

**Enunciado:**

Resuelva los siguientes ejercicios sobre análisis de algoritmos, mejor y peor caso, caso promedio y reglar para el cálculo de tiempos de ejecución.

1. Suponga que  $T_1(N) = O(f(N))$  y  $T_2(N) = O(f(N))$ . Indique cuales de los siguientes enunciados son verdaderos.

a)  $T_1(N) + T_2(N) = O(f(N))$

b)  $T_1(N) - T_2(N) = o(f(N))$

c)  $T_1(N)/T_2(N) = O(1)$

d)  $T_1(N) = O(T_2(N))$

2. Sean  $f(N)$  y  $g(N)$  dos funciones asintóticamente positivas. Pruebe verdadera o falsa cada una de las siguientes proposiciones.

a)  $f(N) = O(g(N))$  implica  $g(N) = O(f(N))$ .

b)  $f(N) + g(N) = \Theta(\min(f(N), g(N)))$ .

c)  $f(N) = O(g(N))$  implica  $2^{f(N)} = O(2^{g(N)})$ .

d)  $f(N) = O(f^2(N))$ .

e)  $f(N) = O(g(N))$  implica  $g(N) = \Omega(f(N))$ .

3. Especifique para qué valores de los números reales  $p$  y  $q$  se satisfacen las siguientes proposiciones:

a)  $N^p = O(N^q)$ ,

b)  $N^p = \Theta(N^q)$ .

4. Un algoritmo ejecuta en 0,5 ms para un conjunto de datos de entrada de tamaño 100. ¿Qué tan grande son los datos de entrada si el algoritmo ejecuta durante 1 minuto, si su tiempo de ejecución es alguno de las siguientes opciones?

a)  $O(N \log N)$

b) Cuadrático

c) Cúbico

5. Para cada uno de los siguientes fragmentos de código haga un análisis del tiempo de ejecución en términos de notación  $O(f(n))$ ,  $\Omega(g(n))$  y  $\Theta(h(n))$ .

```
a) for (i = 0; i < n; ++i)
    for (j = 0; j < n * n; ++j)
        ++sum;
```

```
b) for (i = 0; i < n; ++i)
    for (j = 0; j < i; ++j)
        ++sum;
```

```
c) for (i = 0; i < n; ++i)
    for (j = 0; j < i * i; ++j)
        for (k = 0; k < j; ++k)
            ++sum;

d) for (i = 1; i < n; ++i)
    for (j = 1; j < i * i; ++j)
        if (j % i == 0)
            for (k = 0; k < j; ++k)
                ++sum;
```

¿Cambia el comportamiento asintótico de sus respuestas si reemplazamos `++sum` por `sum++`? Justifique.

6. ¿Cuál es el tiempo de ejecución,  $T(N)$ , del siguiente ciclo como una función de  $N$ ? Una vez calculado  $T(N)$ , muestre a cuáles de los conjuntos de funciones  $\Theta(f(N))$ ,  $\Omega(g(N))$  o  $O(h(N))$  pertenece.

```
1  for (int i = 5; i < N; i *= 2)
2      sum += i * i;
```

Justifique claramente su respuesta. Suponga que se satisface que  $N \geq 6$ .

7. ¿Cuál es el tiempo de ejecución,  $T(N)$ , del siguiente ciclo como función de  $N$ ?

```
1  int N;
2  cin >> N;
3
4  for (int i = 1 ; i < N; i++)
5      for (int j = i; j < N; j += i)
6          std::cout << "AED\n";
```

Una vez calculado  $T(N)$ , exprese en términos de  $\Theta(f(N))$ ,  $\Omega(g(N))$  o  $O(h(N))$ . Proponga la cota más estricta posible.