

ВОЗДЕЙСТВИЕ БЫСТРО ОСЦИЛЛИРУЮЩЕГО ПОЛЯ НА ДЕФОРМИРУЕМЫЕ ТЕЛА ПРИ НЕЛИНЕЙНОЙ ПОЛЗУЧЕСТИ

РЕЗЮМЕ. Запропоновано постановку і метод розв'язання задач нелінійної повзучості тіл, навантажених квазістатично змінними об'ємними і поверхневими силами та Додатковими поверхневими навантаженнями, швидко осцилюючими в часі. Розв'язки знайдено на основі асимптотичних розкладів методу багатьох масштабів. Вивчено вплив на повзучість тіл гармонічної зовнішньої сили, алгоритм числових розрахунків за схемою методу скінченних елементів в поєднанні з кроковими методами інтегрування початково-крайових задач для «швидких» і «повільних» функцій асимптотичного зображення розв'язків.

SUMMARY. The problem on the creep of a body under the action of the oscillations loading applied to a part of the body surface is solved. The method is based on application of asymptotic expansions (asymptotic solutions for small parameters with different time scales). An algorithm is described which gives an efficient solution of the nonlinear differential equations for solving boundary and initial value problems of the theory of dynamics creep. Comparison of theoretical results with the experimental data for powder materials is performed.

Для металлических материалов и сплавов, используемых в машиностроении, актуальны проблемы высокотемпературной ползучести. Совместное действие высоких температур, статических и циклических нагрузок способствует процессу «динамической ползучести» в деталях машин, что приводит к интенсивному развитию необратимых остаточных деформаций и разрушению. Для эластомерных элементов конструкций проблемы нелинейного термомеханического деформирования при циклическом нагружении, резонансных колебаниях и виброразогреве, сопровождающих высокочастотные колебания, в общей постановке исследованы в монографии [7]. Для металлических материалов аналогичные явления традиционно относили к резонансным режимам работы машины. Известные результаты в этом направлении позволяют практически решить вопросы отстройки от резонансов как отдельных деталей, так и машины в целом. Вместе с тем, значительный интерес представляют задачи, связанные с определением условий интенсивного развития циклической ползучести в таких

конструкциях во внерезонансных или близких к ним режимах работы. Соответствующие задачи отвечают потребностям энергетики, химического машиностроения, авиации и ракетной техники, современных технологий формообразования изделий в режимах ползучести.

Известные решения задач ползучести получены для квазистационарных нагружений. Однако на многие элементы конструкций наряду с квазистатическими нагрузками действуют нестационарные быстро изменяющиеся во времени физико-механические поля (например, аэрогидродинамические потоки с пульсациями и т. п.).

В настоящей работе дана постановка таких задач, предложен алгоритм их решения на основе асимптотических разложений метода многих масштабов [1, 2]. Рассматривается вопрос о характере влияния на ползучесть тел гармонической внешней силы, частота изменения во времени которой Ω значительно больше характерной частоты ω основного воздействия.

§1. Постановка задачи. Рассмотрим произвольное тело объемом V , закрепленное по части поверхности S_1 , нагруженное объемными силами f и поверхностными p на части поверхности S_2 . В системе координат $x = \{x_k\}_{k=1}^3$ движение континуума материальных точек будем описывать в рамках Лагранжевого подхода вектором перемещений $u = \{u_k\}_{k=1}^3$, их скоростей $v = \{v_k\}_{k=1}^3$, $(v_k = \dot{u}_k, d(*)/dt = (\dot{*}))$, и тензорами $\sigma_{ij} = \sigma_{ji}$ — напряжений, $\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ji}$ — деформаций ($i, j=1,2,3$), являющимися функциями координат отсчетной системы x и времени t . Необратимые деформации ползучести без учета их влияния на сжимаемость представим тензором $c_{ij} = c_{ji}$. Для последнего необходимо принять тензорную связь с тензором напряжений и временем, адекватно отражающую свойства ползучести материала среды в рассматриваемых условиях термосилового нагружения. Известные соотношения в виде уравнений состояния относятся к квазистационарному нагружению и, следовательно, непосредственно не

могут быть перенесены для рассматриваемого случая, что подтверждается и экспериментальными данными [5, 6].

Остановимся на уточнении осцилляционного поля внешнего воздействия, рассматриваемого в данной работе. Внешние силы, действующие на тело, разделим на два вида — основное воздействие и осциллирующее. Причем к первому отнесем объемные силы f и ту часть поверхностного давления $p^0(x, t), x \in S_2$, которая медленно изменяется или остается постоянной во времени. Осциллирующее поле приложено к поверхности S_2 и гармонически зависит от времени $p^1 = p_*^1(x) \Phi(\Omega t)$.

Функция $\Phi(\Omega t)$ изменяется во времени по закону 1-периодической гармонической функции с частотой $\Omega = \text{const}$, значительно большей чем характерная частота системы при движении от действия основного нагружения.

В сформулированных выше предложениях математическая постановка начально-краевой задачи ползучести представляется следующей системой уравнений:

$$\begin{aligned}\sigma_{ij,j} + f_i &= \rho \dot{v}_i, \quad \forall x \in V; \\ \sigma_{ij} n_j &= p_i^0 + p_{i*}^1 \Phi_i(\Omega t), \quad \forall x \in S_2; \\ \varepsilon_{ij} &= c_{ijkl} \sigma_{kl} + c_{ij} = 1/2 (u_{i,j} + u_{j,i}), \quad \forall x \in V; \\ u_i &= u_i^*, \quad \forall x \in S_1, \quad u_i(x, 0) = v_i(x, 0) = c_{ij}(x, 0) = 0,\end{aligned}\tag{1.1}$$

где ρ — массовая плотность, c_{ijkl} — тензор упругих свойств материала, $n\{n_i\}_{i=1}^3$ — единичная внешняя нормаль к поверхности тела; u_i^* — известные значения перемещений точек закрепленной части поверхности, неизменяющиеся со временем. Отметим нелинейность системы уравнений (1.1), связанную с тем, что компоненты тензора деформаций ползучести c_{ij} в общем случае нелинейным образом связаны с компонентами тензора напряжений и, возможно, другими параметрами, определяемыми решением системы (1.1). Эту связь пред-

стоит еще доопределить в дальнейшем.

§2. Асимптотические разложения. Предполагаемое свойство инерционности движения точек тела из-за несоизмеримости частот основного и осциллирующего воздействия позволяет записать для искомым неизвестных системы (1.1) асимптотические разложения (АР) с коэффициентами, зависящими как от переменной t (медленные или макроскопические), так и от переменных $\xi = t/\mu$ (быстрые или микроскопические)

$$z \sim \sum_{i=0}^{\infty} \mu^i z^i(x; t, \xi) \quad (2.1)$$

где под z понимается любая из неизвестных системы (1.1), а x , t , и ξ - формально считаются независимыми переменными. В качестве малого параметра μ принимаем величину $2\pi/\Omega$ и, следовательно, z^i считаем 1-периодической функцией переменной ξ , $0 \leq \xi \leq 1$

$$\langle z^i(x; t, \xi) \rangle = \int_0^1 z^i d\xi = 0 \quad (2.2)$$

Кроме того, как обычно,

$$\frac{d}{dt} z^i = \frac{\partial}{\partial t} z^i + \frac{1}{\mu} \frac{\partial}{\partial \xi} z^i, \quad \xi = t/\mu \quad (2.3)$$

В дальнейшем сохраним два слагаемых в каждом из асимптотических разложений вида (2.1):

$$u_i \sim u_i^0(t) + \mu u_i^1(\xi) + \dots; \quad (2.4)$$

$$\sigma_{ij} \sim \sigma_{ij}^0(t) + \mu \sigma_{ij}^1(\xi) + \dots,$$

что позволяет записать с учетом (2.3)

$$v_i \sim v_i^0(t) + \mu v_i^1(\xi) + \dots; \quad (2.4)$$

$$\varepsilon_{ij} \sim \varepsilon_{ij}^0(t) + \mu \varepsilon_{ij}^1(\xi) + \dots,$$

где $\varepsilon_{ij}^0(t) = 1/2(u_{i,j}^0 + u_{j,i}^0)$, $\varepsilon_{ij}^1(t) = 1/2(u_{i,j}^1 + u_{j,i}^1)$, $v_i^1 = \frac{1}{\mu} u_{i,\xi}^1$, $v_{i,\xi}^1 = \frac{1}{\mu^2} u_{i,\xi\xi}^1$.

Заметим, что в равенствах (2.4), (2.5), кроме выделенных аргументов,

имеется в виду и зависимость медленных и быстрых коэффициентов АР от пространственных координат x .

Представления (2.4) позволяют разделить исходную систему (1.1) на две, приравнивая нулю слагаемые при одинаковых степенях μ , в (1.1), после подстановки в них (2.4). В смысле асимптотических равенств, эти новые равенства будут следующими:

$$\begin{aligned}\sigma_{ij,j}^0 + f_i &= \rho \dot{v}_i^0, \quad \varepsilon_{ij}^0 = c_{ijkl} \sigma_{kl}^0 + c_{ij}^0, \quad \forall x \in V; \\ u_i^0 &= u_i^*, \quad \forall x \in S_1, \quad \sigma_{ij}^0 n_j = p_i^0, \quad \forall x \in S_2; \\ u_i^0(0) &= v_i^0(0) = 0, \quad c_{ij}^0(0) = 0,\end{aligned}\tag{2.6}$$

где все искомые функции основного движения являются медленно изменяющимися в масштабе макроскопического времени t ;

$$\begin{aligned}\sigma_{ij,j}^1 &= \rho \dot{v}_{i,\xi}^1, \quad \varepsilon_{ij}^1 = c_{ijkl} \sigma_{kl}^1, \quad \forall x \in V; \\ u_i^1 &= 0, \quad \forall x \in S_1, \quad \sigma_{ij}^1 n_j = p_{i*}^1 \Phi(\xi), \quad \forall x \in S_2; \\ u_i^1(0) &= v_i^1(0) = 0, \quad c_{ij}^1 = 0, \quad 0 \leq \xi \leq 1\end{aligned}\tag{2.7}$$

где все искомые функции быстрого осцилляционного движения являются изменяющимися в масштабе быстрого времени ξ : $\langle \sigma_{ij}^1 \rangle = \langle u_i^1 \rangle = \langle c_{ij}^1 \rangle = 0$ как и для их производных по координатным переменным.

Вместе с тем $\langle \varphi(\xi) \rangle = \frac{1}{\mu} \langle \Phi(\xi) \rangle = 0$, а деформации ползучести в масштабе быстрого времени ξ не успевают развиваться. Это позволяет считать систему (2.7) для быстрых коэффициентов АР (2.4), отвечающей упругому нестационарному движению под действием на поверхности S_2 гармонической осциллирующей нагрузки $p_{in}^1 = p_{i*}^1 \varphi(\xi)$, где $p_{i*}^1(x)$, $\varphi(\xi) = \Phi(\xi)/\mu$, $\varphi_{,\xi\xi} = -\mu^2 \Omega^2 \varphi(\xi)$ (как гармоническая функция). Тогда, как известно, в (2.7) можно разделить переменные по координатам и времени

$$\sigma_{ij}^1 = \sigma_{ij*}^1(x) \varphi(\xi), \quad u_i^1 = u_{i*}^1(x) \varphi(\xi).\tag{2.8}$$

Краевая задача для амплитудных значений быстрых неизвестных будет иметь вид

$$\sigma_{ij*,j}^1 = -\Omega^2 \rho u_{i*}^1, \quad 1/2(u_{i,j*}^1 + u_{j,i*}^1) = C_{ijkl} \sigma_{kl*}^1; \quad (2.9)$$

$$\forall x \in \nu; \quad \sigma_{ij*}^1 n_j = p_{i*}^1, \quad \forall x \in S_2, \quad u_{i*}^1 = 0, \quad \forall x \in S_1.$$

Инерционное слагаемое в (2.9) формально следует из вывода уравнений, однако в расчетах им можно пренебречь.

Вместе с тем нельзя считать, что системы (2.6) и (2.7) или (2.8), (2.9) независимы, так как в (2.6) входит тензор необратимых деформаций ползучести c_{ij}^0 , который, как будет показано, определяется решением системы (2.7) или (2.8), (2.9), т. е. зависит от быстрых переменных.

§3. Уравнения состояния при ползучести с наложенными осцилляциями. Эти уравнения необходимы для полноты системы (1.1) и (2.6). Как обычно, в теории ползучести уравнения состояния конкретизируются по данным о ползучести при однородном напряженном состоянии одноосно нагруженного образца. В дальнейшем это уравнение обобщается для сложного напряженного состояния.

Пусть к образцу приложено напряжение

$$\sigma = p^0 + \mu p_*^1 \varphi(\xi), \quad \varphi(\xi) = \Phi(\xi) / \mu, \quad (3.1)$$

где p^0, p_*^1 - квазистационарная нагрузка и амплитудная часть осцилляционного нагружения, $\varphi(\xi)$ - гармоническая функция «быстрого» времени $\xi = t / \mu$. Сравнивая это напряжение с АР (2.4), для одноосного нагружения получаем $\sigma^0 = p^0, \sigma^1 = p_*^1 \varphi(\xi)$, а с учетом (2.8) $\sigma^1 = p_*^1$. Далее, принимаем один из вариантов теории ползучести, для определенности, например, вариант теории упрочнения

$$\dot{c} = \Lambda(c) F(\sigma), \quad (3.2)$$

где, как обычно, функции $\Lambda(c)$ и $F(\sigma)$ - определяют для каждого материала по соответствующим кривым ползучести. Используя (2.3) и второе из

асимптотических разложений (2.4), при сохранении двух первых слагаемых из (3.2) получаем

$$\frac{\partial c^i}{\partial t} + \frac{1}{\mu} \frac{\partial}{\partial \xi} = \Lambda(c) F(\sigma^0 + \sigma_*^1 \Phi(\xi)). \quad (3.3)$$

Принимая следующее условие $\frac{1}{\mu}c$, $\xi \cong 0$, как асимптотическое равенство из (3.3) находим

$$c = c^0(t), \quad \dot{c}^0 = \Lambda(c^0) \left\langle F(\sigma^0 + \sigma_*^1 \Phi(\xi)) \right\rangle.$$

Для дальнейшего преобразуем аргумент функции F , введя следующее обозначение: $A(t) = \sigma_*^1 / \sigma^0$, где t внутри оператора $\langle \cdot \rangle$ выполняет роль параметра, который можно заменить вновь введенным $A(t)$. Тогда будем иметь

$$\dot{c}^0 = \Lambda(c^0) \left\langle F(\sigma^0 Q(A(t), \xi)) \right\rangle, \quad (3.4)$$

где $Q(A(t), \xi) = 1 + A(t) \Phi(\xi)$.

Заметим, что в случае однородности F можно записать (3.4) в виде

$$\dot{c}^0 = \Lambda(c^0) F(\sigma^0) H(A); \quad H(A) = \int_0^1 F(1 + A\Phi(\xi)) d\xi. \quad (3.5)$$

Вычисление $H(A)$ обычно не представляет сложности и возможно выполнить аналитически при $A(t) \ll 1$ или численно. Параметр $A(t)$ можно называть параметром асимметрии цикла нагружения, так как он определяется отношением амплитудной части осцилляционного нагружения к квазистатической. Уравнение состояния (3.4) отвечает известной гипотезе Тайра-Лазана-Работнова [5,6], хорошо экспериментально изученной во многих работах, посвященных динамической ползучести при одноосном нагружении образцов. Ниже предложено обобщение (3.4), (3.5) для сложного напряженного состояния, описываемого системой уравнений (2.6), т. е. для основного (медленного) движения континуума при ползучести в осцилляционном поле.

С этой целью рассмотрим интенсивности тензоров напряжений: $\sigma_i^0, \sigma_{i*}^1$

(как обычно для любого тензора a_{ij} : $a_i = (3/2 a'_{ij} a'_{ij})^{1/2}$, $a'_{ij} = a_{ij} - 1/3 (a_{ij} \delta_{ij}) \delta_{ij}$), которые в одноосном случае равняются, соответственно σ^0 и σ^1_* . Тогда обобщение (3.4), (3.5) для сложного напряженного состояния можно представить так:

$$\dot{c}^0 = \Lambda(c_i^0) \left\langle F(\sigma_i^0 Q(A, \xi)) \right\rangle,$$

$$\dot{c}_i^0 = \Lambda(c_i^0) F(\sigma_i^0) H(A)$$

$$\text{где } A(t) = \sigma^1_{i*} / \sigma_i^0, Q = 1 + A(t) \Phi(\xi), H(A) = \int_0^1 F(1 + A(t) \Phi(\xi)) d\xi.$$

Тензорная связь c_{ij}^0 , с компонентами тензора σ_{ij}^0 определяется известными соотношениями теории течения

$$\dot{c}_{ij}^0 = \frac{3}{2} \frac{c_i^0}{\sigma_i^0} \left(\sigma_{ij}^0 - 1/3 (\sigma_{ij}^0 \delta_{ij}) \delta_{ij} \right), \quad (3.8)$$

где \dot{c}_i^0 является вполне определенной функцией σ_i^0 , устанавливаемой соотношением вида (3.6), (3.7).

Системы уравнений (2.6), (3.6) и (3.8) полностью определяют начально-краевую задачу ползучести «основного медленного» движения тела при наложенных осцилляциях.

Рассмотрим некоторые примеры уравнений состояния для ползучести металлов в условиях действия циклического осцилляционного поля.

Если процесс ползучести происходит без упрочнения, а скорость ползучести — степенная функция напряжений, тогда при гармоническом осцилляционном нагружении

$$\dot{c}^0 = B(\sigma^0)^m \int_0^1 (1 + A \sin 2\pi\xi)^m d\xi, \quad (3.9)$$

где $A = \sigma_a / \sigma^0$, σ_a - амплитудная, σ^0 - статическая составляющие напряжений цикла нагружения; B, m - материальные постоянные. При целочисленных m можно приближенно вычислить интеграл (3.9) после предварительного разло-

жения подынтегральной функции в биномиальный ряд ($A \ll 1$)

$$H(A, m) = \int_0^1 (1 + A \sin 2\pi\xi)^m d\xi \cong 1 + \frac{m(m-1)}{4} A^2 \left(1 + \frac{(m-2)(m-3)}{16} A^2 \right).$$

С учетом выполненных вычислений перепишем (3.9)

$$\dot{c}^0 = B(\sigma^0)^m H(A, m). \quad (3.10)$$

Заметим, что для не целых m следует рекомендовать линейную интерполяцию H по данным вычисленным для ближайших его целочисленных значений. Экспериментальные результаты по ползучести образцов при гармоническом осцилляционном нагружении весьма удовлетворительно описываются уравнением (3.10), как показано в [5, 6]. В пределах изложенного выше для упрощающихся сред получим

$$\dot{c}^0 = B(c^0)^n (\sigma^0)^m H(A, m), \quad (3.11)$$

что также подтверждается экспериментальными данными [5, 6].

§4. Численные исследования. Как следует из описанного выше, начально-краевая задача ползучести тел в условиях наложенных быстро осциллирующих полей (поверхностного давления) с точностью асимптотических разложений сводится к связанной системе двух видов: начально-краевая задача для медленного (основного) движения континуума (2.6) с уравнением состояния (3.8), (3.10) или (3.11), и начально-краевая задача для быстрых вынужденных движений (вибраций) исходного упругого тела (2.7).

Вначале решается система уравнений (2.7) и статическая краевая задача, следующая из (2.6) при отсутствии в начальный момент времени $t=0$ ч деформаций ползучести $c_{ij}^0 = 0$. Для интегрирования начально-краевой задачи (2.6) с уравнениями состояния (3.8), (3.10) или (3.11), как и в расчетах на ползучесть при квазистационарном нагружении, преобразуем основные уравнения к разрешающим, относительно скоростей неизвестных [3].

При решении по схеме метода конечных элементов разрешающая система уравнений имеет вид (инерционными силами при медленных движениях пренебрегаем)

$$[K] \dot{q}^0 = \dot{P} + \dot{R}(\dot{c}^0), \quad (4.1)$$

где $[K]$ - матрица жесткости, построенная при принятой триангуляции и функции форм по схеме МКЭ для упругого тела; \dot{P} - вектор скоростей узловых нагрузок, $\dot{R}(\dot{c}^0)$ - вектор дополнительных нагрузок, вычисляемых по компонентам тензора скоростей деформаций ползучести (в начальный момент времени $t=0$, $\dot{R} \equiv 0$). Интегрирование (4.1) по времени осуществляется по явным разностным схемам Рунге-Кутты или прогноз-коррекции [3]. Вектор обобщенных узловых перемещений q^0 , включающий значения медленных функций u_i^0 в узлах триангуляции пространственного тела, определяет в произвольный момент времени t напряженно-деформированное состояние и формоизменение тела вследствие ползучести. В расчетах вынужденных быстрых и медленных движений обычно согласовывается дискретизация области, занятой телом. Такой подход позволяет алгоритмически просто на произвольном шаге времени вычислить компоненты вектора дополнительных нагрузок в (4.1). Для дополнительных компонент, приведенных к узлу γ конечного элемента β , имеем

$$\dot{R}_{\gamma i} = \int_{v_{\beta}} \Psi_{kn\gamma i}^{\beta} D_{knrs}^{\beta} \dot{c}_{rs}^{0\beta} dv,$$

что после применения квадратурных формул перепишем так:

$$\dot{R}_{\gamma i} = G_{\beta\chi} \Psi_{kn\gamma i}^{\beta\chi} D_{knrs}^{\beta\chi} \dot{c}_{rs}^{0\beta\chi}, \quad (4.2)$$

где χ - номер точки взвешивания, $G_{\beta\chi}$ - коэффициент квадратурных формул, используемый в расчетах; Ψ , D - матрицы, определяемые принятой функцией формы и упругими свойствами элемента β . При этом компоненты скоростей деформаций ползучести, подсчитываемые по уравнениям состояния, определяются так:

$$\dot{c}_{rs}^{0\beta\chi} = \frac{3}{2} \varphi(\sigma_i^{0\beta\chi}, c_i^{0\beta\chi}) H(A^{\beta\chi}, m) S_{rs}^{0\beta\chi}, \quad (4.3)$$

где φ , H соответствуют выбираемым в расчетах зависимостям для описания кривых ползучести, например тем, что следуют из (3.10), (3.11) $A^{\beta\chi} = \sigma_{i*}^{\beta\chi} / \sigma_i^{0\beta\chi}$ - вначале параметра асимметрии цикла нагружения в точке χ элемента β , подсчитываемое по интенсивностям амплитудных значений напряжений при вынужденных быстрых $\sigma_{i*}^{\beta f}$ и медленных $\sigma_i^{0\beta f}$ движениях; S_{rs}^0 - девиатор тензора напряжений σ_{rs}^0 .

Амплитудные значения напряжений при вынужденных быстрых движениях вычисляются по решению системы уравнений вида

$$[K - \Omega^2 M] q_*^1 = p_*^1 \quad (4.4)$$

где q_*^1 - вектор амплитудных значений узловых перемещений при вынужденных гармонических колебаниях тела с заданной частотой Ω ; K , M - матрицы жесткости и масс тела; p_*^1 - вектор амплитудных значений узловых нагрузок. Уравнения (4.4) отвечают краевой задаче (2.9) преобразованной по схеме МКЭ.

§5. Примеры расчета. Рассмотрим ползучесть цилиндра из стали 20 при $T=700$ К под внутренним давлением. Уравнение состояния (3.10) вполне удовлетворительно описывает ползучесть материала в широком диапазоне значений $A \leq 0.75$ и $\Omega \leq 10^3$ Гц при $BM \approx 2 \times 10^{-21} (1/ \quad)^m \times, m=6$.

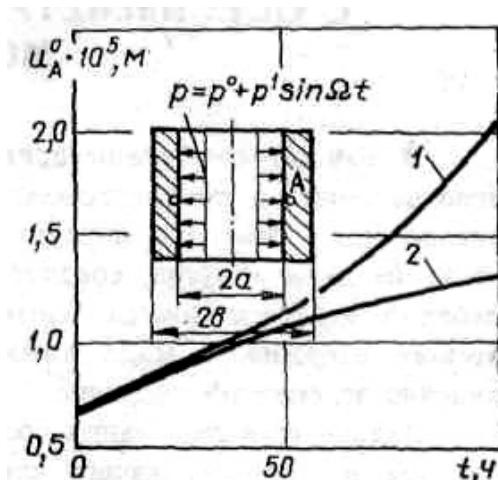


Рис. 1. Ползучесть цилиндра из стали 20

Для цилиндра длиной и наружным радиусом 0.2 м, толщиной 2.1×10^{-2} м на рисунке приведены изменения во времени вследствие ползучести радиально-го перемещения точки «А» на внутренней поверхности стенки при статическом нагружении $P = P^0$ и дополнительных осцилляциях давления $P = P^0 + p^1 \sin \Omega t$ ($P^0 = 22$ МПа, $p_1 = 11$ МПа, $\omega = 200$ Гц) - кривая 2. Заметна существенная разница в необратимом формоизменении цилиндра из-за влияния на его ползучесть наложенного быстро осциллирующего давления. Расчеты выполнены с использованием программного комплекса [4], ориентированного на решение большого класса подобных задач ползучести осесимметричных элементов машиностроительных конструкций, часто встречающихся в технике.

Пластина с круговым отверстием. Как известно из задач теории упругости, в области малых отверстий имеет место значительная концентрация напряжений. Целью проведенных численных исследований было установление закономерностей циклической ползучести в пластине с круговым отверстием при осевом растяжении.

Рассмотрим ползучесть, сопровождающуюся накоплением скрытых повреждений вплоть до разрушения, квадратной пластины ($2a=2b=0.1$ м) с круглым отверстием ($r=0.01$ м) при ее осевом растяжении напряжением, циклически меняющемся по закону $S=S_0(1+L\sin 2\pi ft)$, где $L=S_a/S_0$ - параметр асимметрии, f - частота внешнего нагружения [8]. В расчетах принято: $S_0=150$ МПа, $f=20$ Гц.

Материал пластины – жаропрочный сплав ЭП 109 при температуре 1173 К с упругими характеристиками $E=1.33 \cdot 10^5$ МПа, $\nu=0.3$ [5]. Значения материальных постоянных в уравнениях состояния $A_{кр}=0.83$, $n=m=6.7$, $B=4.98 \times 10^{-21}$ МПа⁻ⁿ/ч, $D=1.43 \times 10^{-19}$ МПа^{-m}/ч, $k=l=3.3$. Расчеты проведены с помощью метода конечных элементов. Использован треугольный трехузловой конечный элемент.

Расчетами определены характеристики процесса перераспределения напряжений в рассматриваемой пластине при циклической ползучести. Упругое

решение задачи с соотношением размеров $a/r=10$ отвечает задаче Кирша. Численно полученное значение коэффициента концентрации $K_\sigma=2.92$ хорошо согласуется с теоретическим его значением $K_\sigma^T=3$ [9].

Далее рассмотрим результаты проведенного цикла исследований, целью которых было установление влияния коэффициента асимметрии цикла на процесс накопления скрытой поврежденности и на значения времени до разрушения пластин. В расчетах рассмотрены значения параметра L , отвечающие статическому ($L=0$) и циклическому нагружению в режиме динамической ползучести ($L=0.3, 0.5, 0.6$).

Распределение параметра повреждаемости (для четверти пластины, вследствие ее симметрии) в момент перед завершением процесса скрытого разрушения приведено на рис.1, где левая верхняя четверть отвечает чисто статическому нагружению ($L=0$), левая нижняя – циклическому с $L=0.3$. В правой половине приведено распределение напряжений для варианта нагружения с $L=0.6$, причем в нижней четверти помещены результаты, полученные по уточненной модели с учетом влияния усталостных повреждений.

Максимальное значение параметра повреждаемости во всех вариантах получено в точке контура отверстия.

Точки пластины с существенной поврежденностью при ползучести образуют области, которые, расширяясь, приближаются к краю пластины. Влияние циклической составляющей нагружения заключается в существенной интенсификации процесса разрушения материала: время разрушения при $L=0$ составляет 686 часов, при $L=0.3$ - 290, при $L=0.5$ - 48.7, при $L=0.6$ - 26.1 час.

Заметим, что такая интенсификация процесса скрытой повреждаемости приводит к тому, что величина областей с существенной поврежденностью при циклическом нагружении сокращается (рис. 1): значения параметра повреждаемости в середине пластины не успевают набрать такого уровня, как при статическом нагружении.

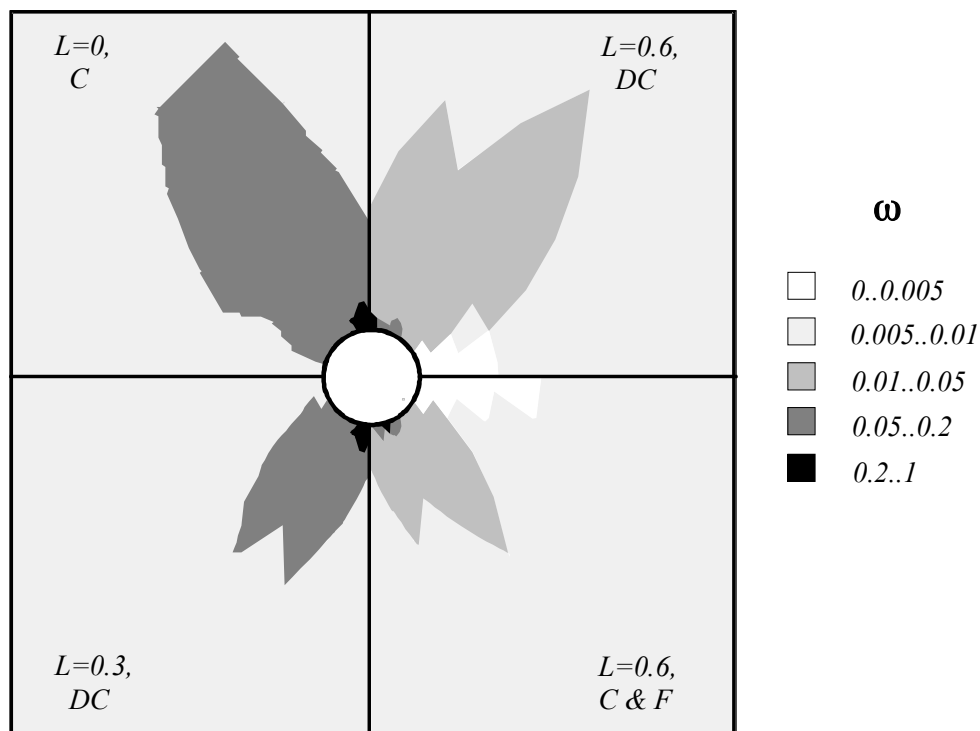


Рис. 2. Распределение повреждаемости в пластине с круговым отверстием

Поврежденность в конических оболочках. Далее рассмотрим ползучесть тонкой конической оболочки из стали 20 при температуре 773К, шарнирно опертой по краям (рис. 3).

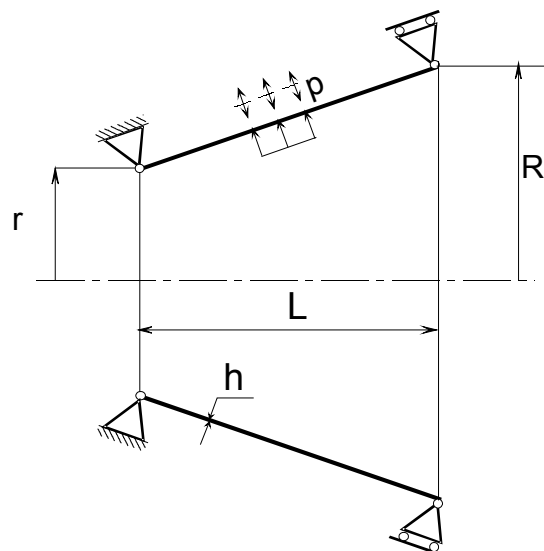


Рис. 3. Расчетная схема конической оболочки

Оболочка нагружена внутренним давлением p , имеющим статическую и циклическую составляющие: $p = p_0 + p_a \sin 2\pi f t$. Длина оболочки $L = 0.1$ м, наименьший и наибольший радиусы срединной поверхности $r = 0.08$ м и $R = 0.12$ м соот-

ветственно, толщина оболочки $h=0.001$ м. В расчетах принято: $p_0=3$ МПа, амплитуда циклического нагружения p_a выбрана как $0.15p_0$, а его частота вынужденных колебаний f варьировалась. Для решения применялся подход МКЭ с использованием двухузлового осесимметричного конечного элемента тонкой оболочки [10].

Вначале были определены собственные формы и частоты осесимметричных колебаний оболочки. Первые 3 собственные частоты оказались равными : $\omega_1=6.450 \cdot 10^3$ Гц, $\omega_2=6.930 \cdot 10^3$ Гц и $\omega_3=7.473 \cdot 10^3$ Гц. В расчетах использованы уравнения состояния с материальными константами, полученными после обработки экспериментальных данных для трубчатых образцов [11]: $E=1.7 \cdot 10^5$ МПа, $\nu=0.3$, $B=3.19 \cdot 10^{-17}$ МПа⁻ⁿ/час, $D=1.78 \cdot 10^{-17}$ МПа⁻ⁿ/час, $n=k=m=6.12$, $l=11.513$.

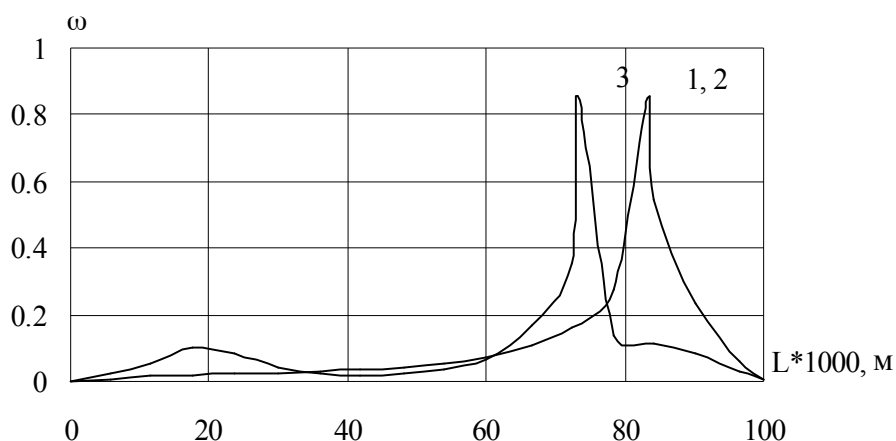


Рис. 4. Распределение параметра повреждаемости вдоль образующей конической оболочки из стали 20

На рис. 4 приведено распределение параметра повреждаемости перед окончанием процесса скрытого повреждаемости для случаев статической (кривая 1) и динамической (кривая 2 - $f=25$ Гц, кривая 3 - $f=6700$ Гц) ползучести. В случае динамической ползучести с частотами, существенно меньшими первой собственной, распределение повреждаемости практически совпадает со статическим (кривые 1 и 2), но время до разрушения, равное $t^*=21.8$ час, оказывается существенно меньшим статического $t^*=26.1$ час. С увеличением частоты нагружения значения времени до завершения процесса скрытого разрушения су-

щественно уменьшается – до 15.2 часа при 6700Гц.

Для частот нагружения, которые превышают значение первой собственной, зона максимальной повреждаемости смещается вдоль меридиана оболочки и более локализована (например кривая 3, $f=6700$ Гц). Рост параметра повреждаемости в зависимости от времени в точке, где происходит разрушение, иллюстрируется на рис. 5 для рассмотренных случаев нагружения соответственно.

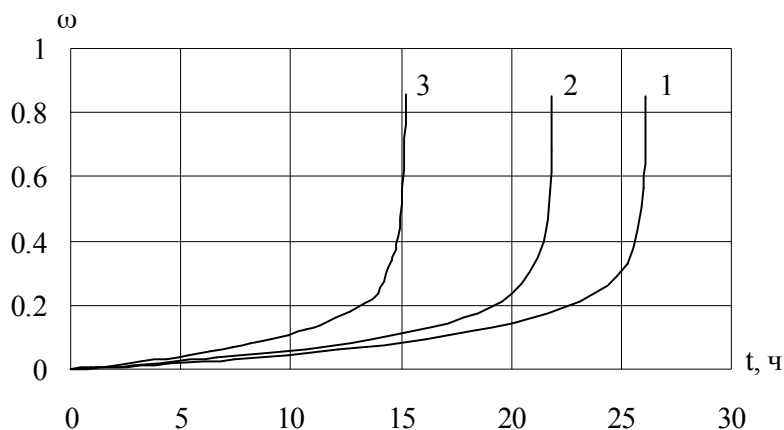


Рис. 5. Рост параметра повреждаемости в точке, где происходит разрушение

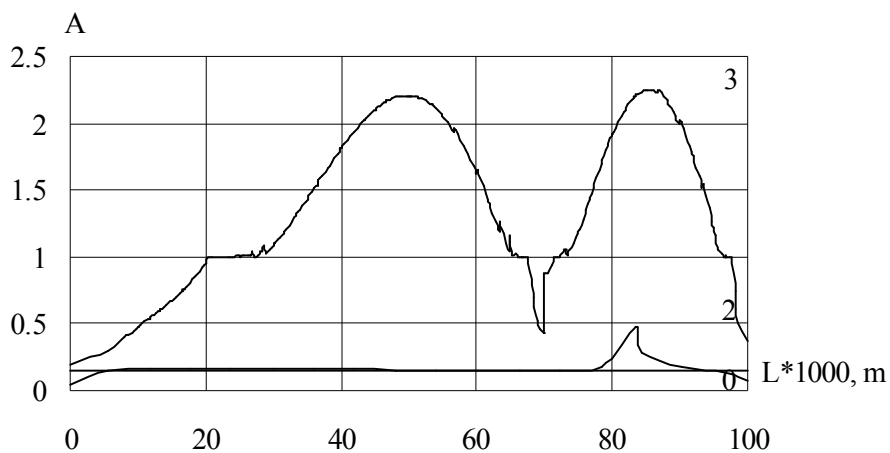


Рис. 6. Распределение параметра асимметрии цикла напряжений
вдоль образующей конической оболочки из стали 20

Отметим, что увеличение частоты нагружения приводит к росту повреждаемости и, вследствие этого, к уменьшению времени до окончания скрытого разрушения. При нагружении статической составляющей давления скорость накопления параметра повреждаемости, ее распределение и время до разрушения за-

висят только от уровня давления. Для случая циклического нагружения скорость параметра повреждаемости дополнительно зависит от величины и распределения параметра асимметрии цикла напряжений A . Для частот нагружения ниже первой собственной (рис. 6, кривая 0), распределение A является равномерным вначале, при ползучести значения A увеличиваются в местах релаксации напряжений (кривая 2). Для частот нагружения, превышающих первую, распределение амплитуд напряжений отвечает второй форме вынужденных колебаний оболочки и значительно отличается от предыдущего, отвечающего первой форме колебаний (кривая 3). Следовательно, как видно из приведенных примеров, вследствие влияния на скорость деформаций ползучести и параметра повреждаемости, уровень и характер распределения A влияет на формообразование и длительную прочность оболочек и зависит как от соотношения между статической и циклической составляющими нагружения, так и от соотношения частоты нагружения и собственных частот оболочки.

Рассмотрим влияние циклического нагружения на кратковременную динамическую ползучесть гладких образцов из сплава АМгб. Воспользуемся экспериментальными данными работы [12], в которой описаны опыты по статической и динамической ползучести. В исследованиях по статической ползучести образцы растягивались со скоростью $\dot{\sigma} = 1,6$ МПа/с до заданного уровня напряжений σ_{\max} , после чего проводились испытания на ползучесть. Статическая ползучесть образцов изучалась при трех уровнях напряжений $\sigma_{\max} = 300, 340, 355$ МПа, соответствующие $(0,8 \dots 0,98)\sigma_s$, где σ_s – предел кратковременной прочности сплава. При комбинированном нагружении сначала образцы растягивались с той же скоростью $\dot{\sigma} = 1,6$ МПа/с, до уровня напряжений σ_0 , после чего добавлялось циклическое нагружение с амплитудой $\sigma_a = 25$ МПа и частотой $f_2 = 25$ Гц. На рис.7 приведены опытные данные, которые свидетельствуют, что при кратковременной ползучести сплава происходит неустановившаяся ползучесть с деформационным упрочнением. Наблюдаемый процесс ползучести за малое время переходит к установившейся ползучести, протекающей с постоянной скоро-

стью.

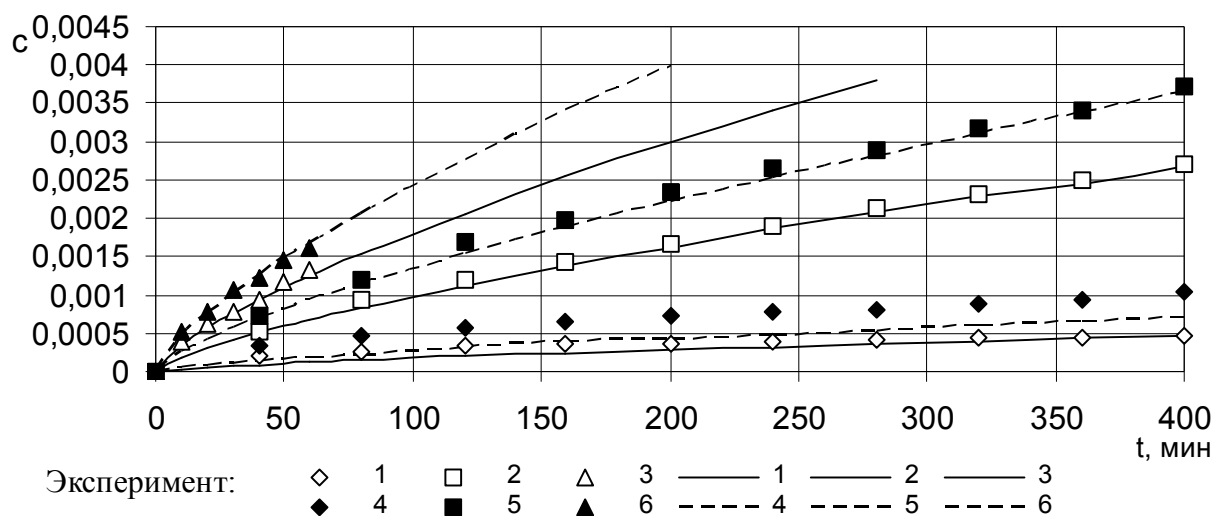


Рис.7. Кривые ползучести сплава АМг6 при 293К.

1-3: $\sigma_{\max} = 300, 340, 355$ МПа – статическая ползучесть;

4-6: $\sigma_a = 25$ МПа, $\sigma_0 = 300, 340, 355$ МПа – циклическая ползучесть

По экспериментальным данным статической ползучести с использованием зависимости (16) при $\sigma_{2e} = \sigma_{\max}$, найдены параметры закона ползучести $\alpha = 0.39$, $B = 3.54 \times 10^{-56} (\text{МПа})^{-n}/\text{мин}$, $n = 19.41$. Расчетные кривые статической ползучести для разного уровня напряжений $\sigma_{\max} = 300, 340, 355$ МПа приведены на рис. 2. При добавлении к статическому напряжению σ_0 циклической составляющей σ_2 происходит динамическая ползучесть, для которой кривые ползучести определяются уравнениями состояния при $\sigma_{2e} = g_2 \sigma_0$,

где

$$g_2 = \left(\int_0^1 (1 + A_2 \sin(\frac{2\pi f_2}{T_2} \xi))^n d\xi \right)^{\frac{1}{n}}, A_2 = A = \frac{\sigma_a}{\sigma_0}.$$

Для получения расчетных кривых динамической ползучести предварительно определены значения $g_2 = g_2(A_2)$, которые для $A_2 = 0.0833; 0.074; 0.0704$ оказались соответственно равны $g_2 = 1.028; 1.022; 1.021$. Расчетные кривые ползучести при возрастании уровня среднего напряжения и коэффициента асимметрии цикла напряжений A_2 приведены на рис. 2, из которого видно, что расчет-

ные данные и экспериментальные результаты [12] удовлетворительно согласуются между собой.

Проведем сравнение асимптотического решения с точным при найденных выше материальных постоянных закона неустановившейся ползучести сплава АМг6 (рис.8). Анализ полученных результатов показал, что среднее значение аналитического решения (прямое интегрирование уравнения) с достаточной точностью совпадает с асимптотическим..

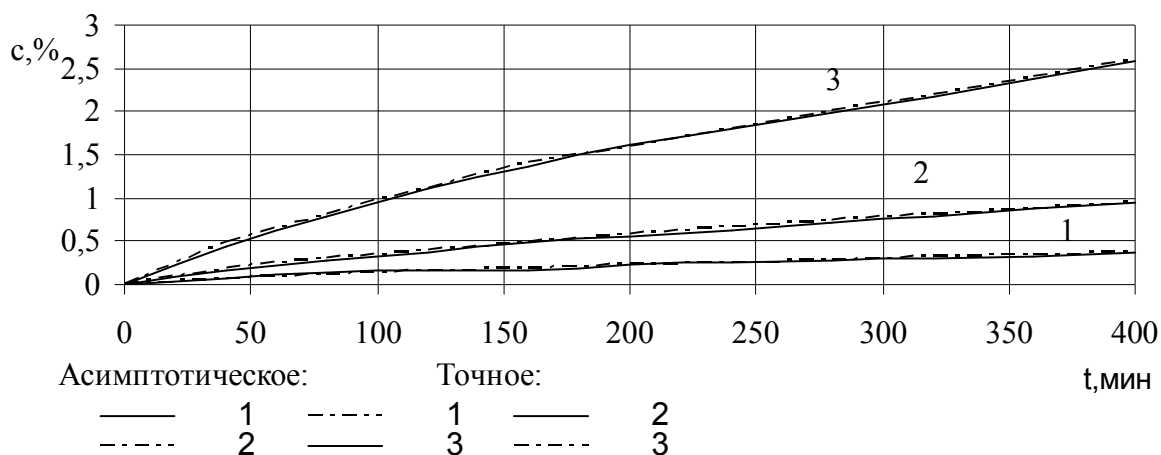


Рис.8. Кривые ползучести сплава АМг6 при 293К.

1: $\sigma_a = 25\text{МПа}$, $\sigma_0 = 340\text{МПа}$ – динамическая ползучесть;

2-3: $\sigma_a = 25\text{МПа}$, $\sigma_0 = 340\text{МПа}$, $\sigma_D = 34\text{МПа}$;

68МПа – циклическая ползучесть.

Сравнение данных рис. 7 и 8 показывает, что совместное действие напряжений с большим и малым периодами циклов существенно ускоряет процесс ползучести.

Полученные результаты свидетельствуют о возможности применения рассмотренного метода для интегрирования определяющих уравнений ползучести при совместном мало- и многоцикловом нагружении.

Литература

1. Бахвалов Н.С, Панасенко Г.П. Осреднение процессов в периодических сре-

дах// Математические задачи механики композиционных материалов.— М.: Наука, 1984. — 352 с.

2. Боголюбов Н.Н., Митропольский Ю.А. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний. — М.: Наука, 1974. — 447 с.

3. Бреславский Д.В., Морачковский О.К. Анизотропная ползучесть осесимметричных тел вращения. Расчеты и эксперимент // Динамика и прочность машин — 1989. — Вып. 48. — С. 3-7.

4. Бреславский Д.В., Морачковский О.К. Программный комплекс для решения задач ползучести осесимметричных элементов конструкций // ПС РФАП УССР, Инв № П6345. Ном. гос. рег. № 50880001310, 1988 — 99 с.

5. Голуб В.П. Циклическая ползучесть жаропрочных никелевых сплавов. — Киев: Наук. думка, 1983. — 224 с.

6. Тайра С., Отани Р. Теория высокотемпературной прочности материалов. — М.: Металлургия, 1986. — 250 с.

7. Термомеханика эластомерных элементов конструкций при циклическом нагружении // Под ред. В. Н. Потураева. — Киев: Наук. думка, 1987. — 286 с.

8. Анищенко Г., Бреславський Д. Повзучість та руйнування плоских тіл з надрізами та отворами за умов швидкого циклічного навантаження// Вісник Тернопільського державного технічного університету. - Тернопіль: ТДПУ. - 1998. -Т3, №1.- С. 25-32.

9. Савин Г.М., Тульчій В.П. Довідник з концентрації напружень. - Київ: Вища школа, 1976. - 412 с.

10. Altenbach H, Breslavsky D., Morachkovsky O., Naumenko K.. Cyclic Creep-Damage in Thin-Walled Structures// Journal of Strain Analysis for Engineering Design. Suffolk, UK, 2000, Vol.35, No 1.- p.p.1-11.

11. Кац Ш.Н. Исследование длительной прочности углеродистых труб// Теплоэнергетика. - 1955. - №11. - С. 37 - 40.

12. . Ясній П.В., Галушак М.П., Федак С.І. Вплив амплітуди циклічного навантаження на динамічну повзучість алюмінієвого метеріалів і міцність конструк-

цій. – Том 1. – Львів: Каменяр, 1999. – С.268-272.