

真空双折射的冷原子量子模拟 方案研究

报告人：廖吉恺

导 师：曹鲁帅 副教授

胡忠坤 教 授

合作者：高 祥



报告内容



背景调研



本文工作



结论展望

报告内容



背景调研



本文工作



结论展望

● 高能物理

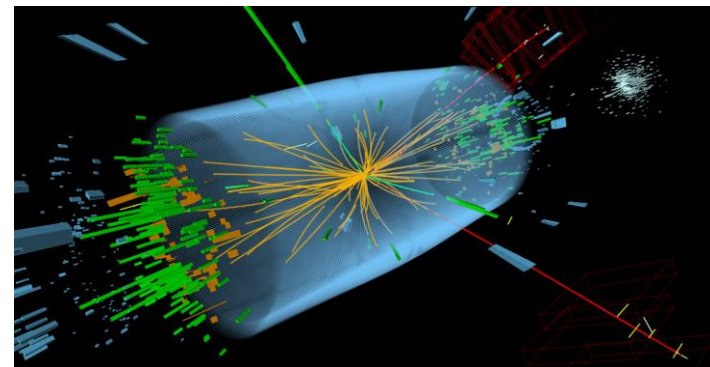
拉格朗日量

对称性构造(洛伦兹协变性、规范不变性)

标准模型 \longleftrightarrow 散射截面

● 标准模型之外仍有许多问题

- 夸克禁闭
- 夸克与胶子组成粒子的稳定性
- 重整化物理含义-发散积分



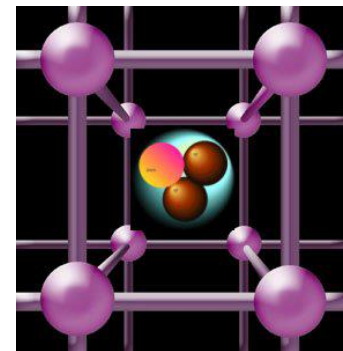
1. GREENSITE J. An Introduction to the Confinement Problem. Springer Berlin Heidelberg, 2011.
2. GIGNOUX C, SILVESTRE-BRAC B, RICHARD J. Possibility of stable multi-quark baryons[J]. Physics Letters B, 1987, 193 : 323 – 326

● 寻找直观非微扰研究平台

Wilson 格点化

讨论量子场论的晶格模型

- 格点化能避免非微扰发散积分
- 更直观的物理过程
- 有更广阔的模拟平台与更灵活的研究手段，成本低
- 研究格点场论有利于研究凝聚态物理现象，而像凝聚态中的相变理论又有助于研究希格斯对称破缺机制



同样便于量子模拟

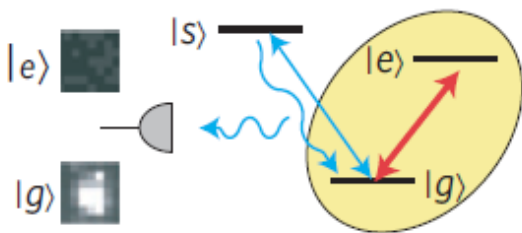
1. Wilson K G. Confinement of quarks[J]. Physical review D, 1974, 10(8): 2445.
2. Trenkwalder, A., Spagnoli, G., Semeghini, G. et al. Quantum phase transitions with parity-symmetry breaking and hysteresis. Nature Phys 12, 826–829 (2016).

● 量子模拟

通过设计，截断一个**可控**的量子系统的哈密顿来模拟另一个**复杂**量子系统

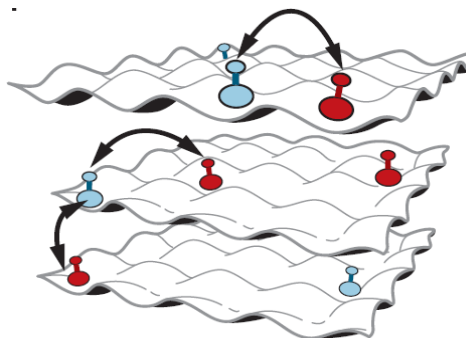


离子系统



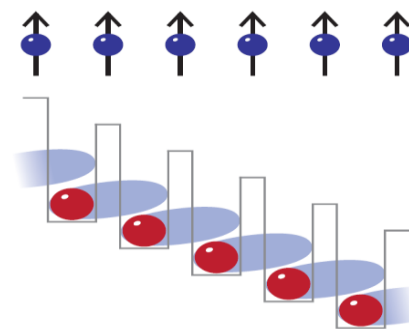
Nat. Physics 2252 (2018)

极化分子系统



SCIENCE 357, 995-1001(2017)

冷原子系统

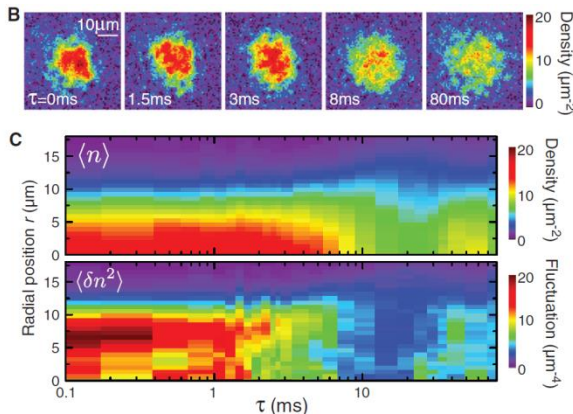


Nature, 472 (2011) 307

● 基于超冷原子的量子模拟

宇宙学:

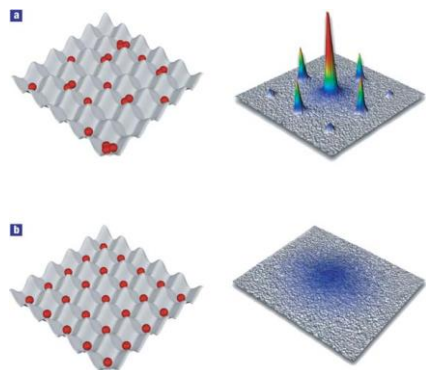
Sakharov oscillations



Science 341, 1213 (2013).

凝聚态:

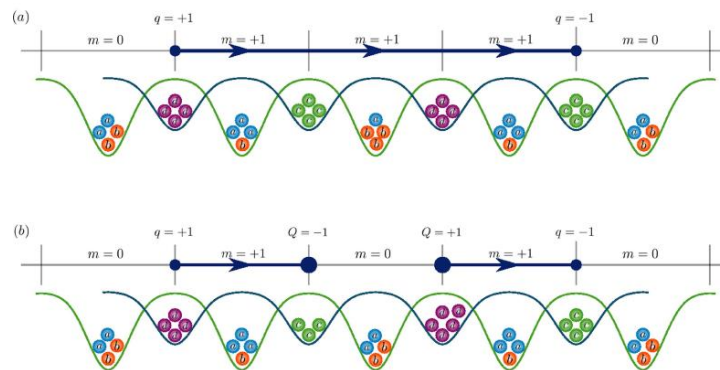
SF-Mott insulator transition



Nature 415, 39 (2002).

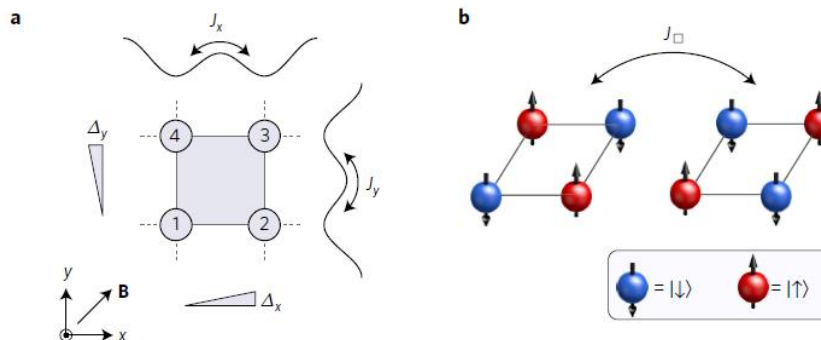
高能物理:

Gauge Fields



NJP 19, 063038 (2017).

Ring-exchange interactions and anionic statistics



Nature Physics 13,1195–1200(2017).

● 原理

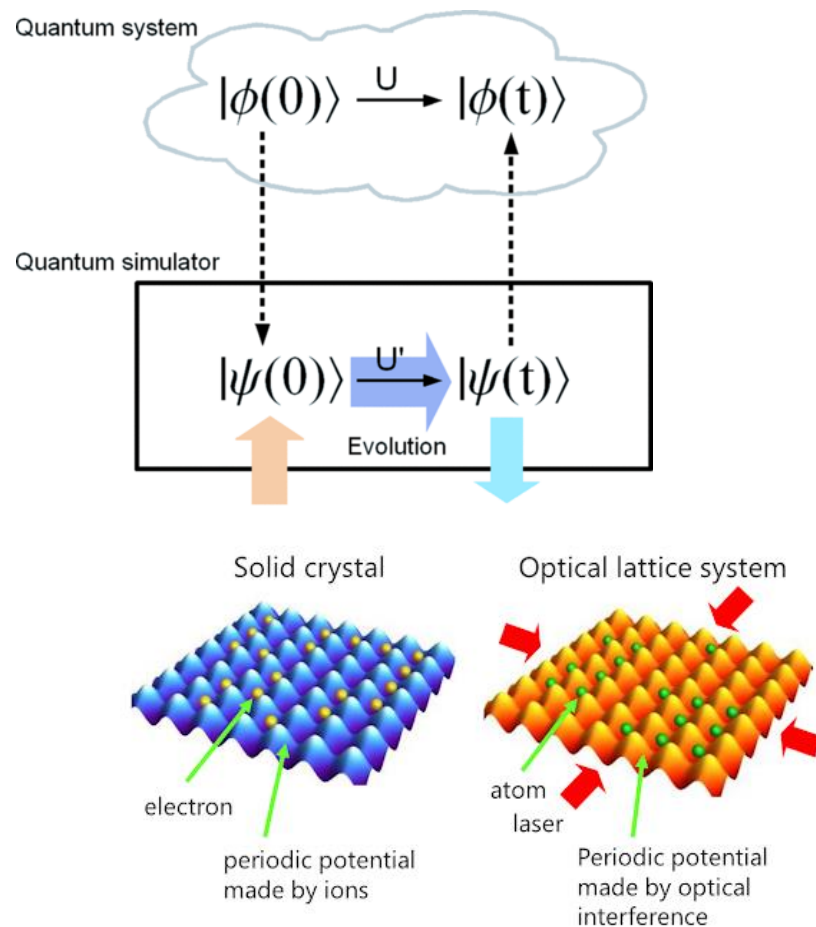
通过设计，原始系统态的演化与模拟系统态的演化是一致

哈密顿有同样形式

光晶格系统

可以用Hubbard model 描述

$$\hat{H} = -t \sum_{\langle ij \rangle} a_{i\sigma}^\dagger a_{j\sigma} + U \sum_i \hat{n}_{i\uparrow} \hat{n}_{i\downarrow} + \sum_{i < j} V_d(j-i) \hat{n}_i \hat{n}_j$$

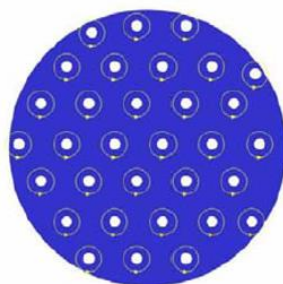


光晶格中人工规范场

旋转法:



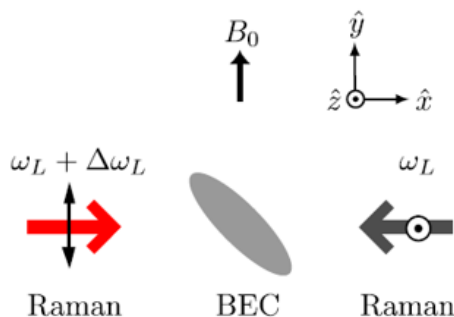
Rotating normal fluid



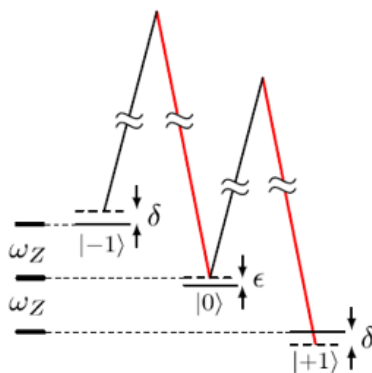
Rotating superfluid

Raman过程:

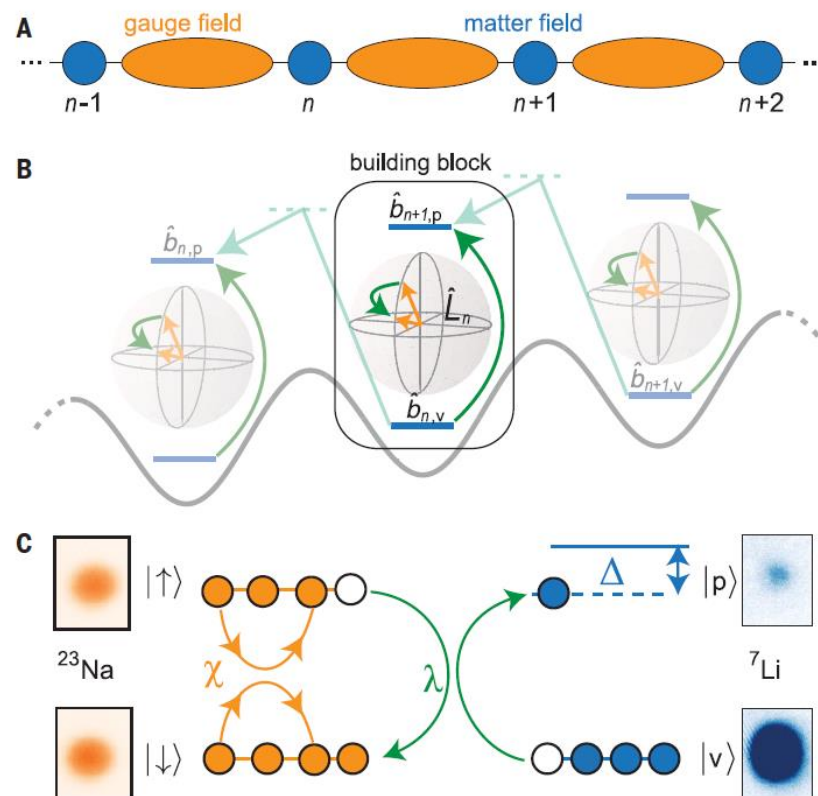
(a) Experimental layout



(b) Level diagram



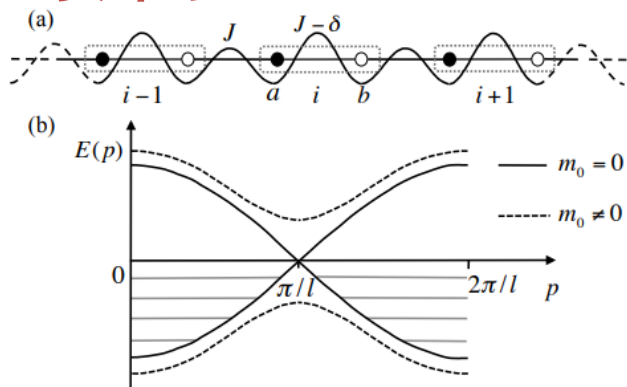
自旋交换法:



1. Abo-Shaeer J R, Raman C, Vogels J M, et al. Observation of vortex lattices in Bose-Einstein condensates[J]. Science, 2001, 292(5516): 476-479.
2. Lin Y J, Compton R L, Perry A R, et al. Bose-Einstein condensate in a uniform light-induced vector potential[J]. Physical Review Letters, 2009, 102(13): 130401.
3. Mil et al., Science 367, 1128–1130 (2020)

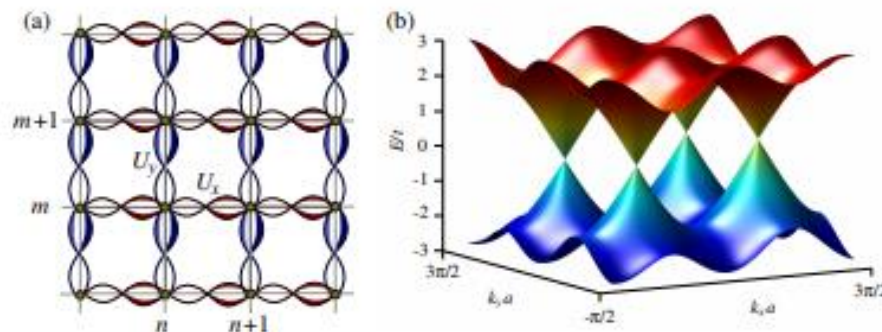
光晶格模拟高能进展

Dirac费米子:



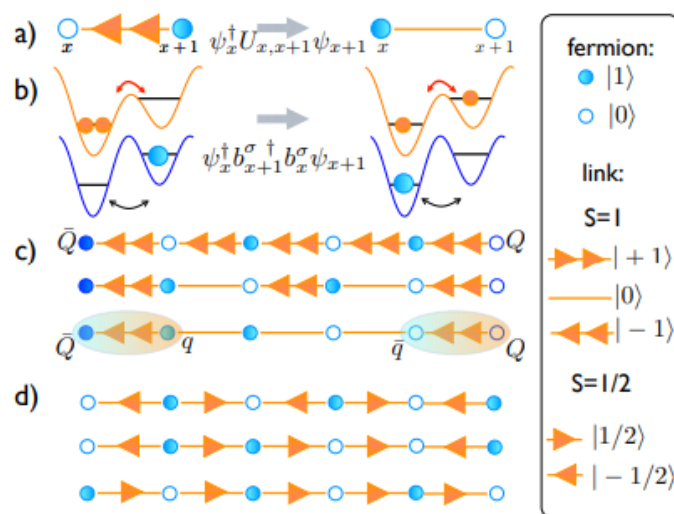
Phys. Rev. Lett. 105, 190403

非Abel费米子:



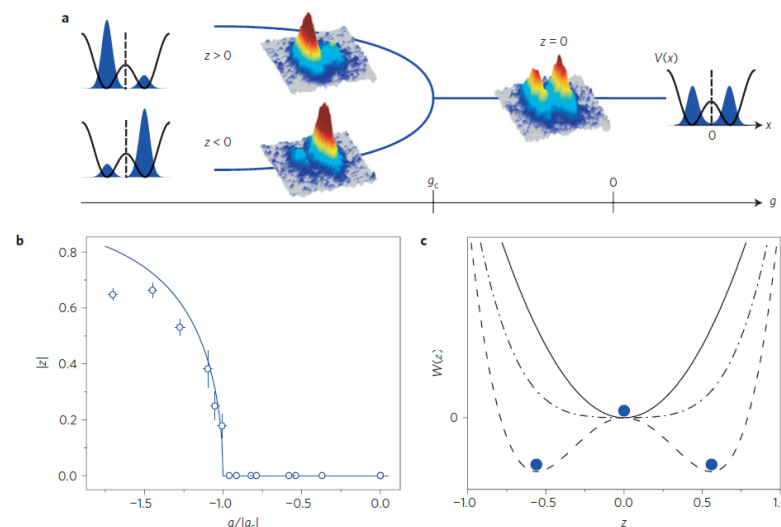
Phys. Rev. Lett. 103, 035301

夸克链断:



Phys. Rev. Lett. 109, 175302

量子相变:



Nature Phys 12, 826–829 (2016).

报告内容



1

背景调研

2

本文工作

3

结论展望

量子模拟好坏？

必要性+合法性+可行性

设计可控量

自由基矢+环境

光晶格中正负电子对产生湮灭

- 自由基矢
- 计算模拟

高能中正负电子对产生湮灭

- 正负电子区分
- 正负电子哈密顿量

高能中真空双折射

- 拉格朗日量表述
- 晶格系统哈密顿表述

光晶格中真空双折射

- 自由基矢(光子偏振)
- 规范隧穿

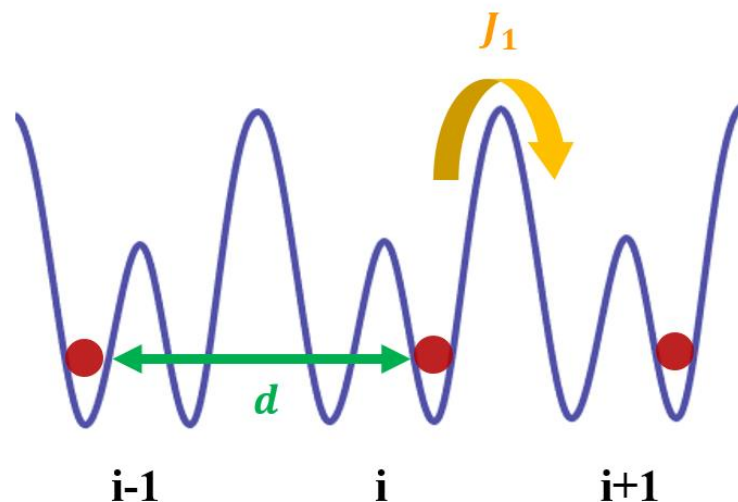
我的工作

● DW模型

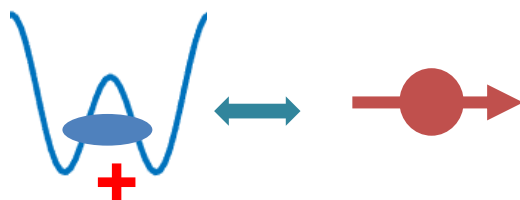
Double-Well光晶格

环境

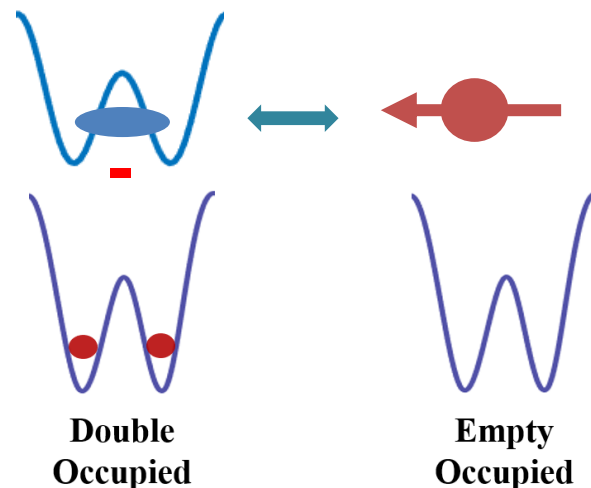
$$J_1 < d < J$$



基态:



第一激发态:



1. X. Yin, etc., EPL, 110, 26004 (2015).

2. 刘武. 利用超冷原子系统进行正反粒子对产生/湮灭的量子模拟的理论研究[J]. 华中科技大学本科生毕业设计, 2018.

● 自由基矢分析

注入与光晶格数量相同的费米子

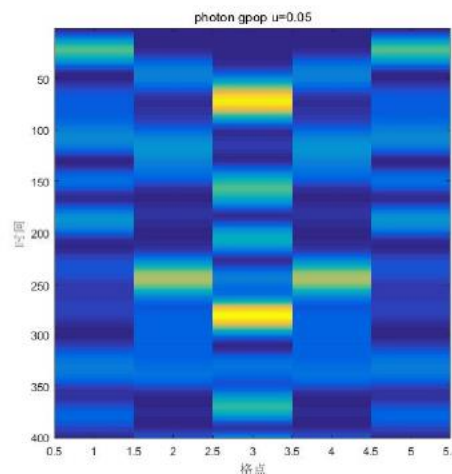
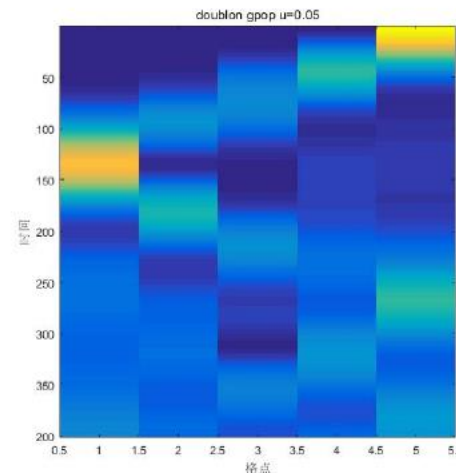
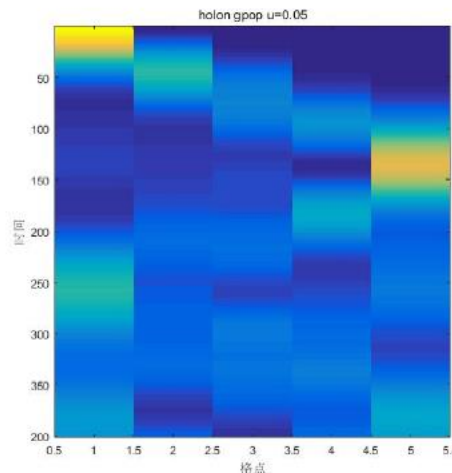
- 真空态
- 光子态
- 电子态
- 正电子态

光子产生正
负电子湮灭

$$a_{i,P}^\dagger b_{i,D} b_{i+1,H}$$

光场下电子
能量修正

$$-\frac{d}{4} \left(a_{i,P}^\dagger + a_{i,P} \right) n_{i+1,D}$$



与高能现象吻合

5DW系统去掉边界的台阶势场后，三种态在格点占据概率随时间的演化

1. 刘武. 利用超冷原子系统进行正反粒子对产生/湮灭的量子模拟的理论研究[J]. 华中科技大学本科生毕业设计, 2018.

● 静场下正负电子

$$H(x) = \psi^\dagger \begin{pmatrix} m + q\phi(x) & \sigma \cdot (-i\nabla - q\mathbf{A}(x)) \\ \sigma \cdot (-i\nabla - q\mathbf{A}(x)) & -m + q\phi(x) \end{pmatrix} \psi$$

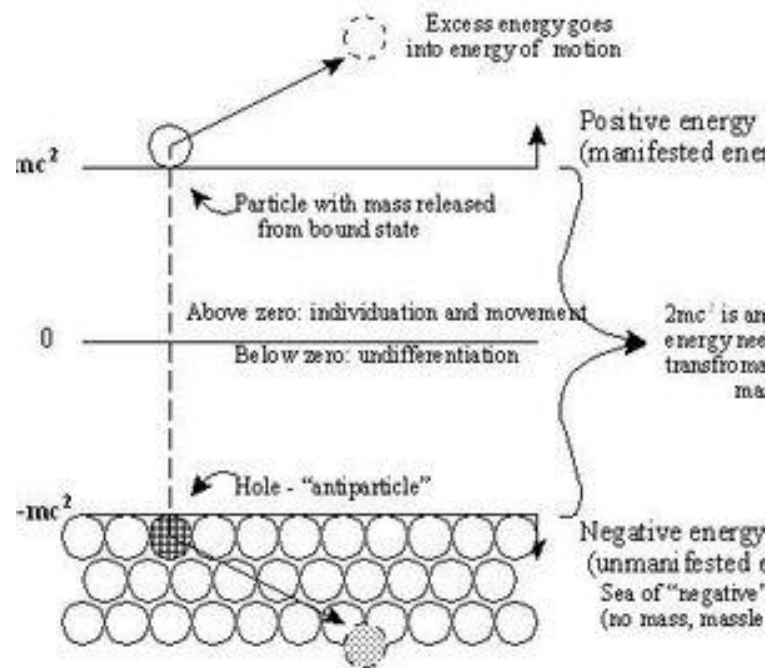
$$P = \psi^\dagger (-i\nabla) \psi, \quad Q = q\psi^\dagger \psi$$

● 光场下正负电子

$$H' = -q \int dx \psi^\dagger(x) \alpha \cdot A \psi(x)$$

对角化静场的么正变换: $\alpha = \begin{pmatrix} 0 & \sigma \\ \sigma & 0 \end{pmatrix}$

$$\psi'(x) = \begin{pmatrix} a(x) \\ b^\dagger(x) \end{pmatrix}, \quad \psi'(x) = e^{iS} \psi(x)$$



● 一些假设

采用旋转波近似，去掉高频震荡哈密顿项

选择无失谐激励无相位差的正负电子，去掉低频动力相位

正负电子对的产生只能伴随光子的湮灭，对的湮灭只能伴随光子的产生

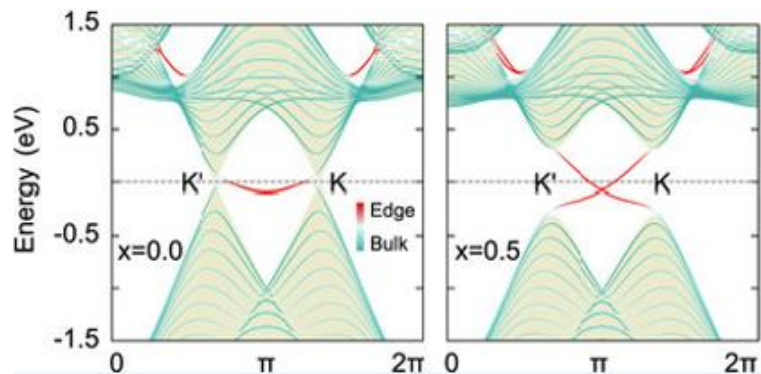
● 经典光场下的正负电子哈密顿量

$$H(x) = \frac{(p - qA)^2}{2m} + V - \frac{q}{m} \mathbf{S} \cdot \mathbf{B} - \frac{p^4}{8m^3c^2} - \frac{\hbar^2}{4m^2c^2} \frac{dV}{dr} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{2m^2c^2} \frac{1}{r} \frac{dV}{dr} \mathbf{S} \cdot \mathbf{L}$$

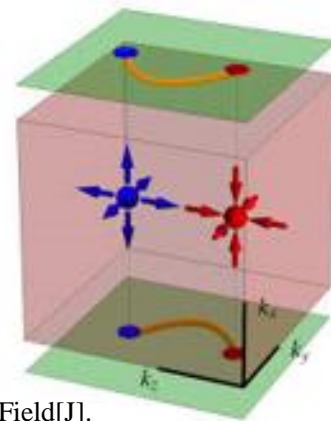
包含轨道磁矩、自旋磁矩、自旋轨道耦合(精细结构)、Lamb移动(达尔文项)、相对论动能修正

● Dirac方程延伸拓扑领域

石墨烯自旋轨道耦合Dirac锥能隙打开：



Weyl半金属两点具有Weyl费米子行为：



1. WELTON T A. Some Observable Effects of the Quantum-Mechanical Fluctuations of the Electromagnetic Field[J]. Physical Review, 1948, 74 : 1157 – 1167
2. LEE C. STATIONARY STATES OF AN ELECTRON-POSITRON SYSTEM AND ANNIHILATION TRANSITIONS[J]. Zhur. Eksptl'. i Teoret. Fiz., 1957, 33.
3. KANE C L, MELE E J. Quantum Spin Hall Effect in Graphene[J]. Physical Review Letters, 2005, 95.
4. XU S-Y, BELOPOLSKI I, ALIDOUST N, et al. Discovery of a Weyl fermion semimetal and topological Fermi arcs[J]. Science, 2015, 349 : 613 – 617.

真空双折射

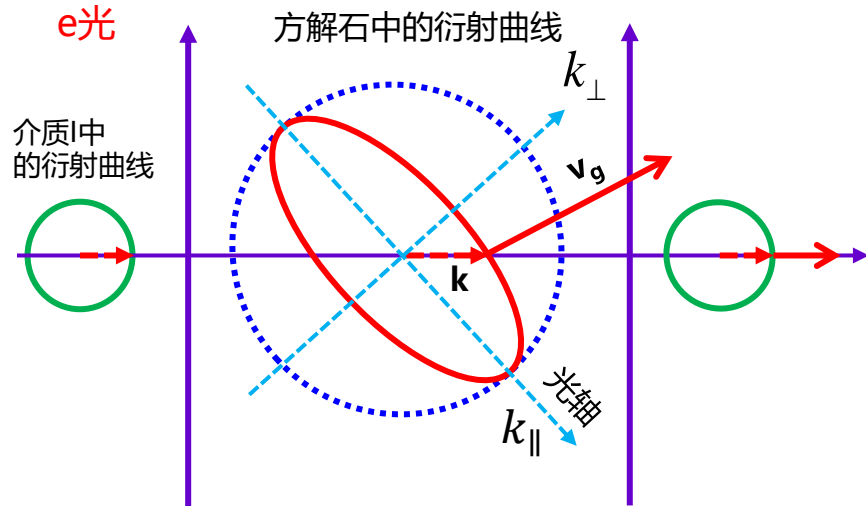
● 双折射

本质：不同偏振折射率不同

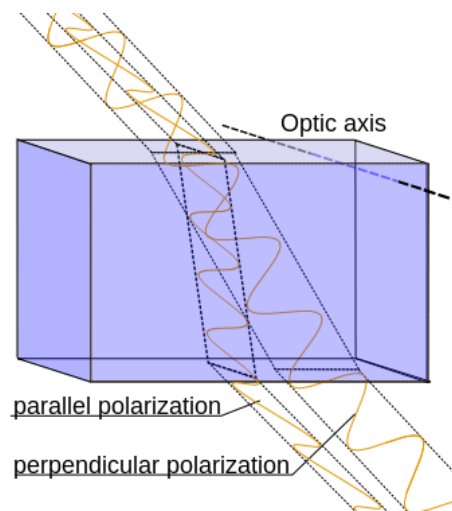
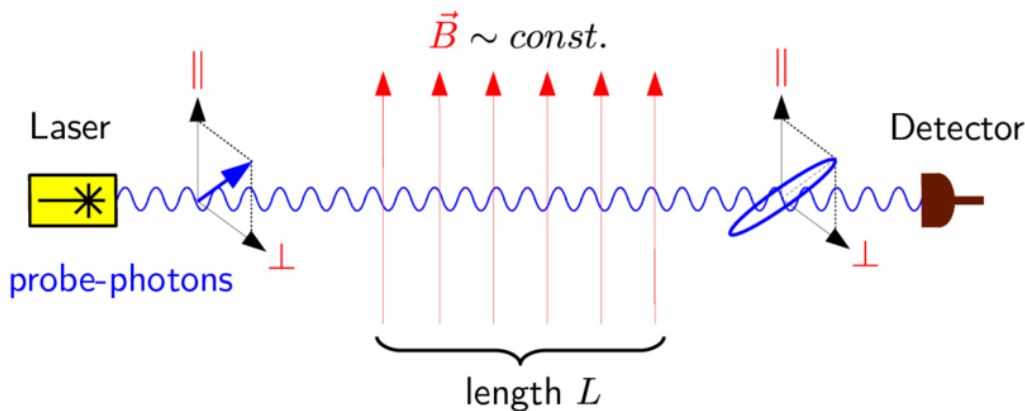
增加自由基矢：光的偏振

● 真空双折射

起源于Cotton-Mouton效应，在强磁场下许多气体都有双折射效应，当尽可能将体系抽真空，也会有双折射现象。



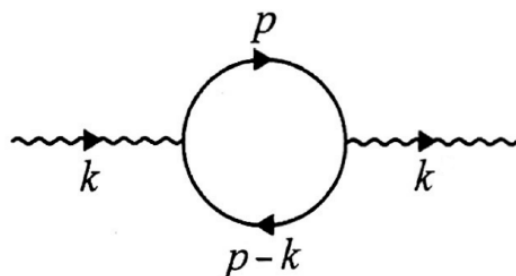
偏振在该平面光平行/垂直光轴
折射率不同



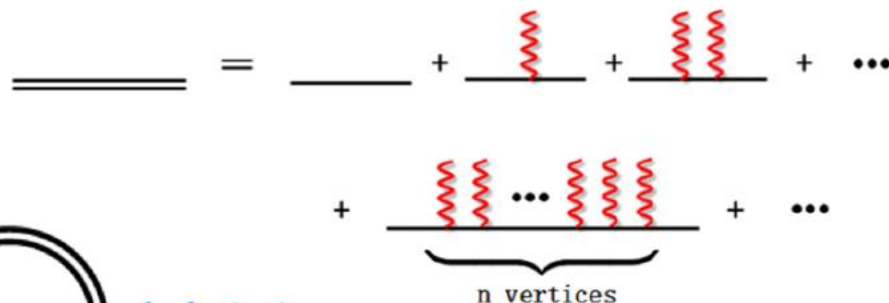
1. Battesti, Rémy et.al.(2018). High magnetic fields for fundamental physics. Physics Reports. 10.1016/j.physrep.2018.07.005.

● 真空双折射Feynman图

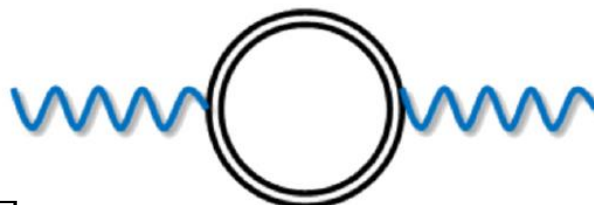
有光子自能修正



磁场下传播子



磁场下光子自能修正



推导的原始修正哈密顿量：

$$\Delta H = \frac{g}{2} \int \frac{d^3 \mathbf{k}}{\omega_{\mathbf{k}}} [\epsilon^\mu \Pi_{\mu\nu}^{(2)}(k) \epsilon^\nu] a_{\mathbf{k}\mu}^\dagger a_{\mathbf{k}\nu} + h.c.$$

$$i\Pi_{\mu\nu}^{(2)}(k) = -q^2 \int \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} \text{tr} \left[\gamma_\mu \frac{\not{p} - qA_0 + m}{(p - qA)^2 - m^2} \gamma_\nu \frac{\not{p} - qA_0 - \not{k} + m}{(p - qA - k)^2 - m^2} \right]$$

Landau规范，x偏振到z偏振多余的贡献： $\Delta = f(d) (-2qzBp_3 + qzBk_3)$

磁场环境 \longrightarrow 至少二维

● 2维Landau光折射模型

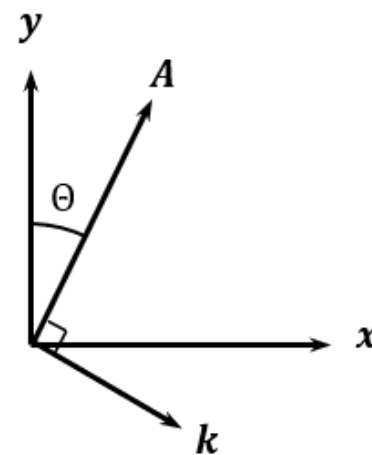
光偏振自由基矢 $\xrightarrow{\text{转化为}}$ 非均匀物理环境

物理环境：二维晶格，Landau规范

Peierls规范相位，x方向晶格间隧穿加成

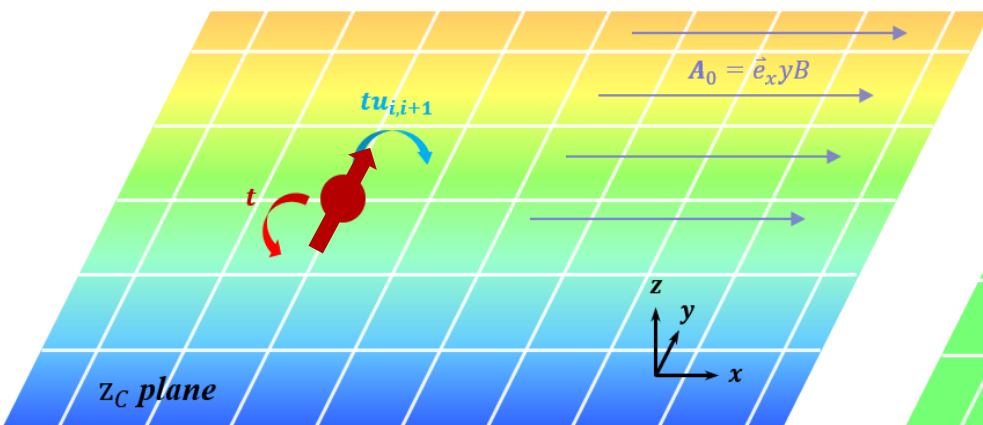
自由基矢：四态(真空、光子、正负电子)

其中光子2个偏振模式

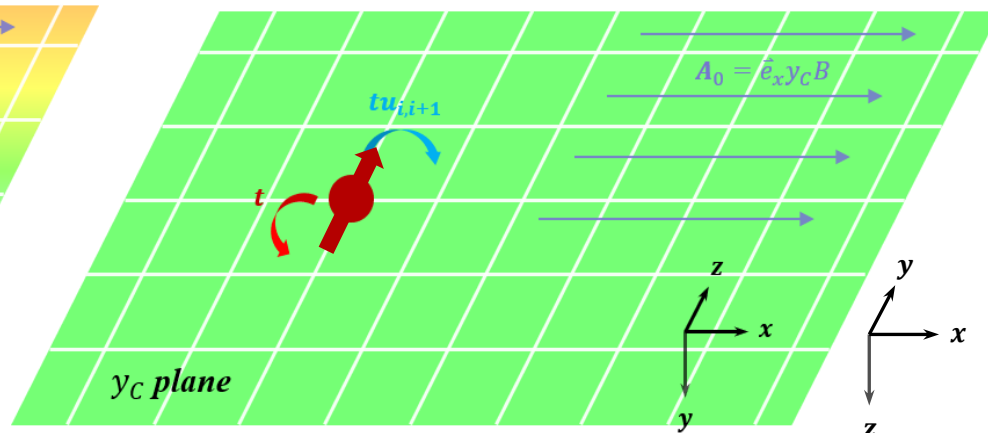


偏振与动量方向挂钩

x/y偏振光子，y轴上矢势呈不均匀性：



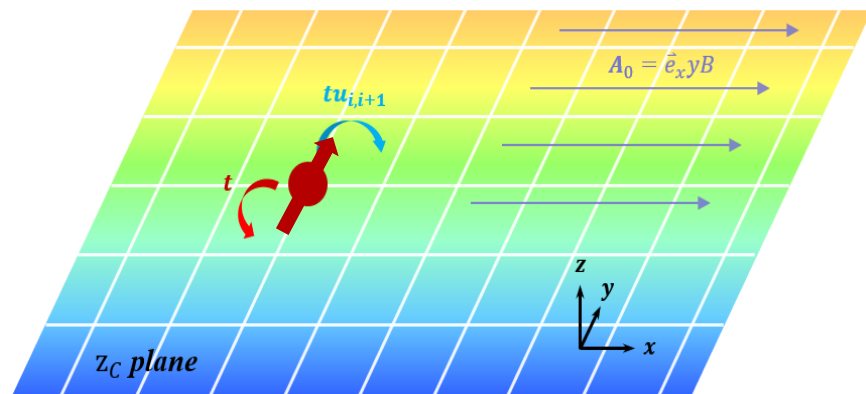
z偏振光子，z轴上矢势呈均匀性：



● 格点哈密顿量

列出重要项

隧穿参数: $u_{i,i+1} = e^{iq \int_i^{i+1} j B dx} \quad t = -\frac{\hbar^2}{2ma^2}$



静场哈密顿量:
$$H_0 = \sum_{ij} \left[(m - 4t) a_{ij}^\dagger a_{ij} + (ta_{ij}^\dagger u_{i,i+1} a_{i+1,j} + \text{h.c.}) + (ta_{ij}^\dagger a_{i,j+1} + \text{h.c.}) \right] \\ + \sum_{ij} \left[(m - 4t) b_{ij}^\dagger b_{ij} + (tb_{ij}^\dagger u_{i,i+1}^\dagger b_{i+1,j} + \text{h.c.}) + (tb_{ij}^\dagger b_{i,j+1} + \text{h.c.}) \right]$$

两体相互作用:
$$H_I = -q^2 \sum_{ii'jj'} a_{ij}^\dagger a_{ij} \frac{1}{\sqrt{(i-i')^2 + (j-j')^2}} b_{i'j'}^\dagger b_{i'j'}$$

主要产生湮灭哈密顿量:
$$H_1'^- = \sum_{ij} -\frac{q\eta t'}{\omega} b_{ij} (c_{i,j-1}^\dagger - c_{i,j+1}^\dagger + \mathbf{i} c_{i+1,j}^\dagger - \mathbf{i} c_{i-1,j}^\dagger) a_{ij} + \text{H.c.}$$

DW产生湮灭:
$$a_{i,P}^\dagger b_{i,D} b_{i+1,H} + b_{i,H} b_{i+1,D} a_{i+1,P}^\dagger$$

偏振动量关系:
$$A_y = \eta \frac{k_x}{\omega}$$

$$A_x = -\eta \frac{k_y}{\omega} \quad \text{光模参量: } \eta = \sqrt{\frac{1}{2\omega L^3}}$$

● 研究目标：

- 1 正负电子对原始哈密顿量对应 ✓
- 2 真空双折射原始哈密顿量对应 ✓
- 3 真空双折射量子模拟实验搭建

● 二维DW光晶格

原始环境：二维z轴静磁场下的晶格系统

模拟环境：二维x方向Landau规范的DW晶格系统

原始自由基矢：真空、光子、正负电子

模拟自由基矢：偶叠加态、奇叠加态、空态、双占据态

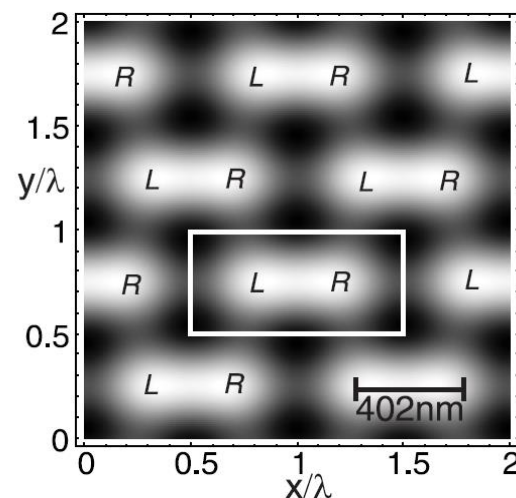
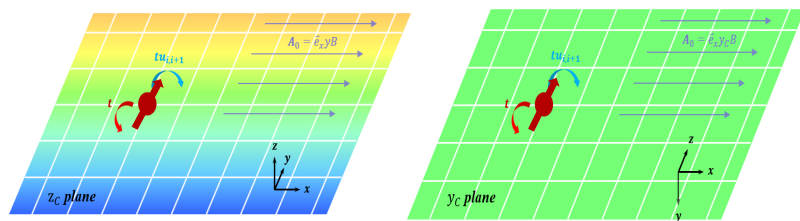
原始自由基矢：z偏振光传播，x/y偏振光传播

模拟环境：非均匀规范场，均匀规范场

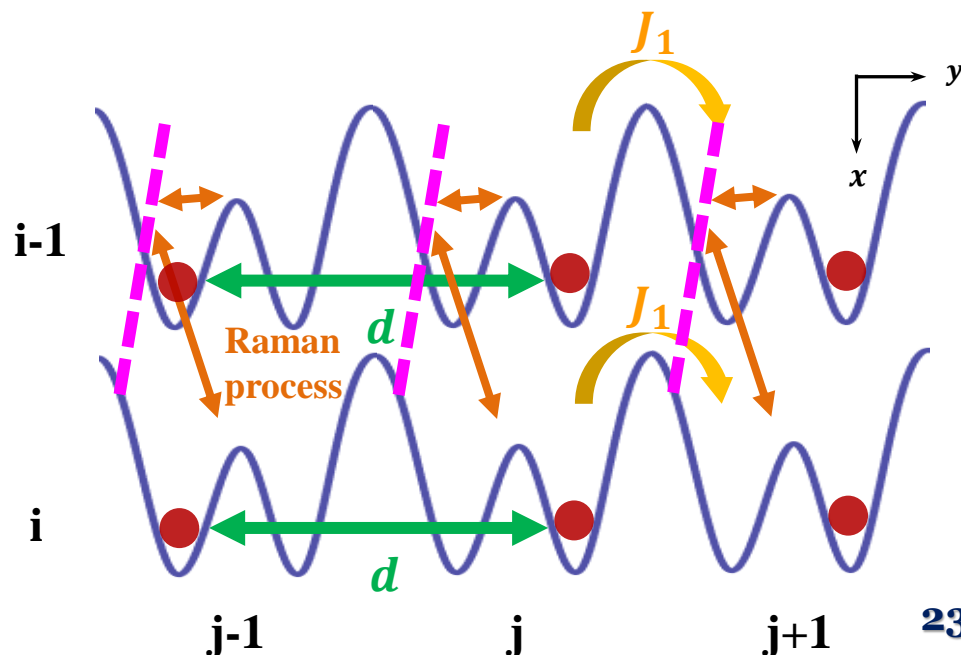
Peierls规范相位，x方向上通过随空间线性变化的失谐量的Raman过程制造

实验结果：(折射率)

比对两环境下传播速率！



PRA 73, 033605 (2006)



报告内容



1

背景调研

2

本文工作

3

结论展望

● 本文工作成果：

高能量子模拟进展调研

- 格点化的非微扰处理
- 规范在格点系统的运用
- 自能修正的物理含义

高能中正负电子对产生湮灭

- 正负电子区分标准，同时对角化
- 正负电子产生湮灭晶格哈密顿量

高能中真空双折射

- 量子场论原始哈密顿解释
- 二维Landau规范晶格下简化的原始哈密顿

光晶格中真空双折射

- DW四种态模拟光子、正负电子、真空
- 两个环境分别研究光子不同偏振模拟
- 利用Raman失谐的空间不均匀实现规范隧穿

必要性

合法性

可行性

● 不足与展望：

理论上

- 真空双折射是虚粒子过程，然而假设是无失谐跃迁
- 原始哈密顿量中起主导作用的项还暂不清楚
- 方案设计暂未考虑自旋基矢的转变和 z 轴维度

实验上

- 光子的相位是难以测量的
- 虚数隧穿难以精准调控
- 正负电子电荷不同，规范场相位也是相反的
- 注入费米子，在同位点上不会有多粒子



Thanks