On peut lire le ROS sur la règle en base de l'abaque et à l'aide d'une ligne verticale, placer le point à
z = 1/5.35 + 0 j = 0.19 + 0j
OU
Placer directement sur l'abaque le point z= 5.35+0j.
On va tracer le même cercle de ROS

La question est ensuite est de savoir quel est le point de départ. Un minimum de courant correspond à un C.O, donc on part de z= 5.35+0j.

On tourne de 0.09lamda vers la charge et on trouve sur l'abaque zc = 0.6+1.4j

Automne 2021

Examen final

- Problème 1

a)

- 1^{er} minimum de courant à $0{,}09\lambda$
- TOS = 5.35
- Z_0

$I(d)$ est minimal pour $\angle\Gamma(d) = 0°$

On détermine $|\Gamma(d)|$ à partir des règles du bas de l'abaque sachant que TOS = 5.35.

$|\Gamma(d)|$ est constant sur la ligne sans pertes.

Un TOS de 5,35 n'étant pas facile à placer sur les règles, on calcule plutôt $|\Gamma(d)|$

$$|\Gamma(d)| = \frac{TOS - 1}{TOS + 1} = \frac{4{,}35}{6{,}35}$$
$$\approx 0{,}685$$

On place le point $\Gamma(0{,}09\lambda) = 0{,}685\angle 0°$ sur l'abaque.

On tourne de $0{,}09\lambda$ vers la charge pour trouver $z(0)$

départ : $0{,}25\lambda$
fin : $0{,}34\lambda$

On lit $z(0) = 0.6 + j1.4$

d'où $Z(0) = z(0) \cdot Z_0$
$= 30 + j70\,\Omega$

b)
À la charge

$|\Gamma(0)| = 0.685$
$\angle\Gamma(0) = 65°$
} À l'aide des règles

c)
On se déplace à la première intersection la droite horizontale $(x = 0)$

Correspondant au point de départ en a)
$$d = 0.09\lambda$$

d)
$$z(0.09\lambda) = 5.35$$
$$Z(0.09\lambda) = 5.35 \cdot 50\,\Omega$$
$$= 267.5\,\Omega$$

$$z(0.09\lambda) = 5.35 = TOS$$

Car
$$TOS = \frac{1 + |\Gamma|}{1 - |\Gamma|}$$

alors que

$$z(d) = \frac{1 + \Gamma(d)}{1 - \Gamma(d)}$$
$d = 0.09\lambda$ étant un minimum de courant $\Gamma(d) = |\Gamma| \angle 0°$

Hilroy

$$Z(0{,}09\lambda) = \frac{1+|\Gamma|}{1-|\Gamma|}$$

il s'agit de la même formule que le TOS.

À un minimum de courant, on se trouve à maximum de tension, ainsi

$$V(d) = V^+ [1+|\Gamma|]$$

$$I(d) = \frac{V^+}{Z_0} [1-|\Gamma|]$$

l'impédance étant le rapport entre ces valeurs, on obtient à ce point précis le rapport entre le "gain" maximal et le "gain" minimal dont la présence est due aux ondes stationnaires sur la ligne. C'est la définition du TOS.

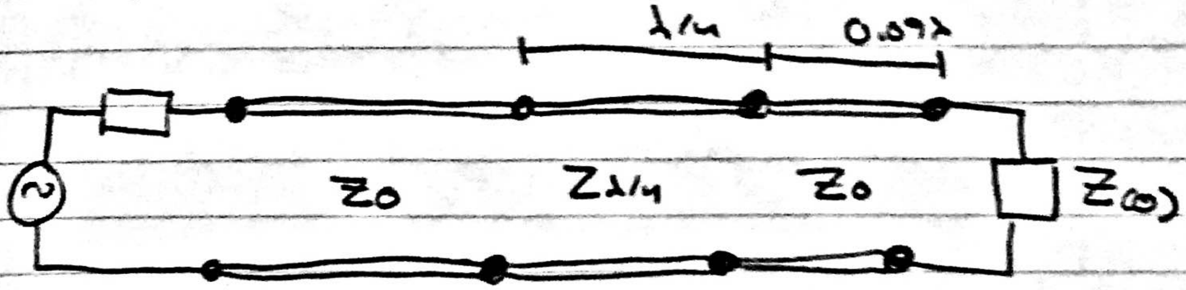
e)

À ce point, on observe une impédance purement résistive, car le courant et la tension sont en phase. Ailleurs, la partie réactive fait état d'un déphasage entre $V(d)$ et $I(d)$.

C,est la portion de ligne qui agit comme impédance réactive et annule la portion réactive de la charge

f)

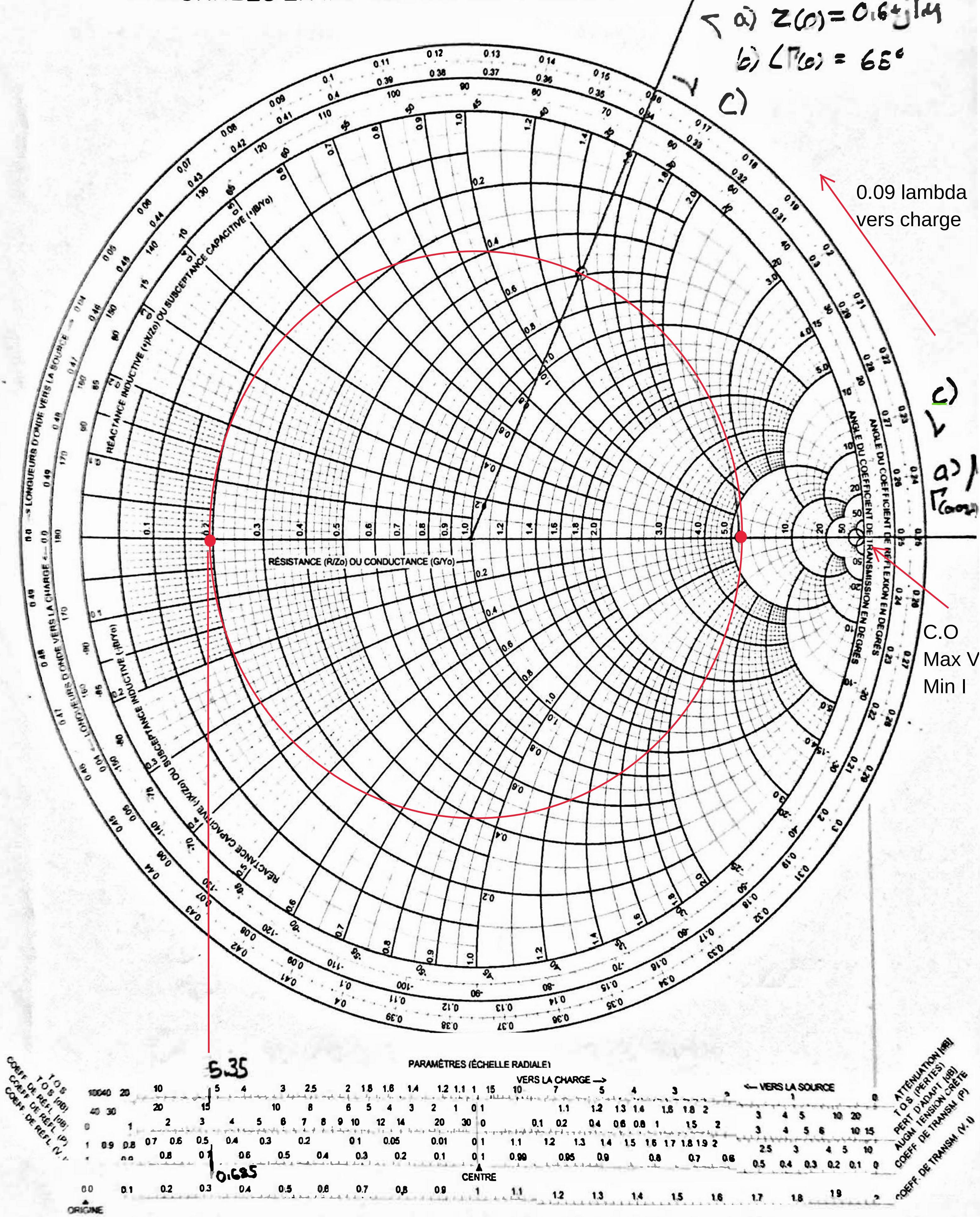
On utilise un transformateur $\lambda/4$:



Problème 1

Abaque de Smith

COORDONNÉES EN IMPÉDANCE OU ADMITTANCE NORMALISÉES



$$Z_{\lambda/4} = \sqrt{Z(0) Z_0}$$
$$= \sqrt{5.35\, Z_0^2}$$
$$= 115{,}65\,\Omega$$

- Problème 2

a) Il faut le minimiser également

$$TOS = \frac{1+|\Gamma|}{1-|\Gamma|}$$

est une fonction strictement croissante sur l'intervale $|\Gamma| = [0,1]$ correspondant à

$$[0,1[\quad \rightarrow \quad [1,\infty[$$

b)

$$Z_L = 40 + j30\,\Omega$$

Z_0	z_L
0	∞
10	$4+j3$
30	$1{,}\overline{33}+j1$
50	$0{,}8+j0{,}6$
70	$0{,}57+j0{,}43$
90	$0{,}\overline{44}+j0{,}\overline{33}$
∞	0

les points sont situés sur l'abaque.

c)

Pour minimiser TOS, on minimise $|\Gamma|$ qui croît avec l'étirement du compas (distance avec le point $r=1$ $x=0$)

Des points calculés en b), $Z_0 = 50\Omega$ correspond au cercle de plus petit rayon pouvant être tracé qui n'englobe pas d'autres points.

$$|\Gamma| = 1/3$$
$$TOS = 2$$

d)

$$\Gamma = \frac{R+jX - Z_0}{R+jX + Z_0}$$

$$|\Gamma|^2 = \frac{(R-Z_0)^2 + X^2}{(R+Z_0)^2 + X^2}$$

$$|\Gamma| = \sqrt{\frac{(R-Z_0)^2 + X^2}{(R+Z_0)^2 + X^2}}$$

$$\frac{d|\Gamma|}{dZ_0} = \frac{1}{2}|\Gamma|^{-1}\left(\frac{-2(R-Z_0)\left[(R+Z_0)^2+X^2\right] - 2(R+Z_0)\cdot\left[(R-Z_0)^2+X^2\right]}{\left[(R+Z_0)^2+X^2\right]^2}\right)$$

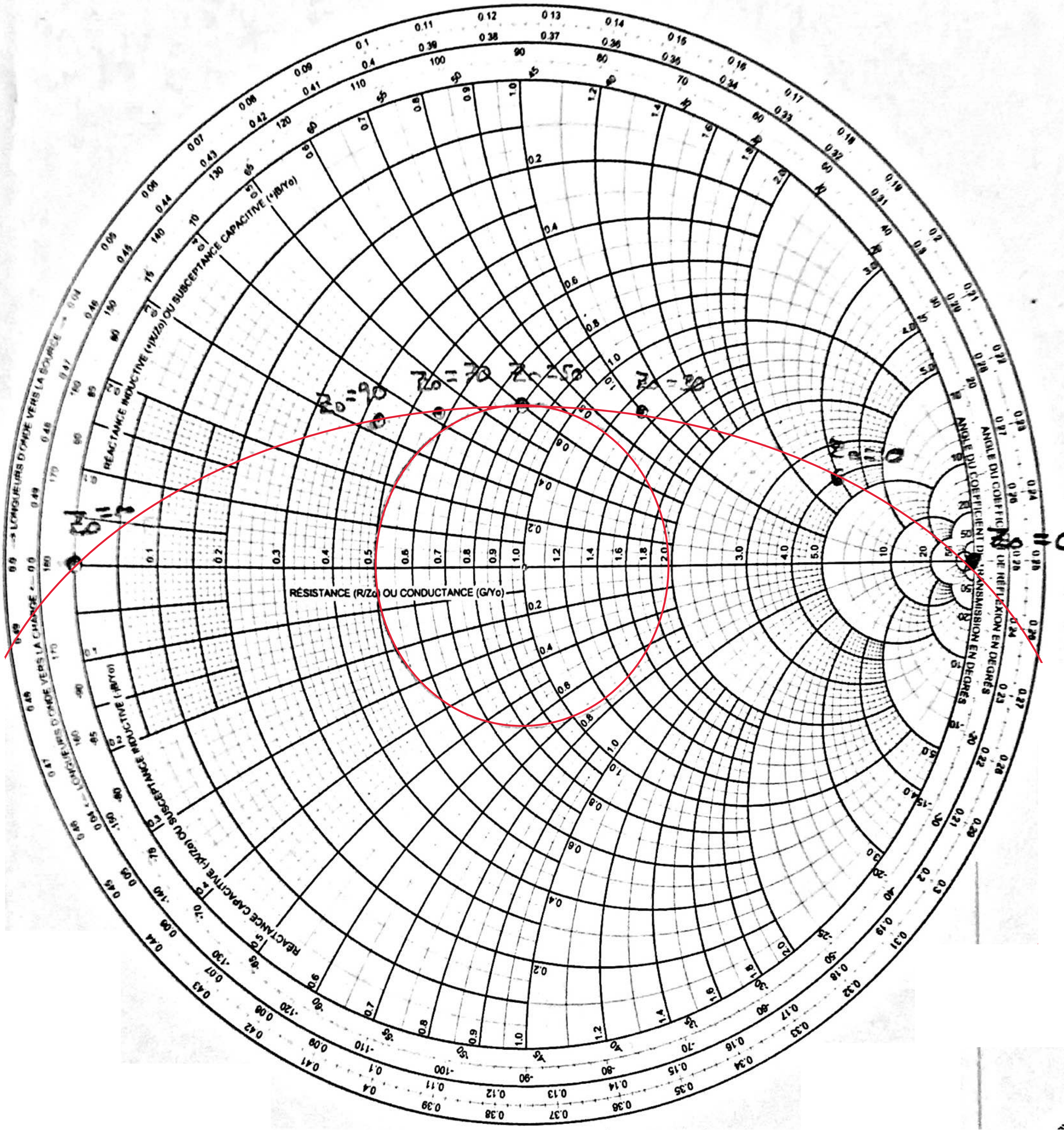
$$0 = R\left[(R+Z_0)^2 + (R-Z_0)^2 + 2X^2\right]$$
$$+ Z_0\left[(R-Z_0)^2 - (R+Z_0)^2\right]$$

Hilroy

Problème 2

Abaque de Smith

COORDONNÉES EN IMPÉDANCE OU ADMITTANCE NORMALISÉES



$$0 = R[\,2R^2 + 2Z_0^2 + 2X^2\,] - Z_0[\,4RZ_0\,]$$

$$0 = R^2 - Z_0^2 + X^2$$

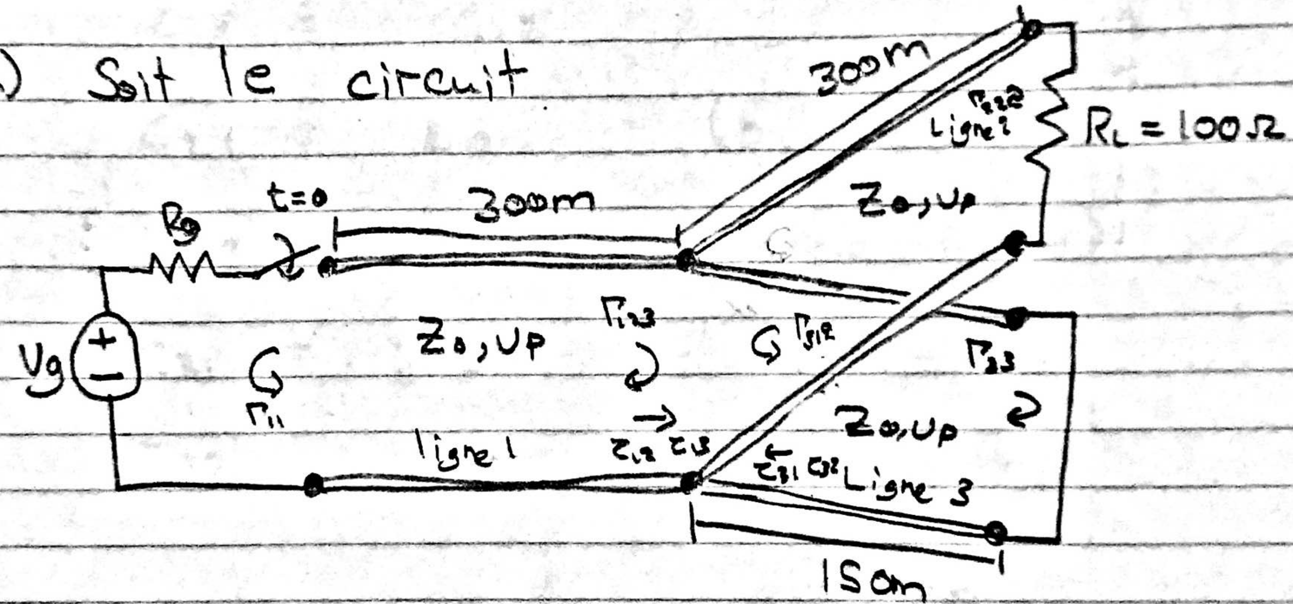
$$Z_0 = \sqrt{R^2 + X^2}$$

$$= 50\Omega$$

Correspondant au minimum trouvez en c)

• Problème 3

a) Soit le circuit



Comme la source (fin de ligne 1) et la charge au bout de la ligne 2 sont "matchées"

$$\Gamma_{11} = 0$$
$$\Gamma_{22} = 0$$

En bout de ligne 3

$$\Gamma_{33} = \frac{0 - Z_0}{0 + Z_0} = -1$$

Au niveau de la jonction

$$\Gamma_{1\to23} = \frac{Z_0 /\!/ Z_0 - Z_0}{Z_0 /\!/ Z_0 + Z_0}$$
$$= -1/3$$

$\Gamma_{2\to13} = \Gamma_{1\to23}$ (quoique inutile)

$\Gamma_{3\to12} = \Gamma_{1\to23}$

$\tau_{12} = 1 + \Gamma_{1\to23}$
$= 2/3$

$\tau_{13} = \tau_{12}$

$\tau_{21} = \tau_{12}$ (quoique inutile)

$\tau_{23} = \tau_{12}$ (quoique inutile)

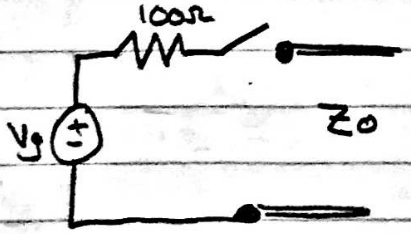
$\tau_{31} = \tau_{12}$

$\tau_{32} = \tau_{12}$

b)

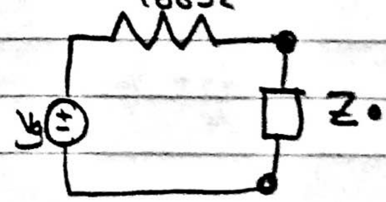
T_1 : temps parcours ligne 1 $= 1\mu s$
T_2 : " " " 2 $= 1\mu s$
T_3 : " " " 3 $= 0.5\mu s$

à $t=0^-$



$V(0,0^-) = 0$

à $t=0^+$



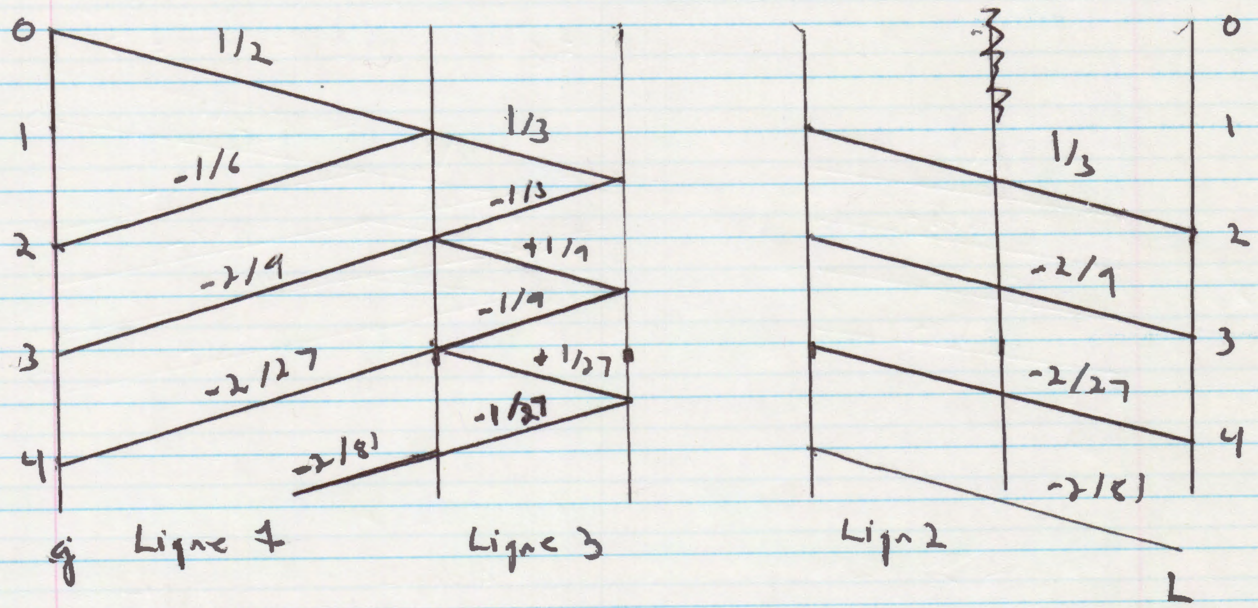
$$V(0,0^+) = V_g \cdot \frac{Z_0}{100+Z_0}$$
$$= 0.5\, V_g$$

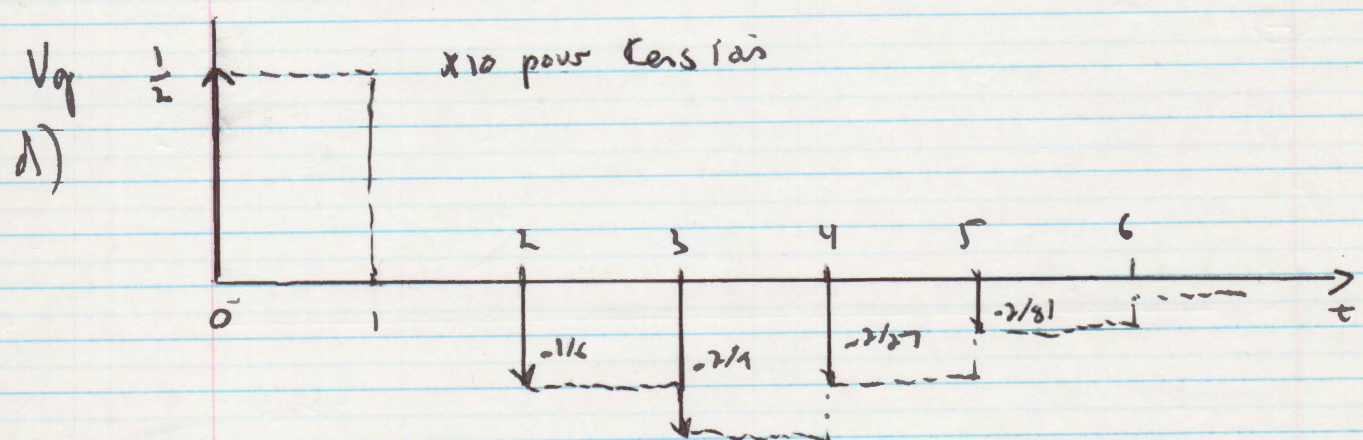
E3 a) $\Gamma_{11} = \Gamma_{22} = 0 \qquad \Gamma_{33} = -1$ extrémités de ligne

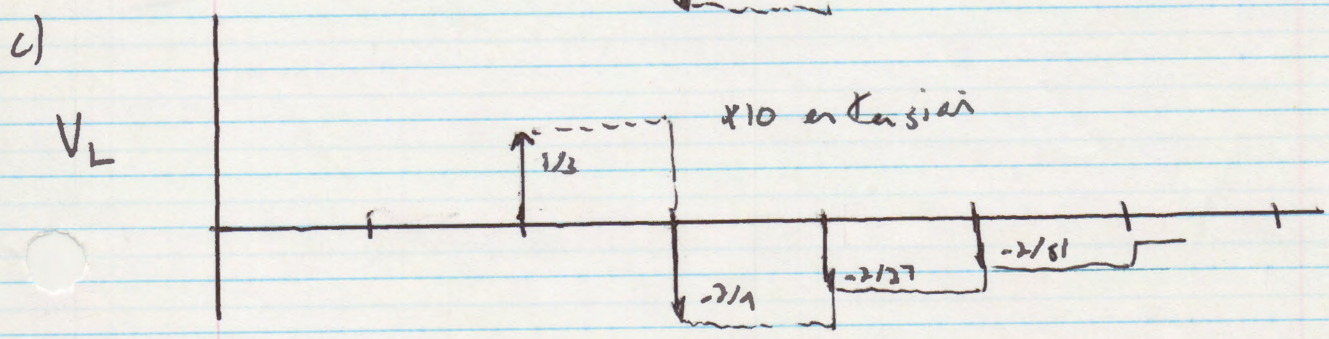
Jonction $\Gamma_{1\to23} = \Gamma_{3\to12} = -1/3$

$\tau_{12} = \tau_{13} = \tau_{31} = \tau_{32} = 2/3$

temps $t_1 = t_2 = 1\,ms \qquad t_3 = 0.5\,ms$







• Problème 4

a) TE_{10}

$a = 0{,}04\,m$

$b = 0{,}02\,m$

$$h^2 = K_x^2 + K_y^2$$

$$= \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2$$

$1 = m \qquad 0 = n$

$$h^2 = \left(\frac{\pi}{a}\right)^2$$

$$h = \frac{\pi}{a} = 25\pi$$

$$f_c = \frac{h}{2\pi\sqrt{\mu\epsilon}} = \frac{25\pi}{2\pi\sqrt{\mu_0\epsilon_0}}$$

$$= 3{,}747\ GHz$$

b) À une fréquence donnée, la distance entre 2 minima est de $\lambda_g/2$.

$$\lambda_g = \frac{\lambda_{libre}}{\sqrt{1-\left(\frac{f_c}{f}\right)^2}}$$

$$\lambda_{libre}\, f = \frac{c}{n}$$

$$\lambda_{libre} = \frac{3 \cdot 10^8 \, m/s}{6 \cdot 10^9 \, 1/s} = 0.05 m$$

$$\lambda_g = \frac{0.05 m}{\sqrt{1-\left(\frac{3.747}{6}\right)^2}} \approx 0.064 m$$

$$d = \lambda_g / 2$$

$$\approx 0.032 m$$

c)

$$V_p = \frac{V_{libre}}{\sqrt{1-\left(f_c/f\right)^2}} = \frac{3 \cdot 10^8}{\sqrt{1-\left(\frac{3.747}{6}\right)^2}}$$

$$= 3.841 \cdot 10^8 \, m/s$$

d)

Pour d) , voir dernière page

e) Tous les champs peuvent être calculés selon E_z et H_z.

En TM $\Rightarrow H_z = 0$
Ainsi, tous les champs peuvent être calculés selon E_z, or

$$E_z(x,y) = E \sin\left(\frac{m\pi}{a}x\right)\sin\left(\frac{n\pi}{b}x\right)$$

La présence de sin() force à 0 le champ en entier si m, n ou m et n sont nuls.

#4 TE_{10} $a = 0.04$ $b = 0.02$

$$h^2 = \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{p\pi}{b}\right)^2 \rightarrow h^2 = \left(\frac{\pi}{a}\right)^2 = 25\pi = 78.5$$

a) $$F_c = \frac{h}{2\pi\sqrt{\mu\varepsilon}} = \frac{25\pi}{2\pi\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}} = 3.747 \text{ GHz}$$

---

b) $$\lambda_g = \frac{\lambda_{Libre}}{\sqrt{1-\left(\frac{F_c}{F}\right)^2}} \qquad \lambda_{Libre} = \frac{c}{F} = \frac{3\times10^8}{6\times10^9} = 0.05 \text{ m}$$

$$\lambda_g = \frac{0.05}{\sqrt{1-\left(\frac{3.747}{6}\right)^2}} = 0.064 \qquad \frac{\lambda_g}{2} = 32 \text{ mm}$$

---

c) $$v_p = \frac{v_{libre}}{\sqrt{1-(F_c/F)^2}} = \frac{3\times10^8}{\sqrt{1-(F_c/F)^2}} = 3.841\times10^8 \text{ m/s}$$

---

d) TM $H_z = 0$

$$E_z = \sin\left(\frac{2\pi x}{a}\right)\sin\left(\frac{\pi y}{b}\right)e^{-j10z} \qquad m=2 \quad \gamma_z = 10$$
$$p = 1$$

$$h = \sqrt{\left(\frac{2\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{\pi}{b}\right)^2}$$ On ne connait pas a et b

$$E_x = \frac{-10}{h^2}\frac{2\pi}{a}\cos\left(\frac{2\pi x}{a}\right)\sin\left(\frac{\pi y}{b}\right)e^{-j10z}$$

---

e) Conditions limites indices nuls impossible TM

* pas un conducteur (Vaut uniquement pour TM_{00})

~~Impossible~~ réponse un seul conducteur invalide