

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ УКРАИНЫ

ЛАБОРАТОРНЫЙ ПРАКТИКУМ
по разделу:
«СИНТЕЗ ПАРАМЕТРИЧЕСКИ ОПТИМИЗИРУЕМЫХ,
КОМПЕНСАЦИОННЫХ, АПЕРИОДИЧЕСКИХ
И МОДАЛЬНЫХ РЕГУЛЯТОРОВ »
для студентов специальностей 7.080401 и 7.080202

Утверждено
редакционно-издательским
советом университета
Протокол № 1 от 30.03.07г.

ХАРЬКОВ НТУ «ХПИ» 2007

Лабораторный практикум по разделу: «Синтез параметрически оптимизируемых, компенсационных, апериодических и модальных регуляторов» для студентов специальностей 7.080401 и 7.080202 / Сост. Чайка Э.Г., Шипулина Л.В. – Харьков: НТУ «ХПИ», 2007. – 92 с.

Составители: Э.Г. Чайка,
Л.В. Шипулина

Рецензент: А.И. Белов

Кафедры: «Автоматизированные системы управления»
«Системы и процессы управления»

Цель лабораторных работ – освоение методов синтеза параметрически оптимизируемых, компенсационных, апериодических и модальных регуляторов. В теоретическом и методическом отношении эти методы базируются на использовании стандартных форм переходного процесса, математического моделирования и решения разностных уравнений. Приводится сравнение использования непрерывных и дискретных регуляторов в системах управления. Лабораторные работы предназначены для студентов специальностей 7.080401 и 7.080202.

The purpose of laboratory work - development of methods of synthesis of parametrically optimized, compensatory, aperiodic and modal regulators. In the theoretical and methodological point of view, these methods are based on the use of standard forms of the transition process, mathematical modeling and solution of difference equations. Provides a comparison of the use of continuous and discrete controllers in control systems. Laboratory work designed for students 7.080401 and 7.080202 specialties

СОДЕРЖАНИЕ

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 1. Параметрически оптимизируемые дискретные	
алгоритмы управления низкого порядка	5
1.1. Выбор параметров настройки непрерывного ПИ-регулятора	5
1.2. Получение дискретного эквивалента непрерывных уравнений	
ПИ-регулятора	8
1.3. Дискретный алгоритм управления первого порядка	9
1.4. Дискретный алгоритм управления второго порядка	10
1.5. Алгоритмы управления с заданным начальным значением управляющей	
переменной	12
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 2. Стандартные формы переходной функции,	
используемые при проектировании регуляторов	14
2.1. Передаточные функции стандартных форм	14
2.2. Моделирование биномиальных стандартных форм в VisSim	16
2.3. Моделирование стандартных форм Баттерворта в VisSim	20
2.4. Моделирование стандартных форм ИВМО в VisSim	21
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 3. Компенсационные регуляторы для непрерывных	
систем	24
3.1. Выбор желаемой передаточной функции замкнутой системы	24
3.2. Применение биномиальных стандартных форм для синтеза астатической	
системы управления	25
3.3. Применение стандартных форм Баттерворта для синтеза астатической	
системы управления	29
3.4. Применение стандартных форм ИВМО для синтеза астатической системы	
управления	32
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 4. Компенсационные регуляторы для дискретных	
систем	36
4.1. Выбор такта квантования	37
4.2. Применение стандартной биномиальной формы для синтеза астатической	
системы управления	39
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 5. Регуляторы для систем с конечным временем.....	
установления (апериодические регуляторы)	48
5.1. Обычный апериодический регулятор	48
5.2. Построение обычного апериодического регулятора	49
5.3. Апериодический регулятор повышенного порядка	53
5.4. Построение апериодического регулятора повышенного порядка	53
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 6. Синтез непрерывного модального регулятора	
с наблюдателем состояния	57
6.1. Синтез непрерывного регулятора путем размещения полюсов	57
6.2. Синтез наблюдателя для непрерывных систем	63

6.3. Модальное управление для непрерывных систем с неполной информацией.....	66
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 7. Синтез непрерывного модального регулятора	
с интегральной обратной связью	69
7.1. Синтез непрерывного регулятора путем размещения полюсов	69
7.2. Синтез модального регулятора с интегральной обратной связью	74
7.3. Синтез модального регулятора с интегральной обратной связью	
и с наблюдателем состояния	80
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 8. Синтез дискретного модального регулятора	
с наблюдателем состояния	82
8.1. Синтез дискретного регулятора путем размещения полюсов	82
8.2. Синтез наблюдателя для дискретных систем	86
8.3. Модальное управление для дискретных систем с неполной информацией .	89
Список литературы	92

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 1

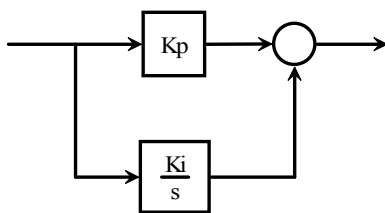
ПАРАМЕТРИЧЕСКИ ОПТИМИЗИРУЕМЫЕ ДИСКРЕТНЫЕ АЛГОРИТМЫ УПРАВЛЕНИЯ НИЗКОГО ПОРЯДКА

ПИ-регуляторы широко используются в непрерывных системах управления и позволяют получить устойчивые переходные процессы с полным отсутствием статической ошибки [1-3]. При проектировании ПИ-регулятора необходимо определять его параметры из условия минимизации некоторого критерия качества.

Целью лабораторной работы является освоение методики построения параметрически оптимизируемых непрерывных и дискретных ПИ-регуляторов средствами пакетов Program CC и VisSim [4].

1.1. Выбор параметров настройки непрерывного ПИ-регулятора.

Передаточная функция непрерывного ПИ-регулятора получается путем сложения ПФ пропорционального (П) и интегрального (И) регуляторов (рис. 1.1)



$$G(s) = Kp + \frac{Ki}{s} = \frac{Kp \cdot s + Ki}{s} \quad \text{или}$$
$$G(s) = \frac{Ki \cdot (T_1 \cdot s + 1)}{s}, \quad \text{где } T_1 = \frac{Kp}{Ki}$$

Рисунок 1.1

При выборе настроек ПИ-регулятора (коэффициентов усиления Kp и Ki) используются частотные методы, а в настоящее время и методы параметрической оптимизации. В виду этого П, ПИ и ПИД регуляторы относят к параметрически оптимизируемым регуляторам [1].

Пример 1.

Выполнить настройку непрерывного ПИ-регулятора (рис. 1.2), включенного в замкнутую систему регулирования с объектом управления с передаточной функцией $G_o(s) = \frac{2}{(s^2 + 0,5s + 0,5)(s + 1)}$.

При ручной настройке коэффициентов ПИ-регулятора используется "метод проб и ошибок", состоящий из последовательности шагов:

1. устанавливается Ki равное 0;
2. увеличением Kp ($0 < Kp < 0.5$) доводим переходный процесс до значительной колебательности и убеждаемся в наличии статической ошибки;

3. увеличиваем K_i ($0 < K_i < 0.1$) и замечаем ухудшение качества переходного процесса;

4. для улучшения качества переходного процесса уменьшаем K_p и небольшими дозами увеличиваем K_i до тех пор, пока статическая ошибка не станет малой ($\leq 1e-2$).

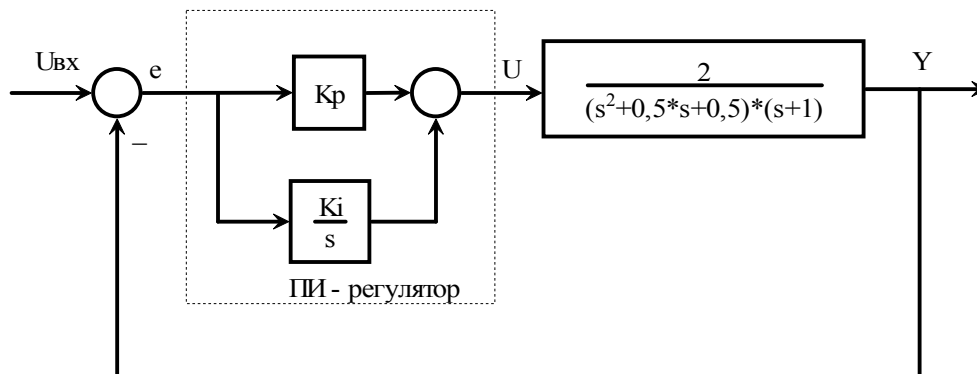


Рисунок 1.2

Для реализации метода и получения переходных процессов в системе собрать схему, представленную на рис. 1.3, где схема CompoundBlock-а непрерывного ПИ-регулятора изображена на рис. 1.4.

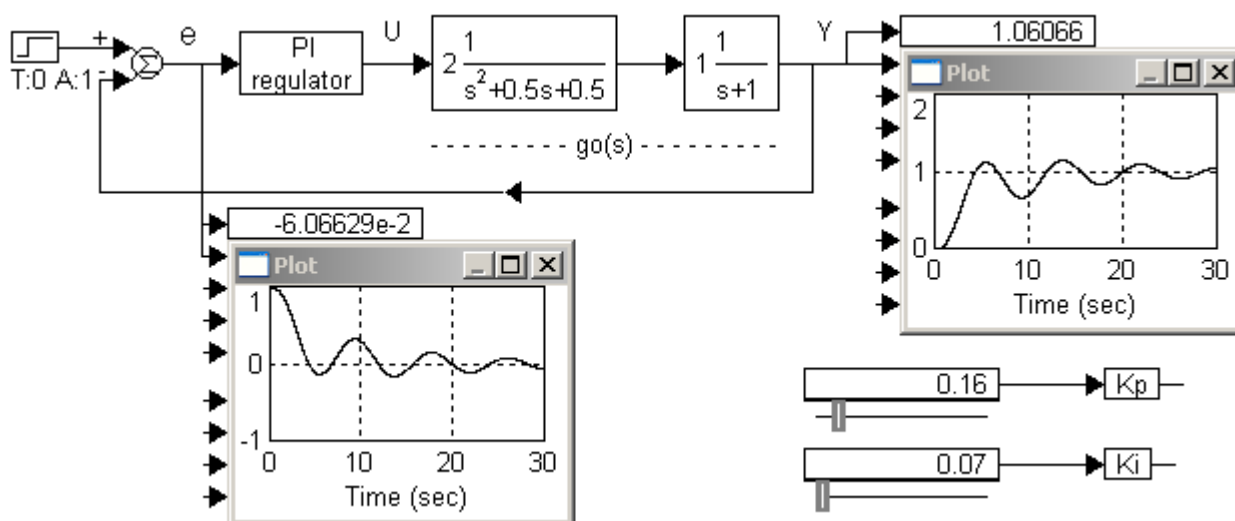


Рисунок 1.3

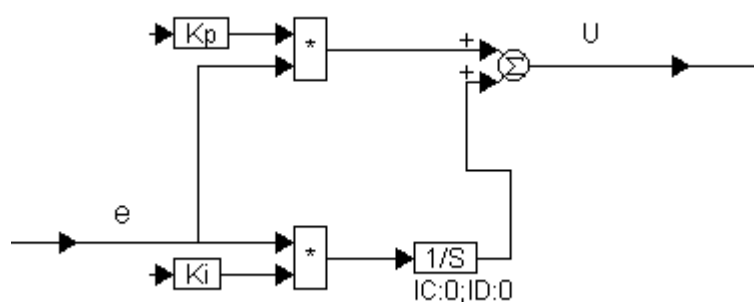


Рисунок 1.4

Для создания CompoundBlock-a необходимо собрать схему, изображенную на рис. 1.4, обвести прямоугольником объединяемые блоки, выбрать в меню Edit, Create CompoundBlock и в появившемся окне назначить имя CompoundBlock-a (PI regulator) и нажать ОК. В схеме появится CompoundBlock с назначенным именем с указанием его связей с другими блоками (с одним входом и одним выходом). Для просмотра схемы CompoundBlock-a необходимо использовать ПКМ, для возвращения в исходную схему – нажать ПКМ на свободном месте экрана.

После создания CompoundBlock-a PI regulator необходимо собрать схему, изображенную на рис. 1.3, где на блоках slider нужно указать границы изменения величин: Upper Bound = 1, Lower Bound = 0. Далее произвести настройку: Simulate, Simulation Properties, где установить временной интервал 30 с. и метод интегрирования Рунге-Кутта 4-го порядка с шагом интегрирования 0.01 с. (RK4, 0.01), а затем запустить процесс интегрирования.

Если к системе управления не предъявлено никаких специальных требований и переходные процессы в ней отличаются простотой и малым временем установления, то такой "метод проб и ошибок" вполне приемлем. Если же требования к системе жесткие, а переходный процесс достаточно сложный и медленный, то следует применять метод параметрической оптимизации с интегральной квадратичной оценкой в качестве критерия оптимизации:

$$I = \int_0^{\infty} e^2(t) dt \rightarrow \min, \quad \text{где } e(t) = l(t) - Y(t) - \text{ошибка.}$$

Пример 2.

Для реализации метода параметрической оптимизации и получения переходных процессов в системе собрать схему, представленную на рис. 1.5. Произвести настройку: Simulate, Optimization Properties, Optimization Setup, где установить метод оптимизации Powell, величину ошибки Error Tolerance, равную 0.01 (et=0.01), и флажок Perform Optimization, а затем запустить процесс моделирования и оптимизации, результаты которого изображаются в блоках plot и display

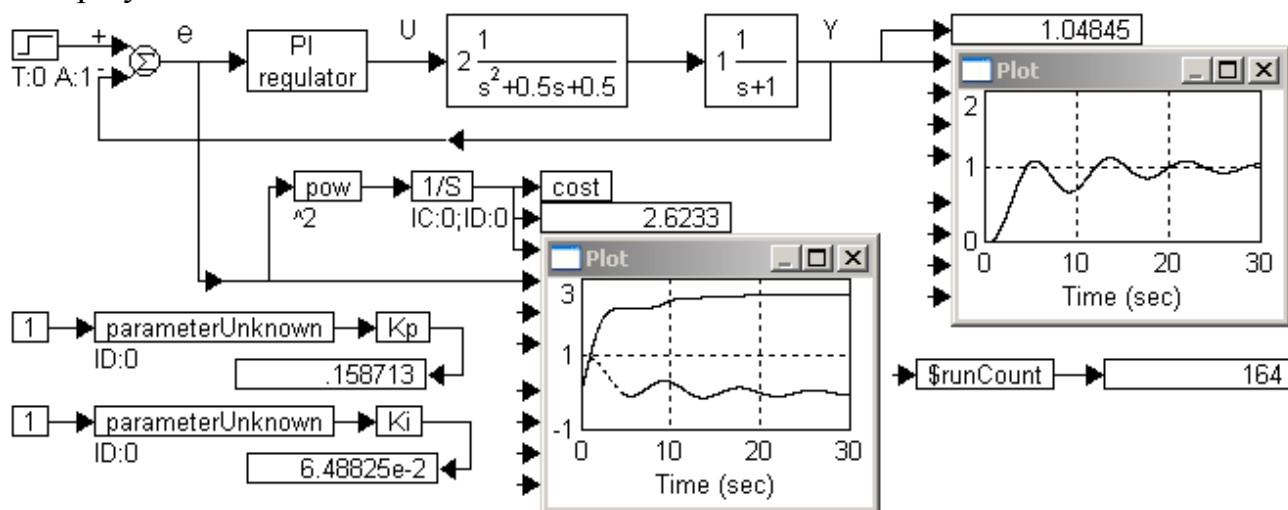


Рисунок 1.5

1.2. Получение дискретного эквивалента непрерывных уравнений ПИ - регулятора

С развитием техники дискретного регулирования первоначально делались попытки просто преобразовать уравнения этих регуляторов с помощью дискретизации. Такой подход позволял использовать накопленный опыт работы с аналоговыми регуляторами и применять известные правила настройки их параметров.

Пример 3.

Для получения дискретного эквивалента непрерывных уравнений ПИ – регулятора используется передаточная функция ПИ-регулятора

$G(s) = \frac{Kp \cdot s + Ki}{s} = \frac{U(s)}{e(s)}$ и записывается операторное уравнение регулятора:

$s \cdot U(s) = Kp \cdot s \cdot e(s) + Ki \cdot e(s)$. Переходя к оригиналам, получаем

$$\frac{dU(t)}{dt} = Kp \cdot \frac{de(t)}{dt} + Ki \cdot e(t). \quad (1.1)$$

Введем вспомогательную переменную $X(t)$, удовлетворяющую уравнению: $\frac{dX}{dt} = e$, тогда уравнение для выходной переменной $U(t)$ примет вид:

$$U(t) = Kp \cdot \frac{dX(t)}{dt} + Ki \cdot X(t) \quad \text{или} \quad U(t) = Kp \cdot e(t) + Ki \cdot X(t).$$

Перейдем к дискретному аргументу, для чего заменим производную первой разностью $\frac{dX}{dt} = \frac{X_{k+1} - X_k}{T} = e_k$, где T – период дискретизации,

$X_k = X(kT)$, $X_{k+1} = X(kT + T)$, $e_k = e(kT)$, $k=0, 1, 2, 3, \dots$ – целое.

В результате получим уравнения для вспомогательной и выходной переменных в дискретном виде, т.е. дискретный эквивалент непрерывных уравнений ПИ – регулятора:

$$\begin{aligned} X_{k+1} &= X_k + T \cdot e_k \\ U_k &= Kp \cdot e_k + Ki \cdot X_k \end{aligned}$$

Задача параметрической оптимизации для такой системы решается так же, как и для непрерывного ПИ-регулятора. Результаты оптимизации приведены на рис. 1.6, а схема, реализующая дискретный ПИ-регулятор, – на рис. 1.7 (параметры установки: RK4, 0.01, $e_t = 0.01$).

Из сравнения результатов использования непрерывного и дискретного ПИ-регуляторов, можно сделать вывод, что они работают практически аналогично и дают близкие результаты.

При больших тактах квантования рассмотренные способы дискретной аппроксимации непрерывных регуляторов становятся несправедливыми и возникает необходимость разработки дискретных алгоритмов управления.

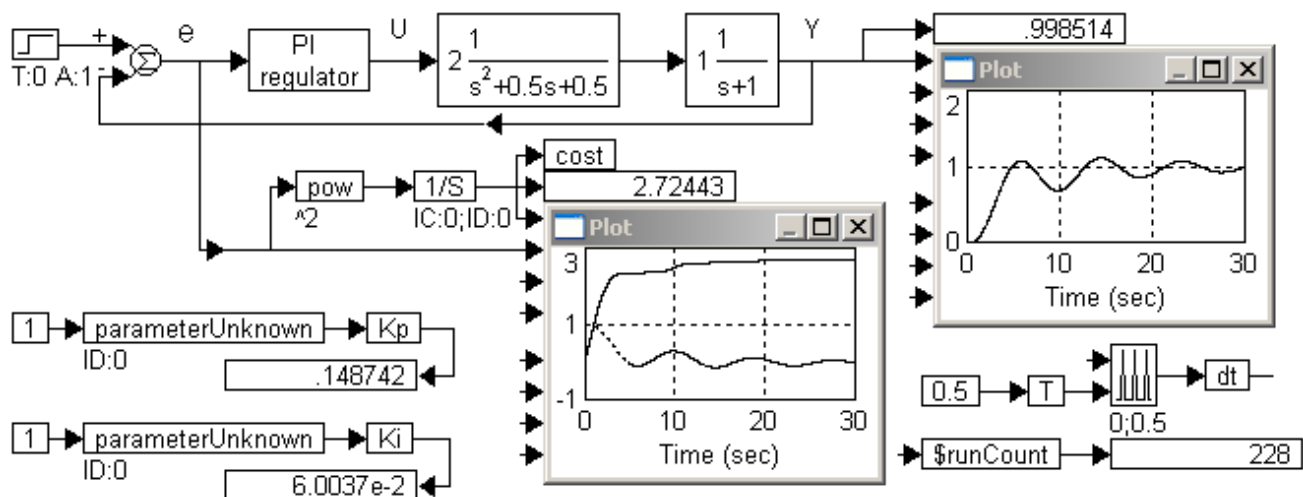


Рисунок 1.6

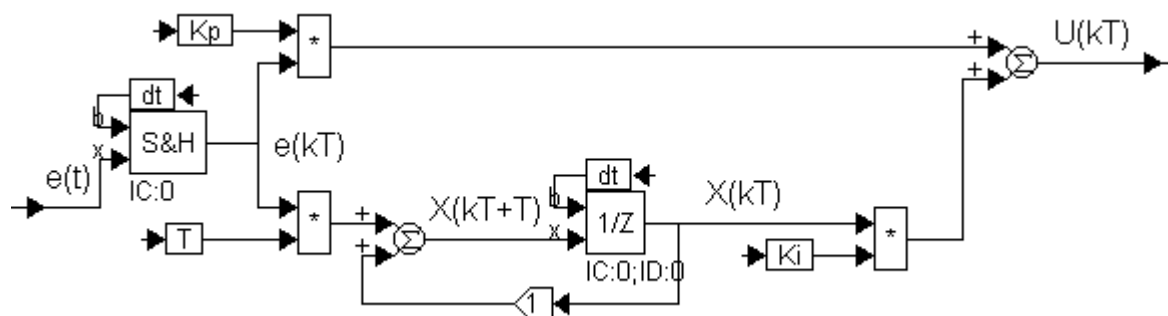


Рисунок 1.7

1.3. Дискретный алгоритм управления первого порядка

Пример 4.

Уравнение (1.1) можно преобразовать в разностное с помощью дискретизации, состоящей в замене производной разностью первого порядка, и введением обобщенных коэффициентов. В результате получим алгоритм управления 1-го порядка [1]:

$$U(kT) - U(kT - T) = q_0 \cdot e(kT) + q_1 \cdot e(kT - T). \quad (1.2)$$

Введем вспомогательную переменную $X(kT) - X(kT - T) = e(kT)$, тогда искомая выходная переменная в уравнении (1.2) представляется в виде дискретного алгоритма управления 1-го порядка:

$$U(kT) = q_0 \cdot X(kT) + q_1 \cdot X(kT - T).$$

Собрать схему системы, состоящую из объекта и дискретного ПИ-регулятора (рис. 1.8).

Схема ПИ-регулятора, построенная при помощи дискретного алгоритма управления первого порядка, представлена на рис. 1.9. Произвести настройку: RK4, 0.01, et = 0.01 и получить переходные процессы в системе.

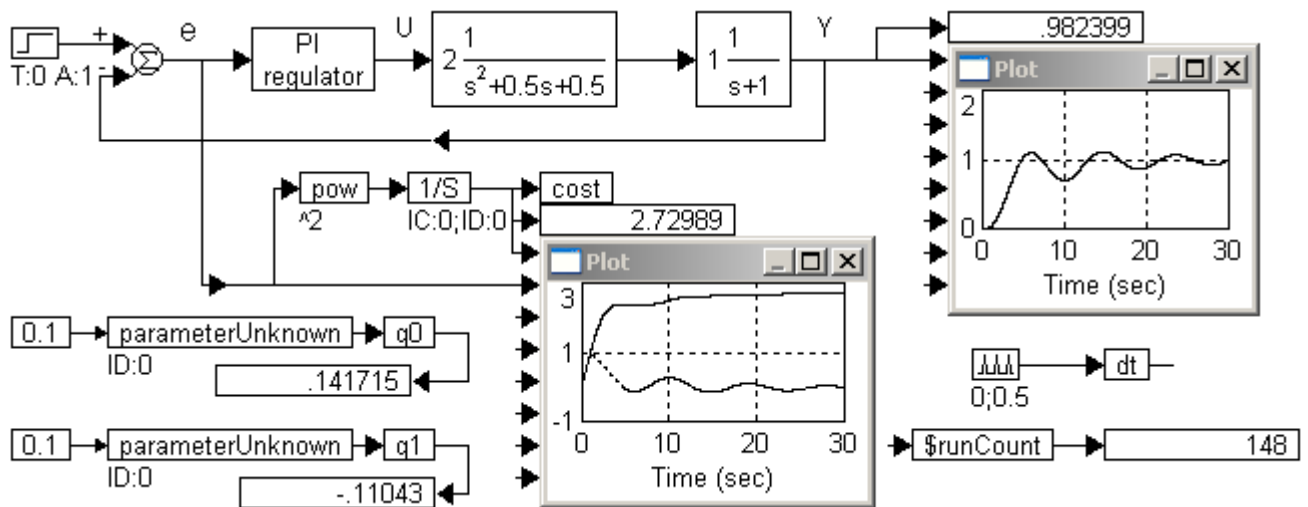


Рисунок 1.8

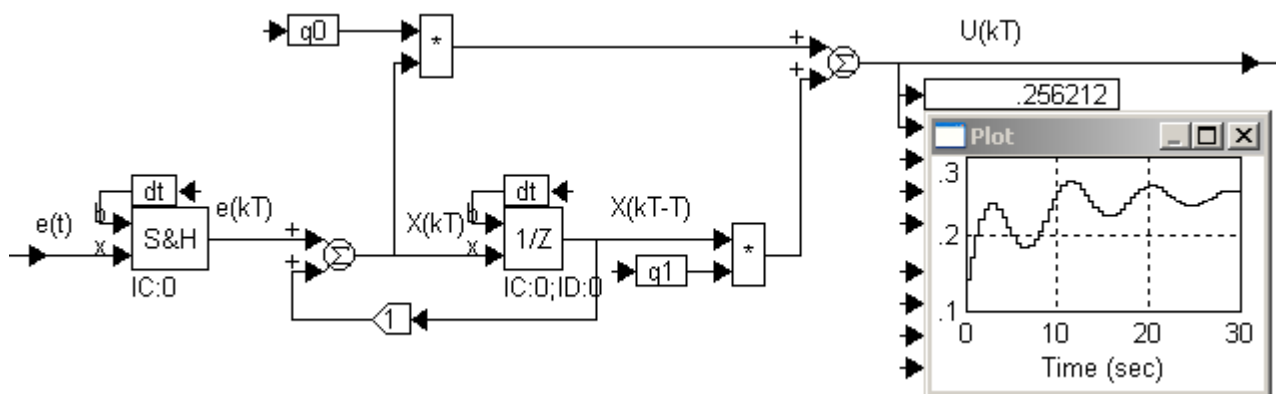


Рисунок 1.9

Из рис. 1.9 следует, что $U(1) > U(0)$, при этом алгоритм управления первого порядка аналогичен непрерывному ПИ-алгоритму без дополнительной задержки. Если параметр q_0 выбран равным нулю, то будет получен регулятор интегрирующего типа. Другим частным случаем является регулятор пропорционального типа при $q_1 = 0$, $q_0 \neq 0$.

1.4. Дискретный алгоритм управления второго порядка

Пример 5.

Алгоритм управления 2-го порядка имеет вид [1]:

$$U(kT) - U(kT - T) = q_0 \cdot e(kT) + q_1 \cdot e(kT - T) + q_2 \cdot e(kT - 2T). \quad (1.3)$$

1.5. Алгоритмы управления с заданным начальным значением управляющей переменной.

Пример 6.

При ступенчатом изменении входного сигнала величина $U(0) = q_0$, что подтверждается значениями $U(0)$ на рис. 1.9 и 1.11. Это может быть использовано в процессе проектирования регулятора для задания допустимого диапазона изменения управляющей переменной [1].

Если значение параметра q_0 определено на основании ограничений, наложенных на $U(0)$, то в регуляторе второго порядка могут быть оптимизированы только два параметра, а в регуляторе первого порядка – только один параметр. Это приводит к уменьшению объема необходимых вычислений.

Рассмотрим случай, когда q_0 фиксировано и решается задача оптимизации двух оставшихся параметров. При удачном выборе этого параметра задача оптимизации решается за меньшее количество итераций и значение исследуемого критерия заметно улучшается.

Собрать схему системы с дискретным ПИ-регулятором, построенным при помощи алгоритма управления второго порядка (рис. 1.11), при условии, что $q_0 = 0.5$ (рис. 1.12) и ту же систему, но при $q_0 = 1.2$ (рис. 1.13).

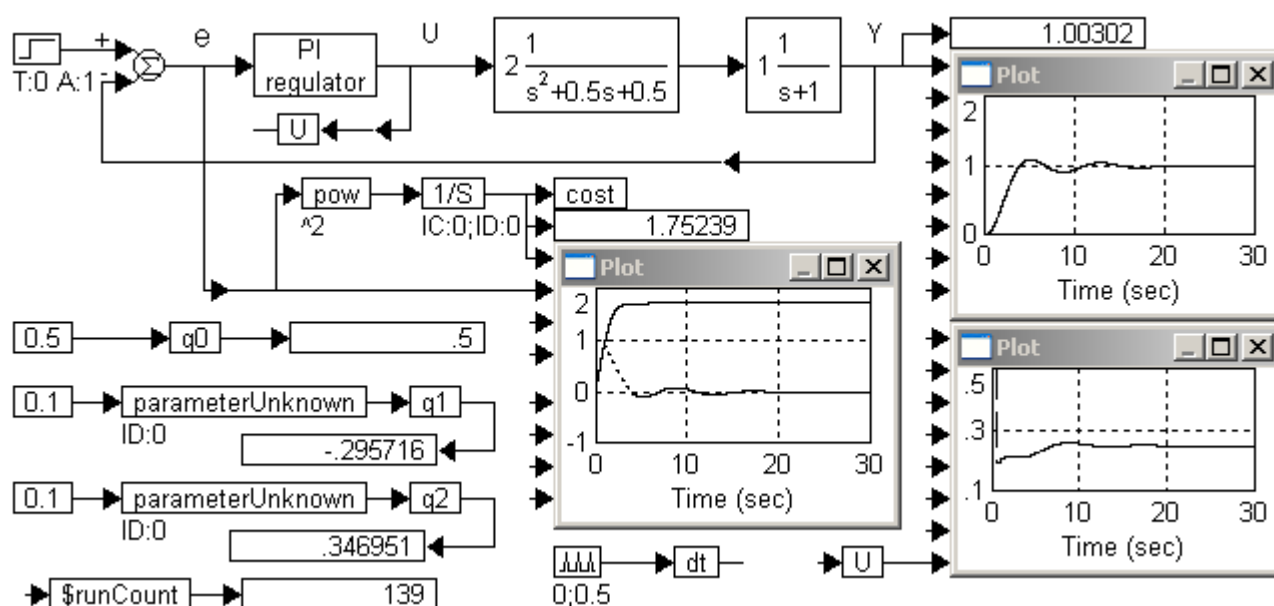


Рисунок 1.12

Произвести настройку: RK4, 0.01, $et = 0.01$ и получить переходные процессы в системе.

Из сравнения результатов исследований, представленных на рисунках 1.10, 1.12, 1.13, следует, что при параметре $q_0 = 1.2$ значительно улучшается значение минимизируемого критерия – интегральной квадратичной оценки (на

30%). Увеличение величины q_0 приводит также к уменьшению колебательности, времени переходного процесса и перерегулирования.

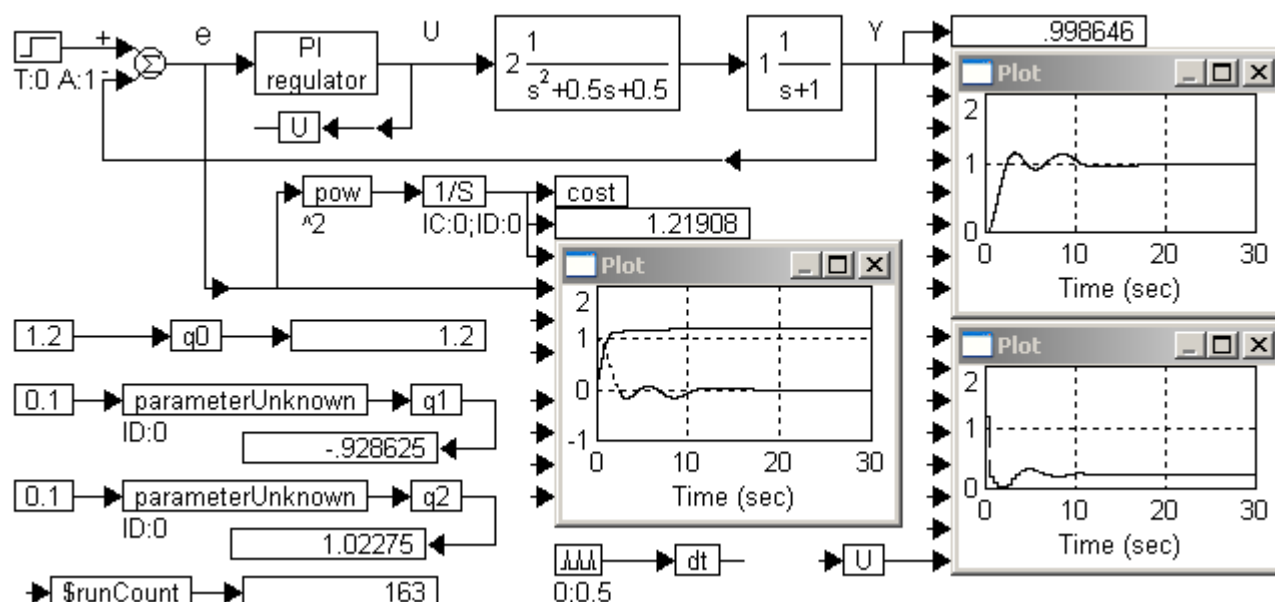


Рисунок 1.13

Содержание отчета

В отчете должна быть указана цель лабораторной работы и представлены:

1. Дискретный алгоритм управления второго порядка (рис. 1.10 и рис. 1.11).
2. Алгоритмы управления с заданным начальным значением управляющей переменной (рис. 1.12 и рис. 1.13).
3. Выводы.

Контрольные вопросы

1. Представить передаточную функцию непрерывного ПИ-регулятора. Как производится ручная настройка коэффициентов ПИ-регулятора?
2. Как получить дискретный эквивалент непрерывных уравнений ПИ-регулятора?
3. Записать дискретный алгоритм управления первого и второго порядка.
4. Объяснить схему ПИ-регулятора для дискретного алгоритма управления второго порядка.
5. Из каких соображений задается значение параметра q_0 и как это влияет на процесс оптимизации?
6. Объяснить влияние значения параметра q_0 на характер и длительность переходного процесса.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 2

СТАНДАРТНЫЕ ФОРМЫ ПЕРЕХОДНОЙ ФУНКЦИИ, ИСПОЛЬЗУЕМЫЕ ПРИ ПРОЕКТИРОВАНИИ РЕГУЛЯТОРОВ

При проектировании регуляторов в соответствии с требованиями к характеру переходного процесса задается желаемая передаточная функция (ПФ) замкнутой системы [1-3]. Существуют различные подходы к выбору желаемых корней характеристического уравнения замкнутой системы. Если все корни выбираются одинаковыми, причем действительными и отрицательными со значением модуля, равным ω_0 , то характеристическое уравнение n -го порядка обращается в бином Ньютона: $H(s) = (s + \omega_0)^n$. Соответствующие стандартные формы называются биномиальными.

Другое широко известное распределение корней характеристического уравнения на комплексной плоскости s предложено Баттервортом. В этом случае корни располагаются по полуокружности радиуса ω_0 в левой полуплоскости s . Угол между мнимой осью и лучом, проходящим через ближайший к ней корень и точку пересечения мнимой и вещественной осей, равен половине угла между соседними корнями.

В настоящее время разработано и множество других стандартных форм, в соответствии с которыми распределяют корни характеристического уравнения замкнутой системы с целью обеспечения различных технических требований, предъявляемым к проектируемым системам. В частности, среди множества стандартных форм, разработанных на основе интегральных критериев, широкое распространение получили формы ИВМО, полученные на основе применения интеграла от взвешенного модуля ошибки: $I = \int_0^{\infty} t|e|dt$, где e – ошибка.

Целью лабораторной работы является ознакомление со стандартными формами: биномиальной, Баттерворта, ИВМО и методами их моделирования средствами пакета VisSim [4].

2.1. Передаточные функции стандартных форм

Стандартные формы – биномиальная, Баттерворта и ИВМО – для синтеза астатической 1-го порядка системы в общем виде представляется передаточными функциями, приведенными в таблице 2.1, где n – порядок формы.

Для синтеза астатической 2-го порядка системы стандартные формы – биномиальная, Баттерворта и ИВМО – в общем виде представляется передаточными функциями, приведенными в таблице 2.2.

Ошибки – статическая, скоростная и по ускорению – для астатической системы имеют следующие значения:

1) порядок астатизма $\nu = 1$ $e_{ст} = 0$, $e_{ск} \neq 0$, $e_{уск} = \infty$

2) порядок астатизма $\nu = 2$

$e_{ст} = 0,$

$e_{ск} = 0,$

$e_{уск} \neq 0$

Таблица 2.1 ($\nu=1$)

n	Передаточная функция
1	$G(s) = \frac{\omega_0}{s + \omega_0}$
2	$G(s) = \frac{\omega_0^2}{s^2 + a_1 \omega_0 s + \omega_0^2}$
3	$G(s) = \frac{\omega_0^3}{s^3 + a_2 \omega_0 s^2 + a_1 \omega_0^2 s + \omega_0^3}$
4	$G(s) = \frac{\omega_0^4}{s^4 + a_3 \omega_0 s^3 + a_2 \omega_0^2 s^2 + a_1 \omega_0^3 s + \omega_0^4}$
5	$G(s) = \frac{\omega_0^5}{s^5 + a_4 \omega_0 s^4 + a_3 \omega_0^2 s^3 + a_2 \omega_0^3 s^2 + a_1 \omega_0^4 s + \omega_0^5}$
6	$G(s) = \frac{\omega_0^6}{s^6 + a_5 \omega_0 s^5 + a_4 \omega_0^2 s^4 + a_3 \omega_0^3 s^3 + a_2 \omega_0^4 s^2 + a_1 \omega_0^5 s + \omega_0^6}$

Таблица 2.2 ($\nu=2$)

n	Передаточная функция
2	$G(s) = \frac{a_1 \omega_0 s + \omega_0^2}{s^2 + a_1 \omega_0 s + \omega_0^2}$
3	$G(s) = \frac{a_1 \omega_0^2 s + \omega_0^3}{s^3 + a_2 \omega_0 s^2 + a_1 \omega_0^2 s + \omega_0^3}$
4	$G(s) = \frac{a_1 \omega_0^3 s + \omega_0^4}{s^4 + a_3 \omega_0 s^3 + a_2 \omega_0^2 s^2 + a_1 \omega_0^3 s + \omega_0^4}$
5	$G(s) = \frac{a_1 \omega_0^4 s + \omega_0^5}{s^5 + a_4 \omega_0 s^4 + a_3 \omega_0^2 s^3 + a_2 \omega_0^3 s^2 + a_1 \omega_0^4 s + \omega_0^5}$
6	$G(s) = \frac{a_1 \omega_0^5 s + \omega_0^6}{s^6 + a_5 \omega_0 s^5 + a_4 \omega_0^2 s^4 + a_3 \omega_0^3 s^3 + a_2 \omega_0^4 s^2 + a_1 \omega_0^5 s + \omega_0^6}$

Коэффициенты a_i передаточных функций $G(s)$ в таблицах 2.1 и 2.2 зависят от выбранной стандартной формы и представлены в таблице 2.3.

Таблица 2.3

n	Стандартные формы		
	Биномиальная	Баттерворта	ИВМО
2	$a_1=2$	$a_1=1.414214$	$a_1=1.50419$
3	$a_1=a_2=3$	$a_1=a_2=2$	$a_1=2.16533, a_2=1.75916$
4	$a_1=a_3=4, a_2=6$	$a_1=a_3=2.61313, a_2=3.41421$	$a_1=2.69138, a_2=3.40114, a_3=2.03934$
5	$a_1=a_4=5, a_2=a_3=10$	$a_1=a_4=3.23607, a_2=a_3=5.23607$	$a_1=3.40893, a_2=5.23271, a_3=4.92756, a_4=2.56909$
6	$a_1=a_5=6, a_2=a_4=15, a_3=20$	$a_1=a_5=3.8637, a_2=a_4=7.4641, a_3=9.14162$	$a_1=4.00277, a_2=7.43651, a_3=8.39769, a_4=6.32524, a_5=2.91991$

Используя передаточные функции $G(s)$ из табл. 2.1 и 2.2 и коэффициенты a_i из таблицы 2.3, можно построить стандартные формы переходной функции для любого n с помощью моделирования в пакете VisSim.

2.2. Моделирование биномиальных стандартных форм в VisSim

Пример 1.

На рис. 2.1 представлена схема моделирования в пакете VisSim стандартной формы $G(s)$ из табл. 2.1 для синтеза астатической 1-го порядка системы ($v=1$) при $n=4$ и $\omega_0=1$ с коэффициентами a_i из табл. 2.3 для биномиальной формы. Эта схема построена на основании метода понижения порядка производной и канонической формы управляемости.

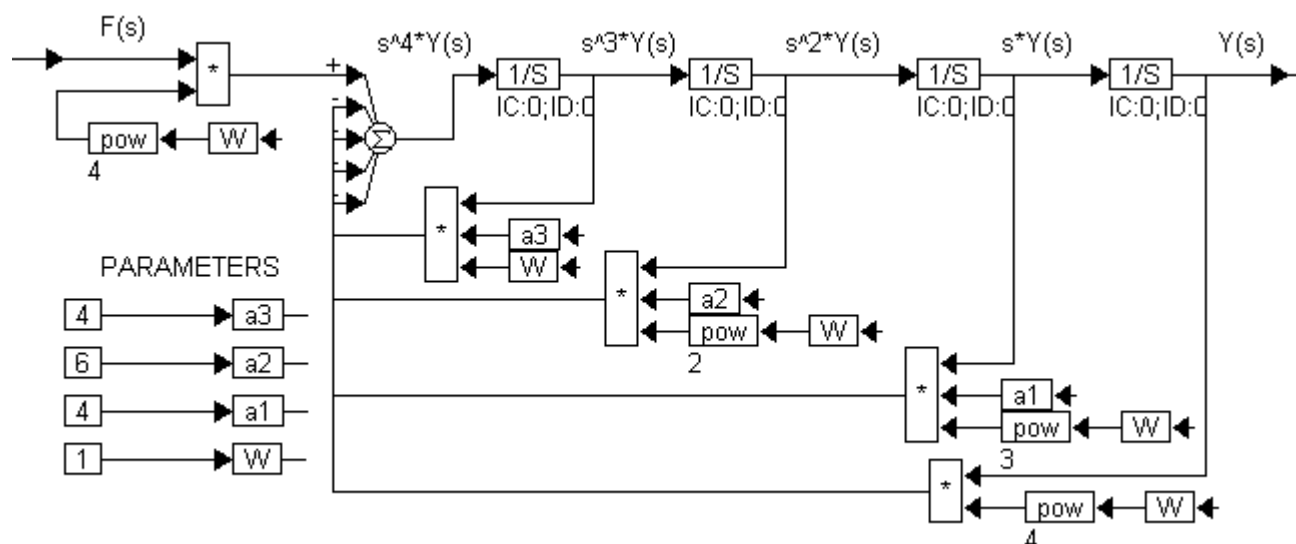


Рисунок 2.1

Собрать схему рис. 2.1, обвести прямоугольником все блоки, выбрать в меню Edit, Create CompoundBlock и в появившемся окне назначить имя

CompoundBlock-a (BINOM-41) и нажать OK. В схеме появится CompoundBlock с именем BINOM-41 с одним входом и одним выходом. Запомнить этот файл под именем BINOM-41.

На рис. 2.2 представлена схема моделирования стандартной формы $G(s)$ из табл. 2.1 для синтеза астатической 1-го порядка системы ($v=1$) при $n=3$ и $\omega_0=1$ с коэффициентами a_i из табл. 2.3 для биномиальной формы.

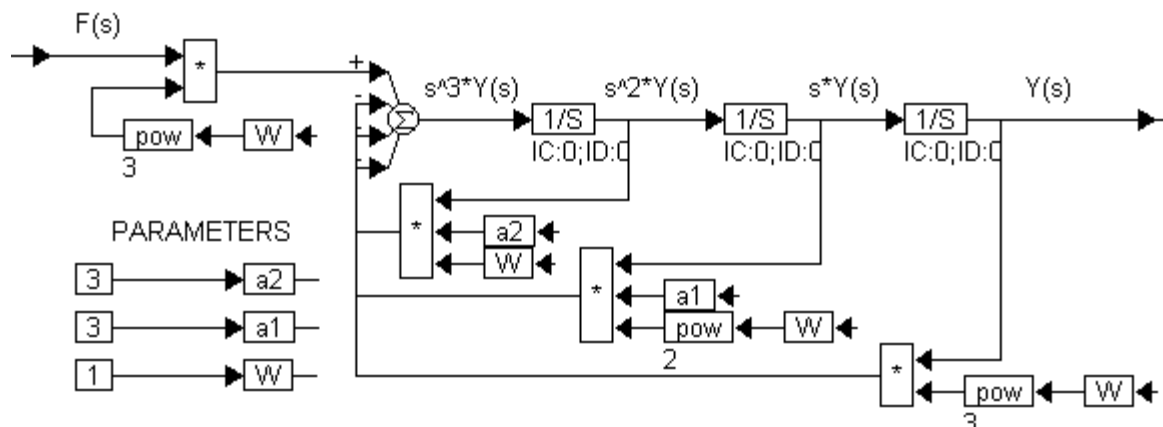


Рисунок 2.2

Собрать схему рис. 2.2, обвести прямоугольником все блоки, выбрать в меню Edit, Create CompoundBlock и в появившемся окне назначить имя CompoundBlock-a (BINOM-31) и нажать OK. В схеме появится CompoundBlock с именем BINOM-31 с одним входом и одним выходом. Запомнить этот файл под именем BINOM-31.

Для других порядков n схемы строятся аналогичным образом.

После создания CompoundBlock-ов собрать схему, изображенную на рис. 2.3 (с двумя блоками BINOM-41 и BINOM-31), и запомнить ее под именем BINOM-N1

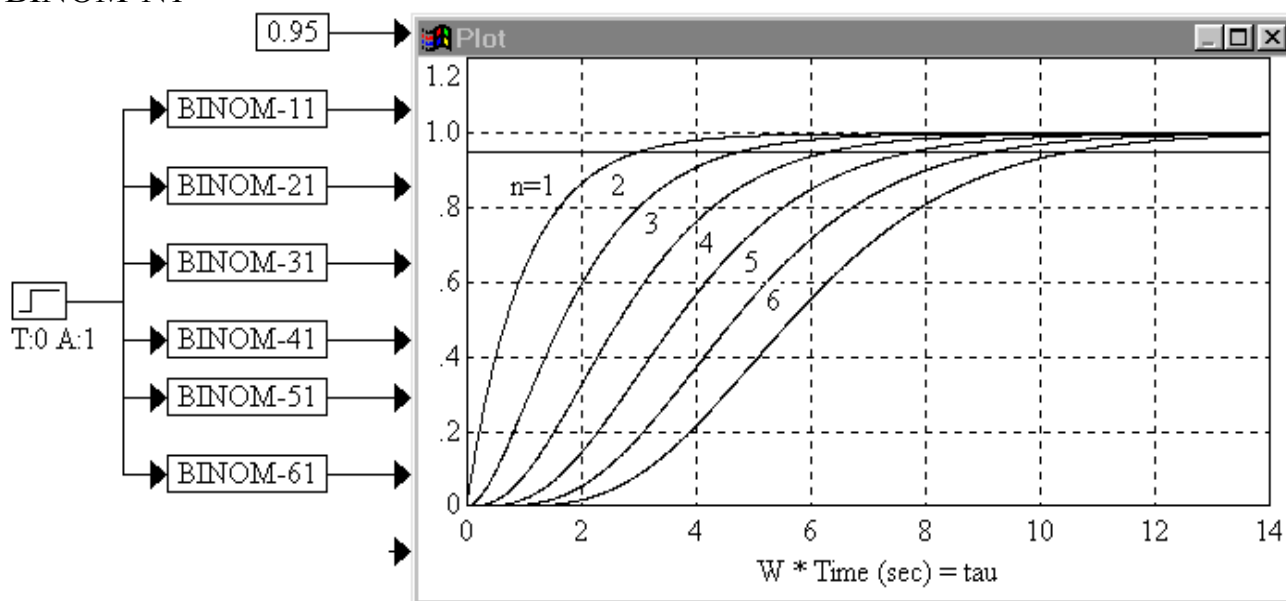


Рисунок 2.3

Определить безразмерное время апериодического переходного процесса τ_{Π} (время вхождения в 5% коридор) для стандартной формы BINOM-41 и BINOM-31 и сравнить его с τ_{Π} , указанным в таблице 2.4 для $n = 4$ и $n = 3$.

При необходимости увеличить размер какой-то области рисунка нужно подвести к ней курсор и нажать Ctrl+ЛКМ, для возвращения к исходному состоянию нажать Ctrl+ПКМ.

Таблица 2.4. Стандартная биномиальная форма для $\nu = 1$.

n	1	2	3	4	5	6
τ_{Π}	3	4.743	6.31	7.81	9.22	10.55

Пример 2.

На рис. 2.4 представлена схема моделирования стандартной формы $G(s)$ из табл. 2.2 для синтеза астатической 2-го порядка системы ($\nu = 2$) при $n = 4$ и $\omega_0 = 1$ с коэффициентами a_i из табл. 2.3 для биномиальной формы.

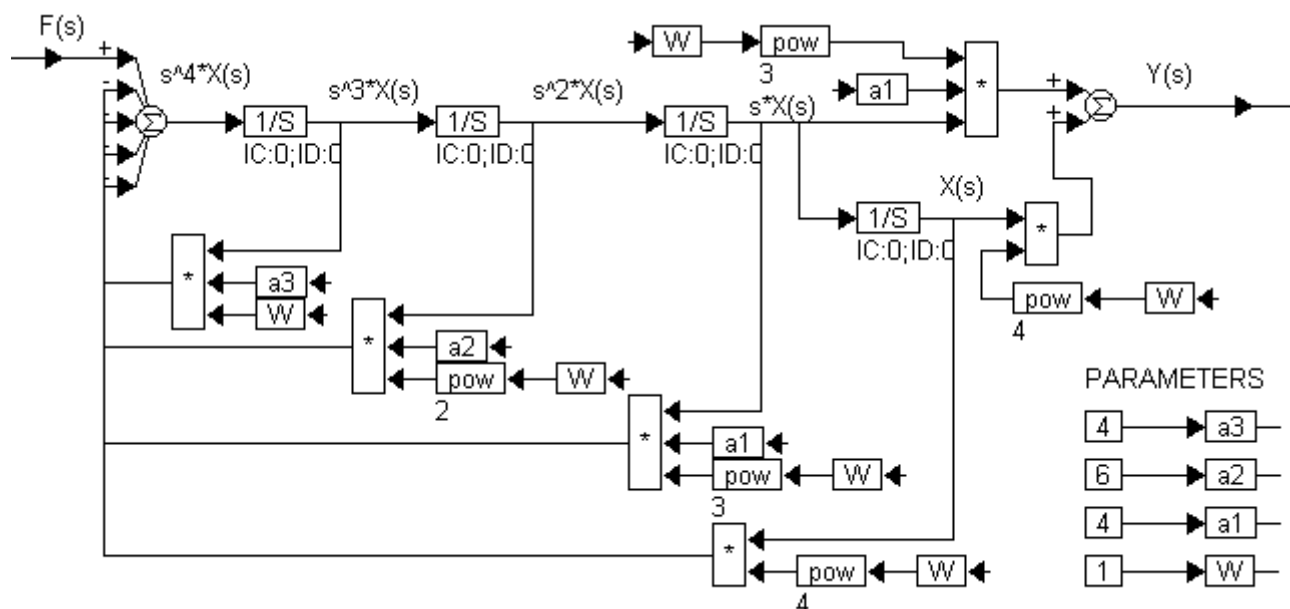


Рисунок 2.4

Собрать схему рис. 2.4, обвести прямоугольником все блоки, выбрать в меню Edit, Create CompoundBlock и в появившемся окне назначить имя CompoundBlock-a (BINOM-42) и нажать OK. В схеме появится CompoundBlock с именем BINOM-42 с одним входом и одним выходом. Запомнить этот файл под именем BINOM-42.

На рис. 2.5 представлена схема моделирования стандартной формы $G(s)$ из табл. 2.2 для синтеза астатической 2-го порядка системы ($\nu = 2$) при $n = 3$ и $\omega_0 = 1$ с коэффициентами a_i из табл. 2.3 для биномиальной формы.

Собрать схему рис. 2.5, обвести прямоугольником все блоки, выбрать в меню Edit, Create CompoundBlock и в появившемся окне назначить имя CompoundBlock-a (BINOM-32) и нажать OK. В схеме появится CompoundBlock с

именем BINOM-32 с одним входом и одним выходом. Запомнить этот файл под именем BINOM-32.

Для других порядков n схемы строятся аналогичным образом.

После создания CompoundBlock-ов собрать схему, изображенную на рис. 2.6 (с двумя блоками BINOM-42 и BINOM-32), и запомнить ее под именем BINOM-N2. Произвести настройку: Simulate, Simulation Properties, где установить временной интервал 14 с. и метод интегрирования Рунге-Кутты 4-го порядка с шагом интегрирования 0.01 с. (RK4, 0.01), а затем запустить процесс интегрирования.

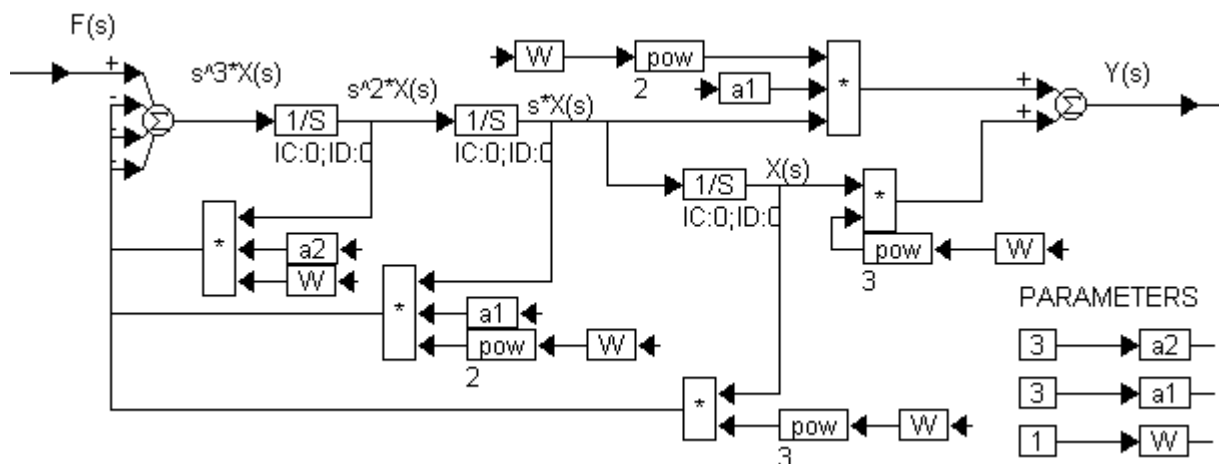


Рисунок 2.5

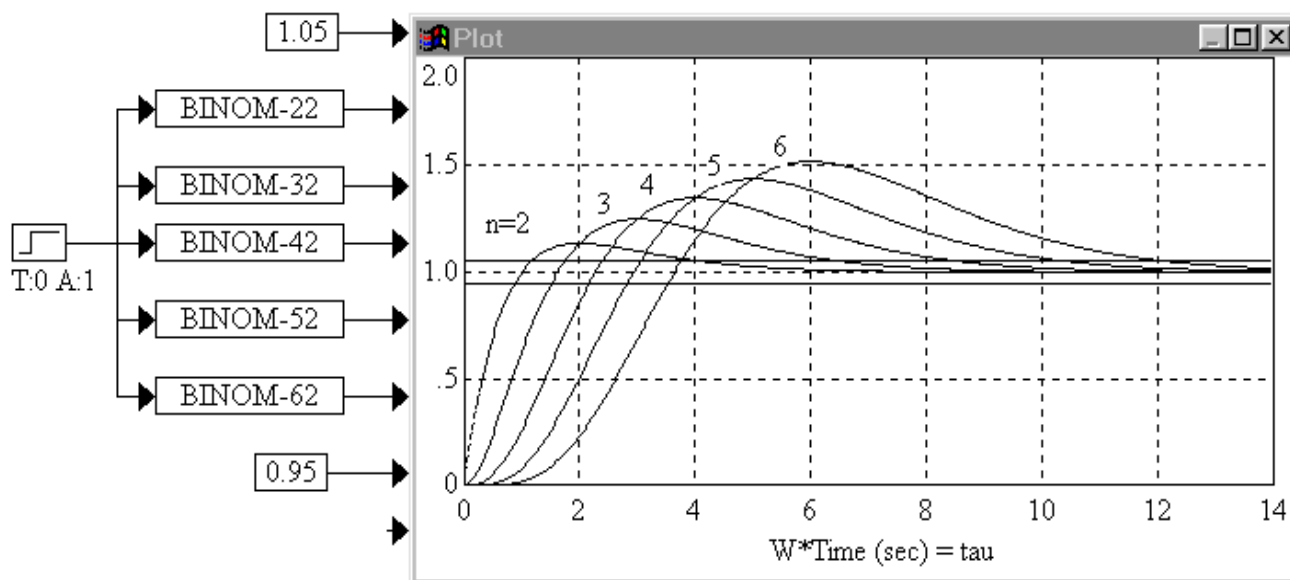


Рисунок 2.6

Определить безразмерное время переходного процесса τ_n (время вхождения в 5% коридор) для стандартной формы BINOM-42 и BINOM-32 и сравнить его с τ_n , указанным в таблице 2.5 для $n = 4$ и $n = 3$.

Таблица 2.5. Стандартная биномиальная форма для $\nu = 2$.

n	2	3	4	5	6
τ_{Π}	4.14	6.57	8.6	10.45	12.6
$\sigma\%$	13.5	24.8	34.8	43.7	51.8

2.3. Моделирование стандартных форм Баттерворта в VisSim

Пример 3.

Скопировать файл BINOM-41 (рис. 2.1) в новый файл и запомнить его под именем BUTTERWORTH-41. Изменить названия CompoundBlock-ов: в меню Edit выбрать Block Properties – появится изображение гаечного ключа, которое нужно подвести к CompoundBlock-у BINOM-41 и нажать ЛКМ. В открывшемся окне Compound Properties изменить Compound Name на BUTTERWORTH-41. Затем войти в CompoundBlock BUTTERWORTH-41 и изменить коэффициенты a_i согласно таблице 2.3. Все то же самое проделать с CompoundBlock-ом BINOM-31 (рис. 2.2) и сохранить файл под именем BUTTERWORTH-31.

Произвести настройку: Simulate, Simulation Properties, где установить временной интервал 14 с. и метод интегрирования Рунге-Кутты 4-го порядка с шагом интегрирования 0.01 с. (RK4, 0.01), а затем запустить процесс интегрирования. Результат представлен на рис. 2.7.

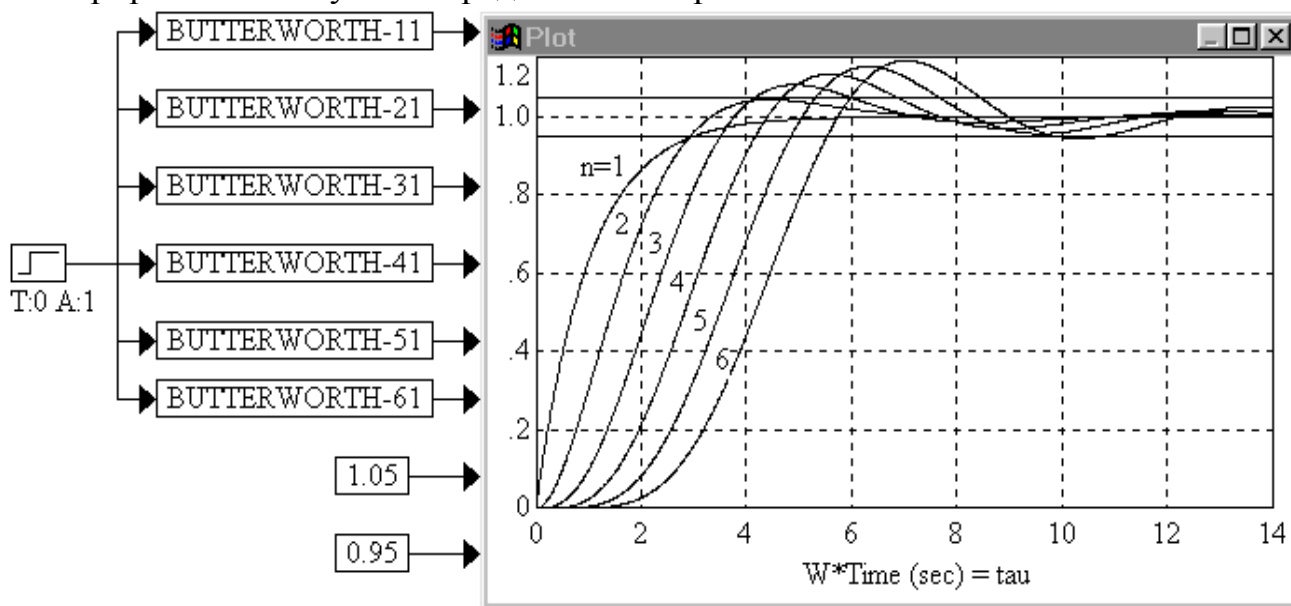


Рисунок 2.7

Из рис. 2.7 можно определить безразмерное время переходного процесса τ_{Π} (время вхождения в 5% коридор) и перерегулирование $\sigma\%$. Эти данные представлены в табл. 2.6.

Таблица 2.6. Стандартная форма Баттерворта для $\nu = 1$.

n	1	2	3	4	5	6
τ_{Π}	3	2.93	5.95	6.88	7.61	8.44
$\sigma\%$	—	4.1	8.4	11	13.2	14.2

Пример 4.

Скопировать файл BINOM-42 (рис. 2.4) в новый файл и запомнить его под именем BUTTERWORTH-42. Изменить названия CompoundBlock-а BINOM-42 на BUTTERWORTH-42 (Edit, Block Properties). Все то же самое проделать с CompoundBlock-ом BINOM-32 (рис. 2.5) и сохранить файл под именем BUTTERWORTH-32. Затем войти в CompoundBlock-и BUTTERWORTH-42, BUTTERWORTH-32 и изменить коэффициенты a_i согласно таблице 2.3.

Произвести настройку: Simulate, Simulation Properties, где установить временной интервал 14 с. и метод интегрирования Рунге-Кутты 4-го порядка с шагом интегрирования 0.01 с. (RK4, 0.01), а затем запустить процесс интегрирования. Результат представлен на рис. 2.8.

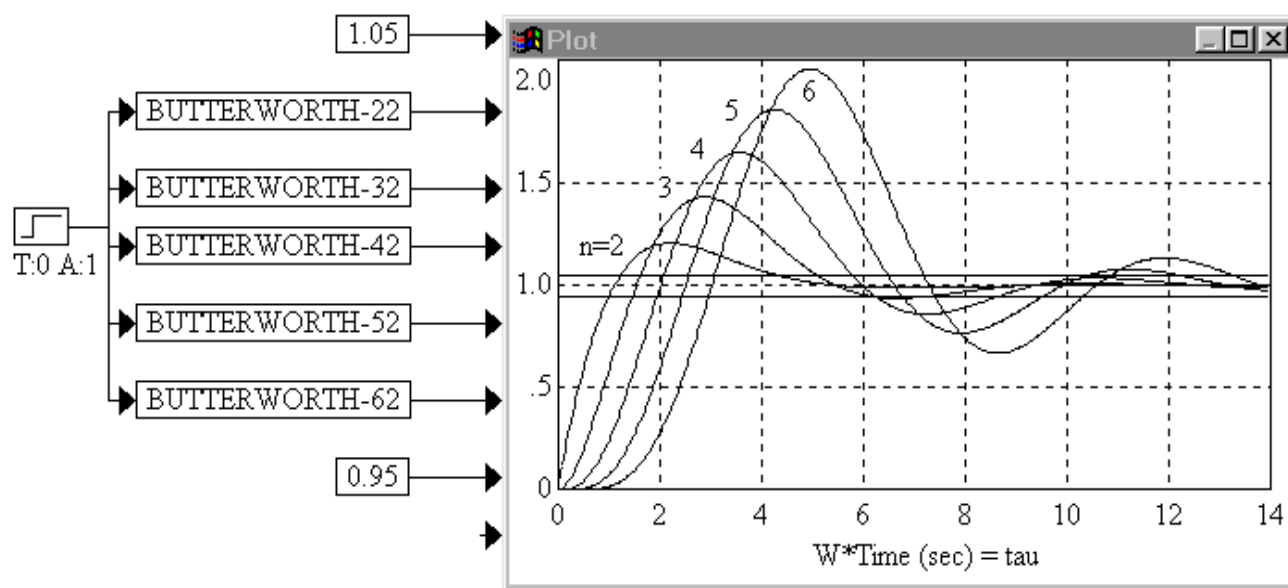


Рисунок 2.8

Из рис. 2.8 можно определить безразмерное время переходного процесса τ_n (время вхождения в 5% коридор) и перерегулирование $\sigma\%$. Эти данные представлены в табл. 2.7.

Таблица 2.7. Стандартная форма Баттерворта для $\nu = 2$.

n	2	3	4	5	6
τ_n	4.33	7.34	8.69	12.24	15.73
$\sigma\%$	20.7	43	65	86	105

2.4. Моделирование стандартных форм ИВМО в VisSim

Пример 5.

Скопировать файл BINOM-41 (рис. 2.1) в новый файл и запомнить его под именем IVMO-41. Все то же самое проделать с CompoundBlock-ом BINOM-31 (рис. 2.2) и сохранить файл под именем IVMO-31. Изменить названия CompoundBlock-ов BINOM-41, BINOM-31 на IVMO-41, IVMO-31 (Edit, Block Properties). Затем войти в CompoundBlock-и IVMO-41, IVMO-31, изменить коэффициенты a_i согласно таблице 2.3 и сохранить файлы.

Произвести настройку: Simulate, Simulation Properties, где установить временной интервал 14 с. и метод интегрирования Рунге-Кутты 4-го порядка с шагом интегрирования 0.01 с. (RK4, 0.01), а затем запустить процесс интегрирования. Результат представлен на рис. 2.9.

Из рис. 2.9 можно определить безразмерное время переходного процесса τ_{Π} (время вхождения в 1% коридор) и перерегулирование $\sigma\%$. Эти данные представлены в табл. 2.8.

Таблица 2.8. Стандартная форма ИВМО для $\nu = 1$.

n	1	2	3	4	5	6
τ_{Π}	4.9	6.44	8.35	10	6.9	7.5
$\sigma\%$	—	2.6	1.6	1.5	1.1	1.1

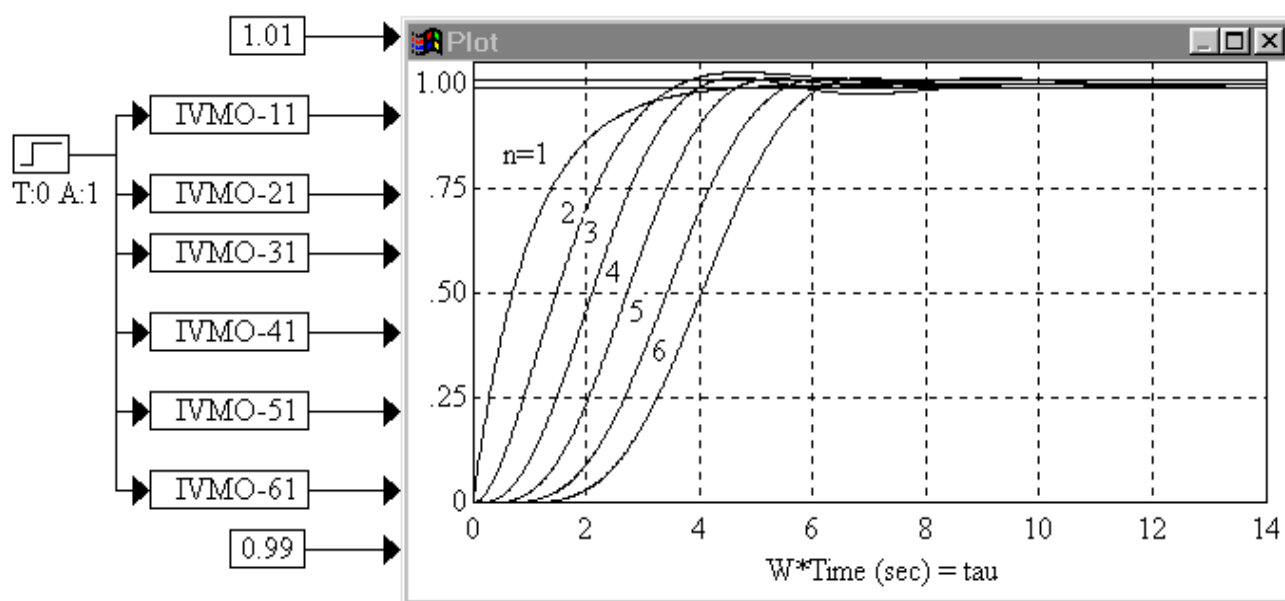


Рисунок 2.9

Пример 6.

Скопировать файл BINOM-42 (рис. 2.4) в новый файл и запомнить его под именем IVMO-42. Все то же самое проделать с CompoundBlock-ом BINOM-32 (рис. 2.5) и сохранить файл под именем IVMO-32. Изменить названия CompoundBlock-ов BINOM-42, BINOM-32 на IVMO-42, IVMO-32 (Edit, Block Properties). Затем войти в CompoundBlock-и IVMO-42, IVMO-32, изменить коэффициенты a_i согласно таблице 2.3 и сохранить файлы.

Произвести настройку: Simulate, Simulation Properties, где установить временной интервал 14 с. и метод интегрирования Рунге-Кутты 4-го порядка с шагом интегрирования 0.01 с. (RK4, 0.01), а затем запустить процесс интегрирования. Результат представлен на рис. 2.10.

Из рис. 2.10 можно определить безразмерное время переходного процесса τ_{Π} (время вхождения в 1% коридор) и перерегулирование $\sigma\%$. Эти данные представлены в табл. 2.9.

Таблица 2.9. Стандартная форма ИВМО для $\nu = 2$.

n	2	3	4	5	6
τ_n	5.3	9.55	11.46	11.53	14.12
$\sigma\%$	18.6	44.8	61	78	94

Используя одну из описанных стандартных форм, можно задать желаемую передаточную функцию замкнутой системы.

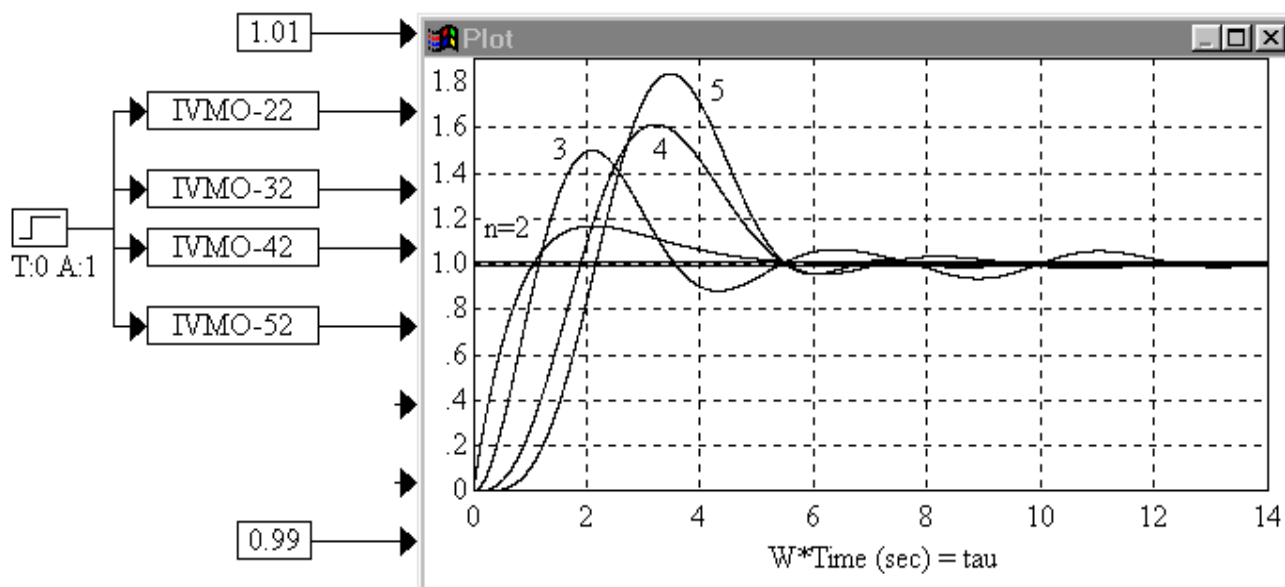


Рисунок 2.10

Содержание отчета

В отчете должна быть указана цель лабораторной работы и представлены:

1. Схема моделирования стандартной формы BINOM-41 (рис. 2.1) и схема с двумя блоками BINOM-41 и BINOM-31 (рис. 2.3).
2. Схема моделирования стандартной формы BUTTERWORTH-42 (рис. 2.4 с измененными коэффициентами) и схема с двумя блоками BUTTERWORTH-42 и BUTTERWORTH-32 (рис. 2.8).
3. Схема с двумя блоками IVMO-41 и IVMO-31 (рис. 2.9).
4. Выводы.

Контрольные вопросы

1. Какие корни характеристического уравнения имеют стандартные формы: биномиальная и Баттерворта?
2. Как получены коэффициенты стандартной формы ИВМО?
3. Как определяется порядок астатизма системы?
4. Как построить в VisSim схему моделирования стандартной формы для астатической 2-го порядка системы с использованием метода вспомогательной переменной?

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 3

КОМПЕНСАЦИОННЫЕ РЕГУЛЯТОРЫ ДЛЯ НЕПРЕРЫВНЫХ СИСТЕМ

Компенсационный регулятор – это дополнительное устройство, включаемое обычно последовательно с объектом управления и обеспечивающее в замкнутой системе выполнение необходимых требований к характеру переходного процесса [1].

Целью лабораторной работы является ознакомление с методами проектирования компенсационных регуляторов для непрерывных систем и исследование переходных процессов в замкнутой системе средствами пакетов Program CC и VisSim [4].

3.1. Выбор желаемой передаточной функции замкнутой системы

На рис. 3.1 представлена замкнутая система управления с компенсационным регулятором в прямой цепи. Передаточные функции объекта управления и компенсатора обозначены соответственно как G_o и G_k .

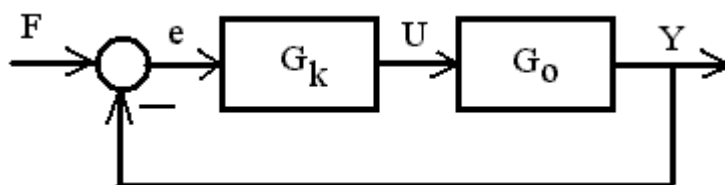


Рисунок 3.1

В соответствии с требованиями к характеру переходного процесса задается желаемая передаточная функция (ПФ) замкнутой системы

$$G_{зам}(s) = \frac{Y(s)}{F(s)} = \frac{G_o(s) G_k(s)}{1 + G_o(s) G_k(s)}, \quad \text{где } G_o(s) G_k(s) = G_{раз}(s),$$

а затем рассчитываются ПФ разомкнутой системы и ПФ компенсатора

$$G_{раз}(s) = \frac{G_{зам}(s)}{1 - G_{зам}(s)}, \quad G_k(s) = \frac{G_{раз}(s)}{G_o(s)} = \frac{1}{G_o(s)} \cdot \frac{G_{зам}(s)}{1 - G_{зам}(s)} \quad (3.1)$$

Если ПФ объекта и замкнутой системы заданы в общем виде

$$G_o(s) = \frac{c_0}{d_r s^r + d_{r-1} s^{r-1} + \dots + d_1 s + 1}, \quad (3.2)$$

$$G_{зам}(s) = \frac{\alpha_0}{s^n + \alpha_{n-1} s^{n-1} + \dots + \alpha_1 s + \alpha_0}, \quad (3.3)$$

то ПФ компенсатора, вычисленная по формуле (3.1) с учетом (3.2) и (3.3), имеет вид:

$$G_k(s) = \frac{\alpha_0 (d_r s^r + \dots + d_1 s + 1)}{(s^n + \dots + \alpha_1 s) c_0}. \quad (3.4)$$

Условие физической реализуемости ПФ компенсатора (3.4) состоит в том,

что $n \geq r$. Для получения минимального порядка выбирают $n = r$. При этом ПФ замкнутой системы в виде (3.3) соответствует системе с порядком астатизма $\nu = 1$.

В случае, когда порядок астатизма $\nu = 2$, ПФ замкнутой системы задается в виде

$$G_{зам}(s) = \frac{\alpha_1 s + \alpha_0}{s^n + \alpha_{n-1} s^{n-1} + \dots + \alpha_1 s + \alpha_0}, \quad (3.5)$$

и ПФ компенсатора, вычисленная по формуле (3.1), имеет вид

$$G_k(s) = \frac{(\alpha_1 s + \alpha_0) \cdot (d_r s^r + \dots + d_1 s + 1)}{(s^n + \dots + \alpha_2 s^2) c_0}. \quad (3.6)$$

Условие физической реализуемости ПФ компенсатора (3.6) состоит в том, что $n \geq r + 1$. Для получения минимального порядка выбирают $n = r + 1$.

Для задания желаемой ПФ замкнутой системы используют известные стандартные формы: биномиальную, Баттерворта и ИВМО, описанные в лабораторной работе 2.

3.2. Применение биномиальных стандартных форм для синтеза астатической системы управления

Пример 1. Рассматривается объект с передаточной функцией вида:

$$G_o(s) = \frac{5}{(0.1s + 1) \cdot (0.5s + 1) \cdot (2s + 1)} = \frac{5}{0.1s^3 + 1.25s^2 + 2.6s + 1} \quad (3.7)$$

Необходимо использовать биномиальные стандартные формы для желаемой ПФ замкнутой системы. Затем найти ПФ компенсатора и построить переходной процесс. Время переходного процесса задано: $t_n = 0.8$ с.

1) Порядок астатизма $\nu = 1$

Для синтеза астатической 1-го порядка системы ($\nu = 1$) выбираем стандартную биномиальную форму порядка $n = r = 3$, где r – порядок объекта. Используя приведенные в лабораторной работе 2 выражение для $G(s)$ из таблицы 2.1 (для $n = 3$) и коэффициенты a_i из таблицы 2.3 (для биномиальной стандартной формы), задаем желаемую ПФ замкнутой системы в виде:

$$G_{зам}(s) = \frac{\omega_0^3}{s^3 + 3\omega_0 s^2 + 3\omega_0^2 s + \omega_0^3} \quad (3.8)$$

По таблице 2.4 находим безразмерное время переходного процесса для $n = 3$:

$\tau_n = 6.31$ и затем находим $\omega_0 = \frac{\tau_n}{t_n} = \frac{6.31}{0.8} = 7.88$. Принимаем ближайшее

большее и целое значение $\omega_0 = 8$, тогда время переходного процесса уменьшится и станет равным $t_n \cong 0.789$ с.

Вычисляем коэффициенты α_i в формуле (3.3) для $G_{зам}(s)$, учитывая (3.8):

$$\alpha_2 = 3\omega_0 = 3 \cdot 8 = 24, \quad \alpha_1 = 3\omega_0^2 = 3 \cdot 64 = 192, \quad \alpha_0 = \omega_0^3 = 8^3 = 512.$$

Таким образом, $G_{зам}(s)$ принимает вид:

$$G_{зам}(s) = \frac{512}{s^3 + 24s^2 + 192s + 512} \quad (3.9)$$

Используя соотношения (3.7), (3.9) и (3.1), в пакете Program CC найти $G_k(s)$:

$$CC>go=5/(0.1*s^3+1.25*s^2+2.6*s+1), go$$

$$go(s) = \frac{5}{0.1s^3 + 1.25s^2 + 2.6s + 1}$$

$$CC>gzam=512/(s^3+24*s^2+192*s+512), gzam$$

$$gzam(s) = \frac{512}{s^3 + 24s^2 + 192s + 512}$$

$$CC>graz=gzam/(1-gzam), graz$$

$$graz(s) = \frac{512}{s(s^2 + 24s + 192)}$$

$$CC>gk=graz/go, gk$$

$$gk(s) = \frac{102.4(0.1s^3 + 1.25s^2 + 2.6s + 1)}{s(s^2 + 24s + 192)} \quad \text{— ПФ компенсатора.}$$

Вычислить ПФ ошибки:

$$CC>ge=1-gzam, ge$$

$$ge(s) = \frac{s(s^2 + 24s + 192)}{s^3 + 24s^2 + 192s + 512}$$

Найти самостоятельно ошибки: статическую, скоростную и по ускорению:

$$e_{cm} = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot ge(s) \cdot \frac{1}{s} = 0, \quad e_{ck} = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot ge(s) \cdot \frac{1}{\frac{1}{2}} = \frac{192}{512} = 0.375, \quad e_{yck} = \infty.$$

Составить в пакете VisSim схему моделирования системы управления, представленной на рис. 3.1, и найти реакцию системы на единичное ступенчатое, линейно-растущее и параболическое входные воздействия (рис.3.2).

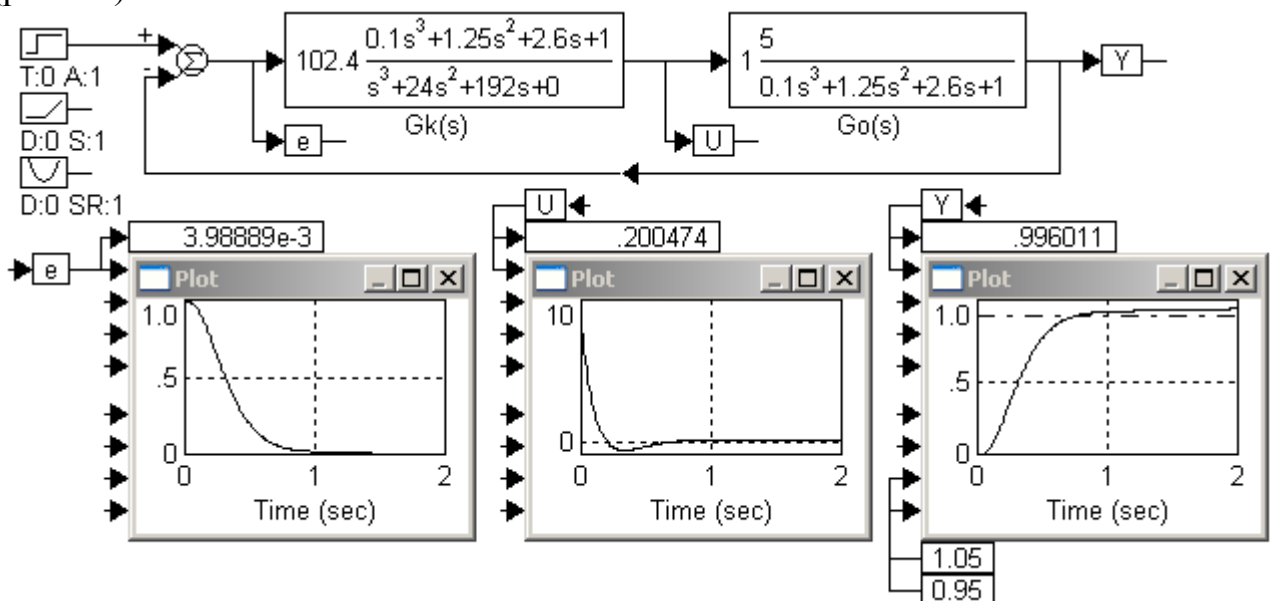


Рисунок 3.2

В блоке parabola установить Slope Rate равным 0.5, чтобы величина ускорения была равна 1. Экспериментально найти время переходного процесса (время вхождения в 5% коридор) и ошибки: статическую, скоростную и по ускорению и сравнить их с расчетными величинами.

Убедиться, что по истечении переходного процесса статическая ошибка $e \approx 0$, а управляющая переменная $U = 0.2$.

2) Порядок астатизма $\nu = 2$

Для синтеза астатической 2-го порядка системы ($\nu = 2$) выберем стандартную биномиальную форму порядка $n = r + 1 = 4$, где $r = 3$ – порядок объекта. Используя выражение для $G(s)$ из таблицы 2.2 (для $n = 4$) и коэффициенты a_i из таблицы 2.3 (для биномиальной стандартной формы), запишем желаемую ПФ замкнутой системы в виде:

$$G_{зам}(s) = \frac{4\omega_0^3 s + \omega_0^4}{s^4 + 4\omega_0 s^3 + 6\omega_0^2 s^2 + 4\omega_0^3 s + \omega_0^4} \quad (3.10)$$

По таблице 2.5 находим безразмерное время переходного процесса для $n = 4$:

$\tau_n = 8.6$ и затем находим $\omega_0 = \frac{\tau_n}{t_n} = \frac{8.6}{0.8} = 10.75$. Принимаем ближайшее большее и целое значение $\omega_0 = 11$, тогда время переходного процесса уменьшится и станет равным: $t_n \cong 0.7818$ с.

Вычислим коэффициенты α_i в формуле (3.5) для $G_{зам}(s)$, учитывая (3.10):

$$\alpha_3 = 4\omega_0 = 4 \cdot 11 = 44, \alpha_2 = 6\omega_0^2 = 726, \alpha_1 = 4\omega_0^3 = 5324, \alpha_0 = \omega_0^4 = 11^4 = 14641.$$

Таким образом, $G_{зам}(s)$ принимает вид:

$$G_{зам}(s) = \frac{5324s + 14641}{s^4 + 44s^3 + 726s^2 + 5324s + 14641} \quad (3.11)$$

Используя соотношения (3.7), (3.11) и (3.1), в пакете Program CC найти ПФ компенсатора $G_k(s)$:

CC>gzam=(5324*s+14641)/(s^4+44*s^3+726*s^2+5324*s+14641), gzam

$$gzam(s) = \frac{5324s + 14641}{s^4 + 44s^3 + 726s^2 + 5324s + 14641}$$

CC>graz=gzam/(1-gzam), graz

$$graz(s) = \frac{5324s + 14641}{s^2(s^2 + 44s + 726)}$$

CC>gk=graz/go, gk

$$gk(s) = \frac{0.2(5324s + 14641)(0.1s^3 + 1.25s^2 + 2.6s + 1)}{s^2(s^2 + 44s + 726)}$$

CC>single(gk)

$$gk(s) = \frac{106.5s^4 + 1624s^3 + 6429s^2 + 8678s + 2928}{s^4 + 44s^3 + 726s^2}$$

Вычислить ПФ ошибки: CC>ge=1-gzam, ge

$$ge(s) = \frac{s^2(s^2 + 44s + 726)}{s^4 + 44s^3 + 726s^2 + 5324s + 14641}$$

Найти самостоятельно ошибки: статическую, скоростную и по ускорению:

$$e_{cm} = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot ge(s) \cdot \frac{1}{s} = 0, \quad e_{ck} = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot ge(s) \cdot \frac{1}{s^2} = 0,$$

$$e_{yck} = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot ge(s) \cdot \frac{1}{s^3} = \frac{726}{14641} = 0.0496.$$

Составить в пакете VisSim схему моделирования системы управления, представленной на рис. 3.1, и найти реакцию системы на единичное ступенчатое, линейно-растущее и параболическое входные воздействия (рис.3.3). Экспериментально найти время переходного процесса (время вхождения в 5% коридор), перерегулирование и ошибки: статическую, скоростную и по ускорению и сравнить их с расчетными величинами.

Убедиться, что по истечении переходного процесса статическая и скоростная ошибки равны нулю, а управляющая переменная $U = 0.2$.

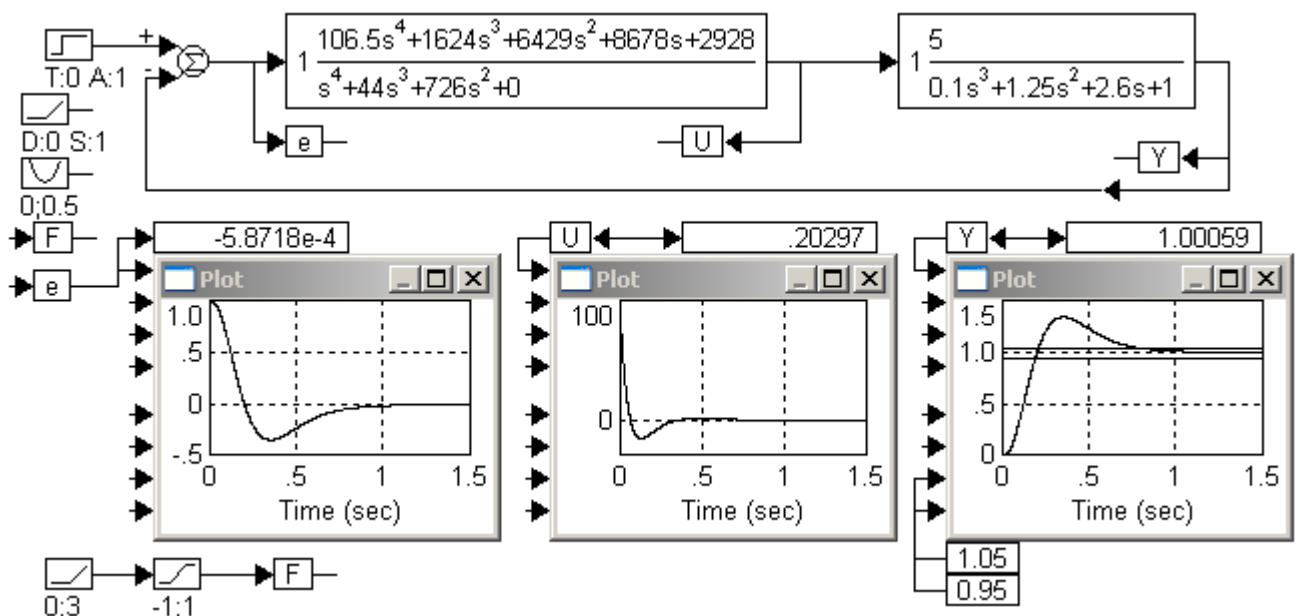


Рисунок 3.3

Экспериментально найденное перерегулирование при отработке скачкообразного сигнала достаточно велико: $\sigma = 37,6\%$. Уменьшить нежелательный бросок в выходном сигнале можно лишь за счет изменения формы входного воздействия, например при помощи «зататчика интенсивности», который позволяет линейно наращивать входное воздействие до 1. На рис. 3.3 «зататчик интенсивности» представлен блоками ramp и limit (Blocks → Nonlinear → limit) с выходным сигналом F . При приложении к

системе входного сигнала F максимальный выброс уменьшается до величины 24,4%. Изменяя коэффициент Slope в блоке ramp можно добиться желаемой величины этого выброса.

3.3. Применение стандартных форм Баттерворта для синтеза астатической системы управления

Пример 2. Рассмотрим тот же самый объект с передаточной функцией вида:

$$G_o(s) = \frac{5}{0.1s^3 + 1.25s^2 + 2.6s + 1}$$

Необходимо использовать стандартные формы Баттерворта для желаемой ПФ замкнутой системы. Время переходного процесса задано: $t_n = 0.8$ с.

1) Порядок астатизма $\nu = 1$

Для синтеза астатической 1-го порядка системы ($\nu = 1$) выберем стандартную форму Баттерворта порядка $n = r = 3$, где r – порядок объекта. Используя выражение для $G(s)$ из таблицы 2.1 (для $n = 3$) и коэффициенты a_i из табл. 2.3 (для стандартной формы Баттерворта), запишем желаемую ПФ замкнутой системы в виде:

$$G_{зам}(s) = \frac{\omega_0^3}{s^3 + 2\omega_0 s^2 + 2\omega_0^2 s + \omega_0^3} \quad (3.12)$$

По таблице 2.6 находим безразмерное время переходного процесса для $n = 3$:

$\tau_n = 5.95$ и затем находим $\omega_0 = \frac{\tau_n}{t_n} = \frac{5.95}{0.8} = 7.44$. Принимаем $\omega_0 = 8$, тогда время

переходного процесса уменьшится и станет равным: $t_n \cong 0.744$ с.

Вычислим коэффициенты α_i в формуле (3.3) для $G_{зам}(s)$, учитывая (3.12):

$$\alpha_2 = 2\omega_0 = 2 \cdot 8 = 16, \quad \alpha_1 = 2\omega_0^2 = 2 \cdot 64 = 128, \quad \alpha_0 = \omega_0^3 = 8^3 = 512.$$

Таким образом, $G_{зам}(s)$ принимает вид:

$$G_{зам}(s) = \frac{512}{s^3 + 16s^2 + 128s + 512} \quad (3.13)$$

Используя соотношения (3.7), (3.13) и (3.1), в пакете Program CC найти $G_k(s)$:

```
CC>gzam=512/(s^3+16*s^2+128*s+512)
```

```
CC>graz=gzam/(1-gzam), graz
```

$$graz(s) = \frac{512}{s(s^2 + 16s + 128)}$$

```
CC>gk=graz/go, gk
```

$$gk(s) = \frac{102.4(0.1s^3 + 1.25s^2 + 2.6s + 1)}{s(s^2 + 16s + 128)}$$

Составить в пакете VisSim схему моделирования системы управления,

представленной на рис. 3.1, и найти реакцию системы на единичное ступенчатое, линейно-растущее и параболическое входные воздействия (рис.3.4).

Вычислить ПФ ошибки: $CC>ge=1-g_{зам}, ge$

$$ge(s) = \frac{s(s^2 + 16s + 128)}{s^3 + 16s^2 + 128s + 512}$$

Найти самостоятельно ошибки: статическую, скоростную и по ускорению:

$$e_{cm} = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot ge(s) \cdot \frac{1}{s} = 0, \quad e_{ck} = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot ge(s) \cdot \frac{1}{s^2} = \frac{128}{512} = 0.25, \quad e_{yck} = \infty.$$

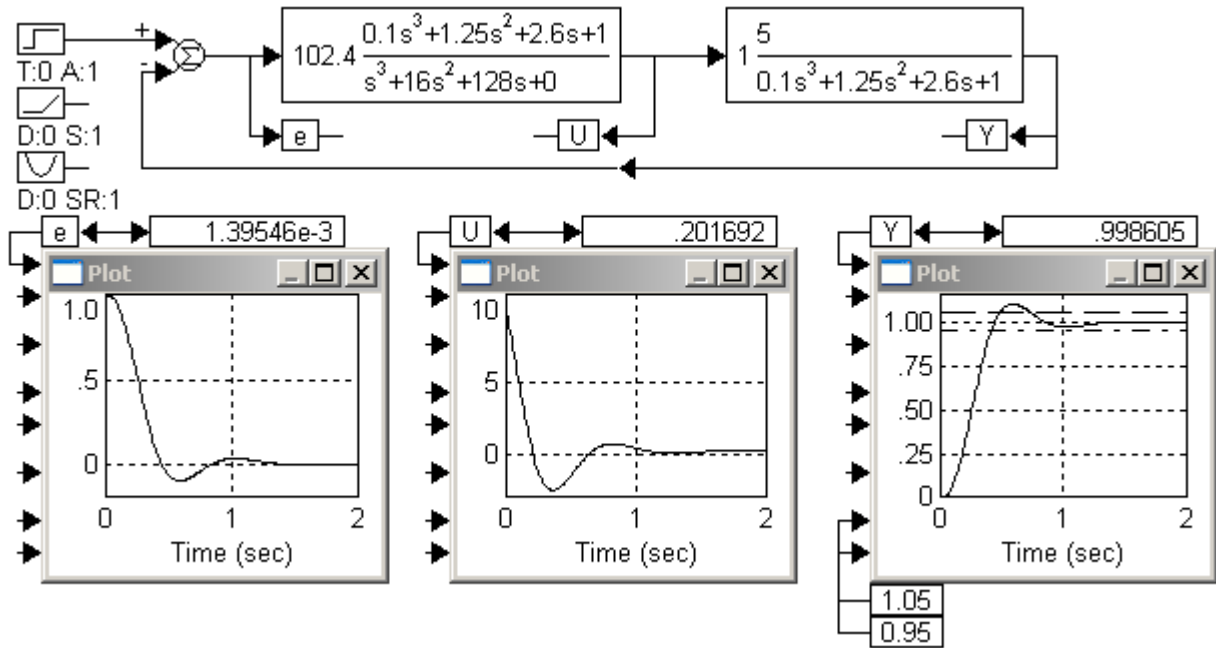


Рисунок 3.4

Экспериментально найти время переходного процесса (время вхождения в 5% коридор) и ошибки: статическую, скоростную и по ускорению и сравнить их с расчетными величинами. Убедиться, что по истечении переходного процесса статическая ошибка $e \approx 0$, а управляющая переменная $U = 0.2$.

2) Порядок астатизма $\nu = 2$

Для синтеза астатической 2-го порядка системы ($\nu = 2$) выберем стандартную форму Баттерворта порядка $n = r + 1 = 4$. Используя выражение для $G(s)$ из таблицы 2.2 (для $n = 4$) и коэффициенты a_i из табл. 2.3 (для стандартной формы Баттерворта), запишем желаемую ПФ замкнутой системы в виде:

$$G_{зам}(s) = \frac{2.61\omega_0^3 s + \omega_0^4}{s^4 + 2.61\omega_0 s^3 + 3.41\omega_0^2 s^2 + 2.61\omega_0^3 s + \omega_0^4} \quad (3.14)$$

По таблице 2.7 находим безразмерное время переходного процесса для $n = 4$:

$\tau_n = 8.69$ и затем находим $\omega_0 = \frac{\tau_n}{t_n} = \frac{8.69}{0.8} = 10.86$. Принимаем $\omega_0 = 11$, тогда

время переходного процесса уменьшится и станет равным: $t_n \cong 0.79$ с.

Вычислим коэффициенты α_i в формуле (3.3) для $G_{зам}(s)$, учитывая (3.14):

$$\alpha_3 = 2.61 \omega_0 = 28.74, \alpha_2 = 3.41 \omega_0^2 = 413.12, \alpha_1 = 2.61 \omega_0^3 = 3478.08, \\ \alpha_0 = \omega_0^4 = 14641.$$

Таким образом, $G_{зам}(s)$ принимает вид:

$$G_{зам}(s) = \frac{3478.08s + 14641}{s^4 + 28.74s^3 + 413.12s^2 + 3478.08s + 14641} \quad (3.15)$$

Используя соотношения (3.7), (3.15) и (3.1), в пакете Program CC найдем $G_k(s)$:

CC>gzam=(3478.08*s+14641)/(s^4+28.74*s^3+413.12*s^2+3478.08*s+14641)

CC>graz=gzam/(1-gzam), graz

$$g_{раз}(s) = \frac{3478.08s + 14641}{s^2(s^2 + 28.74s + 413.12)}$$

CC>gk=graz/go, gk

$$g_k(s) = \frac{0.2(3478.08s + 14641)(0.1s^3 + 1.25s^2 + 2.6s + 1)}{s^2(s^2 + 28.74s + 413.12)}$$

CC>single(gk)

$$g_k(s) = \frac{69.56s^4 + 1162s^3 + 5469s^2 + 8309s + 2928}{s^4 + 28.74s^3 + 413.1s^2}$$

Вычислить ПФ ошибки: CC>ge=1-gzam, ge

$$g_e(s) = \frac{s^2(s^2 + 28.74s + 413.12)}{s^4 + 28.74s^3 + 413.12s^2 + 3478.08s + 14641}$$

Найти самостоятельно ошибки: статическую, скоростную и по ускорению:

$$e_{cm} = 0, \quad e_{ck} = 0, \quad e_{yck} = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot g_e(s) \cdot \frac{1}{s^3} = \frac{413.12}{14641} = 0.02822.$$

Составить в пакете VisSim схему моделирования системы управления, представленной на рис. 3.1, и найти реакцию системы на единичное ступенчатое, линейно-растущее и параболическое входное воздействие (рис. 3.5).

Экспериментально найти время переходного процесса (время вхождения в 5% коридор), перерегулирование и ошибки: статическую, скоростную и по ускорению и сравнить их с расчетными величинами. Убедиться, что по истечении переходного процесса статическая и скоростная ошибки стремятся к нулю, а управляющая переменная $U = 0.17$.

Экспериментально найденное перерегулирование при отработке скачкообразного сигнала $\sigma = 71,3\%$. Уменьшить максимальный выброс с помощью «задатчика интенсивности», изменяя коэффициент Slope в блоке ramp.

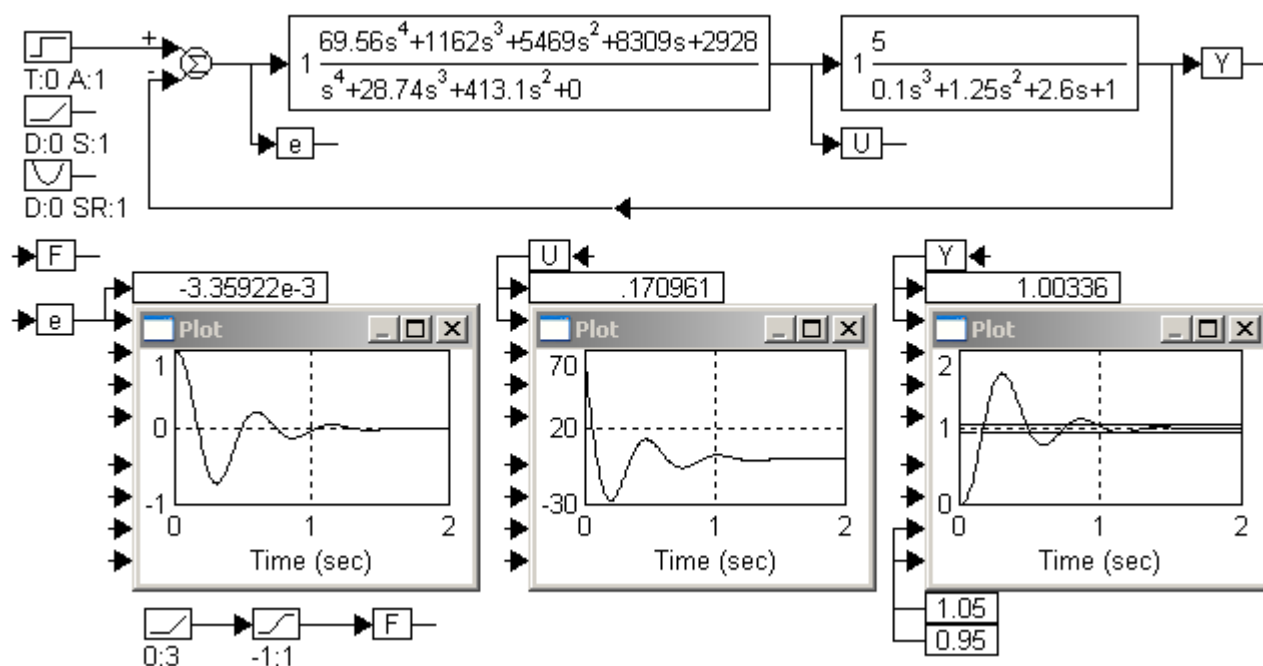


Рисунок 3.5

3.4. Применение стандартных форм ИВМО для синтеза астатической системы управления

Пример 3. Рассмотрим тот же самый объект с передаточной функцией вида:

$$G_o(s) = \frac{5}{0.1s^3 + 1.25s^2 + 2.6s + 1}$$

Необходимо использовать стандартные формы ИВМО для нахождения ПФ компенсатора и построить переходной процесс. Время переходного процесса задано: $t_n = 0.8$ с.

1) Порядок астатизма $\nu = 1$

Для синтеза астатической 1-го порядка системы ($\nu = 1$) выберем стандартную форму ИВМО порядка $n = r = 3$, где r – порядок объекта. Используя выражение для $G(s)$ из таблицы 2.1 (для $n = 3$) и коэффициенты a_i из табл. 2.3 (для стандартной формы ИВМО), запишем желаемую ПФ замкнутой системы в виде:

$$G_{зам}(s) = \frac{\omega_0^3}{s^3 + 1.75916\omega_0 s^2 + 2.16533\omega_0^2 s + \omega_0^3} \quad (3.16)$$

По таблице 2.8 находим безразмерное время переходного процесса для $n = 3$:

$$\tau_n = 8.35 \text{ и затем находим } \omega_0 = \frac{\tau_n}{t_n} = \frac{8.35}{0.8} = 10.44. \text{ Принимаем } \omega_0 = 11, \text{ тогда}$$

время переходного процесса уменьшится и станет равным: $t_n \cong 0.759$ с.

Вычислим коэффициенты α_i в формуле (3.3) для $G_{зам}(s)$, учитывая (3.16):

$$\alpha_2 = 1.75916\omega_0 = 19.35, \alpha_1 = 2.16533\omega_0^2 = 262, \alpha_0 = \omega_0^3 = 1331.$$

Таким образом, $G_{зам}(s)$ принимает вид:

$$G_{зам}(s) = \frac{1331}{s^3 + 19.35s^2 + 262s + 1331} \quad (3.17)$$

Используя соотношения (3.7), (3.17) и (3.1), в пакете Program CC найти $G_k(s)$:

CC>gzam=1331/(s^3+19.35*s^2+262*s+1331)

CC>graz=gzam/(1-gzam), graz

$$graz(s) = \frac{1331}{s(s^2 + 19.35s + 262)}$$

CC>gk=graz/go, gk

$$gk(s) = \frac{266.2(0.1s^3 + 1.25s^2 + 2.6s + 1)}{s(s^2 + 19.35s + 262)}$$

Составить в пакете VisSim схему моделирования системы управления, представленной на рис. 3.1, и найти реакцию системы на единичное ступенчатое, линейно-растущее и параболическое входные воздействия (рис.3.6).

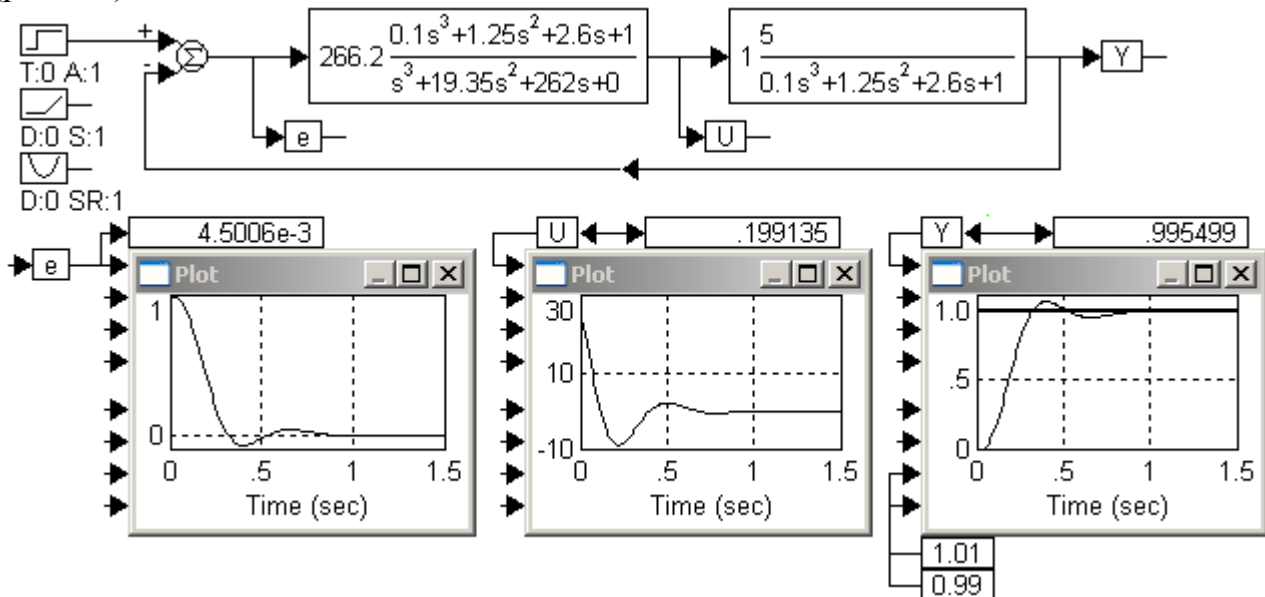


Рисунок 3.6

Вычислить ПФ ошибки: CC>ge=1-gzam, ge

$$ge(s) = \frac{s(s^2 + 19.35s + 262)}{s^3 + 19.35s^2 + 262s + 1331}$$

Найти ошибки: статическую, скоростную и по ускорению:

$$e_{cm} = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot ge(s) \cdot \frac{1}{s} = 0, \quad e_{ck} = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot ge(s) \cdot \frac{1}{s^2} = \frac{262}{1331} = 0.197, \quad e_{yck} = \infty.$$

Экспериментально найти время переходного процесса (время вхождения в 1% коридор), перерегулирование и ошибки: статическую, скоростную и по ускорению и сравнить их с расчетными величинами. Убедиться, что по истечении переходного процесса ошибка $e \approx 0$, а управляющая переменная $U = 0.2$.

2) Порядок астатизма $\nu=2$

Для синтеза астатической 2-го порядка системы ($\nu = 2$) выберем стандартную форму ИВМО порядка $n = r + 1 = 4$, где $r = 3$ – порядок объекта. Используя выражение для $G(s)$ из таблицы 2.2 (для $n = 4$) и коэффициенты a_i из табл. 2.3 (для стандартной формы ИВМО), запишем желаемую ПФ замкнутой системы в виде:

$$G_{зам}(s) = \frac{2.69138 \omega_0^3 s + \omega_0^4}{s^4 + 2.03934 \omega_0 s^3 + 3.40114 \omega_0^2 s^2 + 2.69138 \omega_0^3 s + \omega_0^4} \quad (3.18)$$

По таблице 2.9 находим безразмерное время переходного процесса для $n = 4$:

$$\tau_n = 11.46 \text{ и затем находим } \omega_0 = \frac{\tau_n}{t_n} = \frac{11.46}{0.8} = 14.325. \text{ Полагаем } \omega_0 = 15, \text{ тогда}$$

время переходного процесса уменьшится и станет равным: $t_n \cong 0.764 \text{ с.}$

Вычислим коэффициенты α_i в формуле (3.3) для $G_{зам}(s)$, учитывая (3.18):

$$\alpha_3 = 2.07 \omega_0 = 31.087, \alpha_2 = 3.41 \omega_0^2 = 767.03, \alpha_1 = 2.68 \omega_0^3 = 9029.88, \\ \alpha_0 = \omega_0^4 = 50625.$$

Таким образом, $G_{зам}(s)$ принимает вид:

$$G_{зам}(s) = \frac{9029.88s + 50625}{s^4 + 31.087s^3 + 767.03s^2 + 9029.88s + 50625} \quad (3.19)$$

Используя соотношения (3.7), (3.19) и (3.1), в пакете Program CC найти $G_k(s)$:

CC>gzam=(9029.88*s+50625)/(s^4+31.087*s^3+767.03*s^2+9029.88*s+50625)

CC>graz=gzam/(1-gzam), graz

$$graz(s) = \frac{9029.88s + 50625}{s^2(s^2 + 31.087s + 767.03)}$$

CC>gk=graz/go, gk

$$gk(s) = \frac{0.2(9029.88s + 50625)(0.1s^3 + 1.25s^2 + 2.6s + 1)}{s^2(s^2 + 31.087s + 767.03)}$$

CC>single(gk)

$$gk(s) = \frac{180.6s^4 + 3270s^3 + 1.735e + 04s^2 + 2.813e + 04s + 1.013e + 04}{s^4 + 31.09s^3 + 767s^2}, \text{ или:}$$

$$gk(s) = \frac{180.6(s^4 + 18.1s^3 + 96.08s^2 + 155.77s + 56.06)}{s^4 + 31.087s^3 + 767.03s^2}$$

Вычислить ПФ ошибки: CC>ge=1-gzam, ge

$$ge(s) = \frac{s^2(s^2 + 31.087s + 767.03)}{s^4 + 31.087s^3 + 767.03s^2 + 9029.88s + 50625}$$

Найти ошибки: статическую, скоростную и по ускорению:

$$e_{cm} = 0, \quad e_{ck} = 0, \quad e_{yck} = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot ge(s) \cdot \frac{1}{s^3} = \frac{767.03}{50625} = 0.0152.$$

Составить в пакете VisSim схему моделирования системы управления, представленной на рис. 3.1, и найти реакцию системы на единичное ступенчатое, линейно-растущее и параболическое входные воздействия (рис.3.7).

Экспериментально найти время переходного процесса (время вхождения в 1% коридор), перерегулирование и ошибки: статическую, скоростную и по ускорению и сравнить их с расчетными величинами.

Убедиться, что по истечении переходного процесса статическая и скоростная ошибки стремятся к нулю, а управляющая переменная $U = 0.467$.

Экспериментально найденное перерегулирование при отработке скачкообразного сигнала $\sigma = 77,4\%$. Уменьшить максимальный выброс с помощью «задатчика интенсивности», изменяя коэффициент Slope в блоке ramp.

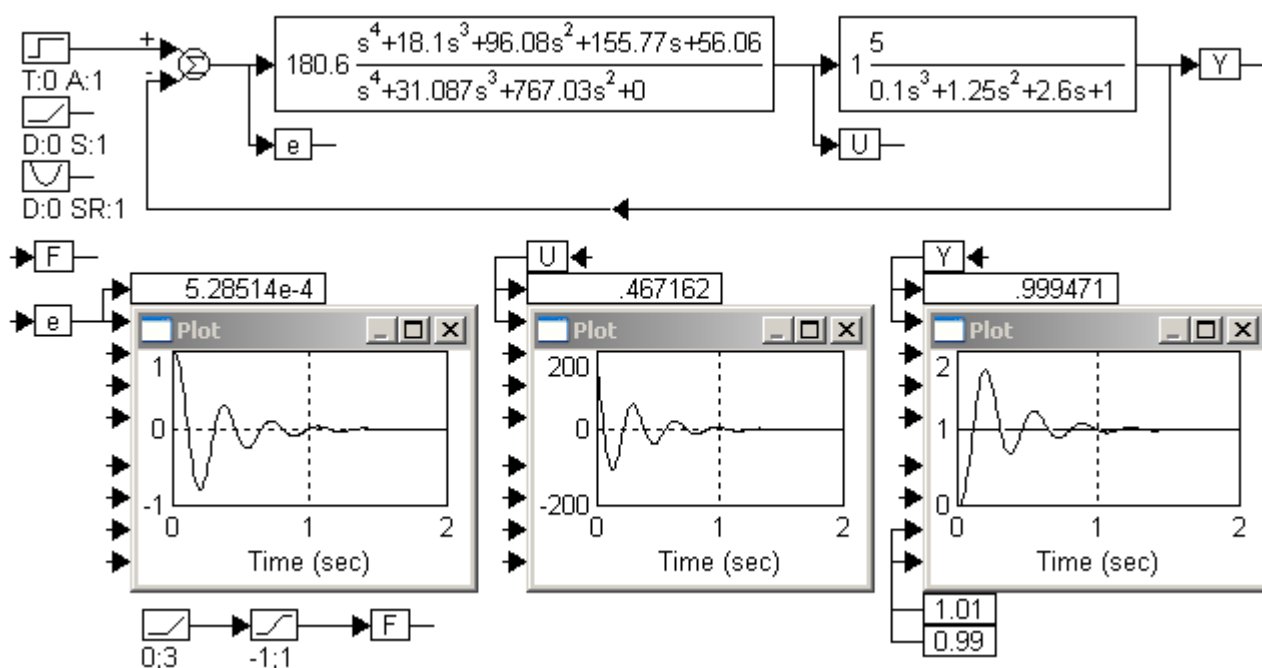


Рисунок 3.7

Содержание отчета

В отчете должна быть указана цель лабораторной работы и представлены:

1. Схема моделирования системы управления с компенсационным регулятором при использовании биномиальной стандартной формы (рис. 3.3).

Указать найденные в экспериментах время переходного процесса, перерегулирование и ошибки: статическую, скоростную и по ускорению, а также значение коэффициента Slope в блоке ramp «задатчика интенсивности» и величину максимального выброса.

2. Схемы моделирования системы управления с компенсационным регулятором при использовании стандартных форм Баттерворта и ИВМО (рис. 3.5 и рис. 3.7).

3. Выводы.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 4

КОМПЕНСАЦИОННЫЕ РЕГУЛЯТОРЫ ДЛЯ ДИСКРЕТНЫХ СИСТЕМ

В системе управления с обратной связью (рис. 4.1) управляющая переменная U формируется из сигнала ошибки, который отличен от нуля по крайней мере в течение переходного процесса. В виду этого сначала задается дискретная передаточная функция (ДПФ) замкнутой системы $G_{зам}(z)$, ДПФ объекта $G_o(z)$, а затем находится ДПФ компенсатора $G_k(z)$.

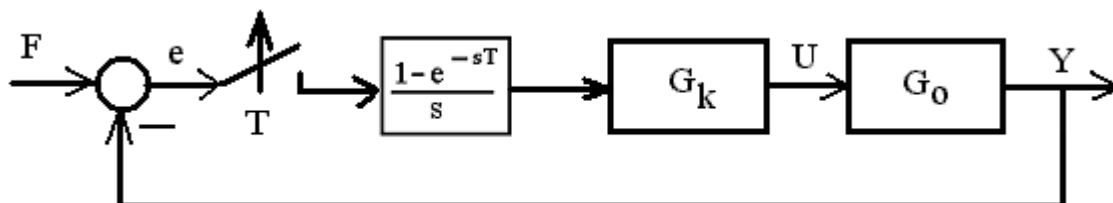


Рисунок 4.1

При проектировании компенсационных регуляторов для дискретных систем следует учитывать следующие ограничения:

а) Реализуемость: Если передаточные функции регулятора и объекта имеют вид

$$G_k(z) = \frac{Q_v(z)}{P_\mu(z)}, \quad G_o(z) = \frac{B_t(z)}{A_r(z)},$$

где индексами обозначены порядки полиномов числителя и знаменателя, то передаточная функция дискретной замкнутой системы, изображенной на рис. 4.1, и ее порядок определяются следующим образом:

$$G_{зам}(z) = \frac{G_o(z) G_k(z)}{1 + G_o(z) G_k(z)}, \quad G_{зам}(z) : \frac{\text{Порядок}(v+t)}{\text{Порядок}(\mu+r)}.$$

Следовательно, разность порядков (рп) передаточной функции $G_{зам}(z)$ будет равна $рп = (\mu - v) + (r - t)$. Для получения минимально возможной величины рп выбирают $\mu = v$, тогда разность порядков передаточной функции $G_{зам}(z)$ оказывается равной разности порядков передаточной функции объекта $рп = r - t$. Поскольку $t \leq r$ по условиям реализуемости, то минимальная разность порядков равна 1, т.е. $t = r - 1$, следовательно, **передаточная функция минимального порядка будет равна** $G_{зам}(z) = z^{-1}$.

б) Сокращение нулей и полюсов – из-за неточности модели полюса и нули объекта сокращаются с нулями и полюсами компенсатора не точно, а приближенно. В результате этого, применять компенсационные регуляторы для объектов с нулями или полюсами, расположенными вблизи или вне окружности единичного радиуса на z -плоскости, не рекомендуется, поскольку процессы управления становятся существенно колебательными или неустойчивыми.

в) Межтактовое поведение систем – в отличие от непрерывных компенсационных регуляторов аналогичные дискретные регуляторы обеспечивают заданное качество управления **только в тактовые моменты времени**. Если передаточная функция $G_{зам}(z)$ выбрана неверно, то между тактами могут возникнуть значительные колебания регулируемой величины.

Целью лабораторной работы является исследование перечисленных выше ограничений, возникающих при проектировании компенсационных регуляторов для дискретных систем.

4.1. Выбор такта квантования

Такт квантования необходимо выбрать таким образом, чтобы удовлетворить ограничению б).

Пример 1. Рассмотрим объект с передаточной функцией вида:

$$G_o(s) = \frac{5}{(0.1s+1) \cdot (0.5s+1) \cdot (2s+1)} = \frac{5}{0.1s^3 + 1.25s^2 + 2.6s + 1} \quad (4.1)$$

Необходимо так выбрать такт квантования, чтобы при преобразовании ПФ объекта $G_o(s)$ в дискретную форму $G_o(z)$ не появились нули или полюса, расположенные вблизи или вне окружности единичного радиуса на z -плоскости. Выберем такт квантования T в пределах 0.1–1.2 с.

1) Такт квантования $T = 1$ с. Для преобразования ПФ объекта $G_o(s)$ в дискретную форму $G_o(z)$ используем Program CC. Введем ПФ объекта $G_o(s)$:

CC>go=enter(1,0,5,3,1,0.1,1,1,0.5,1,1,2,1), go

$$go(s) = \frac{5}{(0.1s+1)(0.5s+1)(2s+1)}$$

и преобразуем ПФ объекта в дискретную форму с тактом квантования $T = 1$ с.

CC>go1=convert(go,8,1)

Представим ПФ $go1(z)$ в виде дробно-рациональной функции программой chsingle, которая изменяет вид ПФ в памяти ПЭВМ в отличие от программы single, представляющей видоизмененную ПФ только на экране (но не в памяти):

CC>go1=chsingle(go1), go1

$$go1(z) = \frac{1.318e-15z^3 + 1.026z^2 + 0.6701z + 0.005367}{z^3 - 0.7419z^2 + 0.08212z - 3.727e-06}$$

В числителе слагаемое $1.318e-15z^3$ – это машинный нуль. Для того, чтобы избавиться от него, используем команду eps:

CC>go1=eps(go1), go1

$$go1(z) = \frac{1.026z^2 + 0.6701z + 0.005367}{z^3 - 0.7419z^2 + 0.08212z - 3.727e-06}$$

Приведем $go1(z)$ к форме, удобной для вычисления нулей и полюсов:

CC>pzpf(go1)

$$go1(z) = \frac{1.026(z + 0.008111)(z + 0.6452)}{(z - 4.54e - 05)(z - 0.1353)(z - 0.6065)} \quad (4.2)$$

Из (4.2) следует, что в дискретной форме $G_o(z) = go1(z)$ не появились нули или полюса, расположенные вблизи или вне окружности единичного радиуса на z -плоскости.

Аналогично найти $G_o(z)$ при других тактах квантования и сравнить их со значениями, приведенными ниже:

2) Такт квантования $T = 0.1$ с.

$$go2(z) = \frac{0.006192(z + 0.1926)(z + 2.784)}{(z - 0.3679)(z - 0.8187)(z - 0.9512)} \quad (4.3)$$

Из (4.3) следует, что в дискретной форме $G_o(z) = go2(z)$ появился нуль $z_1 = -2.784$, расположенный вне окружности единичного радиуса на z -плоскости, следовательно, такт квантования $T = 0.1$ с. применять нельзя.

3) Такт квантования $T = 0.5$ с.

$$go3(z) = \frac{0.3007(z + 0.04288)(z + 1.214)}{(z - 0.006738)(z - 0.3679)(z - 0.7788)} \quad (4.4)$$

Из (4.4) следует, что в дискретной форме $G_o(z) = go3(z)$ появился нуль $z_1 = -1.214$, расположенный вне окружности единичного радиуса на z -плоскости, следовательно, такт квантования $T = 0.5$ с. применять нельзя.

4) Такт квантования $T = 0.7$ с.

$$go4(z) = \frac{0.5685(z + 0.02092)(z + 0.915)}{(z - 0.0009119)(z - 0.2466)(z - 0.7047)} \quad (4.5)$$

Из (4.5) следует, что в дискретной форме $G_o(z) = go4(z)$ появился нуль $z_1 = -0.915$, расположенный вблизи окружности единичного радиуса на z -плоскости, следовательно, такт квантования $T = 0.7$ с. лучше не применять.

5) Такт квантования $T = 0.8$ с.

$$go5(z) = \frac{0.7166(z + 0.01499)(z + 0.8082)}{(z - 0.0003355)(z - 0.2019)(z - 0.6703)} \quad (4.6)$$

Из (4.6) следует, что в дискретной форме $G_o(z) = go5(z)$ не появились нули или полюса, расположенные вблизи или вне окружности единичного радиуса на z -плоскости.

6) Такт квантования $T = 0.9$ с.

$$go6(z) = \frac{0.8698(z + 0.01094)(z + 0.7198)}{(z - 0.0001234)(z - 0.1653)(z - 0.6376)} \quad (4.7)$$

Из (4.7) следует, что в дискретной форме $G_o(z) = go6(z)$ не появились нули или полюса, расположенные вблизи или вне окружности единичного радиуса на z -плоскости.

7) Такт квантования $T = 1.2$ с.

$$go7(z) = \frac{1.338(z + 0.004645)(z + 0.5264)}{(z - 6.144e - 06)(z - 0.09072)(z - 0.5488)} \quad (4.8)$$

Из (4.8) следует, что в дискретной форме $G_o(z) = go7(z)$ не появились нули или полюса, расположенные вблизи или вне окружности единичного радиуса на z – плоскости.

Сравнивая $G_o(z)$ по формулам (4.2) – (4.8) можно сделать вывод, что с увеличением такта квантования T нули и полюса располагаются внутри окружности единичного радиуса на z – плоскости. Минимальный такт квантования, при котором в дискретной форме $G_o(z)$ не появились нули или полюса, расположенные вблизи или вне окружности единичного радиуса на z – плоскости, можно принять равным $T = 0.8$ с.

4.2. Применение стандартной биномиальной формы для синтеза астатической системы управления

В соответствие с требованиями к характеру переходного процесса нужно задать желаемую передаточную функцию (ПФ) дискретной замкнутой системы, изображенной на рис. 4.1

$$G_{зам}(z) = \frac{Y(z)}{F(z)} = \frac{G_o(z) G_k(z)}{1 + G_o(z) G_k(z)},$$

а затем рассчитать ПФ разомкнутой системы и компенсатора

$$G_{раз}(z) = \frac{G_{зам}(z)}{1 - G_{зам}(z)}, \quad G_k(z) = \frac{G_{раз}(z)}{G_o(z)} = \frac{1}{G_o(z)} \cdot \frac{G_{зам}(z)}{1 - G_{зам}(z)} \quad (4.9)$$

Выберем в качестве желаемой передаточной функции замкнутой системы, изображенной на рис. 4.1, биномиальную стандартную форму 1-го порядка

$$G_{зам}(s) = \frac{\omega_0}{s + \omega_0} = \frac{1}{\tau s + 1}$$

и с помощью Program CC найдем $G_{зам}(z)$, которая при этом будет иметь минимальный порядок и удовлетворять ограничению а). Затем по формуле (4.9) вычислим ДПФ компенсатора $G_k(z)$ при разных тактах квантования T и разных постоянных времени желаемой ПФ замкнутой системы τ .

Пример 2. Такт квантования $T = 1$ с. и постоянная времени $\tau = 1$ с.

Используя пакет прикладных программ Program CC, ввести $g1 = G_{зам}(s)$ и программой convert найти ДПФ замкнутой системы $g11 = G_{зам}(z)$:

$$\begin{aligned} &CC>g1=1/(s+1) \\ &CC>g11=convert(g1,8,1), g11 \\ &g11(z) = \frac{0.6321}{z - 0.3679} \end{aligned}$$

Используя формулу (4.2) для ДПФ объекта $G_o(z) = go1(z)$ и соотношения (4.9), найти ДПФ компенсатора $gk1 = G_k(z)$: $CC>gk1=gl1/go1/(1-gl1)$

Представить ДПФ $gk1(z)$ в виде дробно-рациональной функции:

$$CC>gk1=chsingle(gk1), gk1$$

$$gk1(z) = \frac{0.6321z^3 - 0.469z^2 + 0.05191z - 2.356e - 06}{1.318e - 15z^4 + 1.026z^3 - 0.3555z^2 - 0.6647z - 0.005367}$$

Избавиться от машинного нуля:

$$CC>gk1=eps(gk1), gk1$$

$$gk1(z) = \frac{0.6321z^3 - 0.469z^2 + 0.05191z - 2.356e - 06}{1.026z^3 - 0.3555z^2 - 0.6647z - 0.005367}$$

Приведем $gk1(z)$ к форме, удобной для вычисления нулей и полюсов:

$$CC>pzf(gk1)$$

$$gk1(z) = \frac{0.6163(z - 4.54e - 05)(z - 0.1353)(z - 0.6065)}{(z + 0.008111)(z + 0.6452)(z - 1)}$$

Сравним ДПФ компенсатора $gk1(z)$ с ДПФ объекта $go1(z)$ (формула (4.2)):

$$go1(z) = \frac{1.026(z + 0.008111)(z + 0.6452)}{(z - 4.54e - 05)(z - 0.1353)(z - 0.6065)}$$

Из сравнения очевидно, что когда компенсатор и объект объединены в замкнутую систему управления, то полюса и нули объекта сократятся с нулями и полюсами компенсатора, если модель $G_o(z)$ точно описывает объект. Однако модель никогда точно не описывает динамику объекта, поэтому соответствующие нули и полюса сокращаются не точно, а только приближенно. Следовательно, область применения компенсационных регуляторов ограничена объектами, которые достаточно задемпфированы, асимптотически устойчивы и не обладают неминимальнофазовыми свойствами (т.е. модули нулей меньше 1).

Используя программу chunitary, представить ДПФ $gk1(z)$ в форме, когда коэффициенты при старших членах полиномов в числителе и знаменателе равны единице:

$$CC>gk1=chunitary(gk1),gk1$$

$$gk1(z) = \frac{0.6163(z^3 - 0.7419z^2 + 0.08212z - 3.727e - 06)}{z^3 - 0.3467z^2 - 0.6481z - 0.005234} \quad (4.10)$$

Составить в пакете VisSim схему моделирования системы управления, представленной на рис. 4.1 с $G_k(z) = gk1(z)$ (4.10). и найти реакцию системы на единичное ступенчатое входное воздействие (рис.4.2).

На рис. 4.2 переходная функция замкнутой системы $Y(t)$ совпадает с желаемой $gl(t)$ только в точках квантования; при этом процесс устанавливается за 8 с., хотя имеются небольшие межтактовые колебания. Эти колебания вызваны тем, что в отличие от непрерывного компенсационного регулятора аналогичный дискретный регулятор обеспечивает значение управляющей переменной U в соответствии с заданной ПФ $G_{зам}(z)$ **только в тактовые моменты времени.**

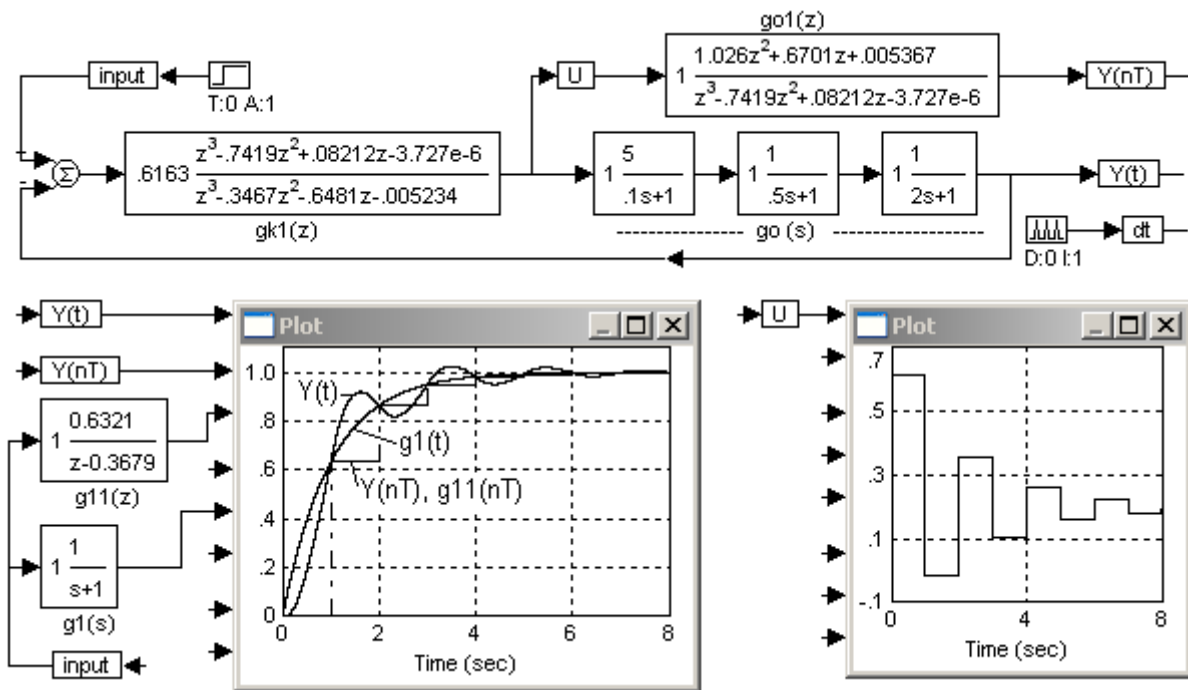


Рисунок 4.2

Пример 3. Такт квантования $T = 1$ с. и постоянная времени $\tau = 0.2$ с.

Ввести $g2 = G_{зам}(s)$, найти ДПФ замкнутой системы $g21 = G_{зам}(z)$ и ДПФ компенсатора $gk2 = G_k(z)$, используя формулу (4.2) для ДПФ объекта $go1(z) = G_o(z)$ и соотношения (4.9):

$$\begin{aligned}
 & \text{CC>} g2 = 1/(0.2*s+1) \\
 & \text{CC>} g21 = \text{convert}(g2, 8, 1), g21 \\
 & g21(z) = \frac{0.9933}{z - 0.006738} \\
 & \text{CC>} gk2 = g21/go1/(1-g21) \\
 & \text{CC>} gk2 = \text{chsingle}(gk2) \\
 & \text{CC>} gk2 = \text{eps}(gk2) \\
 & \text{CC>} gk2 = \text{chunitary}(gk2), gk2 \\
 & gk2(z) = \frac{0.9685(z^3 - 0.7419z^2 + 0.08212z - 3.727e-06)}{z^3 - 0.3467z^2 - 0.6481z - 0.005234} \quad (4.11)
 \end{aligned}$$

Составить в пакете VisSim схему моделирования системы управления, представленной на рис. 4.1 с $G_k(z) = gk2$ (4.11), и найти реакцию системы на единичное ступенчатое входное воздействие (рис.4.3).

На рис. 4.3 дискретная передаточная функция замкнутой системы $Y(nT)$ показывает, что процесс установился, а на самом деле имеют место межтактовые колебания $Y(t)$, причем большие, чем на рис. 4.2. Из этого можно сделать вывод, что постоянная времени желаемого переходного процесса τ должна быть больше, чем такт квантования.

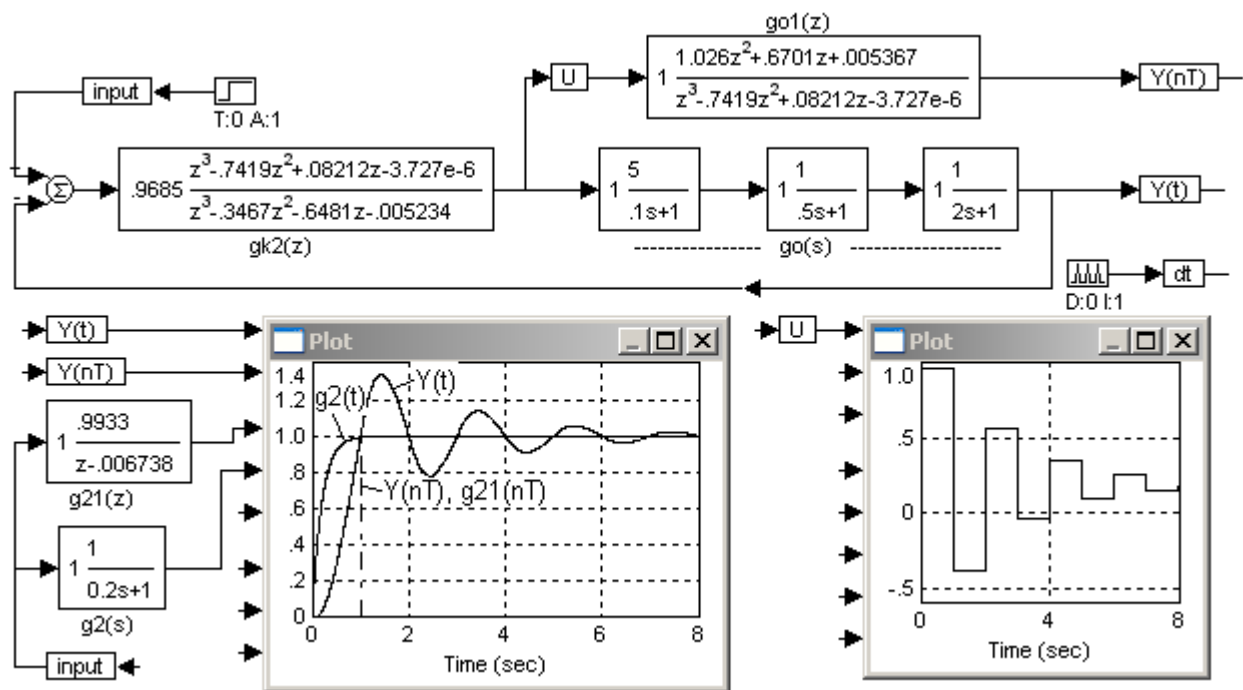


Рисунок 4.3

Для проверки этого вывода проведем третий эксперимент, увеличив постоянную времени τ .

Пример 4. Такт квантования $T = 1$ с. и постоянная времени $\tau = 2$ с.

Ввести $g3 = G_{зам}(s)$, найти ДПФ замкнутой системы $g31 = G_{зам}(z)$ и ДПФ компенсатора $gk3 = G_k(z)$, используя формулу (4.2) для ДПФ объекта $go1(z) = G_o(z)$ и соотношения (4.9):

$$\begin{aligned}
 & \text{CC>} g3 = 1/(2*s+1) \\
 & \text{CC>} g31 = \text{convert}(g3, 8, 1), g31 \\
 & g31(z) = \frac{0.3935}{z - 0.6065} \\
 & \text{CC>} gk3 = g31/go1/(1-g31) \\
 & \text{CC>} gk3 = \text{chsingl}(gk3) \\
 & \text{CC>} gk3 = \text{eps}(gk3) \\
 & \text{CC>} gk3 = \text{chunitary}(gk3), gk3 \\
 & gk3(z) = \frac{0.3837(z^3 - 0.7419z^2 + 0.08212z - 3.727e-06)}{z^3 - 0.3467z^2 - 0.6481z - 0.005234} \quad (4.12)
 \end{aligned}$$

Составить в пакете VisSim схему моделирования системы управления, представленной на рис. 4.1 с $G_k(z) = gk3$ (4.12), и найти реакцию системы на единичное ступенчатое входное воздействие (рис. 4.4).

Из сравнения рис. 4.2 – 4.4 следует, что если постоянная времени желаемого переходного процесса τ больше, чем такт квантования, то межтактовые колебания меньше.

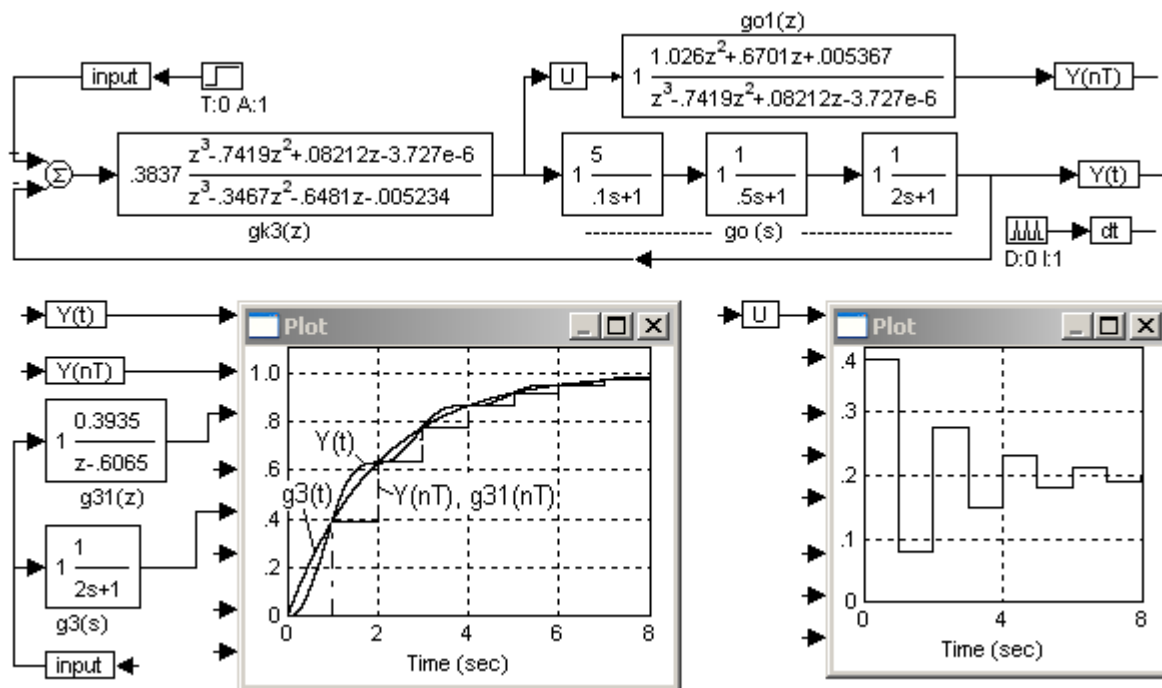


Рисунок 4.4

Вычислить ПФ ошибки:

СС> ge=1-g31, ge

$$ge(z) = \frac{z-1}{z-0.6065}$$

Найти ошибки: статическую, скоростную и по ускорению:

$$e_{cm} = \lim_{z \rightarrow 1} \frac{z-1}{z} \cdot ge(z) \cdot \frac{z}{z-1} = 0, \quad e_{ck} = \lim_{z \rightarrow 1} \frac{z-1}{z} \cdot ge(z) \cdot \frac{z}{(z-1)^2} = 2.5415, \quad e_{yck} = \infty.$$

Таким образом, система является астатической 1-го порядка ($\nu = 1$).

Проведем эксперименты для исследования влияния на переходной процесс величины такта квантования T при постоянной времени $\tau = 2$ с..

Пример 5. Такт квантования $T = 0.8$ с. и постоянная времени $\tau = 2$ с.

Ввести $g3 = G_{зам}(s)$, найти ДПФ замкнутой системы $g32 = G_{зам}(z)$ и ДПФ компенсатора $gk4 = G_k(z)$, используя формулу (4.6) для ДПФ объекта $go5(z) = G_o(z)$ и соотношения (4.9):

СС>g32=convert(g3,8,0.8), g32

$$g32(z) = \frac{0.3297}{z-0.6703}$$

СС>gk4=g32/go5/(1-g32)

СС>gk4=chsingle(gk4), gk4

СС>gk4=chunitary(gk4),gk4

$$gk4(z) = \frac{0.4601(z^3 - 0.8726z^2 + 0.1356z - 4.54e-05)}{z^3 - 0.1768z^2 - 0.811z - 0.01212} \quad (4.13)$$

Составить в пакете VisSim схему моделирования системы управления, представленной на рис. 4.1 с $G_k(z) = gk4$ (4.13), и найти реакцию системы на единичное ступенчатое входное воздействие (рис. 4.5).

При сравнении переходных процессов на рис. 4.4 и рис. 4.5 очевидно, что при $T=0.8$ с. межтактовые колебания уменьшаются медленнее, чем при $T=1$ с. Это происходит из-за большей близости нуля $go5$ (4.6) к окружности единичного радиуса на z -плоскости по сравнению с нулем $go1$ (4.2).

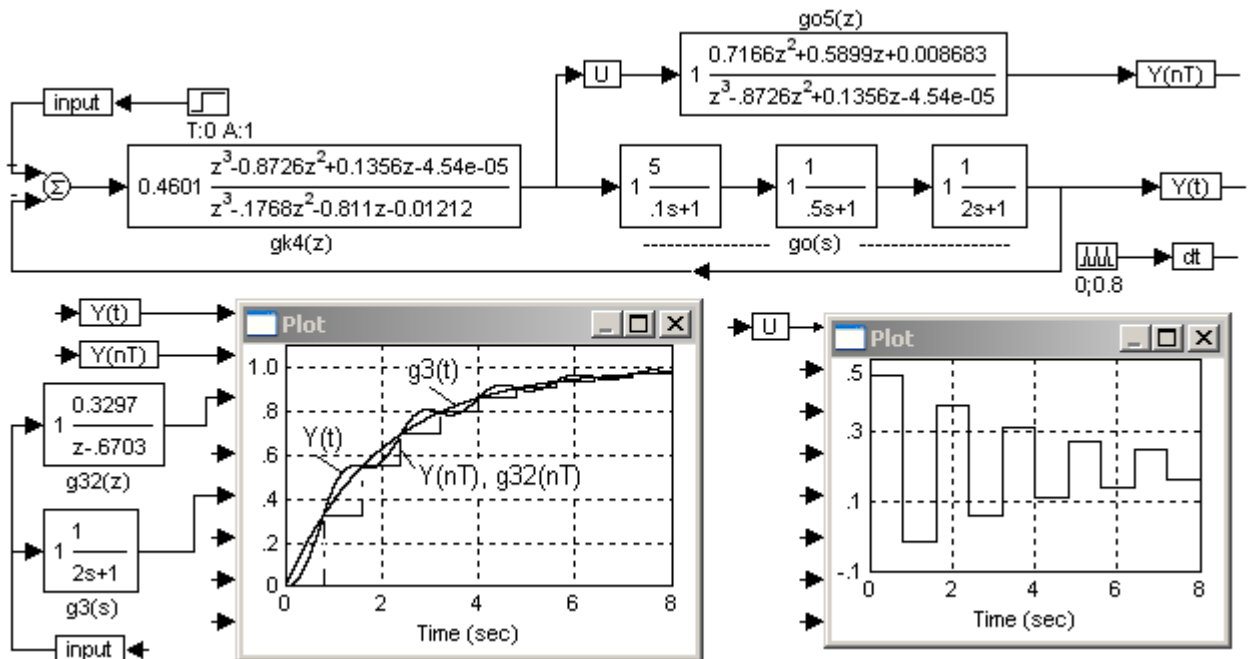


Рисунок 4.5

Пример 6. Такт квантования $T = 0.5$ с. и постоянная времени $\tau = 2$ с.

Преобразовать ПФ объекта $G_o(s)$ в дискретную форму с тактом квантования $T = 0.5$ с. (4.4):

```
CC>go3=convert(go,8,0.5)
CC>go3=chsingle(go3),go3
CC>go3=eps(go3), go3
```

$$go3(z) = \frac{0.3007z^2 + 0.378z + 0.01566}{z^3 - 1.153z^2 + 0.2942z - 0.00193}$$

Ввести $g3 = G_{зам}(s)$, найти ДПФ замкнутой системы $g33 = G_{зам}(z)$ и ДПФ компенсатора $gk5 = G_k(z)$, используя ДПФ объекта $go3(z) = G_o(z)$ и соотношения (4.9):

```
CC>g3=1/(2*s+1)
CC>g33=convert(g3,8,0.5), g33
```

$$g33(z) = \frac{0.2212}{z - 0.7788}$$

```
CC>gk5=g33/go3/(1-g33)
CC>gk5=chsingle(gk5), gk5
```

$$gk5(z) = \frac{0.7356(z^3 - 1.153z^2 + 0.2942z - 0.00193)}{z^3 + 0.2572z^2 - 1.205z - 0.05208} \quad (4.14)$$

Составить в пакете VisSim схему моделирования системы управления, представленной на рис. 4.1 с $G_k(z) = gk5$ (4.14), и найти реакцию системы на единичное ступенчатое входное воздействие (рис. 4.6).

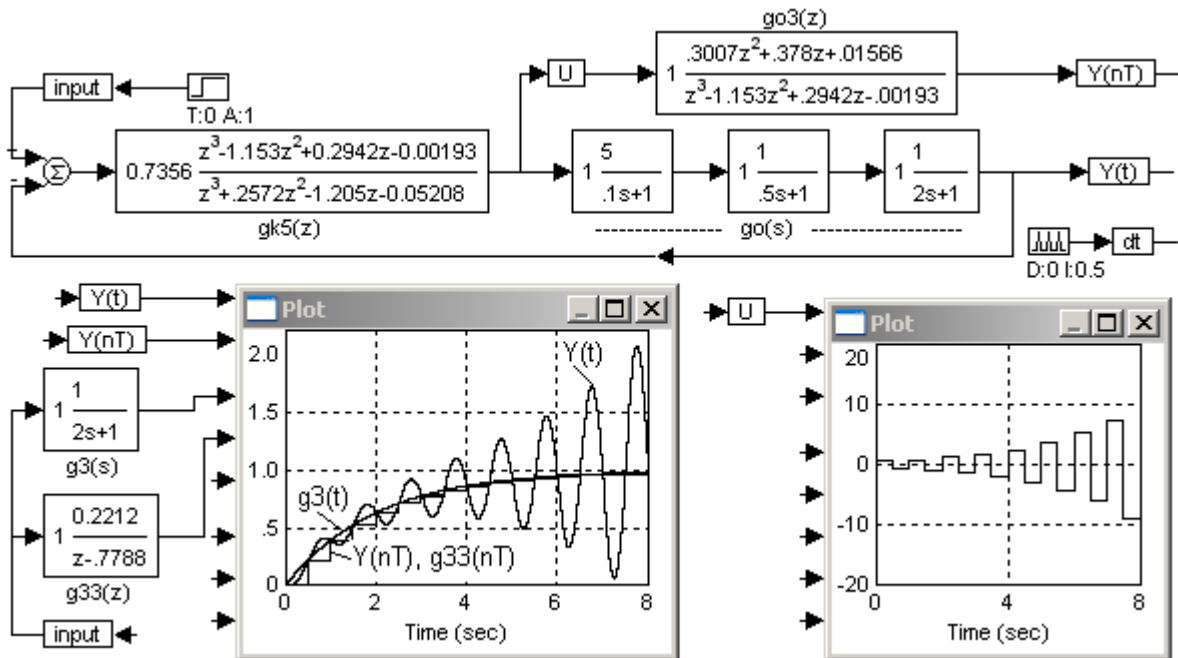


Рисунок 4.6

На рис. 4.6 ДПФ замкнутой системы $Y(nT)$ показывает, что процесс установился, а на самом деле имеет место неустойчивость переходного процесса $Y(t)$. Это объясняется тем, что в дискретной форме $G_o(z) = go3(z)$ (4.4) появился нуль, расположенный вне окружности единичного радиуса на z -плоскости и при нахождении передаточной функции $G_{зам}(z)$ он не сокращается. Это очевидно, если найти $G_{зам}(z)$ по передаточным функциям регулятора $gk5(z)$ (4.14) и объекта $go3(z)$ и использовать format long, который дает 16 значащих цифр:

```
CC>gzam=gk5*go3/(1+gk5*go3)
CC>format long
CC>pzfg(zam)
```

$$gzam(z) = \frac{0.2211992169285951(z + 0.042883664371405)(z + 1.2143328832547269)}{(z + 0.042883664371405)(z - 0.7788007830714049)(z + 1.2143328832547271)}$$

Как видно из выражения для $gzam(z)$ нуль $z_1 = -1.2143328832547269$ не совпадает с полюсом $p_1 = -1.2143328832547271$ в 15-м знаке после запятой, т.е. он не сокращается и вызывает неустойчивость переходного процесса. Таким образом, область применения компенсационных регуляторов ограничена

объектами, которые достаточно затемифированы, асимптотически устойчивы и не обладают неминимальнофазовыми свойствами.

Пример 7.

Рассмотрим случай, когда в качестве желаемой передаточной функции замкнутой системы выбрана биномиальная стандартная форма 2-го порядка

$$G_{зам}(s) = \frac{\omega_0^2}{(s + \omega_0)^2}$$

Время переходного процесса задано: $t_n = 8$ с.

По таблице 2.4 (лабораторная работа 2) находим безразмерное время переходного процесса для $n = 2$: $\tau_n = 4.743$ и затем находим $\omega_0 = \frac{\tau_n}{t_n} = \frac{4.743}{8} = 0.592875$. Принимаем ближайшее большее значение $\omega_0 = 0.6$,

тогда время переходного процесса уменьшится и станет равным $t_n \cong 7.9$ с.

Таким образом, $G_{зам}(s)$ принимает вид:

$$G_{зам}(s) = \frac{0.36}{s^2 + 1.2s + 0.36}$$

С помощью Program CC найдем ДПФ замкнутой системы $g11 = G_{зам}(z)$ при такте квантования $T = 1$ с.:

$$\begin{aligned} \text{CC}>g1 &= 0.36/(s+0.6)^2 \\ \text{CC}>g11 &= \text{convert}(g1, 8, 1), g11 \\ g11(z) &= \frac{0.1219(z + 0.67)}{(z - 0.5488)^2} \\ \text{CC}>g11 &= \text{chsingl}(g11), g11 \\ g11(z) &= \frac{0.1219z + 0.08167}{z^2 - 1.098z + 0.3012} \end{aligned}$$

Используя формулу (4.2) для ДПФ объекта $G_o(z) = g01(z)$ и соотношения (4.9), найти ДПФ компенсатора $gk1 = G_k(z)$:

$$\text{CC}>gk1 = g11/g01/(1-g11)$$

Представить ДПФ $gk1(z)$ в виде дробно-рациональной функции:

$$\begin{aligned} \text{CC}>gk1 &= \text{chsingl}(gk1), gk1 \\ gk1(z) &= \frac{0.1219z^4 - 0.00877z^3 - 0.05058z^2 + 0.006706z - 3.044e-07}{1.026z^4 - 0.5807z^3 - 0.5866z^2 + 0.1405z + 0.001178} \\ \text{CC}>gk1 &= \text{chunitary}(gk1), gk1 \\ gk1(z) &= \frac{0.1189(z^4 - 0.07195z^3 - 0.4149z^2 + 0.05501z - 2.497e-06)}{z^4 - 0.5662z^3 - 0.572z^2 + 0.137z + 0.001149} \end{aligned} \quad (4.15)$$

Составить в пакете VisSim схему моделирования системы управления, представленной на рис. 4.1, с $G_k(z) = gk1(z)$ (4.15). и найти реакцию системы на единичное ступенчатое входное воздействие (рис.4.7).

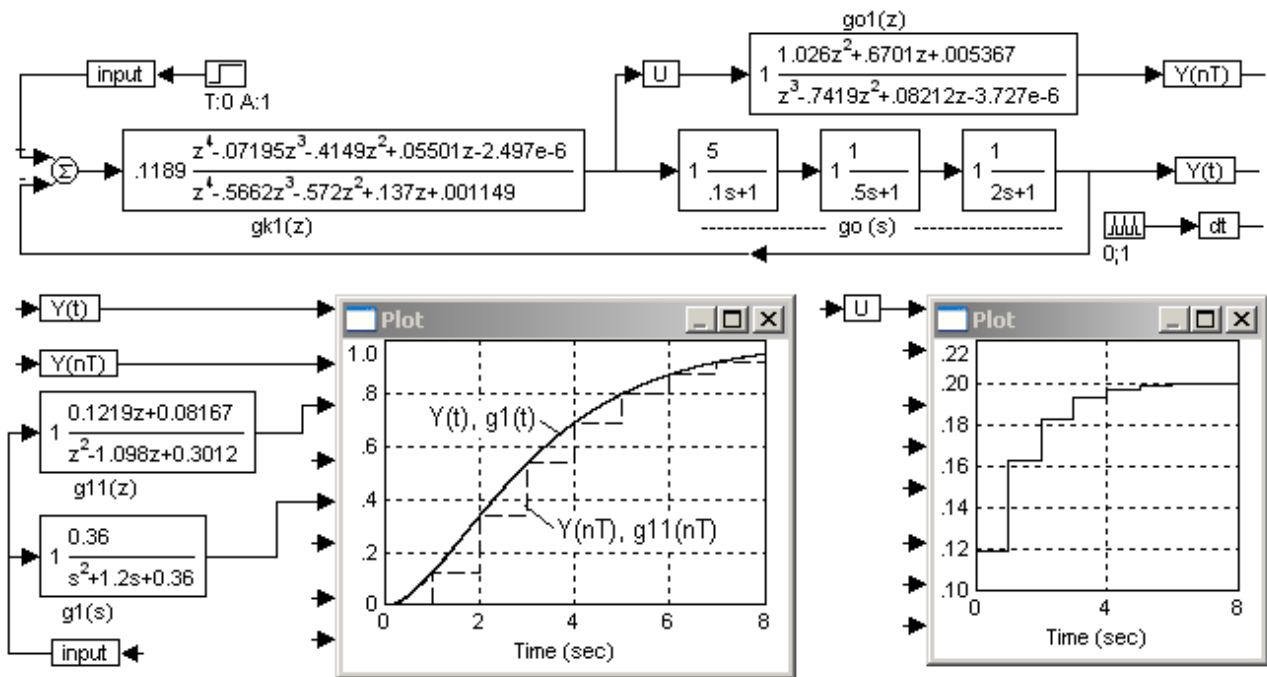


Рисунок 4.7

На рис. 4.7 переходная функция замкнутой системы $Y(t)$ практически совпадает с желаемой $g1(t)$ (не только в точках квантования); при этом процесс устанавливается за 8 с., межтактовых колебаний нет.

Содержание отчета

В отчете должна быть указана цель лабораторной работы и представлены схемы моделирования системы управления:

1. При такте квантования $T = 1$ с. и постоянных времени τ биномиальной стандартной формы 1-го порядка равных 1 с., 0.2 с. (рис. 4.2, 4.3).
2. При такте квантования $T = 0.5$ с. и постоянной $\tau = 2$ с. (рис. 4.6).
3. При такте квантования $T = 1$ с. и желаемой ПФ замкнутой системы в виде биномиальной стандартной формы 2-го порядка (рис. 4.7).
4. Выводы.

Контрольные вопросы к лабораторным работам 3 и 4

1. Как вычисляется передаточная функция компенсационного регулятора?
2. Как используются стандартные формы для синтеза астатической системы управления?
3. Как уменьшить нежелательный бросок в выходном сигнале?
4. Объяснить особенности проектирования компенсационных регуляторов для дискретных систем.
5. Влияние выбора такта квантования и постоянной времени желаемой ПФ замкнутой системы.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 5

РЕГУЛЯТОРЫ ДЛЯ СИСТЕМ С КОНЕЧНЫМ ВРЕМЕНЕМ УСТАНОВЛЕНИЯ (АПЕРИОДИЧЕСКИЕ РЕГУЛЯТОРЫ)

Регулятор назван «апериодическим» американским ученым Джури по характеру протекания процессов, возникающих при задании конечного времени установления управляющей и регулируемой переменных.

При ступенчатом изменении задающей переменной входной и выходной сигналы объекта должны при этом принимать новое установившееся значение после определенного конечного интервала времени. Методы проектирования апериодических регуляторов требуют при синтезе небольшого объема вычислений [1].

Целью лабораторной работы является ознакомление с методами проектирования апериодических регуляторов и исследование переходных процессов в системе с апериодическим регулятором средствами пакетов Program CC и VisSim [4].

5.1. Обычный апериодический регулятор

Структурная схема системы управления с обратной связью представлена на рис. 5.1, где $G_0(z)$ – дискретная передаточная функция (ДПФ) непрерывного объекта, $G_R(z)$ – ДПФ регулятора.

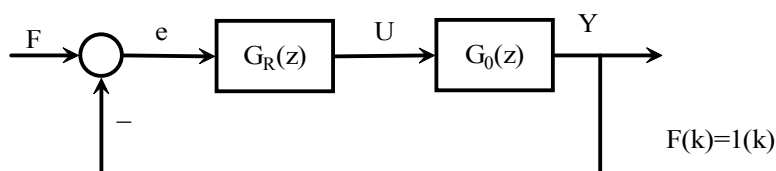


Рисунок 5.1

Требование для минимального конечного времени установления записывается следующим образом: $Y(k) = F(k) = 1, k \geq n, U(k) = U(n), k \geq n$, т.е. *установление происходит за n тактов*, где $k = 0, 1, 2, \dots$, а n – порядок дискретной передаточной функции объекта $G_0(z)$ с учетом фиксатора.

Пусть ДПФ объекта $G_0(z)$ и передаточная функция регулятора $G_R(z)$ представлены в виде:

$$G_0(z) = \frac{b_1 \cdot z^{-1} + \dots + b_n \cdot z^{-n}}{1 + a_1 \cdot z^{-1} + \dots + a_n \cdot z^{-n}} = \frac{Y(z)}{U(z)}, \quad (5.1)$$

$$G_R(z) = \frac{q_0 + q_1 \cdot z^{-1} + \dots + q_n \cdot z^{-n}}{1 - p_1 \cdot z^{-1} - \dots - p_n \cdot z^{-n}}. \quad (5.2)$$

Тогда параметры регулятора p_i и q_i можно вычислить по параметрам объекта по следующим формулам [1]:

$$\begin{aligned}
q_1 &= a_1 \cdot q_0, & p_1 &= b_1 \cdot q_0, \\
q_2 &= a_2 \cdot q_0, & p_2 &= b_2 \cdot q_0, & \text{где } q_0 &= \frac{1}{b_1 + b_2 + \dots + b_n} = U(0) \\
&\dots & & \dots \\
q_n &= a_n \cdot q_0, & p_n &= b_n \cdot q_0,
\end{aligned} \tag{5.3}$$

Из (5.3) следует, что начальное значение управляющей переменной $U(0)$ зависит лишь от суммы коэффициентов b_i ($i = \overline{1, n}$) объекта. Поскольку значение этой суммы убывает с уменьшением такта квантования, начальное значение управляющей переменной будет тем больше, чем меньше такт квантования.

Такой аperiодический регулятор можно считать компенсационным регулятором, однако передаточная функция замкнутой системы в данном случае определяется в процессе проектирования, а не задается заранее. Ее характеристическое уравнение: $z^n = 0$, следовательно, контур управления с аperiодическим регулятором имеет n полюсов в начале координат плоскости z . При нулевых корнях переходной процесс заканчивается за n тактов.

5.2. Построение обычного аperiодического регулятора

Пример 1.

1. Для непрерывного объекта с передаточной функцией $g1(s) = \frac{1}{s^2}$ получить дискретную передаточную функцию (ДПФ) с учетом фиксатора на входе при периоде квантования $T = 1$ с. Для этого использовать пакет Program CC в такой последовательности:

а) Ввести $g1(s) = 1/s^2$: CC>g1=1/s^2;

б) Для получения дискретной ПФ $g11(z)$ воспользоваться программой convert с учетом фиксатора (опция 8) и периода квантования $T = 1$ с.:
CC>g11=convert(g1,8,1);

в) Использовать программу single для представления ДПФ объекта $g11$ в виде дробно-рациональной функции:

$$\text{CC>single(g11)} \qquad g11(z) = \frac{0.5z + 0.5}{z^2 - 2z + 1}$$

Таким образом ДПФ объекта $g11(z)$ можно представить в виде:

$$g11(z) = \frac{0.5 \cdot z + 0.5}{z^2 - 2 \cdot z + 1} = \frac{0.5 \cdot z^{-1} + 0.5 \cdot z^{-2}}{1 - 2 \cdot z^{-1} + z^{-2}}$$

Сравнивая это выражение с (5.1), получаем $b_1 = 0.5, b_2 = 0.5, a_1 = -2, a_2 = 1$.

2. Вычислить коэффициенты передаточной функции регулятора по формулам (5.3):

$$q_0 = \frac{1}{b_1 + b_2 + \dots + b_n} = \frac{1}{0.5 + 0.5} = 1 = U(0), \quad \begin{aligned} q_1 &= a_1 q_0 = -2 & p_1 &= b_1 q_0 = 0.5 \\ q_2 &= a_2 q_0 = 1 & p_2 &= b_2 q_0 = 0.5 \end{aligned}$$

3. Записать передаточную функцию (ПФ) аperiodического регулятора (5.2):

$$G_R(z) = \frac{1 - 2 \cdot z^{-1} + z^{-2}}{1 - 0.5 \cdot z^{-1} - 0.5 \cdot z^{-2}} = \frac{z^2 - 2 \cdot z + 1}{z^2 - 0.5 \cdot z - 0.5}$$

4. В пакете VisSim построить схему исследуемой системы с аperiodическим регулятором и получить переходные процессы в системе (рис.5.2).

В схеме на рисунке 5.2 используются новые блоки: expression (выражение) – для вычисления параметров регулятора по формулам (5.3) и Compound block DIGITAL CONTROLLER – для моделирования аperiodического регулятора.

Применение блока expression позволяет уменьшить количество блоков в схеме. В блоке expression формальные переменные \$1 и \$2 обозначают переменные, подаваемые на входы №1 и №2 блока для записи операций над ними (умножения, сложения, деления и т.д.).

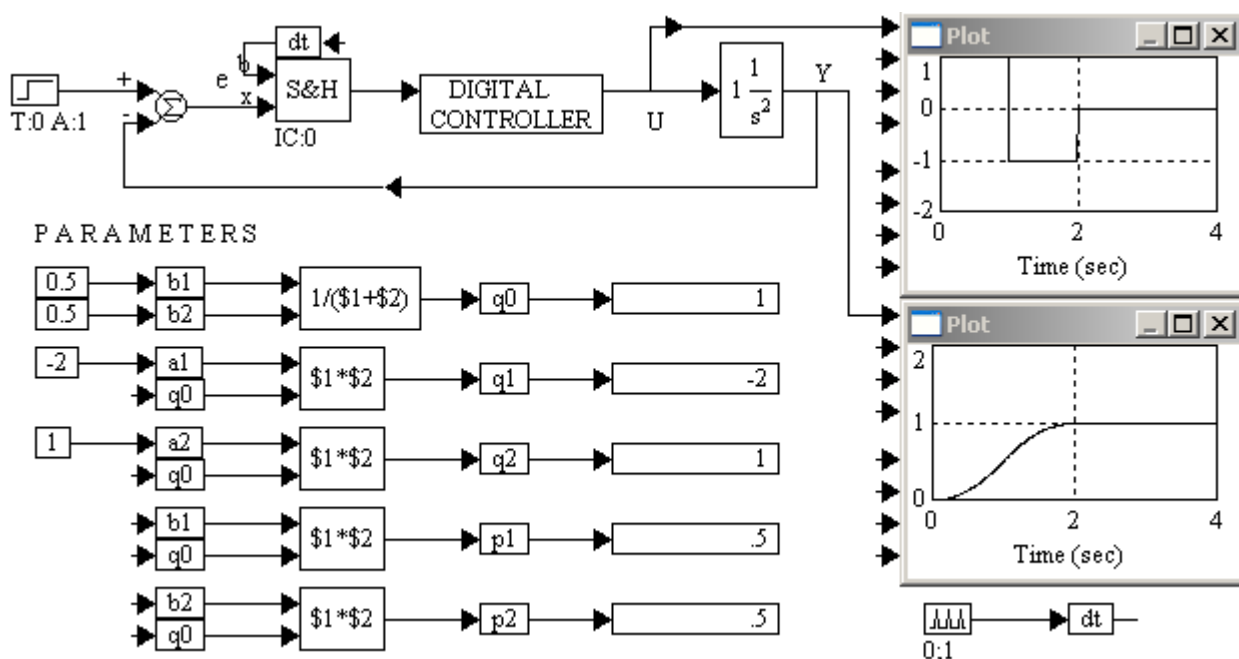


Рисунок 5.2

На рис. 5.3 представлена схема блока DIGITAL CONTROLLER.

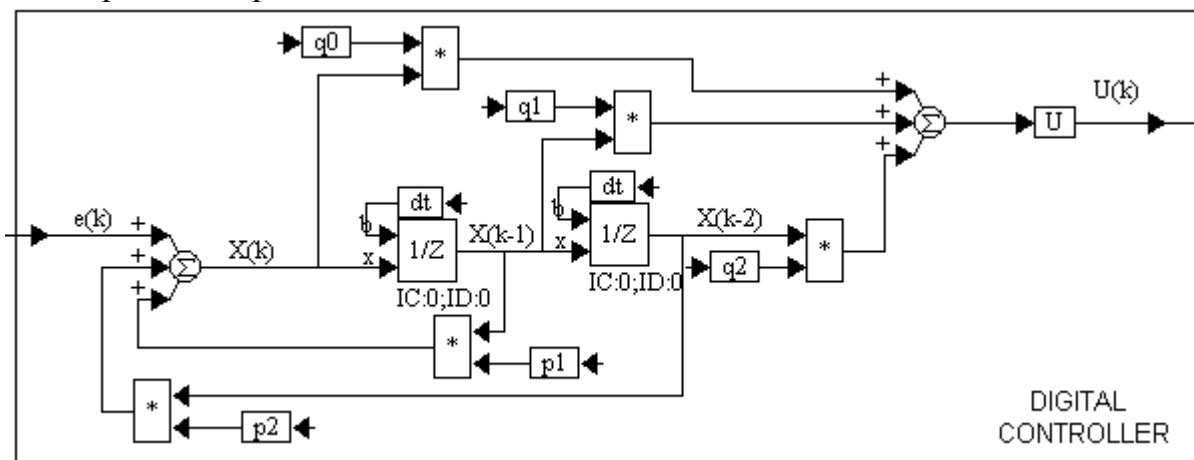


Рисунок 5.3.

Построение схемы, изображенной на рисунке 5.2, надо начинать с создания Compound block-а. Для этого собрать схему, изображенную на рисунке 5.3 (внутри рамки), выделить ее, войти в главное меню Edit, в подменю выбрать команду Create Compound Block, в открывшемся окне Compound Properties ввести имя – DIGITAL CONTROLLER и нажать ОК – блок будет создан. После этого приступить к построению схемы, изображенной на рисунке 5.2, используя блоки expression (Blocks → expression), и запустить процесс моделирования, установив временной интервал 4 с. и метод интегрирования Рунге-Кутты 4-го порядка с шагом интегрирования 0.001 с. (RK4, 0.001).

Из полученных результатов видно, что при использовании аperiodического регулятора система достигает свое установившееся значение $Y=1$ за два такта квантования, т.е. за 2 с. при значении первого задающего броска входного сигнала $U(0)=1$.

Пример 2

1. Для непрерывного объекта с передаточной функцией $g_2(s) = \frac{5}{0.1 \cdot s^2 + 0.02 \cdot s + 1}$ получить ДПФ с учетом фиксатора на входе при периоде квантования $T = 0.1$ с. Для этого использовать программы enter (1,0,5,1,2,0.1,0.02,1) и convert (g2,8,0.1) пакета Program CC

$$g_{21}(z) = \frac{0.2462818 \cdot z + 0.2446399}{z^2 - 1.882014 \cdot z + 0.9801987} = \frac{0.2462818 \cdot z^{-1} + 0.2446399 \cdot z^{-2}}{1 - 1.882014 \cdot z^{-1} + 0.9801987 \cdot z^{-2}}.$$

Сравнивая это выражение с (5.1), получить коэффициенты: $b_1 = 0.2462818, b_2 = 0.2446399, a_1 = -1.882014, a_2 = 0.9801987$.

2. По найденным коэффициентам в пакете VisSim рассчитать параметры регулятора, построить схему исследуемой системы с аperiodическим регулятором и получить переходные процессы в ней (рис. 5.4).

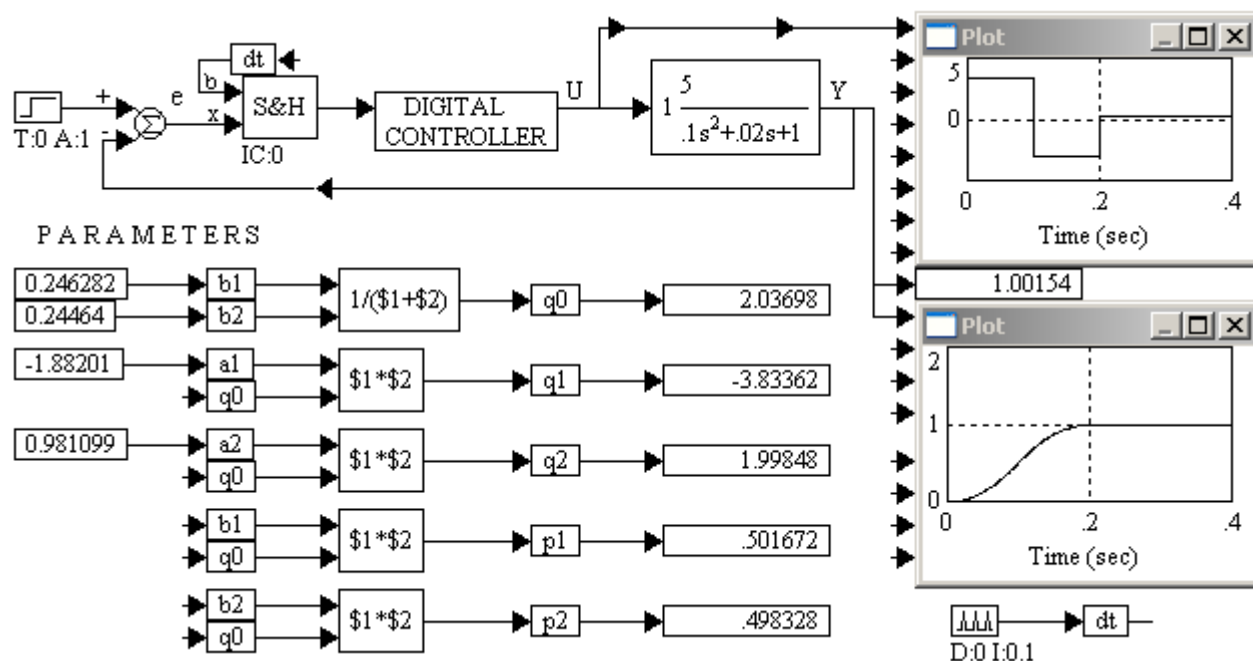


Рисунок 5.4

Из полученных результатов видно, что при использовании аperiодического регулятора выходной сигнал достигает установившегося значения за два такта квантования 0.2 с. при начальном значении входного сигнала $U(0) = 2.04$.

Пример 3

Для непрерывного объекта с передаточной функцией $g2(s) = \frac{5}{0.1 \cdot s^2 + 0.02 \cdot s + 1}$ получить ДПФ с учетом фиксатора на входе при периоде квантования $T=0.01$ с. Для этого использовать программу convert пакета Program CC:

$$CC>g22=convert(g2,8,0.01) \quad g22(z) = \frac{2.498126E-03z + 2.496461E-0.3}{z^2 - 1.997003z + 0.998002}$$

Рассчитать коэффициенты b_1, b_2, a_1, a_2 , в пакете VisSim построить схему исследуемой системы с аperiодическим регулятором и получить переходные процессы в ней (рис. 5.5).

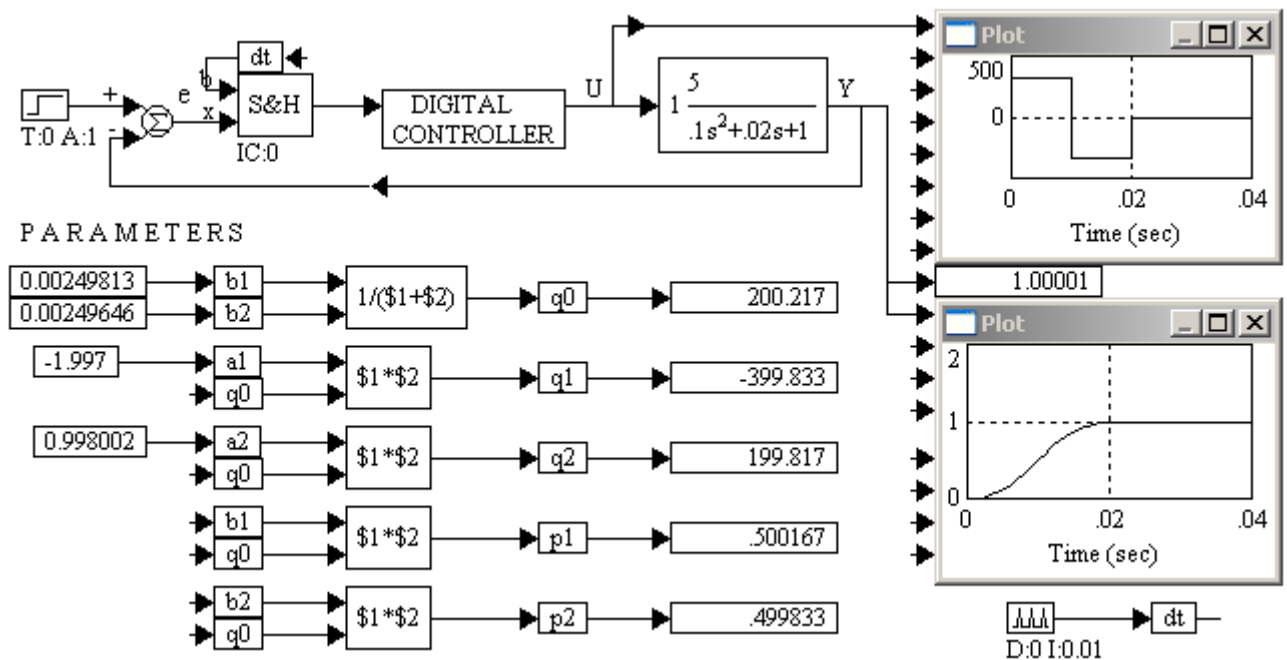


Рисунок 5.5

Из графиков переходного процесса видно, что выходной сигнал достигает установившегося значения за два такта $t = 0.02$ с., однако начальное значение входного сигнала значительно увеличилось: $U(0) = 200$.

Таким образом получаем, что при уменьшении времени квантования резко возрастает значение задающего сигнала, что в большинстве случаев не допустимо для системы, поэтому необходимо выбирать компромиссное значение для периода квантования.

5.3. Аperiodический регулятор повышенного порядка

Если увеличить конечное время установления на один такт с n до $n+1$, то можно заранее определить начальное значение управляющей переменной $U(0)$. Поскольку этот сигнал обычно имеет максимальную величину, его можно ограничить, задав допустимое значение $U(0)$ при синтезе регулятора.

Если ДПФ объекта $G_0(z)$ имеет вид (5.1), то передаточная функция регулятора в этом случае представляется в виде

$$G_R(z) = \frac{q_0 + q_1 \cdot z^{-1} + \dots + q_n \cdot z^{-n} + q_{n+1} \cdot z^{-(n+1)}}{1 - p_1 \cdot z^{-1} - \dots - p_n \cdot z^{-n} - p_{n+1} \cdot z^{-(n+1)}}, \quad (5.4)$$

где параметры регулятора p_i и q_i можно вычислить по параметрам объекта по следующим формулам [1]:

$$\begin{aligned} q_0 &= U(0) - \text{задано.} \quad \text{Введено обозначение } Sb = b_1 + b_2 + \dots b_n, \text{ тогда} \\ q_1 &= q_0 \cdot (a_1 - 1) + 1/Sb, & p_1 &= q_0 \cdot b_1, \\ q_2 &= q_0 \cdot (a_2 - a_1) + a_1/Sb, & p_2 &= q_0 \cdot (b_2 - b_1) + b_1/Sb, \\ &\dots & &\dots \\ q_n &= q_0 \cdot (a_n - a_{n-1}) + a_{n-1}/Sb, & p_n &= q_0 \cdot (b_n - b_{n-1}) + b_{n-1}/Sb, \\ q_{n+1} &= a_n \cdot (-q_0 + 1/Sb), & p_{n+1} &= -b_n \cdot (q_0 - 1/Sb). \end{aligned} \quad (5.5)$$

В отличие от регулятора, описываемого выражением (5.2), в регуляторе повышенного порядка начальное значение управляющей переменной $U(0)$ задано. Значение $U(0)$ не следует задавать слишком малым, так как при этом второе значение управляющей переменной $U(1)$ будет больше $U(0)$, что нежелательно.

Для выполнения условия $U(1) \leq U(0)$ необходимо, чтобы удовлетворялось соотношение [1]:

$$U(0) = q_0 \geq 1/((1 - a_1) \cdot Sb), \quad (5.6)$$

однако это не гарантирует, что для $k \geq 2$ будет выполняться $|U(k)| < |U(0)|$. Поскольку расчет параметров регулятора довольно прост, значение $U(0)$ обычно изменяют до тех пор, пока не будет получена желаемая последовательность управляющих сигналов.

5.4. Построение аperiodического регулятора повышенного порядка

Пример 4.

1. Для объекта с неминимальнофазовой характеристикой, описываемого непрерывной передаточной функцией $g3(s) = \frac{-4s + 1}{(4s + 1) \cdot (10s + 1)}$ получить ДПФ при периоде квантования $T=4$ с. Для этого использовать программы `enter (1,1,4,1,1,2,40,14,1)` и `convert (g3,8,4)` пакета Program CC:

$$g31(z) = \frac{-0.07357419 \cdot z + 0.2819717}{z^2 - 1.038199 \cdot z + 0.246597} = \frac{-0.07357419 \cdot z^{-1} + 0.2819717 \cdot z^{-2}}{1 - 1.038199 \cdot z^{-1} + 0.246597 \cdot z^{-2}}.$$

Сравнивая это выражение с (5.1), получить коэффициенты:
 $b_1 = -0.07357419$, $b_2 = 0.2819717$, $a_1 = -1.038199$, $a_2 = 0.246597$.

2. По найденным коэффициентам в пакете VisSim рассчитать параметры регулятора, построить схему исследуемой системы с аperiodическим регулятором повышенного порядка и получить переходные процессы в ней (рис. 5.6). На рис. 5.7 представлена схема блока DIGITAL CONTROLLER – регулятора повышенного порядка.

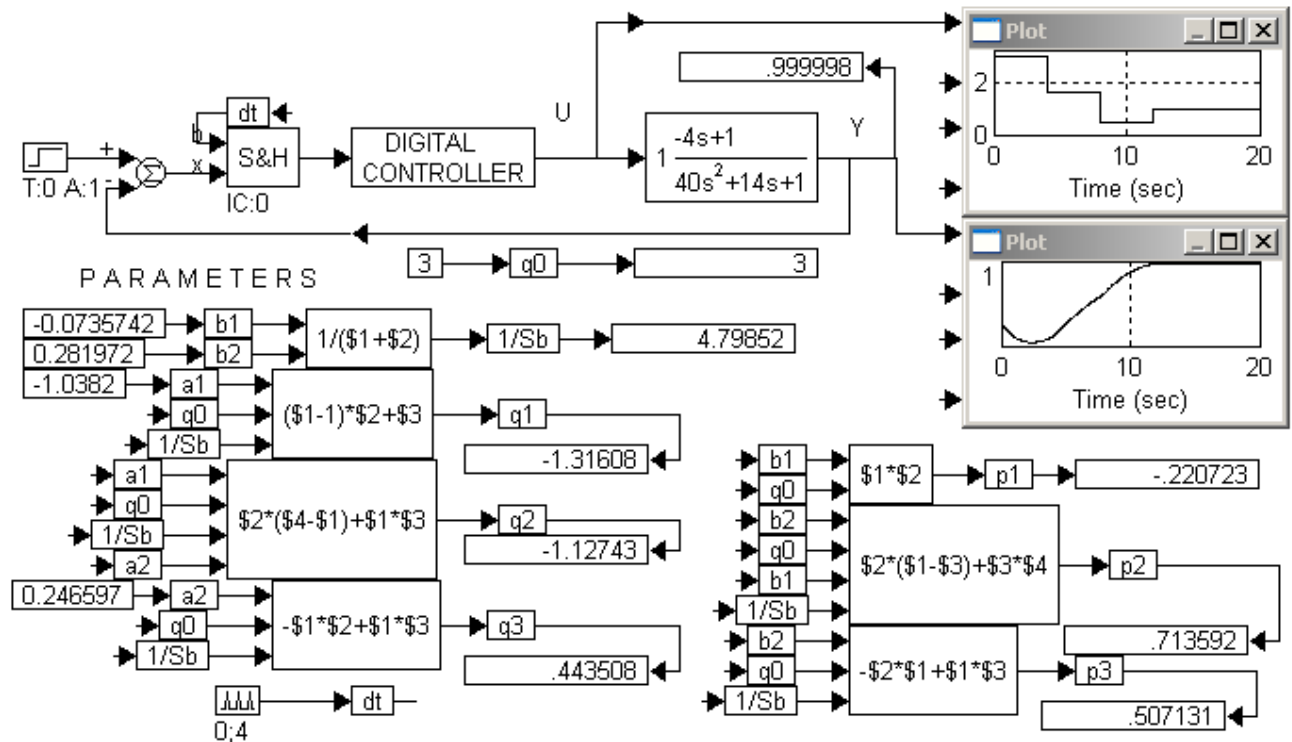


Рисунок 5.6

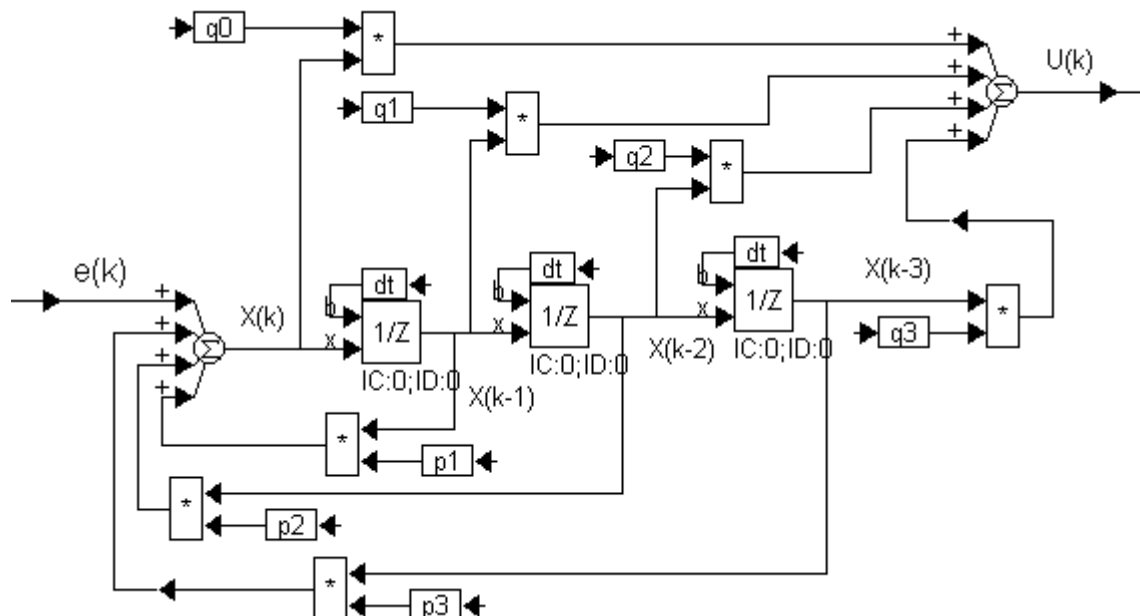


Рисунок 5.7

Если начальное значение управляющей переменной рассчитать по соотношению (5.6), то получается $U(0) \geq 0.425$. Задать сначала $U(0) = 3$, а затем $U(0) = 2$ и сравнить переходной процесс и значение управляющей переменной на конечном времени установления, который длится три такта (12 с.).

Пример 5.

Для сравнения регулятора повышенного порядка с обычным собрать схему исследуемой системы с обычным аperiodическим регулятором (рис. 5.8). Начальное значение управляющей переменной рассчитано по параметрам объекта по формулам 5.3: $U(0) = 4.8$, а переходной процесс длится два такта (8 с.). Очевидно, что начальное значение управляющей переменной для аperiodического регулятора повышенного порядка меньше по сравнению с обычным регулятором.

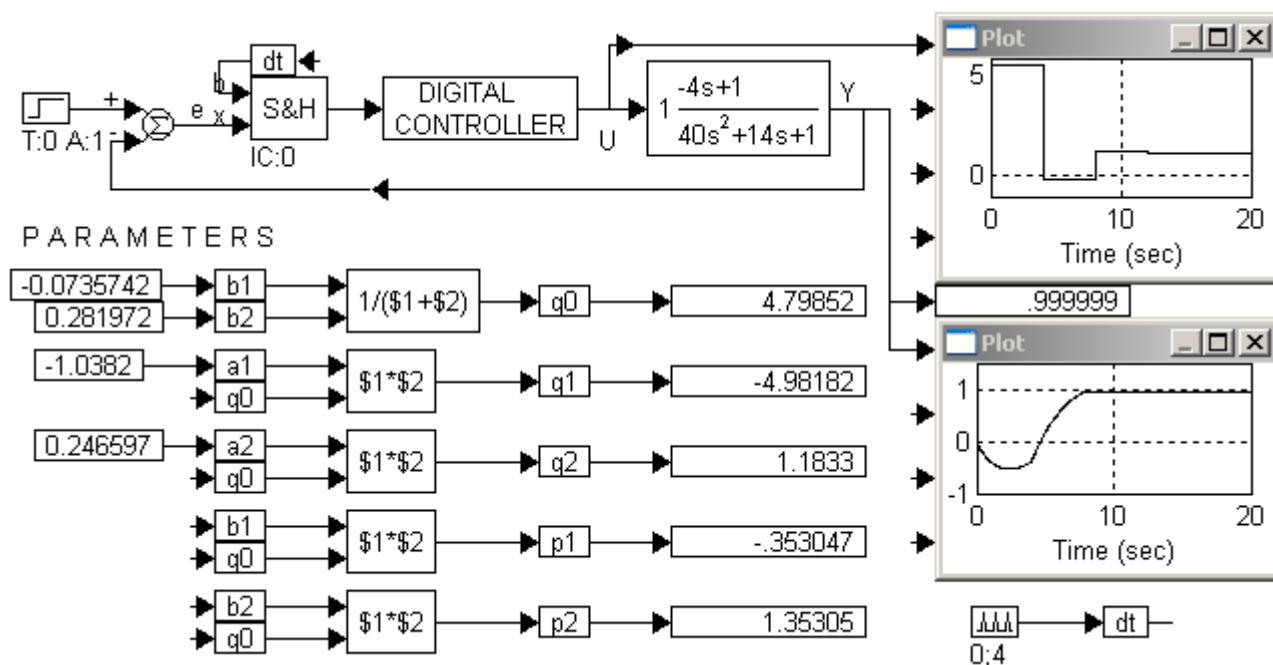


Рисунок 5.8

Контрольные вопросы

1. Записать требования для минимального конечного времени установления для обычного аperiodического регулятора.
2. Как зависит начальное значение управляющей переменной $U(0)$ от параметров системы и такта квантования?
3. Какие требования для минимального конечного времени установления для аperiodического регулятора повышенного порядка?
4. Как задается начальное значение управляющей переменной $U(0)$ для аperiodического регулятора повышенного порядка?

5. Сколько полюсов в начале координат плоскости z имеет контур управления с аperiodическим регулятором?

Индивидуальное задание по лабораторной работе 5

Для непрерывного объекта с передаточной функцией $g_i(s)$ получить ДПФ с учетом фиксатора на входе, вычислить коэффициенты ПФ регулятора, в пакете VisSim построить схему исследуемой системы с аperiodическим регулятором и получить переходные процессы в системе для двух значений периода квантования T . Построить аperiodический порядок повышенного порядка и сравнить его с обычным аperiodическим регулятором.

Все исходные данные взять из таблицы 5.1 для варианта, заданного преподавателем.

$$g1(s) = \frac{K}{s^2 + T_1 \cdot s + T_2}, \quad g2(s) = \frac{K}{s^3 + T_1 \cdot s^2 + T_2 \cdot s + T_3},$$

Таблица 5.1

№ варианта	ПФ объекта	Коэффициенты				Период квантования T , с.	
		K	T_1 , с.	T_2 , с.	T_3 , с.		
1	G1	100	0	100		0.05	0.1
2	G2	5	6	5	0	1	0.2
3	G1	2	0.2	1		0.1	1
4	G2	5	2	2	1	0.2	1
5	G1	5	3	0		0.5	0.05
6	G2	2	6	8	0	0.4	1
7	G1	1	- 0.5	1		1	0.4
8	G2	1	7	12	0	0.4	0.08
9	G1	1	0	1		1	0.1
10	G2	3	6	11	6	0.2	1
11	G1	25	25	0		0.5	0.1
12	G2	4	7	14	8	0.5	0.05
13	G1	10	0.8	8		0.1	0.05
14	G2	2.5	8	19	12	0.1	1
15	G1	10	5	0		1	0.2
16	G2	5	8	17	10	1	0.1
17	G1	2	3	2		0.1	0.01
18	G2	4	9	23	15	0.5	0.05
19	G1	2	4	3		0.2	0.02
20	G2	2	5	4	8	1	0.2

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 6

СИНТЕЗ НЕПРЕРЫВНОГО МОДАЛЬНОГО РЕГУЛЯТОРА С НАБЛЮДАТЕЛЕМ СОСТОЯНИЯ

В лабораторной работе рассматривается метод синтеза, основанный на применении современной теории управления и известный как метод размещения, или назначения, полюсов. При проектировании регулятора с управлением по состоянию структура и параметры регулятора состояния определяются из заданных полюсов замкнутой системы. Если некоторые переменные не измеряются, их восстанавливают при помощи наблюдателя состояния [2, 3].

Целью лабораторной работы является ознакомление с методами синтеза непрерывных модальных регуляторов с наблюдателем состояния средствами пакетов Program CC и VisSim [4].

6.1. Синтез непрерывного регулятора путем размещения полюсов

Синтез путем размещения полюсов передаточной функции основан на использовании уравнений состояния объекта с одним входом и одним выходом [2, 3]:

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t) + Du(t) \\ P &= [A \quad B \quad C \quad D]\end{aligned}\tag{6.1}$$

где $x(t)$ – вектор состояния системы размерности $(n \times 1)$, $u(t)$ и $y(t)$ – скаляры, $A(n \times n)$ – матрица системы, $B(n \times 1)$ – матрица входа, $C(1 \times n)$ – матрица выхода, $D(1 \times 1)$ – матрица связи. Указанный набор матриц объединяется в одну систему, которой присваивается общее имя P . Этот набор в дальнейшем будет называться векторно-матричной моделью (ВММ) исследуемого объекта

Задача построения модального регулятора решается в предположении, что весь вектор состояния известен. Тогда динамика управляемого объекта может быть изменена с помощью обратной связи по вектору состояния, т.е. закон управления определяется как

$$u(t) = -F x(t),\tag{6.2}$$

где $F(1 \times n)$ – матрица-строка постоянных коэффициентов. Поскольку коэффициенты f_i матрицы F непосредственно влияют на собственные значения s_i , которые отражают моды (составляющие переходного процесса), то такое управление называется *модальным*, а система такого типа (при входном сигнале, равном нулю) обычно называется *регулятором состояния* [1, 2].

Полюса замкнутой системы определяются при помощи решения характеристического уравнения

$$\det[A - BF - sI] = 0,\tag{6.3}$$

где $I(n \times n)$ – единичная матрица.

Задача синтеза заключается в определении желаемого положения корней характеристического уравнения замкнутой системы и нахождения матрицы F , обеспечивающей заданное размещение корней.

Пример 1.

Изучить методику получения заданного распределения полюсов для объекта с одним входом и одним выходом.

В качестве объекта рассмотрим устройство управления положением вращающейся антенны с помощью электродвигателя (рис. 6.1).

Управляемой переменной является угол поворота антенны $x_1(t) = \theta(t)$, входным сигналом на объект является входное напряжение $u(t)$.

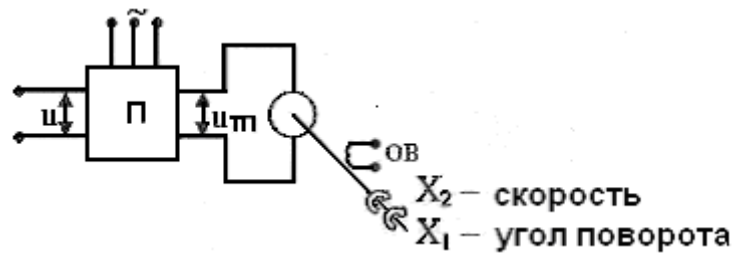


Рисунок 6.1

Движение антенны описывается уравнением

$$J\ddot{\theta}(t) + b\dot{\theta}(t) = ku(t),$$

где J – момент инерции всех вращающихся элементов, включая антенну; b и k – коэффициенты пропорциональности; $ku(t)$ – момент, развиваемый двигателем.

Параметры системы имеют следующие значения:

$$J = 10 \text{ кг}\cdot\text{м}^2, \quad a = b/J = 4.6 \text{ с}^{-1}, \quad c = k/J = 0.787 \text{ рад}/(\text{В}\cdot\text{с}^2)$$

Определяя переменные состояния $x_1(t) = \theta(t)$ и $x_2(t) = \dot{\theta}(t)$, представим векторно-матричную модель (ВММ) системы в виде (6.1):

$$P1: \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -4.6 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0.787 \end{bmatrix} \cdot u$$

$$y = [1 \quad 0] \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = x_1 \quad (6.4)$$

где $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -4.6 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.787 \end{bmatrix}, \quad C = [1 \quad 0], \quad D=0$

Характеристическое уравнение разомкнутой системы (6.4):

$$\det(A - sI) = \det \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -4.6 \end{bmatrix} - s \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -s & 1 \\ 0 & -4.6 - s \end{bmatrix} = s(s + 4.6) = 0.$$

Собственные числа $s_1 = 0, \quad s_2 = -4.6$.

Очевидно, что один полюс равен нулю, второй – вещественный, отрицательный, т.е. разомкнутая система находится на границе устойчивости. В виду этого для улучшения динамических свойств объекта необходимо переместить полюса в левую полуплоскость.

Для возможности синтеза на основе размещения полюсов необходимо проверить управляемость системы (6.4). Матрица управляемости $Q_u = [B \ AB]$ должна иметь ранг, равный размерности системы: $n = 2$. Это легко проверить аналитически:

$$AB = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -4.6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0.787 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.787 \\ -3.6202 \end{bmatrix}; \quad Q_u = [B \ AB] = \begin{bmatrix} 0 & 0.787 \\ 0.787 & -3.6202 \end{bmatrix}.$$

Определитель матрицы управляемости Q_u отличен от нуля, следовательно, ранг равен 2 и система управляема.

Полюса замкнутой системы определяются из характеристического уравнения (6.3), где неизвестную матрицу F можно выбрать, например, из условия, чтобы переходной процесс имел апериодический характер и заканчивался за время $t_n = 0.2$ с. Пусть передаточная функция замкнутой

системы имеет стандартную биномиальную форму: $g_2(s) = \frac{\omega_0^2}{(s + \omega_0)^2}$, где

$\omega_0 = \frac{\tau_n}{t_n}$, τ_n – безразмерное время переходного процесса, а t_n – желаемое время

переходного процесса. В лабораторной работе 2 в таблице 2.4 представлено безразмерное время $\tau_n = 4.743$, тогда $\omega_0 = \frac{\tau_n}{t_n} = \frac{4.743}{0.2c} = 23.715 \frac{1}{c}$. Принимаем

ближайшее большее и целое значение $\omega_0 = 24$, тогда время переходного процесса уменьшится и станет равным $t_n \cong 0.198$ с. При этом полюса замкнутой системы будут кратные и отрицательные: $s_i = -\omega_0 = -24$, $i = 1, 2$.

Для нахождения матрицы F , обеспечивающей такие полюса замкнутой системы, необходимо прежде всего представить ВММ разомкнутой системы (6.4) в пакете Program CC под именем $P1$, и вывести $P1$ на экран:

CC>a=(0,1;0, - 4.6)	p1.a =	0	1
CC>b=(0;0.787)		0	-4.6
CC>c=(1,0)	p1.b =	0	
CC>d=(0)		0.787	
CC>p1=pack(a,b,c,d)	p1.c =	1	0
CC>p1	p1.d =	0	

Проверим полюса ВММ $P1$ (6.4) с помощью программы poles:

CC>poles(p1)	ans =	0
		-4.6

Проверку управляемости объекта можно сделать с помощью программы conmat пакета Program CC:

```
CC>Qu=conmat(p1),Qu
Qu =      0      0.787
      0.787  -3.6202
CC>rank(Qu)
ans = 2
```

Так как ранг матрицы управляемости Q_u равен размерности вектора состояния, то объект управляем.

После ввода ВММ разомкнутой системы $P1$ и проверки на управляемость нужно использовать программу poleplace, которая реализует задачу синтеза динамических САУ с использованием приемов модального управления. Характеристический полином синтезируемой системы определяется матрицей $A-BF$ замкнутой системы (6.3) и определению подлежит матрица F при заданных значениях корней этого уравнения (-24 , -24). Использовать программу poleplace с указанием требуемых значений корней характеристического уравнения:

```
CC>vec=(-24;-24)
CC>F=poleplace(p1,vec), F
F= 731.89327  55.146125
```

Вычислить ВММ $P11$ замкнутой системы управления с объектом $P1$ (6.4) и обратной связью по полному состоянию, используя найденную матрицу $F = [731.89327 \quad 55.146125]$, с помощью команды fsfb (full state feedback):

```
CC>p11=fsfb(p1,F)
CC>p11
p11.a =      0      1
      -576      -48
p11.b =      0
      0.7870000
p11.c =      1      0
p11.d = 0
(6.5)
```

Проверить полюса ВММ $P11$ замкнутой системы (6.5) с помощью программы poles:

```
CC>poles(p11)
ans = -24
      -24
```

Как видно, полюса замкнутой системы равны заданным.

В пакете VisSim составить схему моделирования разомкнутой системы (6.4) с нулевым входным сигналом и с начальными условиями $x_1(0) = 0.1$, $x_2(0) = 0.5$ (рис. 6.2). Произвести настройку: Simulate, Simulation Properties, где установить конечное время моделирования $t_k = 10$ с. и метод Рунге-Кутты 4-го порядка с шагом 0.001 с. (RK4, 0.001), а затем запустить процесс интегрирования.

Очевидно, что по окончании переходного процесса угловая скорость x_2 становится равной нулю, а угол поворота x_1 принимает значение 0.208696.

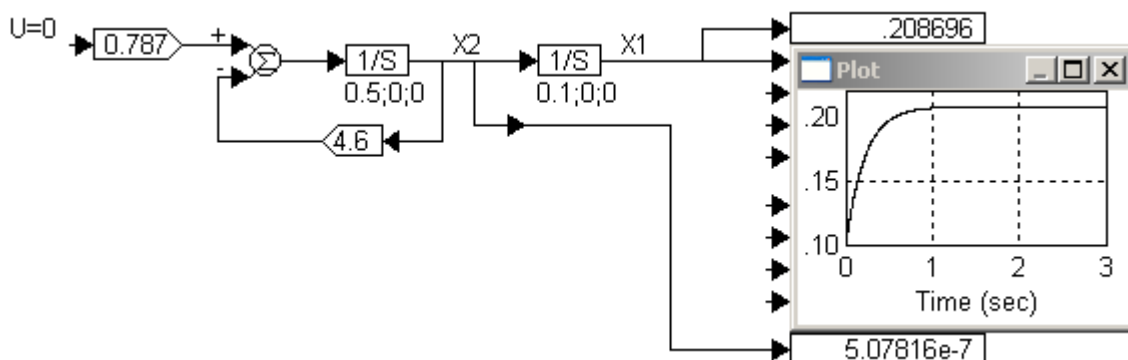


Рисунок 6.2

Составить схему моделирования замкнутой системы (6.5) с обратной связью по полному состоянию, с нулевым входным воздействием и теми же начальными условиями (рис. 6.3) и запустить процесс интегрирования ($t_k = 1$ с., RK4, 0.001).

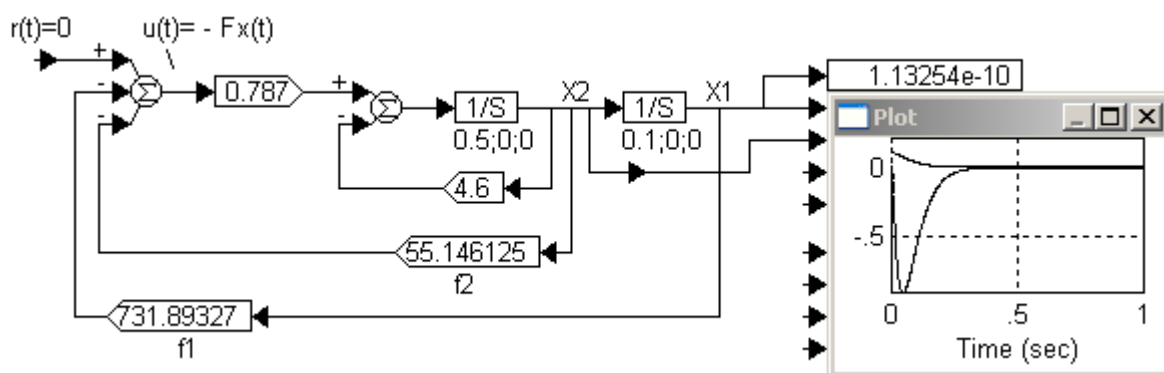


Рисунок 6.3

Поскольку вход системы $r(t)$ равен нулю, то ее назначение сводится к тому, чтобы возвращать все переменные состояния к нулю после того как они по той или иной причине приняли ненулевое значение, что и подтверждается экспериментом.

Рассмотрим действие на систему единичного входного сигнала, поскольку во многих случаях система должна отслеживать входное воздействие.

Составить схему моделирования замкнутой системы (6.5) с обратной связью по полному состоянию, с теми же начальными условиями и с единичным входным сигналом $r(t)=1(t)$ (рис. 6.4) и запустить процесс интегрирования ($t_k = 1$ с., RK4, 0.001).

Очевидно, что по окончании переходного процесса значение выходной переменной $x_1=1.36632e-3$ в то время как входное воздействие $r(t)=1$.

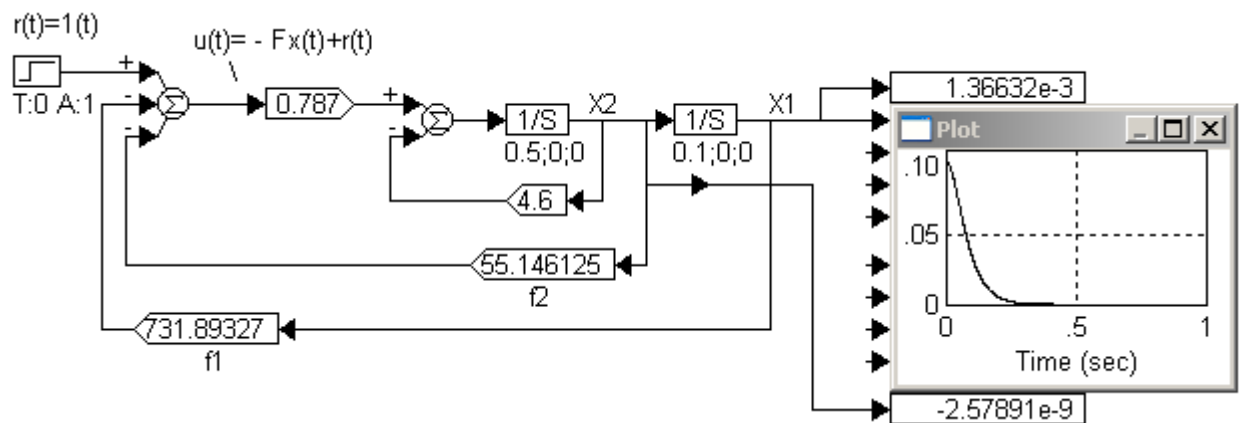


Рисунок 6.4

Если умножить входной сигнал на величину $f_1 = 1/1.36632e-3 = 731.89327$, то на выходе будет $x_1=1$ (рис.6.5).

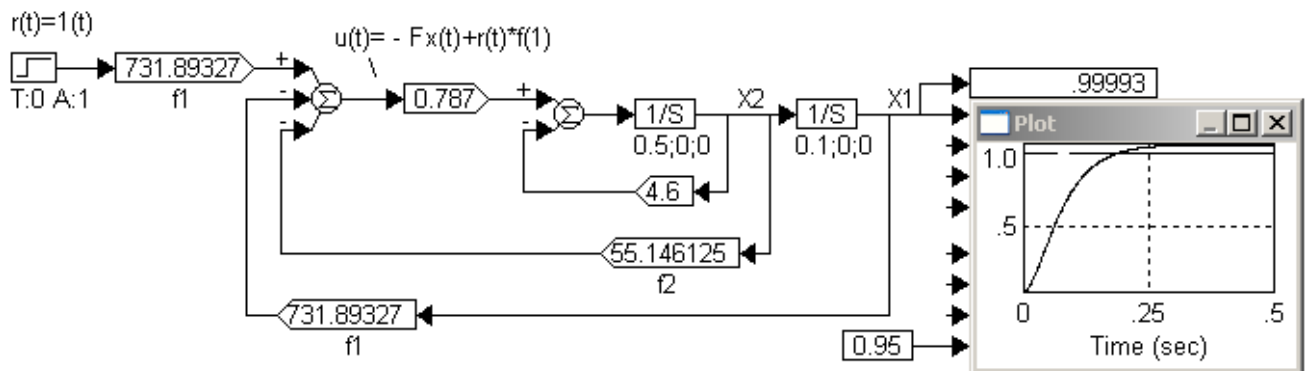


Рисунок 6.5

Однако при изменении величины $r(t)$ необходимо будет изменять и коэффициент f_1 , поэтому требуется другой подход.

Единственной функцией, на которую можно повлиять, является входной сигнал объекта $u(t)$; следовательно, это можно сделать только с помощью входного воздействия $r(t)$. Таким образом, $u(t)$ принимает вид:

$$u(t) = -F x(t) + f_r r(t) = -f_1 x_1(t) - f_2 x_2(t) - \dots - f_n x_n(t) + f_r r(t).$$

Один из способов выбора коэффициента f_r состоит в том, что вход $r(t)$ включается в линейную комбинацию переменных состояния. Если выходная переменная состояния $x_1(t)$ должна отслеживать изменение входного воздействия $r(t)$, то f_r следует выбрать равным коэффициенту f_1 , при котором $u(t)$ принимает вид:

$$u(t) = f_1 [r(t) - x_1(t)] - f_2 x_2(t) - \dots - f_n x_n(t).$$

Составить схему моделирования такой системы, которая представляет собой систему управления с единичной обратной связью и сигналом ошибки

$e(t)$ и изображена на рисунке 6.6 и запустить процесс интегрирования ($t_k = 1$ с., RK4, 0.001).

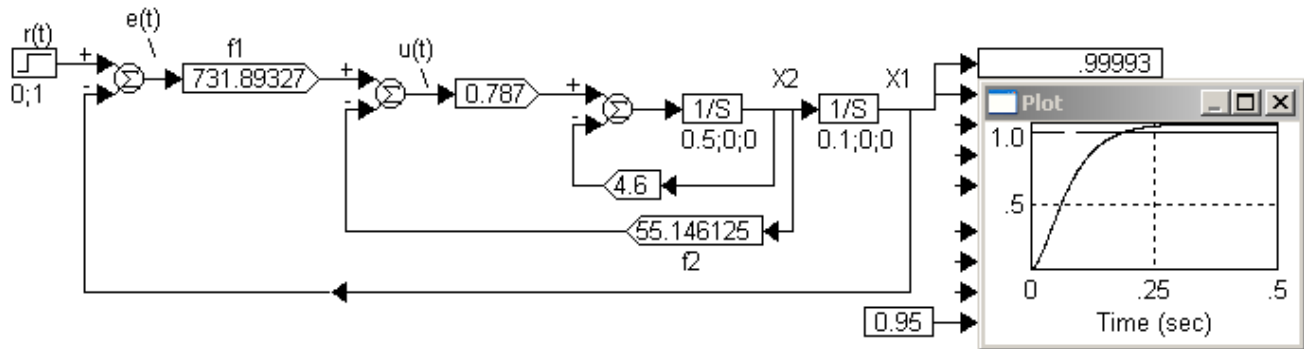


Рисунок 6.6

По графику переходного процесса найти время вхождения в 5% коридор.

Рассмотренная задача построения модального регулятора решена в предположении, что весь вектор состояния известен. На практике не все необходимые переменные могут быть измерены, поэтому они подлежат оценке в результате наблюдения за поведением объекта (6.1). В процессе оценки используется вся доступная информация, т.е. входной сигнал $u(t)$, измеренное значение выхода $y(t)$ и матрицы системы A, B, C, D . Вектор состояния $x(t)$ в любой момент времени неизвестен, в частности, неизвестны начальные условия $x(0)$. Устройство оценки состояния системы называется *наблюдателем состояния* или просто *наблюдателем*.

6.2. Синтез наблюдателя для непрерывных систем

Уравнения наблюдателя состояния представляются в виде [2, 3]:

$$\dot{\hat{x}}(t) = (A - HC)\hat{x}(t) + Bu(t) + Hy(t), \quad (6.6)$$

где $\hat{x}(t)$ – оценка состояния системы $x(t)$, а матрица коэффициентов усиления наблюдателя H должна быть выбрана таким образом, чтобы наблюдатель был устойчивым даже при неустойчивом объекте и чтобы качество процесса восстановления (нахождения оценки) было приемлемым.

Учитывая, что выходная переменная наблюдателя $\hat{y}(t) = C\hat{x}(t)$, преобразуем уравнение (6.6) к виду:

$$\dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + Bu(t) + HC[x(t) - \hat{x}(t)] = A\hat{x}(t) + Bu(t) + H[y(t) - \hat{y}(t)] \quad (6.7)$$

Ошибка состояния равна

$$\tilde{x}(t) = x(t) - \hat{x}(t) \quad (6.8)$$

Из уравнений (6.1), (6.7) и (6.8) получим соотношение, описывающее изменение вектора ошибки

$$\dot{\tilde{x}}(t) = (A - HC)\tilde{x}(t) \quad (6.9)$$

Уравнение (6.9) является однородным уравнением, в котором ошибка по переменным состояния зависит лишь от начального значения ошибки $\tilde{x}(0)$ и не зависит от входного сигнала $u(t)$.

Характеристическое уравнение наблюдателя (6.6) имеет вид:

$$\det[A - HC - sI] = 0 \quad (6.10)$$

Матрица H обычно выбирается так, чтобы переходной процесс в наблюдателе заканчивался быстрее, чем переходной процесс в системе. Эмпирически установлено, что наблюдатель должен обладать быстродействием, в 2–10 раз превышающим быстродействие системы.

Пример 2.

В примере 1 для системы (6.4) был синтезирован регулятор, который обеспечивал время переходного процесса $t_n = 0.2$ с.

Для возможности проектирования наблюдателя состояния необходимо проверить наблюдаемость системы (6.4). Матрица наблюдаемости должна иметь ранг, равный размерности системы: $n = 2$. Это легко проверить аналитически:

$$C = [1 \ 0]; \quad CA = [1 \ 0] \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -4.6 \end{bmatrix} = [0 \ 1]; \quad Q_n = \begin{bmatrix} C \\ CA \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Определитель матрицы наблюдаемости Q_n отличен от нуля, следовательно, ранг равен 2 и система наблюдаема.

Проверку наблюдаемости объекта можно сделать и с помощью программы obsmat пакета Program CC:

$$\begin{array}{ll} \text{CC>Qn=obsmat(p1),Qn} & \text{CC>rank(Qn)} \\ \text{Qn} = \begin{array}{cc} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{array} & \text{ans} = 2 \end{array}$$

Рассмотрим синтез наблюдателя для системы (6.4), переходной процесс в котором заканчивался бы за $t_n = 0.05$ с. По безразмерному времени $\tau_n = 4.743$ для стандартной биномиальной формы найдем $\omega_0 = \frac{\tau_n}{t_n} = \frac{4.743}{0.05\text{с}} = 94.86 \frac{1}{\text{с}}$. Принимаем ближайшее большее и целое значение $\omega_0 = 95 \text{ с}^{-1}$, тогда желаемые корни характеристического полинома наблюдателя будут кратные и отрицательные: $s_i = -95, i = 1, 2$.

Матрицу H (6.10) можно найти с помощью программы poleplace аналогично тому, как определялся вектор F для матрицы замкнутой системы $A - BF$ (6.3).

Для этого транспонируем матрицу $A - HC$: $(A - HC)^T = A^T - C^T H^T$ и, сравнивая транспонированную матрицу $A^T - C^T H^T$ с матрицей замкнутой системы $A - BF$, получаем, что нужно сформировать ВММ системы $P1h$, в которой A^T заменяет A , C^T заменяет B , а результатом является H^T .

При этом назначаются требуемые значения всех корней этого уравнения, равных: -95 ; -95 .

Выполнить процедуру программы poleplace для вычисления матрицы H , используя транспонирование матриц (в Program CC a' обозначает транспонированную матрицу a):

```
CC> p1h=pack(a',c',c,d)          CC> H=ht', H
CC> vec1=(-95; -95)              H = 185.40
CC> ht=poleplace(p1h,vec1)        8172.16
```

Сформировать BMM наблюдателя $P2$ с помощью команды fsoi (full state observer injection), используя BMM $P1$ и найденную матрицу H :

```
CC>p2=fsoi(p1,H), p2
p 2.a = - 185.40      1
      - 8172.16      - 4.6
p2.b =      0
      0.7870000      p2.c =      1      0
                    p2.d =      0
```

Проверить полюса BMM $P2$:

```
CC>poles(p2)
ans = - 95
      - 95
```

Использовать другой прием построения BMM наблюдателя $P21$ с помощью команды pack:

```
CC>p21=pack(a-H*c,b,c,d), p21
p21.a = - 185.40      1
      - 8172.16      - 4.6000000
p21.b =      0
      0.7870000
p21.c =      1      0
p21.d =      0
```

По найденной матрице H в пакете VisSim построить схему моделирования системы с наблюдателем состояния (рис. 6.7).

Построение схемы наблюдателя надо начинать с копирования схемы моделирования объекта, но установить в ней **нулевые** начальные условия на интеграторах. Затем необходимо внести дополнительные блоки, моделирующие слагаемое $H[y(t) - \hat{y}(t)]$ в уравнении (6.7), чтобы наблюдатель был устойчивым и быстродействующим, и запустить процесс моделирования ($t_k = 0.2$ с., RK4, 0.001).

Из графика переходного процесса можно сделать вывод, что выходные величины наблюдателя и объекта становятся равными за 0.1 с. Таким образом, устойчивый наблюдатель следит за объектом, который находится на границе устойчивости.

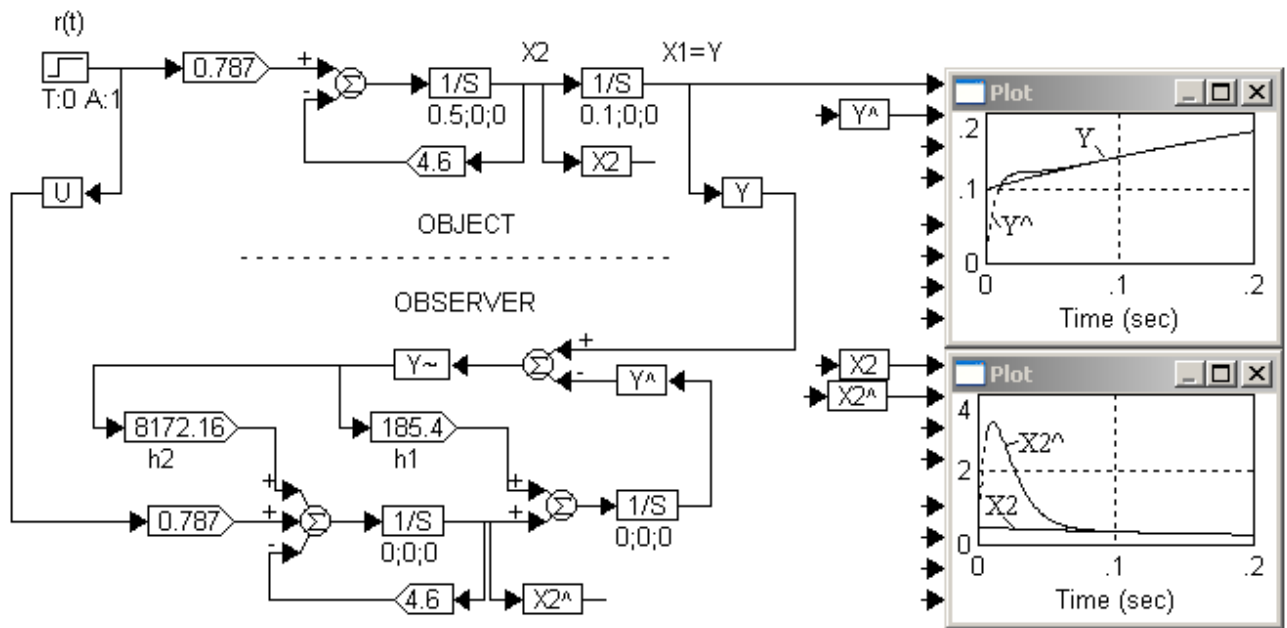


Рисунок 6.7

6.3. Модальное управление для непрерывных систем с неполной информацией

В общем случае невозможно измерить все переменные состояния системы, поэтому процесс синтеза состоит из двух этапов: сначала определяется матрица коэффициентов обратной связи F , удовлетворяющая заданному характеристическому уравнению замкнутой системы, а затем синтезируется наблюдатель состояния и находится матрица H .

Уравнения состояния регулятора-наблюдателя имеют вид [2, 3]:

$$\begin{aligned}\dot{\hat{x}}(t) &= (A - BF - HC) \hat{x}(t) + Hy(t), \\ u(t) &= -F \hat{x}(t),\end{aligned}\tag{6.11}$$

где $y(t)$ есть вход, а $u(t)$ – выход наблюдателя.

Схема регулятора-наблюдателя представлена на рис. 6.8.

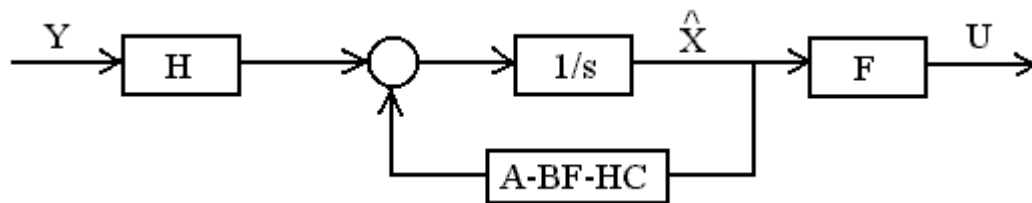


Рисунок 6.8

Уравнения состояния для замкнутой системы при условии, что в качестве переменных рассматриваются переменные состояния собственно исходной системы плюс переменные, являющиеся их оценками, имеет вид:

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= Ax(t) - BF \hat{x}(t) = Ax(t) - BF[x(t) - \tilde{x}(t)] = (A - BF)x(t) + BF\tilde{x}(t), \\ \dot{\hat{x}}(t) &= (A - BF - HC)\hat{x}(t) + Hy(t) = (A - BF - HC)\hat{x}(t) + HCx(t)\end{aligned}\quad (6.12)$$

Если объединить переменные состояния объекта и компоненты вектора ошибки, то на основании (6.12) и (6.9) получим:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{\tilde{x}}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A - BF & BF \\ 0 & A - HC \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ \tilde{x}(t) \end{bmatrix} \quad (6.13)$$

Характеристическое уравнение, соответствующее дифференциальным уравнениям (6.13) имеет вид:

$$[A - BF - sI][A - HC - sI] = 0 \quad (6.14)$$

2n корней этого уравнения образованы n корнями, заданными из условия синтеза путем размещения полюсов, и n корнями наблюдателя. Поскольку быстродействие наблюдателя обычно выбирается большим, чем быстродействие системы с полной обратной связью по состоянию, то доминирующими будут полюсы, размещаемые с помощью этой обратной связи.

Пример 3.

Дополнить систему *P1* (6.1) модальным регулятором и наблюдателем состояния с коэффициентами соответственно *F* и *H*, чтобы привести ее к виду (6.12). Ввести вектор желаемых полюсов регулятор-наблюдатель:

$$\begin{aligned}\text{CC}>\text{vec2} &= (-24, -24, -95, -95), \text{vec2} \\ \text{vec2} &= \begin{bmatrix} -24 & -24 & -95 & -95 \end{bmatrix}\end{aligned}$$

Использовать команду *poleplace*, которая возвращает ВММ динамического комплекса наблюдатель-регулятор для объекта *P1* с вектором желаемых полюсов *vec2*:

$$\begin{aligned}\text{CC}>\text{p3} &= \text{poleplace}(\text{p1}, \text{vec2}), \text{p3} \\ \text{p3.a} &= \begin{bmatrix} -185.40000 & 1 \\ -8748.1600 & -48 \end{bmatrix} & \text{p3.c} &= \begin{bmatrix} 731,89327 & 55,146125 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \\ \text{p3.b} &= \begin{bmatrix} 185.40 \\ 8172.16 \end{bmatrix}\end{aligned}$$

Замкнем объект *P1* обратной связью через динамический комплекс *P3* (рис. 6.8):

$$\begin{aligned}\text{CC}>\text{p13} &= \text{p1} | \text{p3}, \text{p13} \\ \text{p13.a} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -4.6 & -576 & -43.4 \\ 185.4 & 0 & -185.4 & 1 \\ 8172.16 & 0 & -8748.16 & -48 \end{bmatrix} \\ \text{p13.b} &= \begin{bmatrix} 0 \\ 0.7870000 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} & \text{p13.c} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ & & \text{p13.d} &= 0\end{aligned}$$

Проверим полюса полученной системы *P13* и убедимся, что они совпадают с *vec2*:

$$\text{CC}>\text{poles}(\text{p13})$$

$$\begin{array}{rcll} \text{ans} = & -24.000000 & + 2.307372\text{e-}006j & -94.999999 & + & 0j \\ & -24.000000 & - 2.307372\text{e-}006j & -95.000001 & + & 0j \end{array}$$

В пакете VisSim построить схему моделирования системы с наблюдателем – регулятором (рис. 6.9) и запустить процесс интегрирования (RK4, 0.001). При этом в объекте присутствуют начальные условия $x_1(0) = 0.1$, $x_2(0) = 0.5$, а в модели наблюдателя они нулевые.

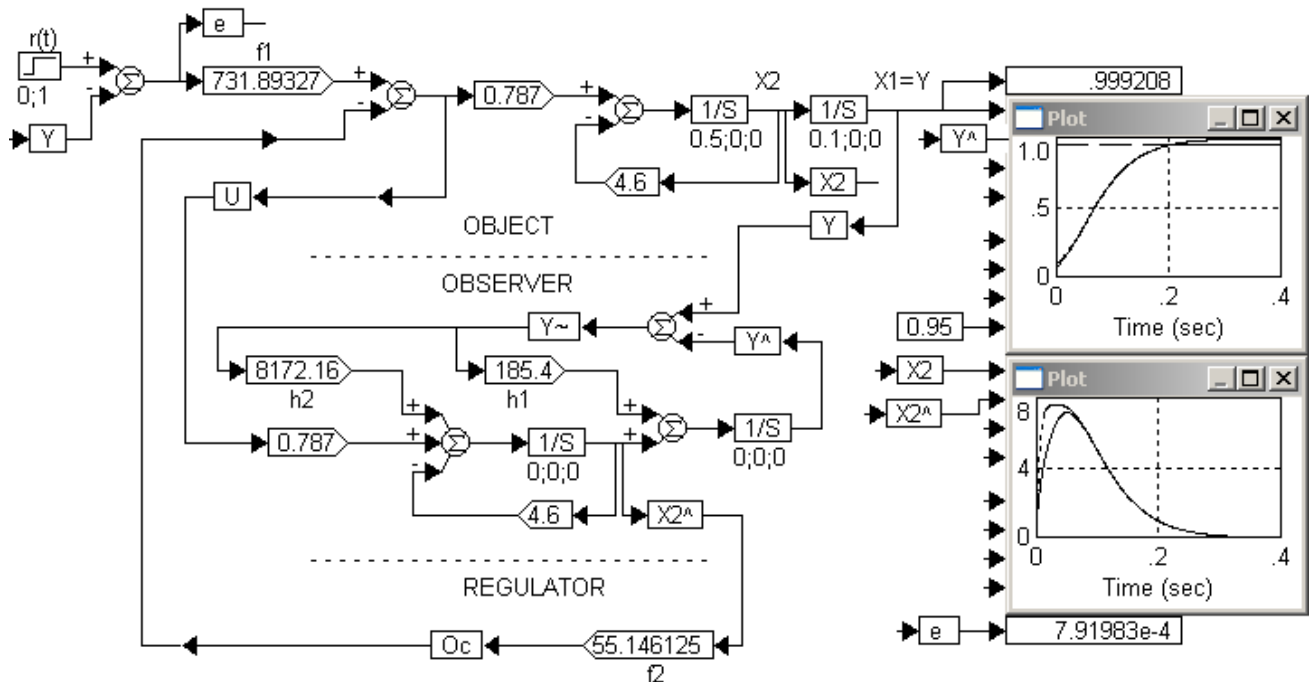


Рисунок 6.9

Из графика переходного процесса можно сделать вывод, что он заканчивается за 0.2 с.

Содержание отчета

В отчете должна быть указана цель лабораторной работы и представлены:

1. Схема моделирования замкнутой системы с обратной связью по полному состоянию (рис. 6.6)
2. Схема моделирования системы с наблюдателем состояния (рис. 6.7).
3. Схема моделирования системы с наблюдателем-регулятором (рис. 6.9).
4. Выводы.

Контрольные вопросы

1. Синтез модального регулятора на основе размещения полюсов.
2. Назначение наблюдателя и его синтез для непрерывных систем.
3. Модальное управление для непрерывных систем с неполной информацией.
4. Проверка управляемости и наблюдаемости системы.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 7

СИНТЕЗ НЕПРЕРЫВНОГО МОДАЛЬНОГО РЕГУЛЯТОРА С ИНТЕГРАЛЬНОЙ ОБРАТНОЙ СВЯЗЬЮ

Важным требованием, предъявляемым ко многим системам управления, является их способность отрабатывать (воспроизводить) постоянное входное воздействие без установившейся ошибки. При классическом синтезе мы добиваемся этого с помощью ПИ-регулятора.

Аналогичный подход можно использовать и при синтезе путем размещения полюсов. Если система с модальным регулятором имеет статическую ошибку, то для ее устранения используется дополнительная интегральная обратная связь [2, 3], эквивалентная введению в систему ПИ-регулятора. При этом порядок системы будет увеличиваться на единицу, т.е. если порядок объекта равен n , то система будет иметь порядок $n + 1$.

Целью лабораторной работы является ознакомление с методами синтеза непрерывных модальных регуляторов с дополнительной интегральной обратной связью средствами пакетов Program CC и VisSim [4].

7.1. Синтез непрерывного регулятора путем размещения полюсов

Синтез путем размещения полюсов передаточной функции основан на использовании векторно-матричной модели (ВММ) объекта с одним входом и одним выходом [2, 3]:

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t) + Du(t) \\ P &= [A \quad B \quad C \quad D]\end{aligned}\tag{7.1}$$

где $x(t)$ – вектор состояния системы, $u(t)$ и $y(t)$ – скалярные вход и выход, A – матрица системы, B – матрица входа, C – матрица выхода, D – матрица непосредственной связи входа с выходом. Указанный набор матриц объединяется в одну систему под именем P .

Задача построения модального регулятора решается в предположении, что весь вектор состояния известен. Тогда динамика управляемого объекта может быть изменена с помощью обратной связи по вектору состояния, т.е. закон управления определяется как

$$u(t) = -F x(t),\tag{7.2}$$

где F – матрица-строка постоянных коэффициентов.

Полюса замкнутой системы определяются при помощи решения характеристического уравнения

$$\det[A - BF - sI] = 0,\tag{7.3}$$

где I – единичная матрица.

Задача синтеза заключается в определении желаемого положения корней характеристического уравнения замкнутой системы и нахождения матрицы F ,

обеспечивающей заданное размещение корней.

Пример 1.

Рассмотрим объект второго порядка (рис. 7.1), где u – управляющее воздействие, а V – внешнее возмущающее воздействие, или нагрузка.

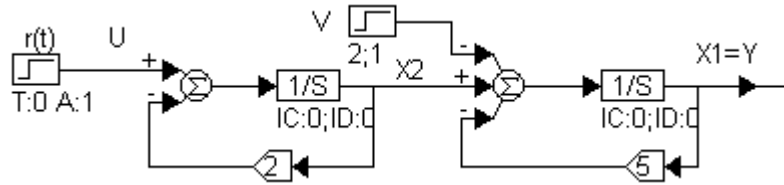


Рисунок 7.1

Уравнения состояния объекта, представленного на рис. 7.1, имеют вид:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5 & 1 \\ 0 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix} V, \quad (7.4)$$

$$y = [1 \quad 0] \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = x_1.$$

Случай 1. Рассмотрим сначала задачу построения модального регулятора при $V=0$, т.е. когда объект имеет один вход.

В этом случае матрицы системы (7.4) имеют вид:

$$A = \begin{bmatrix} -5 & 1 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad C = [1 \quad 0], \quad D=0. \quad (7.5)$$

Характеристическое уравнение разомкнутой системы

$$\det(A - sI) = \begin{vmatrix} -5-s & 1 \\ 0 & -2-s \end{vmatrix} = s^2 + 7s + 10 = 0$$

имеет корни: $s_1 = -2$; $s_2 = -5$.

Характеристическое уравнение замкнутой системы с обычным модальным регулятором имеет вид:

$$\det(A - BF - sI) = \begin{vmatrix} -5-s & 1 \\ -f_1 & -2-s-f_2 \end{vmatrix} = s^2 + (7+f_2)s + 10 + f_1 + 5f_2 = 0 \quad (7.6)$$

Для желаемой передаточной функции (ПФ) замкнутой системы выберем биномиальную стандартную форму 2-го порядка с корнями $s_1 = s_2 = -10$. Тогда характеристическое уравнение замкнутой системы принимает вид:

$$(s - s_1)(s - s_2) = s^2 - (s_1 + s_2)s + s_1 s_2 = s^2 + 20s + 100 = 0 \quad (7.7)$$

Сравнивая левые части уравнений (7.6) и (7.7)

$$7 + f_2 = 20, \quad 10 + f_1 + 5f_2 = 100,$$

найдем коэффициенты f_i : $f_1 = 25$, $f_2 = 13$.

Коэффициенты f_i , обеспечивающие полюса замкнутой системы $s_1 = s_2 = -10$, можно также найти с помощью программы Program CC. Для этого

представим ВММ разомкнутой системы (7.5) под именем $P1$ и выведем $P1$ на экран:

```
CC>a=(-5,1;0,-2)      p1.a =   -5      1
CC>b=(0;1)             p1.b =    0     -2
CC>c=(1,0)             p1.c =    1      0
CC>d=(0)               p1.d =    0
CC>p1=pack(a,b,c,d), p1
```

Проверим полюса ВММ $P1$ разомкнутой системы (7.5) с помощью программы poles:

```
CC>poles(p1)           ans = - 2
                        - 5
```

Проверку управляемости объекта можно сделать с помощью программы conmat пакета Program CC:

```
CC>Qu=conmat(p1), Qu   CC>rank(Qu)
Qu =    0      1      ans = 2
      1     -2
```

Так как ранг матрицы управляемости Qu равен размерности вектора состояния, то объект управляем.

После ввода ВММ разомкнутой системы $P1$ и проверки на управляемость нужно использовать программу poleplace, которая реализует задачу синтеза динамических САУ с использованием приемов модального управления при заданных значениях корней этого уравнения $s_1 = s_2 = -10$.

```
CC>F=poleplace(p1,(-10;-10)), F      F =   25   13
```

Уравнения состояния замкнутой системы (рис. 7.1) при $V=0$ и с обратной связью по полному состоянию имеют вид:

$$\dot{x} = (A - BF)x + Bu, \text{ или} \\ \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5 & 1 \\ -25 & -15 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u, \quad (7.8)$$

где $u = r$ – входной задающий сигнал.

Представим ВММ замкнутой системы (7.8) под именем $P11$ и выведем четверку матриц (quadruples) $P11$ на экран:

```
CC>p11=pack(a-b*F,b,c,d), p11
p11.a =   -5      1      p11.c =    1      0
        -25     -15      p11.d =    0
p11.b =    0
        1
```

Проверим полюса ВММ $P11$ замкнутой системы (7.8) с помощью программы poles:

```
CC>poles(p11)           ans = - 10.000
                        - 10.000
```

На рис. 7.2 представлена схема моделирования в VisSim системы $P11$ с

обычным модальным регулятором. Запустить процесс интегрирования методом Рунге-Кутты 4-го порядка с шагом интегрирования 0.001 с. (RK4, 0.001).

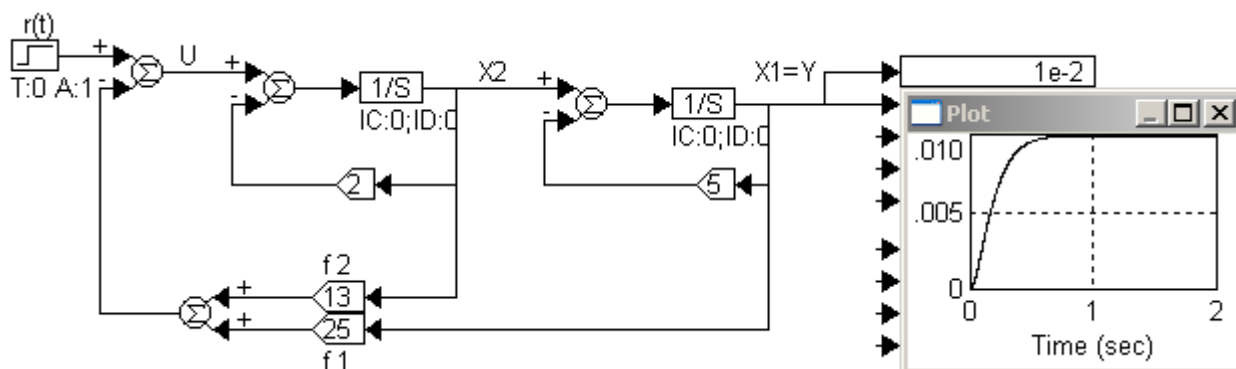


Рисунок 7.2

Уравнения состояния системы, представленной на рис. 7.2, имеют вид (7.8), где управляющий сигнал

$$u = r(t) - f_1 x_1 - f_2 x_2.$$

Из рис. 7.2 очевидно, что по окончании переходного процесса значение выходной переменной $Y = 0.01$, в то время как входное воздействие $r(t) = 1$.

Воспользуемся приемом, изложенным в лабораторной работе 6, и перенесем коэффициент обратной связи f_1 по регулируемой переменной x_1 в прямую цепь. В результате получаем систему управления с единичной обратной связью (рис. 7.3).

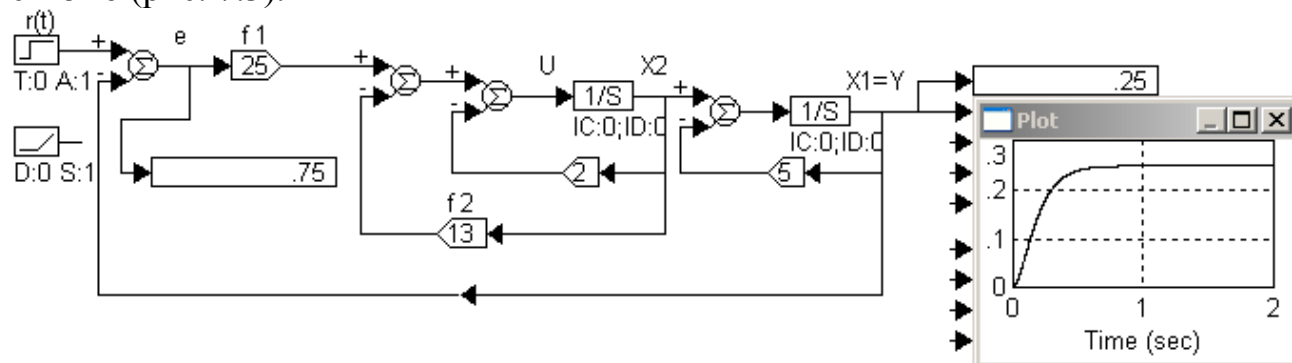


Рисунок 7.3

В этом случае управление u на рис. 7.3 определяется выражением:

$$u = f_1(r(t) - x_1) - f_2 x_2.$$

Из графика единичной переходной функции (рис. 7.3) следует, что система является статической: статическая ошибка по полезному сигналу достаточно большая ($e_{cm} = 1 - 0.25 = 0.75$), а динамическая ошибка при линейном входном сигнале $r(t) = t$ стремится к бесконечности (проверить экспериментально, используя блок ramp).

Случай 2. Внешнее возмущающее воздействие $V \neq 0$.

На рис. 7.4 представлена схема системы управления с единичной обратной связью с модальным регулятором и возмущающим воздействием $V(t) = 1(t)$.

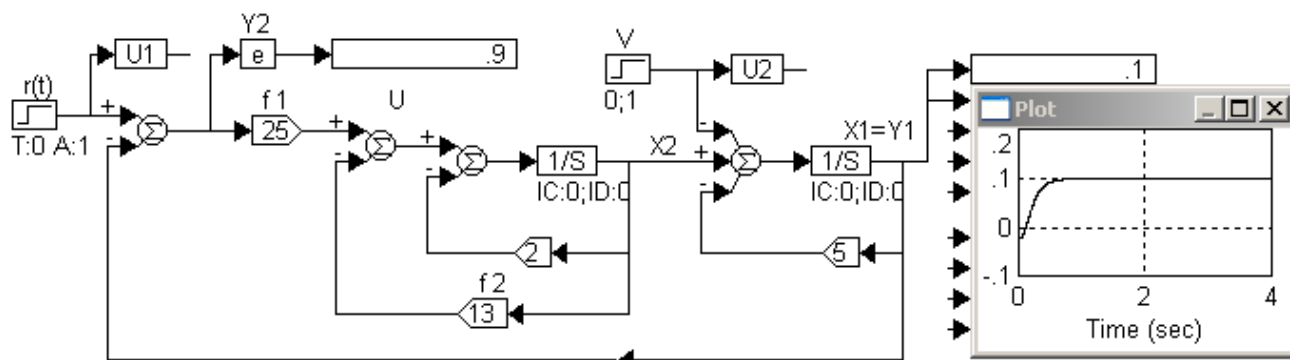


Рисунок 7.4

Управление на рис. 7.4 определяется выражением:

$$u = f_1(r(t) - x_1) - f_2 x_2.$$

Уравнения состояния замкнутой системы имеют вид:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5 & 1 \\ -25 & -15 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 25 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}, \quad (7.9)$$

где входы $u_1 = r$, $u_2 = V$ рассматриваются отдельно. Так как коэффициент обратной связи f_1 по регулируемой переменной перенесен в прямую цепь, то в матрице входа B появляется элемент $b_{21} = 25$.

Из графика переходного процесса (рис. 7.4) следует, что система является статической: статическая ошибка по полезному сигналу и возмущению $Y_2 = e$ не равна нулю: $e_{cm} = r - y_1 = 0.9$.

Статические ошибки можно также вычислить с помощью пакета Program CC. Для этого представим ВММ замкнутой системы (7.9) под именем $P2$ и выведем $P2$ на экран. В качестве выходного сигнала примем вектор $Y = (y_1 \ y_2)^T$, где $y_1 = x_1$, $y_2 = e = u_1 - x_1$ – ошибка по полезному сигналу.

CC>a2=a-b*F	p2.b =	0	-1
CC>b2=(0,-1;25,0)		25	0
CC>c2=(1,0;-1,0)	p2.c =	1	0
CC>d2=(0,0;1,0)		-1	0
CC>p2=pack(a2,b2,c2,d2), p2	p2.d =	0	0
p2.a =	-5	1	1
	-25	-15	0

Проверим полюса ВММ $P2$ замкнутой системы (7.9) с помощью программы poles:

CC>poles(p2)	ans =	-10.000
		-10.000

Используя программу fadeeva, преобразуем ВММ $P2$ в матричную ПФ (МПФ), где элементами являются ПФ, связывающие выход со входом:

CC>h=fadeeva(p2), h	#rows = 2, #columns = 2
Each element multiplied by:	

$$h_{-c}(s) = \frac{1}{s^2 + 20s + 100}$$

---- column # 1 ----

$$h(1,1)(s) = 25$$

$$h(2,1)(s) = s^2 + 20s + 75$$

---- column # 2 ----

$$h(1,2)(s) = -s - 15$$

$$h(2,2)(s) = s + 15$$

Каждый элемент МПФ $h_{ij}(s) = L\{y_i(s)\} / L\{u_j(s)\}$ соответствует передаточной функции между i – ым выходом и j – ым входом.

Из полученных результатов следует, что ПФ ошибки по полезному сигналу $r(t) = u_1$ и по возмущению $V = u_2$ соответственно равны:

$$G_e^r(s) = h(2,1)(s) = \frac{s^2 + 20s + 75}{s^2 + 20s + 100},$$

$$G_e^V(s) = h(2,2)(s) = \frac{s + 15}{s^2 + 20s + 100}$$

Рассчитаем статическую ошибку по полезному сигналу e_{cm}^r , ошибку по возмущению e_{cm}^V и y_{1ycm} :

$$e_{cm}^r = \lim_{s \rightarrow 0} s G_e^r(s) \cdot \frac{1}{s} = 0.75,$$

$$e_{cm}^V = \lim_{s \rightarrow 0} s G_e^V(s) \cdot \frac{1}{s} = 0.15$$

$$y_{1ycm} = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot G_{зам}(s) \cdot \frac{1}{s} = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot h(1,1)(s) \cdot \frac{1}{s} = 0.25.$$

На рис. 7.5 представлена схема вычисления ошибок с помощью найденных матричных ПФ.

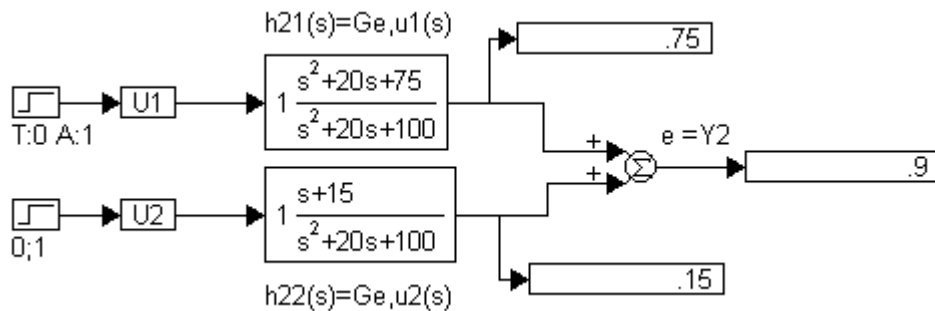


Рисунок 7.5

Очевидно, что статическая ошибка по полезному сигналу и возмущению такая же, как на рис. 7.4 ($e_{cm} = 0.9$).

Для устранения статической ошибки необходимо в цепь обратной связи по ошибке добавить интегрирующее звено, которое повышает порядок астатизма на единицу.

7.2. Синтез модального регулятора с интегральной обратной связью

Введем интегрирующее звено и дополнительную переменную x_{n+1} в структурную схему синтезируемой системы (рис. 7.6):

Уравнения состояния объекта имеют вид (7.1):

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t)$$

$$y(t) = Cx(t) + Du(t)$$

где $y = x_1$ – управляемая переменная.

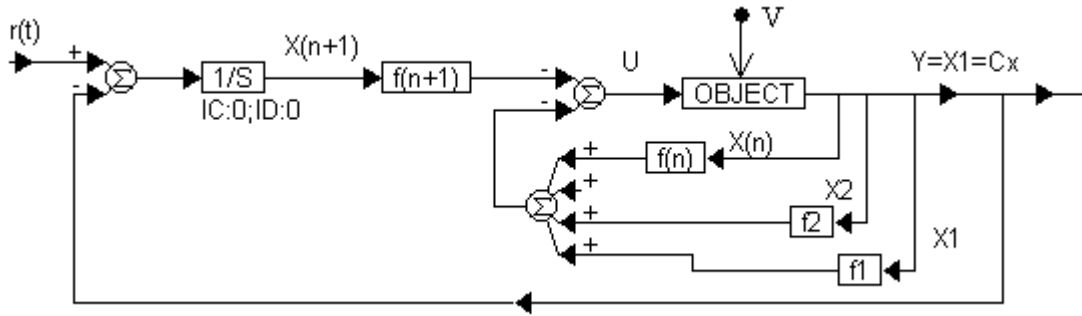


Рисунок 7.6

Дополнительная переменная x_{n+1} удовлетворяет уравнению:

$$\dot{x}_{n+1} = r(t) - Cx.$$

Входной сигнал объекта, т.е. управление, будет равно:

$$u = -Fx - f_{n+1}x_{n+1},$$

где F и f_{n+1} выбираются исходя из желаемого размещения полюсов характеристического уравнения замкнутой системы:

$$\dot{x} = Ax - BFx - Bf_{n+1}x_{n+1}.$$

Другие входные переменные – задающий сигнал $r(t)$ и возмущающее воздействие $V(t)$ – включать в ВММ не следует, т.к. они не зависят от вектора состояния x и не могут повлиять на расположение полюсов. Задающий сигнал $r(t)$ и возмущающее воздействие $V(t)$ будут учтены в ВММ замкнутой системы при моделировании.

Объединим переменную x_{n+1} с вектором x и образуем вектор состояния системы с обратной связью x_a . Тогда

$$\dot{x}_a = \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \vdots \\ \dot{x}_{n+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ -C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \vdots \\ x_{n+1} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} BF & Bf_{n+1} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \vdots \\ x_{n+1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} r(t).$$

Этому уравнению можно придать иную форму:

$$\dot{x}_a = A_a x_a - B_a F_a x_a + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} r, \quad (7.10)$$

где

$$A_a = \begin{bmatrix} A & 0 \\ -C & 0 \end{bmatrix}, \quad B_a = \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix}, \quad F_a = [F \quad f_{n+1}].$$

Характеристическое уравнение замкнутой системы (7.10) будет $(n+1)$ -го порядка:

$$\det(A_a - B_a F_a - sI) = 0 \quad (7.11)$$

Желаемое характеристическое уравнение

$$\alpha(s) = s^{n+1} + a_n s^n + \dots + a_1 s + a_0 = 0 \quad (7.12)$$

Приравнявая уравнения (7.11) и (7.12), имеем

$$\det(A_a - B_a F_a - sI) = \alpha(s)$$

В данном уравнении $n+1$ значений α_i известны, а неизвестными являются $n+1$ коэффициентов f_i . Для их определения можно либо приравнять коэффициенты при одинаковых степенях s в левой и правой части и получить систему из $n+1$ линейных уравнений, либо воспользоваться формулой Аккермана: $F_a = [0 \ 0 \dots 0 \ 1][B_a \ A_a B_a \dots A_a^n B_a]^{-1} \alpha(A_a)$.

Данная процедура синтеза иллюстрируется следующим примером.

Пример 2.

Рассмотрим разомкнутую систему, представленную на рис. 7.1, с дополнительной интегральной обратной связью (при входном сигнале $r(t)=U1=0$ и возмущении $V=U2=0$, рис. 7.7). В схеме моделирования используется сумматор с тремя отрицательными входами для реализации закона управления

$$u(t) = -f_1 x_1(t) - f_2 x_2(t) - f_3 x_3(t).$$

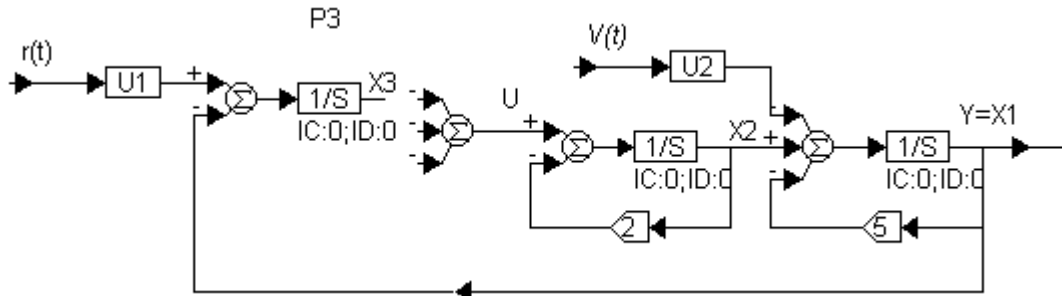


Рисунок 7.7

Уравнения состояния разомкнутой системы $P3$, представленной на рис. 7.7, с учетом дополнительной переменной x_3 имеют вид:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} r + \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} V \quad (7.13)$$

$$y = [1 \ 0 \ 0] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + [0] u.$$

Поставим задачу найти искомые коэффициенты обратной связи f_i , обеспечивающие желаемые корни замкнутой системы $s_1 = s_2 = s_3 = -10$.

Для этого представим ВММ разомкнутой системы $P3$ (7.13) в пакете Program CC при $r = 0$, $V=0$ и используем программу poleplace, которая реализует задачу синтеза динамических САУ с использованием приемов модального управления при заданных значениях корней характеристического уравнения (входные сигналы $r(t)$ и $V(t)$ на этом этапе синтеза, как было сказано выше, не включаются в ВММ).

```

CC>a3=(-5,1,0;0,-2,0;-1,0,0)
CC>b3=(0;1;0)
CC>c3=(1,0,0)
CC>d3=0
CC>p3=pack(a3,b3,c3,d3)
CC>F3=poleplace(p3,(-10;-10;-10)), F3
F3 =    175    23   -1000

```

В замкнутой системе управление u будет равно:

$$u = -f_1 x_1 - f_2 x_2 - f_3 x_3.$$

Вычислим ВММ $P31$ замкнутой системы управления с объектом $P3$ и обратной связью по полному состоянию с помощью команды `fsfb`, используя найденную матрицу $F3 = [175 \ 23 \ -1000]$:

```

CC>p31=fsfb(p3, F3), p31
p31.a =    -5      1      0
        -175    -25    1000
        -1      0      0
p31.b =    0
          1
          0
p31.c =    1    0    0
p31.d =    0

```

(7.14)

Проверим полюса ВММ $P31$ замкнутой системы (7.14) с помощью программы `poles`:

```

CC>poles(p31)
ans =  -9.9998942 + 0j
        -10.000053 + 9.161972e-005j
        -10.000053 - 9.161972e-005j

```

Как видно, полюса замкнутой системы $P31$ практически равны заданным. Некоторое несоответствие объясняется погрешностями вычислений.

На рис. 7.8 представлена схема замкнутой системы с **модальным регулятором с дополнительной интегральной обратной связью** (при входном сигнале $r(t)=U1=1$ и возмущающим воздействии $U2=V=1$, приложенным с запаздыванием в 2 с.). Коэффициент интегральной обратной связи $f_3 = -1000$.

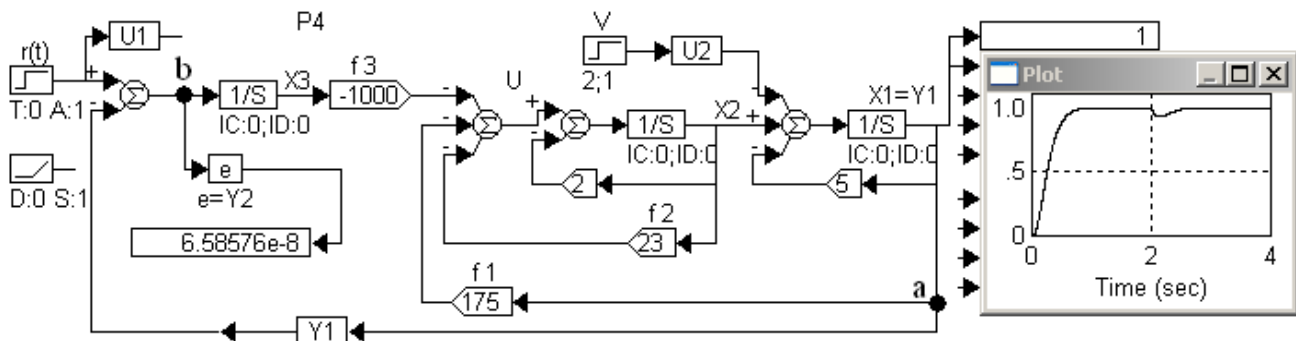


Рисунок 7.8

Из рис. 7.8 очевидно, что статическая ошибка практически равна нулю. Влияние возмущающего воздействия проявляется при $t = 2$ с., но оно

незначительно и благодаря интегральной обратной связи компенсируется за короткое время ~ 0.7 с.

Уравнения состояния замкнутой системы $P4$, представленной на рис. 7.8, имеют вид:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5 & 1 & 0 \\ -175 & -25 & 1000 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} \quad (7.15)$$

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix},$$

где $u_1 = r$, $u_2 = V$.

При построении ВММ замкнутой системы следует воспользоваться структурной схемой (рис. 7.8) и записать систему уравнений для \dot{x}_i .

Представим ВММ замкнутой системы $P4$ (7.15) в пакете Program CC:

```
CC>a4=(-5,1,0;-175,-25,1000;-1,0,0)
CC>b4=(0,-1;0,0;1,0)
CC>c4=(1,0,0;-1,0,0)
CC>d4=(0,0;1,0)
CC>p4=pack(a4,b4,c4,d4)
```

Используя программу fadeeva, преобразуем ВММ $P4$ в матричную ПФ (МПФ), где элементами являются ПФ, связывающие выход со входом:

```
CC>h4=fadeeva(p4),h4 #rows = 2, #columns = 2
```

Each element multiplied by:

$$h4_c(s) = \frac{1}{s^3 + 30s^2 + 300s + 1000}$$

---- column # 1 ----

$$h4(1,1)(s) = 1000$$

$$h4(2,1)(s) = s(s^2 + 30s + 300)$$

---- column # 2 ----

$$h4(1,2)(s) = s(-s - 25)$$

$$h4(2,2)(s) = s(s + 25)$$

Каждый элемент МПФ $h4_{ij}(s) = L\{y_i(s)\} / L\{u_j(s)\}$ соответствует передаточной функции между i – ым выходом и j – ым входом.

Из полученных результатов следует, что ПФ ошибки по полезному сигналу $r(t) = u_1$ равна:

$$G_e^r(s) = h4(2,1)(s) = \frac{s(s^2 + 30s + 300)}{s^3 + 30s^2 + 300s + 1000}. \quad (7.16)$$

Рассчитаем статическую ошибку по полезному сигналу e_{cm}^r :

$$e_{cm}^r = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot G_e^r(s) \cdot \frac{1}{s} = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot \frac{s(s^2 + 30s + 300)}{s^3 + 30s^2 + 300s + 1000} \cdot \frac{1}{s} = 0.$$

Скоростная ошибка не равна нулю (сравнить с экспериментом):

$$e_{ck} = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot G_e^r(s) \cdot \frac{1}{s^2} = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot \frac{s(s^2 + 30s + 300)}{s^3 + 30s^2 + 300s + 1000} \cdot \frac{1}{s^2} = 0.3,$$

следовательно, порядок астатизма системы $P4$ по полезному сигналу равен 1.

Перенесем на рис. 7.8 обратную связь f_1 из точки **a** в точку **b** и получим ПИ-регулятор, представленный на рис. 7.9.

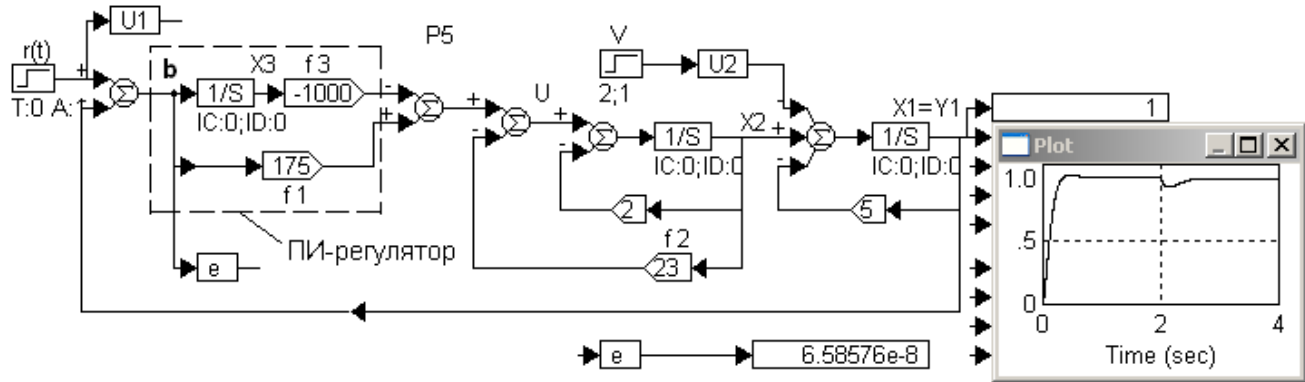


Рисунок 7.9

Уравнения состояния системы $P5$, представленной на рис. 7.9, имеют вид:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5 & 1 & 0 \\ -175 & -25 & 1000 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 175 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} \quad (7.17)$$

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}, \quad \text{где } y_2 = e.$$

В уравнениях (7.17) коэффициент $f_1=175$ переходит в элемент b_{21} матрицы B .

Преобразуем ВММ $P5$ в МПФ $h5$ (аналогично приведенному выше преобразованию $P4$ в МПФ $h4$) и получим ПФ ошибки по полезному сигналу $r(t) = u_1$:

$$G_e^r(s) = h5(1,1)(s) = \frac{s(s^2 + 30s + 125)}{s^3 + 30s^2 + 300s + 1000}. \quad (7.18)$$

При сравнении рисунков 7.8 и 7.9 очевидно, что переходные процессы при $0 \leq t \leq 1$ с. несколько отличаются: на рис. 7.9 есть небольшое перерегулирование порядка 2.5%. Это объясняется отличием передаточных функций ошибки по полезному сигналу $h4$ (7.16) и $h5$ (7.18).

Рассмотренная задача построения модального регулятора решена в предположении, что весь вектор состояния известен. На практике не все необходимые переменные могут быть измерены, поэтому они подлежат оценке с помощью наблюдателя.

7.3. Синтез модального регулятора с интегральной обратной связью и с наблюдателем состояния

В общем случае невозможно измерить все переменные состояния системы, поэтому процесс синтеза состоит из двух этапов: сначала определяется матрица коэффициентов обратной связи F , удовлетворяющая заданному характеристическому уравнению *замкнутой системы*, а затем синтезируется наблюдатель состояния и находится матрица H наблюдателя.

Наблюдатель нужно построить для **заданного объекта P1** (рис. 7.1), а не для **расширенной системы P4** (рис. 7.8). Такой наблюдатель будет восстанавливать только переменные x_1 и x_2 , а переменная x_3 (рис. 7.8) принадлежит регулятору и доступна для измерения, поэтому ее не нужно оценивать.

Характеристическое уравнение наблюдателя имеет вид [1-3]:

$$\det[A - HC - sI] = 0. \quad (7.19)$$

Матрицу H можно найти с помощью программы poleplace аналогично тому, как определялась матрица F из уравнения (7.3): $\det[A - BF - sI] = 0$.

Для этого транспонируем матрицу $A - HC$: $(A - HC)^T = A^T - C^T H^T$ и, сравнивая транспонированную матрицу $A^T - C^T H^T$ с матрицей замкнутой системы $A - BF$, получаем, что нужно сформировать ВММ системы $P1h$, в которой A^T заменяет A , C^T заменяет B , а результатом является H^T .

Принимаем желаемые корни характеристического полинома наблюдателя (7.19) кратными и отрицательными: $s_i = -40$ ($i = 1, 2$) для того, чтобы быстродействие наблюдателя было в 2 – 4 раза больше быстродействия системы.

Выполнить процедуру программы poleplace для вычисления матрицы H , используя транспонирование матриц (в Program CC a' обозначает транспонированную матрицу a):

```
CC>p1h=pack(a',c',c,d)
CC>vec1=(-40;-40)
CC>ht=poleplace(p1h,vec1)
CC>H=ht', H
H =      73
      1444
```

Используя найденные для расширенной системы матрицы коэффициентов обратной связи $F3 = [175 \ 23 \ -1000]$ и наблюдателя $H = \begin{bmatrix} 73 \\ 1444 \end{bmatrix}$, в пакете

VisSim построить схему моделирования объекта с наблюдателем и регулятором, где регулятор использует оценки наблюдателя \hat{x}_1 и \hat{x}_2 переменных вектора состояния объекта для формирования обратной связи (Ос) (рис. 7.10). При этом в объекте присутствуют начальные условия: $x_1(0) = 0.1$, $x_2(0) = 0$, а в модели наблюдателя они нулевые.

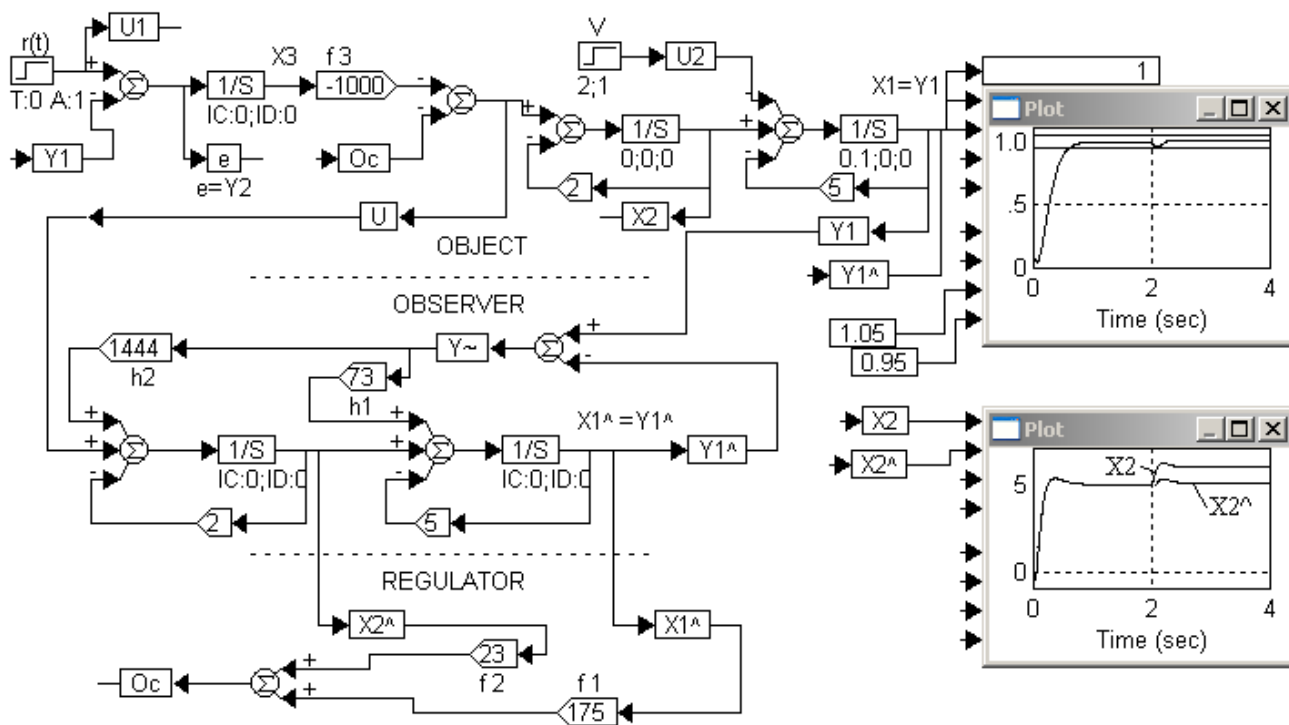


Рисунок 7.10

Из графика переходного процесса (рис. 7.10) можно сделать вывод, что он заканчивается за 0.63 с. При этом выходные величины наблюдателя и объекта становятся равными за 0.1 с., но при $t = 2$ с., когда начинает действовать возмущение, выходные величины $Y1$ и $Y1^$ незначительно различаются, а оценка $X2^$ значительно отличается от переменной $X2$.

Содержание отчета

В отчете должна быть указана цель лабораторной работы и представлены:

1. Схема моделирования системы с модальным регулятором с дополнительной интегральной обратной связью (рис. 7.8 и рис. 7.9).
2. Схема моделирования системы с наблюдателем-регулятором (рис. 7.10).
3. Выводы.

Контрольные вопросы

1. Как устранить статическую ошибку в системе, представленной на рис. 7.4?
2. Описать процедуру синтеза модального регулятора с интегральной обратной связью.
3. Объяснить, как составлены уравнения состояния замкнутых систем, представленных на рис. 7.8 и рис. 7.9.
4. Какие переменные вектора состояния системы с дополнительной интегральной обратной связью оценивает наблюдатель?
5. Как формируется обратная связь в схеме моделирования объекта с наблюдателем и регулятором (рис. 7.10)?

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 8

СИНТЕЗ ДИСКРЕТНОГО МОДАЛЬНОГО РЕГУЛЯТОРА С НАБЛЮДАТЕЛЕМ СОСТОЯНИЯ

Целью лабораторной работы является ознакомление с методами синтеза дискретных модальных регуляторов с наблюдателем состояния средствами пакетов Program CC и VisSim [4].

8.1. Синтез дискретного регулятора путем размещения полюсов

Синтез путем размещения полюсов основан на использовании векторно-матричной модели (ВММ) объекта в переменных состояния:

$$\begin{aligned} P &= [A \quad B \quad C \quad D] \\ \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t) + Du(t) \end{aligned} \quad (8.1)$$

Разработка дискретного регулятора начинается с описания объекта управления (8.1) в дискретной форме [1–3]:

$$\begin{aligned} x(k+1) &= A^* x(k) + B^* u(k) \\ y(k) &= Cx(k) + Du(k) \end{aligned} \quad (8.2)$$

где $A^* = e^{AT} = I + AT + A^2 \frac{T^2}{2!} + \dots$; $B^* = \left(IT + A \frac{T^2}{2!} + A^2 \frac{T^3}{3!} + \dots \right) B$.

Задача построения модального регулятора решается в предположении, что весь вектор состояния может быть измерен точно. Тогда динамика управляемого объекта может быть изменена с помощью обратной связи по вектору состояния:

$$u(k) = -Fx(k)$$

так что полюса замкнутой системы

$$x(k+1) = [A^* - B^*F]x(k) \quad (8.3)$$

будут определяться при помощи решения его характеристического уравнения

$$\det [A^* - B^*F - zI] = 0 \quad (8.4)$$

Матрица F выбирается так, чтобы полюса были равны заданным.

Пример 1.

В качестве объекта представлена система управления положением

$$\begin{aligned} P1: \quad \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -4.6 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0.787 \end{bmatrix} \cdot u \\ y &= [1 \quad 0] \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (8.5)$$

где $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -4.6 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.787 \end{bmatrix}$, $C = [1 \ 0]$, $D=0$

Представим ВММ системы (8.5) под именем $P1$ в пакете Program CC:

```
CC>a=(0,1;0,-4.6)      CC>d=(0)
CC>b=(0;0.787)         CC>p1=pack(a,b,c,d)
CC>c=(1,0)
```

Преобразование системы (8.5) в дискретную форму осуществляется с использованием программы convert пакета Program CC. Ниже приводится обращение к программе convert (используется опция 8) и вывод на экран дискретной формы $P2$ системы (8.5) при времени квантования $T = 0.1$ с.:

```
CC>p2=convert(p1,8,0.1)      p2.b = 3.395096e-003
CC> p2                        0.0630826
p2.a = 1      0.0801557      p2.c = 1      0
      0      0.6312836      p2.d = 0      (8.6)
```

Зададим другое время квантования $T = 0.01$ с. и аналогично получим ВММ $P3$:

```
CC>p3=convert(p1,8,0.01)     p3.b = 3.875351e-005
CC>p3                         7.691734e-003
p3.a = 1      9.773486e-003   p3.c = 1      0
      0      0.9550420       p3.d = 0      (8.7)
```

Проверку управляемости объекта $P2$ (8.6) можно сделать с помощью программы conmat пакета Program CC:

```
CC>Qu=conmat(p2), Qu      CC>rank(Qu)
Qu = 3.395096e-003      8.451524e-003      ans = 2
      0.0630826      0.0398230
```

Ранг матрицы управляемости Q_u равен 2, следовательно, система управляема.

Для выбора коэффициентов матрицы F в (8.3) потребуем, чтобы корни характеристического уравнения (8.4) были нулевыми (как у апериодического регулятора) $z_1 = z_2 = 0$. При таком выборе корней получим регулятор состояния с конечным временем установления. Для нахождения матрицы F воспользуемся программой poleplace:

```
CC>vec=(0;0)
CC>F=poleplace(p2,vec), F
F = 158.52242      17.327845
```

Вычислить ВММ $P21$ замкнутой системы управления $P2$ (8.6) с обратной связью по полному состоянию, используя найденную матрицу $F = [158.52242 \ 17.327845]$, с помощью команды fsfb (full state feedback):

CC>p21=fsfb(p2,F)

Проверить полюса ВММ P_{21} замкнутой системы с помощью программы poles:

CC>poles(p21) ans = 1.665335e-016 + 1.053671e-008j
1.665335e-016 - 1.053671e-008j

Полюса равны нулю, следовательно, замкнутая система является асимптотически устойчивой.

Построить схему моделирования системы (8.5) с обратной связью по полному состоянию с коэффициентами обратных связей F при времени квантования $T = 0.1$ с. (рис. 8.1, а) и схему моделирования дискретной формы (8.6) объекта (рис. 8.1, б). Переменные состояния непрерывного объекта обозначены как $X1$ и $X2$, а их дискретный эквивалент – $X1_k$ и $X2_k$.

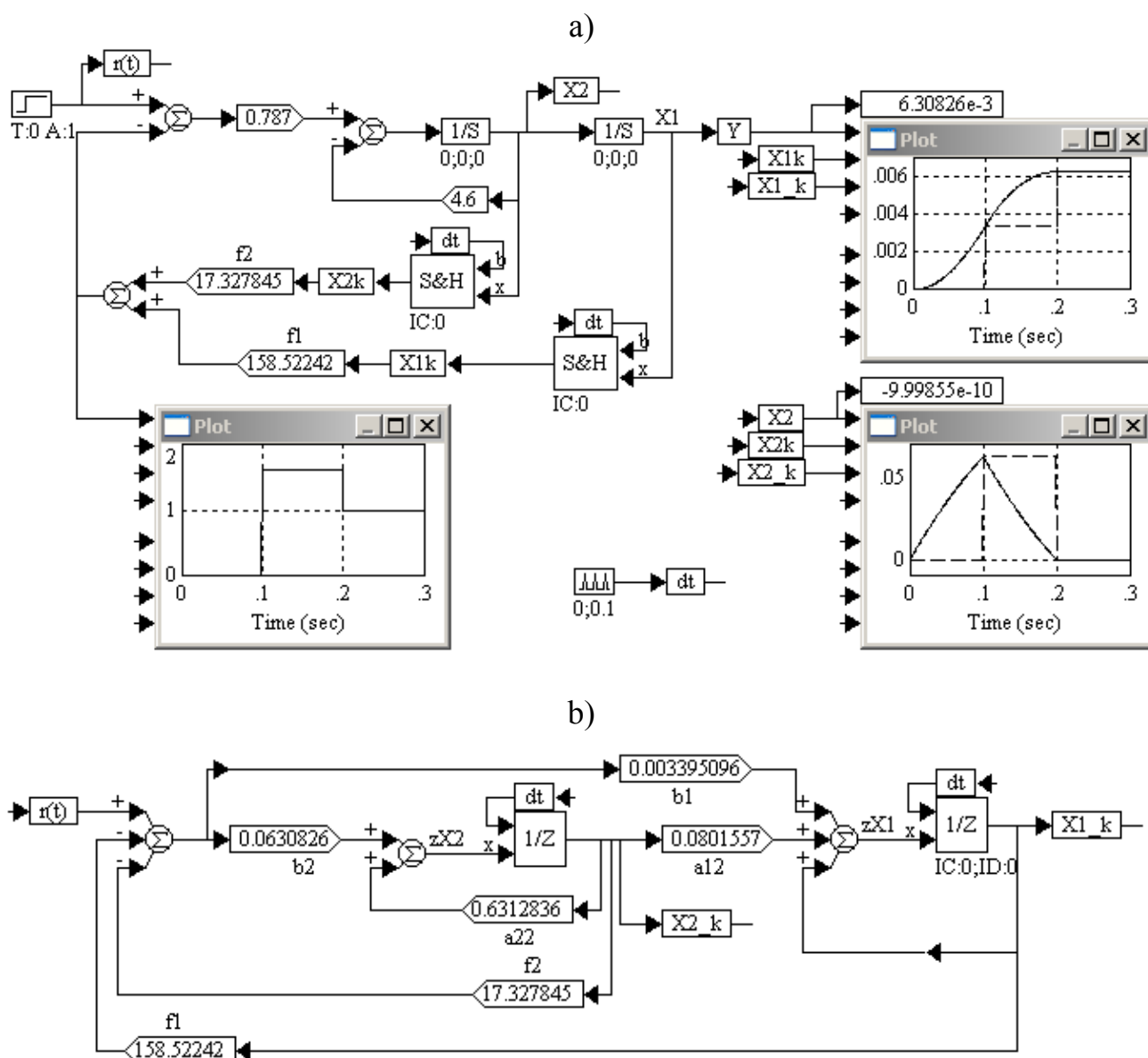


Рисунок 8.1

Произвести настройку: Simulate, Simulation Properties, где установить временной интервал 0.3 с. и метод интегрирования Рунге-Кутты 4-го порядка (RK4, 0.001), а затем запустить процесс интегрирования.

Очевидно, что в точках квантования состояние непрерывного и дискретного объектов совпадают. Кроме того, совпадают и дискретные переменные состояния $X1_k$, $X1_k$ и $X2_k$, $X2_k$.

По графику переходного процесса в системе можно сделать вывод, что он заканчивается за два такта (0.2 с.), то есть при таких желаемых полюсах система стабилизируется за количество тактов, равное порядку системы.

Очевидно также, что по окончании переходного процесса значение выходной переменной $X1_k = 6.30827\text{e-}3$, в то время как входное воздействие $r(t)=1$. Для того, чтобы выходная переменная отслеживала входное воздействие, необходимо воспользоваться приемом, изложенным в лабораторной работе 6, и составить схему моделирования системы, которая представляет собой систему управления с единичной обратной связью (рис. 8.2). Запустить процесс интегрирования (RK4, 0.001).

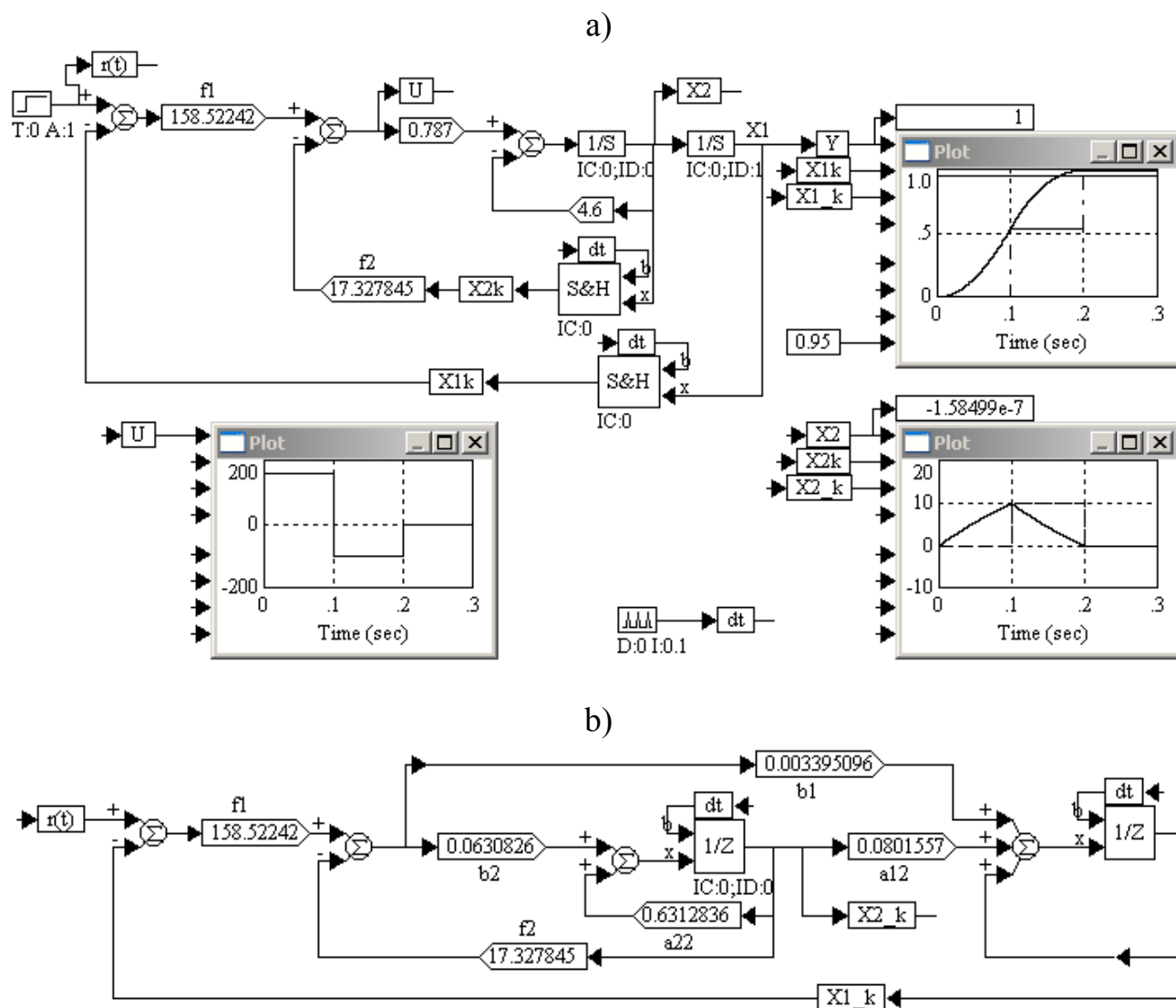


Рисунок 8.2

По графику переходного процесса можно сделать вывод, что он заканчивается за два такта (0.2 с.) и выходная переменная $X1_k = X1_k = 1$ имеет ту же величину, что и входное воздействие $r(t)=1$.

8.2. Синтез наблюдателя для дискретных систем

Поскольку все переменные состояния $x(k)$ для большинства объектов не могут быть измерены, их следует определять, используя измеряемые величины. Рассмотрим динамический объект:

$$\begin{aligned} x(k+1) &= Ax(k) + Bu(k) \\ y(k) &= Cx(k) \end{aligned} \quad (8.8)$$

и предположим, что в объекте точно могут быть измерены лишь вектор входа $u(k)$ и выхода $y(k)$, а все переменные состояния $x(k)$ наблюдаемы. Включим параллельно объекту модель, имеющую такую же структуру (рис. 8.3).

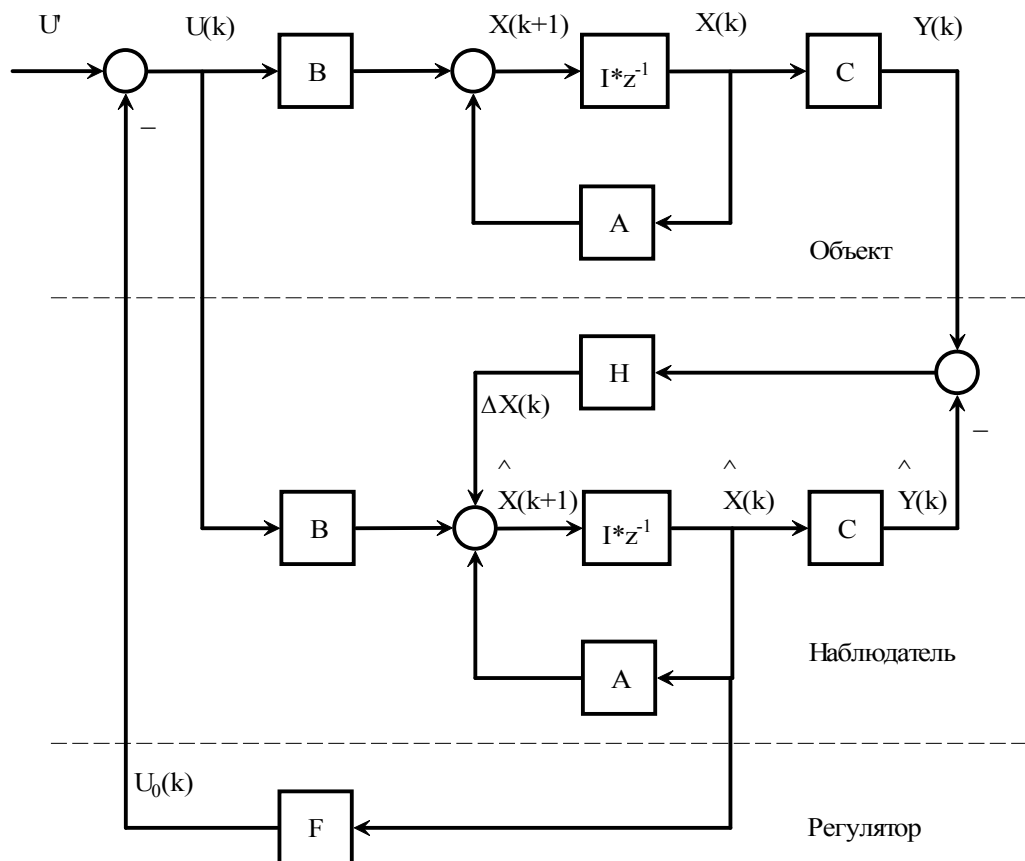


Рисунок 8.3

Сигнал коррекции состояния $\Delta x(k)$ формируется путем введения обратной связи по сигналу ошибки между выходной переменной объекта и модели, умноженному на матрицу H .

$$\Delta x(k) = H(y(k) - \hat{y}(k)) = H[y(k) - C\hat{x}(k)]$$

Матрица обратной связи наблюдателя H должна выбираться так, чтобы вектор состояния модели $\hat{x}(k)$ асимптотически сходил к $x(k)$ при $k \rightarrow \infty$.

Когда процесс сойдется, состояние модели будут повторять состояние объекта.

Из рис. 8.3 следует, что уравнения наблюдателя имеют следующий вид:

$$\hat{x}(k+1) = A\hat{x}(k) + Bu(k) + H[y(k) - C\hat{x}(k)], \quad (8.9)$$

а ошибка состояния равна

$$\tilde{x}(k+1) = x(k+1) - \hat{x}(k+1) \quad (8.10)$$

Из уравнений (8.8) – (8.10) получим

$$\tilde{x}(k+1) = (A - HC)\tilde{x}(k) \quad (8.11)$$

Уравнение (8.11) является однородным разностным уравнением, в котором ошибка по переменным состояния зависит лишь от начального значения ошибки $\tilde{x}(0)$ и не зависит от входного сигнала $u(k)$.

Для того чтобы процесс сходиллся, необходимо, чтобы предел $\tilde{x}(k)$ был равен нулю: $\lim_{k \rightarrow \infty} \tilde{x}(k) = 0$, т.е. уравнение (8.11) должно описывать асимптотически устойчивый процесс. Следовательно, его характеристическое уравнение

$$\det[A - HC - zI] = z^n + a_{n-1}z^{n-1} + \dots + a_1z + a_0 = (z - z_1)(z - z_2) \dots (z - z_n) = 0 \quad (8.12)$$

должно иметь корни внутри окружности единичного радиуса: $|z_i| < 1, i = 1 \dots n$.

Это условие выполняется при соответствующем выборе матрицы H , которую всегда можно определить, если объект наблюдаем.

Пример 2.

В примере 1 для системы (8.6) был синтезирован регулятор, который обеспечивал окончание переходного процесса за два такта (0.2 с.).

Для проверки возможности проектирования наблюдателя состояния необходимо проверить наблюдаемость системы (8.6). Матрица наблюдаемости должна иметь ранг равный 2. Проверку наблюдаемости объекта можно сделать с помощью программы obsmat пакета Program CC:

$$\begin{array}{ll} \text{CC>Qn=obsmat(p2), Qn} & \text{CC>rank(Qn)} \\ \text{Qn} = \begin{array}{cc} 1 & 0 \\ 1 & 0.0801557 \end{array} & \text{ans} = 2 \end{array},$$

таким образом, система наблюдаема.

Рассмотрим для системы (8.6) синтез наблюдателя. Для этого необходимо выбрать нулевые корни характеристического уравнения (8.12) $z_1 = z_2 = 0$ и для нахождения коэффициентов матрицы H воспользоваться программой poleplace:

$$\begin{array}{ll} \text{CC>p2h=pack(p2.a',p2.c',p2.c,p2.d)} & \\ \text{CC>vec}=[0;0] & \text{CC>H=ht', H} \\ \text{CC>ht=poleplace(p2h,vec)} & \text{H} = \begin{array}{l} 1.6312836 \\ 4.9718098 \end{array} \end{array}$$

Таким образом, найдена матрица H , с помощью которой решается задача построения наблюдателя.

Сформировать ВММ наблюдателя $P21$ с помощью команды `fsoi` (full state observer injection), используя ВММ $P2$ и найденную матрицу H :

```
CC>p21=fsoi(p2,H), p21
p21.a = -0.6312836    0.0801557
        -4.9718098    0.6312836
p21.b =  3.395096e-003
        0.0630826
p21.c =    1    0
p21.d =    0
```

Проверить полюса ВММ $P21$:

```
CC>poles(p21)
ans = 1.110223e-016 + 1.490116e-008j
      1.110223e-016 - 1.490116e-008j
```

Полюса равны нулю, следовательно, замкнутая система является асимптотически устойчивой.

Построить схему моделирования системы с наблюдателем состояния с коэффициентами матрицы H (рис. 8.4) и запустить процесс интегрирования (RK4, 0.001). При этом в объекте задать начальные условия $x_1(0) = 0.1$, $x_2(0) = 0.5$, а в модели наблюдателя – нулевые начальные условия.

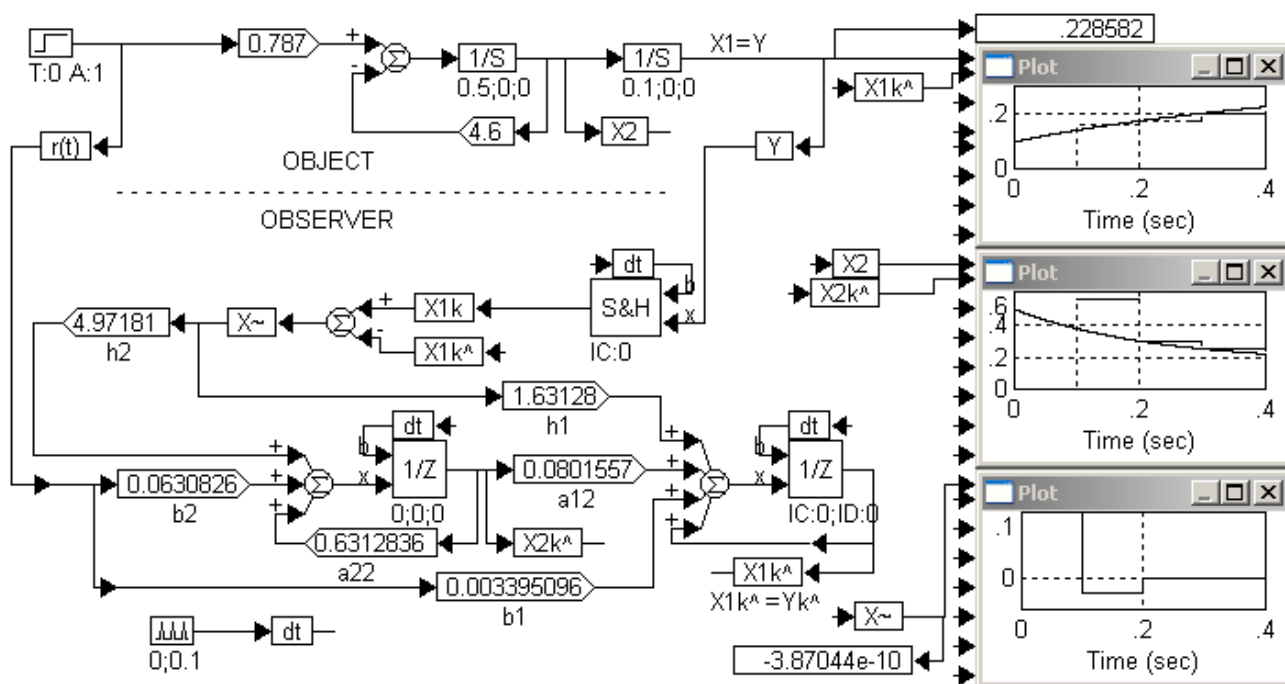


Рисунок 8.4

Из графика переходного процесса (рис. 8.4) очевидно, что первые 2 такта (0.2 с.) наблюдатель восстанавливает ошибочные значения, а далее он полностью отслеживает поведение системы, т.е. переходной процесс в системе и наблюдателе протекает за количество шагов, равное порядку системы.

8.3. Модальное управление для дискретных систем с неполной информацией

В общем случае невозможно измерить все переменные состояния системы и для формирования закона управления приходится вместо истинных переменных состояния объекта $x(k)$ использовать переменные состояния $\hat{x}(k)$, восстановленные с помощью наблюдателя. Таким образом,

$$u(k) = -F\hat{x}(k).$$

В виду этого процесс синтеза состоит из двух этапов: сначала определяется матрица коэффициентов обратной связи F , а затем матрица H .

Уравнения состояния для замкнутой системы при условии, что в качестве переменных рассматриваются переменные состояния собственно исходной системы плюс переменные, являющиеся их оценками, и уравнения состояния регулятора-наблюдателя имеют вид [1–3]:

$$\begin{aligned}x(k+1) &= Ax(k) + Bu(k) = Ax(k) - BF\hat{x}(k), \\ \hat{x}(k+1) &= (A - BF - HC)\hat{x}(k) + HCx(k).\end{aligned}\tag{8.13}$$

Используя ошибку состояния (8.10) и уравнение для нее (8.11), преобразуем уравнения (8.13):

$$\begin{aligned}x(k+1) &= (A - BF)x(k) + BF\tilde{x}(k) \\ \tilde{x}(k+1) &= (A - HC)\tilde{x}(k)\end{aligned},$$

или в матричной форме:

$$\begin{bmatrix} x(k+1) \\ \tilde{x}(k+1) \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} A - BF & BF \\ 0 & A - HC \end{bmatrix}}_{A^*} \begin{bmatrix} x(k) \\ \tilde{x}(k) \end{bmatrix}\tag{8.14}$$

Собственное движение системы определяется характеристическим уравнением системы (8.14):

$$\det[A^* - zI] = \det[A - BF - zI] \det[A - HC - zI] = 0$$

Следовательно, полный набор полюсов системы управления с регулятором и наблюдателем будет состоять из полюсов замкнутой системы управления без наблюдателя и полюсов наблюдателя. Таким образом, полюса системы и полюса наблюдателя могут быть определены независимо, поскольку они не влияют друг на друга (это следует из *теоремы разделения*).

Пример 3.

Составить схему моделирования системы (8.5) с модальным регулятором и наблюдателем состояния с коэффициентами F и H (рис. 8.5), чтобы привести ее к виду (8.13). При этом в объекте задать ненулевые начальные условия $x_1(0) = 0.1$, $x_2(0) = 0.5$, а в модели наблюдателя – нулевые. Запустить процесс интегрирования (RK4, 0.001).

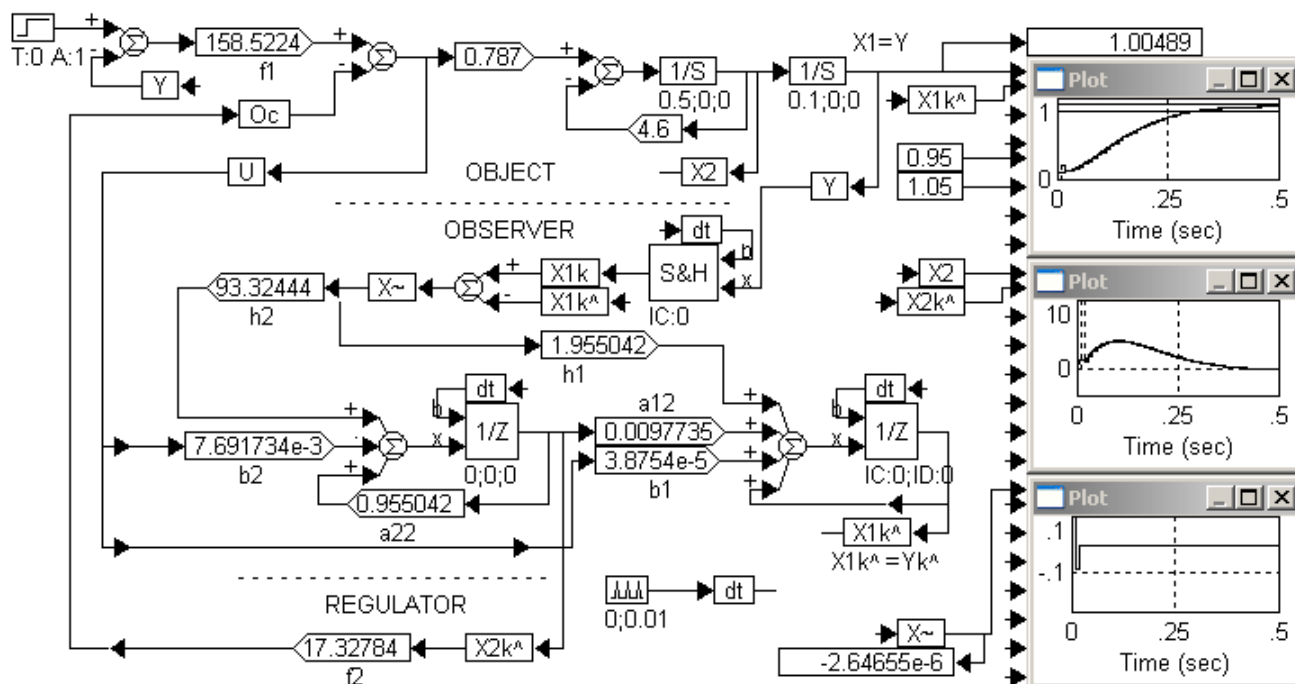


Рисунок 8.6

Из графика переходного процесса (рис. 8.6) очевидно, что наблюдатель за два такта, то есть за 0.02 с., начинает правильно восстанавливать переменные состояния, однако для регулятора это еще продолжается первый такт, который длится 0.1 с. Тогда к концу первого такта регулятора (0.1 с.) наблюдатель уже выдает правильные значения и регулятор за три такта (0.32 с.) выполняет свою задачу.

Таким образом время достижения системой установившегося процесса сокращается до трех тактов (0.32 с.), т. е. повысилось быстродействие системы в два раза.

Содержание отчета

В отчете должна быть указана цель лабораторной работы и представлены:

1. Схема моделирования замкнутой системы с обратной связью по полному состоянию с коэффициентами обратных связей F (рис. 8.2).
2. Схема моделирования системы с наблюдателем состояния с коэффициентами матрицы H (рис. 8.4).
3. Схема моделирования системы с регулятором и наблюдателем состояния с коэффициентами F и $H3$ (рис. 8.6).
4. Выводы.

Контрольные вопросы

1. Представить описание объекта управления в дискретной форме.
2. Как осуществляется синтез дискретного модального регулятора на основе размещения полюсов?
3. Как задаются корни характеристического уравнения дискретного

модального регулятора?

4. Как моделируется система управления с единичной обратной связью для того, чтобы выходная переменная отслеживала входное воздействие?

5. Как проверить наблюдаемость системы и осуществить синтез наблюдателя для дискретных систем?

6. Как находится матрица коэффициентов наблюдателя с помощью программы `poleplace()`?

7. Записать уравнения состояния для замкнутой системы с регулятором-наблюдателем.

8. Как моделируется модальное управление для дискретных систем с неполной информацией (рис. 8.5).

9. Объяснить влияние величины такта квантования наблюдателя на переходной процесс системы с наблюдателем-регулятором (рис. 8.6).

10. Какой вид имеет характеристическое уравнение дискретной системы с наблюдателем-регулятором (теорема разделения)?

11. Как формируется векторно-матричная модель объекта в переменных состояния с помощью программы `rank()`?

12. Как преобразуется ВММ объекта в дискретную форму с использованием программы `convert()`?

13. Как осуществить проверку управляемости и наблюдаемости объекта с помощью программ `conmat()`, `obsmat()`, `rank()`?

14. Как реализуется задача синтеза динамических САУ с использованием приемов модального управления с помощью программы `poleplace()`?

15. Как найти ВММ замкнутой системы управления с объектом и обратной связью по полному состоянию с помощью команды `fsfb()`?

16. Как проверить полюса ВММ замкнутой системы с помощью программы `poles()`?

17. Как сформировать ВММ наблюдателя с помощью команды `fsoi()`, используя ВММ объекта и найденную матрицу H ?

18. Как с помощью программы `fadeeva()` преобразуется ВММ замкнутой системы в матричную ПФ, где элементами являются ПФ, связывающие выход со входом?

Список литературы

1. Р. Изерман. Цифровые системы управления. – М.: Мир, 1984, 542 с.
2. Ч. Филлипс, Р. Харбор. Системы управления с обратной связью. – М.: Лаборатория Базовых знаний, 2001, 615 с.
3. Р. Дорф, Р. Бишоп. Современные системы управления. Пер. с англ. – М.: Лаборатория Базовых Знаний, 2002, 832 с.
4. В.П. Дьяконов. VisSim+Mathcad+MATLAB. Визуальное математическое моделирование. – М.: СОЛОН-Пресс, 2004, 384 с.

Навчальне видання

Э.Г. Чайка, Л.В. Шипулина

**ЛАБОРАТОРНЫЙ ПРАКТИКУМ ПО РАЗДЕЛУ:
«СИНТЕЗ ПАРАМЕТРИЧЕСКИ ОПТИМИЗИРУЕМЫХ,
КОМПЕНСАЦИОННЫХ, АПЕРИОДИЧЕСКИХ
И МОДАЛЬНЫХ РЕГУЛЯТОРОВ »**

Навчально-методичний посібник