자료구조(Data Structures)

1장. 자료구조와 알고리즘

담당 교수 : 조 미경

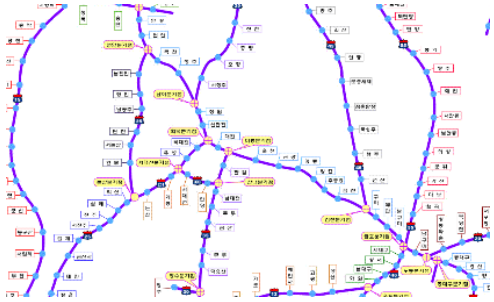
이번 장에서 학습할 내용

* 자료구조와 알고리즘 개념이해
* 추상데이터타입이란?
* 시간복잡도란?
* 빅오 표기법이란?
* 알고리즘 분석

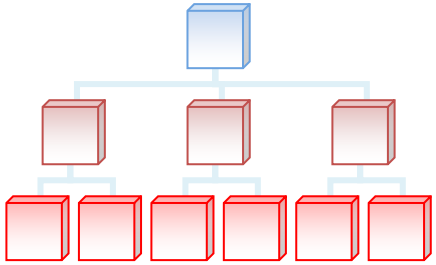
일상생활에서의 사물의 표현

해야할일
리스트

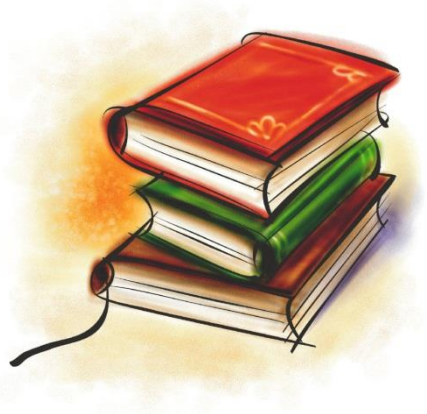
도로 혹은 지도

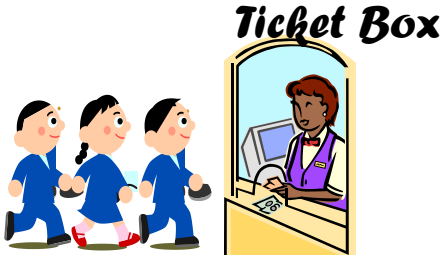


조직도 혹은 가계도



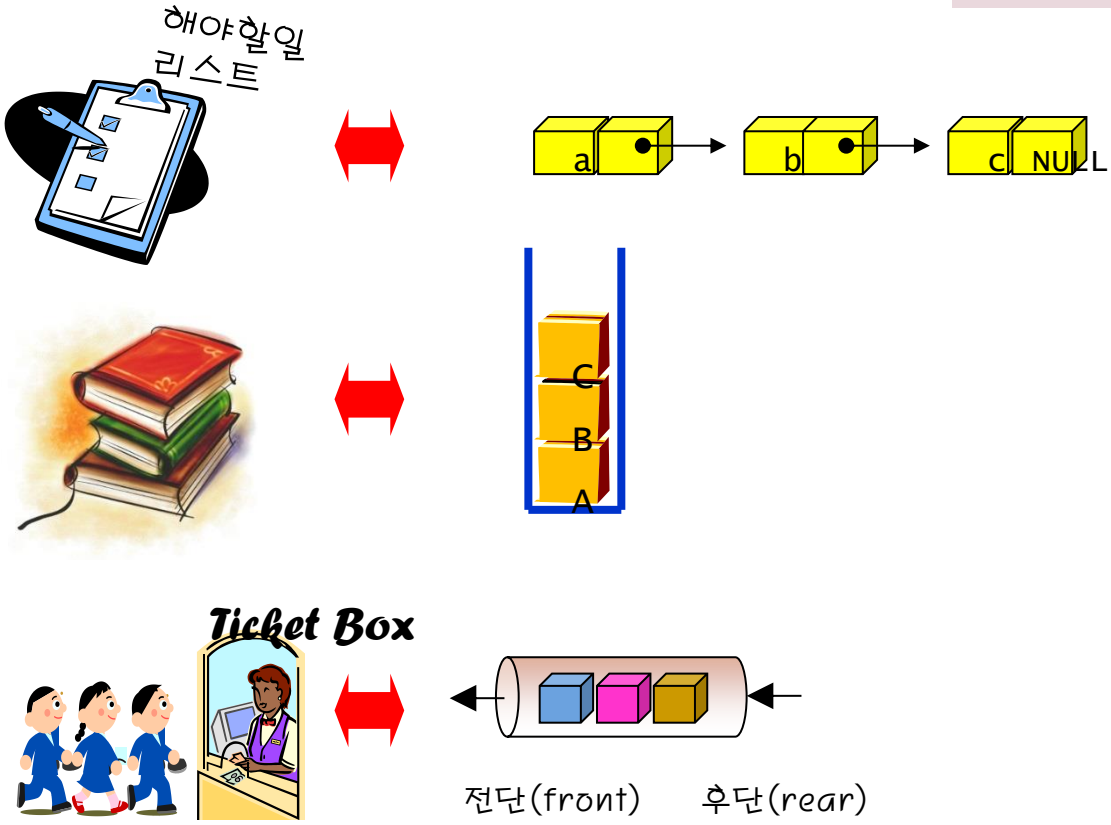
일상생활에서 데이터 예





일상생활의 사물과 자료구조의 비교

일상생활에서의 예	자료구조
물건을 쌓아두는 것	스택
영화관 매표소의 줄	큐
할일 리스트	리스트
영어사전	사전, 탐색구조
지도	그래프
조직도	트리



자료구조와 알고리즘

- 프로그램 = 자료구조 + 알고리즘

  (예) 최대값 탐색 프로그램 = 배열+ 순차탐색

자료구조

score[]

80	70	90	...	30

알고리즘

```
tmp←score[0];
for i ← 1 to n do
        if  score[i]>tmp
                then tmp←score[i];
```

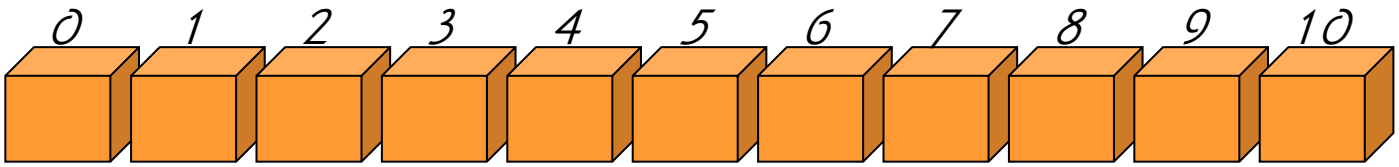
알고리즘

- **알고리즘(algorithm):** 컴퓨터로 문제를 풀기 위한 단계적인 절차
- 알고리즘의 조건
  - 입 력 : 0개 이상의 입력이 존재하여야 한다.
  - 출 력 : 1개 이상의 출력이 존재하여야 한다.
  - 명백성 : 각 명령어의 의미는 모호하지 않고 명확해야 한다.
  - 유한성 : 한정된 수의 단계 후에는 반드시 종료되어야 한다.
  - 유효성 : 각 명령어들은 실행 가능한 연산이어야 한다.

알고리즘의 기술 방법

- 영어나 한국어와 같은 자연어
- 흐름도(flow chart)
- 유사 코드(pseudo-code)
- C와 같은 프로그래밍 언어

(예) 배열에서 최대값 찾기 알고리즘



자연어로 표기된 알고리즘

- 인간이 읽기가 쉽다.
- 그러나 자연어의 단어들을 정확하게 정의하지 않으면 의미 전달이 모호해질 우려가 있다.

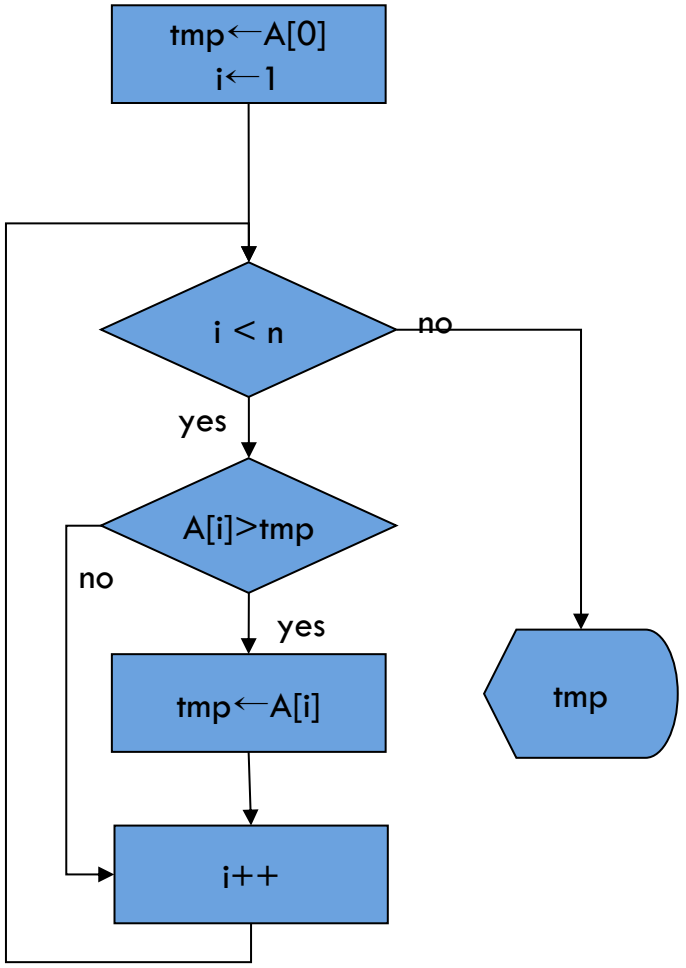
(예) 배열에서 최대값 찾기 알고리즘

ArrayMax(A,n)

1. 배열 A의 첫번째 요소를 변수 max에 복사
2. 배열 A의 다음 요소들을 차례대로 max와 비교하면 더 크면 max로 복사
3. 배열 A의 모든 요소를 비교했으면 max를 반환

흐름도로 표기된 알고리즘

- 직관적이고 이해하기 쉬운 알고리즘 기술 방법
- 그러나 복잡한 알고리즘의 경우, 상당히 복잡해짐.



유사코드로 표현된 알고리즘

- 알고리즘의 고수준 기술 방법
- 자연어보다는 더 구조적인 표현 방법
- 프로그래밍 언어보다는 덜 구체적인 표현방법
- 알고리즘 기술에 가장 많이 사용

```
ArrayMax(A,n)

  tmp ← A[0];
  for i←1 to n-1 do
            if tmp < A[i] then
                        tmp ← A[i];
  return tmp;
```

C로 표현된 알고리즘

- 알고리즘의 가장 정확한 기술이 가능
- 구체적인 사항들이 알고리즘의 전체적인 윤곽을 이해하는데 방해가 될 수 있다.

```
#define MAX_ELEMENTS 100
int score[MAX_ELEMENTS];
int find_max_score(int n)
{
        int i, max;
        max=score[0];
        for(i=1;i<n;i++){
                if( score[i] > max ){
                        max = score[i];
                }
        }
        return max;
}
```

데이터 타입, 추상 데이터 타입

- 데이터 타입(data type)
  - 데이터의 집합과 연산의 집합

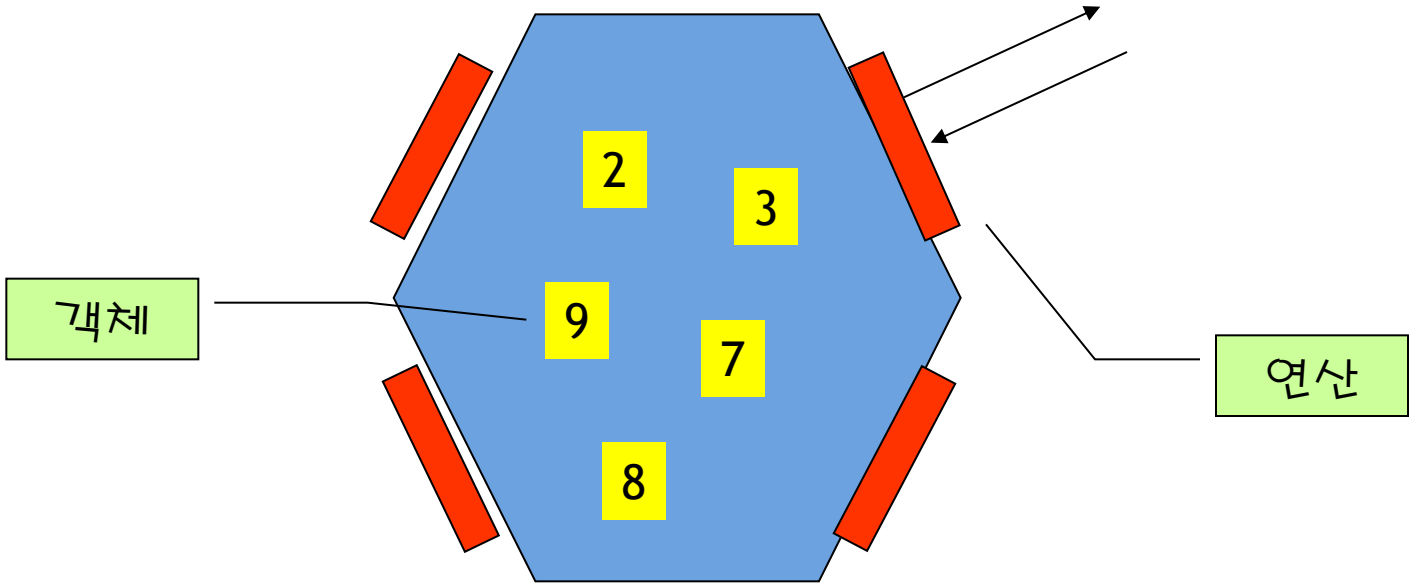
(예)

int 데이터 타입
- 데이터: { …,-2,-1,0,1,2,…}
- 연산: +, -, /, *, %

- 추상 데이터 타입(ADT: Abstract Data Type)
  - 데이터 타입을 추상적(수학적)으로 정의한 것
  - 데이터나 연산이 **무엇(what)**인가는 정의되지만 데이터나 연산을 **어떻게(how)** 컴퓨터 상에서 구현할 것인지는 정의되지 않는다.

추상 데이터 타입의 정의

- **객체**: 추상 데이터 타입에 속하는 객체가 정의된다.
- **연산**: 이들 객체들 사이의 연산이 정의된다. 이 연산은 추상 데이터 타입과 외부를 연결하는 인터페이스의 역할을 한다.

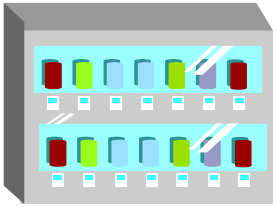


추상 데이터 타입

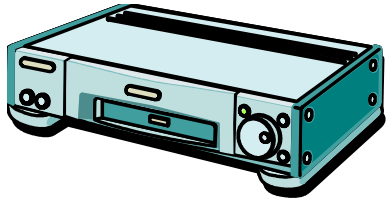
추상 데이터 타입의 예: 자연수

```
Nat_No
객체: 0에서 시작하여 INT_MAX까지의 순서화된 정수의 부분범위
연산:
      zero()    ::=  return 0;
      is_zero() ::=  if (x) return FALSE;
                     else return TRUE;
      add(x,y)  ::=  if( (x+y) <= INT_MAX ) return x+y;
                     else return INT_MAX
      sub(x,y)  ::=  if ( x<y ) return 0;
                     else return x-y;
      equal(x,y)::=  if( x=y ) return TRUE;
                          else return FALSE;
      successor(x)::= if( (x+y) <= INT_MAX )
                                 return x+1;
```

추상 데이터 타입과 VTR

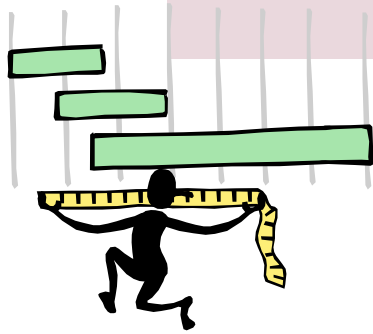


- 사용자들은 추상 데이터 타입이 제공하는 연산만을 사용할 수 있다.
- 사용자들은 추상 데이터 타입을 어떻게 사용하는지를 알아야 한다.
- 사용자들은 추상 데이터 타입 내부의 데이터를 접근할 수 없다.
- 사용자들은 어떻게 구현되었는지 몰라도 이용할 수 있다.
- 만약 다른 사람이 추상 데이터 타입의 구현을 변경하더라도 인터페이스가 변경되지 않으면 사용할 수 있다.



- VCR의 인터페이스가 제공하는 특정한 작업만을 할 수 있다.
- 사용자는 이러한 작업들을 이해해야 한다. 즉 비디오를 시청하기 위해서는 무엇을 해야 하는지를 알아야 한다.
- VCR의 내부를 볼 수는 없다.
- VCR의 내부에서 무엇이 일어나고 있는지를 몰라도 이용할 수 있다.
- 누군가가 VCR의 내부의 기계장치를 교환한다고 하더라도 인터페이스만 바뀌지 않는 한 그대로 사용이 가능하다.

알고리즘의 성능분석



- 알고리즘의 성능 분석 기법
  - 수행 시간 측정
    - 두 개의 알고리즘의 실제 수행 시간을 측정하는 것
    - 실제로 구현하는 것이 필요
    - 동일한 하드웨어를 사용하여야 함
  - 알고리즘의 복잡도 분석
    - 직접 구현하지 않고서도 수행 시간을 분석하는 것
    - 알고리즘이 수행하는 연산의 횟수를 측정하여 비교
    - 일반적으로 연산의 횟수는 n의 함수
    - **시간 복잡도 분석**: 수행 시간 분석
    - **공간 복잡도 분석**: 수행 시 필요로 하는 메모리 공간 분석

수행시간측정

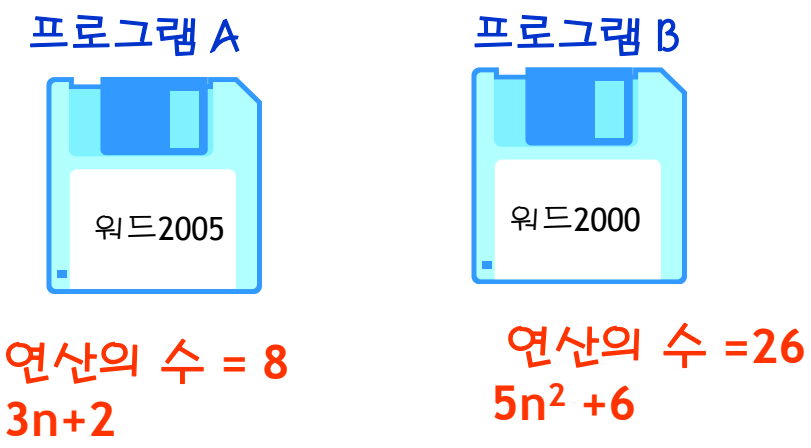
- 컴퓨터에서 수행시간을 측정하는 방법에는 주로 clock 함수가 사용된다.
- clock_t clock(void);
  - clock 함수는 호출되었을 때의 시스템 시각을 CLOCKS_PER_SEC 단위로 반환
- 수행시간을 측정하는 전형적인 프로그램

```
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>
#include <time.h>
void main( void )
{
   clock_t start, finish;
   double  duration;
   start = clock();
    // 수행시간을 측정하고 하는 코드....
     // ....
   finish = clock();
   duration = (double)(finish - start) / CLOCKS_PER_SEC;
   printf("%f 초입니다.\n", duration);
}
```

복잡도 분석

- 시간 복잡도는 알고리즘을 이루고 있는 연산들이 몇 번이나 수행되는지를 숫자로 표시
- 알고리즘이 수행하는 연산의 개수를 계산하여 두 개의 알고리즘을 비교할 수 있다.
- 연산의 수행횟수는 고정된 숫자가 아니라 입력의 개수 n에 대한 함수

->**시간복잡도 함수**라고 하고 T(n) 이라고 표기한다.



복잡도 분석의 예

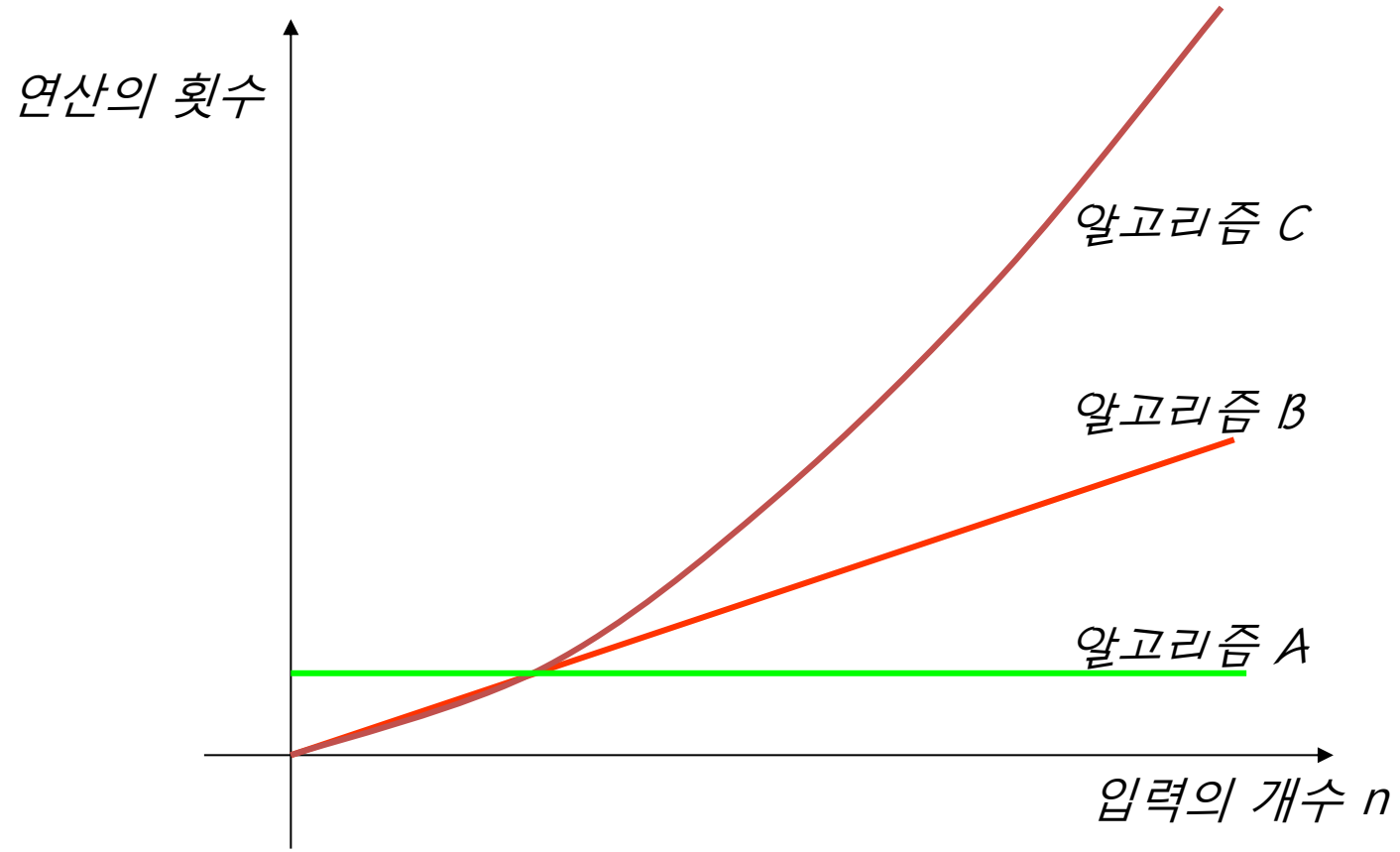
- **n을 n번 더하는 문제**:
  각 알고리즘이 수행하는 연산의 개수를 세어 본다.
  단 for 루프 제어 연산은 고려하지 않음.

알고리즘 A	알고리즘 B	알고리즘 C

sum ←n*n;	sum ← 0;
	for i ← 1 to n do
	  sum ←sum + n;
		sum ← 0;
		for i←1 to n do
		  for ←1 to n do
		  sum ←sum + 1;

	알고리즘 A	알고리즘 B	알고리즘 C
대입연산	1	n + 1	n*n + 1
덧셈연산		n	n*n
곱셈연산	1		
나눗셈연산			
전체연산수	2	2n + 1	$2n^2 + 1$

연산의 횟수를 그래프로 표현



시간복잡도 함수 계산 예

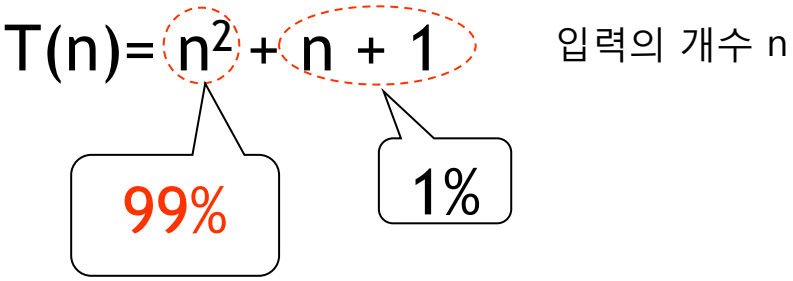
- 코드를 분석해보면 수행되는 수행되는 연산들의 횟수를 입력 크기의 함수로 만들 수 있다.

```
ArrayMax(A,n)

  tmp ← A[0];                          1번의 대입 연산
  for i←1 to n-1 do                    루프 제어 연산은 제외
          if tmp < A[i] then           n-1번의 비교 연산
                  tmp ← A[i];          n-1번의 대입 연산(최대)
  return tmp;                          1번의 반환 연산

                                       총 연산 수= 2n(최대)
```

빅오 표기법

- 자료의 개수가 많은 경우에는 차수가 가장 큰 항이 가장 영향을 크게 미치고 다른 항들은 상대적으로 무시될 수 있다.
- 따라서 보통 시간복잡도 함수에서 가장 영향을 크게 미치는 항만을 고려하면 충분하다.

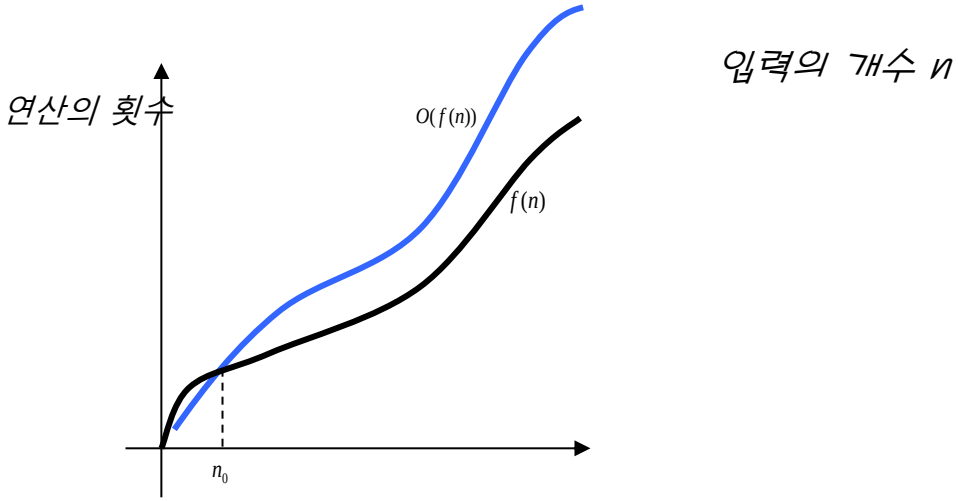
n=1000인 경우



(예) n=1,000 일 때, $T(n)$의 값은 1,001,001이고 이 중에서
첫 번째 항의 값이 전체의 약 99%인 1,000,000이고
두 번째 항의 값이 1000으로 전체의 약 1%를 차지한다.

빅오 표기법

- **빅오표기법**: 연산의 횟수를 대략적(점근적)으로 표기한 것
- 두 개의 함수 f(n)과 g(n)이 주어졌을 때,
  모든 $n \geq n_0$에 대하여 $|f(n)| \leq c|g(n)|$을 만족하는 2개의 상수 c와 n_0가 존재하면 f(n)=O(g(n))이다.
- 빅오는 **함수의 상한**을 표시한다.
  - (예) n≥5 이면 2n+1 < 10n 이므로 2n+1 = O(n)



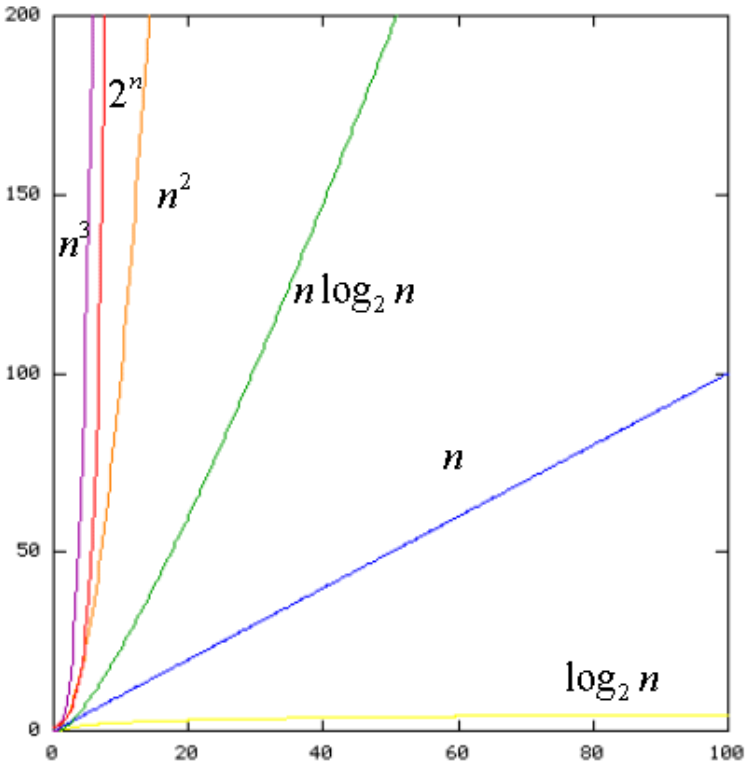
빅오 표기법의 예

예제 1.1 빅오 표기법

- $f(n)=5$이면 $O(1)$이다. 왜냐하면 $n_0=1$, $c=10$일 때, $n \geq 1$에 대하여 $5 \leq 10 \cdot 1$이 되기 때문이다.
- $f(n)=2n+1$이면 $O(n)$이다. 왜냐하면 $n_0=2$, $c=3$일 때, $n \geq 2$에 대하여 $2n+1 \leq 3n$이 되기 때문이다.
- $f(n)=3n^2+100$이면 $O(n^2)$이다. 왜냐하면 $n_0=100$, $c=5$일 때, $n \geq 100$에 대하여 $3n^2+100 \leq 5n^2$이 되기 때문이다.
- $f(n)=5 \cdot 2^n+10n^2+100$이면 $O(2^n)$이다. 왜냐하면 $n_0=1000$, $c=10$일 때, $n \geq 1000$에 대하여 $5 \cdot 2^n+10n^2+100 \leq 10 \cdot 2^n$이 되기 때문이다.

빅오 표기법의 종류

- O(1) : 상수형
- O(logn) : 로그형
- O(n) : 선형
- O(nlogn) : 로그선형
- $O(n^2)$: 2차형
- $O(n^3)$: 3차형
- $O(n^k)$: k차형
- $O(2^n)$: 지수형
- O(n!) : 팩토리얼형



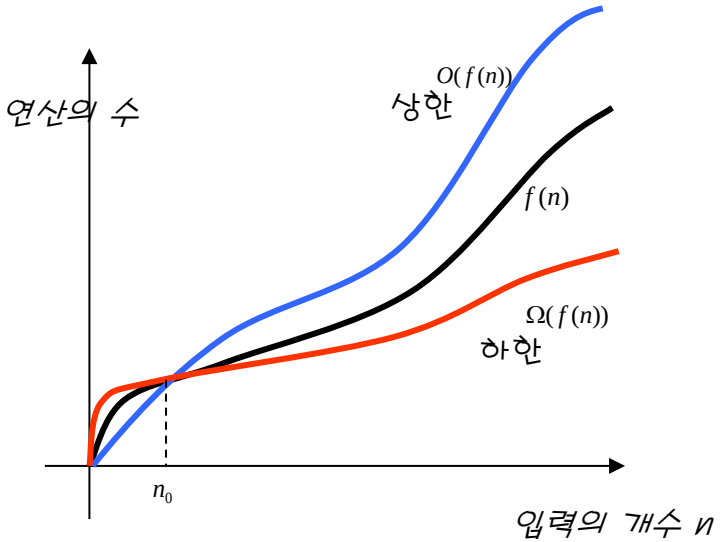
빅오 표기법의 종류

시간복잡도	n					
	1	2	4	8	16	32
1	1	1	1	1	1	1
logn	0	1	2	3	4	5
n	1	2	4	8	16	32
nlogn	0	2	8	24	64	160
n^2	1	4	16	64	256	1024
n^3	1	8	64	512	4096	32768
2^n	2	4	16	256	65536	4294967296
n!	1	2	24	40326	20922789888000	26313×10^{33}

빅오 표기법 이외의 표기법

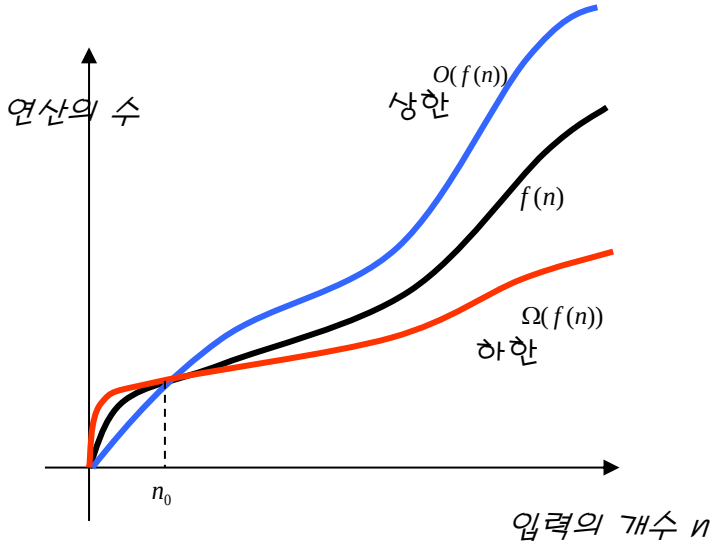
- 빅오메가 표기법
  - 모든 $n \geq n_0$에 대하여 $|f(n)| \geq c|g(n)|$을 만족하는 2개의 상수 c와 n_0가 존재하면 $f(n)=\Omega(g(n))$이다.

  - 빅오메가는 함수의 하한을 표시한다.
  - (예) $n \geq 5$ 이면 $2n+1 < 10n$ 이므로 $n = \Omega(n)$



빅오 표기법이외의 표기법

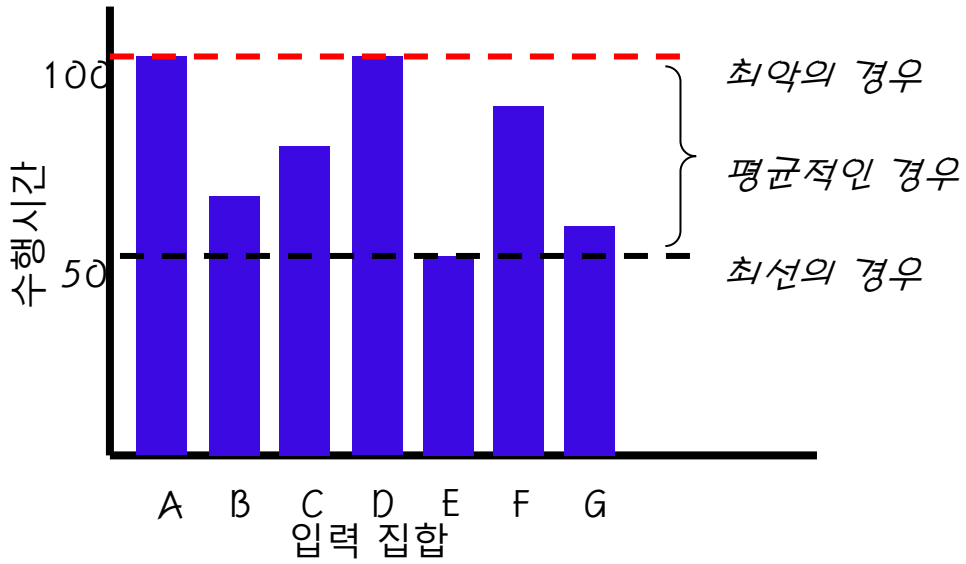
- 빅세타 표기법
  - 모든 $n \geq n_0$에 대하여 $c_1|g(n)| \leq |f(n)| \leq c_2|g(n)|$을 만족하는 3개의 상수 c_1, c_2와 n_0가 존재하면 $f(n)=\theta(g(n))$이다.
  - 빅세타는 함수의 하한인 동시에 상한을 표시한다.
  - $f(n)=O(g(n))$이면서 $f(n)=\Omega(g(n))$이면 $f(n)=\theta(n)$이다.
  - (예) $n \geq 1$이면 $n \leq 2n+1 \leq 3n$이므로 $2n+1 = \theta(n)$



최선, 평균, 최악의 경우

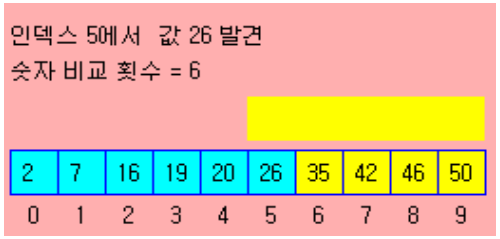
- 알고리즘의 수행시간은 입력 자료 집합에 따라 다를 수 있다.
  (예) 정렬 알고리즘의 수행 시간은 입력 집합에 따라 다를 수 있다.

- **최선의 경우(best case):** 수행 시간이 가장 빠른 경우
- **평균의 경우(average case):** 수행시간이 평균적인 경우
- **최악의 경우(worst case):** 수행 시간이 가장 늦은 경우



최선, 평균, 최악의 경우

- (예) 순차탐색
- **최선의 경우**: 찾고자 하는 숫자가 맨 앞에 있는 경우
  ∴ O(1)
- **최악의 경우**: 찾고자 하는 숫자가 맨 뒤에 있는 경우
  ∴ O(n)
- **평균적인 경우**: 각 요소들이 균일하게 탐색된다고 가정하면
  (1+2+…+n)/n=(n+1)/2
  ∴ O(n)



자료 구조의 C언어 표현방법

- 자료구조와 관련된 데이터들을 구조체로 정의
- 연산을 호출할 경우, 이 구조체를 함수의 파라미터로 전달

(예)

```
// 자료구조 스택과 관련된 자료들을 정의
typedef int element;
typedef struct {
        int top;
        element stack[MAX_STACK_SIZE];
} StackType;


// 자료구조 스택과 관련된 연산들을 정의
void push(StackType *s, element item)
{
        if( s->top >= (MAX_STACK_SIZE -1)){
                stack_full();
                return;
        }
        s->stack[++(s->top)] = item;
}
```

자료구조의 요소

관련된 데이터를 구조체로 정의

연산을 호출할때 구조체를 함수의 파라미터로 전달

자료구조 기술규칙

- **상수**
  - 대문자로 표기
  - (예) #define MAX_ELEMENT 100
- **변수의 이름**
  - 소문자를 사용하였으며 언더라인을 사용하여 단어와 단어를 분리
  - (예) int increment;
  - int new_node;
- **함수의 이름**
  - 동사를 이용하여 함수가 하는 작업을 표기
  - (예) int add(ListNode *node) // 혼동이 없는 경우
  - int list_add(ListNode *node) // 혼동이 생길 우려가 있는 경우

자료구조 기술규칙

- **typedef의 사용**
- C언어에서 사용자 정의 데이터 타입을 만드는 경우에 쓰이는 키워드

typedef <새로운 타입의 정의> <새로운 타입 이름>;

(예1) typedef int element;

(예2) typedef struct ListNode {
        element data;
        struct ListNode *link;
    } ListNode;

알고리즘과 프로그램의 차이

문제를 해결하기 위한 단계적인(계산적인) 절차

	알고리즘	프로그램
생성 도구	의사코드, 순서도, 자연언어	프로그래밍 언어
수행	계산모델(model of computation)	컴퓨터
유한성	한정된 단계 후 종료	종료되지 않는 프로그램도 있다.

연습문제 1

- Boolean 추상 데이터 타입을 정의하고 다음과 같은 연산자를 포함시키자.
  - And
  - Or
  - Not
  - Xor

연습문제 2

- 다음 프로그램의 시간 복잡도를 빅오 표기법으로 나타내 보시오.
  - for(i=0; i<n; ++i) ++k;
  - for(i=1; i<n; i*=2) ++k;
  - for(i=1; i<n; i/=2) ++k;
  - for(i=1; i<n; i*=2)
    if(i%2 == 0) ++k;
  - for(i=1; i<n; i*=2)
    for(j=0; j<n;++j) ++k;
  - for(i=1; i<n; i*=2)
    for(j=0; j<n;++j) ++k;
    for(r=0; r < 10; ++r) ++k;