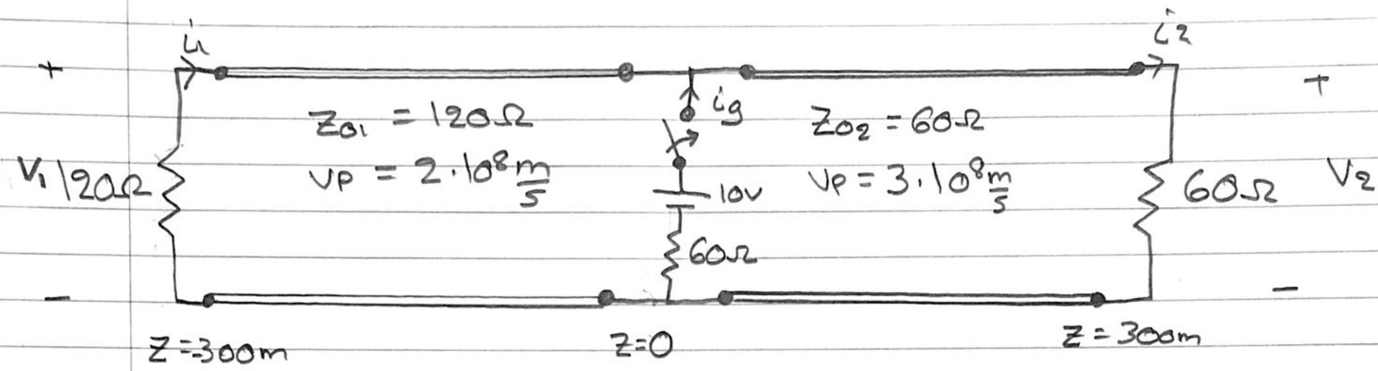
23 novembre 2020 GEL-3002

<u>Examen final</u>

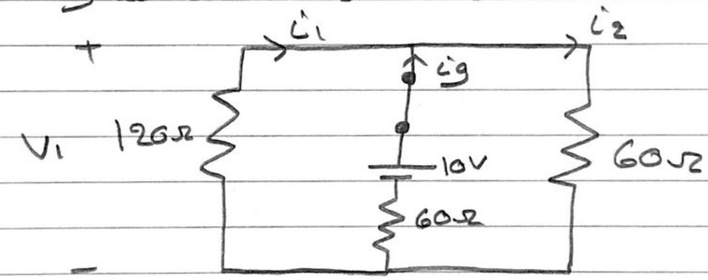
- Problème 1

Soit le circuit

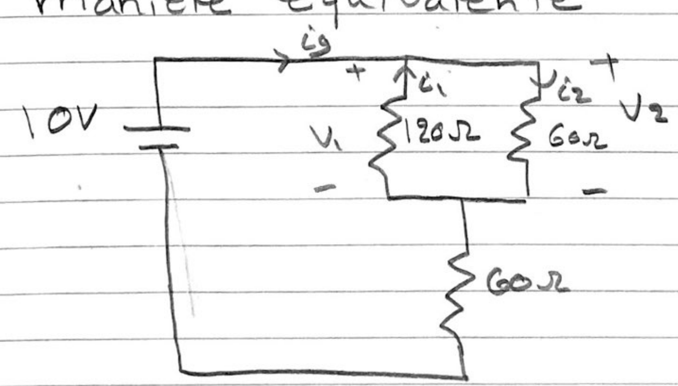


a)

En régime permanent, on peut négliger les lignes de transmission :



de manière équivalente



d'où

$$V_1 = V_2 = 10\,V \cdot \frac{120//60}{120//60 + 60}$$

$$= 4V$$

$$i_1 = -\frac{V_1}{120\Omega} = \frac{-4V}{120\Omega}$$

$$= -0.0\overline{3}\,A$$

$$i_2 = \frac{V_2}{60\Omega} = \frac{4V}{60\Omega}$$

$$= 0.0\overline{6}\,A$$

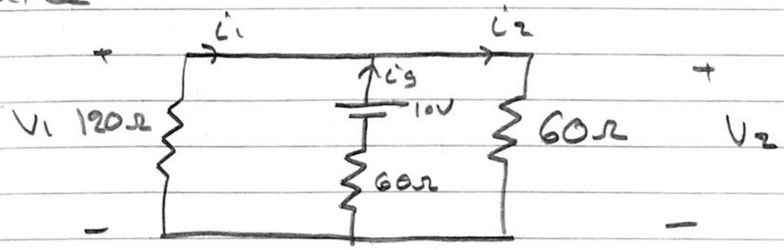
$$i_g = i_2 - i_1 = 0.1\,A$$

b)

On détermine d'abord les ondes incidentes initiales. À $t = 0^-$, le circuit est à l'équilibre sans excitation :

$$V(z, 0^-) = I(z, 0^-) = 0$$

À $t = 0^+$, le circuit vu par la source



qui est le même circuit qu'en régime permanent analysé en a)

d'où

$$V_1^+ = V_2^+ = 4V$$

$$i_1^+ = -0.0\bar{3}\,A$$

$$i_2^+ = 0.0\bar{6}\,A$$

On détermine maintenant les distances parcourues sur les lignes

- ligne 1

$$d_1 = -V_{P_1}\Delta t$$

$$= -2\cdot 10^8 \frac{m}{s} \cdot 0.2 \cdot 10^{-6} s$$

$$= -40m$$

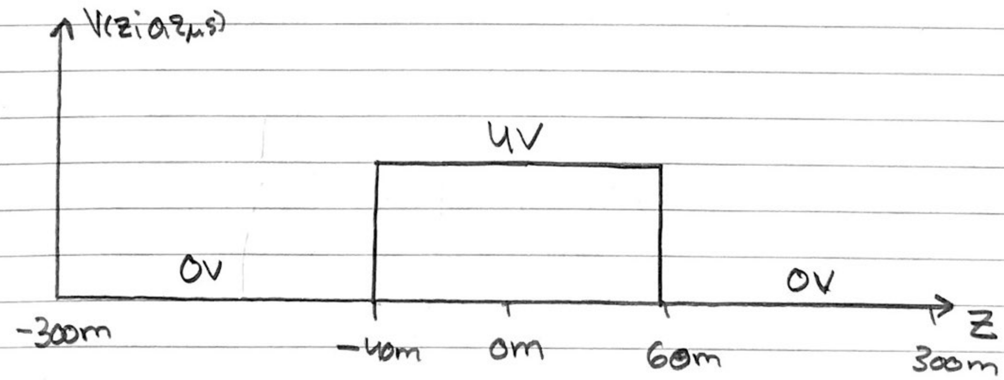
- ligne 2

$$d_2 = V_{P_2}\Delta t$$

$$= 3\cdot 10^8 \frac{m}{s} \cdot 0.2\cdot 10^{-6} s$$

$$= 60m$$

On peut alors tracer $V(z; 0.2\mu s)$



c) On a calculé les ondes incidentes initiales en b)

$$i_1^+ = -0{,}0\bar{3}\,A$$

$$i_2^+ = 0{,}0\bar{6}\,A$$

On détermine les distances parcourues sur les lignes

$$d_1 = -v_{p1}\,\Delta t$$

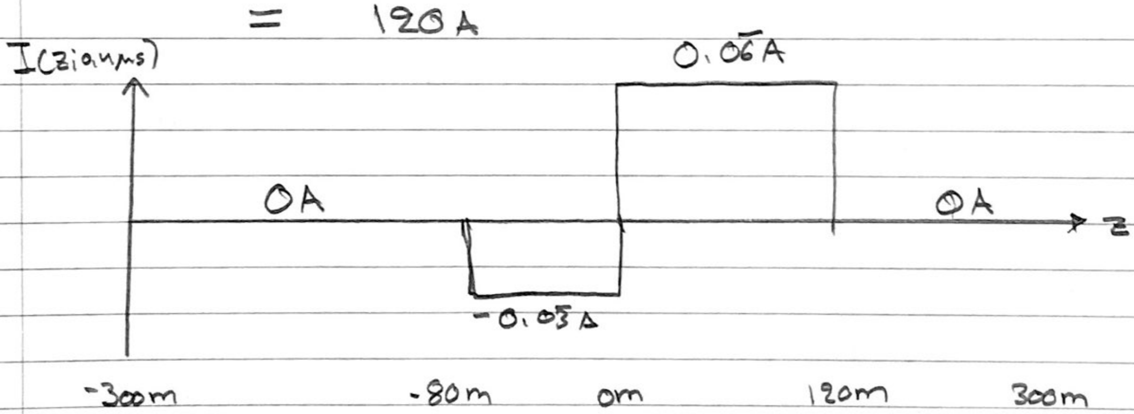
$$= -2\cdot10^{8}\,\tfrac{m}{s}\cdot 0{,}4\cdot10^{-6}\,s$$

$$= -80m$$

$$d_2 = v_{p2}\,\Delta t$$

$$= 3\cdot10^{8}\,\tfrac{m}{s}\cdot 0{,}4\cdot10^{-6}\,s$$

$$= 120\,A$$



d)

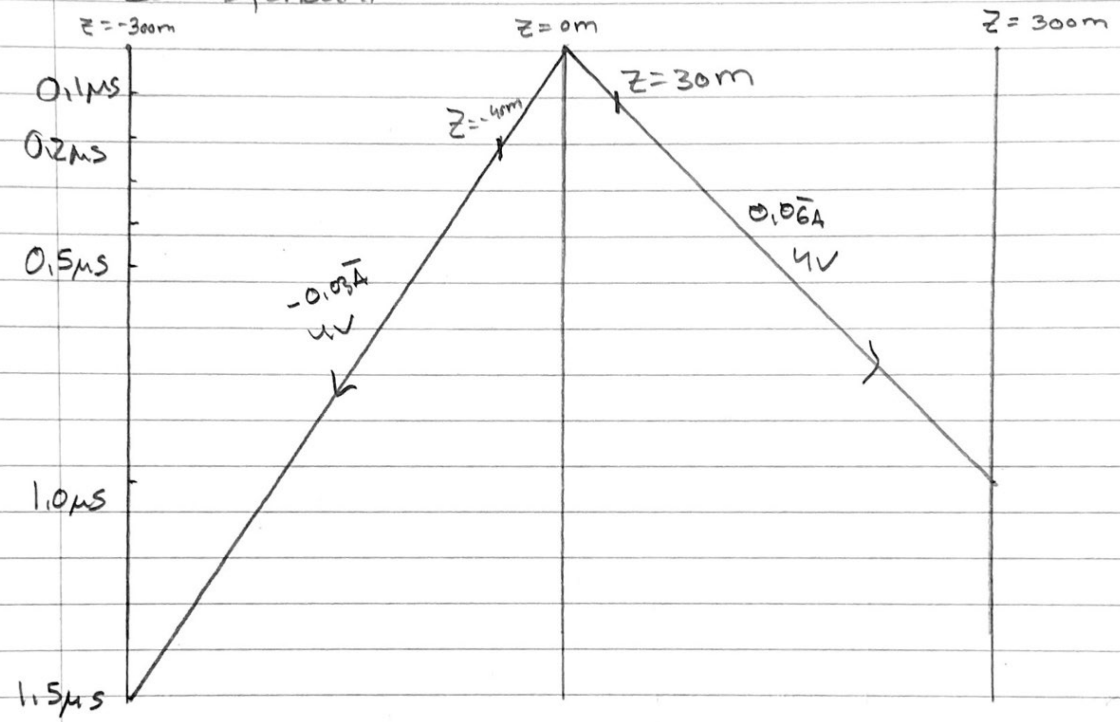
On calcule d'abord les coefficients de réflexion aux extrémités

$$\Gamma_g = \frac{120\Omega - 120\Omega}{120\Omega + 120\Omega} = 0$$

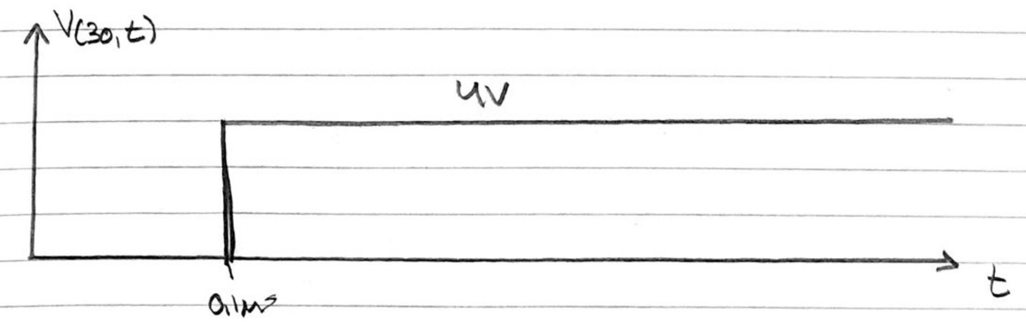
$$\Gamma_d = \frac{60\Omega - 60\Omega}{60\Omega + 60\Omega} = 0$$

Comme il n'y aura pas de réflexions aux extrêmités, il est inutile de calculer les coefficients à la jonction.

On peut alors tracer le diagramme en Z correspondant :

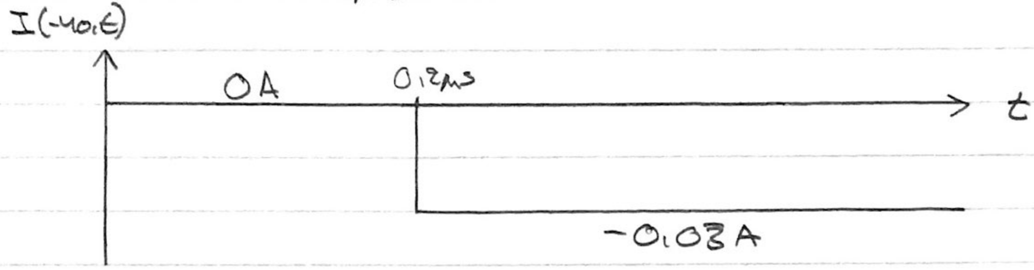


à Z = 30m, on observe un seul transitoire de 4V à t = 0,1 µs



e)

À $z = -40\,m$, on observe un seul transitoire de $-0{,}0\bar{3}\,A$ à $t = 0{,}2\,\mu s$



• Problème 2

a)

L'onde générée par le laser à une amplitude de A V/m

Au plan 0, on observe une première impulsion d'amplitude de A V/m correspondante à

$$A = A\,\tau_{12}\tau_{23}$$

2ps plus tard, on observe une 2^{e} impulsion d'amplitude de $-A/15$ V/m correspondante à

$$-\frac{A}{15} = A\,\tau_{12}\tau_{23}\,\Gamma_{21}\Gamma_{23}$$

On divise cette expression par la première impulsion et on obtient

$$\Gamma_{21}\Gamma_{23} = \frac{-1}{15}$$

b)

Sachant que

$$\Gamma_{21}\Gamma_{23} = -1/15$$

et que

$$\Gamma_{21} = \frac{\eta_0 - \eta_0/k}{\eta_0 + \eta_0/k} = \frac{k-1}{k+1}$$

&

$$\Gamma_{23} = \frac{\eta_0/3 - \eta_0/k}{\eta_0/3 + \eta_0/k} = \frac{k-3}{k+3}$$

On a que:

$$\Gamma_{21}\Gamma_{23} = \frac{(k-1)(k-3)}{(k+1)(k+3)} = -\frac{1}{15}$$

$$= \frac{3-4k+k^2}{3+4k+k^2} = -\frac{1}{15}$$

après manipulations:

$$\left(1+\frac{1}{15}\right)k^2 + 4\left(-1+\frac{1}{15}\right)k + 3\left(1+\frac{1}{15}\right) = 0$$

ayant pour solutions

$$k = \begin{cases} 1{,}5 \\ 2 \end{cases}$$

correspondant à

$$\varepsilon_2 = \begin{cases} 1{,}5^2 \, \varepsilon_0 \\ 2^2 \, \varepsilon_0 \end{cases}$$

c)

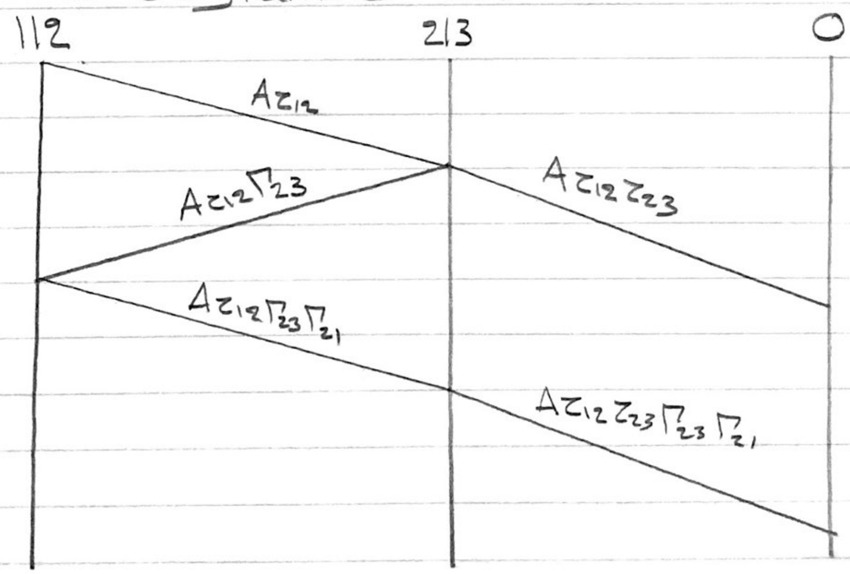
On détermine les vitesses de propagation dans les 2 cas

$$V_p = \frac{c}{k}$$

$$V_p = \begin{cases} 2 \cdot 10^8 \text{ m/s} \\ 1{,}5 \cdot 10^8 \text{ m/s} \end{cases}$$

d)

Soit le diagramme en Z :



On fixe le temps $t=0$ au moment où l'onde incidente frappe l'intersection 213 pour la première fois.

On compare alors le trajet des 2 premières impulsions à partir de ce point

- $1^{ère}$ impulsion

Trajet : Interface 213 → plan ①

- 2^{e} impulsion

Trajet : Interface 213 → Interface 112
Interface 112 → Interface 213
Interface 213 → plan ①

Ce qui différentie les trajets correspond au délai de 2ps, c'est-à-dire

$$2\,ps \; : \; 213 \rightarrow 112 \rightarrow 213$$

$$2\,ps \; : \; 2L$$

d'où

$$2\,ps = 2L/v_p$$

$$L = v_p \cdot 1\,ps$$

$$L = \begin{cases} 2 \cdot 10^{-4}\,m \\ 1{,}5 \cdot 10^{-4}\,m \end{cases}$$

e) en mesurant la rêponse en
rêflexion à l'interface 1|2
en ajoutant une mesure dans
le milieu 1.

Pour une impulsion d'amplitude A V/m
la rêflexion observée d'amplitude B V/m

$$B = A\Gamma_{12}$$

avec

$$\Gamma_{12} = \frac{\eta_0/K - \eta_0}{\eta_0/K + \eta_0}$$

$$= \frac{1-K}{1+K}$$

$$\frac{B}{A} = \frac{1-K}{1+K}$$

$$K = \frac{1 - B/A}{1 + B/A}$$

• Problème 3

a)

On détermine le module de Γ à partir de la règle SWR/TOS en bas d'abaque sachant de SWR=4

On situe le minimum de tension correspondant sur l'abaque ($\angle\Gamma = -180°$)

On se déplace de $0{,}2\lambda$ vers la charge pour se rendre à la charge

On lit

$$Z(0) \approx 1{,}65 - j1{,}8$$

Correspondant à

$$y(0) \approx 0{,}28 + j0{,}30$$

b)

Pour réaliser l'adaptation, on utilise les admittances (stub cc en parallèle)

On se déplace alors à la première intersection avec le cercle $g=1$ à partir de $y(0)$.

$$d = 0{,}176\lambda - 0{,}05\lambda$$
$$= 0{,}126\lambda$$

Correspondant à une admittance

$$y(d) = 1 + j1{,}5$$

c)
l'admittance d'un stub CC

$y_{cc}(0) = \infty$

On se déplace vers la source jusqu'à obtenir

$$y(L) = -j1{,}5$$

Correspondant à

$$L = 0{,}344\lambda - 0{,}25\lambda$$
$$= 0{,}094\lambda$$

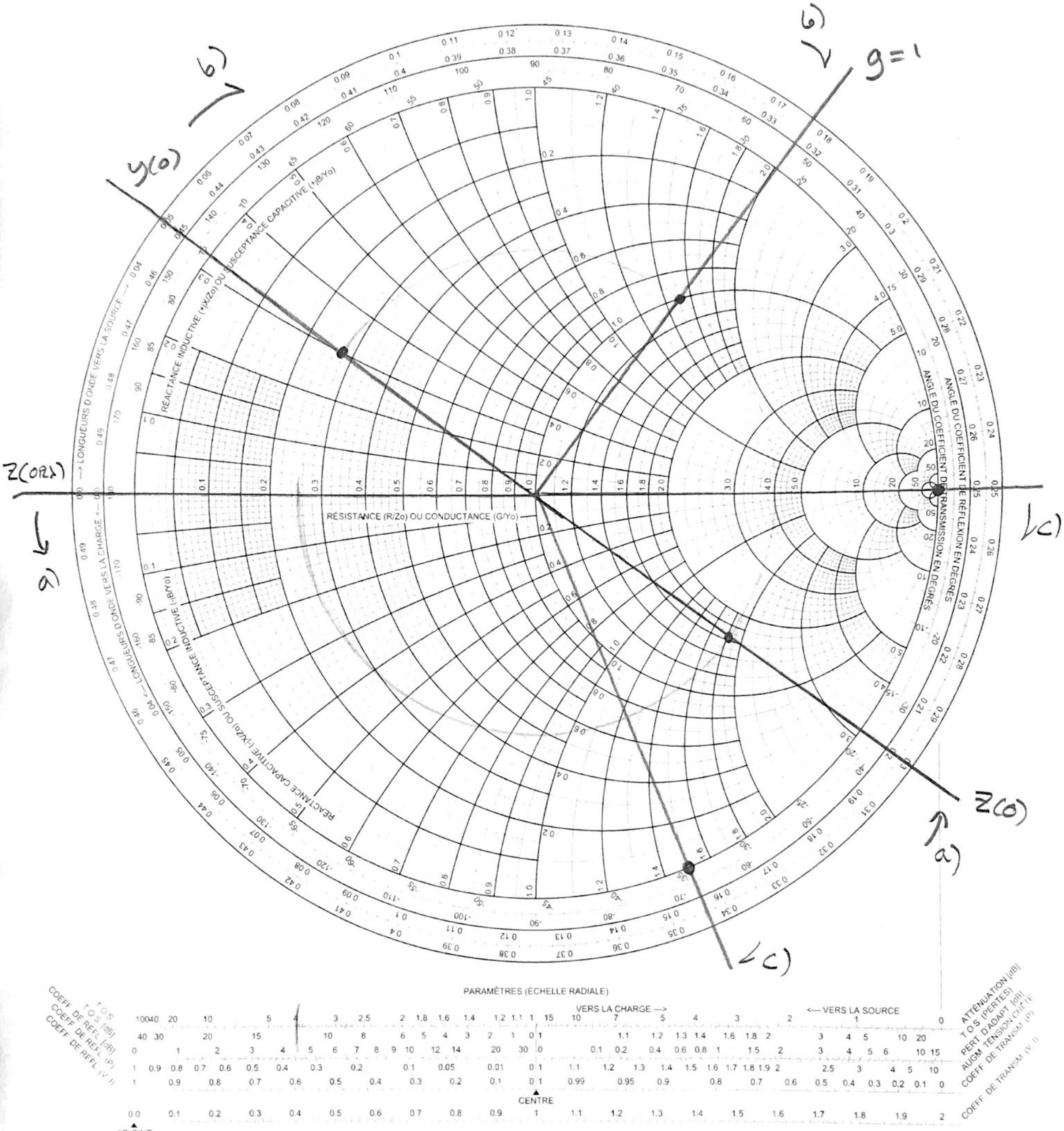
a) $1{,}65 - j1{,}8 = Z(0)$, $0{,}28 + j0{,}3 = y(0)$

b) $0{,}126\lambda$

c) $0{,}094\lambda$

Abaque de Smith

COORDONNÉES EN IMPÉDANCE OU ADMITTANCE NORMALISÉES



• Problème 4

Soit l'onde incidente

$$E(x,y,z,t) = \hat{a}_y \, Re\left[\left(\bar{E}_{oa} e^{j10\pi x} e^{\gamma_{za} z} + \bar{E}_{ob} e^{j30\pi x} e^{\gamma_{zb} z} + \bar{E}_{oc} e^{j50\pi x} e^{\gamma_{zc} z}\right) \cdot e^{j2\pi f}\right]$$

avec

$$f = 4 \text{ GHz}$$
$$a = 0{,}1 \text{ m}$$
$$V_p = 2 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

a)

Comme le champ est purement en $\hat{y}$ et le plan d'incidence en $\hat{z}$

La polarisation est perpendiculaire

b)

L'onde va exciter des modes TE puisque $E_z = 0$

c)

$$\gamma_{za}^2 = -\omega^2 \mu \epsilon + (10\pi)^2$$

$$\gamma_{za} = \sqrt{(10\pi)^2 - \omega^2 \mu \epsilon}$$

Sachant que

$$V_p = 2 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

$$V_p = \frac{c}{\sqrt{\mu_r \epsilon_r}}$$

$$\epsilon_r \mu_r = \left(3/2\right)^2 = 2{,}25$$

d'où

$$\gamma_{za} = \sqrt{(10\pi)^2 - 15813.24}$$

$$\gamma_{za} = j121.8$$

même chose pour γ_{zb} & γ_{zc}

$$\gamma_{zb} = \sqrt{(30\pi)^2 - 15813.24}$$

$$= j83.25$$

$$\gamma_{zc} = \sqrt{(50\pi)^2 - 15813.24}$$

$$= 94.13$$

d)

$$\tan\theta_{ga} = \left(\frac{10\pi}{121.8}\right)$$

$$\theta_{ga} = \operatorname{atan}\left(\frac{10\pi}{121.8}\right)$$

$$= 14.5°$$

$$\tan\theta_{gb} = \left(\frac{30\pi}{83.25}\right)$$

$$\theta_{gb} = \operatorname{atan}\left(\frac{30\pi}{83.25}\right)$$

$$= 48.55°$$

Comme γ_{zc} est purement réelle

$$\text{Im}(\gamma_{zc}) = 0$$

$$\tan \theta_{gc} = \left(\frac{50\pi}{0}\right)$$

$$\theta_{gc} = \text{atan}\left(\frac{50\pi}{0}\right)$$

$$= 90°$$

e)

$$h = \frac{m\pi}{a} = m\frac{\pi}{0{,}1}$$

$$= 10m\pi$$

On tente alors d'exciter les modes:

TE_1 (10π) TE_3 (30π)

et TE_5 (50π)

De ces modes, seuls les TE_1 & TE_3 se propageront puisque leur γ_z est imaginaire.

Dans le cas du mode TE_5, il est tout simplement atténuer par le guide.

f)

On calcule la vitesse de groupe des différents modes

$$V_{ga} = V_p \cos \theta_{ga}$$

$$= 2 \cdot 10^8 \frac{m}{s} \cdot \cos(14{,}15°)$$

$$= 1{,}936 \cdot 10^8 \, m/s$$

$$V_{gb} = V_p \cos \theta_{gb}$$

$$= 2 \cdot 10^8 \frac{m}{s} \cdot \cos(48{,}55°)$$

$$= 1{,}324 \cdot 10^8 \, m/s$$

$$V_{gc} = V_p \cdot \cos \theta_{gc}$$

$$= 2 \cdot 10^8 \frac{m}{s} \cdot \cos(90°)$$

$$= 0 \, m/s$$

On peut alors calculer le temps d'arrivée de l'information dans les 3 cas

$$t_i = d/V_{gi}$$

$$t_a = \frac{1m}{1{,}936 \cdot 10^8 m/s} \approx 5{,}17ns$$

$$t_b = \frac{1m}{1{,}324 \cdot 10^8 \frac{m}{s}} \approx 7{,}55ns$$

$$t_c = \frac{1m}{0 \, m/s} \rightarrow \infty$$

Ainsi les délais entre les modes :
$\Delta t_{ab} = 2{,}38ns$. Comme le mode TE_5 n'arrivera jamais en bout de guide, c'est le seul délai qui sera observé