Question 1

$$m(t) = 20 \cos(4000\pi t) + 4 \cos(12000\pi t)$$

a) $$M(f) = \mathcal{F}[m(t)]$$
$$= 20\,\mathcal{F}[\cos(4000\pi t)] + 4\,\mathcal{F}[\cos(12000\pi t)]$$
$$= 20\left[\frac{1}{2}\left(\delta(f-2000) + \delta(f+2000)\right)\right]$$
$$+ 4\left[\frac{1}{2}\left(\delta(f-6000) + \delta(f+6000)\right)\right]$$

$$\boxed{M(f) = 10[\delta(f-2000) + \delta(f+2000)] + 2[\delta(f-6000) + \delta(f+6000)]}$$

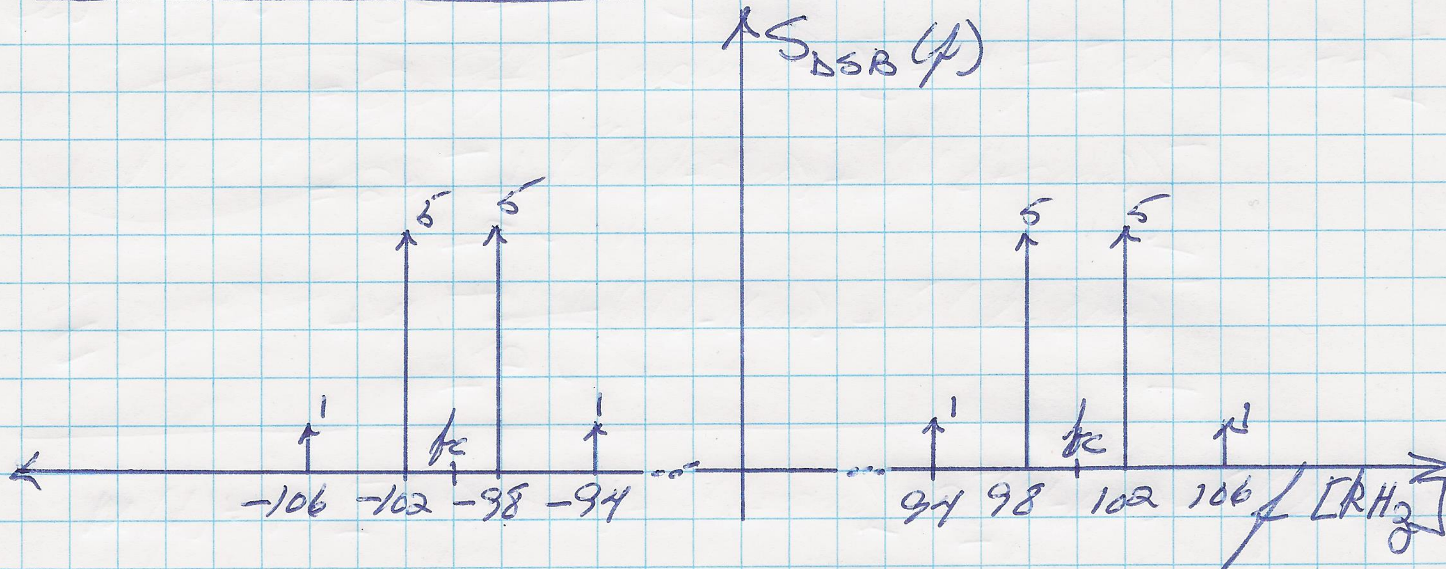
b) Modulation DSB avec $A_c = 1$ et $f_c = 100\ kHz$

i) $$s_{DSB}(t) = m(t) \cdot A_c \cos(2\pi f_c t)$$

$$\boxed{s_{DSB}(t) = [20 \cos(4000\pi t) + 4 \cos(12000\pi t)] \cdot \cos(2\pi \times 10^5 t)}$$

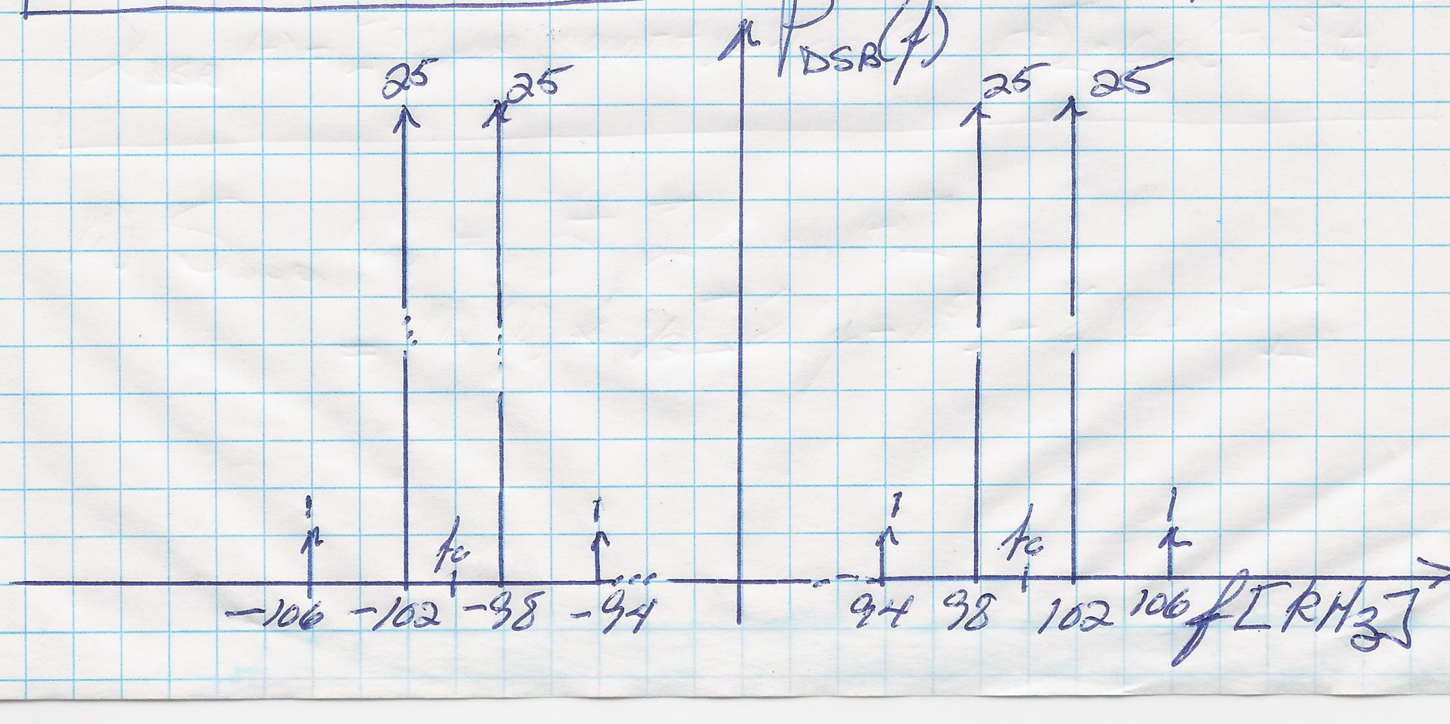
ii) $$S_{DSB}(f) = \mathcal{F}[s_{DSB}(t)]$$
$$= M(f) * \tfrac{1}{2}[\delta(f-10^5) + \delta(f+10^5)]$$

$$\boxed{\begin{aligned} S_{DSB}(f) = 5\big[&\delta(f-102k)+\delta(f-98k)+\delta(f+98k)+\delta(f+102k)\big] \\ &+\big[\delta(f-106k)+\delta(f-94k)+\delta(f+94k)+\delta(f+106k)\big] \end{aligned}}$$



ii) Densité spectrale de puissance

$$\boxed{\begin{aligned} P_{DSB}(f) = 25\big[&\delta(f-102k)+\delta(f-98k)+\delta(f+98k)+\delta(f+102k)\big] \\ &+\big[\delta(f-106k)+\delta(f-94k)+\delta(f+94k)+\delta(f+106k)\big] \end{aligned}}$$



note $x(t) = A \cos(2\pi f_0 t)$

$$\Rightarrow X(f) = \frac{A}{2}\left[\delta(f-f_0) + \delta(f+f_0)\right]$$

et $$P_x(f) = \frac{A^2}{4}\left[\delta(f-f_0) + \delta(f+f_0)\right]$$

(iv) Puissance moyenne.

$$P_{DSB} = \int_{-\infty}^{\infty} P_{DSB}(f)\, df$$

$$P_{DSB} = (4 \times 1) + (4 \times 25)$$

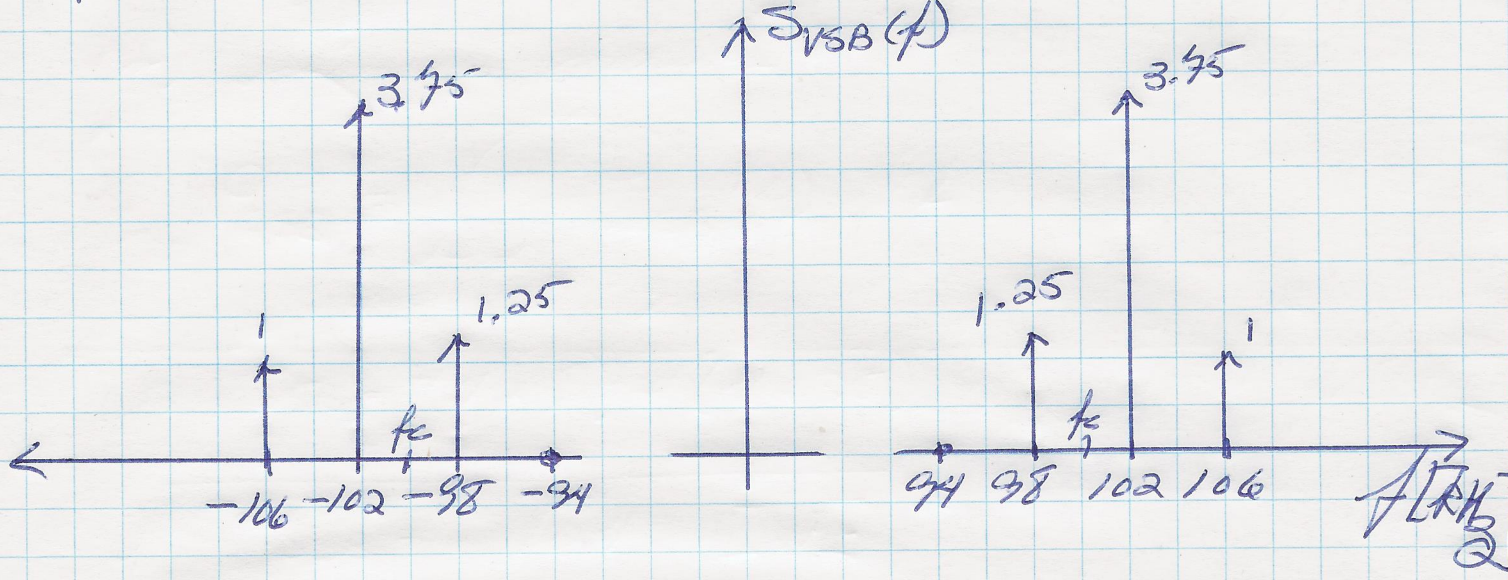
$$\boxed{P_{DSB} = 104 \quad [W]}$$

c) Filtre VSB

i) $S_{VSB}(f) = S_{DSB}(f) \cdot H_{VSB}(f)$

$$\begin{aligned} S_{VSB}(f) = {} & 1 \cdot \left[\delta(f-106k) + \delta(f+106k)\right] \\ & + \left(\tfrac{3}{4}\right) \cdot 5 \left[\delta(f-102k) + \delta(f+102k)\right] \\ & + \left(\tfrac{1}{4}\right) \cdot 5 \left[\delta(f-98k) + \delta(f+98k)\right] \\ & + 0 \cdot \left[\delta(f-94k) + \delta(f+94k)\right] \end{aligned}$$

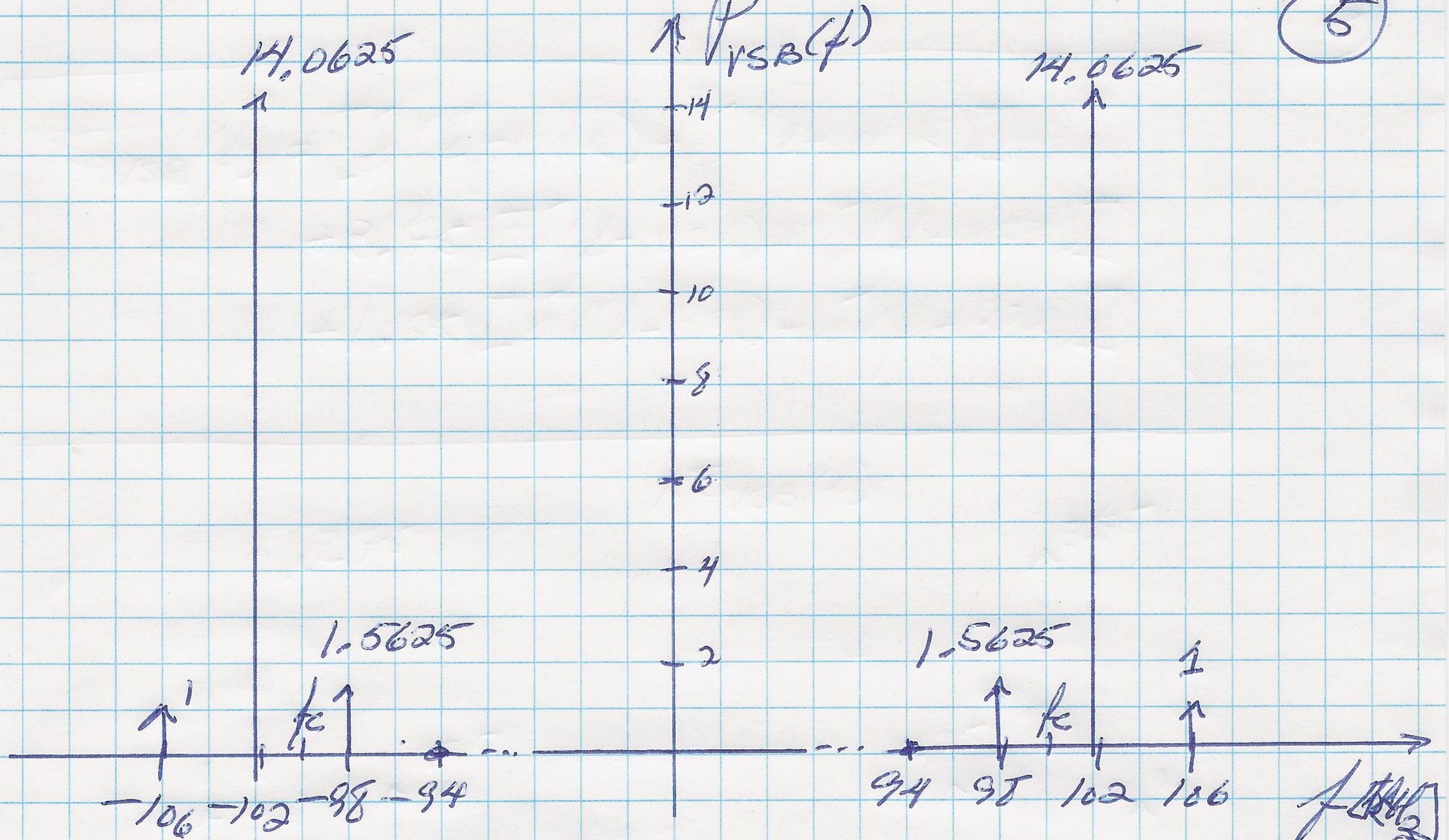
$$\boxed{\begin{aligned} S_{VSB}(f) = {} & \left[\delta(f-106k)+\delta(f+106k)\right] \\ & +3.75\left[\delta(f-102k)+\delta(f+102k)\right] \\ & +1.25\left[\delta(f-98k)+\delta(f+98k)\right] \end{aligned}}$$



ii) Densité spectrale de puissance

$$\begin{aligned} P_{VSB}(f) = {} & (1)^2\left[\delta(f-106k)+\delta(f+106k)\right] \\ & +(3.75)^2\left[\delta(f-102k)+\delta(f+102k)\right] \\ & +(1.25)^2\left[\delta(f-98k)+\delta(f+98k)\right] \end{aligned}$$

$$\boxed{\begin{aligned} P_{VSB}(f) = {} & \left[\delta(f-106k)+\delta(f+106k)\right] \\ & +14.0625\left[\delta(f-102k)+\delta(f+102k)\right] \\ & +1.5625\left[\delta(f-98k)+\delta(f+98k)\right] \end{aligned}}$$



(ii) Puissance moyenne de $s_{VSB}(t)$

$$P_{VSB} = \int_{-\infty}^{\infty} P_{VSB}(f)\, df$$

$$P_{VSB} = (2\times 1) + (2\times 14{,}0625) + (2\times 1{,}5625)$$

$$\boxed{P_{VSB} = 33{,}25 \quad [W]}$$

Question 2

$$W_1 = W_2 = W_3 = W_4 = 20\ kHz$$

$$W_5 = W_6 = 40\ kHz$$

a) fréquence minimale d'échantillonnage

$$\boxed{\begin{array}{l} f_{s_1} = f_{s_2} = f_{s_3} = f_{s_4} = 40\ k\ éch./s \\ f_{s_5} = f_{s_6} = 80\ k\ éch./s \end{array}}$$

b)
$$SQNR = 3L^2 \frac{P_{signal}}{m_{MAX}^2}$$

où $P_{signal} = \frac{m_{MAX}^2}{4}$

On désire que $SQNR_{dB} \geq 120\ dB$

$$\Rightarrow SQNR = 3L^2 \frac{\left(\frac{m_{MAX}^2}{4}\right)}{m_{MAX}^2} = \frac{3}{4}L^2 \geq 10^{120/10}$$
(linéaire)

$$\rightarrow L \geq \sqrt{\frac{4}{3} \times 10^{12}} = 1\ 154\ 700.538$$

Et $L = 2^n \Rightarrow n = \lceil \log_2 L \rceil = \lceil 20.139\ldots \rceil$

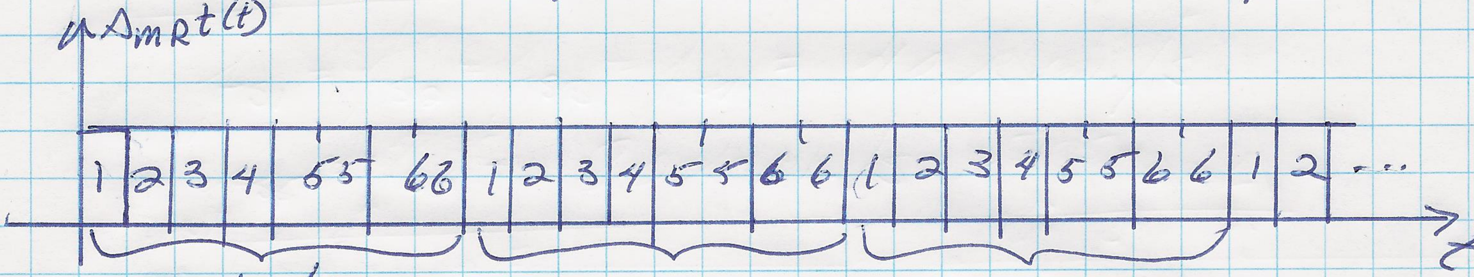
$$\Rightarrow \boxed{n = 21\ bits}$$
$\left(\begin{array}{l} \text{et } L = 2^n = 2^{21} \text{ niveaux} \\ L = 2\ 097\ 152 \text{ niveaux} \end{array}\right)$

c) multiplexage temporel (MRT)

→ 4 signaux à 40 kéch./s

et 2 signaux à 80 kéch./s

Il faut donc produire une trame temporelle avec : $(4 \times 40k) + (2 \times 80k) = 320$ kéch./s.



$$\boxed{T_{éch.} = \frac{1}{320 \text{ kéch/s}} = 3.125\ \mu s}$$

d) Débit binaire du signal multiplexé

$$R_b = 320 \text{ kéch./s} \times 21 \text{ bits/éch.}$$

$$\boxed{R_b = 6.720 \text{ Mb/s}}$$

e) Modulation 8 PSK (avec impulsions rectangulaires)

$$M = 8 \Rightarrow l = \log_2 8 = 3 \text{ bits/symbole 8 PSK}$$

$$R_S = \frac{R_b}{l} = \frac{6.72 \text{ Mbits/s}}{3 \text{ bits/symbole 8-aire}}$$

$$\boxed{R_S = 2.24 \text{ Mbauds (Msymboles/s)}}$$

Largeur de bande (premiers zéros de la fonction sinc)

$$B_T = 2 R_S$$

$$\boxed{B_T = 4.48 \text{ MHz}}$$

Question 3 :

Modulation Delta avec $\Delta = 5\times10^{-3}$ [Volts]

$$m(t) = \left(\frac{2}{\pi}\right) \sin(2\times10^{6}\pi t) \quad \text{[volts]}$$

a) fréquence minimale d'échantillonnage f_s sans effet de dépassement

$$\frac{\Delta}{T_s} \geq \max\left[\left|\frac{d}{dt} m(t)\right|\right]$$

$$\Rightarrow f_s = \frac{1}{T_s} \geq \frac{\max\left[\left|\frac{d}{dt} m(t)\right|\right]}{\Delta}$$

$$f_s \geq \frac{\max\left[\left|\frac{d}{dt}\left(\frac{2}{\pi}\right)\sin(2\times10^{6}\pi t)\right|\right]}{5\times10^{-3}}$$

$$f_s \geq \max\left[\left|\frac{\left(\frac{2}{\pi}\right)(2\times10^{6}\pi)}{5\times10^{-3}}\cos(2\times10^{6}\pi t)\right|\right]$$

$$f_s \geq \left(\frac{4\times10^{6}\times\pi}{\pi\times5\times10^{-3}}\right)\underbrace{\max\left[\left|\cos(2\times10^{6}\pi t)\right|\right]}_{1}$$

$$f_s \geq 8\times10^{8} = 800 \text{ M sch./s} \qquad \text{et } T_s = \frac{1}{f_s} = 1.25 \text{ ns}$$

$$\boxed{f_s \geq 800 \text{ M sch./s}}$$

(Chaque échantillon est sur un bit)

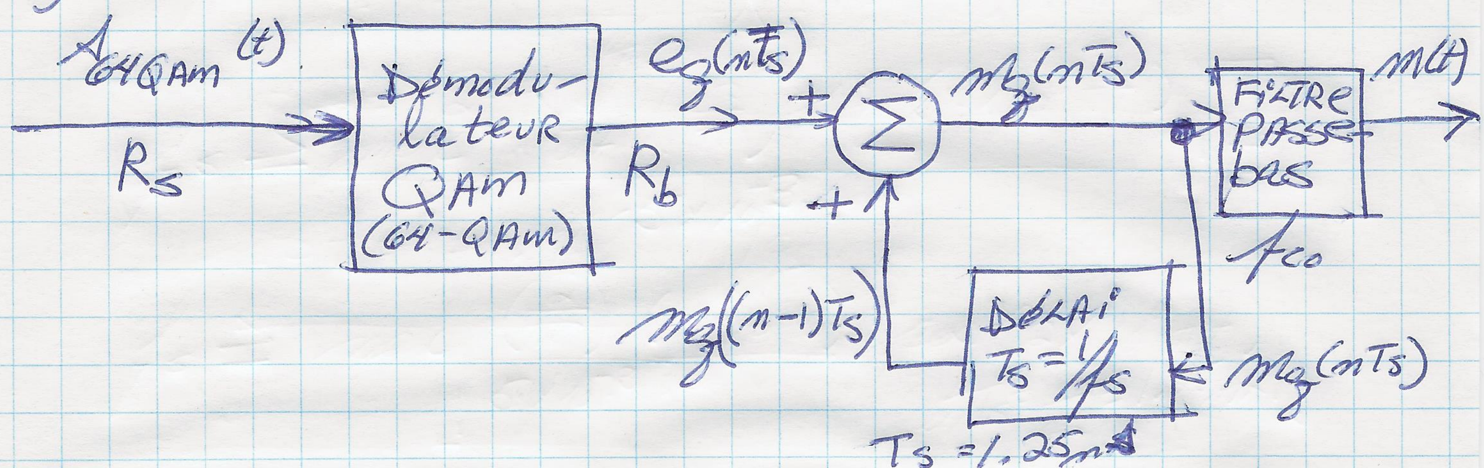
b) Modulation 64-QAM

$M = 64 \Rightarrow l = 6$ bits/symbole 64-QAM

$$R_S = \frac{R_b}{l} = \frac{800 \text{ Msch./s}}{6 \text{ bits/sch.}}$$

$$\boxed{R_S = 133.\underline{3} \text{ Mbits/s}}$$

c)



Fréquence de coupure du filtre passe-bas

$f_{co} > 1$ MHz car $m(t) = \left(\frac{2}{\pi}\right) \sin(2\pi f_m t)$

où $f_m = 10^6$ Hz

Question 4

→ 8 utilisateurs multiplexés en AMRT ⇒ 200 kHz

→ Canaux de 200 kHz multiplexés en AMRF :

→ 25 MHz (liaisons base-mobile)
→ 25 MHz (liaisons mobiles-bases)

→ $D_{co} = \sqrt{3N}\, R$ où $N = i^2 + ij + j^2$ $\quad i,j = 0, 1, 2, \ldots$

R : rayon de la cellule
D_{co} : distance co-canal (stations de base)
N : Facteur de réutilisation des fréquences

→ Rapport signal-à-interférence minimal

$$SIR_{dB,min} = 10\alpha \log_{10}\left(\frac{D_{co}}{d_A} - 1\right) - 7.7815 \quad [dB]$$

~~Avec~~ $\alpha = 3.5$ (loi des pertes de propagation)
d_A = distance entre mobile et base (désirée proche)

a) Nombre d'utilisateurs :

$$N_{utilisateurs} = \underbrace{\frac{25\ MHz}{200\ kHz}}_{AMRF} \times \underbrace{\frac{8\ utilisateurs}{200\ kHz}}_{AMRT}$$

$$N_{utilisateurs} = 125 \times 8$$

$$\boxed{N_{utilisateurs} = 1000}$$

b) FACTEUR DE RÉUTILISATION

2

$$SIR_{dB,MIN} = 10\alpha \log_{10}\left(\frac{D_{co}}{d_A} - 1\right) - 7.7815 \geq 18\,dB$$

$$\Rightarrow 35 \log_{10}\left(\frac{D_{co}}{d_A} - 1\right) - 7.7815 \geq 18$$

$$\Rightarrow \log_{10}\left(\frac{D_{co}}{d_A} - 1\right) \geq \underbrace{\frac{18 + 7.7815}{35}}_{= 0.736614285}$$

$$\Rightarrow \frac{D_{co}}{d_A} \geq 1 + 10^{0.736614285}$$

$$D_{co} \geq 6.452\,733\,66\ d_A$$

où $D_{co} = \sqrt{3N}\ R$ où $R = d_A$

$$\Rightarrow \sqrt{3N} \geq 6.452\,733\,66$$

$$\Rightarrow N \geq \frac{(6.452\,733\,66)^2}{3}$$

$$N \geq 13.879\,257\,23$$

On $N = 1, 3, 7, 12, 13, 19, 21, 28, 31$

$$\boxed{N = 19}$$

c) Nombre maximal d'utilisateurs par cellule?

$$N_{utilisateurs/cellule} = 8 \times \left\lfloor \frac{125}{19} \right\rfloor = 8 \times \underbrace{\lfloor 6.579 \rfloor}_{=6}$$

$$\boxed{N_{utilisateurs/cellule} = 48}$$

d) Efficacité

$$\eta = \frac{48 \text{ canaux (utilisateurs)/cellule}}{(25+25)\,\text{MHz}}$$

$$\boxed{\eta = 0.96 \left[\frac{\text{canal/cellule}}{\text{MHz}}\right]}$$