

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ, МОЛОДІ ТА СПОРТУ УКРАЇНИ

НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
«ХАРКІВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ»

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

**ДО ВИКОНАННЯ ЛАБОРАТОРНИХ РОБІТ
ТА РОЗРАХУНКОВОГО ЗАВДАННЯ**

з курсу

«ОБЧИСЛЮВАЛЬНА ГЕОМЕТРІЯ ТА КОМП'ЮТЕРНА ГРАФІКА»

для студентів спеціальності «Прикладна математика»

Затверджено
редакційно-видавничою
радою університету,
протокол № 1 від 20.06.2012 р.

Харків
НТУ«ХПІ»
2012

Методичні вказівки до виконання лабораторних робіт та розрахункового завдання з курсу «Обчислювальна геометрія та комп'ютерна графіка» для студентів спеціальності «Прикладна математика» / уклад. Ю. М. Коритко. – Харків : НТУ «ХП», 2012. – 32 с.

Укладач Ю. М. Коритко

Рецензент Д. В. Бреславський

Кафедра «Системи та процеси управління»

З М І С Т

Вступ.....	4
1. Організаційно-методичні вказівки.....	5
2. Завдання лабораторних робіт	6
2.1. Перелік лабораторних робіт.....	6
2.2. Завдання за варіантами	7
3. Розрахункове завдання.....	23
3.1. Кольорові моделі.....	23
3.2. Розташування прямих у просторі	26
3.3. Задача обертання відносно довільної осі	29
4. Список літератури	31

ВСТУП

Обчислювальна геометрія та комп'ютерна графіка займає важливе місце у програмах навчання технологів, конструкторів, інженерів, математиків. У сучасній графіці передбачається застосування різноманітного інструментарію для виготовлення діаграм, креслень і супровідних документів. Істотну частину цього інструментарію становлять численні апаратні й програмні засоби машинної графіки. Деякі з них розглядаються в курсі «Обчислювальна геометрія та комп'ютерна графіка». Застосування методів та систем автоматизованого проектування (САПР) для підготовки технічних креслень або діаграм стало невід'ємною частиною сучасної графіки.

Методи, розглянуті в курсі «Обчислювальна геометрія та комп'ютерна графіка», можна застосовувати для розпізнавання карт, технічних ілюстрацій, схем, образів, для обробки зображень, створення архітектурних ескізів. Методи обчислювальної геометрії, розглянуті у даному курсі, знайомлять студентів спеціальності «Прикладна математика» з задачами обертання у просторі, розташування фігур у просторі, зміни координат та координатних систем. Однією з основних цілей курсу є викладання технології автоматизації інженерної графіки.

В основу викладання обчислювальної геометрії та комп'ютерної графіки покладено: сучасні концепції глобалізації знання та гуманізації освіти, гносеологічні методи, системні методи синтезу та аналізу, досягнення цілей навчання, покращення якості навчання завдяки принципам самоорганізації навчального процесу та самостійної пізнавальної діяльності, методи організації предметно-змістовної навчальної діяльності, розвитку творчої особистості та співпраці.

Мета викладання дисципліни полягає у засвоєнні майбутніми фахівцями знань, умінь та навичок, необхідних для самостійного створення проєктів за допомогою систем автоматизованого проектування, а також знання методів обчислювальної геометрії.

Дані методичні вказівки містять завдання лабораторних робіт з курсу «Обчислювальна геометрія та комп'ютерна графіка» для студентів спеціальності «Прикладна математика» за варіантами, а також розрахункове завдання з трьох частин: «Кольорові моделі», «Розташування прямих у просторі», «Задача обертання відносно довільної осі» та стисло рекомендації щодо його виконання.

1. ОРГАНІЗАЦІЙНО-МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

Для вивчення дисципліни «Обчислювальна геометрія та комп'ютерна графіка» застосовуються такі види навчальних занять: лекції, лабораторні заняття та поточні консультації. Студенти також повинні виконати розрахункове завдання.

На лекціях викладається основна частина теоретичного матеріалу та розглядаються окремі типові приклади, викладаються основні питання побудови аксонометричних проєкцій, роботи у системах автоматизованого проєктування, взаємні перетворення кольорових моделей, задачі розташування та обертання у просторі. Певна частина матеріалу виноситься на самостійне вивчення.

Лабораторні заняття присвячені практичному застосуванню знань та вмінь, які отримані на лекційних заняттях. Лабораторні роботи повинні виконуватися кожним студентом індивідуально. Тому розроблено 20 варіантів лабораторних робіт, які подані у даних методичних вказівках.

Розрахункове завдання має бути виконано студентами протягом навчального семестру. Завдання складається з трьох окремих частин: «Кольорові моделі», «Розташування прямих у просторі», «Задача обертання відносно довільної осі». Виконання розрахункового завдання також має бути індивідуальним. У даних методичних вказівках наведено 20 варіантів розрахункових завдань за трьома темами та стисло теоретичний матеріал за темою завдань.

Згідно з вимогами освітньо-кваліфікаційних характеристик Міністерства освіти і науки, молоді та спорту України у результаті вивчення курсу «Обчислювальна геометрія та комп'ютерна графіка» студенти повинні знати: правила оформлення креслень; принципи отримання та побудови аксонометричних проєкцій; принципи роботи у системах автоматизованого проєктування; принципи створення кольорових моделей; методи обчислювальної геометрії. Студенти повинні уміти: оформляти креслення згідно з державним стандартом; будувати аксонометричні проєкції просторових геометричних фігур; виконувати креслення за допомогою систем автоматизованого проєктування; правильно застосовувати методи комп'ютерної графіки та обчислювальної геометрії.

2. ЗАВДАННЯ ЛАБОРАТОРНИХ РОБІТ

2.1. Перелік лабораторних робіт

Лабораторний практикум з курсу «Обчислювальна геометрія та комп'ютерна графіка» містить 15 лабораторних робіт, які присвячені побудові аксонометричних проєкцій. Лабораторні роботи 1–6 виконуються на папері, без використання систем автоматизованого проєктування (САПР), 7–12 виконуються за допомогою САПР AutoCAD, 13–15 – за допомогою САПР SolidWorks. Нижче наведено формулювання завдань лабораторних робіт, в яких зазначено яким методом повинна бути виконана лабораторна робота. У наступному підпункті наведені фігури для виконання лабораторних робіт за варіантами.

Лабораторна робота 1 – створення рамки креслення та заповненню основного напису.

Лабораторна робота 2 – виконання креслення трьох видів фігури із зазначенням розмірів.

Лабораторна робота 3 – побудова аксонометричних проєкцій плоских фігур у трьох площинах ізометрії та діаметрії.

Лабораторна робота 4 – побудова аксонометричних проєкцій об'ємних плоскограних фігур.

Лабораторна робота 5 – побудова трьох видів геометричного тіла та його аксонометричної проєкції.

Лабораторна робота 6 – створення креслення третього виду фігури за двома даними, побудова аксонометричної проєкції та знаходження проєкцій точок на поверхнях фігури. Розташування точок задається викладачем під час захисту лабораторної роботи.

Лабораторна робота 7 – створення рамки креслення та заповненню основного напису.

Лабораторна робота 8 – створення креслень плоских фігур. Необхідно побудувати плоску фігури з завдання лабораторної роботи 3, а також круга, еліпса, сплайна, многокутника.

Лабораторна робота 9 – створення креслення трьох видів заданого геометричного тіла.

Лабораторна робота 10 – створення креслення трьох видів об'ємної фігури із завдання лабораторної роботи 6.

Лабораторна робота 11 – побудова аксонометричної проекції об’ємної фігури, взятої із завдання лабораторної роботи 2.

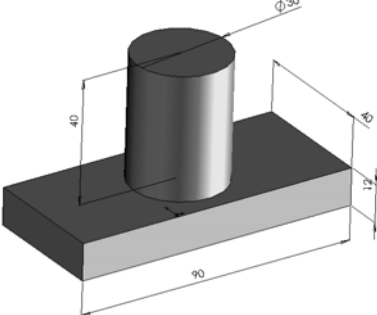
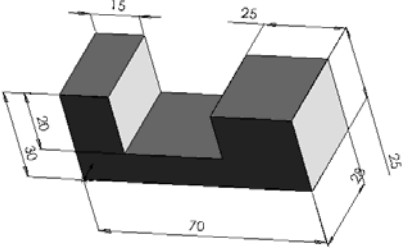
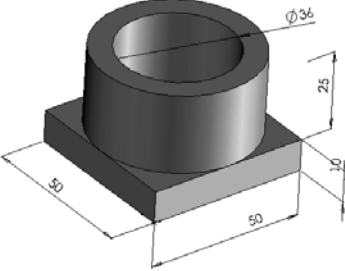
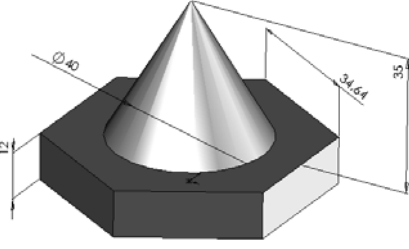
Лабораторна робота 12 – створення моделей геометричних тіл, взятих із завдань лабораторних робіт 5 та 9.

Лабораторна робота 13 – створення об’ємних фігур, взятих із завдань лабораторних робіт 2 та 4.

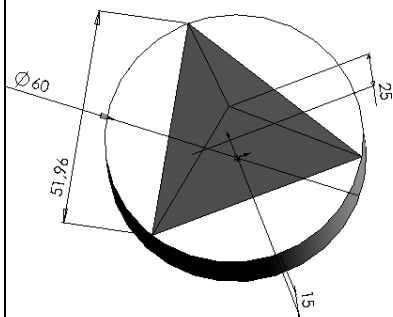
Лабораторна робота 14 присвячена створенню рамки креслення та заповненню основного напису.

Лабораторна робота 15 – створення креслення об’ємної фігури з аксонометрією та зазначенням розмірів. Фігуру взяти із завдання лабораторної роботи 6.

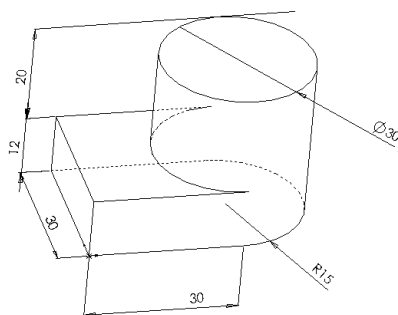
2.2 Завдання за варіантами

Лабораторна робота 2	
<p>Варіант 1</p> 	<p>Варіант 2</p> 
<p>Варіант 3</p> 	<p>Варіант 4</p> 

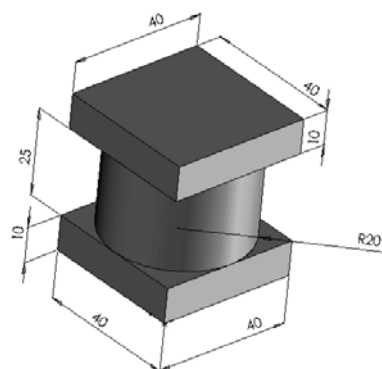
Варіант 5



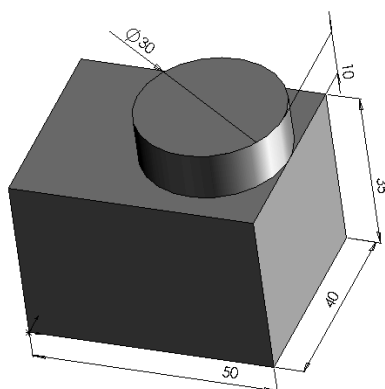
Варіант 6



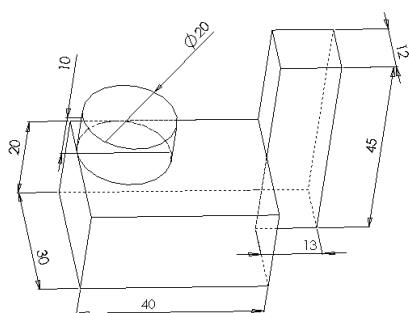
Варіант 7



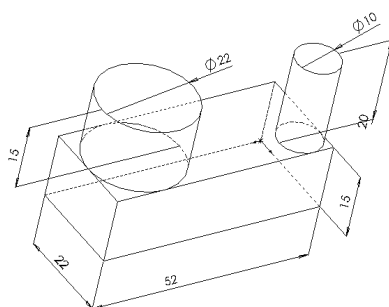
Варіант 8



Варіант 9

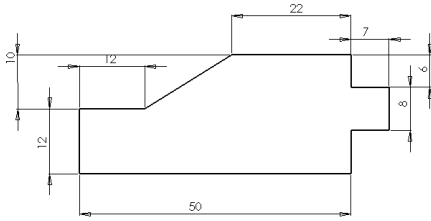


Варіант 10

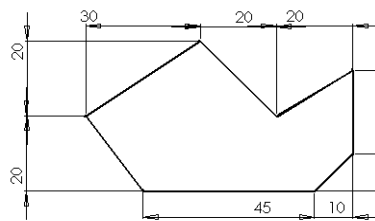


Лабораторна робота 3

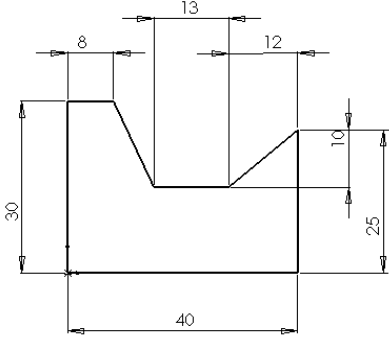
Варіант 1



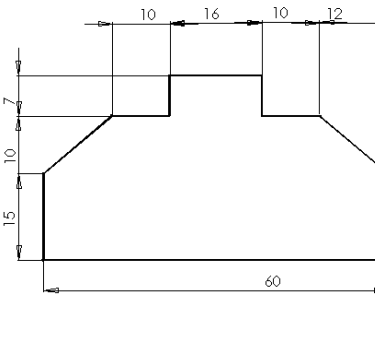
Варіант 2



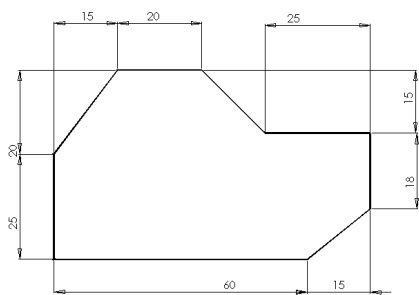
Варіант 3



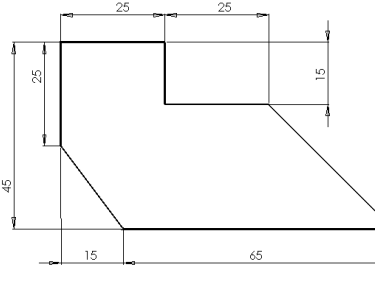
Варіант 4

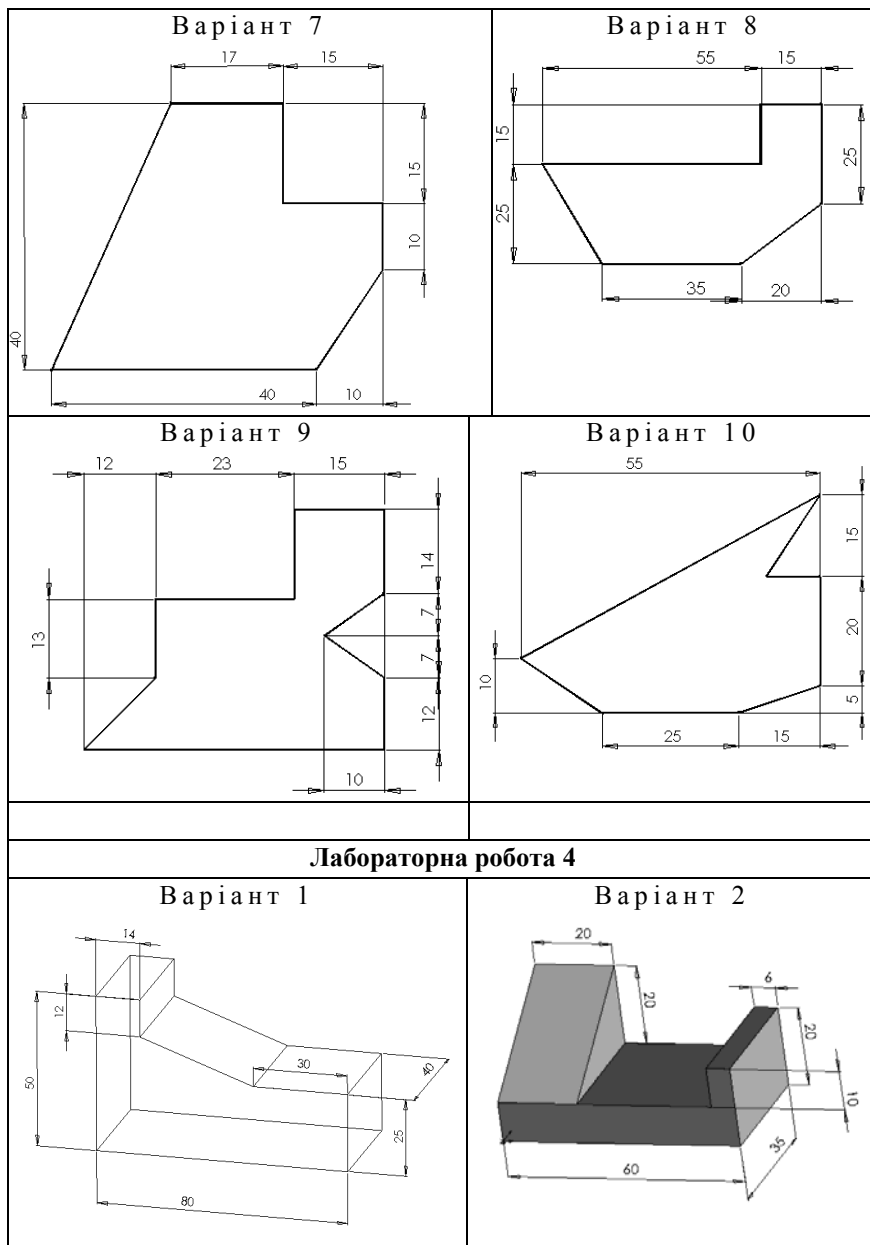


Варіант 5

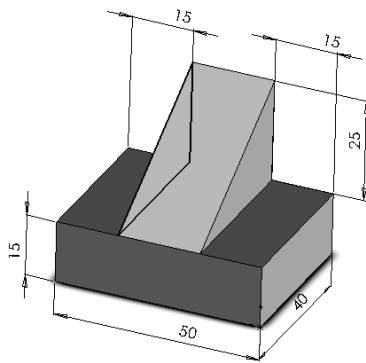


Варіант 6

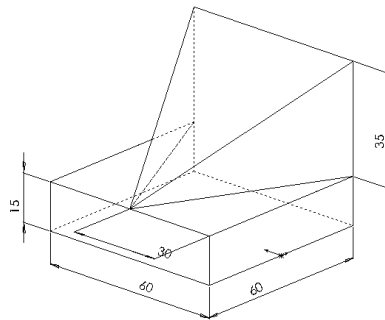




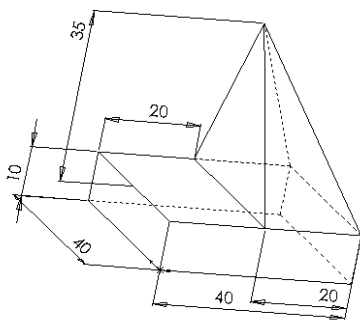
Варіант 3



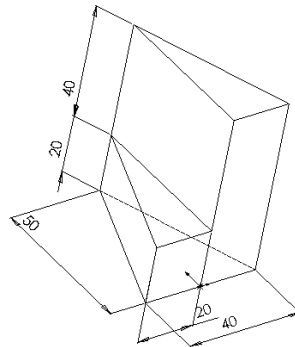
Варіант 4



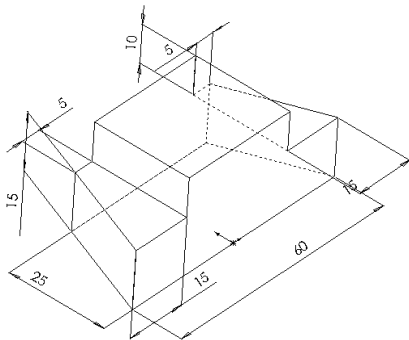
Варіант 5



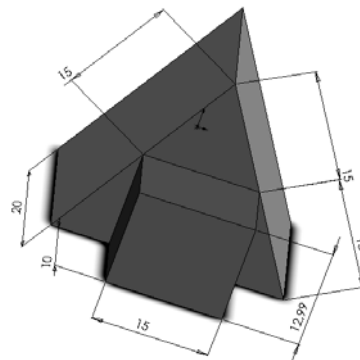
Варіант 6

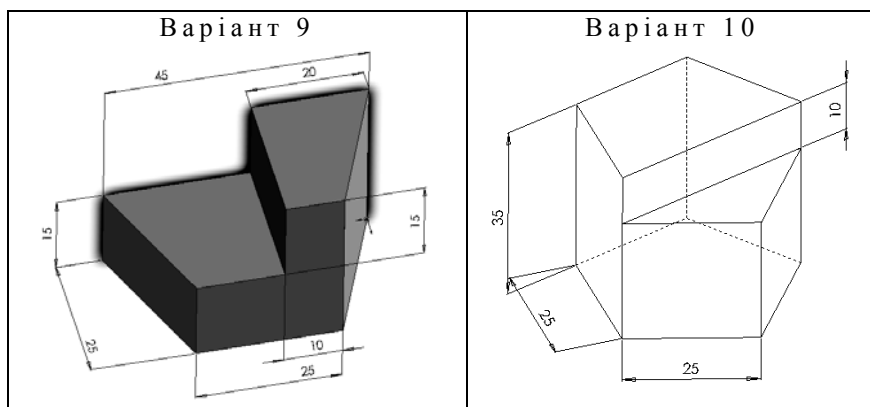


Варіант 7



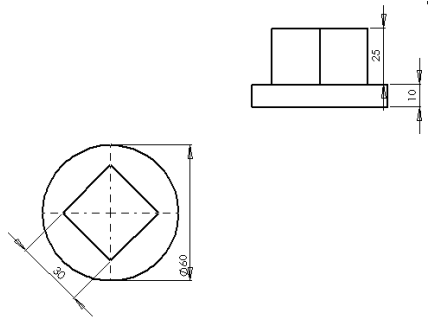
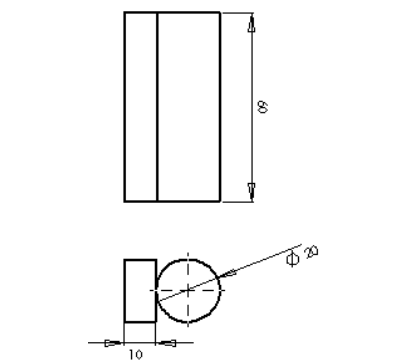
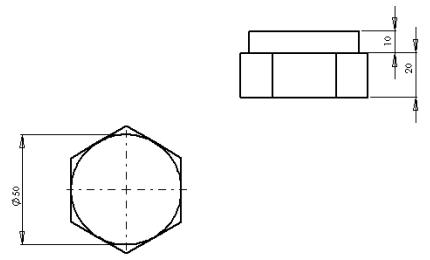
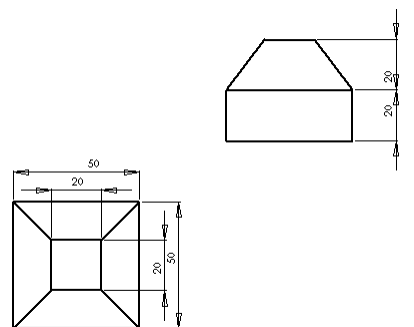
Варіант 8

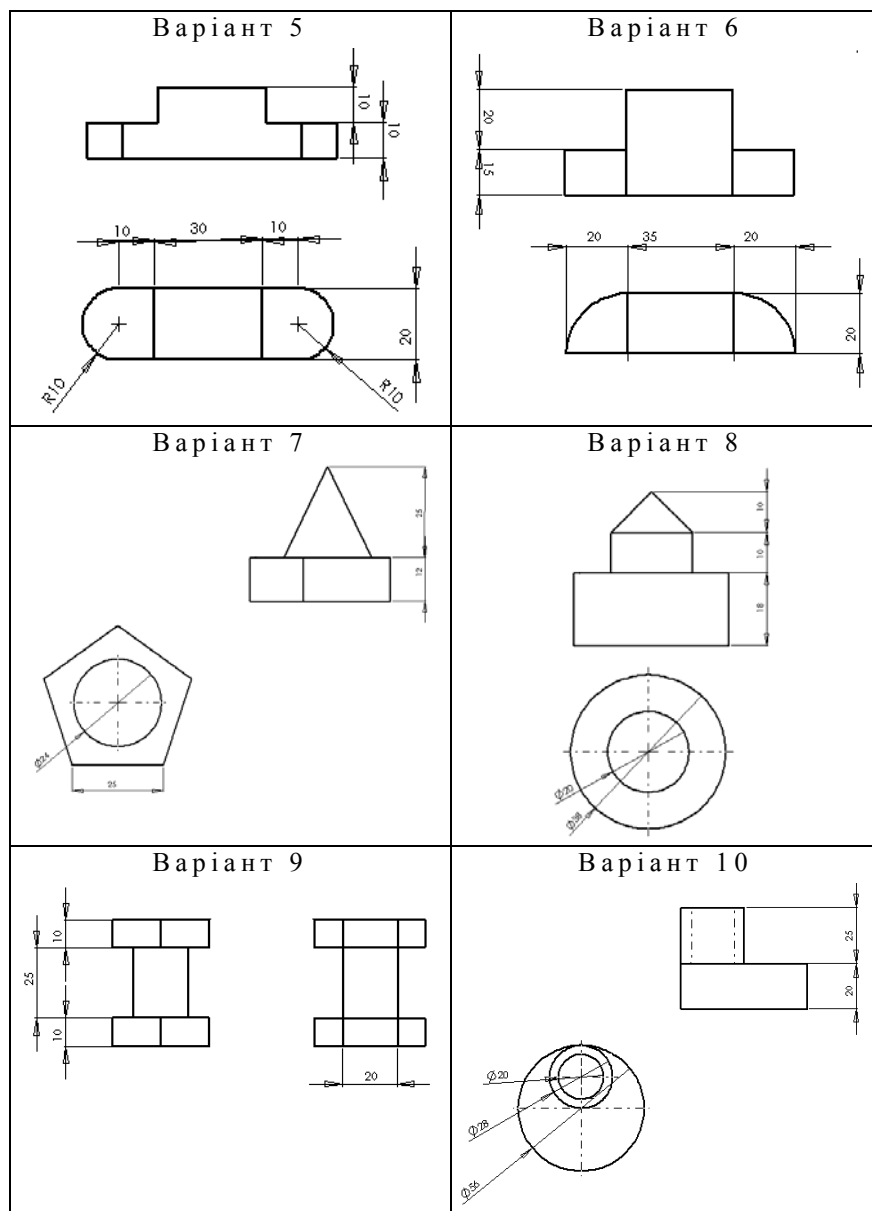




Лабораторна робота 5	
<p>Варіант 1 Правильна чотирикутна піраміда, довжина сторони основи якої дорівнює 15 мм, а висота – 40 мм.</p>	<p>Варіант 2 Конус, діаметр основи якого дорівнює 40 мм, а висота – 55 мм.</p>
<p>Варіант 3 Правильна шестикутна піраміда, довжина сторони основи якої дорівнює 12 мм, а висота – 45 мм.</p>	<p>Варіант 4 Правильна шестикутна призма, довжина сторони основи якої дорівнює 15 мм, а висота – 50 мм.</p>
<p>Варіант 5 Конус, радіус основи якого дорівнює 20 мм, а висота – 60 мм.</p>	<p>Варіант 6 Правильна чотирикутна піраміда, довжина сторони основи якої дорівнює 20 мм, а висота – 55 мм.</p>
<p>Варіант 7 Правильна п'ятикутна призма, довжина сторони основи якої дорівнює 15 мм, а висота – 55 мм.</p>	<p>Варіант 8 Циліндр, радіус основи якого дорівнює 18 мм, а висота – 40 мм.</p>

<p>Варіант 9</p> <p>Правильна шестикутна піраміда, довжина сторони основи якої дорівнює 20 мм, а висота – 65 мм.</p>	<p>Варіант 10</p> <p>Конус, радіус основи якого дорівнює 22 мм, а висота – 60 мм.</p>
---	--

Лабораторна робота 6	
<p>Варіант 1</p> 	<p>Варіант 2</p> 
<p>Варіант 3</p> 	<p>Варіант 4</p> 



Лабораторна робота 9	
Варіант 1 Циліндр, діаметр основи якого дорівнює 30 мм, а висота – 40 мм.	Варіант 2 Правильна трикутна призма, довжина сторони основи якої дорівнює 20 мм, а висота – 50 мм.
Варіант 3 Циліндр, діаметр основи якого дорівнює 36 мм, а висота – 55 мм.	Варіант 4 Конус, діаметр основи якого дорівнює 40 мм, а висота – 50 мм.
Варіант 5 Правильна трикутна піраміда, довжина сторони основи якої дорівнює 30 мм, а висота – 55 мм.	Варіант 6 Циліндр, радіус основи якого дорівнює 18 мм, а висота – 50 мм.
Варіант 7 Конус, радіус основи якого дорівнює 15 мм, а висота – 40 мм.	Варіант 8 Правильна п'ятикутна піраміда, довжина сторони основи якої дорівнює 20 мм, а висота – 40 мм.
Варіант 9 Циліндр, радіус основи якого дорівнює 18 мм, а висота – 30 мм.	Варіант 10 Правильна трикутна призма, довжина сторони основи якої дорівнює 30 мм, а висота – 50 мм.
Варіант 11 Циліндр, радіус основи якого дорівнює 15 мм, а висота – 45 мм.	Варіант 12 Правильна п'ятикутна піраміда, довжина сторони основи якої дорівнює 22 мм, а висота – 55 мм.
Варіант 13 Циліндр, радіус основи якого дорівнює 20 мм, а висота – 40 мм.	Варіант 14 Правильна трикутна піраміда, довжина сторони основи якої дорівнює 20 мм, а висота – 40 мм.
Варіант 15 Конус, радіус основи якого дорівнює 15 мм, а висота – 42 мм.	Варіант 16 Правильна шестикутна призма, довжина сторони основи якої дорівнює 15 мм, а висота – 45 мм.
Варіант 17 Циліндр, радіус основи якого дорівнює 18 мм, а висота – 42 мм.	Варіант 18 Циліндр, радіус основи якого дорівнює 18 мм, а висота – 40 мм.
Варіант 19 Циліндр, радіус основи якого дорівнює 15 мм, а висота – 50 мм.	Варіант 20 Конус, радіус основи якого дорівнює 20 мм, а висота – 50 мм.

3. РОЗРАХУНКОВЕ ЗАВДАННЯ

3.1. Кольорові моделі

У першій частині розрахункового завдання необхідно визначити відстань між двома кольорами, які задані у координатах кольорових моделей HSV або HLS згідно з варіантом завдання. Необхідно також навести зображення цих кольорів.

Відстань між кольорами, або кольорова відмінність (англ. *color difference*) – це математичне уявлення, яке дозволяє визначити відмінність між двома кольорами в колориметрії як число.

Для кольору, заданого параметрами моделі HSV, можна отримати координати кольоровості RGB за алгоритмом, блок-схема якого подана на рис. 3.1. Визначення параметрів RGB кольору, який заданий параметрами HLS, виконується за алгоритмом, блок-схема якого показана на рис. 3.2.

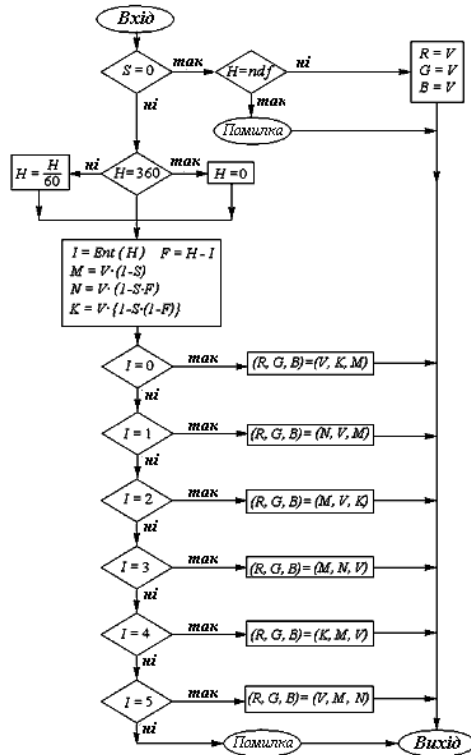


Рисунок 3.1 – Перетворення моделі HSV в RGB

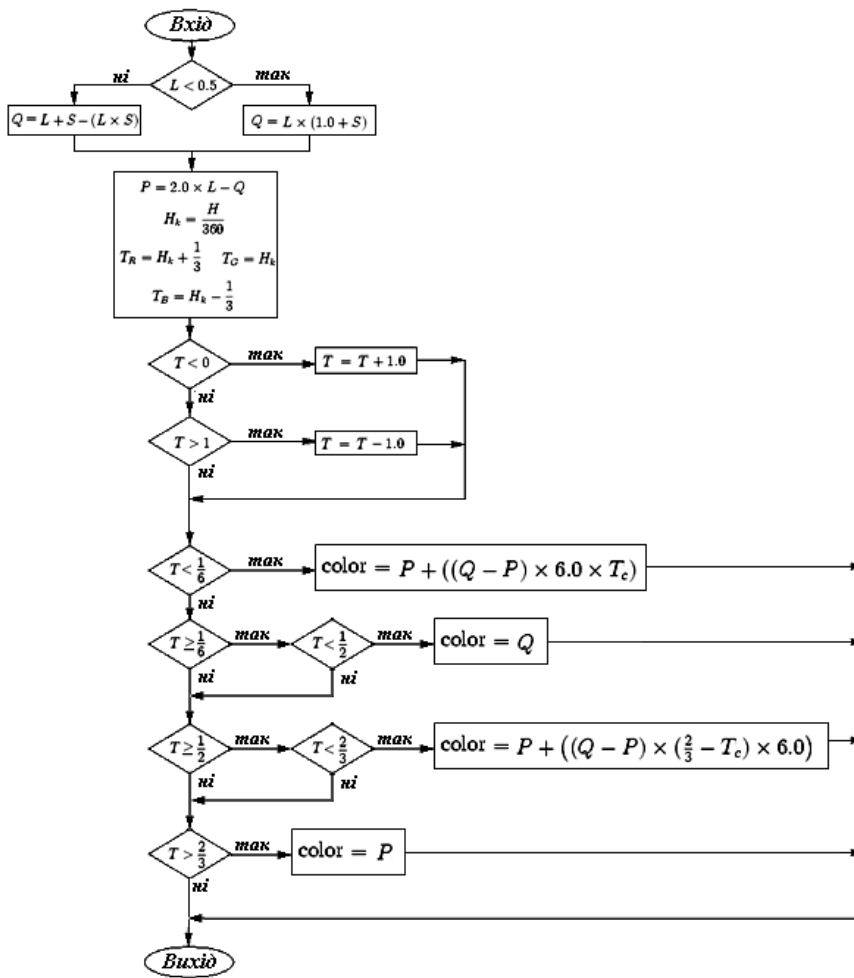


Рисунок 3.2 – Перетворення моделі HLS в RGB

В алгоритмі на рис. 3.2, підставляючи послідовно замість T значення T_R , T_G , T_B , отримаємо $color$ – значення параметрів R , G або B відповідно до T_R , T_G , T_B .

Знаючи параметри R , G та B для кожного з двох кольорів варіанта, можна навести зображення кольорів за допомогою будь-якого графічного

редактора. Відстань між кольорами підраховується в моделі Luv. Перехід із RGB в Luv виконується за формулами (3.1):

$$\begin{aligned} L &= 0,299 * R + 0,587 * G + 0,114 * B; \\ u &= -0,14713 * R - 0,28886 * G + 0,436 * B; \\ v &= 0,615 * R - 0,51499 * G - 0,10001 * B. \end{aligned} \quad (3.1)$$

Нарешті, відстань між кольорами визначається за формулою (3.2):

$$D = \sqrt{(L_1 - L_2)^2 + (u_1 - u_2)^2 + (v_1 - v_2)^2}. \quad (3.2)$$

Якщо відстань D між двома кольорами більше 5 – більшість людей вже помітять різницю між кольорами, якщо більше 10 – різниця між кольорами буде помітна всім.

У таблиці 3.1 наведено параметри кольорових моделей для виконання першої частини розрахункового завдання за варіантами.

Таблиця 3.1 – Завдання за варіантами до частини «Кольорові моделі»

№ варіанта	Модель обох заданих кольорів	Параметри першого кольору	Параметри другого кольору
1	HSV	(95, 0.75, 0.5)	(138, 0.4, 0.75)
2	HLS	(168, 0.71, 0.22)	(231, 0.25, 0.54)
3	HSV	(175, 0.3, 0.9)	(124, 0.4, 0.55)
4	HLS	(45, 0.33, 0.76)	(167, 0.56, 0.89)
5	HSV	(293, 0.7, 0.25)	(20, 0.8, 0.8)
6	HLS	(203, 0.16, 0.37)	(314, 0.15, 0.49)
7	HSV	(305, 0.43, 0.15)	(125, 0.4, 0.7)
8	HLS	(136, 0.54, 0.45)	(122, 0.98, 0.84)
9	HSV	(75, 0.2, 0.3)	(318, 0.65, 0.82)
10	HLS	(189, 0.34, 0.37)	(246, 0.96, 0.91)
11	HSV	(15, 0.25, 0.53)	(245, 0.38, 0.64)
12	HLS	(208, 0.17, 0.73)	(220, 0.15, 0.67)
13	HSV	(141, 0.56, 0.21)	(153, 0.43, 0.92)
14	HLS	(105, 0.13, 0.54)	(244, 0.33, 0.95)
15	HSV	(166, 0.88, 0.31)	(279, 0.22, 0.18)
16	HLS	(253, 0.11, 0.48)	(333, 0.9, 0.55)
17	HSV	(315, 0.74, 0.2)	(173, 0.39, 0.97)
18	HLS	(162, 0.31, 0.82)	(255, 0.56, 0.14)
19	HSV	(249, 0.35, 0.15)	(341, 0.14, 0.74)
20	HLS	(185, 0.67, 0.39)	(325, 0.67, 0.18)

3.2. Розташування прямих у просторі

У другій частині розрахункового завдання задані координати чотирьох точок: $A(x_1, y_1, z_1)$, $B(x_2, y_2, z_2)$, $C(x_3, y_3, z_3)$, $D(x_4, y_4, z_4)$. Необхідно визначити:

- 1) чи лежать точки A та B по різні сторони від прямої, яка проходить через точки C та D ;
- 2) чи перетинаються відрізки AB та CD ;
- 3) чи лежать точки B та D на прямій AC ;
- 4) чи лежать відрізки AB та CD на одній прямій;
- 5) координати точки перетину (якщо така є) прямих AD та BC ;
- 6) координати центра окружності, яка проходить через точки A , B , D (координатою z цих точок знехтувати і розглядати їх на площині).

Виконані завдання повинні бути проілюстровані графічно.

Наведені завдання мають декілька різних способів розв'язання. Студенти можуть використовувати будь-який спосіб, навіть тільки графічний. Розглянемо по черзі можливі способи розв'язання задач другої частини розрахункового завдання.

Для того щоб визначити, чи лежать точки A та B по різні сторони від прямої, яка проходить через точки C та D , побудуємо вектори \vec{CD} , \vec{AC} , \vec{BC} . Якщо вектори \vec{AC} та \vec{BC} лежать по різні сторони відносно \vec{CD} , то точки A та B також будуть лежати по різні сторони від прямої CD . Щоб це визначити, необхідно перевірити, чи співпадають знаки векторних добутків цих векторів на \vec{CD} . Якщо знаки співпадають, то точки лежать по одну сторону від прямої, якщо ні – по різні. Якщо одна з точок A або B лежить на прямій, яка проходить через точки C та D , то для неї векторний добуток буде дорівнювати нулю. У цьому випадку будемо вважати, що точка лежить по ту саму сторону відносно вектора \vec{CD} , що й інша точка.

Визначити, чи перетинаються відрізки AB та CD , можна різними способами. Наприклад, можна визначити, чи лежать точки A та B по різні сторони відносно прямої CD та чи лежать точки C та D по різні сто-

рони відносно прямої AB . Відрізки перетинаються тоді й тільки тоді, коли обидві відповіді позитивні.

Точка лежить на прямій, коли її координати задовольняють рівняння цієї прямої. Тобто для розв'язання третього завдання необхідно спочатку побудувати рівняння прямої AC :

$$\frac{x_0 - x_1}{x_3 - x_1} = \frac{y_0 - y_1}{y_3 - y_1} = \frac{z_0 - z_1}{z_3 - z_1}, \quad (3.3)$$

підставляючи замість (x_0, y_0, z_0) координати точки B , а потім D , визначимо чи лежать вони на прямій AC чи ні.

Щоб визначити, чи лежать відрізки AB та CD на одній прямій, необхідно побудувати рівняння прямої AB та перевірити, чи задовольняють точки C та D це рівняння. Якщо обидві точки C та D лежать на прямій AB , то відрізки AB та CD лежать на одній прямій.

Для розв'язання п'ятого пункту завдання необхідно спочатку визначити, чи існує точка перетину прямих AD та BC . Як відомо, прямі перетинаються, якщо вони лежать в одній площині, тобто точки A , B , C та D належать одній площині. Тоді прямі AD , BC та AB також лежать в одній площині. Відрахувавши значення визначника (3.4), можна зробити висновок про існування точки перетину прямих AD та BC :

$$\begin{vmatrix} x_4 - x_1 & y_4 - y_1 & z_4 - z_1 \\ x_3 - x_2 & y_3 - y_2 & z_3 - z_2 \\ x_2 - x_1 & y_2 - y_1 & z_2 - z_1 \end{vmatrix}. \quad (3.4)$$

Якщо значення визначника дорівнює нулю, то прямі не мають точки перетину. Якщо значення визначника відрізняється від нуля, то прямі перетинаються, координати точки їх перетину можна знайти, побудувавши рівняння прямих та розв'язавши їх відносно невідомих x , y та z , отримавши, таким чином, координати точки перетину.

Щоб знайти координати центра окружності, яка проходить через точки A , B , D , будують дві прямі AB та BD , рівняння яких будуть:

$$y_{AB} = m_{AB}(x - x_1) + y_1, \quad (3.5)$$

$$y_{BD} = m_{BD}(x - x_2) + y_2,$$

де m_{AB} , m_{BD} – коефіцієнти нахилу прямих, обчислюються за формулами:

$$m_{AB} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}, \quad m_{BD} = \frac{y_4 - y_2}{x_4 - x_2}. \quad (3.6)$$

Центр окружності знаходиться на перетині двох перпендикулярних прямих, які проходять через середину відрізків AB та BD . Пряма, яка перпендикулярна до лінії з коефіцієнтом нахилу m , має коефіцієнт нахилу $-1/m$. Тоді рівняння прямих, перпендикулярних до прямих AB та BD , та таких, що проходять через середини AB та BD будуть:

$$\begin{aligned} y_{AB} &= -\frac{1}{m_{AB}} \left(x - \frac{x_1 + x_2}{2} \right) + \frac{y_1 + y_2}{2}; \\ y_{BD} &= -\frac{1}{m_{BD}} \left(x - \frac{x_4 + x_2}{2} \right) + \frac{y_4 + y_2}{2}. \end{aligned} \quad (3.7)$$

Прирівнявши y_{AB} та y_{BD} , а потім розв'язавши систему рівнянь відносно x та y , отримаємо координати центра окружності, яка проходить через три точки.

У таблиці 3.2 наведено координати точок $A(x_1, y_1, z_1)$, $B(x_2, y_2, z_2)$, $C(x_3, y_3, z_3)$, $D(x_4, y_4, z_4)$ для виконання другої частини розрахункового завдання за варіантами.

Таблиця 3.2 – Завдання за варіантами до частини «Розташування прямих у просторі»

№ варіанта	$A(x_1, y_1, z_1)$	$B(x_2, y_2, z_2)$	$C(x_3, y_3, z_3)$	$D(x_4, y_4, z_4)$
1	$A(3, 6, 7)$	$B(2, 2, 7)$	$C(2, 9, 1)$	$D(1, 8, 7)$
2	$A(3, 7, 1)$	$B(3, 2, 0)$	$C(5, 1, 9)$	$D(3, 1, 1)$
3	$A(6, 6, 9)$	$B(1, 6, 3)$	$C(5, 4, 8)$	$D(2, 6, 1)$
4	$A(2, 2, 8)$	$B(0, 5, 8)$	$C(3, 1, 8)$	$D(7, 7, 1)$

5	$A(8, 3, 2)$	$B(5, 4, 1)$	$C(3, 1, 1)$	$D(14, 17, 2)$
6	$A(1, 6, -5)$	$B(6, 2, -5)$	$C(0, 1, -5)$	$D(0, 2, 5)$
7	$A(-9, 2, 3)$	$B(4, 4, 1)$	$C(-9, 2, -5)$	$D(-9, 2, 7)$

Закінчення таблиці 3.2

№ варіанта	$A(x_1, y_1, z_1)$	$B(x_2, y_2, z_2)$	$C(x_3, y_3, z_3)$	$D(x_4, y_4, z_4)$
8	$A(5, 2, 2)$	$B(0, -1, 7)$	$C(8, 3, 3)$	$D(1, 3, 5)$
9	$A(3, 6, 1)$	$B(8, 6, 12)$	$C(-7, 6, -2)$	$D(3, 6, 10)$
10	$A(0, 5, -9)$	$B(7, 5, 6)$	$C(-4, 1, 3)$	$D(5, 7, 2)$
11	$A(3, 1, 7)$	$B(-12, 4, 0)$	$C(3, -5, 7)$	$D(3, 7, 7)$
12	$A(14, 1, 15)$	$B(20, 7, 2)$	$C(13, 3, 3)$	$D(0, 8, 1)$
13	$A(4, -5, 12)$	$B(4, 8, 1)$	$C(4, 2, 11)$	$D(4, -6, 4)$
14	$A(2, 1, 6)$	$B(8, -6, 7)$	$C(-9, -8, 12)$	$D(5, 5, 3)$
15	$A(12, -3, -2)$	$B(7, -2, -2)$	$C(4, 5, -2)$	$D(-3, -8, -2)$
16	$A(5, 1, 0)$	$B(9, 7, 3)$	$C(12, 11, 4)$	$D(7, -6, -4)$
17	$A(-3, 7, 2)$	$B(-3, 7, 14)$	$C(5, 0, -4)$	$D(-3, 7, 8)$
18	$A(-4, -5, 7)$	$B(6, 8, 11)$	$C(2, 7, -5)$	$D(-1, -1, 6)$
19	$A(2, -4, 11)$	$B(1, -4, -3)$	$C(9, -4, -9)$	$D(0, -4, 12)$
20	$A(8, 8, 3)$	$B(4, 3, 4)$	$C(-5, 1, 0)$	$D(2, 2, -7)$

3.3. Задача обертання відносно довільної осі

У третій частині розрахункового завдання необхідно виконати обертання точки A на кут α та точки B на кут β відносно прямої, яка задана вектором $\vec{l} = (l_x, l_y, l_z)$. Необхідно навести креслення прямої та точок до обертання та після обертання.

Обертання відносно довільної осі може бути реалізовано добутком матриці обертання на вектор точки. Але спочатку потрібно побудувати матрицю обертання. Якщо пряма, відносно якої виконується обертання на кут γ , проходить через початок координат та задана одиничним вектором $\vec{n} = (n_x, n_y, n_z)$, тоді матриця обертання має вигляд:

$$R = \begin{pmatrix} n_x^2 c_1 + c & n_x n_y c_1 - n_z s & n_x n_z c_1 + n_y s \\ n_x n_y c_1 + n_z s & n_y^2 c_1 + c & n_y n_z c_1 - n_x s \\ n_x n_z c_1 - n_y s & n_y n_z c_1 + n_x s & n_z^2 c_1 + c \end{pmatrix}, \quad (3.8)$$

де $c = \cos \gamma$; $s = \sin \gamma$; $c_1 = 1 - \cos \gamma$.

У таблиці 3.3 наведені координати прямої $\vec{l} = (l_x, l_y, l_z)$, відносно якої виконується обертання, координати точок A та B , а також кути α та β для виконання третьої частини розрахункового завдання за варіантами.

Таблиця 3.3 – Завдання за варіантами до частини «Задача обертання відносно довільної осі»

№ варі- анта	$\vec{l} = (l_x, l_y, l_z)$	$A(x_1, y_1, z_1)$	$B(x_2, y_2, z_2)$	α	β
1	$\vec{l} = (7, 2, 1)$	$A(5, 5, 6)$	$B(4, 3.5, 2)$	63°	183°
2	$\vec{l} = (13, 2.2, 6)$	$A(8, 9, 2)$	$B(9.8, 3, 18)$	182°	242°
3	$\vec{l} = (56, 12, 44)$	$A(3, 6.7, 8.2)$	$B(37, 14, 22)$	243°	51°
4	$\vec{l} = (34, 9, 4.5)$	$A(5, 4, 1)$	$B(6.3, 9.5, 13)$	554°	118°
5	$\vec{l} = (1, 4, 8)$	$A(17, 4, 7)$	$B(11.4, 6.8, 12.5)$	278°	78°
6	$\vec{l} = (2, 11, 11)$	$A(9, 10, 12)$	$B(5.3, 2.9, 4.9)$	75°	202°
7	$\vec{l} = (5, 3.9, 16)$	$A(7, 5, 5.5)$	$B(8, 1, 6)$	127°	384°
8	$\vec{l} = (4, 4.9, 3.5)$	$A(2, 5, 11)$	$B(13.7, 12, 10.4)$	199°	15°
9	$\vec{l} = (21, 8, 17)$	$A(8, 8.1, 4.3)$	$B(17, 12, 8)$	215°	189°
10	$\vec{l} = (5, 8, 10)$	$A(7, 4.1, 5.6)$	$B(9, 19, 20)$	174°	83°
11	$\vec{l} = (7.5, 2.3, 5.5)$	$A(5.3, 6.9, 2.1)$	$B(4, 5, 9)$	48°	302°
12	$\vec{l} = (87, 102, 99)$	$A(8.4, 5.2, 9.9)$	$B(12, 11, 7)$	157°	69°
13	$\vec{l} = (0.5, 2.2, 0.9)$	$A(1.7, 1.5, 2.2)$	$B(5, 4, 11)$	222°	104°
14	$\vec{l} = (2.5, 6.6, 4.2)$	$A(5, 7, 9)$	$B(2.6, 3.9, 7)$	289°	58°
15	$\vec{l} = (7, 2, 1)$	$A(56, 21, 34)$	$B(8.2, 3.1, 1.9)$	315°	113°
16	$\vec{l} = (5, 9, 11)$	$A(28, 22, 61)$	$B(2.5, 11.2, 16.6)$	354°	62°

17	$\vec{l} = (11, 6, 13)$	$A(4, 11, 18)$	$B(4.7, 4.2, 5.8)$	182°	325°
18	$\vec{l} = (8, 18, 56)$	$A(5, 12, 19.1)$	$B(6.3, 9.2, 5.7)$	276°	74°
19	$\vec{l} = (2, 8, 7)$	$A(14, 13, 71)$	$B(4.9, 3.7, 5.1)$	161°	246°
20	$\vec{l} = (8.6, 4.4, 5.2)$	$A(15, 24, 31)$	$B(2.2, 3, 9)$	244°	85°

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Александров А. Д. Геометрия : учеб. пособие / А. Д. Александров, Н. Ю. Нецветаев. – М. : Наука, 1990. – 671 с.
2. Гордон В. О. Курс начертательной геометрии / В. О. Гордон, М. А. Семенцов-Огинский. – М. : Наука, 1988. – 272 с.
3. Климачева Т. Н. 2-D-черчение в AutoCAD 2007-2010 / Т. Н. Климачева. – М. : ДМК Пресс, 2009. – 554 с.
4. Ласло М. Вычислительная геометрия и компьютерная графика на C++ / М. Ласло. – М. : Инфо, 1997. – 301с.
5. Михайленко В. Є. Інженерна та комп'ютерна графіка / В. Є. Михайленко, В. В. Ванін, С. М. Ковальов; за ред. В. Є. Михайленка. – К. : Каравела, 2012. – 360 с.
6. Полещук Н. Н. Самоучитель AutoCAD 2012 / Н. Н. Полещук. – СПб. : БХВ-Петербург, 2011. – 464 с.
7. Препарата Ф. Вычислительная геометрия: введение / Ф. Препарата, М. Шеймос. – М. : Мир, 1989. – 478 с.
8. Прерис А. SolidWorks. Учебный курс / А. Прерис. – СПб. : Питер, 2006. – 527 с.
9. Рейнбоу В. Компьютерная графика : энциклопедия / В. Рейнбоу. – СПб. : Питер, 2003. – 768 с.
10. Фокс А. Вычислительная геометрия. Применение в проектировании и на производстве / А. Фокс, М. Пратт. – М. : Мир, 1982. – 304 с.
11. Хмеленко О. С. Нарисна геометрія / О. С. Хмеленко. – К. : Кондор, 2008. – 400 с.
12. Чекмарев А. А. Начертательная геометрия и черчение / А. А. Чекмарев. – М. : ВЛАДОС, 2002. – 472 с.
13. Шикин Е. В. Компьютерная графика. Динамика, реалистические изображения / Е. В. Шикин, А. В. Боресков. – М. : Диалог-МИФИ, 1997. – 288 с.
14. Шикин Е. В. Компьютерная графика. Полигональные модели / Е. В. Шикин, А. В. Боресков. – М. : Диалог-МИФИ, 2005. – 464 с.
15. Шикин Е. В. Кривые и поверхности на экране компьютера / Е. В. Шикин, А. И. Плис. – М. : Диалог-МИФИ, 1996. – 240 с.

Навчальне видання

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ
до виконання лабораторних робіт та розрахункового завдання з курсу
«Обчислювальна геометрія та комп'ютерна графіка»

для студентів спеціальності «Прикладна математика»

У к л а д а ч
КОРИТКО Юлія Миколаївна

Роботу до видання рекомендував С.К. Шелковий
Редактор *Н. В. Верстюк*

План 2012, поз. 96

Підп. до друку 30.10.2012 р. Формат $60 \times 84 \frac{1}{16}$. Папір офісний.
Riso-друк. Гарнітура Таймс. Ум. друк. арк. 1,9. Наклад 50 прим.
Зам. № . Ціна договірна.

Видавець і виготовлювач
Видавничий центр НТУ «ХП»,
вул. Фрунзе, 21, м. Харків-2, 61002

Свідоцтво суб'єкта видавничої справи ДК № 3657 від 24.12.2009 р.