STP projekt 1

Janusz Kubiak

Wstęp

Proces dynamiczny omawiany w zadaniu jest opisany transmitancją:

$$G(s) = \frac{(s+2)(s+10)}{(s-11)(s+12)(s+13)}$$

Transmitancja dyskretna

Ekstrapolator zerowego rzędu ma postać:

$$G(z) = \left(\frac{z-1}{z}\right) Z\left(\frac{G(s)}{s}\right)$$

$$\begin{aligned}
G(s) &= \frac{(s+2)(s+10)}{(s-11)(s+12)(s+13)} = \\
&= \frac{s^2+12s+20}{(s-11)(s+12)(s+13)} = \\
&= \frac{A}{s-11} + \frac{B}{s+12} + \frac{C}{s+13} = \\
&= \frac{(A+B+C)s^2 + (25A+2B+C)s + (156A-143B-132C)}{(s-11)(s+12)(s+13)}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&A+B+C = 1 \\
&25A+2B+C = 12 \\
&156A-143B-132C = 20
\end{aligned}$$

Po kilku przekształceniach:

$$\begin{aligned}
A &= \frac{273}{552} \approx 0.4946 \\
B &= -\frac{480}{552} \approx -0.8696 \\
C &= \frac{759}{552} \approx 1.375
\end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
G(z) =&\left(\frac{z-1}{z}\right)Z\left(\frac{0.4946}{s(s-11)}-\frac{0.8696}{s(s+12)}+\frac{1.375}{s(s+13)}\right)=\\
=&\left(\frac{z-1}{z}\right)Z\left(-0.0450\frac{-11}{s(s-11)}-0.0725\frac{12}{s(s+12)}+0.1058\frac{13}{s(s+13)}\right)=\\
=&\left(\frac{z-1}{z}\right)\left(-\frac{0.0450(1-e^{11T})z}{(z-1)(z-e^{11T})}-\frac{0.0725(1-e^{-12T})z}{(z-1)(z-e^{-12T})}+\frac{0.1058(1-e^{-13T})z}{(z-1)(z-e^{-13T})}\right)=\\
=&-0.0450\frac{1-e^{5.5}}{z-e^{5.5}}-0.0725\frac{1-e^{-6}}{z-e^{-6}}+0.1058\frac{1-e^{-6.5}}{z-e^{-6.5}}\approx\\
\approx&\frac{10.9661}{z-244.6919}-\frac{0.0723}{z-0.0025}+\frac{0.1056}{z-0.0015}\approx\\
\approx&\frac{10.9994(z-0.7401)(z-0.0047)}{(z-244.6919)(z-0.0025)(z-0.0015)}\approx\\
\approx&\frac{10.9994z^2-8.1923z+0.0381}{z^3-244.696z^2+0.9788z-0.0009}
\end{aligned}
$$

Zera: $z_1^z=0.7401$ i $z_2^z=0.0047$
Bieguny: $z_1^b=244.6919$, $z_2^b=0.0025$ i $z_3^b=0.0015$

Reprezentacje modelu w przestrzeni stanów

$$
\begin{aligned}
G(z) \approx & \frac{10.9994z^2 - 8.1923z + 0.0381}{z^3 - 244.696z^2 + 0.9788z - 0.0009} = \\
= & \frac{10.9994z^{-1} - 8.1923z^{-2} + 0.0381z^{-3}}{1 - 244.696z^{-1} + 0.9788z^{-2} - 0.0009z^{-3}}
\end{aligned}
$$

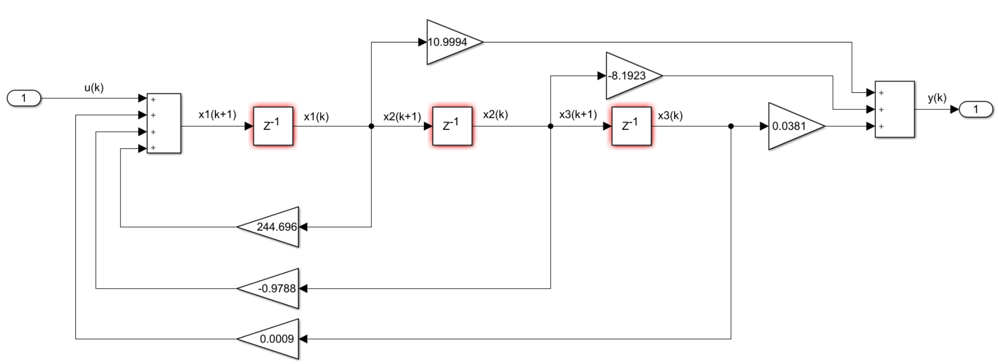
Wariant pierwszy

$$
\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -a_{n-1} & -a_{n-2} & ... & -a_1 & -a_0 \\ 1 & 0 & ... & 0 & 0 \\ 0 & 1 & ... & 0 & 0 \\ ... & ... & ... & ... & ... \\ 0 & 0 & ... & 1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ ... \\ 0 \end{bmatrix}
$$

$$
\mathbf{C} = \begin{bmatrix} b_{n-1} & b_{n-2} & ... & b_0 \end{bmatrix}
$$

$$
D = 0
$$

$$
\begin{aligned}
x_1(k+1) &= 244.696x_1(k) - 0.9788x_2(k) + 0.0009x_3(k) + u(k) \\
x_2(k+1) &= x_1(k) \\
x_3(k+1) &= x_2(k) \\
y(k) &= 10.9994x_1(k) - 8.1923x_2(k) + 0.0381x_3(k)
\end{aligned}
$$



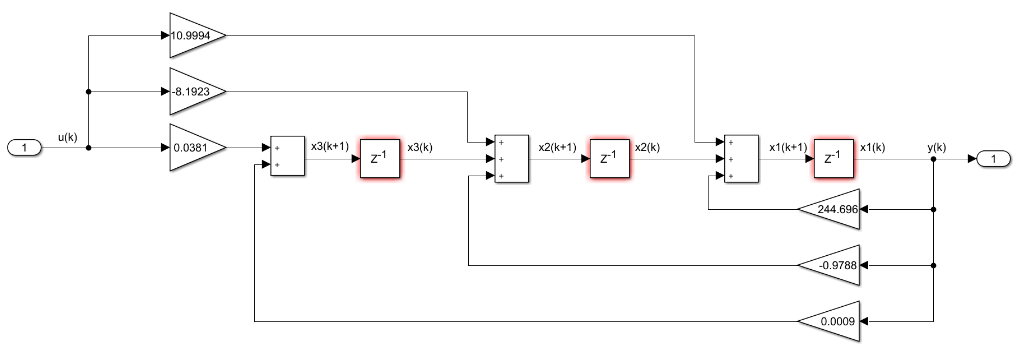
Wariant drugi

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -a_{n-1} & 1 & 0 & ... & 0 \\ -a_{n-2} & 0 & 1 & ... & 0 \\ ... & ... & ... & ... & ... \\ -a_1 & 0 & 0 & ... & 1 \\ -a_0 & 0 & 0 & ... & 0 \end{bmatrix} \mathbf{B} = \begin{bmatrix} b_{n-1} \\ b_{n-2} \\ ... \\ b_0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & ... & 0 \end{bmatrix}$$

$$D = 0$$

$$\begin{aligned} x_1(k+1) &= 244.696x_1(k) + x_2(k) + 10.9994u(k) \\ x_2(k+1) &= -0.9788x_1(k) + x_3(k) - 8.1923u(k) \\ x_3(k+1) &= 0.0009x_1(k) + 0.0381u(k) \\ y(k) &= x_1(k) \end{aligned}$$



Sprowadzenie do transmitancji

$$G(z) = \mathbf{C}(z\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{B} + D$$

Wariant pierwszy

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 244.696 & -0.9788 & 0.0009 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 10.9994 & -8.1923 & 0.0381 \end{bmatrix}$$

$$D = 0$$

$$G_1(z) = \mathbf{C} \begin{bmatrix} z - 244.696 & 0.9788 & -0.0009 \\ -1 & z & 0 \\ 0 & -1 & z \end{bmatrix}^{-1} \mathbf{B} =$$

$$= \frac{\mathbf{C} \begin{bmatrix} z^2 & -0.9788z - 0.0009 & 0.0009z \\ z & z^2 - 244.696z & 0.0009 \\ 1 & z - 244.696 & z^2 - 244.696z - 0.9788 \end{bmatrix} \mathbf{B}}{z^3 - 244.696z^2 + 0.9788z + 0.0009} =$$

$$= \frac{\begin{bmatrix} 10.9994 & -8.1923 & 0.0381 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z^2 \\ z \\ 1 \end{bmatrix}}{z^3 - 244.696z^2 + 0.9788z + 0.0009} =$$

$$= \frac{10.9994z^{-1} - 8.1923z^{-2} + 0.0381z^{-3}}{1 - 244.696z^{-1} + 0.9788z^{-2} + 0.0009z^{-3}}$$

Wariant drugi

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 244.696 & 1 & 0 \\ -0.9788 & 0 & 1 \\ 0.0009 & 0 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 10.9994 \\ -8.1923 \\ 0.0381 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$D = 0$$

$$G_2(z) = \mathbf{C} \begin{bmatrix} z - 244.696 & -1 & 0 \\ 0.9788 & z & -1 \\ -0.0009 & 0 & z \end{bmatrix}^{-1} \mathbf{B} =$$

$$= \frac{\mathbf{C} \begin{bmatrix} z^2 & z & 1 \\ -0.9788z - 0.0009 & z^2 - 244.696z & z - 244.696 \\ 0.0009z & 0.0009 & z^2 - 244.696z + 0.9788 \end{bmatrix} \mathbf{B}}{z^3 - 244.696z^2 + 0.9788z + 0.0009} =$$

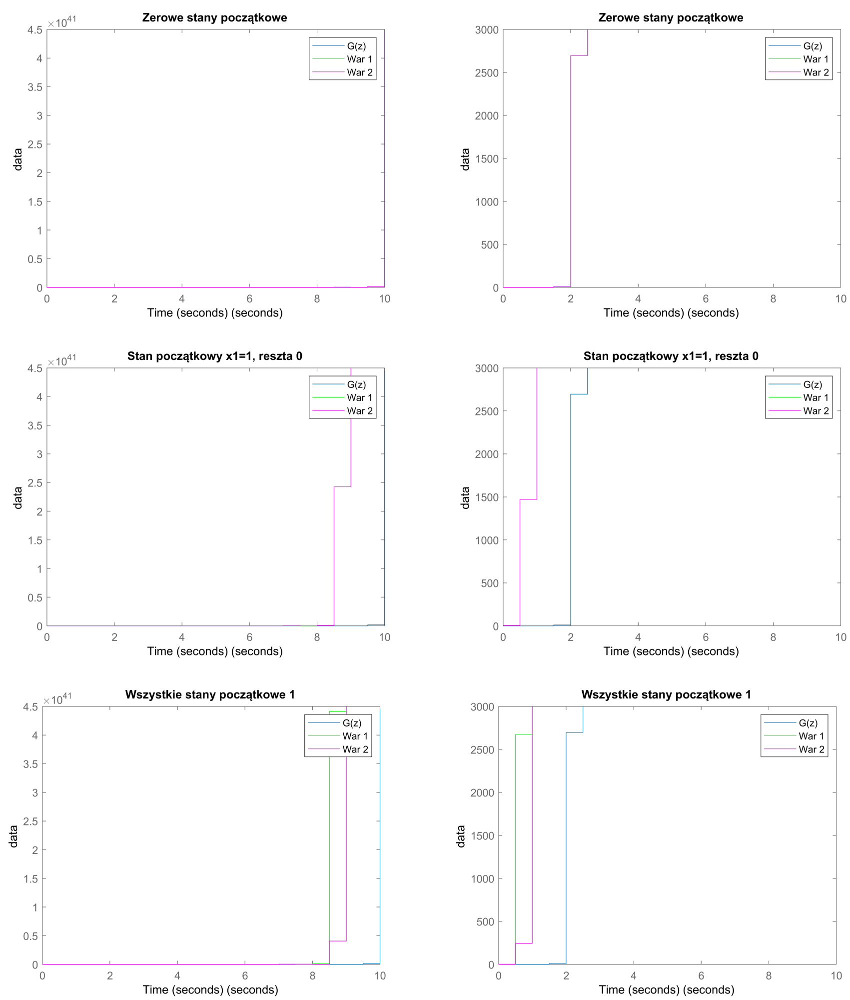
$$= \frac{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 10.9994z^2 - 8.1923z + 0.0381 \\ b_2(a_{21} + a_{22} + a_{23}) \\ b_3(a_{31} + a_{32} + a_{33}) \end{bmatrix}}{z^3 - 244.696z^2 + 0.9788z + 0.0009} =$$

$$= \frac{10.9994z^{-1} - 8.1923z^{-2} + 0.0381z^{-3}}{1 - 244.696z^{-1} + 0.9788z^{-2} + 0.0009z^{-3}}$$

$$G_1(z) = G_2(z) = \frac{10.9994z^{-1} - 8.1923z^{-2} + 0.0381z^{-3}}{1 - 244.696z^{-1} + 0.9788z^{-2} + 0.0009z^{-3}}$$

Odpowiedzi skokowe

Modele są bardzo niestabilne, co widać na wykresach. Można się było niestabilności spodziewać, bo w transmitancji ciągłej procesu występuje biegun dodatni $s_1 = 11$. Oba modele mają identyczne wyjście dla wartości początkowych równych zero, ale już przy zmianie wartości początkowej jednego stanu, tu x_1, z 0 na 1, jak i wszystkich stanów odpowiedzi skokowe bardzo się różnią.



Sterowalność i obserwowalność

Sterowalność

Wyznacznik macierzy sterowalności:

$$st = \begin{vmatrix}\mathbf{B} & \mathbf{AB} & \mathbf{A}^2\mathbf{B}\end{vmatrix} =$$

$$= \begin{vmatrix}\begin{bmatrix}10.9994\\-8.1923\\0.0381\end{bmatrix} & \begin{bmatrix}244.696 & 1 & 0\\-0.9788 & 0 & 1\\0.0009 & 0 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}10.9994\\-8.1923\\0.0381\end{bmatrix} & \begin{bmatrix}244.696 & 1 & 0\\-0.9788 & 0 & 1\\0.0009 & 0 & 0\end{bmatrix}^2\begin{bmatrix}10.9994\\-8.1923\\0.0381\end{bmatrix}\end{vmatrix} =$$

$$= \begin{vmatrix}10.9994 & 2683.3 & 658590\\-8.1923 & -10.7281 & -2626.4\\0.0381 & 0.0099 & 2.415\end{vmatrix} \approx -296.9144$$

Wyznacznik sterowalności $st \neq 0$, więc układ jest sterowalny.

Obserwowalność

Wyznacznik macierzy obserwowalności:

$$ob = \begin{vmatrix}\mathbf{C}\\\mathbf{CA}\\\mathbf{CA}^2\end{vmatrix} =$$

$$= \begin{vmatrix}\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\end{bmatrix}\\\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}244.696 & 1 & 0\\-0.9788 & 0 & 1\\0.0009 & 0 & 0\end{bmatrix}\\\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}244.696 & 1 & 0\\-0.9788 & 0 & 1\\0.0009 & 0 & 0\end{bmatrix}^2\end{vmatrix} =$$

$$= \begin{vmatrix}1 & 0 & 0\\244.696 & 1 & 0\\59876 & 244.696 & 1\end{vmatrix} = 1$$

Wyznacznik obserwowalności ob jest równy 1, więc układ jest obserwowalny.

Regulator ze sprzężeniem od stanu

Sygnał sterujący w regulatorze ze sprzężeniem od stanu wyznaczany jest funkcją liniową

$$u(k) = -\mathbf{K}^T\mathbf{x}(k) = -\begin{bmatrix} k_1 & \dots & k_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ \dots \\ x_n(k) \end{bmatrix}$$

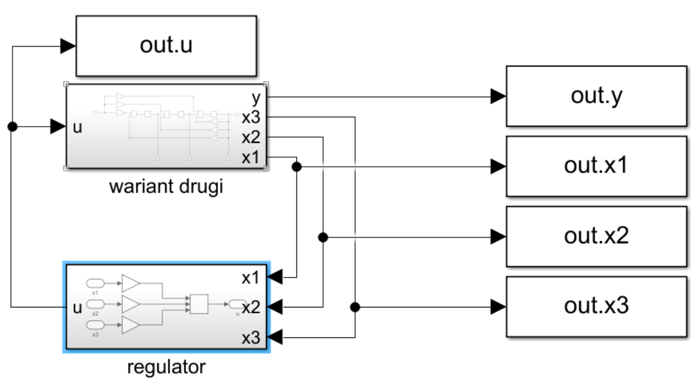
Wektor K dobiera się tak, aby

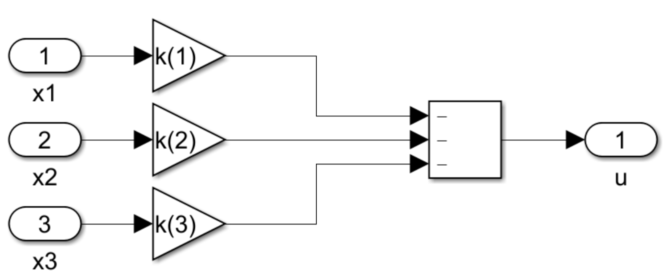
$$\left| z\mathbf{I} - (\mathbf{A} - \mathbf{BK}) \right| = (z - z_1)...(z - z_n) = 0$$

gdzie z_k to z góry zadane wartości.

$$\left| \begin{bmatrix} z & 0 & 0 \\ 0 & z & 0 \\ 0 & 0 & z \end{bmatrix} - \left(\begin{bmatrix} 244.696 & 1 & 0 \\ -0.9788 & 0 & 1 \\ 0.0009 & 0 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 10.9994 \\ -8.1923 \\ 0.0381 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_1 & k_2 & k_3 \end{bmatrix} \right) \right| =$$

$$\begin{aligned} =& z^3 + (10.9994k_1 - 8.1923k_2 + 0.0381k_3 - 244.696)z^2 + \\ &+ (0.9788 - 8.1923k_1 + 1993.9k_2 - 9.313k_3)z + \\ &+ (0.0381k_1 - 9.313k_2 + 0.0299k_3 - 0.0009) \end{aligned}$$





Struktura regulatora

Pierwsza wersja regulatora

W pierwszej wersji regulator ma potrójne zero o wartości rzeczywistej, zatem

$$\begin{aligned}
&z^3 + (10.9994k_1 - 8.1923k_2 + 0.0381k_3 - 244.696)z^2 + \\
&+ (-8.1923k_1 + 1993.9k_2 - 9.313k_3 + 0.9788)z + \\
&+ (0.0381k_1 - 9.313k_2 + 0.0299k_3 - 0.0009) = \\
&= (z - z_0)^3 = z^3 - 3z_0z^2 + 3z_0^2z - z_0^3
\end{aligned}$$

Z powyższej równości otrzymujemy układ równań współczynników:

$$\begin{bmatrix} -3z_0 + 244.696 \\ 3z_0^2 - 0.9788 \\ -z_0^3 + 0.0009 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10.9994 & -8.1923 & 0.0381 \\ -8.1923 & 1993.9 & -9.313 \\ 0.0381 & -9.313 & 0.0299 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_1 \\ k_2 \\ k_3 \end{bmatrix}$$

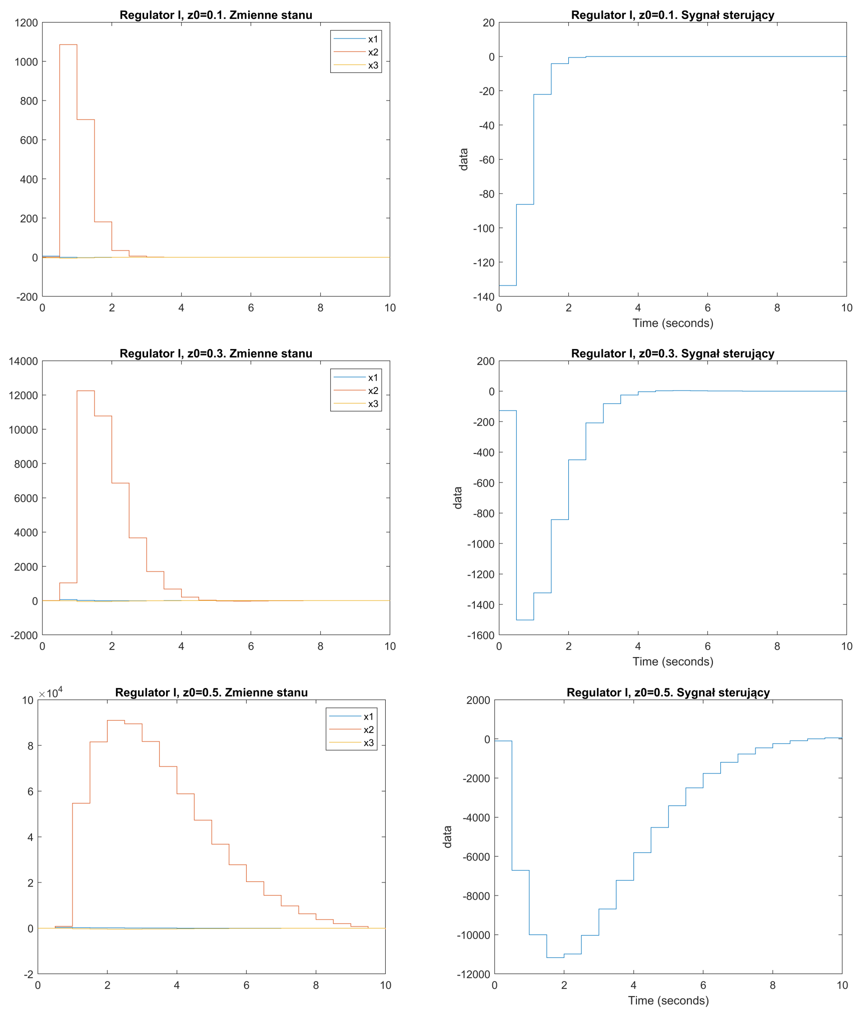
Do obliczenia współczynników k_1, k_2 i k_3 użyto funkcji dzielenia lewostronnego MATLABa. Wyliczone wartości współczynników to:

$$\begin{aligned}
k_1 &= 0.0011z_0^3 + 0.0011z_0^2 - 0.2736z_0 + 22.3142 \\
k_2 &= 0.3435z_0^3 - 0.0033z_0^2 - 0.0011z_0 + 0.0912 \\
k_3 &= 73.5367z_0^3 - 1.0304z_0^2 + 0.0033z_0 + 0.0006 \\
u(k) &= -\mathbf{K}^T\mathbf{x}(k) = -\begin{bmatrix} k_1 & k_2 & k_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \\ x_n(k) \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

Jako czas końcowy t_{konc} przyjęto czas dla którego wszystkie zmienne stanu spadły poniżej 10^{-3}. Przeprowadzono symulacje dla trzech wartości biegunów: $z_0 = 0.1$, $z_0 = 0.3$ i $z_0 = 0.5$. Poniżej przedstawiono czasay t_{konc} i wykresy zmiennych stanu i sygnału sterującego dla każdego z nich w pierwszych 10 sekund symulacji.

Czasy końcowe t_{konc} osiągnęły odpowiednio:

z_0	0.1	0.3	0.5
t_{konc}	$5s$	$12.5s$	$36s$



Z powyższych rysunków wynika, że najlepsze wyniki osiąga się przy biegunach blisko zera, co odpowiada oczekiwaniom. Biegun dyskretny można wyznaczyć ze wzoru $z_0 = exp(s_0 T)$, zatem dla szybkich biegunów ciągłych o dużej części rzeczywistej odpowiadają bieguny dyskretne o małej części rzeczywistej. Nie można przyjmować więc zerowych biegunów regulatora dyskretnego, ponieważ odpowiadałyby nieskończonym biegunom ciągłym.

Druga wersja regulatora

W drugiej wersji regulator ma jedno zero rzeczywiste i sprzężoną parę zer zespolonych. Oznaczenia używane w dalszej części to z_0 dla zera rzeczywistego, oraz a i b dla zer zespolonych w postaci $z_{1.1} = a + bj$ i $z_{1.2} = a - bj$. Ponieważ pokazano już wpływ zera rzeczywistego, zostało ono ustalone na $z_0 = a = 0.3$.

$$
\begin{aligned}
&z^3 + (10.9994k_1 - 8.1923k_2 + 0.0381k_3 - 244.696)z^2 + \\
&+ (-8.1923k_1 + 1993.9k_2 - 9.313k_3 + 0.9788)z + \\
&+ (0.0381k_1 - 9.313k_2 + 0.0299k_3 - 0.0009) = \\
&= (z - z_0)(z^2 - 2Re(z_1)z + |z_1|^2) = (z - z_0)(z^2 - 2az + (a^2 + b^2)) = \\
&= z^3 + (-2a - z_0)z^2 + (a^2 + 2z_0a + b^2)z - z_0(a^2 + b^2)
\end{aligned}
$$

Z powyższej równości otrzymujemy układ równań współczynników:

$$
\begin{bmatrix} -2a - z_0 + 244.696 \\ a^2 + 2z_0a + b^2 - 0.9788 \\ -z_0(a^2 + b^2) + 0.0009 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10.9994 & -8.1923 & 0.0381 \\ -8.1923 & 1993.9 & -9.313 \\ 0.0381 & -9.313 & 0.0299 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_1 \\ k_2 \\ k_3 \end{bmatrix}
$$

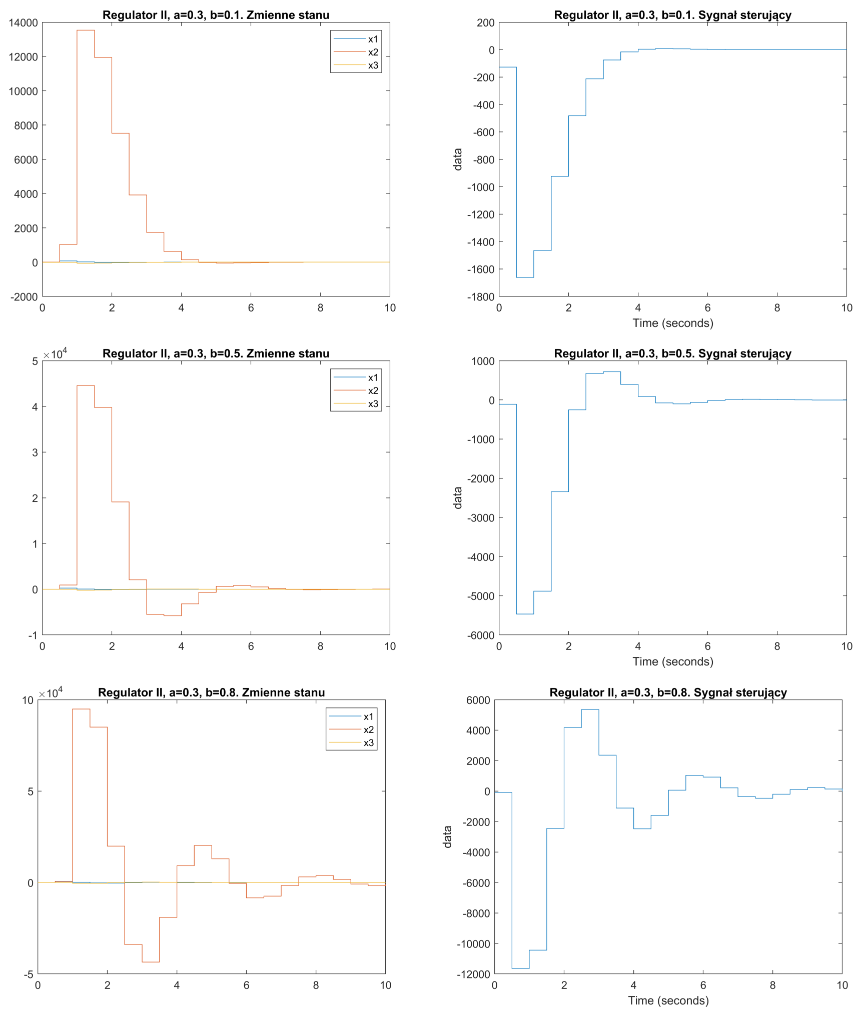
Jak wcześniej, wartości parametrów zostały wyznaczone w MATLABie.

$$
\begin{aligned}
k_1 &= z_0(0.0011a^2 + 0.0011b^2 + 0.0007a - 0.0912) \\
&\quad + 0.0004a^2 + 0.0004b^2 - 0.1824a + 22.3142 \\
k_2 &= -z_0(-0.3435a^2 - 0.3435b^2 + 0.0022a + 0.0004) \\
&\quad - 0.0011a^2 - 0.0011b^2 - 0.0007a + 0.0915 \\
k_3 &= z0(73.5367a^2 + 73.5367b^2 - 0.687a + 0.0011) \\
&\quad - 0.3435a^2 - 0.3435b^2 + 0.0022a + 0.0668 \\
u(k) &= -\mathbf{K}^T\mathbf{x}(k) = -\begin{bmatrix} k_1 & k_2 & k_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \\ x_n(k) \end{bmatrix}
\end{aligned}
$$

Czas końcowy t_{konc} wyznaczano tak samo jak w poprzednim przypadku. Poniżej przedstawiono czasy t_{konc} i wykresy zmiennych stanu i sterowanie dla różnych części rzeczywistych b przy ustalonych wartościach $z_0 = 0.3$ i $a = 0.3$. Zmiana wartości parametru a wpływałaby na wyniki eksperymentów tak jak zmiana z_0, a to zostało już pokazane przy poprzednim regulatorze.

Czasy końcowe t_{konc} osiągnęły odpowiednio:

a	0.1	0.5	0.8
t_{konc}	$12s$	$19.5s$	$38.5s$



Z powyższych rysunków wynika, że od części urojonej pary sprzężonych biegunów zespolonych zależą oscylacje układu. Im większa wartość tej części (tu współczynnika b), tym bardziej układ oscyluje. Oscylacje opóźniają stabilizację, są więc niepożądane.

Najlepsze regulatory

Wybór najlepszych regulatorów spośród testowanych nie był zbyt trudny. Spośród regulatorów w wersji pierwszej najlepszy był regulator o $z_0 = 0.1$, a w wersji drugiej ten o $b = 0.1$ ($z_0 = 0.3$, $a = 0.3$), zarówno ze względu na czas refulacji t_{konc}, maksymalne wartości sygnału sterującego $u(k)$, jak i wartości przyjmowanych przez zmienne stanu. W ogólności najlepsze regulatory nie miałyby biegunów zespolonych w celu uniknięcia oscylacji, oraz miałyby małe wartości rzeczywistych biegunów dla szybkiego sterowania. W praktyce, wartości rzeczywistych biegunów nie powinny być zbyt małe, ponieważ układ staje się mniej odporny na zmiany parametrów.

Obserwator zredukowanego rzędu

Obserwator zredukowanego rzędu wymaga wektora $\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}$.
Zmienne stanu należy zapisać: $x(k) = \begin{bmatrix} x_1(k) \\ \mathbf{w}(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y(k) \\ \mathbf{w}(k) \end{bmatrix}$.
Równania stanów zapisuje się w postaci:

$$\begin{aligned} y(k+1) &= \mathbf{A}_{11} y(k) + \mathbf{A}_{12} \mathbf{w}(k) + \mathbf{B}_1 u(k) \\ \mathbf{w}(k+1) &= \mathbf{A}_{21} y(k) + \mathbf{A}_{22} \mathbf{w}(k) + \mathbf{B}_2 u(k) \end{aligned}$$

$$\mathbf{w}(k+1) = (\mathbf{A}_{22} - \mathbf{L}\mathbf{A}_{12})\mathbf{w}(k) + (\mathbf{A}_{21} - \mathbf{L}\mathbf{A}_{11})y(k) + (\mathbf{B}_2 - \mathbf{L}\mathbf{B}_1)u(k) + \mathbf{L}y(k+1)$$

gdzie $\mathbf{L}$ wyznaczane jest z $\left| z\mathbf{I} - (\mathbf{A}_{22} - \mathbf{L}\mathbf{A}_{12}) \right| = 0$.
Aby uniknąć problemów z $y(k+1)$ definiuje się zmienne pomocnicze

$$\mathbf{z}(k) = \mathbf{w}(k) - \mathbf{L}y(k)$$

$$\mathbf{z}(k+1) = (\mathbf{A}_{22} - \mathbf{L}\mathbf{A}_{12})(\mathbf{z}(k) + \mathbf{L}y(k)) + (\mathbf{A}_{21} - \mathbf{L}\mathbf{A}_{11})y(k) + (\mathbf{B}_2 - \mathbf{L}\mathbf{B}_1)u(k)$$

$$\mathbf{A} = \left[\begin{array}{c|cc} 244.696 & 1 & 0 \\ \hline -0.9788 & 0 & 1 \\ 0.0009 & 0 & 0 \end{array} \right] \mathbf{B} = \left[\begin{array}{c} 10.9994 \\ \hline -8.1923 \\ 0.0381 \end{array} \right] \mathbf{L} = \begin{bmatrix} l_2 \\ l_3 \end{bmatrix}$$

$$\left| z\mathbf{I} - (\mathbf{A}_{22} - \mathbf{L}\mathbf{A}_{12}) \right| = \left| \begin{bmatrix} z & 0 \\ 0 & z \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} l_2 & 0 \\ l_3 & 0 \end{bmatrix} \right| = \begin{vmatrix} z + l_2 & -1 \\ l_3 & z \end{vmatrix} =$$

$$= z^2 + l_2 z + l_3 = (z - z_2)(z - z_3) = z^2 - (z_2 + z_3)z + z_2 z_3 = 0$$

gdzie z_2 i z_3 to pierwiastki obserwatora. Otrzymujemy więc

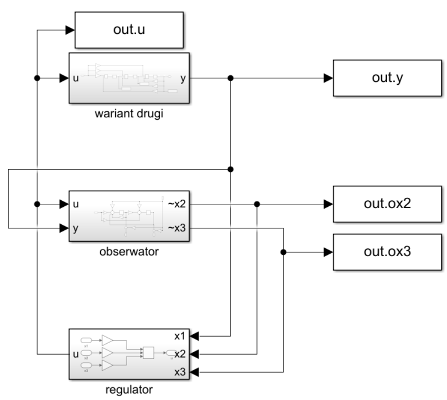
$$\begin{aligned} l_2 &= -z_2 - z_3 \\ l_3 &= z_2 z_3 \end{aligned}$$

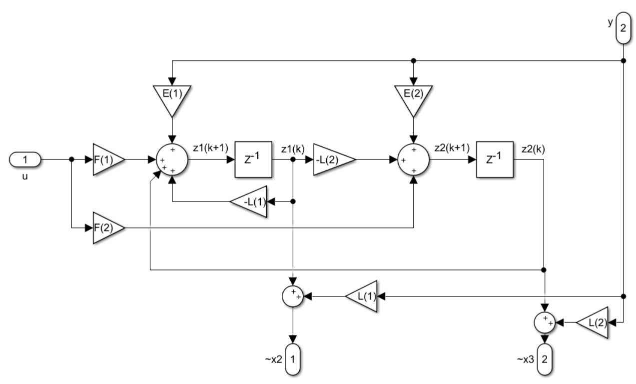
$$\mathbf{z}(k+1) = \begin{bmatrix} -l_2 & 1 \\ -l_3 & 0 \end{bmatrix} \left(\begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} (k) + \begin{bmatrix} l_2 \\ l_3 \end{bmatrix} y(k) \right) +$$

$$+ \begin{bmatrix} -0.9788 - 244.696 \times l_2 \\ 0.0009 - 244.696 \times l_3 \end{bmatrix} y(k) + \begin{bmatrix} -8.1923 - 10.9994 \times l_2 \\ 0.0381 - 10.9994 \times l_3 \end{bmatrix} u(k)$$

$$z_1(k+1) = -l_2 z_1(k) + z_2(k) + \mathbf{E}_1 y(k) + \mathbf{F}_1 u(k)$$
$$z_2(k+1) = -l_3 z_1(k) + \mathbf{E}_2 y(k) + \mathbf{F}_2 u(k)$$

gdzie $\mathbf{E} = \begin{bmatrix} -l_2^2 + l_3 - 0.9788 - 244.696 \times l_2 \\ -l_2 l_3 + 0.0009 - 244.696 \times l_3 \end{bmatrix}$ i $\mathbf{F} = \begin{bmatrix} -8.1923 - 10.9994 \times l_2 \\ 0.0381 - 10.9994 \times l_3 \end{bmatrix}$

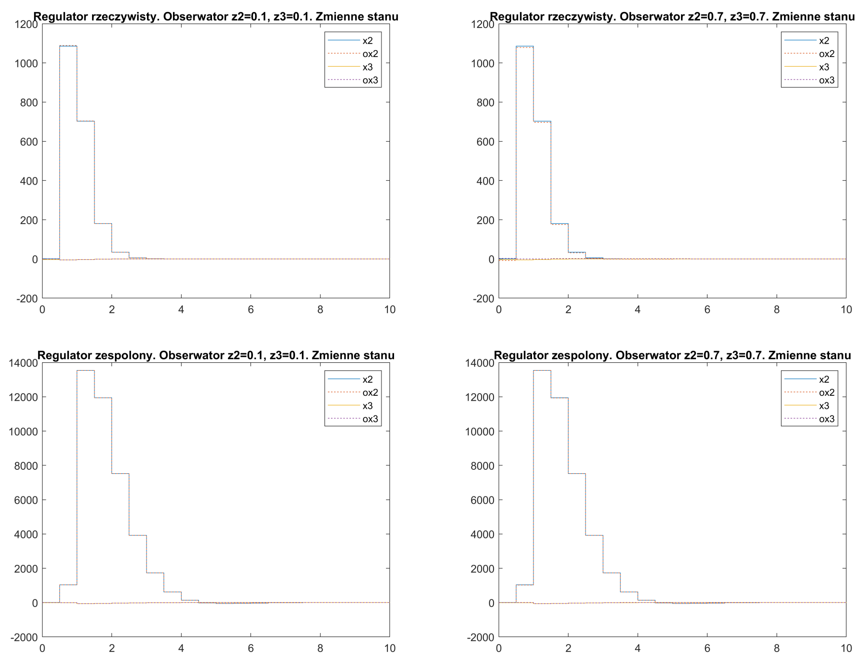




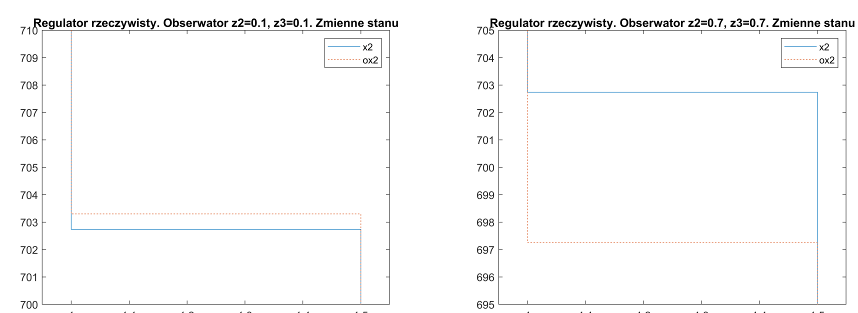
Struktura obserwatora

Porównanie stanu obiektu i stanu z obserwatora

Jak widać na poniższych wykresach, obserwatory dość dobrze przybliżają wartości zmiennych stanu nawet dla "wolniejszego"wariantu obserwatora. Bieguny obserwatora na jego działanie wpływają poprzez zmianę precyzji i szybkości aproksymacji zmiennych stanu. Im większa wartość bieguna, tym wolniej zmienne stanu z obserwatora zbiegają do zmiennych stanu modelu, oraz są tym mniej dokładne.



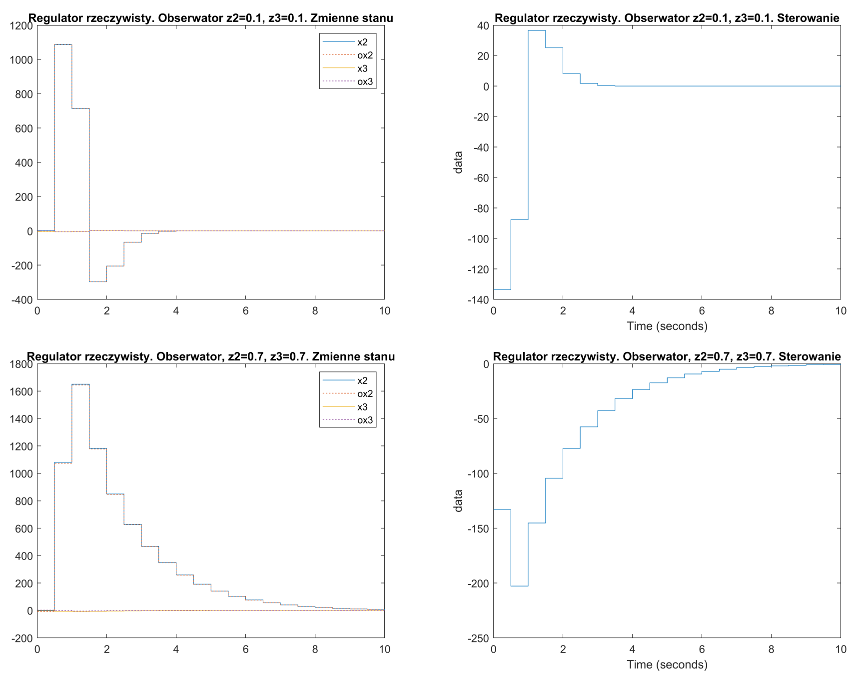
Zmienne stanu i zmienne z obserwatora dla regulatorów z biegunami rzeczywistymi i zespolonymi.



Porównanie jakości obserwatora śzybkiego"i "wolnego".

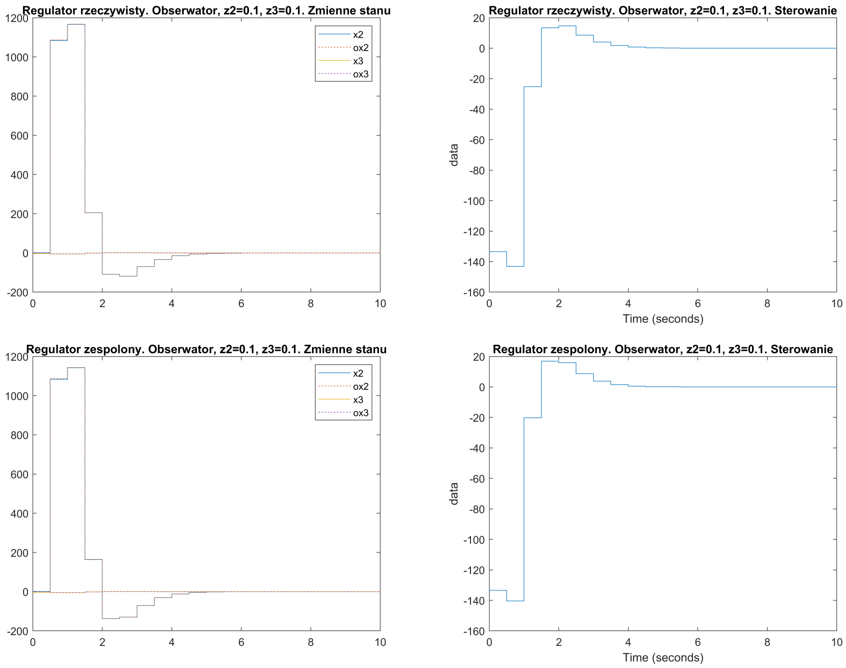
Regulacja ze stanem obserwowanym

Wszystkie eksperymenty obserwatora przeprowadzono przy równych biegunach obserwatora. Dla obserwatora w wydaniu szybkim $z_2 = z_3 = 0.1$ a w wydaniu wolnym - $z_2 = z_3 = 0.7$. Poniżej porównanie wyników dla najlepszego regulatora z biegunami rzeczywistymi, oraz rzeczywistym i sprzężoną parą biegunów zespolonych. Dodatkowo, ponieważ układ z regulatorem zespolonym był testowany dla jednej wartości części rzeczywistej biegunów odpowiadającej środkowemu z obserwatorów rzeczywistych, zostały zamieszczone również testy układu z tym regulatorem i obserwatorem.



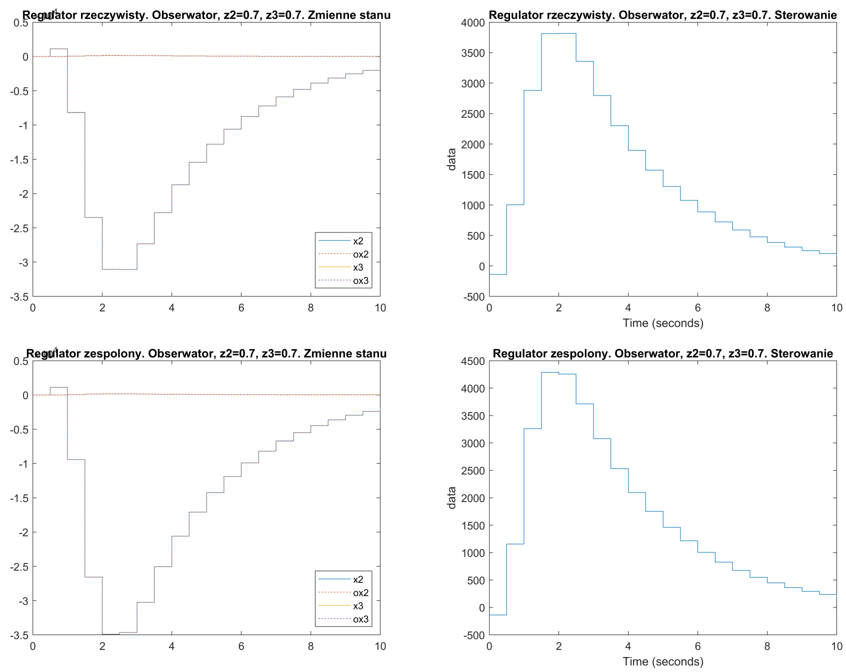
Wyniki eksperymentów dla obserwatora szybkiego i wolnego przy regulatorze o biegunach rzeczywistych. Bieguny regulatora - $z_0 = 0.1$.

Jak widać z powyższych wykresów układ z obserwatorem jest stabilny i zmienne stanu z obserwatora są bliskie rzeczywistym, znaczy obserwator działa jak należy, choć widocznie gorzej niż przy mierzonych zmiennych stanu.



Wyniki eksperymentów dla obserwatora szybkiego przy regulatorze o biegunach rzeczywistych (górne rysunki) i zespolonych (dolne rysunki). Bieguny regulatorów: $I - z_0 = 0.3$, $II - z_0 = a = 0.3, b = 0.1$.

Dla szybkiego obserwatora wyniki eksperymentów niewiele się różnią, bo i regulatory niewiele się różnią.



Wyniki eksperymentów dla obserwatora wolnego przy regulatorze o biegunach rzeczywistych (górne rysunki) i zespolonych (dolne rysunki). Bieguny regulatorów: $I - z_0 = 0.3$, $II - z_0 = a = 0.3, b = 0.1$.

Dla wolnego obserwatora wyniki również niewiele się różnią, choć zdecydowanie bardziej, niż poprzednio (np. wysokość pików jest zdecydowanie większa). W ogólności z powyższych rysunków wynika, że obserwatory dyskretne o małych wartościach biegunów są szybsze i sprawniejsze w działaniu. Jednak tak jak poprzednio nie można w praktyce nadać biegunom obserwatora dyskretnego wartości 0, ponieważ odpowiadałaby ona ∞ dla przypadku ciągłego.