) и (2) подставляем в (1): $c_n = \frac{R}{\gamma - 1} - \frac{R}{n - 1} = \text{const}$ Это выражения для молярной теплоёмкости в ходе любого политропического процесса

$$n = \frac{c_n - c_p}{c_n - c_V}$$

Примеры политропических процессов

$$c_n = \frac{R}{\gamma - 1} - \frac{R}{n - 1}$$

n – показатель политропы
 γ - показатель адиабаты
 (коэффициент Пуассона)

1	Адиабатический	$\delta Q = 0$ $pV^\gamma = const$	$n = \gamma$	$c_n = 0$
2	Изотермический	$pV^1 = const$	$n=1$	$c_n = \infty$
3	Изохорный	$pV^\infty = const$	$n = \infty$	$c_n = \frac{R}{\gamma - 1}$
4	Изобарный	$pV^0 = const$	$n=0$	$c_n = \frac{R}{\gamma - 1} + R$