

**V 59**

# **Modulation und Demodulation elektrischer Schwingungen**

Timo Gräßer  
timo.graesser@udo.edu

Jasper Karl Lammering  
jasper.lammering@udo.edu

Durchführung: 16.04.2018      Abgabe: 24.04.2018

TU Dortmund – Fakultät Physik

# Inhaltsverzeichnis

<b>1. Theorie</b>	<b>3</b>
1.1. Fehlerrechnung . . . . .	3
1.2. Einleitung . . . . .	3
1.3. Amplitudenmodulation . . . . .	3
1.4. Frequenzmodulation . . . . .	5
1.5. Schaltungen zur Amplitudenmodulation . . . . .	6
1.6. Schaltungen zur Frequenzmodulation . . . . .	7
1.7. Schaltungen zur Demodulation amplitudenmodulierter Schwingungen . . .	8
1.8. Schaltungen zur Demodulation frequenzmodulierter Schwingungen . . .	9
1.9. Bestimmung des Modulationsgrades einer frequenzmodulierten Schwingung	10
<b>2. Durchführung</b>	<b>12</b>
<b>3. Auswertung</b>	<b>14</b>
3.1. Amplitudenmodulierte Schwingung mit Ringmodulator . . . . .	14
3.2. Amplitudenmodulierte Schwingung mit Diode . . . . .	19
3.3. Frequenzmodulierte Schwingung . . . . .	21
3.4. Demodulation mithilfe eines Ringmodulators – Überprüfung der Spannung	22
3.5. Demodulation mithilfe eines Ringmodulators – Überprüfung des Oszilloskopbild	24
3.6. Demodulation mithilfe einer Gleichrichterdiode . . . . .	24
3.7. Demodulation einer frequenzmodulierten Spannung . . . . .	26
<b>4. Diskussion</b>	<b>28</b>
4.1. Amplitudenmodulierte Schwingung mit Ringmodulator . . . . .	28
4.2. Amplitudenmodulierte Schwingung mit Diode . . . . .	28
4.3. Frequenzmodulierte Schwingung . . . . .	28
4.4. Demodulation mithilfe eines Ringmodulators – Überprüfung der Spannung	28
4.5. Demodulation mithilfe eines Ringmodulators – Überprüfung des Oszilloskopbild	28
4.6. Demodulation mithilfe einer Gleichrichterdiode . . . . .	28
4.7. Demodulation einer frequenzmodulierten Spannung . . . . .	29
<b>Literatur</b>	<b>29</b>
<b>A. Kopie der Originaldaten</b>	<b>29</b>



# 1. Theorie

## 1.1. Fehlerrechnung



Für die Fehlerfortpflanzung bei Gleichungen mit  $N$  fehlerbehafteten Größen wird jeweils die Formel zur Gaußschen Fehlerfortpflanzung

$$\sigma = \sqrt{\sum_{i=1}^N \left( \frac{\partial f(x_i)}{\partial x_i} \sigma_i \right)^2}$$

mit der jeweiligen Funktion  $f(x_i)$ , den Messgrößen  $x_i$  und den zugehörigen Fehlern  $\sigma_i$  verwendet. Zur Berechnung des arithmetischen Mittels von  $N$  Messwerten wird jeweils die Formel

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i$$

~~mit den Messwerten  $x_i$~~  benutzt. Die Standardabweichung des Mittelwerts wird jeweils mit der Gleichung

$$\bar{\sigma} = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}$$



~~mit den  $N$  Messwerten  $x_i$~~  berechnet.

## 1.2. Einleitung

Um mit elektromagnetischen Wellen Informationen zu übertragen, ist es nötig, diese am Ausgangsort zu modulieren und am Empfangsort zu demodulieren. Bei ~~mehreren~~ Verfahren, die im Folgenden vorgestellt werden, werden zur Modulation und Demodulation Amplitude, Frequenz und oder ~~Phase~~ der Welle abhängig vom Ausgangssignal manipuiert.



## 1.3. Amplitudenmodulation

Zum im Folgenden vorgestellten Informationsübertrag durch die sogenannte Amplitudenmodulation sowie auch später zur Frequenzmodulation wird ein Träger und ein Modulationssignal benötigt. Ausgehend von einer hochfrequenten Trägerschwingung

$$U_T(t) = \hat{U}_T \cos \omega_T t \quad (1)$$



und einer niederfrequenten Modulationsschwingung

$$U_M(t) = \hat{U}_M \cos \omega_M t, \quad (2)$$



wobei  $\omega$  jeweils die Frequenz und  $\hat{U}$  jeweils die Amplitude bezeichnet, ergibt sich eine amplitudenmodulierte Schwingung

$$U_3(t) = \hat{U}_T (1 + m \cos \omega_M t) \cos \omega_T t. \quad (3)$$

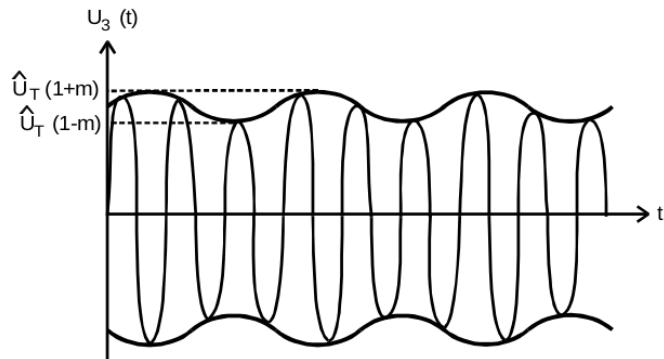


Dabei liegt der sogenannte Modulationsgrad

$$m = \gamma \hat{U}_M \quad (4)$$



zwischen 0 und 1 und ist durch die Amplitude der Modulationsschwingung bestimmt. Die amplitudenmodulierte Schwingung ist in Abbildung 1 schematisch dargestellt.



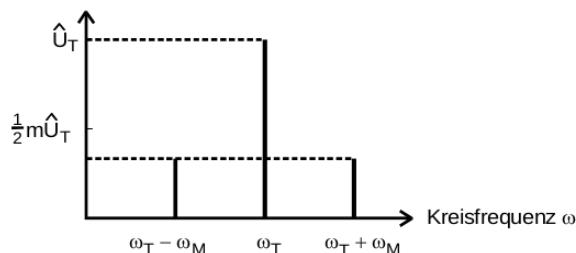
**Abbildung 1:** Skizze zum Spannungsverlauf der amplitudenmodulierten Schwingung [1].

Gleichung (3) lässt sich mit Hilfe der Additionstheoreme in einzelne Kosinus zerlegen

$$U_3(t) = \hat{U}_T \cos \omega_T t + \frac{1}{2} m \hat{U}_T [\cos(\omega_T + \omega_M)t + \cos(\omega_T - \omega_M)t]. \quad (5)$$



Es ergibt sich das in Abbildung 2 skizzierte Frequenzspektrum.



**Abbildung 2:** Skizze des Frequenzspektrums einer amplitudenmodulierten Schwingung [1].

Die mittlere Linie beinhaltet ausschließlich die Trägerabstrahlung und beinhaltet keine der zu übertragenden Informationen. Sie kann und sollte durch spezielle Modulationsverfahren unterdrückt werden, um den Energieverbrauch zu mindern. Alle Informationen befinden sich in jeweils beiden Bändern, sodass außerdem im Rahmen einer Einseitenbandmodulation eines der Bänder, beispielweise mittels eines Bandfilters, abgeschnitten werden kann. Diverse Nachteile der Amplitudenmodulation, darunter geringe Störsicherheit und Verzerrungsfreiheit, sind schwieriger zu beheben.



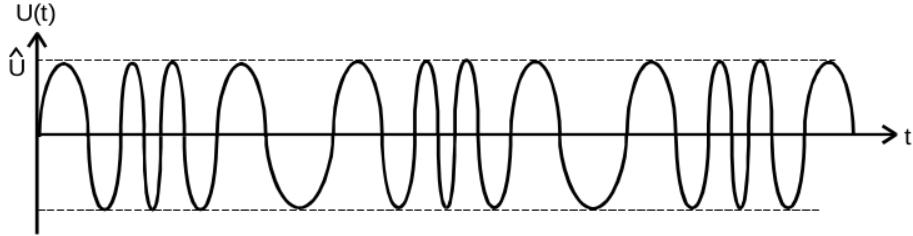
## 1.4. Frequenzmodulation

Bei der sogenannten Frequenzmodulation wird die Amplitude konstant gehalten und eine Frequenzschwingung im Rhythmus der Modulationsschwingung in eine Trägerschwingung eingebaut. Dies kann mathematisch dargestellt werden durch

$$U(t) = \hat{U} \sin \left( \omega_T t + m \frac{\omega_T}{\omega_M} \cos \omega_M t \right). \quad (6)$$



Eine Skizze zu dieser Schwingung ist in Abbildung 3 zu sehen.



**Abbildung 3:** Skizze zum Spannungsverlauf der frequenzmodulierten Schwingung [1].

Anstatt einer zeitabhängigen Amplitude ergibt sich eine zeitabhängige Momentanfrequenz

$$f(t) = \frac{\omega_T}{2\pi} (1 - m \sin \omega_M t). \quad (7)$$



Eine wichtige Kenngröße der Frequenzmodulation ist der sogenannte Frequenzhub

$$f_{\text{Hub}} = \frac{m\omega_T}{2\pi}, \quad (8)$$

der die Variationsbreite der Schwingungsfrequenz angibt. Im folgenden Abschnitt wird die sogenannte Schmalband-Frequenzmodulation vorgestellt, bei welcher der Frequenzhub klein ist, sodass

$$m \frac{\omega_T}{\omega_M} \ll 1. \quad (9)$$

Durch Ausnutzen von Additionstheoremen und einer Taylorentwicklung erster Ordnung, welche Bedingung (9) genügt, ergibt sich die umgeformte, frequenzmodulierte Schwingung

$$U(t) = \hat{U} \cos \left( \omega_T t - \frac{\pi}{2} \right) + \frac{1}{2} m \frac{\omega_T}{\omega_M} \hat{U}_T \left[ \cos (\omega_T + \omega_M)t + \cos (\omega_T - \omega_M)t \right]. \quad (10)$$



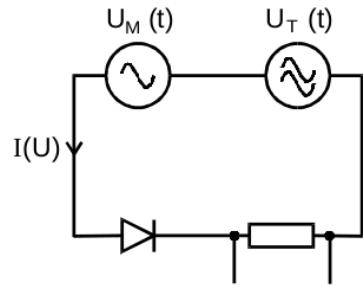
An Gleichung (10) ist erkennbar, dass das Spektrum aus denselben Frequenzen besteht, jedoch die Phase der Trägerfrequenz  $\omega_T$  um  $\frac{\pi}{2}$  phasenverschoben ist. Die benötigte Taylorentwicklung kann auch bis zu höheren Ordnungen durchgeführt werden, um den Fall einer starken Frequenzmodulation, also

$$m\omega_T \approx \omega_M, \quad (11)$$

abzudecken, das wird in diesem Versuch allerdings nicht benötigt.

## 1.5. Schaltungen zur Amplitudenmodulation

Um eine Wechselspannung der Form (3) zu erzeugen, werden Bauteile benötigt, in denen Modulations- und Trägerspannung miteinander multipliziert werden. Dazu eignen sich diverse Schaltelemente, die eine nichtlineare Spannungskennlinie besitzen, da durch eine Reihenentwicklung in jedem Fall ein quadratischer Term entsteht, der unter anderem das Produkt der beiden Spannungen enthält. In diesem Versuch wird unter anderem der simple Schaltkreis aus Abbildung 4 verwendet. Das nichtlineare Bauteil ist in dieser Schaltung die Diode.



**Abbildung 4:** Skizze eines primitiven Schaltkreises zur Erzeugung einer amplitudengeschwungenen Schwingung mittels einer Diode [1].

Problematisch bei der Idee, ein nichtlineares Bauteil einzubauen, um in der Reihenentwicklung

$$I(U_T + U_M) = a_0 + a_1(U_T + U_M) + a_2(U_T^2 + U_M^2) + 2a_2U_TU_M + \dots \quad (12)$$

ein gewünschten Term zu erhalten, ist, dass auch viele Störterme entstehen. Diese können zwar durch einen Bandfilter unterdrückt werden, da die Frequenzen weit außerhalb des Bereichs  $[\omega_T - \omega_M, \omega_T + \omega_M]$  liegen, werden aber erzeugt, weshalb die Schaltung relativ unökonomisch ist.

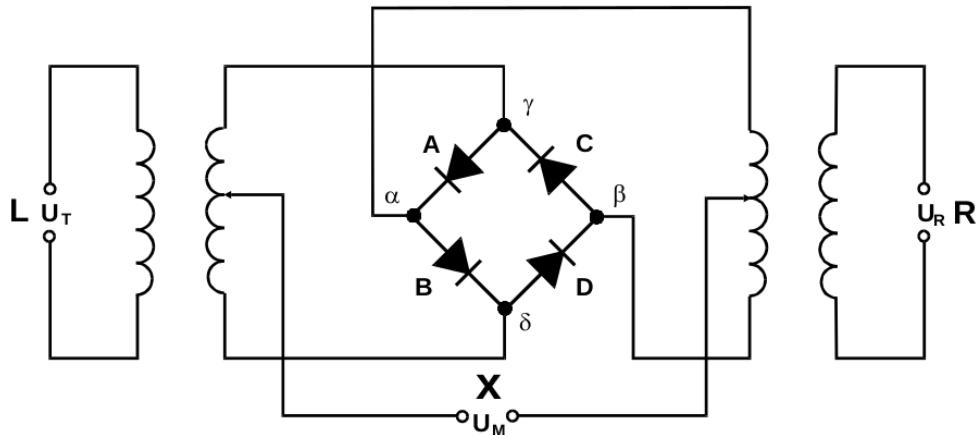
Ein Schaltelement, das dieses Problem umgeht, ist der sogenannte Ringmodulator, siehe Abbildung 5. Er besteht aus vier als Ring angeordneten Dioden, die im Idealfall durch das Aufteilen der Eingangsspannungen eine Spannung mit

$$U_R(t) = \Gamma U_M(t) U_T(t) \quad (13)$$

am Ausgang R erzeugen, wobei  $\Gamma$  eine Konstante ist. Durch Einsetzen der Trägerschwingung (1) und der Modulationsschwingung (2) um  $\varphi$  phasenverschoben ergibt sich

$$U_R(t) = \frac{\Gamma}{2} \hat{U}_T \hat{U}_M \left[ \cos((\omega_T + \omega_M)t + \phi) + \cos((\omega_T - \omega_M)t - \phi) \right]. \quad (14)$$

Die Trägerabstrahlung wird vollständig unterdrückt und es treten nur zwei Seitenlinien mit Phasenverschiebung auf.

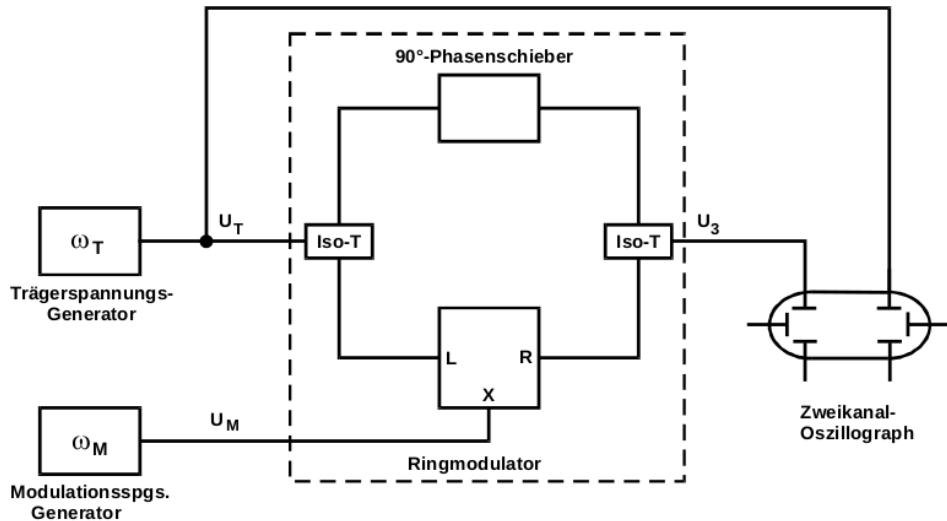


**Abbildung 5:** Skizze eines Ringmodulators zur Erzeugung einer amplitudenmodulierten Schwingung [1].

## 1.6. Schaltungen zur Frequenzmodulation

Die im Folgenden vorgestellte Schaltung eignet sich für eine Frequenzmodulation mit geringem Frequenzhub (8). Da, wie in Gleichung (10) erkennbar, zwei amplitudenmodulierte Seitenlinien und eine um  $\frac{\pi}{2}$  phasenverschobene Trägerschwingung benötigt werden, ist es sinnvoll, erneut den Ringmodulator zu nutzen. Zusätzlich wird noch mittels eines Laufzeitkabels am Ausgang die um  $\frac{\pi}{2}$  verschobene Trägerschwingung addiert. Der gesamte Schaltkreis ist in Abbildung 6 abgebildet. Um die Leistung der Trägerspannung aufzuteilen und diese später wieder mit der amplitudenmodulierten Spannung zusammenzuführen werden sogenannte Iso-T's verwendet.

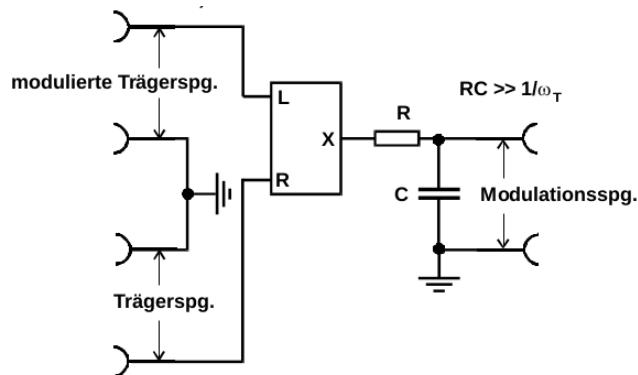




**Abbildung 6:** Skizze eines Schaltkreises zur Erzeugung einer frequenzmodulierten Schwingung mittels eines Ringmodulators [1].

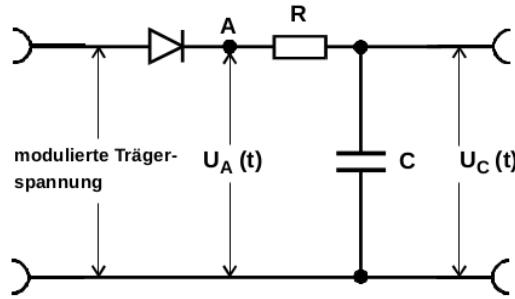
## 1.7. Schaltungen zur Demodulation amplitudenmodulierter Schwingungen

Eine durch die Ringmodulatorschaltung modulierte Spannung enthält Schwingungen der Frequenz  $\omega_T - \omega_M$  und  $\omega_T + \omega_M$ . Da ein Ringmodulator bekanntlich die Eingangsfrequenzen addiert bzw. subtrahiert eignet er sich hier auch zur Demodulation, da er Ausgangsspannungen mit den Frequenzen  $\omega_M$ ,  $2\omega_T - \omega_M$  und  $2\omega_T + \omega_M$  erzeugt. Die gesuchte Frequenz kann im Anschluss daran mittels eines Tiefpasses herausgefiltert werden. Die dazugehörige Schaltung ist in Abbildung 7 zu sehen. Problematisch ist es unter Umständen, eine phasenstarr mit dem Sender gekoppelte Trägerspannung mit der Frequenz  $\omega_T$  zu erzeugen. Dieses Problem kann mit sogenannten phase-locked-loop-Schaltungen umgangen werden.



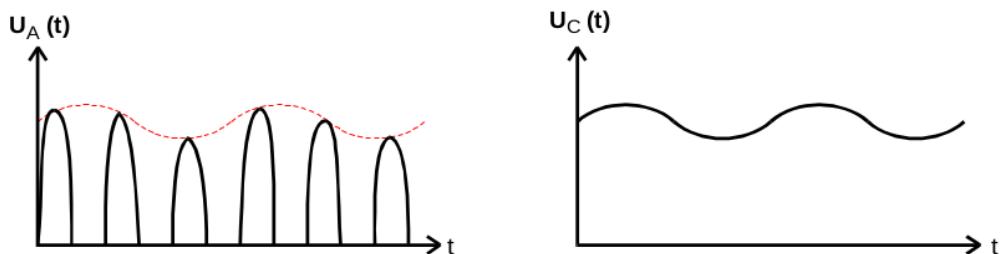
**Abbildung 7:** Skizze eines Schaltkreises zur Demodulation amplitudenmodulierter Schwingungen mittels eines Ringmodulators [1].

In Abbildung 8 ist eine Schaltung aufgezeigt, bei der dieses Problem gar nicht auftritt.



**Abbildung 8:** Skizze eines Schaltkreises zur Demodulation amplitudenmodulierter Schwingungen mittels einer Diode [1].

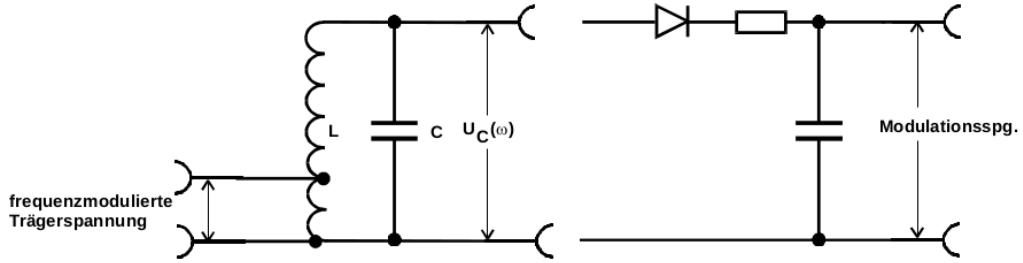
Eine Diode hat die Eigenschaft, dass sie in eine Richtung einen sehr kleinen Widerstand hat und einen Stromfluss zulässt und in die andere Richtung einen sehr hohen Widerstand hat und quasi isolierend wirkt. Sie kann daher ausgenutzt werden, um in einer amplitudenmodulierten Wechselspannung, wie sie in Abbildung 1 skizziert ist, die negativen Spannungen abzuschneiden, gemäß der linken Graphik in Abbildung 9. Dabei ist zu beachten, dass diese Abbildung idealisiert ist, in der Realität hat die Diode einen zwar geringen, aber endlichen Durchlass in entgegengesetzte Richtung, sodass ein Streifen mit geringer negativer Spannung nicht abgeschnitten wird. Des Weiteren besitzt die Diode keine lineare Strom-Spannungs-Kennlinie, sodass die Ausgangsspannungen in Durchlassrichtung verzerrt sind. Für einen geringen Modulationsgrad, wie es in diesem Versuch der Fall ist, ist die Kennlinie Hinter die Diode ein Tiefpass geschaltet, der die Modulationsfrequenz aus der Wechselspannung herausfiltert.



**Abbildung 9:** links: Skizze des Wechselspannungsverlaufs, nachdem die negativen Halbwellen von der Diode abgeschnitten wurden [1]. rechts: Skizze des Wechselspannungsverlaufs nach dem Tiefpass [1].

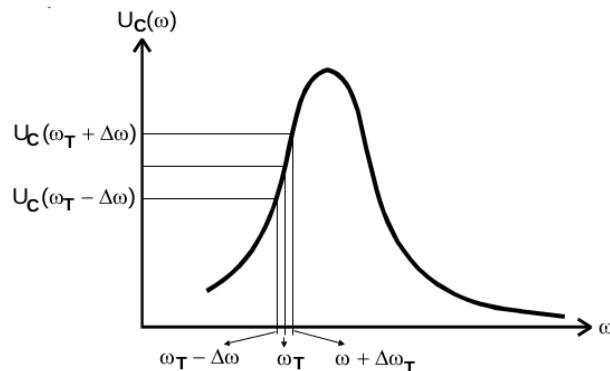
## 1.8. Schaltungen zur Demodulation frequenzmodulierter Schwingungen

Der Schaltkreis für den sogenannten Flankenmodulator, der in diesem Versuch verwendet wird, ist in Abbildung 10 abgebildet.



**Abbildung 10:** Schaltkreis des Flankendemodulators zur Demodulation frequenzmodulierter Schwingungen [1].

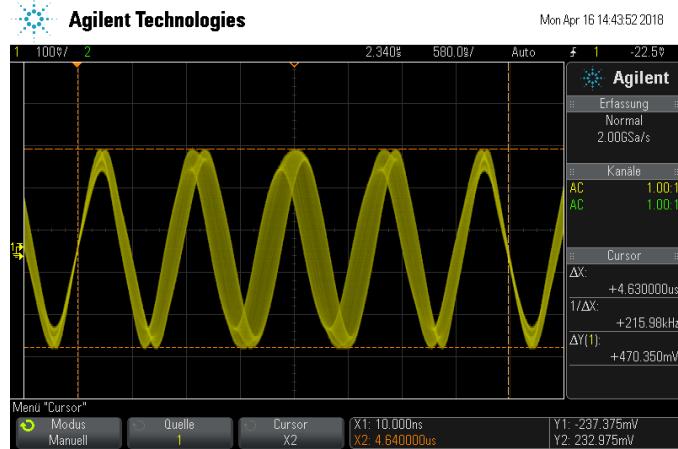
Um die frequenzmodulierte Schwingung zu demodulieren wird diese zunächst in eine amplitudenmodulierte Schwingung umgewandelt und dann mit einer Diode gemäß Abschnitt 1.7 demoduliert. Das Umwandeln in eine amplitudenmodulierte Schwingung ist mittels eines LC-Schwingkreises möglich, da die Kondensatorspannung im Falle einer erzwungenen Schwingung frequenzabhängig ist. In Abbildung 11 ist diese Abhängigkeit skizziert. Die Resonanzfrequenz wird so eingestellt, dass die Trägerfrequenz mitten auf der steilen Flanke der Kurve liegt. Änderungen in der Momentanfrequenz der frequenzmodulierten Schwingung haben aufgrund der hohen Steigung eine Wechselspannung  $U_C(\omega)$  zur Folge, die im Rhythmus der Frequenzmodulation schwingt. Die Demodulation ist weitestgehend unverzerrt, wenn der Frequenzhub, in Abbildung 11 mit  $\Delta\omega$  bezeichnet, gering ist, da dann die Funktion im Intervall annähernd linear ist.



**Abbildung 11:** Skizze der Resonanzkurve des LC-Schwingkreises [1]. Die Trägerfrequenz sollte zur Optimierung der Demodulation wie eingezeichnet mitten auf der steilen Flanke liegen.

### 1.9. Bestimmung des Modulationsgrades einer frequenzmodulierten Schwingung

In Abbildung 12 ist ein beispielhafter Spannungsverlauf einer getriggerten, frequenzmodulierten Schwingung am Oszilloskop dargestellt.



**Abbildung 12:** Beispielhafter am Oszilloskop getrigerter Spannungsverlauf einer frequenzmodulierten Schwingung. Da das Oszilloskop nur auf eine feste Spannung triggern kann, entsteht durch Phasenverschiebung ein breiter Streifen.

Die Punkte, an dem der gelbe Streifen minimale Dicke besitzt, sind die Intervallgrenzen für eine volle Schwingung durch die Modulationsfrequenz. Der Streifen besteht insgesamt aus einer Funktionenschar an Spannungsverläufen, die sich prinzipiell nur um einen Parameter, die Phasenverschiebung  $\varphi$ , unterscheiden. Die Momentanfrequenzen dieser Funktionen werden gemäß Gleichung (7) beschrieben durch

$$f_\varphi(t) = \frac{w_T}{2\pi} (1 - m \sin(\omega_M t + \varphi)). \quad (15)$$

Durch Integration über die Zeit folgt aus dieser Momentanfrequenz die gesamte Phase, in der sich die frequenzmodulierte Schwingung befindet. Dies kann ausgenutzt werden, um aus der horizontalen Breite des gelben Streifens aus Abbildung 12 Rückschlüsse auf den Modulationsgrad der Schwingung zu ziehen. Es ist zweckmäßig, um den Fehler gering zu halten, die Breite der Linie an der breitesten Stelle abzulesen, sodass sich die beiden Zeitpunkte  $t_1 = \frac{\pi}{\omega_M}$  und  $t_2 = \frac{\pi+\delta}{\omega_M}$  ergeben. Die Spannungskurve zu  $t_1$  hat bis zu diesem Zeitpunkt im Durchschnitt die höchste Frequenz gehabt, da sie ihre Gesamtphase am ehesten erreicht. Die zugehörige Momentanfrequenz muss also bis zu  $t_1$  den größten Integralwert besitzen. Ohne explizite Rechnung ergibt sich, dass die zugehörige Phasenverschiebung  $\varphi_1 = \pi$  ist, da  $-m \sin(\omega_M t + \pi)$  im Durchschnitt maximal auf diesem Intervall ist. Analog ergibt sich für  $t_2$  die Phasenverschiebung  $\varphi_2 = 0$ .

Die integrierten Frequenzen zu diesen Zeiten und Phasenverschiebungen lauten

$$F_1 = F_{\varphi_1}(t_1) = \int_0^{\frac{\pi}{\omega_M}} f_{\varphi_1}(t) dt \quad (16)$$

$$= \frac{\omega_T}{\omega_M} \left( \frac{1}{2} + \frac{m}{\pi} \right) \quad (17)$$

$$F_2 = F_{\varphi_2}(t_2) = \int_0^{\frac{\pi+\delta}{\omega_M}} f_{\varphi_2}(t) dt \quad (18)$$

$$= \frac{\omega_T}{\omega_M} \left( \frac{\pi + \delta}{2\pi} + m(\cos(\pi + \delta) - 1) \right). \quad (19)$$



Da die horizontale Breite vermessen wird, besitzen beide Spannungskurven an den jeweiligen Zeitpunkten dieselbe Gesamtphase  $F_1 = F_2$ . Insgesamt ergibt sich daher

$$m = \frac{\delta}{2(1 + \pi) + \cos \delta}, \quad (20)$$



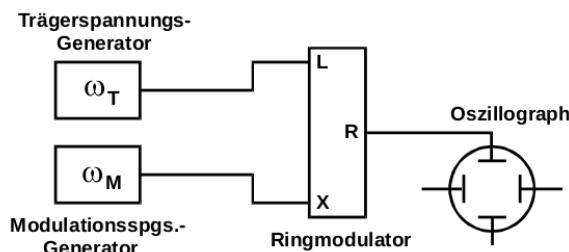
wobei

$$\delta = 2\pi(t_2 - t_1)\omega_M. \quad (21)$$

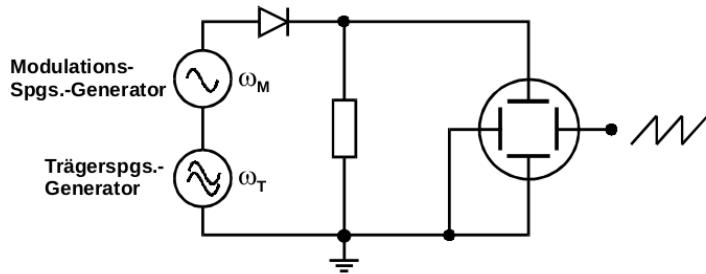


## 2. Durchführung

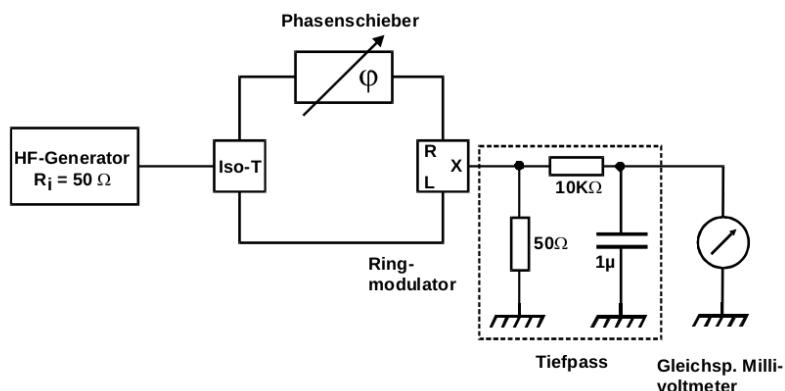
Die in der Theorie und im Folgenden vorgestellten Schaltungen werden für die Modulation und Demodulation amplituden- und frequenzmodulierter Schwingungen benutzt.



**Abbildung 13:** Schaltung zur Erzeugung einer amplitudenmodulierten Schwingung mit Hilfe eines Ringmodulators [1]. Das Oszilloskop kann je nach Messung beispielsweise durch einen Frequenzanalysator ausgetauscht werden.



**Abbildung 14:** Schaltung zur Erzeugung einer amplitudenmodulierten Spannung mit Hilfe einer Diode [1].



**Abbildung 15:** Schaltung zur Überprüfung, ob sich der Ringmodulator auch zur Demodulation als phasenempfindlicher Gleitrichter eignet [1].

Es werden folgende Experimente durchgeführt:

1. Im ersten Teil wird mit Hilfe der Schaltung aus Abbildung 13 eine amplitudenmodulierte Schwingung mittels eines Ringmodulators erzeugt. Es wird ein Bild der entstehenden Schwebung und außerdem Modulations- und Trägerfrequenz und -spannung aufgenommen.
2. Als nächstes wird anstatt des Oszilloskops ein Frequenzanalysator in die Schaltung eingebaut und so das Frequenzspektrum der modulierten Schwingung aufgenommen.
3. Im nächsten Schritt wird mit Hilfe der Schaltung aus Abbildung 14 eine amplitudenmodulierte Schwingung mittels einer Diode erzeugt. Erneut wird ein Bild der entstehenden Schwebung, Modulations- und Trägerfrequenz und -spannung und das Frequenzspektrum aufgenommen.
4. In diesem Teil der Durchführung wird eine frequenzmodulierte Schwingung mit der Schaltung aus Abbildung 6 erzeugt. Ab einer Modulationsfrequenz von etwa 1 kHz ist eine Verschmierung der modulierten Wechselspannung hervorgerufen durch Phasenverschiebung gemäß Abschnitt 1.9 erkennbar. Ein Bild von dieser

Verschmierung und außerdem das Frequenzspektrum der modulierten Schwingung werden aufgenommen.

5. Als nächstes wird versucht, mit Hilfe der Schaltung aus Abbildung 15 zu zeigen, dass der Ringmodulator auch zur Demodulation verwendet werden kann. Dafür wird die Proportionalität der am Ausgang X anliegenden Spannung zum Kosinus der Phase  $\varphi$  zwischen den Wechselspannungen an den Eingängen L und R überprüft.
6. Nun wird mit dem Ringmodulator gemäß Abbildung 7 eine Amplitudenmodulierte Schwingung demoduliert. Es wird ein Bild mit dem Oszilloskop aufgenommen, an dem sowohl die Eingangsmodulationsspannung, als auch die modulierte und demodulierte Modulationsspannung verglichen werden.
7. Im nächsten Schritt wird eine Amplitudenmodulierte Schwingung mit Hilfe einer Diode gemäß Abbildung 8 demoduliert. Sowohl an der Stelle A, als auch nach dem Tiefpass wird ein Bild aufgenommen, an welchem die Eingangsmodulationsspannung und die modulierte und demodulierte Modulationsspannung vergleichbar sind. 
8. Im letzten Schritt wird versucht, eine frequenzmodulierte Schwingung mittels Schaltung 10 zu demodulieren. Es wird ein Bild am Oszilloskop nach dem Schwingkreis, an dem die frequenzmodulierte Schwingung zu einer Amplitudenmodulierten umgewandelt wurde, nach der Diode, an welcher ein Vorzeichen der Spannung abgeschnitten wird, und nach dem Tiefpass, an dem die Modulationsfrequenz herausgefiltert wird, aufgenommen. 

### 3. Auswertung

#### 3.1. Amplitudenmodulierte Schwingung mit Ringmodulator

Mit Hilfe der Schaltung aus Abbildung 13 wird eine Amplitudenmodulierte Schwingung erzeugt. Diese so entstandene Schwebung ist in Abbildung 16 zu sehen.

Die mit dem Oszilloskop außerdem ausgemessenen Werte für die Frequenzen  $\omega$  und Amplituden  $U_{\text{peak to peak}}$  der Modulationsspannung  $M$  und der Trägerspannung  $T$  sind:

$$\omega_M = (43,8 \pm 0,5) \text{ kHz}$$

$$\omega_T = (970 \pm 1) \text{ kHz}$$

$$U_{M, \text{ptp}} = (95 \pm 1) \text{ mV}$$

$$U_{T, \text{ptp}} = (540 \pm 1) \text{ mV}.$$



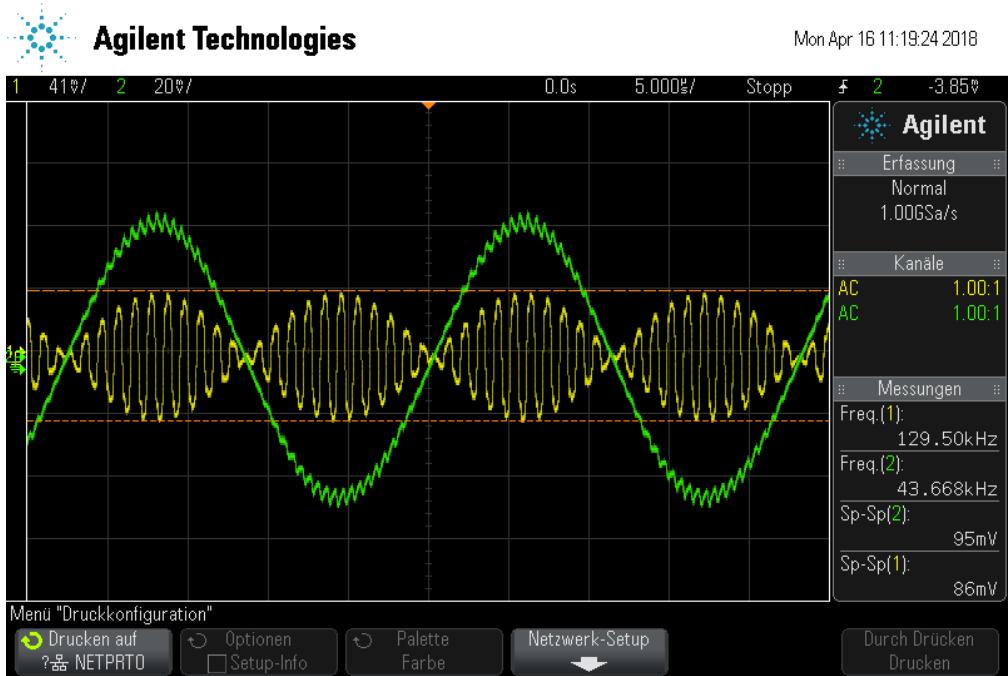
Die mit dem Frequenzspektrometer aufgenommenen Werte sind in den Bildern 17, 18 und 19 zu sehen.

Die aus dem Frequenzspektrum abgelesenen Frequenzen für die drei größten Peaks sind: 

$$\omega_1 = 929,3 \text{ kHz}$$

$$\omega_2 = 973,1 \text{ kHz}$$

$$\omega_3 = 1016,6 \text{ kHz}.$$



**Abbildung 16:** Amplitudenmodulierte Schwingung(gelb) und Modulationsschwingung(grün) erzeugt mit Ringmodulator.

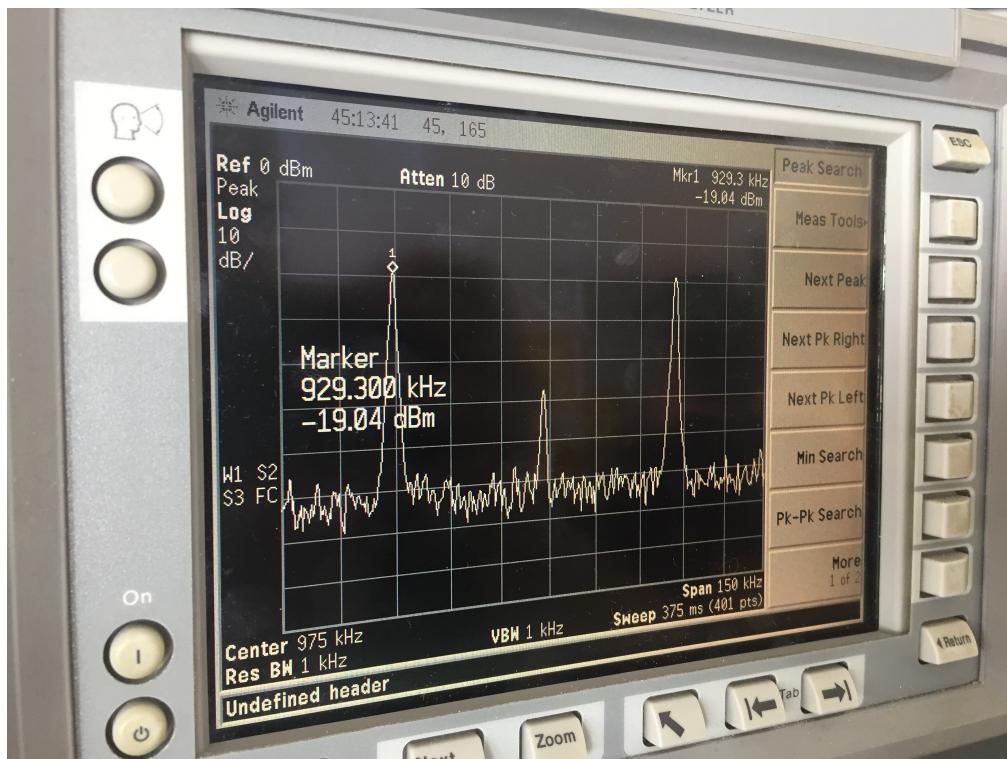
Die Abweichungen zu den erwarteten Werten betragen:

$$\frac{|(\omega_T - \omega_M) - \omega_1|}{\omega_T - \omega_M} = (0,3 \pm 0,1) \%$$

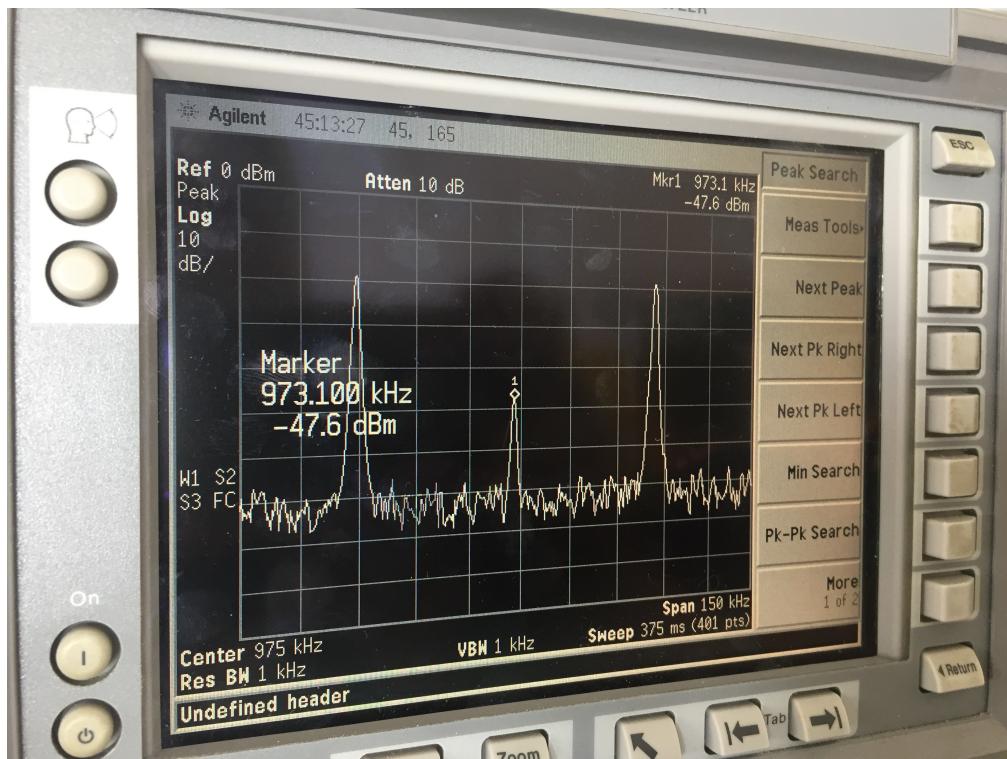


$$\frac{|\omega_T - \omega_2|}{\omega_T} = (0,3 \pm 0,1) \%$$

$$\frac{|(\omega_T + \omega_M) - \omega_3|}{\omega_T + \omega_M} = (0,3 \pm 0,1) \%. \quad \square$$

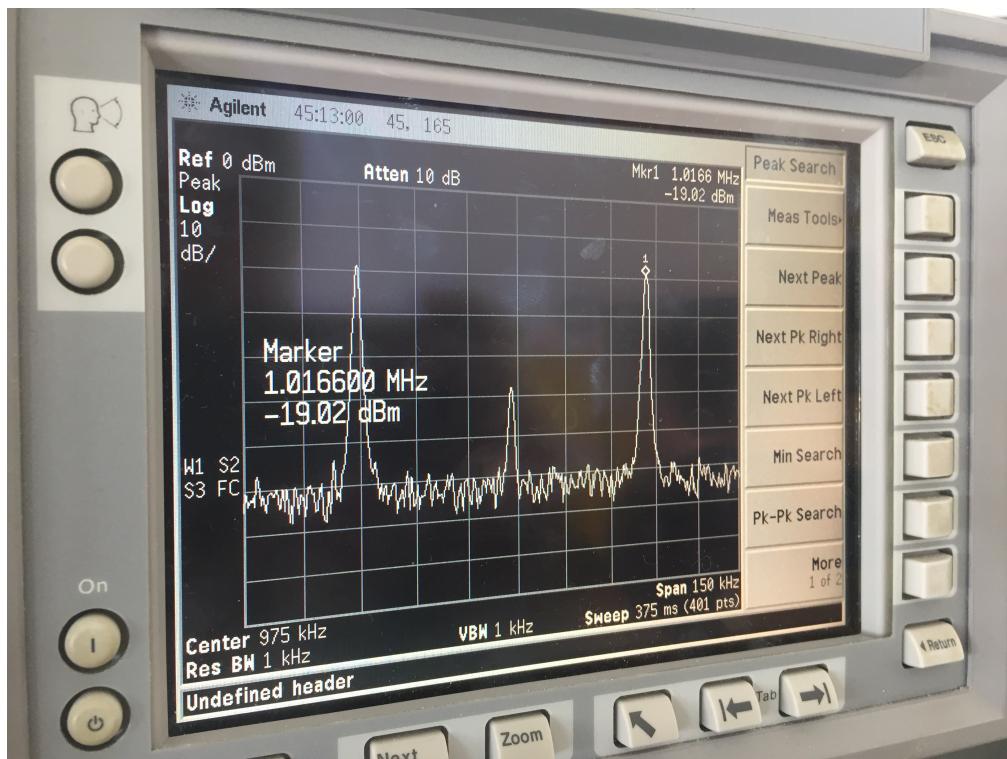


**Abbildung 17:** Spektrum der mit dem Ringmodulator amplitudenmodulierten Schwingung mit Markierung vom Peak  $\omega_T - \omega_M$



**Abbildung 18:** Spektrum der mit dem Ringmodulator amplitudenmodulierten Schwingung mit Markierung vom Peak  $\omega_T$

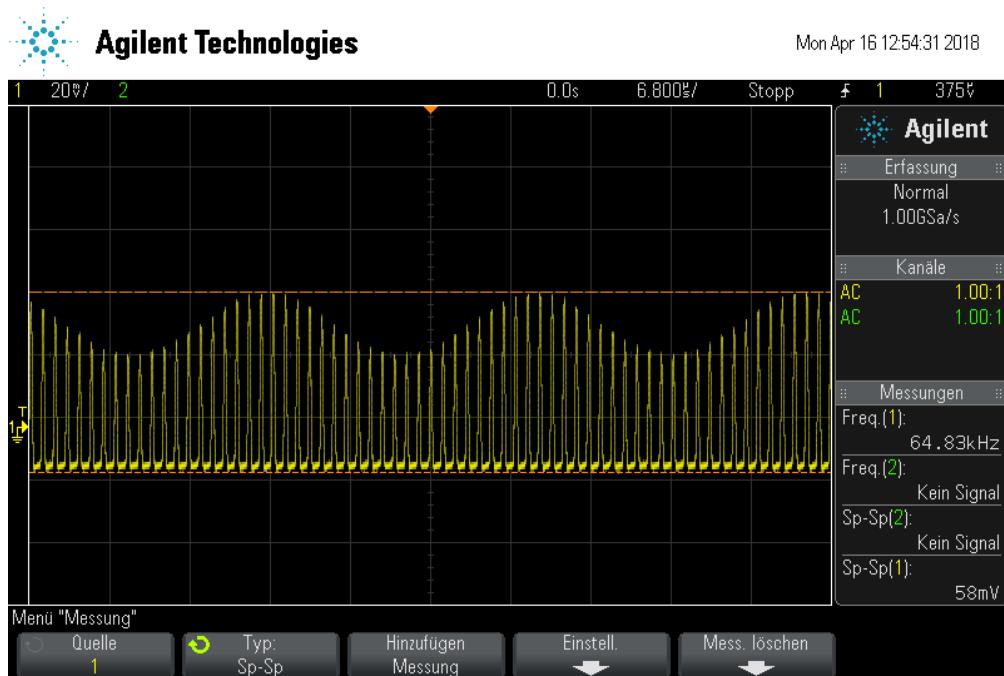




**Abbildung 19:** Spektrum der mit dem Ringmodulator amplitudensmodulierten Schwingung mit Markierung vom Peak  $\omega_T + \omega_M$

### 3.2. Amplitudenmodulierte Schwingung mit Diode

Nach Schaltung aus Abbildung 14 wird hier der allgemeine Fall der Amplitudenmodulation mit einer Diode gezeigt.



**Abbildung 20:** Amplitudenmodulierte Schwingung erzeugt mit einer Diode.

Die so entstandene Schwebung ist in Abbildung 20 zu sehen. Außerdem wurden folgende Kennzahlen der modulierten Spannung ausgemessen: die Spannungsdifferenz von der Nulllinie im Oszilloskop bis zum höchsten Wert  $U_{T, \text{max}}$ , die Differenz zwischen der höchsten und der niedrigsten Amplitude  $U_{\text{diff}}$  sowie die Spannungsdifferenz von der Nulllinie bis zur unteren Kante also der Fehler der Diode  $U_{\text{fehler}}$ . Diese Werte betragen:

$$U_{T, \text{max}} = (43,25 \pm 0,02) \text{ mV} \quad U_{\text{diff}} = (19,75 \pm 0,02) \text{ mV} \quad U_{\text{fehler}} = (13,75 \pm 0,02) \text{ mV}$$

Aus Bild 1 wird die Formel

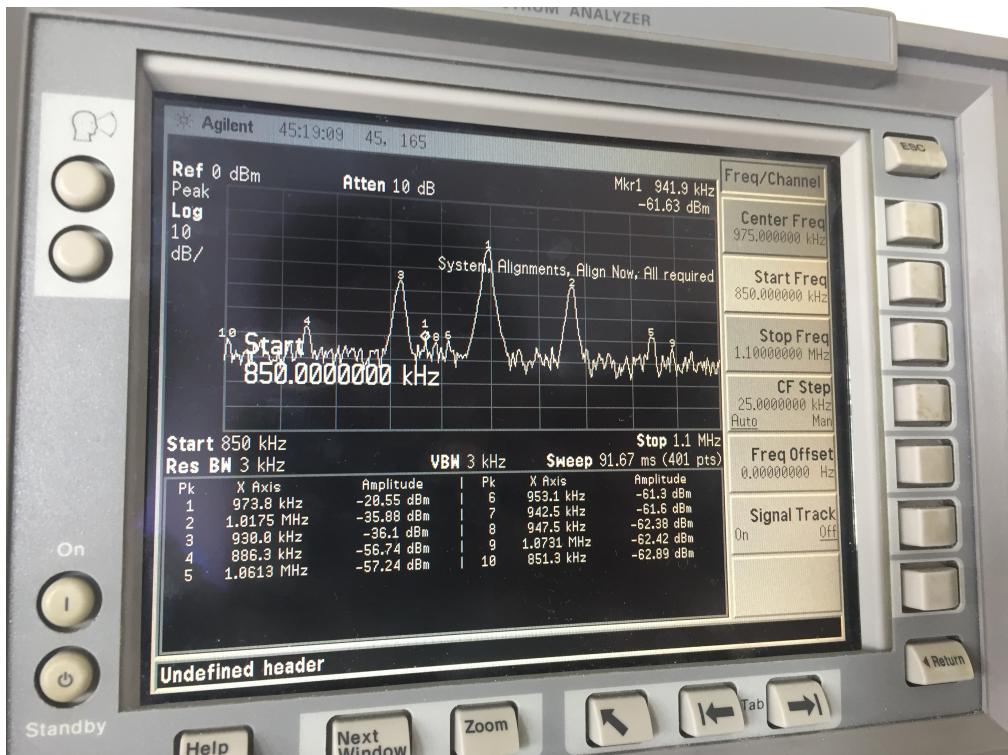
$$m = \frac{U_{T, \text{max}}}{U_{\hat{T}}} \quad (22)$$

hergeleitet; mit

$$U_{\hat{T}} = U_{T, \text{max}} - \frac{U_{\text{diff}}}{2}. \quad (23)$$

Das ergibt für den Modulationsgrad:

$$m = 0,2959 \pm 0,0004. \quad (24)$$



**Abbildung 21:** Spektrum der mit der Diode amplitudensmodulierten Schwingung mit einer Peaktable.

Nun wird der Modulationsgrad aus der Frequenzspektrumsmessung abgelesenen.  
Das Bild mit dem Spektrum der Frequenzen ist in Abbildung 21 zu sehen. Dabei werden die drei höchsten Peaks den Frequenzen  $\omega_T - \omega_M$ ,  $\omega_T$  und  $\omega_T + \omega_M$  zugeordnet. Die abgelesenen Werte für die Leistungspegel  $L_P$  werden nun mit Gleichung (25) aus [2] umgerechnet in Werte für die Leistung der Frequenzen.

$$P(\text{mW}) = 10^{\frac{L_P(\text{dBm})}{10}} \quad (25)$$

Diese betragen:

$$P_{\text{links}} = (0,246 \pm 0,001) \mu\text{W} \quad P_{\text{mitte}} = (8,81 \pm 0,04) \mu\text{W} \quad P_{\text{rechts}} = (0,258 \pm 0,001) \mu\text{W}.$$

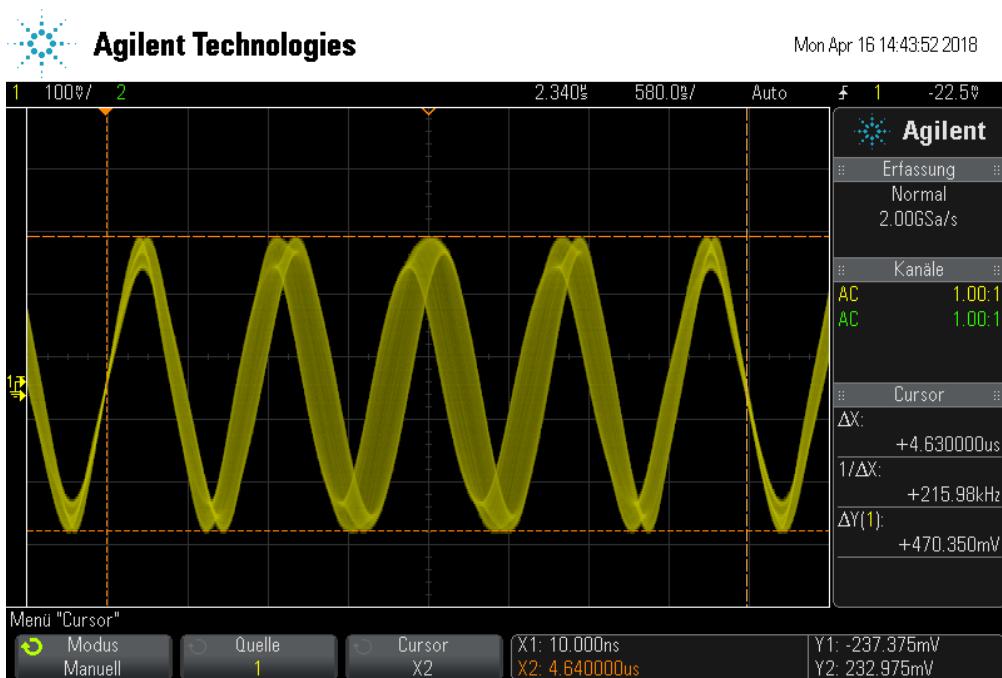
Aus Bild 2 wird nun die Formel zur Bestimmung des Modulationsgrad aus einem Frequenzspektrum hergeleitet:

$$m = \frac{2P_{\text{lr}}}{P_{\text{mitte}}}.$$

Hierbei ist  $P_{\text{lr}}$  der Mittelwert des linken und des rechten Peaks der drei Peaks mit der höchsten Leistung. Hier wird genutzt, dass  $P \propto U$  und so die Leistungen eingesetzt, da ja ein Verhältnis bestimmt wird. So ergibt sich für  $m$ :

$$m = 0,0572 \pm 0,0003.$$

### 3.3. Frequenzmodulierte Schwingung



**Abbildung 22:** Oszilloskopbild der frequenzmodulierten Schwingung.

In Abbildung 22 ist die in X-Richtung verschmierte Sinuskurve der nach Schaltung 6 frequenzmodulierten Schwingung zu sehen. Außerdem ist in Abbildung 23 eine vergrößerte Version der Schwingung zu sehen. Daraus wird die Zeitdifferenz bei maximaler Frequenzvariation abgelesen:

$$t_2 - t_1 = (288 \pm 5) \text{ ns}.$$

Mit der Kenntnis der Modulationsfrequenz

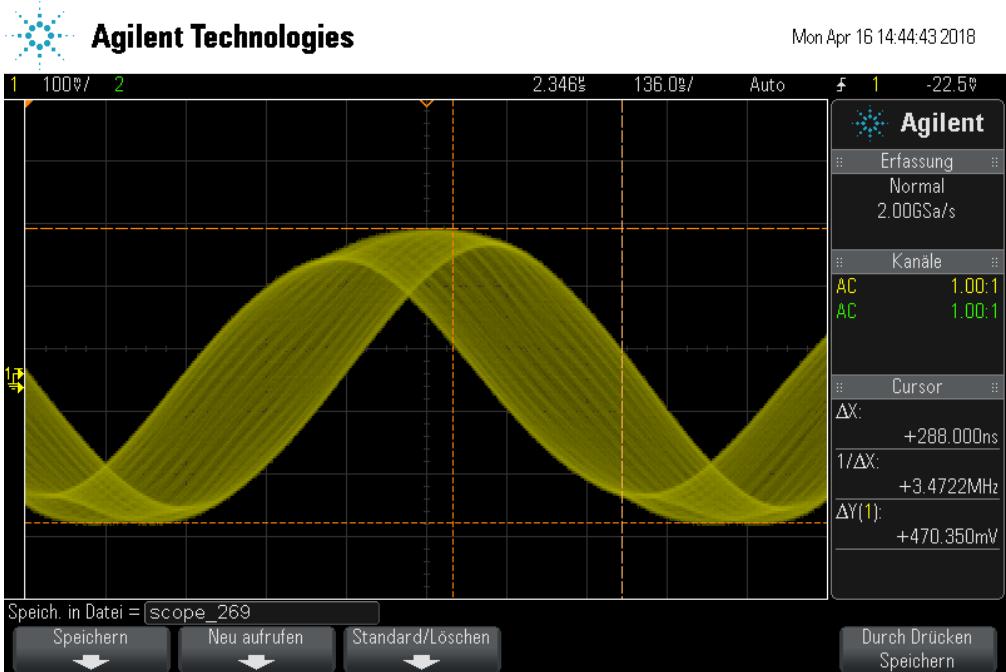
$$\omega_M = (211,5 \pm 0,4) \text{ kHz}$$



ergibt sich eingesetzt in Formel (20) für den Modulationsgrad

$$m = 0,0416 \pm 0,0007.$$





**Abbildung 23:** Vergrößertes Oszilloskopbild der frequenzmodulierten Schwingung.

### 3.4. Demodulation mithilfe eines Ringmodulators – Überprüfung der Spannung

Mit der Schaltung aus Abbildung 15 wird eine Messreihe von verschiedenen Frequenzen der Trägerspannung  $\omega_T$  und der am Ausgang X anliegenden Gleichspannung  $U$  aufgenommen. Die beiden Spannungen, die an den Eingängen L und R anliegen, sind durch einen Phasenschieber mit einer Phasenverzögerung von  $\Delta t = 250$  ns zueinander verschoben. Die Phasenverschiebung wird berechnet mit:

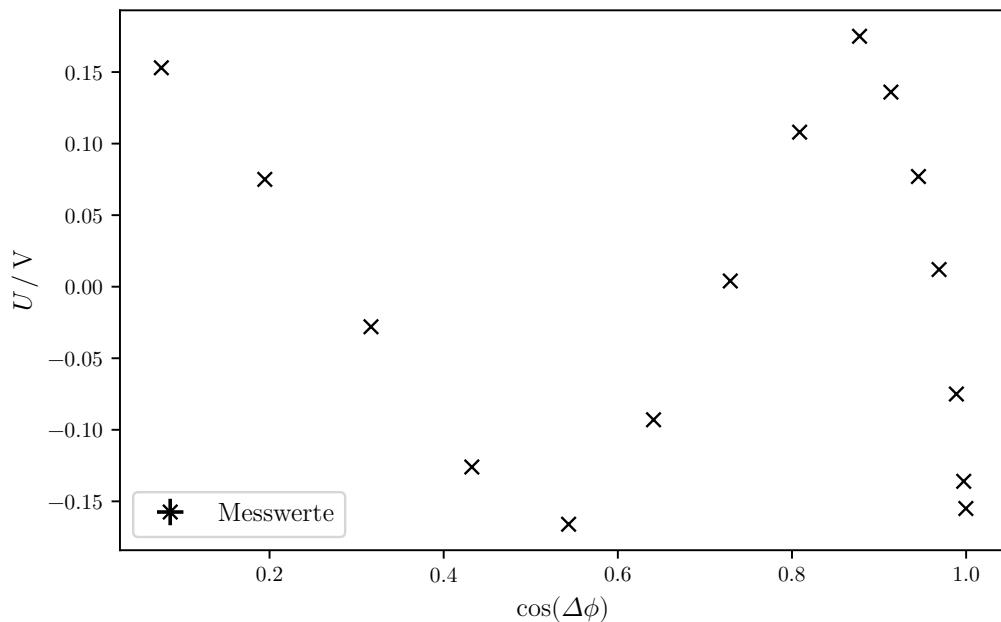
$$\Delta\phi = 2\pi \frac{\Delta t}{T}, \quad (26)$$

wobei  $T$  die Umlaufdauer der jeweils eingestellten Frequenz ist. In Tabelle 1 sind die aufgenommenen Werte sowie die berechnete Phasenverschiebung zwischen den beiden Spannungen eingetragen.

In der Abbildung 24 ist die Spannung gegen den Kosinus der Phase aufgetragen.

$\omega$ / MHz	$U$ / V	$\Delta\phi$
0,102	-0,155	0,03
0,299	-0,136	0,07
0,599	-0,075	0,15
1,0	0,012	0,25
1,33	0,077	0,33
1,675	0,136	0,42
2,0	0,175	0,5
2,515	0,108	0,63
3,015	0,004	0,75
3,5	-0,093	0,88
3,985	-0,166	1,0
4,495	-0,126	1,12
4,995	-0,028	1,25
5,5	0,075	1,37
5,98	0,153	1,5

**Tabelle 1:** Die Werte für die aufgenommenen Frequenzen und Spannungen sowie die berechnete Phasenverschiebung. Die Unsicherheiten sind  $\Delta\omega = 0,005$  MHz,  $\Delta U = 0,001$  V und  $\Delta\phi = 0,001$ .



**Abbildung 24:** Diagramm der Spannung in Abhängigkeit vom Kosinus der Phase. Die Unsicherheiten sind aufgrund ihrer geringen Größe nicht zu sehen.

### 3.5. Demodulation mithilfe eines Ringmodulators – Überprüfung des Oszilloskopbild

Mit der Schaltung nach Abbildung 7 wird eine amplitudenmodulierte Spannung demoduliert und auf dem Oszilloskop dargestellt. Das ergebende Bild ist in Abbildung 25 zu sehen.

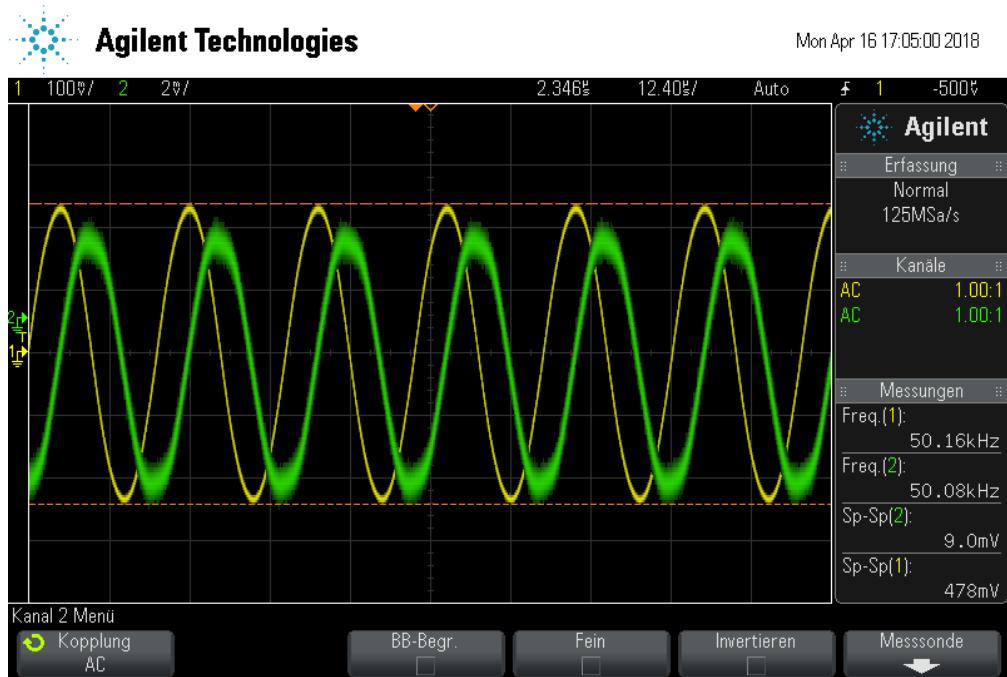
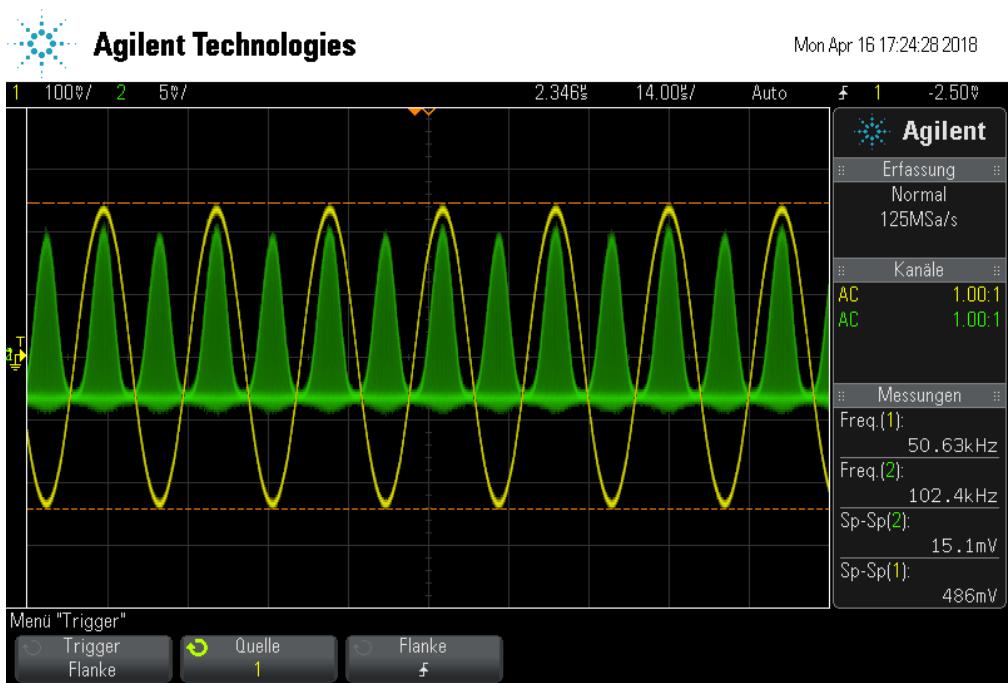


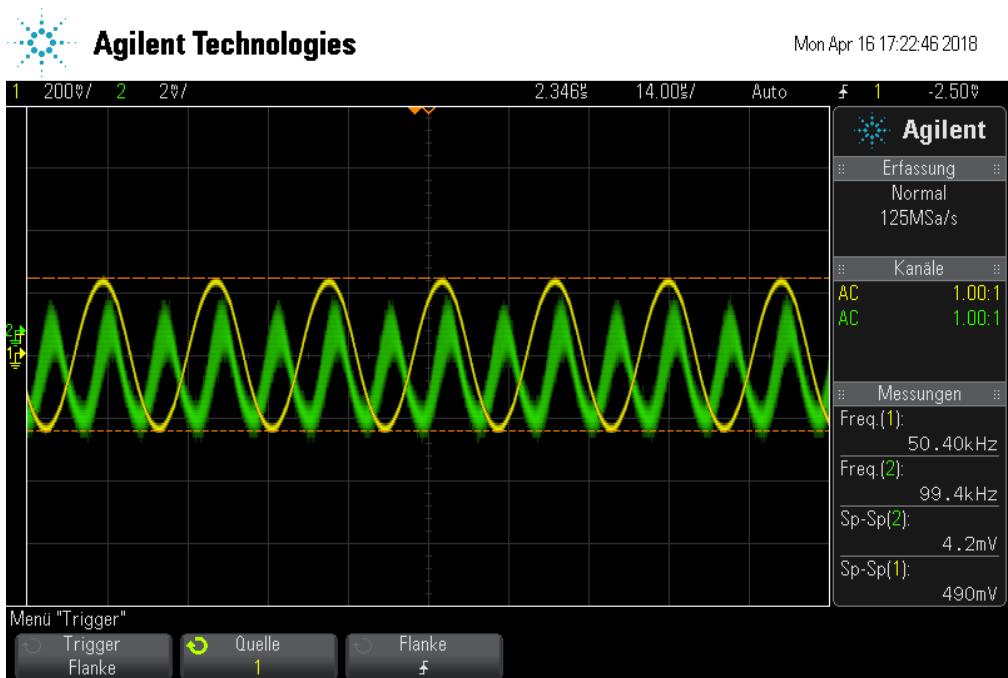
Abbildung 25: Oszilloskopbild der demodulierten Spannung(grün) sowie der Original-Modulationsspannung(gelb).

### 3.6. Demodulation mithilfe einer Gleichrichterdiode

Nun wird mithilfe einer Gleichrichterdiode nach Schaltung aus Abbildung 8 eine amplitudenmodulierte Spannung demoduliert. Das aufgenommene Bild an der Stelle A ist in Abbildung 26 zu finden und das nach dem Tiefpass in Abbildung 27. Zu erkennen ist, dass die demodulierte Spannung die **doppelte Frequenz** der Original-Modulationsspannung hat.



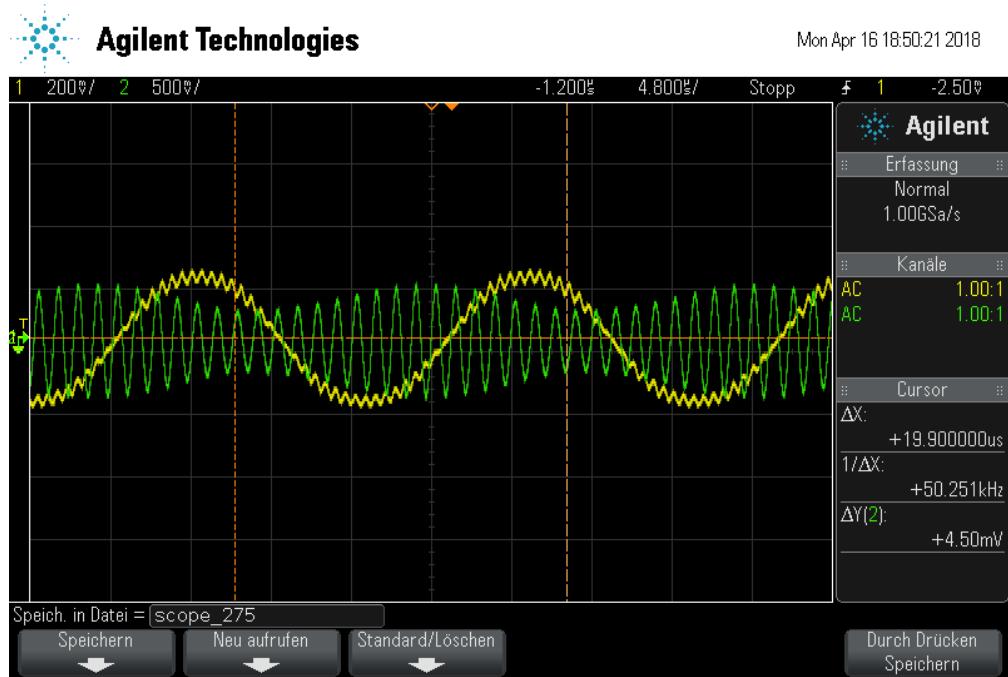
**Abbildung 26:** Oszilloskopbild der demodulierten Spannung(grün) sowie der Original-Modulationsspannung(gelb) an der Stelle A.



**Abbildung 27:** Oszilloskopbild der demodulierten Spannung(grün) sowie der Original-Modulationsspannung(gelb) nach dem Tiefpass.

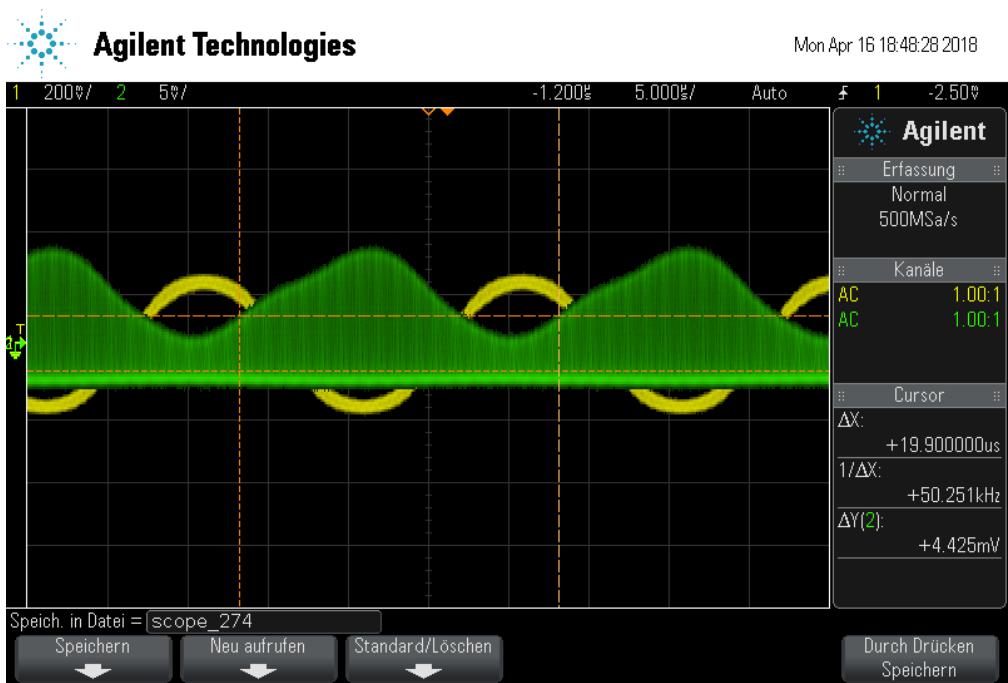
### 3.7. Demodulation einer frequenzmodulierten Spannung

Zum Abschluss wird erneut eine frequenzmodulierte Spannung mit Abbildung 6 erzeugt und mit der Schaltung nach Abbildung 10 demoduliert. Dann werden **3** Bilder nach den verschiedenen Bauteilen aufgenommen. Diese sind in den Abbildungen 31, 29 und 30 zu sehen.

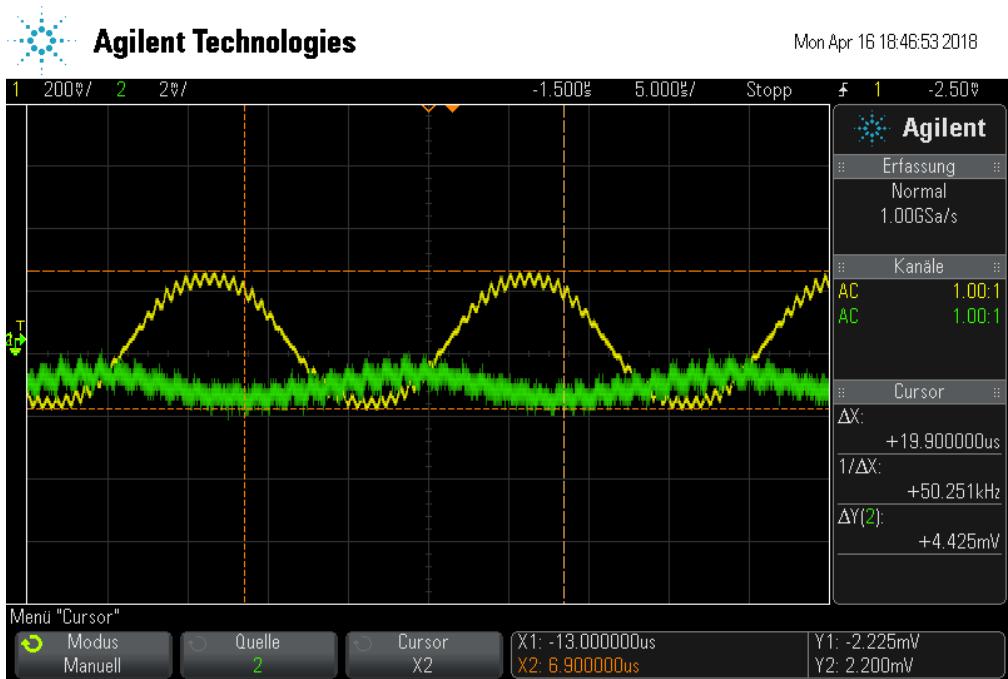


**Abbildung 28:** Oszilloskopbild der Spannung nach dem Schwingkreis(grün) mit der Modulatorspannung(gelb).





**Abbildung 29:** Oszilloskopbild der Spannung nach der Diode(grün) mit der Modulatorspannung(gelb).



**Abbildung 30:** Oszilloskopbild der Spannung nach dem Tiefpass(grün) mit der Modulatorspannung(gelb).

## 4. Diskussion

### 4.1. Amplitudenmodulierte Schwingung mit Ringmodulator

Die Amplitudenmodulation mit dem Ringmodulator liefert die erwarteten Ergebnisse. Die Amplitudenvariation der entstandenen Schwebung hat sehr genau dieselbe Frequenz wie die Modulationsfrequenz. Auch das Frequenzspektrum und die geringe Abweichung zu den erwarteten Frequenzen zeigt, dass der Ringmodulator gut zur Modulation geeignet ist. Außerdem erkennt man in den Abbildungen des Frequenzspektrum, dass die Leistung der Trägerfrequenz unterdrückt ist.

### 4.2. Amplitudenmodulierte Schwingung mit Diode

Die beiden auf verschiedenen Wegen ausgerechneten Werte für den Modulationsgrad sind bei diesem Aufgabenteil leider sehr unterschiedlich. Da der Modulationsgrad auch ein Maß dafür ist, wie stark die Amplituden variieren erscheint der Wert  $m = 0,2959 \pm 0,0004$  nach Betrachtung der Abbildung 20 als sinnvoller. Also muss bei der Berechnung aus der Intensität der Frequenzpeaks ein Fehler passiert sein.

### 4.3. Frequenzmodulierte Schwingung

Die Frequenzmodulation liefert das erwartete Oszilloskopbild. Man erkennt, dass die Frequenz variiert und deshalb die Kurven der Funktionenschar bei der selben Phase zeitlich weiter vorangeschritten sein können. Der berechnete Wert für den Modulationsgrad ist erneut sehr klein und die Herleitung der entsprechenden Formel vermutlich falsch.



### 4.4. Demodulation mithilfe eines Ringmodulators – Überprüfung der Spannung

Die Messwerte aus Abbildung 24 zeigen nicht wie in [1] gefordert, dass die Spannung proportional zum Kosinus der Phasenverschiebung ist. Es zeigt sich aber ein kosinusförmiger Zusammenhang zwischen diesen Größen. Wenn diese Forderung gemeint ist, dann ist konnte ein gutes Ergebnis erzielt werden.

### 4.5. Demodulation mithilfe eines Ringmodulators – Überprüfung des Oszilloskopbild



Es ist wie gefordert zu erkennen, dass die Modulationsfrequenz nur leicht verzerrt wiedergewonnen werden kann. Außerdem ist zu erkennen, dass die Amplitude durch die Bauteile stark abgeschwächt ist.

### 4.6. Demodulation mithilfe einer Gleichrichterdiode

In Abbildung 26 ist die Wirkung der Diode zu sehen, da sie die Spannung größtenteils nur in Vorzugsrichtung durchlässt und nur wenig unter der Nulllinie auf dem Oszilloskop anzeigt.



## 4.7. Demodulation einer frequenzmodulierten Spannung

Im Bild nach dem Schwingkreis erkennt man, dass die Spannung schon von einer frequenzmodulierten Spannung in eine Amplitudenmodulierte überführt wurde. Nach der Diode ist ein ähnliches Bild wie in Abbildung 26 zu sehen. Die ausgehende Spannung hat eine nicht symmetrische Form und eine kleine Amplitude. Dadurch hat auch die Kurve aus Abbildung 30 eine kleine Amplitude und ist stark verzerrt. Mit diesen Bauteilen ist die Demodulation einer frequenzmodulierten Spannung also nicht optimal.



## Literatur

- [1] TU Dortmund. *Modulation und Demodulation elektrischer Schwingungen*. 2018. URL: <http://129.217.224.2/HOME PAGE/PHYSIKER/MASTER/SKRIPT/V59.pdf>.
- [2] Wikipedia. *Leistungspegel*. 2018. URL: <https://de.wikipedia.org/wiki/Leistungspegel>.



## A. Kopie der Originaldaten

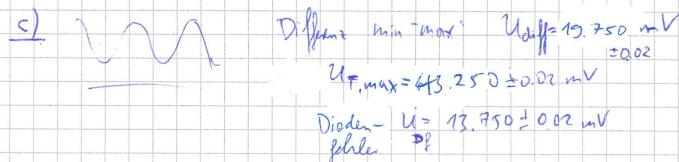
### V59: Modulation und Demodulation

a) Modulationspannung:  $\omega_m = 43.8 \pm 0.5 \text{ kHz}$  ptp:  $U = 95 \text{ mV} \stackrel{\pm 1}{\downarrow}$   
 Trägerspannung:  $\omega_T = 970 \pm 1 \text{ kHz}$  ptp:  $U = 540 \text{ mV}$

b)

$$\begin{array}{c} \text{w}_1 \\ \uparrow \uparrow \uparrow \\ \text{w}_2 = 1016.6 \text{ kHz} \\ \text{w}_T = 973.1 \text{ kHz} \end{array}$$

c)

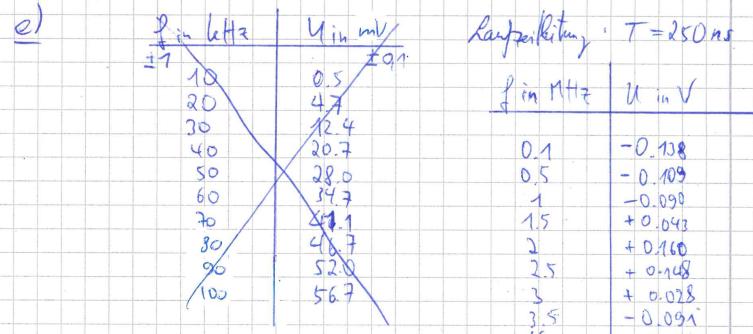


d)

$$w_m = 211,5 \pm 0,4 \text{ Hz}$$

$$w_T = 973 \pm 2 \text{ kHz}$$

e)



$f \text{ in } \text{MHz}$	$U \text{ in } \text{V}$
0.102	-0.155 $\stackrel{\pm 0.001}{\downarrow}$
0.292	-0.136
0.533	-0.075
1.000	0.012
1.330	0.077
1.675	0.136
2.000	0.175
2.515	0.108
3.015	0.004
3.500	-0.033
3.985	-0.166
4.405	-0.126
4.995	-0.028

$f \text{ in } \text{MHz}$	$U \text{ in } \text{V}$
5.500	0.025
5.980	0.153

Abbildung 31: Kopie der Messdaten.