

V 59

Modulation und Demodulation elektrischer Schwingungen

Timo Gräßer
timo.graesser@udo.edu

Jasper Karl Lammering
jasper.lammering@udo.edu

Durchführung: 16.04.2018 Abgabe: 24.04.2018

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1. Theorie	3
1.1. Einleitung	3
1.2. Amplitudenmodulation	3
1.3. Frequenzmodulation	5
1.4. Schaltungen zur Amplitudenmodulation	6
1.5. Schaltungen zur Frequenzmodulation	7
1.6. Schaltungen zur Demodulation amplitudenmodulierter Schwingungen . . .	8
1.7. Schaltungen zur Demodulation frequenzmodulierter Schwingungen . . .	9
1.8. Bestimmung des Modulationsgrades einer frequenzmodulierten Schwingung	11
2. Durchführung	12
3. Auswertung	14
3.1. Fehlerrechnung	14
3.2. Amplitudenmodulierte Schwingung mit Ringmodulator	15
3.3. Amplitudenmodulierte Schwingung mit Diode	16
3.4. Frequenzmodulierte Schwingung	19
3.5. Demodulation mithilfe eines Ringmodulators	21
3.6. Demodulation mithilfe einer Gleichrichterdiode	23
3.7. Demodulation einer frequenzmodulierten Spannung	24
4. Diskussion	27
4.1. Amplitudenmodulierte Schwingung mit Ringmodulator	27
4.2. Amplitudenmodulierte Schwingung mit Diode	27
4.3. Frequenzmodulierte Schwingung	27
4.4. Demodulation mithilfe eines Ringmodulators	27
4.5. Demodulation mithilfe einer Gleichrichterdiode	27
4.6. Demodulation einer frequenzmodulierten Spannung	28
Literatur	28
A. Anhang	28
A.1. Kopie der Originaldaten	30

1. Theorie

1.1. Einleitung

Um mit elektromagnetischen Wellen Informationen zu übertragen, ist es nötig, diese am Ausgangsort zu modulieren und am Empfangsort zu demodulieren. Bei zwei Verfahren, die im Folgenden vorgestellt werden, werden zur Modulation und Demodulation Amplitude und Frequenz der Welle abhängig vom Ausgangssignal manipuliert.

1.2. Amplitudenmodulation

Sowohl für die im Folgenden vorgestellte Amplitudenmodulation, als auch für die anschließend vorgestellte Frequenzmodulation wird ein Träger- und ein Modulationssignal benötigt. Ausgehend von einer hochfrequenten Trägerschwingung

$$U_T(t) = \hat{U}_T \cos(\omega_T t) \quad (1)$$

und einer niederfrequenten Modulationsschwingung

$$U_M(t) = \hat{U}_M \cos(\omega_M t) \quad (2)$$

(ω bezeichnet jeweils die Frequenz und \hat{U} jeweils die Amplitude) ergibt sich eine amplitudenmodulierte Schwingung

$$U_3(t) = \hat{U}_T [1 + m \cos(\omega_M t)] \cos(\omega_T t). \quad (3)$$

Dabei liegt der sogenannte Modulationsgrad

$$m = \gamma \hat{U}_M \quad (4)$$

in der Praxis zwischen 0 und 1 und ist durch die Amplitude der Modulationsschwingung bestimmt. Die amplitudenmodulierte Schwingung ist in Abbildung 1 schematisch dargestellt.

Gleichung (3) lässt sich mit Hilfe der Additionstheoreme in einzelne Kosinus-Terme zerlegen

$$U_3(t) = \hat{U}_T \left\{ \cos(\omega_T t) + \frac{1}{2} m [\cos(\omega_T t + \omega_M t) + \cos(\omega_T t - \omega_M t)] \right\}. \quad (5)$$

Es ergibt sich das in Abbildung 2 skizzierte Frequenzspektrum.

Die mittlere Linie beinhaltet ausschließlich die Trägerabstrahlung **und keine** der zu übertragenden Informationen. Sie kann und sollte durch spezielle Modulationsverfahren unterdrückt werden, um den Energieverbrauch zu mindern. Alle Infomationen befinden sich in jeweils beiden Bändern, sodass außerdem im Rahmen einer Einseitenbandmodulation eines der Bänder, beispielweise mittels eines Bandfilters, abgeschnitten werden kann. Diverse Nachteile der Amplitudenmodulation, darunter geringe Störsicherheit und Verzerrungsfreiheit, sind schwieriger zu beheben.



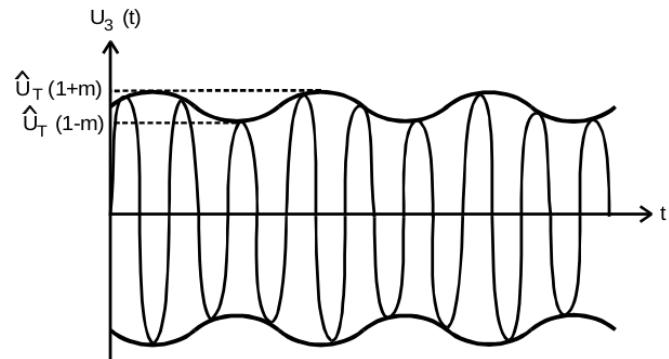


Abbildung 1: Skizze zum Spannungsverlauf der amplitudenmodulierten Schwingung [1].

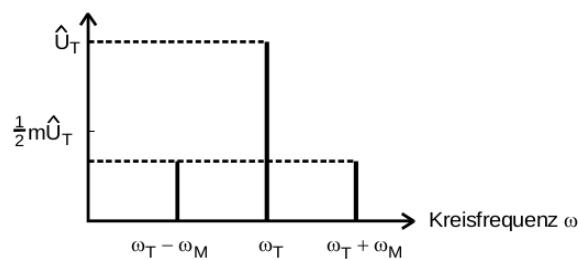


Abbildung 2: Skizze des Frequenzspektrums einer amplitudenmodulierten Schwingung [1].

1.3. Frequenzmodulation

Bei der sogenannten Frequenzmodulation wird die Amplitude konstant gehalten und eine Frequenzschwingung im Rhythmus der Modulationsschwingung in eine Trägerschwingung eingebaut. Dies kann mathematisch dargestellt werden durch

$$U(t) = \hat{U} \sin \left(\omega_T t + m \frac{\omega_T}{\omega_M} \cos(\omega_M t) \right). \quad (6)$$

Eine Skizze zu dieser Schwingung ist in Abbildung 3 zu sehen.

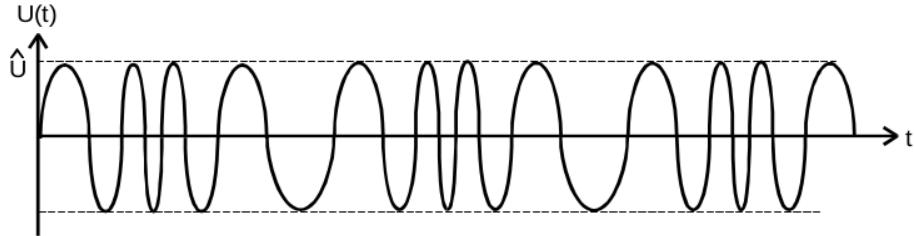


Abbildung 3: Skizze zum Spannungsverlauf der frequenzmodulierten Schwingung [1].

Anstatt einer zeitabhängigen Amplitude ergibt sich eine zeitabhängige Momentanfrequenz

$$f(t) = \frac{\omega_T}{2\pi} [1 - m \sin(\omega_M t)]. \quad (7)$$

Eine wichtige Kenngröße der Frequenzmodulation ist der sogenannte Frequenzhub

$$f_{\text{Hub}} = \frac{mw_T}{2\pi}, \quad (8)$$

der die Variationsbreite der Schwingungsfrequenz angibt. Im folgenden Abschnitt wird die sogenannte Schmalband-Frequenzmodulation vorgestellt, bei welcher der Frequenzhub klein ist, sodass

$$m \frac{\omega_T}{\omega_M} \ll 1. \quad (9)$$

Durch Ausnutzen von Additionstheoremen und einer Taylorentwicklung erster Ordnung, welche Bedingung (9) genügt, ergibt sich die umgeformte, frequenzmodulierte Schwingung

$$U(t) = \hat{U}_T \left\{ \cos \left(\omega_T t - \frac{\pi}{2} \right) + \frac{1}{2} m \frac{\omega_T}{\omega_M} [\cos(\omega_T t + \omega_M t) + \cos(\omega_T t - \omega_M t)] \right\}. \quad (10)$$

An Gleichung (10) ist erkennbar, dass das Spektrum aus denselben Frequenzen besteht, jedoch die Phase des Trägersignals um $\pi/2$ phasenverschoben ist. Die benötigte Taylorentwicklung kann auch bis zu höheren Ordnungen durchgeführt werden, um den Fall einer starken Frequenzmodulation, also

$$m\omega_T \approx \omega_M, \quad (11)$$

abzudecken, das wird in diesem Versuch allerdings nicht benötigt.

1.4. Schaltungen zur Amplitudenmodulation

Um eine Wechselspannung der Form (3) zu erzeugen, werden Bauteile benötigt, in denen Modulations- und Trägerspannung miteinander multipliziert werden. Dazu eignen sich diverse Schaltelemente, die eine nichtlineare Spannungskennlinie besitzen, da durch eine Reihenentwicklung in jedem Fall ein quadratischer Term entsteht, der unter anderem das Produkt der beiden Spannungen enthält. In diesem Versuch wird unter anderem der simple Schaltkreis aus Abbildung 4 verwendet. Das nichtlineare Bauteil ist in dieser Schaltung die Diode.

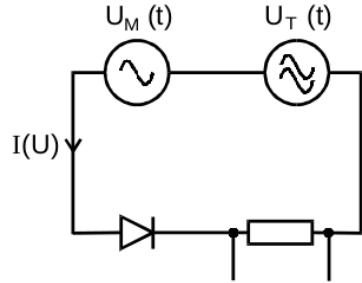


Abbildung 4: Skizze eines primitiven Schaltkreises zur Erzeugung einer amplitudengeschwankten Schwingung mittels einer Diode [1].

Problematisch bei der Idee, ein nichtlineares Bauteil einzubauen, um in der Reihenentwicklung

$$I(U_T + U_M) = a_0 + a_1(U_T + U_M) + a_2(U_T^2 + U_M^2) + 2a_2U_TU_M + \dots \quad (12)$$

den gewünschten Term $2a_2U_TU_M$ zu erhalten, ist, dass auch viele Störterme entstehen. Diese können zwar durch einen Bandfilter unterdrückt werden, da die Frequenzen weit außerhalb des Bereichs $[\omega_T - \omega_M, \omega_T + \omega_M]$ liegen, werden aber erzeugt, weshalb die Schaltung relativ unökonomisch ist.

Ein Schaltelement, das dieses Problem umgeht, ist der sogenannte Ringmodulator, siehe Abbildung 5. Er besteht aus vier als Ring angeordneten Dioden, die im Idealfall durch das Aufteilen der Eingangsspannungen eine Spannung mit

$$U_R(t) = \Gamma U_M(t)U_T(t) \quad (13)$$

am Ausgang R erzeugen, wobei Γ eine Konstante ist. Durch Einsetzen der Trägerschwingung (1) und der Modulationsschwingung (2), die eine Phasenverschiebung von φ erhält, ergibt sich

$$U_R(t) = \frac{\Gamma}{2} \hat{U}_T \hat{U}_M \left\{ \cos[(\omega_T + \omega_M)t + \phi] + \cos[(\omega_T - \omega_M)t - \phi] \right\}. \quad (14)$$

Die Trägerabstrahlung wird vollständig unterdrückt und es treten nur zwei Seitenlinien mit Phasenverschiebung auf.



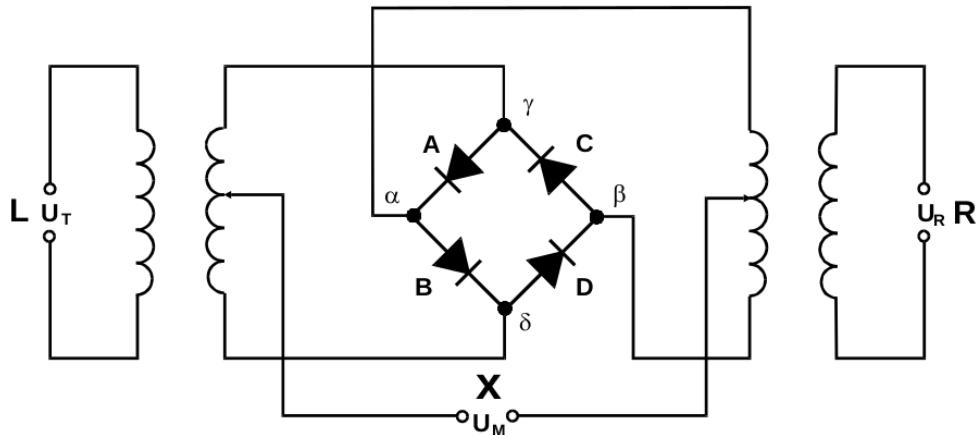


Abbildung 5: Skizze eines Ringmodulators zur Erzeugung einer amplitudenmodulierten Schwingung [1].

1.5. Schaltungen zur Frequenzmodulation

Die im Folgenden vorgestellte Schaltung eignet sich für eine Frequenzmodulation mit geringem Frequenzhub (8). Da, wie in Gleichung (10) erkennbar, zwei amplitudenmodulierte Seitenlinien und eine um $\pi/2$ phasenverschobene Trägerschwingung benötigt werden, ist es sinnvoll, erneut den Ringmodulator zu nutzen. Zusätzlich wird noch mittels eines Laufzeitkabels am Ausgang die um $\pi/2$ verschobene Trägerschwingung addiert. Der gesamte Schaltkreis ist in Abbildung 6 abgebildet. Um die Leistung der Trägerspannung aufzuteilen und diese später wieder mit der amplitudenmodulierten Spannung zusammenzuführen werden sogenannte Iso-Ts verwendet.

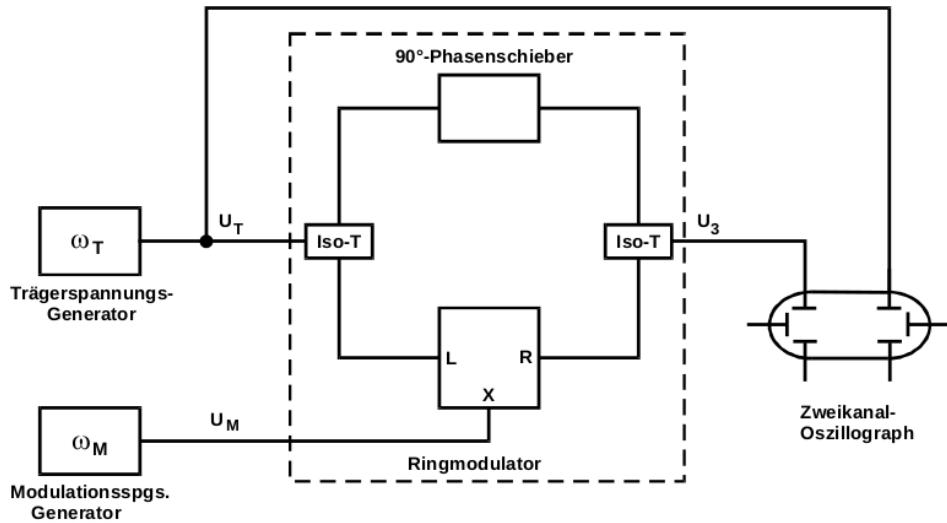


Abbildung 6: Skizze eines Schaltkreises zur Erzeugung einer frequenzmodulierten Schwingung mittels eines Ringmodulators [1].

1.6. Schaltungen zur Demodulation amplitudenmodulierter Schwingungen

Eine durch die Ringmodulatorschaltung modulierte Spannung enthält Schwingungen der Frequenz $\omega_T - \omega_M$ und $\omega_T + \omega_M$. Da ein Ringmodulator bekanntlich die Eingangsfrequenzen addiert bzw. subtrahiert, eignet er sich hier auch zur Demodulation, da er Ausgangsspannungen mit den Frequenzen ω_M , $2\omega_T - \omega_M$ und $2\omega_T + \omega_M$ erzeugt. Die gesuchte Frequenz kann im Anschluss daran mittels eines Tiefpasses herausgefiltert werden. Die dazugehörige Schaltung ist in Abbildung 7 zu sehen. Problematisch ist es unter Umständen, eine phasenstarr mit dem Sender gekoppelte Trägerspannung mit der Frequenz ω_T zu erzeugen. Dieses Problem kann mit sogenannten phase-locked-loop-Schaltungen umgangen werden.

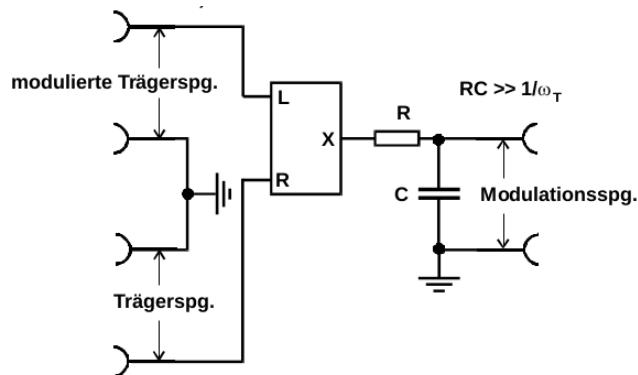


Abbildung 7: Skizze eines Schaltkreises zur Demodulation amplitudenmodulierter Schwingungen mittels eines Ringmodulators [1].

In Abbildung 8 ist eine Schaltung aufgezeigt, bei der dieses Problem gar nicht erst auftritt.

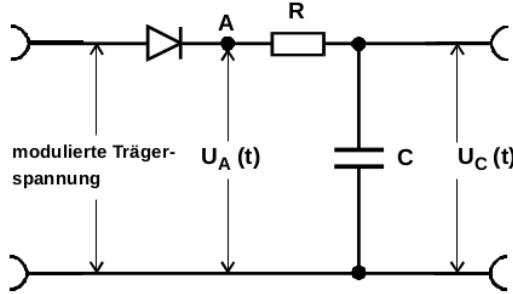


Abbildung 8: Skizze eines Schaltkreises zur Demodulation amplitudenmodulierter Schwingungen mittels einer Diode [1].

Eine Diode hat die Eigenschaft, dass sie in eine Richtung einen sehr kleinen Widerstand hat und einen Stromfluss zulässt und in die andere Richtung einen sehr hohen Widerstand hat und quasi isolierend wirkt. Sie kann daher ausgenutzt werden, um in einer amplitudenmodulierten Wechselspannung, wie sie in Abbildung 1 skizziert ist, die negativen Spannungen abzuschneiden (gemäß der linken Graphik in Abbildung 9). Dabei ist zu beachten, dass diese Abbildung idealisiert ist, in der Realität hat die Diode einen zwar geringen, aber endlichen Durchlass in entgegengesetzte Richtung, sodass ein Streifen mit geringer negativer Spannung nicht abgeschnitten wird. Des Weiteren besitzt die Diode keine lineare Strom-Spannungs-Kennlinie, sodass die Ausgangsspannungen in Durchlassrichtung verzerrt sind. Für einen geringen Modulationsgrad, wie es in diesem Versuch der Fall ist, ist die Kennlinie hinter der Diode ein Tiefpass geschaltet, der die Modulationsfrequenz aus der Wechselspannung herausfiltert.

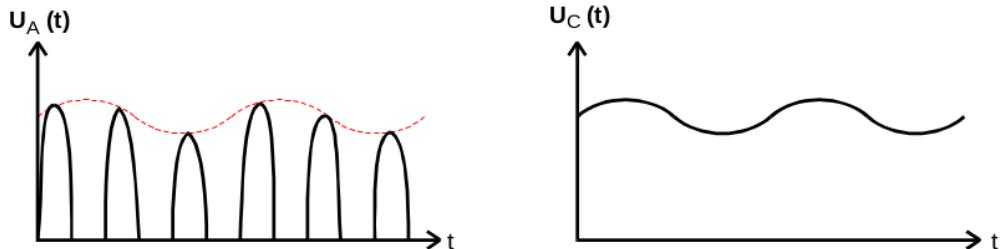


Abbildung 9: links: Skizze des Wechselspannungsverlaufs, nachdem die negativen Halbwellen von der Diode abgeschnitten wurden [1]. rechts: Skizze des Wechselspannungsverlaufs nach dem Tiefpass [1].

1.7. Schaltungen zur Demodulation frequenzmodulierter Schwingungen

Der Schaltkreis für den sogenannten Flankenmodulator, der in diesem Versuch verwendet wird, ist in Abbildung 10 abgebildet.

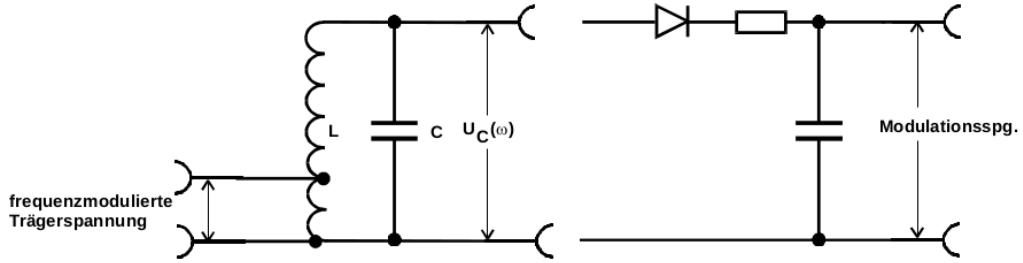


Abbildung 10: Schaltkreis des Flankendemodulators zur Demodulation frequenzmodulierter Schwingungen [1].

Um die frequenzmodulierte Schwingung zu demodulieren wird diese zunächst in eine amplitudenmodulierte Schwingung umgewandelt und dann mit einer Diode gemäß Abschnitt 1.6 demoduliert. Das Umwandeln in eine amplitudenmodulierte Schwingung ist mittels eines LC-Schwingkreises möglich, da die Kondensatorspannung im Falle einer erzwungenen Schwingung frequenzabhängig ist. In Abbildung 11 ist diese Abhängigkeit skizziert. Die Resonanzfrequenz wird so eingestellt, dass die Trägerfrequenz mitten auf der steilen Flanke der Kurve liegt. Änderungen in der Momentanfrequenz der frequenzmodulierten Schwingung haben aufgrund der hohen Steigung eine Wechselspannung $U_C(\omega)$ zur Folge, die im Rhythmus der Frequenzmodulation schwingt. Die Demodulation ist weitestgehend unverzerrt, wenn der Frequenzhub, in Abbildung 11 mit $\Delta\omega$ bezeichnet, gering ist, also die Aussage (9) zutrifft, da dann die Funktion im Intervall annähernd linear ist.

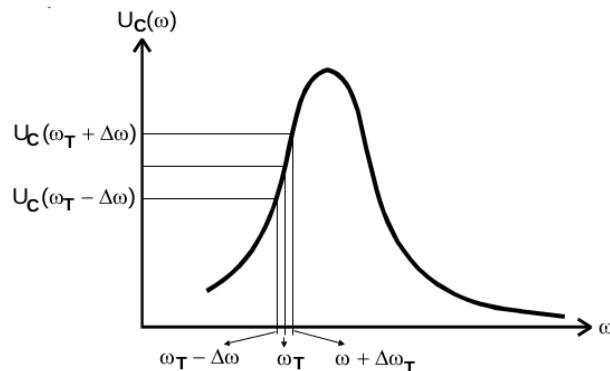


Abbildung 11: Skizze der Resonanzkurve des LC-Schwingkreises [1]. Die Trägerfrequenz sollte zur Optimierung der Demodulation wie eingezeichnet mitten auf der steilen Flanke liegen.

1.8. Bestimmung des Modulationsgrades einer frequenzmodulierten Schwingung

In Abbildung 12 ist ein beispielhafter Spannungsverlauf einer getriggerten, frequenzmodulierten Schwingung am Oszilloskop dargestellt.

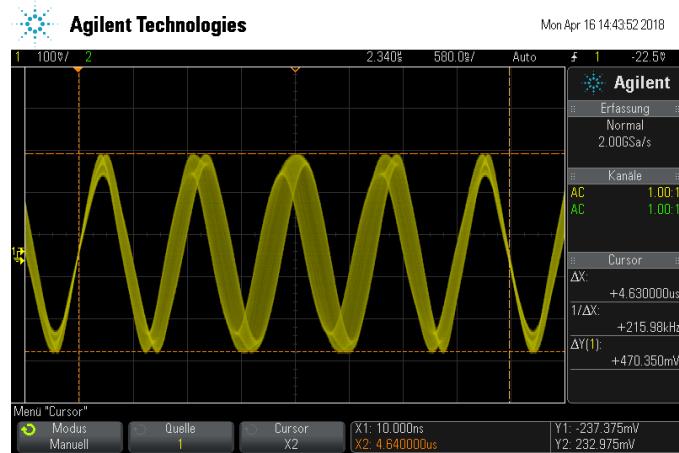


Abbildung 12: Beispielhafter am Oszilloskop getrigerter Spannungsverlauf einer frequenzmodulierten Schwingung. Da das Oszilloskop nur auf eine feste Spannung triggeren kann, entsteht durch Phasenverschiebung ein breiter Streifen.

Die Punkte, an dem der gelbe Streifen minimale Dicke besitzt, sind die Intervallgrenzen für eine volle Schwingung durch die Modulationsfrequenz. Der Streifen besteht insgesamt aus einer Funktionenschar an Spannungsverläufen, die sich prinzipiell nur um einen Parameter, die Phasenverschiebung φ , unterscheiden. Die Momentanfrequenzen dieser Funktionen werden gemäß Gleichung (7) beschrieben durch

$$f_\varphi(t) = \frac{w_T}{2\pi} [1 - m \sin(\omega_M t + \varphi)]. \quad (15)$$

Durch Integration über die Zeit folgt aus dieser Momentanfrequenz die gesamte Phase, in der sich die frequenzmodulierte Schwingung befindet. Dies kann ausgenutzt werden, um aus der horizontalen Breite des gelben Streifens aus Abbildung 12 Rückschlüsse auf den Modulationsgrad der Schwingung zu ziehen. Um den Fehler gering zu halten, ist es zweckmäßig, die Breite der Linie an der breitesten Stelle abzulesen, sodass sich die beiden Zeitpunkte $t_1 = \pi/\omega_M$ und $t_2 = (\pi + \delta)/\omega_M$ ergeben. Die Spannungskurve zu t_1 hat bis zu diesem Zeitpunkt im Durchschnitt die höchste Frequenz gehabt, da sie ihre Gesamtphase am ehesten erreicht. Die zugehörige Momentanfrequenz muss also bis zu t_1 den größten Integralwert besitzen. Ohne explizite Rechnung ergibt sich, dass die zugehörige Phasenverschiebung $\varphi_1 = \pi$ ist, da $-m \sin(\omega_M t + \pi)$ im Durchschnitt maximal auf diesem Intervall ist. Analog ergibt sich für t_2 die Phasenverschiebung $\varphi_2 = 0$.

Die integrierten Frequenzen zu diesen Zeiten und Phasenverschiebungen lauten

$$F_1 = \int_0^{\frac{\pi}{\omega_M}} f_{\varphi_1}(t) dt \quad (16)$$

$$= \frac{\omega_T}{\omega_M} \left(\frac{1}{2} + \frac{m}{\pi} \right) \quad (17)$$



$$F_2 = \int_0^{\frac{\pi+\delta}{\omega_M}} f_{\varphi_2}(t) dt \quad (18)$$

$$= \frac{\omega_T}{2\pi\omega_M} (\pi + \delta + m[\cos(\pi + \delta) - 1]). \quad (19)$$

Da die horizontale Breite vermessen wird, besitzen beide Spannungskurven an den jeweiligen Zeitpunkten dieselbe Gesamtphase $F_1 = F_2$. Insgesamt ergibt sich daher

$$m = \frac{\Delta t \cdot \omega_M}{3 + \cos(\Delta t \cdot \omega_M)}, \quad (20)$$

wobei

$$\Delta t = t_2 - t_1 \quad (21)$$

die messbare Zeitdifferenz ist.

2. Durchführung

Die in der Theorie und im Folgenden vorgestellten Schaltungen werden für die Modulation und Demodulation amplituden- und frequenzmodulierter Schwingungen benutzt.

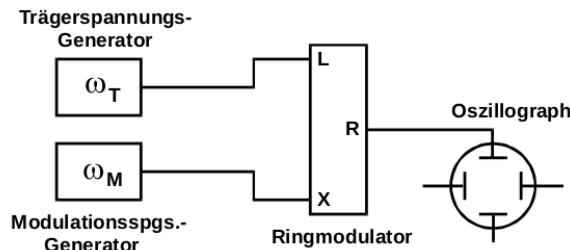


Abbildung 13: Schaltung zur Erzeugung einer amplitudenmodulierten Schwingung mit Hilfe eines Ringmodulators [1]. Das Oszilloskop kann je nach Messung beispielsweise durch einen Frequenzanalysator ausgetauscht werden.

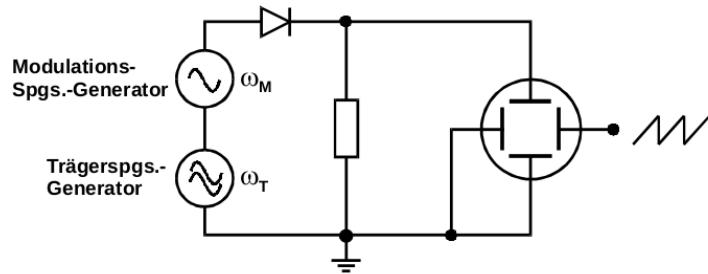


Abbildung 14: Schaltung zur Erzeugung einer amplitudenmodulierten Spannung mit Hilfe einer Diode [1].

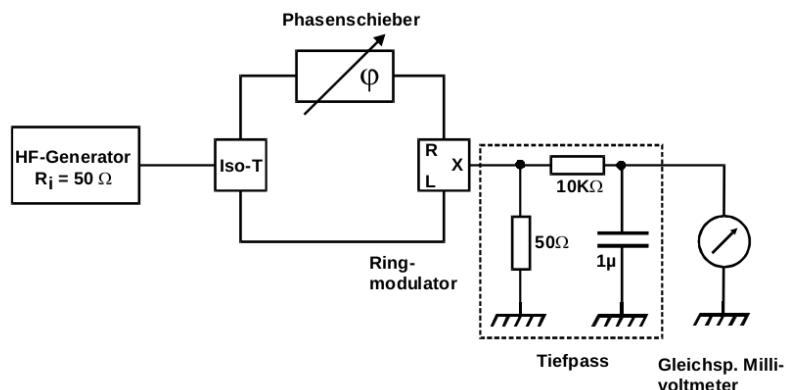


Abbildung 15: Schaltung zur Überprüfung, ob sich der Ringmodulator auch zur Demodulation als phasenempfindlicher Gleitrichter eignet [1].

Es werden folgende Experimente durchgeführt:

1. Im ersten Teil wird mit Hilfe der Schaltung aus Abbildung 13 eine amplitudenmodulierte Schwingung mittels eines Ringmodulators erzeugt. Es wird ein Bild der entstehenden Schwebung und außerdem Modulations- und Trägerfrequenz und -spannung aufgenommen. Als nächstes wird anstatt des Oszilloskops ein Frequenzanalysator in die Schaltung eingebaut und so das Frequenzspektrum der modulierten Schwingung aufgenommen.
2. Im nächsten Schritt wird mit Hilfe der Schaltung aus Abbildung 14 eine amplitudenmodulierte Schwingung mittels einer Diode erzeugt. Erneut wird ein Bild der entstehenden Schwebung, Modulations- und Trägerfrequenz und -spannung und das Frequenzspektrum aufgenommen.
3. In diesem Teil der Durchführung wird eine frequenzmodulierte Schwingung mit der Schaltung aus Abbildung 6 erzeugt. Ab einer Modulationsfrequenz von etwa 1 kHz ist eine Verschmierung der modulierten Wechselspannung hervorgerufen durch Phasenverschiebung gemäß Abschnitt 1.8 erkennbar. Ein Bild von dieser

Verschmierung und außerdem das Frequenzspektrum der modulierten Schwingung werden aufgenommen.

4. Als nächstes wird versucht, mit Hilfe der Schaltung aus Abbildung 15 zu zeigen, dass der Ringmodulator auch zur Demodulation verwendet werden kann. Dafür wird die Proportionalität der am Ausgang X anliegenden Spannung zum Kosinus der Phase φ zwischen den Wechselspannungen an den Eingängen L und R überprüft.
5. Nun wird mit dem Ringmodulator gemäß Abbildung 7 eine amplitudenmodulierte Schwingung demoduliert. Es wird ein Bild mit dem Oszilloskop aufgenommen, an dem sowohl die Eingangsmodulationsspannung, als auch die modulierte und demodulierte Modulationsspannung verglichen werden.
6. Im nächsten Schritt wird eine amplitudenmodulierte Schwingung mit Hilfe einer Diode gemäß Abbildung 8 demoduliert. Sowohl an der Stelle A, also hinter der Diode, als auch nach dem Tiefpass wird ein Bild aufgenommen, an welchem die Eingangsmodulationsspannung und die modulierte und demodulierte Modulationsspannung vergleichbar sind.
7. Im letzten Schritt wird versucht, eine frequenzmodulierte Schwingung mittels Schaltung 10 zu demodulieren. Es wird ein Bild am Oszilloskop nach dem Schwingkreis, an dem die frequenzmodulierte Schwingung zu einer amplitudenmodulierten umgewandelt wurde, aufgenommen. Des Weiteren wird nach der Diode, an welcher ein Vorzeichen der Spannung abgeschnitten wird, und nach dem Tiefpass, an dem die Modulationsfrequenz herausgefiltert wird, ebenfalls ein Bild aufgenommen.

3. Auswertung

3.1. Fehlerrechnung

Für die Fehlerfortpflanzung bei Gleichungen mit N fehlerbehafteten Größen wird jeweils die Formel zur Gaußschen Fehlerfortpflanzung

$$\sigma = \sqrt{\sum_{i=1}^N \left(\frac{\partial f(x_i)}{\partial x_i} \sigma_i \right)^2}$$

mit der jeweiligen Funktion $f(x_i)$, den Messgrößen x_i und den zugehörigen Fehlern σ_i verwendet.

Zur Berechnung des arithmetischen Mittels von N Messwerten wird jeweils die Formel

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i$$

benutzt.

Die Standardabweichung des Mittelwerts wird jeweils mit der Gleichung

$$\bar{\sigma} = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}$$

berechnet.

3.2. Amplitudenmodulierte Schwingung mit Ringmodulator

Mit Hilfe der Schaltung aus Abbildung 13 wird eine Amplitudenmodulierte Schwingung erzeugt. Diese so entstandene Schwebung ist in Abbildung 16 zu sehen.

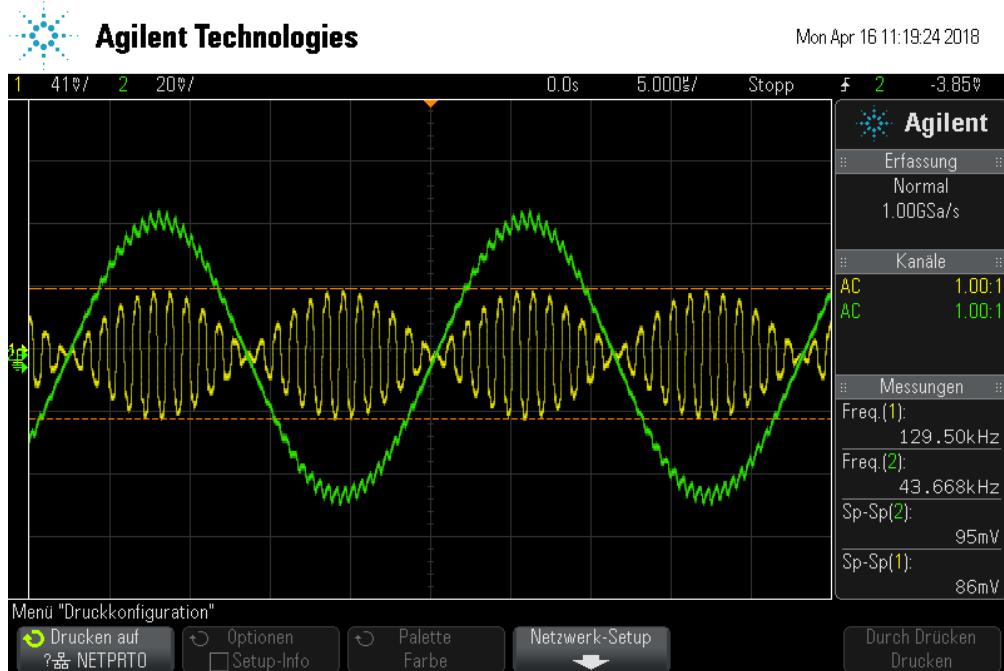


Abbildung 16: Amplitudenmodulierte Schwingung(gelb) und Modulationsschwingung(grün) erzeugt mit Ringmodulator.

Die mit dem Oszilloskop außerdem ausgemessenen Werte für die Frequenzen f und Amplituden $U_{\text{peak to peak}}$ der Modulationsspannung M und der Trägerspannung T sind:

$$\begin{aligned} f_M &= (43,8 \pm 0,5) \text{ kHz} & U_{M, \text{ ptp}} &= (95 \pm 1) \text{ mV} \\ f_T &= (970 \pm 1) \text{ kHz} & U_{T, \text{ ptp}} &= (540 \pm 1) \text{ mV}. \end{aligned}$$

Die mit dem Frequenzspektrometer aufgenommenen Werte sind in den Bildern 17, 30 und 31 zu sehen.

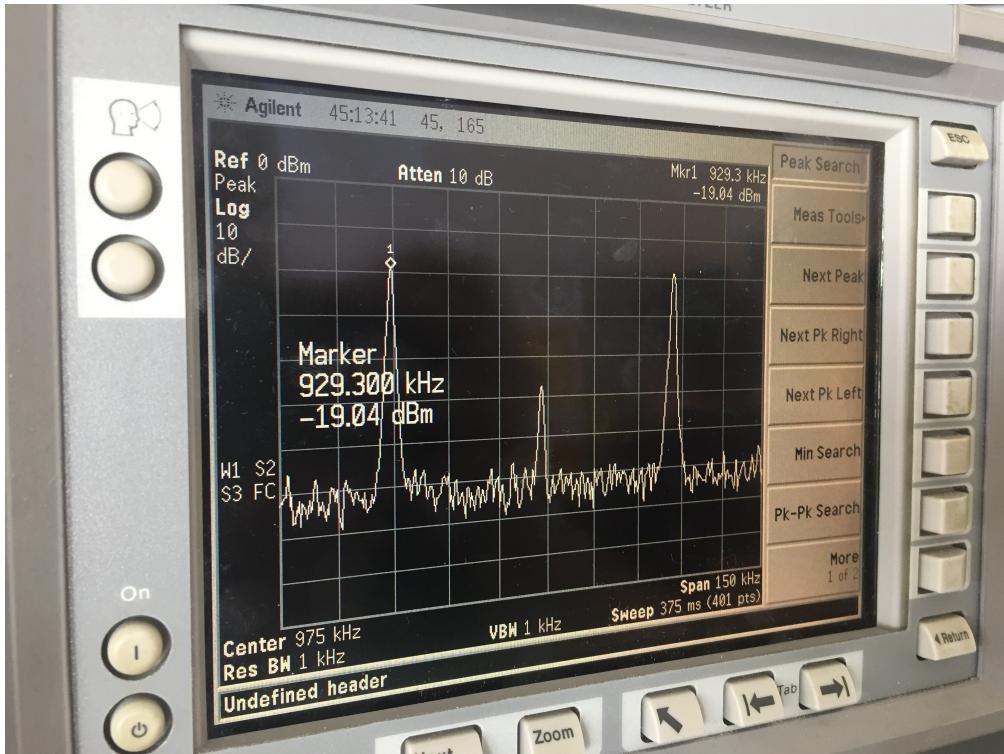


Abbildung 17: Spektrum der mit dem Ringmodulator amplitudenmodulierten Schwingung mit Markierung vom Peak $f_T - f_M$

Die aus dem Frequenzspektrum abgelesenen Frequenzen und Leistungspegel für die drei größten Peaks sind:

$$\begin{aligned} f_1 &= 929,3 \text{ kHz} & f_2 &= 973,1 \text{ kHz} & f_3 &= 1016,6 \text{ kHz.} \\ L_{P,1} &= -19,04 \text{ dBm} & L_{P,2} &= -47,6 \text{ dBm} & L_{P,3} &= -19,02 \text{ dBm} \end{aligned}$$

Die Abweichungen zu den erwarteten Werten betragen:

$$\begin{aligned} \frac{|(f_T - f_M) - f_1|}{f_T - f_M} &= (0,3 \pm 0,1) \% \\ \frac{|f_T - f_2|}{f_T} &= (0,3 \pm 0,1) \% \\ \frac{|(f_T + f_M) - f_3|}{f_T + f_M} &= (0,3 \pm 0,1) \% \end{aligned}$$

3.3. Amplitudenmodulierte Schwingung mit Diode

Nach Schaltung aus Abbildung 14 wird hier der allgemeine Fall der Amplitudenmodulation mit einer Diode gezeigt.

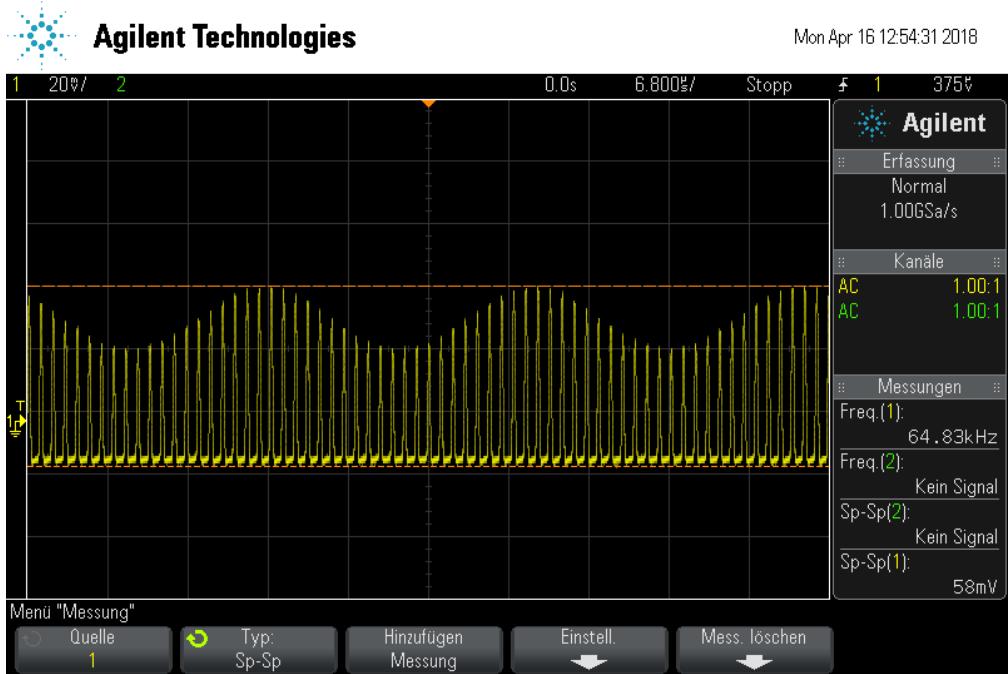


Abbildung 18: Amplitudenmodulierte Schwingung erzeugt mit einer Diode.

Die so entstandene Schwebung ist in Abbildung 18 zu sehen. Außerdem wurden folgende Kennzahlen der modulierten Spannung ausgemessen: die Spannungsdifferenz von der Nulllinie im Oszilloskop bis zum höchsten Wert U_{\max} , die Differenz zwischen der höchsten und der niedrigsten Amplitude U_{diff} sowie die Spannungsdifferenz von der Nulllinie bis zur unteren Kante also der Fehler der Diode U_{fehler} . Diese Werte betragen:

$$U_{\max} = (43 \pm 1) \text{ mV} \quad U_{\text{diff}} = (20 \pm 1) \text{ mV} \quad U_{\text{fehler}} = (14 \pm 1) \text{ mV}$$

Aus Bild 1 wird die Formel

$$m = \frac{U_{\max}}{U_{\max} - \frac{U_{\text{diff}}}{2}} - 1 \quad (22)$$

hergeleitet.

Das ergibt für den Modulationsgrad:

$$m = 0,30 \pm 0,02. \quad (23)$$



Nun wird der Modulationsgrad aus der Frequenzspektrumsmessung abgelesenen. Das Bild mit dem Spektrum der Frequenzen ist in Abbildung 19 zu sehen. Dabei werden die drei höchsten Peaks den Frequenzen $f_T - f_M$, f_T und $f_T + f_M$ zugeordnet. Die Peaktable zeigt die Werte für die Leistungspegel L_P :

$$L_{P, \text{links}} = (-36,1 \pm 0,1) \text{ dBm} \quad L_{P, \text{mitte}} = (-20,55 \pm 0,10) \text{ dBm} \quad L_{P, \text{rechts}} = (-35,88 \pm 0,10) \text{ dBm.}$$



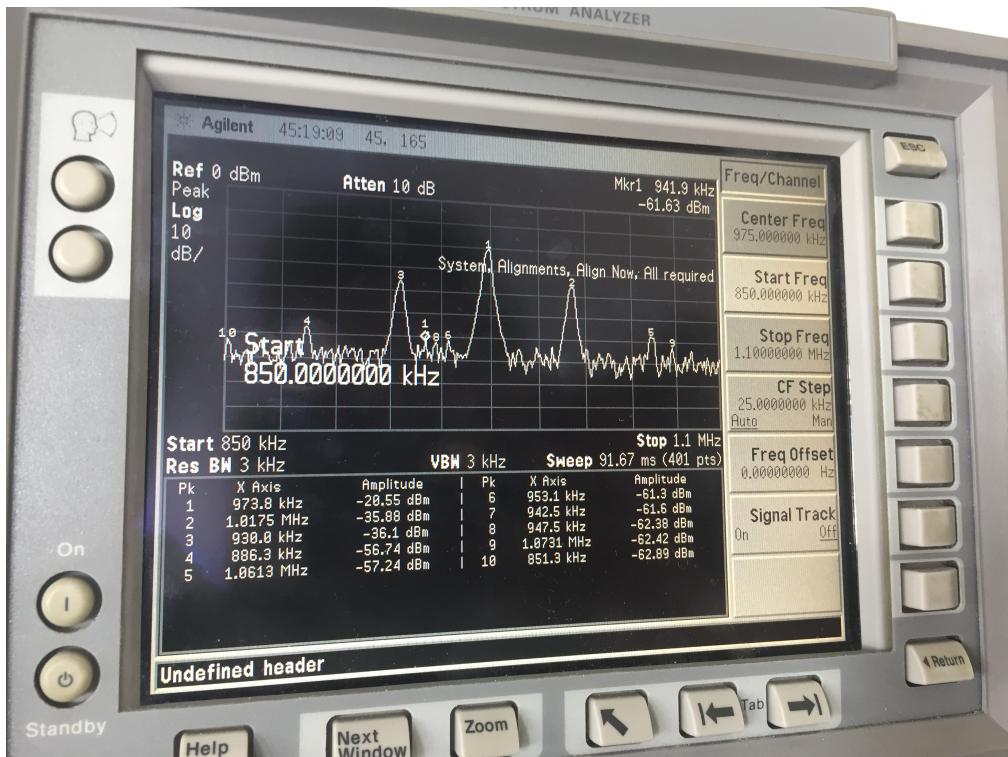


Abbildung 19: Spektrum der mit der Diode amplitudensmodulierten Schwingung mit einer Peaktable.

Diese Werte werden nun mit Gleichung (24) aus [2] umgerechnet in Werte für die Leistung der Frequenzen.

$$P(\text{mW}) = 10^{\frac{L_P(\text{dBm})}{10}} \text{ mW} \quad (24)$$

Diese betragen:

$$P_{\text{links}} = (0,245 \pm 0,006) \text{ nW} \quad P_{\text{mitte}} = (8,81 \pm 0,02) \text{ nW} \quad P_{\text{rechts}} = (0,258 \pm 0,006) \text{ nW}.$$

Diese Werte für die Leistung werden mit

$$U = \sqrt{PR} \quad (25)$$

in die entsprechenden Spannungen umgerechnet. Dabei ist der Widerstand R konstant. Aus Bild 2 wird nun die Formel zur Bestimmung des Modulationsgrad aus einem Frequenzspektrum hergeleitet:

$$m = \frac{2U_{\text{lr}}}{U_{\text{mitte}}}.$$

Hierbei ist U_{lr} der Mittelwert des linken und des rechten Peaks der drei Peaks mit der höchsten Leistung. So ergibt sich für m :

$$m = 0,338 \pm 0,005.$$

3.4. Frequenzmodulierte Schwingung

Es wurde eine frequenzmodulierte Schwingung erzeugt mit den Frequenzen:

$$f_M = (211,5 \pm 0,4) \text{ kHz} \quad \text{und} \quad f_T = (973 \pm 2) \text{ kHz}.$$

In Abbildung 20 ist die in X-Richtung verschmierte Sinuskurve der nach Schaltung 6

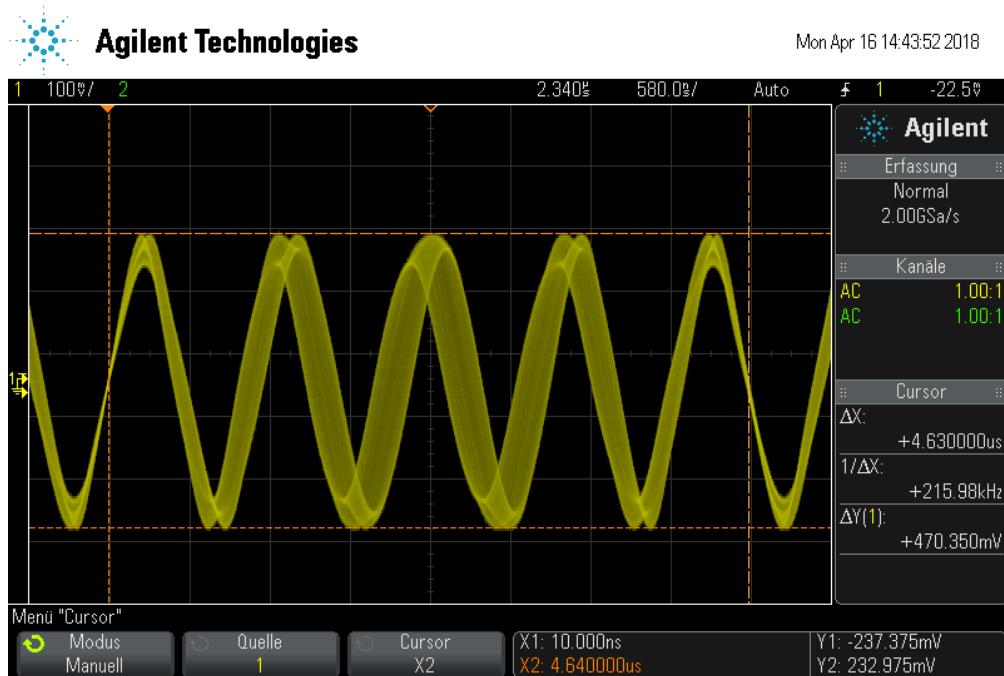


Abbildung 20: Oszilloskopbild der frequenzmodulierten Schwingung.

frequenzmodulierten Schwingung zu sehen. Außerdem ist in Abbildung 21 eine vergrößerte Version der Schwingung zu sehen. Daraus wird die Zeitdifferenz bei maximaler Frequenzvariation abgelesen:

$$t_2 - t_1 = (288 \pm 5) \text{ ns}.$$

Damit ergibt sich eingesetzt in Formel (20) für den Modulationsgrad

$$m = 0,097 \pm 0,002.$$



Der Modulationsgrad wird erneut auch mit dem Frequenzspektrum bestimmt. Das Bild des Spektrometers ist in Abbildung 22 zu sehen. Dort lassen sich für die Leistungspegel der drei höchsten Peaks die Werte mit entsprechenden Unsicherheiten ablesen:

$$L_{P, \text{links}} = (-22,0 \pm 0,1) \text{ dBm} \quad L_{P, \text{mitte}} = (-9,9 \pm 0,1) \text{ dBm} \quad L_{P, \text{rechts}} = (-22,2 \pm 0,1) \text{ dBm}.$$



Die Rechnung aus Kapitel 3.3 wird nun hier mit den veränderten Amplituden für die beiden äußersten Peaks aus Gleichung (10) modifiziert. So ergibt sich für den Modulationsgrad

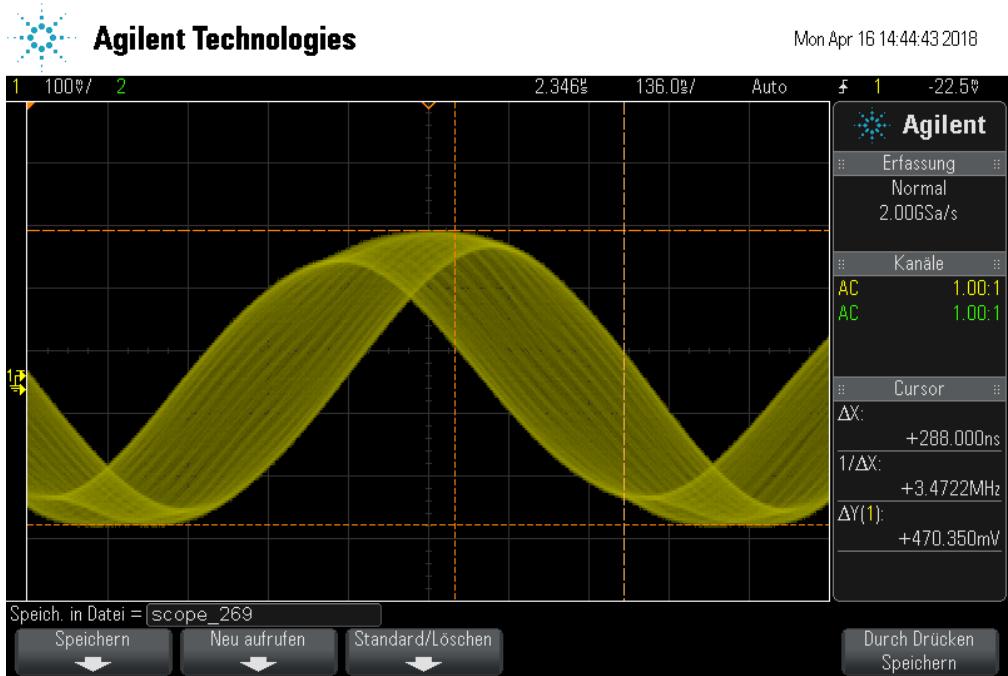


Abbildung 21: Vergrößertes Oszilloskopbild der frequenzmodulierten Schwingung.

hier:

$$m = \frac{2U_{\text{lr}}}{U_{\text{mitte}}} \frac{f_M}{f_T}$$

$$= 0,1067 \pm 0,0015.$$

Damit kann die Forderung an die Schmalband-Frequenzmoduation überprüft werden.
Mit

$$m \frac{f_T}{f_M} = 0,491 \pm 0,007 \ll 1$$

ist diese erfüllt.

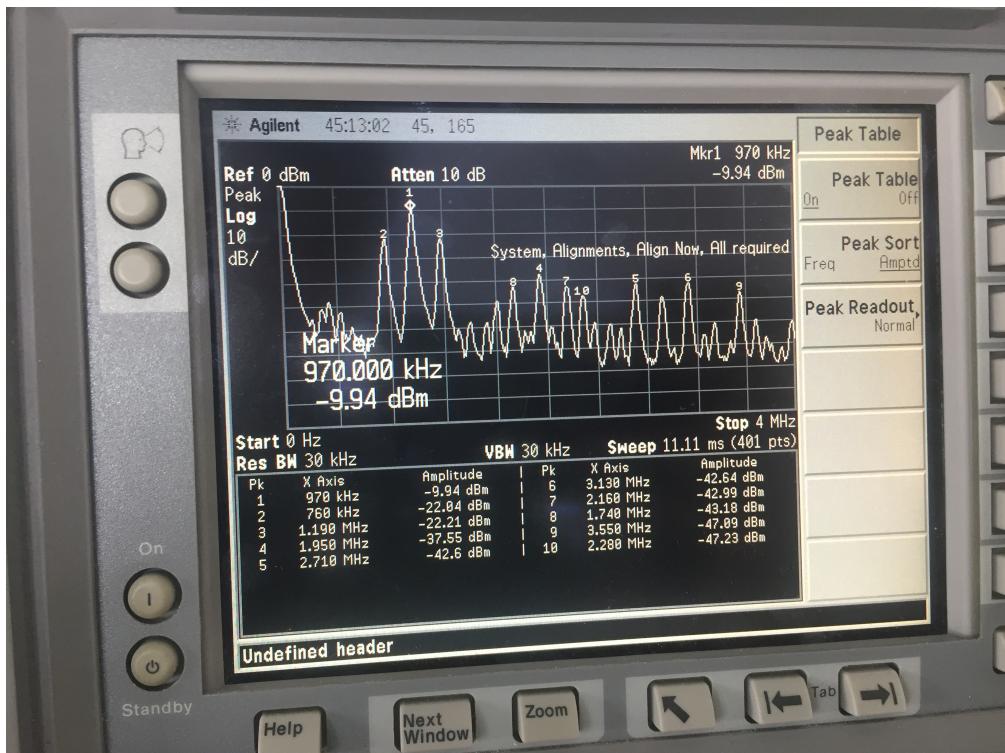


Abbildung 22: Frequenzspektrum der frequenzmodulierten Schwingung.

3.5. Demodulation mithilfe eines Ringmodulators



Mit der Schaltung aus Abbildung 15 wird eine Messreihe von verschiedenen Frequenzen der Trägerspannung f_T und der am Ausgang X anliegenden Gleichspannung U aufgenommen.

Die beiden Spannungen, die an den Eingängen L und R anliegen, sind durch einen Phasenschieber mit einer Phasenverzögerung von $\Delta t = 250 \text{ ns}$ zueinander verschoben. Die Phasenverschiebung wird berechnet mit:

$$\Delta\phi = 2\pi\Delta t f. \quad (26)$$

In Tabelle 1 sind die aufgenommenen Werte sowie die berechneten Phasenverschiebungen zwischen den beiden Spannungen eingetragen. In der Abbildung 23 ist die Spannung gegen den Kosinus der Phase aufgetragen. An die Messwerte wurde noch die Funktion

$$\cos(\Delta\phi) = mU + b \quad (27)$$



gefittet. Die bestimmten Fitparameter sind:

$$m = (-6,4 \pm 0,2) \text{ V}^{-1} \quad b = -0,01 \pm 0,03.$$

Mit der Schaltung nach Abbildung 7 wird eine amplitudemodulierte Spannung demoduliert und auf dem Oszilloskop dargestellt. Das sich ergebende Bild ist in Abbildung 24 zu sehen. Die demodulierte Spannung weist die ungefähr gleiche Frequenz auf wie die Modulationsspannung, allerdings ist ihre Amplitude deutlich kleiner.



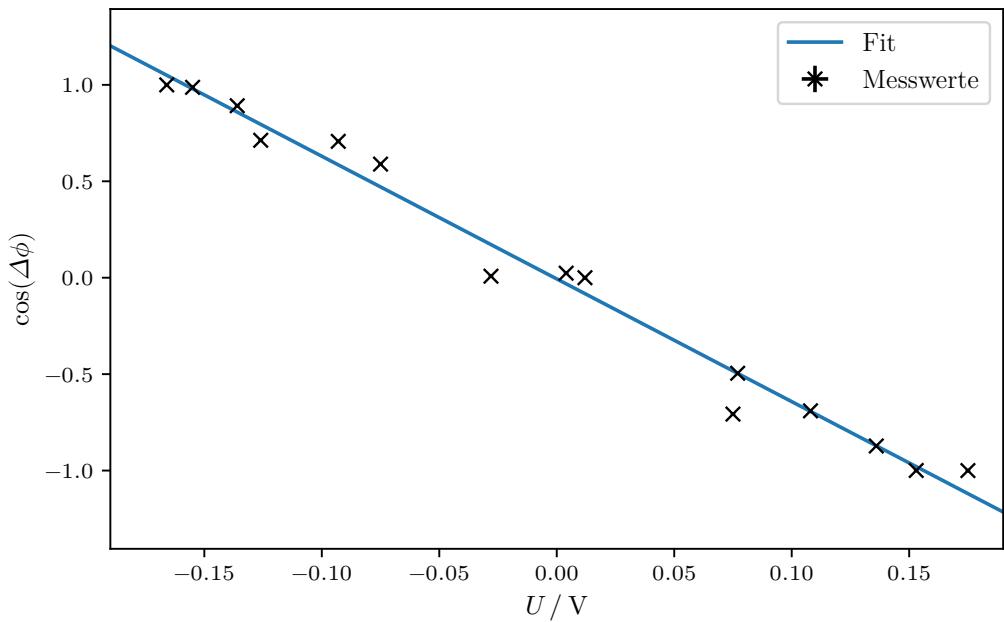


Abbildung 23: Diagramm der Spannung in Abhängigkeit vom Kosinus der Phase. Die Unsicherheiten sind aufgrund ihrer geringen Größe nicht zu sehen.

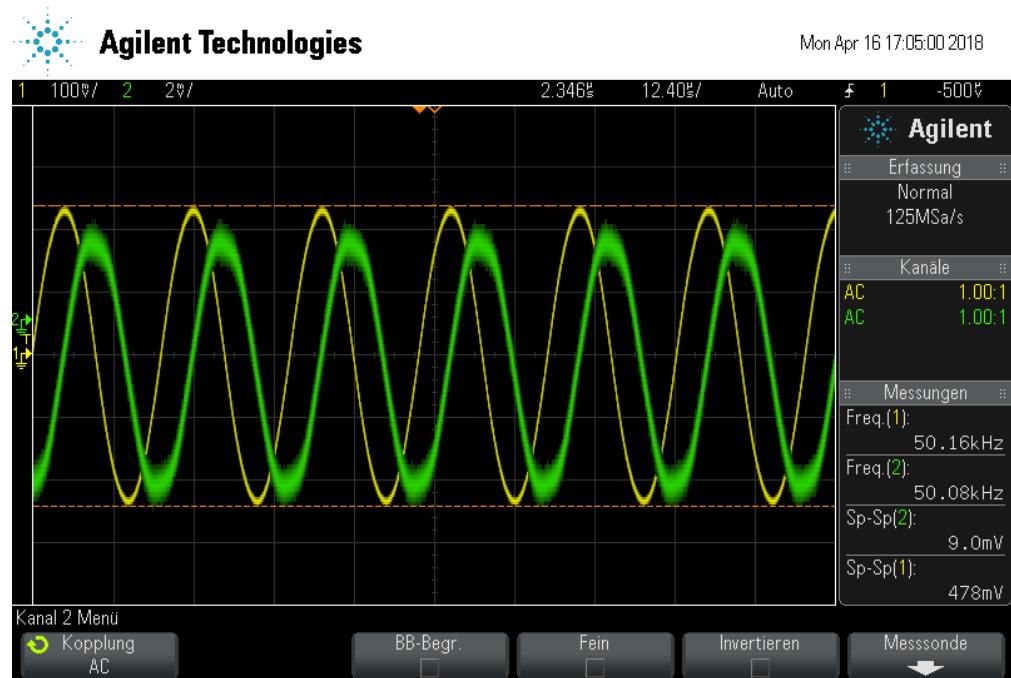


Abbildung 24: Oszilloskopbild der demodulierten Spannung(grün) sowie der Original-Modulationsspannung(gelb).

3.6. Demodulation mithilfe einer Gleichrichterdiode

Nun wird mithilfe einer Gleichrichterdiode nach Schaltung aus Abbildung 8 eine amplitudenmodulierte Spannung demoduliert. Das aufgenommene Bild nach der Diode ist in Abbildung 25 zu finden und das nach dem Tiefpass in Abbildung 26. Zu erkennen ist,

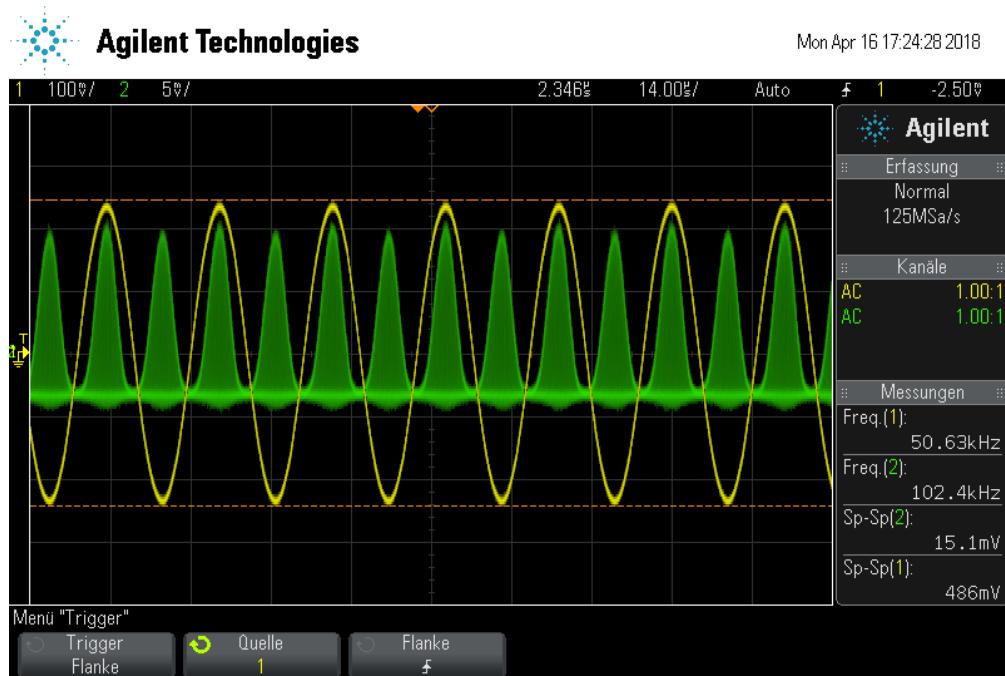


Abbildung 25: Oszilloskopbild der demodulierten Spannung(grün) sowie der Original-Modulationsspannung(gelb) nach der Diode.

dass die demodulierte Spannung die doppelte Frequenz der Original-Modulationsspannung hat. Die Amplitude der Spannung nimmt mit der Anzahl an dazwischengeschalteten Bauteilen ab.

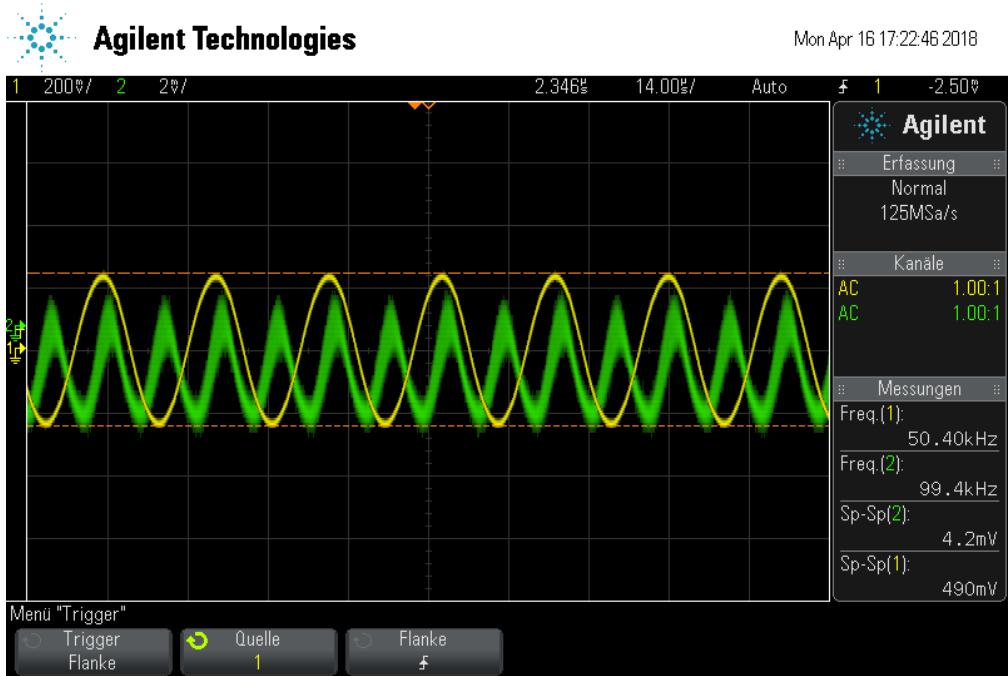


Abbildung 26: Oszilloskopbild der demodulierten Spannung(grün) sowie der Original-Modulationsspannung(gelb) nach dem Tiefpass.

3.7. Demodulation einer frequenzmodulierten Spannung

Zum Abschluss wird erneut eine frequenzmodulierte Spannung mit Abbildung 6 erzeugt und mit der Schaltung nach Abbildung 10 demoduliert. Dann werden drei Bilder nach den verschiedenen Bauteilen aufgenommen. Diese sind in den Abbildungen 27, 28 und 29 zu sehen. Die Frequenz der Modulationsspannung ist in den jeweiligen Bildern auch in den Schwingungen nach den Bauteilen ablesbar. Nach dem Schwingkreis ist die Amplitude höher als die Ausgangsamplitude, wohingegen sie von den andern beiden Bauteilen reduziert wird.

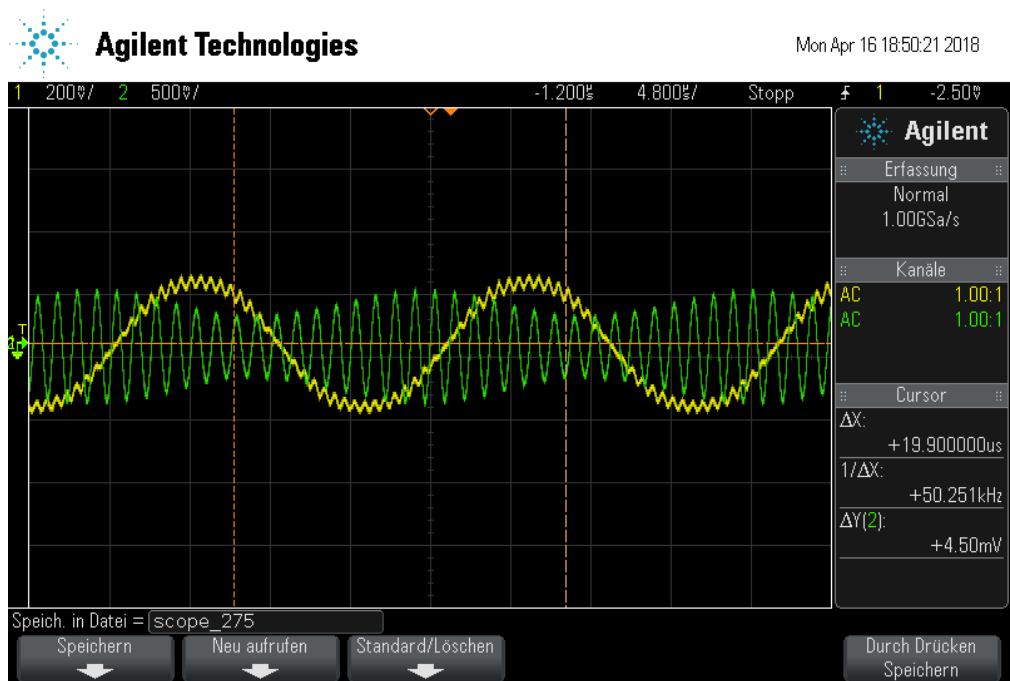


Abbildung 27: Oszilloskopbild der Spannung nach dem Schwingkreis(grün) mit der Modulationsspannung(gelb).

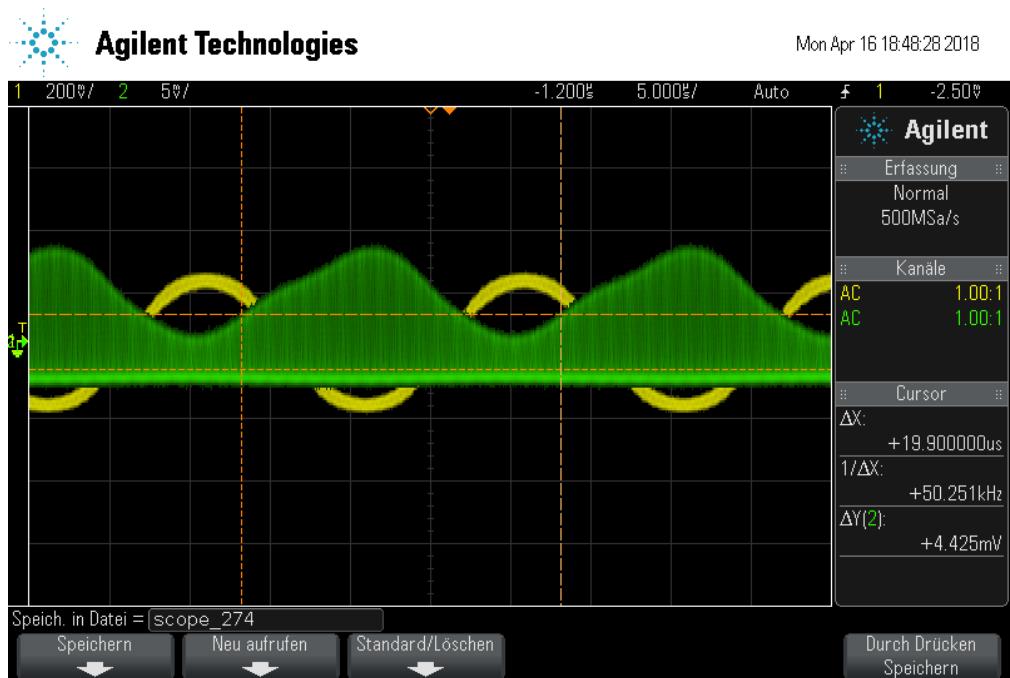


Abbildung 28: Oszilloskopbild der Spannung nach der Diode(grün) mit der Modulationsspannung(gelb).

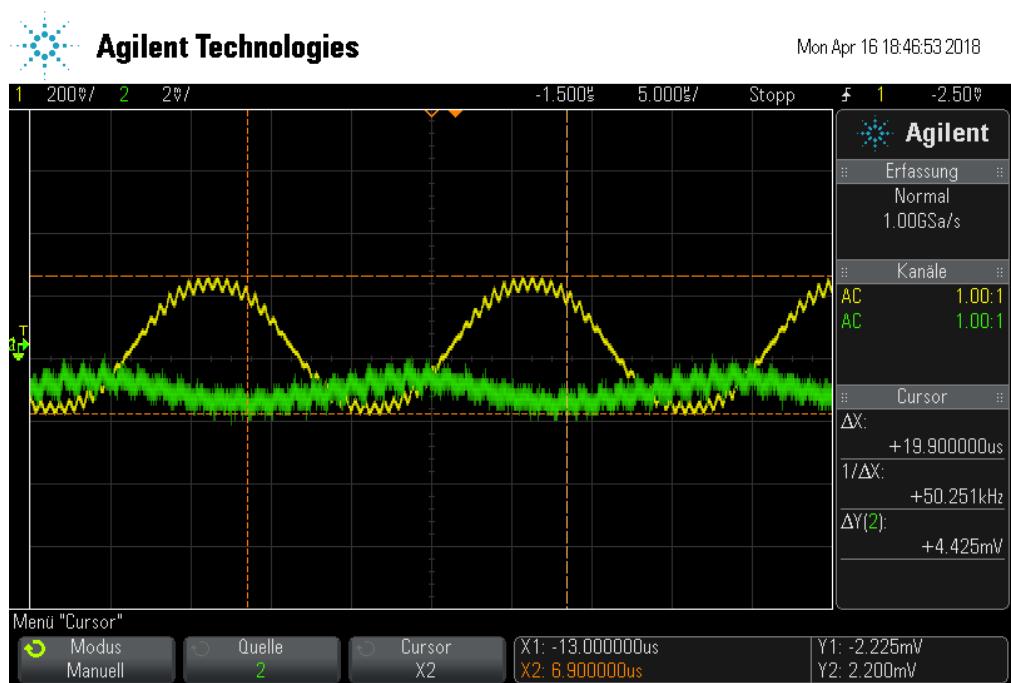


Abbildung 29: Oszilloskopbild der Spannung nach dem Tiefpass(grün) mit der Modulationsspannung(gelb).

4. Diskussion

4.1. Amplitudenmodulierte Schwingung mit Ringmodulator

Die Amplitudenmodulation mit dem Ringmodulator liefert die erwarteten Ergebnisse. Die Amplitudenvariation der entstandenen Schwebung hat sehr genau dieselbe Frequenz wie die Modulationsfrequenz. Auch das Frequenzspektrum und die geringe Abweichung zu den erwarteten Frequenzen zeigt, dass der Ringmodulator gut zur Modulation geeignet ist. Außerdem erkennt man in den Abbildungen des Frequenzspektrum, dass die Leistung der Trägerfrequenz unterdrückt ist.

4.2. Amplitudenmodulierte Schwingung mit Diode

Die beiden auf verschiedenen Wegen ausgerechneten Werte für den Modulationsgrad sind ähnlich. Dabei ist der Wert, der aus dem Frequenzspektrum ausgerechnet wird, signifikanter, da dort die Oberschwingungen nicht die Messwerte beeinflussen.

4.3. Frequenzmodulierte Schwingung

Die Frequenzmodulation liefert das erwartete Oszilloskopbild. Man erkennt, dass die Frequenz variiert und deshalb die Kurven der Funktionenschar bei der selben Phase zeitlich weiter vorangeschritten sein können. Der aus dem Oszilloskopbild bestimmte Wert hat die erwartete Größe. Der aus dem Frequenzspektrum bestimmte Wert entspricht diesem ungefähr. Erneut ist der Wert aus dem Frequenzspektrum als signifikanter zu betrachten, da hier sogar noch mehr Oberschwingungen auftreten, als bei der Amplitudenmodulation. Diese beeinflussen die Messung mit Werten des Oszilloskopbilds wohingegen sie beim Frequenzspektrum aus der Messung weitestgehend rausgefiltert werden.

4.4. Demodulation mithilfe eines Ringmodulators



Die Messwerte aus Abbildung 23 zeigen wie in [1] gefordert, dass die Spannung proportional zum Kosinus der Phasenverschiebung ist. Auch der Fit zeigt dies.

Es ist wie gefordert zu erkennen, dass die Modulationsfrequenz leicht verzerrt wiedererkannt werden kann. Außerdem ist zu erkennen, dass die Amplitude durch die Bauteile stark abgeschwächt ist.

4.5. Demodulation mithilfe einer Gleichrichterdiode

In Abbildung 25 ist die Wirkung der Diode zu sehen, da sie die Spannung größtenteils nur in Vorzugsrichtung durchlässt und nur wenig unter der Nulllinie auf dem Oszilloskop anzeigt. Die Verdopplung der Frequenz folgt daraus, dass die Diode die unteren Halbwellen der Schwebung abschneidet. Wie in Abbildung 16 in gelb gezeigt besteht die Einhüllende der Schwebung aus zwei zueinander entgegengesetzten Schwingungen. Wenn nun die untere Hälfte abgeschnitten wird, werden die jeweiligen positiven Hälften der Bäuche als eine Schwingung betrachtet. Und so gibt es dann doppelt so viele Maxima über Null und die Frequenz der einen Schwingung ist dann doppelt so groß.

4.6. Demodulation einer frequenzmodulierten Spannung

Im Bild nach dem Schwingkreis erkennt man, dass die Spannung von einer frequenzmodulierten Spannung in eine amplitudenmodulierte überführt wurde. Nach der Diode ist ein ähnliches Bild wie in Abbildung 25 zu sehen. Die ausgehende Spannung hat eine nicht symmetrische Form und eine kleine Amplitude. Dadurch hat auch die Kurve aus Abbildung 29 nach dem Tiefpass eine kleine Amplitude und ist stark verzerrt. Mit diesen Bauteilen ist die Demodulation einer frequenzmodulierten Spannung also nicht optimal.

Literatur

- [1] Physikalisches Praktikum TU Dortmund. *Modulation und Demodulation elektrischer Schwingungen*. 2018. URL: <http://129.217.224.2/HOMEPAGE/PHYSIKER/MASTER/SKRIPT/V59.pdf>.
- [2] Wikipedia. *Leistungspegel*. 2018. URL: <https://de.wikipedia.org/wiki/Leistungspegel>.

A. Anhang

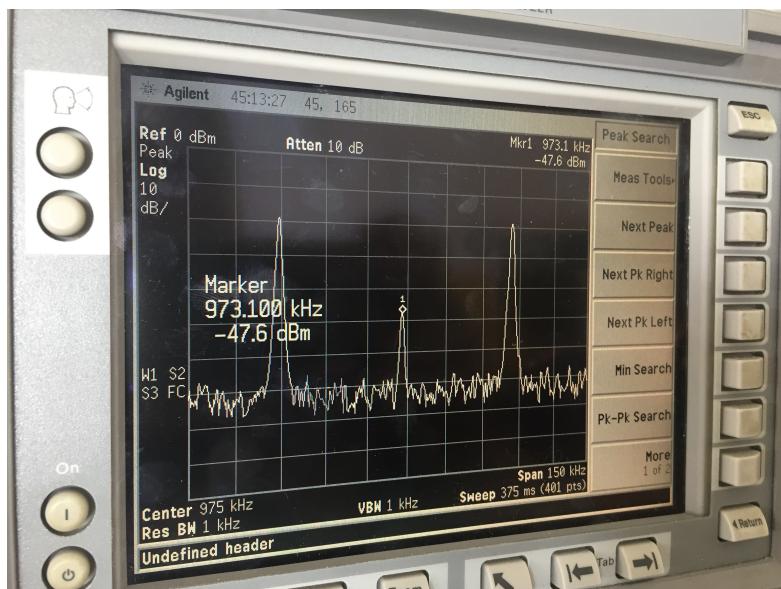


Abbildung 30: Spektrum der mit dem Ringmodulator amplitudenmodulierten Schwingung mit Markierung vom Peak f_T

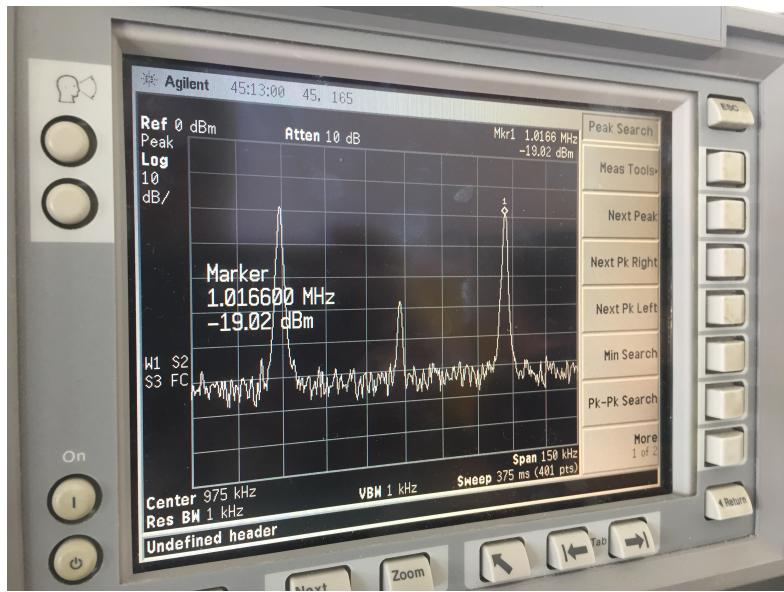


Abbildung 31: Spektrum der mit dem Ringmodulator amplitudenmodulierten Schwingung mit Markierung vom Peak $f_T + f_M$

f / MHz	U / V	$\Delta\phi$
0,102	-0,155	0,16
0,299	-0,136	0,47
0,599	-0,075	0,94
1,0	0,012	1,57
1,33	0,077	2,09
1,675	0,136	2,63
2,0	0,175	3,14
2,515	0,108	3,95
3,015	0,004	4,74
3,5	-0,093	5,5
3,985	-0,166	6,26
4,495	-0,126	7,06
4,995	-0,028	7,85
5,5	0,075	8,64
5,98	0,153	9,39

Tabelle 1: Die Werte für die aufgenommenen Frequenzen und Spannungen sowie die berechnete Phasenverschiebung. Die Unsicherheiten sind $\Delta f = 0,005 \text{ MHz}$, $\Delta U = 0,001 \text{ V}$ und $\Delta\phi = 0,001$.

A.1. Kopie der Originaldaten

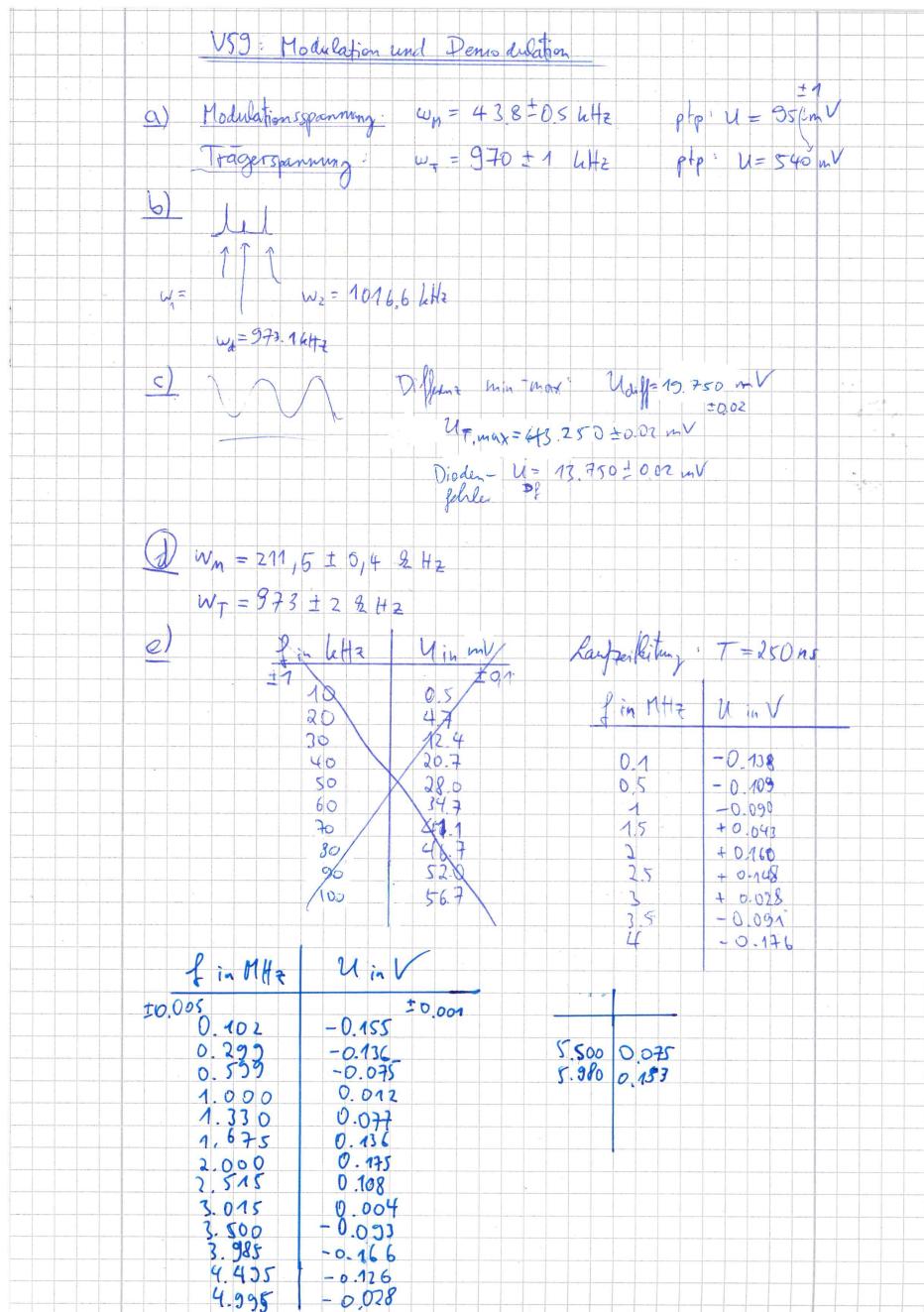


Abbildung 32: Kopie der Messdaten.