POBO cw 3

Janusz Kubiak

Zadanie 1

W zadaniu dane są:
$W1$ - wyrób 1, $W2$ - wyrób 2, oraz 3 maszyny $M1$, $M2$ i $M3$.
Oba wyroby muszą być obrobione przez każdą z maszyn. Maszyny w obrabiają wyroby z różną prędkością (w godzinach na tysiąc wyrobów):

	M1	M2	M3
W1	3	9	7
W2	9	4	1

Dodatkowo każda maszyna ma maksymalny czas pracy w okresie planowania: $M1$ - $35h$, $M2$ - $75h$ i $M3$ - 30. Ceny wyrobów - $C1 = 8$zł, $C2 = 8$zł.

Punkt A

Zmienne decyzyjne:
x_1 - ilość wyprodukowanych wyrobów W1 (w tysiącach)
x_2 - ilość wyprodukowanych wyrobów W2 (w tysiącach)
Funkcja celu (w tysiącach zł):

$$\max_{x_1, x_2} f(x_1, x_2) = 8x_1 + 8x_2$$

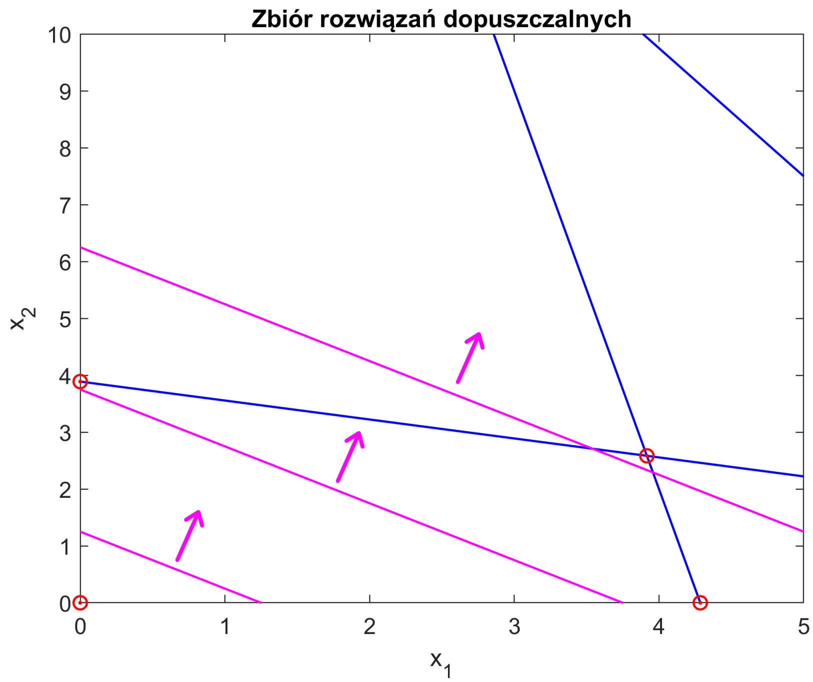
Ograniczenia:

$$3x_1 + 9x_2 \leq 35 \tag{1}$$

$$9x_1 + 4x_2 \leq 75 \tag{2}$$

$$7x_1 + x_2 \leq 30 \tag{3}$$

Punkt B



Rysunek 1: *Niebieski* - ograniczenia *Czerwony* - rogi zbioru rozwiązań dopuszczalnych *Magenta* - funkcja celu, strzałki wskazują kierunek wzrostu

Z powyższego rysunku wynika, że najlepszym rozwiązaniem jest prawy górny punkt zbioru rozwiązań dopuszczalnych, na przecięciu ograniczeń 1 i 3.

$$\begin{cases} 3x_1 + 9x_2 = 35 \\ 7x_1 + x_2 = 30 \end{cases}$$

$$\frac{35}{9} - \frac{1}{3}x_1 = 30 - 7x_1$$

$$x_1 = 3\frac{11}{12} \approx 3.91667$$

$$x_2 = 2\frac{7}{12} \approx 2.5833$$

$$f_B = 8x_1 + 8x_2 = 52$$

Takie samo rozwiązanie wyszło w modelu AMPL.

Punkt C

Jeśli $C1$ zmienimy na 114zł, to rozwiązanie z punktu B nie jest już optymalne. Nowym rozwiązaniem optymalnym jest

$$x_1 = 4\frac{2}{7} \approx 4.28571$$
$$x_2 = 0$$
$$f_C = 488.571$$
$$f_C - f_B = 436.571$$

Punkt D

W podpunkcie 1) wyznaczono wartości $c1_a = 2.666$ i $c1_b = 2.667$, zatem $c1_{min} \approx 2.667$. W podpunkcie 2) wyliczono wartości $c1_{min} = \frac{8}{3}$ i $c1_{max} = 56$, więc rozwiązanie znalezione w punkcie B jest optymalne dla $c1 \in [\frac{8}{7}, 56]$.

Punkt E

Eksperymentalnie wyznaczone zyski z_i przy zwiększeniu o 1h maksymalnego czasu pracy maszyny i: $z_1 = 0.8$, $z_2 = 0$ i $z_3 = 0.8$. Dokładnie takie same wyniki otrzymano przy rozwiązywaniu zadania dualnego. Przy 400-krotnym zwiększeniu czasu pracy maszyny M1 i maszyny M3 nie spowoduje 400-krotnego zwiększenia całkowitego zysku, ponieważ wpłyną na niego też pozostałe ograniczenia, w tym wypadku ograniczenie 2 zacznie ograniczać rozwiązanie.

Zadanie 2

Maszyny mogą teraz produkować jeszcze dwa wyroby: W3 i W4, których ceny to $C3 = 9$zł i $C4 = 7$zł

	M1	M2	M3
W3	8	5	2
W4	8	6	4

Punkt E

Przy takich warunkach zadania rozwiązanie wygląda następująco:

$$x_1 = 3.4$$
$$x_2 = 0$$
$$x_3 = 3.1$$
$$x_4 = 0$$
$$f_E = 8x_1 + 8x_2 + 9x_3 + 7x_4 = 55.1$$

Zysk całkowity zwiększył się w porównaniu do poprzedniego rozwiązania optymalnego dzięki włączeniu wyrobu W3 do produkcji. W3 kosztuje o 1zł więcej niż W1 i W2 przy użyciu mniejszego czasu pracy maszyn, dzięki czemu możliwe było lepsze rozwiązanie.

Punkt G

Wyznaczone eksperymentalnie wartości graniczne: $C1_{min} \approx 3.376$, $C1_{max} \approx 13.999$.

Zadanie 3

Punkt H

Rozwiązaniem całkowitym problemu z zadania 1 jest

$$x_1 = 4$$
$$x_2 = 2$$
$$f_H = 8x_1 + 8x_2 = 48$$

Wartość funkcji celu jest tylko trochę mniejsza od tej z Z1.

Rysunek 2: $Niebieski$ - ograniczenia $Czerwony$ - rogi zbioru rozwiązań dopuszczalnych $Magenta$ - funkcje celu $Zielony$ - rozwiązanie całkowite