

이산수학

증명법

- 연역법 : 탑 다운방식
- 귀납법 : // ex) 엄마가 얼룩소 , 아빠가 황소, 첫째자식 얼룩소, 둘째자식 얼룩소면 셋째자식도 얼룩소

5주차(16.04.07)

관계

- 도메인 : 관계(집합 등/ {a,b,c,d})

* 반사관계

- * 반사 관계 : 1,1 2,2 같이 자기한테로 돌아오는 것/ (전체다) 하나라도 아니면 반사관계가 아니다.
- * 비반사 관계 : (x,x)가 없는 것 / (1,1) (2,2) 가 하나도 없는 것

* 대칭관계

- * 대칭관계 : 원소 (a,b)가 존재하면 (b,a)가 반드시 존재함 / 반사와는 다르게 하나가 없어도 대칭관계이다.
ex) x+y가 20일 때 (1,19)(19,1) 대칭관계가 맞다.
- * 반대칭관계 : (a,b)가 있으면 (b,a)가 없어야한다.

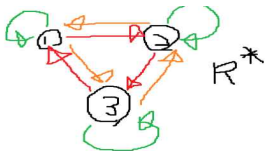
* 추이관계

- * 추이관계 : a->b->c 관계가 있는데 a->b, b->c가 있는데 a->c도 있으면 추이 관계
/ (1,2 2,1 이면 1,1이 있으므로 추이관계.)
/ 어떻게 되든 가는 길이 2개면 추이관계 성립
//참고 : 추이 클로저(closur은 닫는다, 폐쇄라는 뜻.) 중요하진 않음

R의 추이클로저 $R^+ = \bigcup_{n=1}^{\infty} R^n = R \cup R^2 \cup \dots$

만약 (a,b)=R이면 (a,b)=R+이다.

만약(a,b)=R+이고, (b,c)=R이면 (a,c)=R+ // a,c를 R+에 추가시킨다. // 더 이상 추이관계가 없을 땐 폐쇄한다.



대칭, 반사, 추이관계가 전부 적용되면 **동치관계**

(R+(R대거/플로스가 아님)는 1~무한대 / R*(R아스트리스크)은 0~무한대)(,)(,.)

R = {(1,1)(1,3)(2,2)(2,4)(3,1)(3,3)(4,2)(4,4)} 동치관계 / A={1,2,3,4}

○ 동치류 / [x]={1,3,2,4}

○ 동집합 : : 동치류의 모임을 몫집합이라 함 A/R={1,2,3,4} //집합의 집합

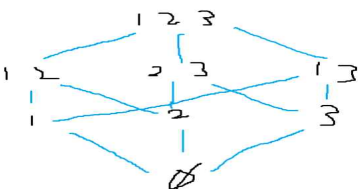
○ 분할 : 집합을 쪼개서 교집합이 안생기면 됨. // x mod(modulo) y / 7 mod 3 = 1

합동 : x=(줄세개임)y(mod m) x,y를 m으로 나눈 나머지가 같을 때 합동이라고함.

○ 부분 순서 관계 : a<~b : a가 b에 앞선다 ex) a=1, b=2 일 때 a는 b에 앞선다.

//1,1 2,2 3,3 도 포함함(반사관계도 포함)

[= 반순서관계 참고:(알고리즘수업 때 Sorting정렬 : 무작위 숫자를 순서대로 정렬). 토너먼트형식같은 것.]
- 멱집합(Pa) : 집합 A에서 만들 수 있는 모든 집합들의 집합



멱집합 : {공집합,{1},{2},{3},{1,2},{2,3},{1,3},{1,2,3}} // {1,2,3}으로 집합 A도 포함

함수

□ 함수 : 어떤 객체와 진리 값의 집합이다.

ex) $y=f(x)=x+1=\{(1,2)(2,3)(3,4)....\}$ 무한대로 늘어가는 집합

$F : X \rightarrow Y$ f 는 X 에서 Y 로 사상한다(상이 맷힌다.)

○ 정의역 : X 의 원소 //정의역에서는 항상 입력하는 것을 줘야함

○ 공변역 : Y 의 모든 값

○ 치역 : X 에서 Y 를 사상해서 나오는 값 / ex) $x=123$, $y=abcd$ 일 때 d 는 아무 상관없음)

* 함수가 되는 것은 일대일 / 다대일 // 함수가 안되는 것

○ 함수의 종류

- 단사함수 : 일대일 함수

- 전사함수 : 치역과 공변역이 동일한 함수 / 공변역에서 버리는 함수가 하나도 없다.

- 전단사 함수 : 남는 것도 없고 일대일로 대응되는 것(단사함수+전사함수)

* 합성함수 : 추이관계와 같다.

$a \rightarrow b$ 에서 받은 함수를 $b \rightarrow c$ 에서 다른 함수로 쓸 수 있는 것 ex) a 를 입력하면 3이 a 가되고 a 를 입력하면 y 가됨

* 항등함수 : 값이 같아지는 것 (시험 x)

* 역함수 : 논항 값이 함수 값이 됨 (시험 x)

$$f_A(x) = \begin{cases} 0, & x \notin A \\ 1, & x \in A \end{cases}$$

특성함수
최소값이 무조건 0과 1
값을 무조건 0아니면 1을 받음
 Y 값이 항상 0아니면 1에 걸림

- 특성함수 :

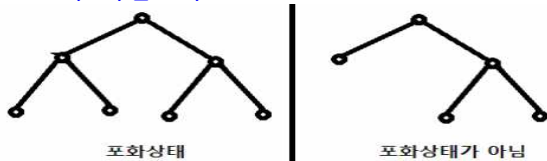
- 올림함수 : x 보다 크거나 같은 정수 값 중 가장 작은 값을 나타냄 $[3.5]$ 라 치면 4가 됨.

- 내림함수 : x 보다 작거나 같은 정수 값 중 가장 큰 값을 나타냄 $[3.5]$ 라 치면 3이 됨

중간고사 시험문제!!!!

1. 드모르간 법칙 : $\sim(p \cap q) \rightarrow (\sim p) \cup (\sim q)$

2. 포화 이진트리 :



3. 대우 증명법 : $p \rightarrow q = \sim q \rightarrow \sim p$ 일 때 두 개 중 한 개만 증명하면 된다. (짝수 일 때 $2k$ 를 쓰자)

4. 카티시안 곱 : $A \times B$, $A=\{1,2,3\}$, $B=\{a,b\}$ 일 때 카티시안 곱($A \times B$)은 $3 \times 2 = 6$ 이다.

5. 다음관계가 반사관계인지 대칭관계인지 추이관계인지 서술하시오.

6. 하세도표 로 바꾸시오. : 필요 없는 화살표를 다 지움 (당연한 화살표)



7. 함수의 종류

- 단사함수 : 일대일 함수

- 전사함수 : 치역과 공변역이 동일한 함수 / 공변역에서 버리는 함수가 하나도 없다.

- 전단사 함수 : 남는 것도 없고 일대일로 대응되는 것(단사함수+전사함수)

- 올림함수 : x 보다 크거나 같은 정수값 중 가장 작은 값을 나타냄 $[3.5]$ 라치면 4가 됨.

- 내림함수 : x 보다 작거나 같은 정수 값 중 가장 큰 값을 나타냄 $[3.5]$ 라치면 3이 됨

○ 깊이 우선 탐색 : 왼쪽부터 차례로 들어가며 탐색

○ 넓이 우선 탐색 : 옆으로 자식 꼭지점의 개수를 세면서 탐색

* 트리탐색 용어 : 꼭지점 이동 : traversal / 꼭지점 뒤로 이동 : backtracking

시험범위 논리연산~그래프

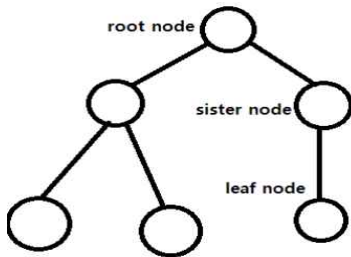
중간고사 범위 끝

그래프

6주차(16.04.14) 7주차(16.04.21)

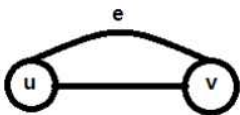
□ 그래프 : $G = (V, E)$ / 유한개의 개수를 정점 또는 노드들의 집합인 V 와 연결선 또는 에지라고 불리는 정점들의 쌍들의 집합
ex) $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4$ // 1은 2에 대해 선행자 / 2는 1에 대해 후속자.

○ 트리



- 시작 노드(root node/ parent node) : 밑에 자식 노드가 있음 / 비종말 노드(non-terminal node)
- 중간 노드(sister node) : 중간 노드 중 동등한 위치에 다른 노드가 있음 / 비종말 노드(non-terminal node)
- 이파리 노드(leaf node) : 밑에 더 이상 자식노드가 없음 / 종말 노드(terminal node)

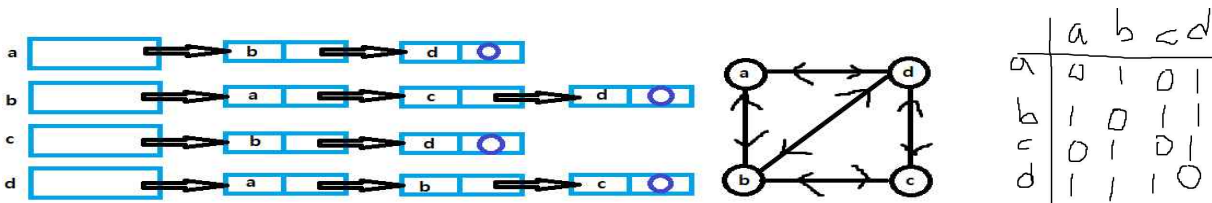
○ 연결선



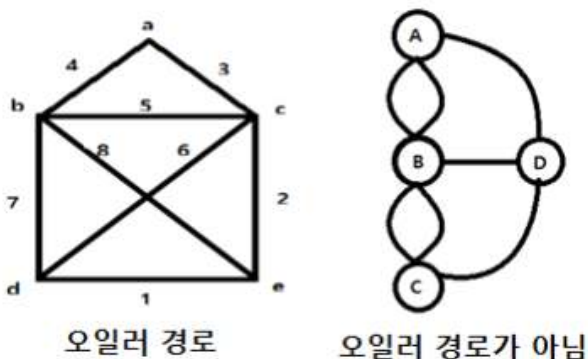
- $(u, v) \in E$ 에 대해 u 와 v 를 연결하는 연결선 e 는 u 와 v 에 접했다(사건이 일어남), u 와 v 는 인접했다.

○ 인접 리스트 (Linked List)

- 각 장점에 대해 포인터가 주어지고, 그 점으로부터 연결된 장점들을 차례로 연결 리스트(Linked List)로 표시함
- 같은 리스트 내에서는 순서에 관계가 없음



○ 오일러 경로 : 각 연결선을 단 한 번씩만 통과

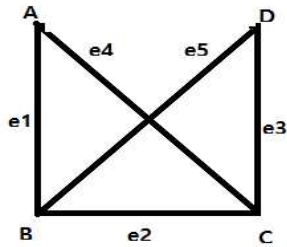


<- 홀수로 나가는 선이 2개를 넘었으므로 오일러 경로가 없다.

○ 오일러 순회 : 각 연결선을 가서 다시 돌아옴

○ 차수 : 정점과 연결된 연결선의 개수

- 모든 정점들의 차수의 합은 연결선들 개수의 2배이다.



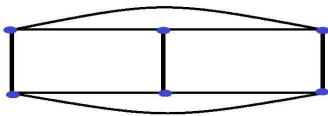
연결선의 개수(5) * 2 = 차수의 개수(10)

○ 해밀턴 경로 : 각 꼭지점을 단 한 번씩만 통과하지만 시작점으로 돌아오지 않음

○ 해밀턴 순회 : 각 꼭지점을 단 한 번씩만 통과하고 시작점으로 돌아옴

○ 시험 : 연결된 평면 그래프에서 꼭지점의 수를 v , 연결선의 수를 e , 면의 수를 f 라고 할 때 $v-e+f=2$ 이다.

ex) 꼭지점의 개수 = 6, 연결선의 개수 $e=9$, 면의 수 $f=5$ (바깥면도 친다), $v-e+f=2$ 의 오일러 정리가 성립함.

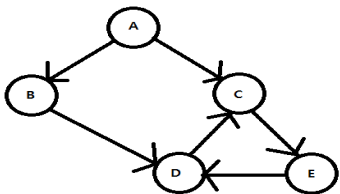


○ 연결선

○ 완전 그래프

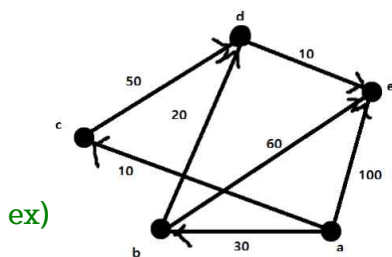
- 완전 그래프에서 연결선의 개수는 $n(n-1)/2$ 개이다. (n 은 꼭지점) ex) $n=5$ 이면 $5*4/2$ 10개

○ 방향 비사이클 그래프 : 순환이 없다. // 자매끼리 leaf node의 화살표를 주고 받는다



<- 트리, DAG, 사이클을 가진 방향 그래프

○ 다익스트라 알고리즘 : 최단경로를 찾는 알고리즘, 시작 지점에서 최단경로 꼭짓점을 찾아내는 식으로 구함



ex)

단계	탐색 전 최단경로 집합 (S)와 남은 꼭짓점(V)	D[b]	D[c]	D[d]	D[e]	최단경로 꼭짓점	탐색 후 최단경로 집합 {S}와 남은 꼭짓점{V}
1	S={a} V={b,c,d,e}	30	10	∞	100	c	S={a,c} V={b,d,e}
2	S={a,c} V={b,d,e}	30	10	60	100	b	S={a,c,b} V={d,e}
3	S={a,c,b} V={d,e}	30	10	50	90	d	S={a,c,b,d} V={e}
4	S={a,c,b,d} V={e}	30	10	50	60	e	S={a,c,b,d,e} V={ }

행렬과 행렬식

□ 행렬(매트릭스) : 가로(밑) = 행, 세로(옆) = 열

- 정방행렬 : 행과 열의 수가 같다
- $A_{ij} = i(\text{행}) j(\text{열})$

○ 행렬의 합 : 각각의 번호를 더함

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 4 & 6 \end{pmatrix}$$

○ 행렬의 곱 : 왼쪽 행과 오른쪽 열의

$$C_{ij} = \sum_{k=1}^n a_{ik} \cdot b_{kj} \quad \text{ex) } \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \times 1 + 3 \times 4 & 2 \times 3 + 3 \times 2 \\ 3 \times 1 + 1 \times 4 & 3 \times 3 + 1 \times 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 14 & 12 \\ 7 & 11 \end{pmatrix}$$

○ 대각행렬 : 정방행렬에서 대각선을 제외한 모든 항이 0인 행렬

○ 항등행렬 : 대각선이 모두 1로 이루어진 행렬, 역행렬을 구할 때 쓰임

$$- A \cdot A^{-1} = I$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

○ 전치행렬 : 행과 열을 90도로 뒤집음(행이 열이되고 열이 행이 됨) (뒤집기임)

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$$

○ 대칭행렬 : 행렬과 전치 행렬의 값이 똑같다.

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$$

○ 교대행렬 : $A = -A^T$ (전치행렬)를 만족한다

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$$

○ 삼각행렬

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

○ 가우스 조단 소거법 : 정 $[3 \ 2 \ 4 \ | \ 5] = 3x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 5$

$$[2 \ 4 \ 8 \ | \ 9] = 2x_1 + 4x_2 + 8x_3 = 9$$

$$[q \ w \ e \ | \ t]$$

이걸 1 0 0 로 만드는 것

$$0 \ 1 \ 0$$

$$0 \ 0 \ 1$$

○ 역행렬 : 행렬(A) * 역행렬(A⁻¹) = 항등행렬(I) 이 되는 것.

$$2a + 5c = x_1, 2b + 5d = x_2, 1a + 3c = y_1, 1b + 3d = y_2 \text{ 가 되는 것}$$

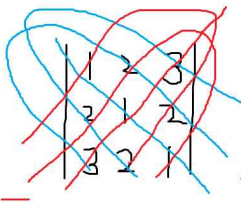
○ 가우스 조단 역행렬 구하는 알고리즘 : 절차가 존재함 정 $[A \mid I]$

$$\begin{aligned} & \left[\begin{array}{cc|cc} 3 & 4 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & 0 & 1 \end{array} \right] & \left(\frac{1}{3} \right)^* R1 \rightarrow R1 \\ & \left[\begin{array}{cc|cc} 1 & \frac{4}{3} & \frac{1}{3} & 0 \\ 2 & 3 & 0 & 1 \end{array} \right] & (-2)^* R1 + R2 \rightarrow R2 \\ & \left[\begin{array}{cc|cc} 1 & \frac{4}{3} & \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & \frac{1}{3} & -\frac{2}{3} & 1 \end{array} \right] & 3^* R2 \rightarrow R2 \\ & \left[\begin{array}{cc|cc} 1 & \frac{4}{3} & \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 3 \end{array} \right] & \left(-\frac{4}{3} \right)^* R2 + R1 \rightarrow R1 \\ & \left[\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & 3 & -4 \\ 0 & 1 & -2 & 3 \end{array} \right] \end{aligned}$$

1. 첫 번째 줄에 $1/3$ 을 전부 곱해줌 \rightarrow 첫 번째 줄에 값 입력 $\rightarrow 1*1$ 이 1 이 됨
2. 첫 번째 줄에 -2 를 전부 곱하고 $R2$ 에 전부 더해줌 \rightarrow 두 번째 줄에 값 입력 $\rightarrow 2*1$ 이 0 이 됨
3. 두 번째 줄에 3 을 전부 곱해줌 \rightarrow 두 번째 줄에 값 입력 $\rightarrow 2*2$ 가 1 이 됨
4. 두 번째 줄에 $(-4/3)$ 을 곱하고 첫 번째 줄을 더해줌 \rightarrow 첫 번째 줄에 값 입력 $\rightarrow 1*2$ 가 0 이 됨

○ 사루스의 공식 : 3×3 이하의 행렬에서 대각선으로 (왼쪽위 \rightarrow 오른쪽아래)는 플러스 (오른쪽위 \rightarrow 왼쪽밑)은 마이너스

$$|A| = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 4 \end{vmatrix} = 2 \times 4 - 1 \times 1 = 8 - 1 = 7$$



\rightarrow 각각을 곱해서 나온 숫자를 다 더해줌.

○ 도치 : 열의 수를 봐서 j 의 수가 뒤에 수보다 클 때 도치라고 함 (도치의 개수가 짝수(우치환)냐, 홀수(기치환)냐에 따라 바뀜)

배열	$j1, j2$ 의 도치수	부호	치환	$a1j1$	$a2j2$
1 2	0	+	우치환	$a11$	$a22$
2 1	1	-	기치환	$a12$	$a21$
1 2 3	0	+	우치환		
1 3 2	1	-	기치환		
2 1 3	1	-	기치환		
2 3 1	2	+	우치환		
3 1 2	2	+	우치환		
3 2 1	3	-	기치환		

(시험 안나옴) ○ 소행렬 : r번째 행과 s번째 열을 제거해서 얻은 행렬

- 여인수 : $i+j$ 가 짝수이면 +, 홀수이면 -

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ -1 & 3 & 5 \\ 2 & 4 & 3 \end{bmatrix} \quad M_{11} = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}$$

$$A_{11} = (-1)^{1+1} \times \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}$$

$$= (+1) \times (3 \times 3 - 5 \times 4)$$

$$= -11$$

- $\det(A) = a_{11}(\text{각각의 겹쳐지는 원소}) \times A_{11}(\text{남은행렬}) + \dots$ // 어떤 행을 택해도 값은 똑같이 나옴

$$\det(A) = a_{11} A_{11} + a_{12} A_{12} + a_{13} A_{13}$$

$$= 3 \begin{vmatrix} 0 & 3 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} - 1 \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} + 4 \begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 1 & -1 \end{vmatrix}$$

11주차(16.05.19)

오토마타, 형식, 언어, 문법

□ 오토마타 : 오토마톤(자동기계)의 복수 (앨런 튜링이 만들/ 튜링머신)

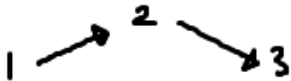
// 입출력이 유한한 크기의 한 줄로 되어있고, 그 안에서 왔다갔다함.

□ 오토마타의 타입 // 단계가 올라갈수록 고급

1단계	유한 오토마타 (정규문법)	2단계	푸시다운 오토마타 (문맥자유 문법)	3단계	선형제한 오토마타 (문맥민감 문법)	4단계	튜링머신 (문맥자유 문법)
-----	-------------------	-----	------------------------	-----	------------------------	-----	-------------------

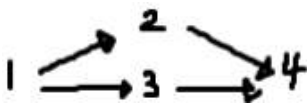
□ 1단계 : 유한오토마타 : 방향그래프로 나타낼 수 있음 (Regular Language)

○ 결정적 오토마타 : 가는 단계가 결정되어 있는 것



○ 비결정적 오토마타 : 2가지 이상의 이동이 가능한 오토마타

- 출력여부에 따라 인식기와 트랜스듀서로 나누어짐

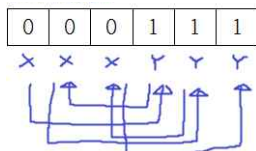


○ 오토마타 예제문제

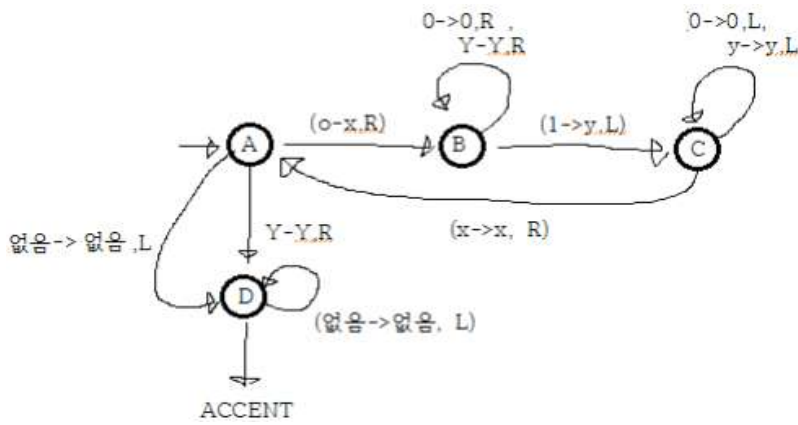
1번) $L = 01^*0$ (*은 개수가 무한) 일 때, 나올 수 있는 것이 00 / 010 / 0110 / 01110 / ... 로 삼각형형태로나옴

2번) $L = 0n1n$ (n은 n승) 일 때, 나올 수 있는 것이 01 / 0011 / 000111 / ...

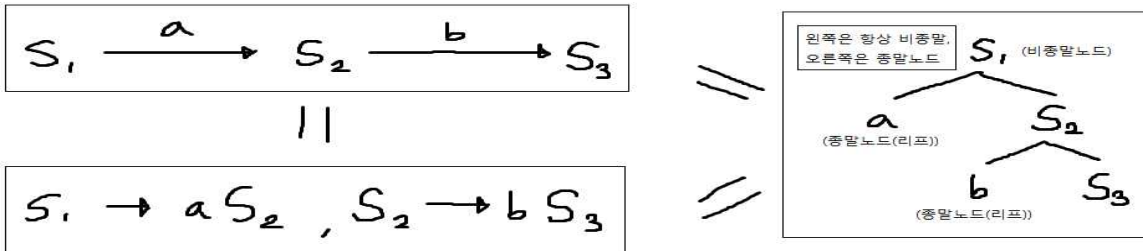
3번) 0 -> x, R 일 때 0을 X로 바꾸고 오른쪽으로 한칸, 1 -> y, L 1을 y로 바꾸고, 왼쪽으로 한칸 일 때,



4번) 오토마타 그래프



○ 전이 그래프



* FSA(파이널 스테이 오토마타) = RG(정규언어) // 끝이 있는 오토마타

○ 결정적 유한 오토마타 : 다섯 개의 순서쌍으로 이루어짐

$$M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$$

Q : 상태들의 유한 집합

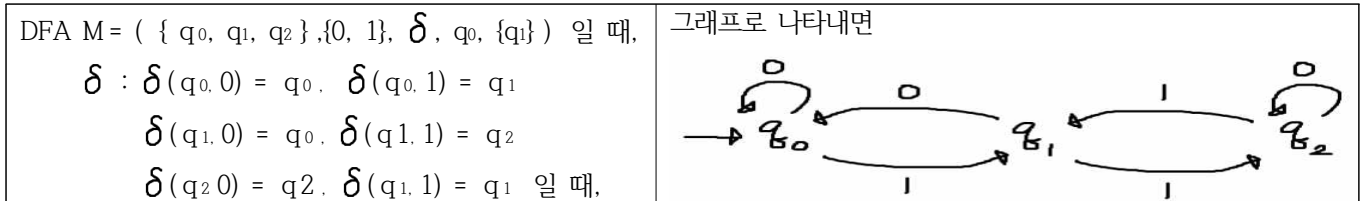
Σ : 0, 1을 쓸 것인지, a, b 등을 쓸 것인지

δ : 전이 함수의 집합

q_0 : 시작상태

F : 최종 단계 상태의 집합

○ 출력이 없는 유한 오토마타



// 해석 : $\{q_0, q_1, q_2\}$ 의 집합이 있고, $\{0, 1\}$ 의 숫자를 사용, q_0 으로 시작하여, $\{q_1\}$ 이 최종단계

○ 유한 오토마타의 응용 : 철자 교정기 등을 짤 수 있음

$\langle id \rangle \rightarrow \langle letter \rangle \langle rest \rangle$

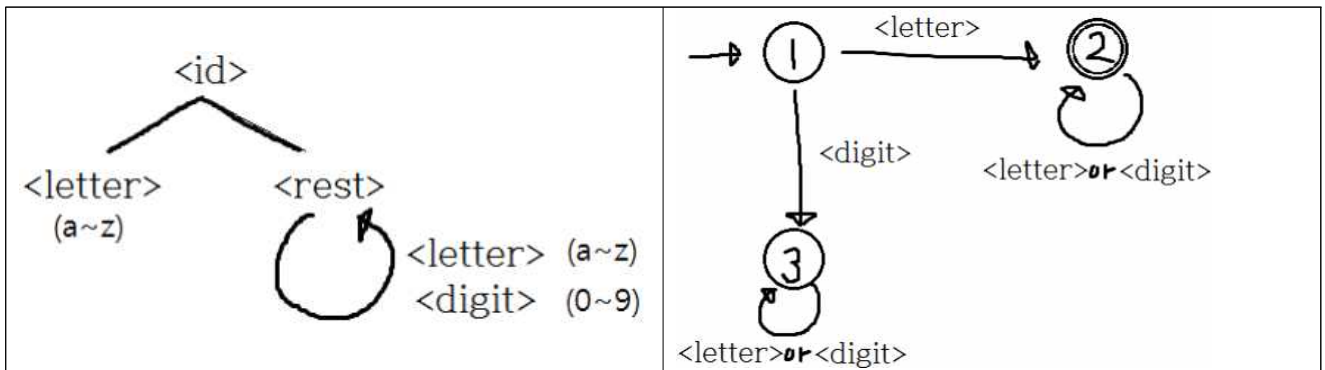
$\langle rest \rangle \rightarrow \langle letter \rangle \langle rest \rangle \mid \langle digit \rangle \langle rest \rangle \mid \lambda$

$\langle letter \rangle \rightarrow a \mid b \mid \dots \mid z \mid _$

$\langle digit \rangle \rightarrow 0 \mid 1 \mid \dots \mid 9$

//BNF에서는 $\langle id \rangle ::= \langle letter \rangle \langle rest \rangle$ 로 표기

id \rightarrow rest로 갈 때 letter가 필요한데, letter가 종말 루트 여야 하므로,
 letter \rightarrow a|b|...|z|_에서 불리워 a~z가 설정됨.



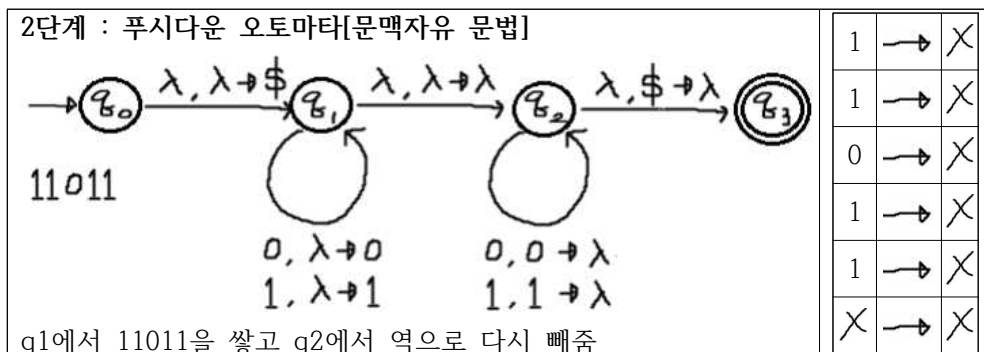
12주차(16.05.26)

○ 스트링에서의 연산

- * 연결 : 말그대로 스트링 두 개를 연결하는 것 // ex) 동명 + 대학교 = 동명대학교
- * 역 : 스트링을 뒤집는 것 // ex) 대학교^R = 교학대
- * \sum^* : 0승부터 시작 // Kleene star
- * \sum^+ : 1승부터 시작 // Dagger

○ 배커스 나우어 표기법

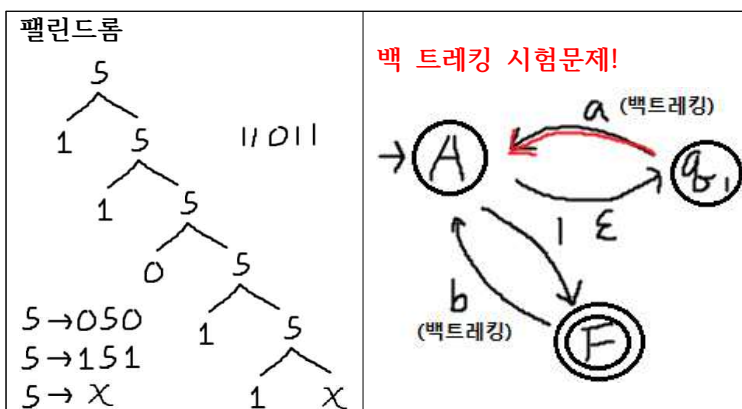
□ 2단계 : 푸시다운 오토마타(문맥자유 문법(CFL))



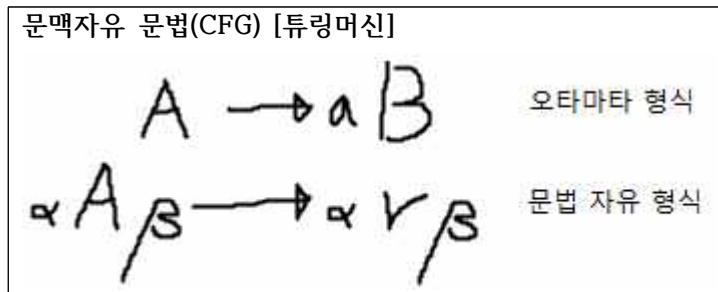
○ 팰린드롬 : 거꾸로해도 똑같은 것 // ϵ X \emptyset : 공문자 / $\$$: 푸쉬(넣다) / 팝(꺼내오다)

ex) 0, X \rightarrow 0 이면, 0을 읽으면 공문자를 팝하고 0을 푸쉬하라/ 공문자를 팝하는건 아무일도 안한다는 것

○ 백 트래킹 : 비결정 오토마타에서 오른쪽으로 갔다가 파이널이 없으면 되돌아오는 것



□ 4단계 : 튜링머신(문맥자유 문법(CFG / r.e Language))



○ 튜링머신 : 다섯 개의 순서쌍으로 이루어짐

$$M = (Q, \Gamma, B, \Sigma, \delta, q_0, F)$$

Q : 상태들의 유한 집합

Γ : 허용되는 테이프 심볼들의 유한 집합

B : Γ 에 속하는 블랭크

Σ : 0, 1을 쓸 것인지, a, b 등을 쓸 것인지

δ : 전이 함수의 집합

q_0 : 시작상태

F : 최종 단계 상태의 집합

// 여담) Halting Problem(정지문제) : 프로그램이 정지하는지 무한루프인지 알 수 있는 알고리즘

13주차(16.06.02)

알고리즘을 통한 문제 해결

□ 알고리즘 : 입력, 출력, 유한성, 정확성, 확정성, 일반성, 효율성

- 입력, 출력, 유한성, 정확성, 확정성, 일반성, 효율성

○ 알고리즘 계산 복잡도 : 빅오(O)로 표현,

ex) $3n+2$: n 의 복잡도 / $2x(\text{제공})+2$: $n(\text{제공})$ 의 복잡도

- 순차탐색 알고리즘 : 버블소트

- 분할 점령 알고리즘 : 퀵 소트 // $k = 1 + \log_2 n = O(\log_2 n)$

기말고사 시험문제!!!!

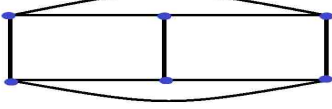
1. 다음의 그래프를 인접 행렬과 연결 그래프로 나타내시오

2. 오일러 경로, 오일러 순회, 해밀턴 경로, 해밀턴 순회인지 설명하시오

3. 오일러의 정리 : 항상 $v - e + f = 2$ 이다.

연결된 평면 그래프에서 꼭지점의 수를 v , 연결선의 수를 e , 면의 수를 f 라고 할 때 $v-e+f=2$ 이다.

ex) 꼭지점의 개수 = 6, 연결선의 개수 $e=9$, 면의 수 $f=5$ (바깥면도 친다), $v-e+f=2$ 의 오일러 정리가 성립함.



4. 최단 경로 : 항상 $v - e + f = 2$ 이다.

5. 행렬의 곱 : 왼쪽 행과 오른쪽 열의 곱

$$C_{ij} = \sum_{k=1}^n a_{ik} \cdot b_{kj} \quad \text{ex) } \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \times 1 + 3 \times 4 & 2 \times 3 + 3 \times 2 \\ 3 \times 1 + 1 \times 4 & 3 \times 3 + 1 \times 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 14 & 12 \\ 7 & 11 \end{pmatrix}$$

6. 가우스 조단 역행렬 구하는 알고리즘 : 절차가 존재함 정 $[A | I]$

$$\left[\begin{array}{cc|cc} 3 & 4 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & 0 & 1 \end{array} \right] \quad \left(\frac{1}{3} \right) * R1 \rightarrow R1$$

문제 : $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ 로 만들어줘야함.

$$\left[\begin{array}{cc|cc} 1 & \frac{4}{3} & \frac{1}{3} & 0 \\ 2 & 3 & 0 & 1 \end{array} \right] \quad (-2) * R1 + R2 \rightarrow R2$$

$$\left[\begin{array}{cc|cc} 1 & \frac{4}{3} & \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & \frac{1}{3} & -\frac{2}{3} & 1 \end{array} \right] \quad 3 * R2 \rightarrow R2$$

$$\left[\begin{array}{cc|cc} 1 & \frac{4}{3} & \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 3 \end{array} \right] \quad \left(-\frac{4}{3} \right) * R2 + R1 \rightarrow R1$$

$$\left[\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & 3 & -4 \\ 0 & 1 & -2 & 3 \end{array} \right]$$

1. 첫 번째 줄에 $1/3$ 을 전부 곱해줌 \rightarrow 첫 번째 줄에 값 입력 $\rightarrow 1 \times 1$ 이 1 이 됨

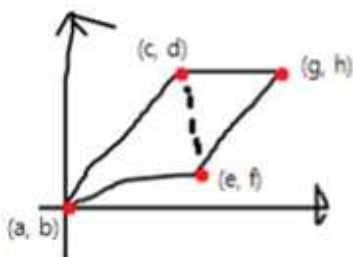
2. 첫 번째 줄에 -2 를 전부 곱하고 $R2$ 에 전부 더해줌 \rightarrow 두 번째 줄에 값 입력 $\rightarrow 2 \times 1$ 이 0 이 됨

3. 두 번째 줄에 3 을 전부 곱해줌 \rightarrow 두 번째 줄에 값 입력 $\rightarrow 2 \times 2$ 가 1 이 됨

4. 두 번째 줄에 $(-4/3)$ 을 곱하고 첫 번째 줄을 더해줌 \rightarrow 첫 번째 줄에 값 입력 $\rightarrow 1 \times 2$ 가 0 이 됨

7. 4개의 좌표 값을 임의로 정하고 이것을 이용해 행렬식을 구하고 넓이를 구하라!!!!!! (삼각형 외적구해서 구함)

임의의 데카르트 2차원 좌표에 임의의 4개를 좌표를 그리고 사각형의 넓이를 행렬식으로 구하라!!



사각형 넓이 : $(a, b) (c, d) (e, f) (g, h)$ 일 때

(1)

$$x \mid 0 \ c \ e \mid$$

$$y \mid 0 \ d \ f \mid$$

$$1/2 \mid (-1)^{1+1} (cf - ed) + (-1)^{1+2} (0f - e0) + (-1)^{1+3} (0d - c0) \mid +$$

$$1/2 \mid (-1)^{1+1} (eh - gf) + (-1)^{1+2} (ch - gd) + (-1)^{1+3} (cf - ed) \mid$$

(2)

$$x \mid c \ e \ g \mid$$

$$y \mid d \ f \ h \mid$$

$$\text{// } a_{ij} \cdot (-1)^{i+j}$$

기말고사 시험문제2!!!!

8. 출력이 없는 유한 오토마타를 그래프로 입력하시오.

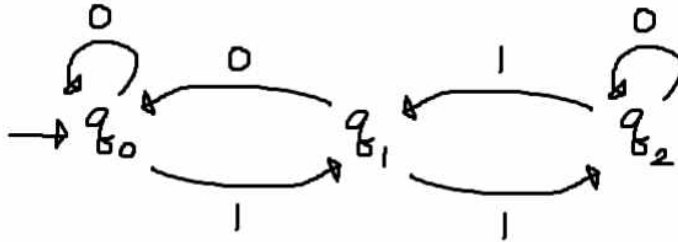
○ 출력이 없는 유한 오토마타

DFA $M = (\{q_0, q_1, q_2\}, \{0, 1\}, \delta, q_0, \{q_1\})$ 일 때,

$$\delta : \delta(q_0, 0) = q_0, \delta(q_0, 1) = q_1$$

$$\delta(q_1, 0) = q_0, \delta(q_1, 1) = q_2$$

$$\delta(q_2, 0) = q_2, \delta(q_2, 1) = q_1 \text{ 일 때, 그래프로 나타내면}$$

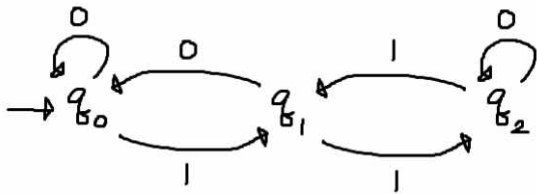


해석 : $\{q_0, q_1, q_2\}$ 의 집합이 있고, $\{0, 1\}$ 의 숫자를 사용, q_0 으로 시작하여, $\{q_1\}$ 이 최종단계

9. 8추가로 0011100 등 숫자를 주었을 때, 인식하는 문자인지 아닌지 설명.

10. 8번의 유한상태기계의 그래프를 행렬로 나타내어라.

유한상태기계를 나타내는 매트릭스를 작성하라.



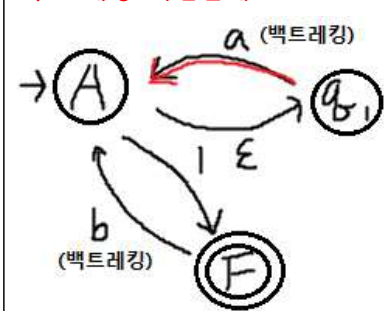
->

	q_0	q_1	q_2
q_0	(T, 1)	(T, 1)	(F, X)
q_1	(T, 0)	(F, X)	(T, 1)
q_2	(F, X)	(T, 1)	(T, 0)

//T,F로 나타내고, 필요한 푸쉬 입력

11. 튜링머신 : 다섯 개의 순서쌍으로 이루어짐 (많아도 2문제)

백 트래킹 시험문제!



$$M = (Q, \Gamma, B, \Sigma, \delta, q_0, F)$$

Q : 상태들의 유한 집합

Γ : 허용되는 테이프 심볼들의 유한 집합

B : Γ 에 속하는 블랭크

Σ : 0, 1을 쓸 것인지, a, b 등을 쓸 것인지

δ : 전이 함수의 집합

q_0 : 시작상태

F : 최종 단계 상태의 집합