

V 57

Elektrische Schwankungserscheinungen

Timo Gräßer
timo.graesser@udo.edu

Jasper Karl Lammering
jasper.lammering@udo.edu

Durchführung: 11.6.18

Abgabe: 26.6.18

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

| | |
|---|-----------|
| 1. Theorie | 3 |
| 1.1. Fehlerrechnung | 3 |
| 1.2. Einleitung | 3 |
| 1.3. Verschiedene Rauschphänomene | 3 |
| 1.4. Stationäre und Ergodische Schwankungserscheinungen | 4 |
| 1.5. Das Thermische Rauschen und die Nyquist-Beziehung | 5 |
| 1.6. Das Schrotrauschen und die Schottky-Beziehung | 6 |
| 1.7. 1/f-Rauschen und der Funkel-Effekt | 8 |
| 1.8. Versuchsaufbauten zur Ausmessung des thermischen Widerstandsrauschen | 9 |
| 2. Durchführung | 11 |
| 3. Auswertung | 13 |
| 3.1. Thermisches Rauschen eines Widerstands | 13 |
| 3.2. Untersuchung einer Hochvakuumdiode mit Reinmetallkathode | 19 |
| 3.3. Untersuchung einer Röhre mit Oxydkathode | 22 |
| 4. Diskussion | 23 |
| 4.1. Thermisches Rauschen eines Widerstands | 23 |
| 4.2. Untersuchung einer Hochvakuumdiode mit Reinmetallkathode | 24 |
| 4.3. Untersuchung der Röhre mit Oxydkathode | 24 |
| Literatur | 24 |
| A. Anhang | 24 |
| B. Kopie der Originaldaten | 33 |

1. Theorie

1.1. Fehlerrechnung

Für die Fehlerfortpflanzung bei Gleichungen mit N fehlerbehafteten Größen wird jeweils die Formel zur Gaußschen Fehlerfortpflanzung

$$\sigma = \sqrt{\sum_{i=1}^N \left(\frac{\partial f(x_i)}{\partial x_i} \sigma_i \right)^2}$$

mit der jeweiligen Funktion $f(x_i)$, den Messgrößen x_i und den zugehörigen Fehlern σ_i verwendet. Zur Berechnung des arithmetischen Mittels von N Messwerten wird jeweils die Formel

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i$$

mit den Messwerten x_i benutzt. Die Standardabweichung des Mittelwerts wird jeweils mit der Gleichung

$$\bar{\sigma} = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}$$

mit den N Messwerten x_i berechnet.

1.2. Einleitung

Auf mikroskopischer Skala sind die Ladungsdichte ρ und die Stromdichte \vec{j} in einem Leiter schwankende Größen. Das ist darin begründet, dass die Elementarladung diskontinuierlich ist und somit nicht den ganzen Raum gleichmäßig füllt und sich außerdem die Ladungsträger ungeordnet bewegen. Dies hat zur Folge, dass mit empfindlichen Messgeräten statistische Schwankungen, das sogenannte Rauschen, in der Spannung U und der Stromstärke I in einem Schaltkreis detektierbar sind. Im Folgenden werden unterschiedliche Formen des Rauschens vorgestellt und im Anschluss daran experimentell untersucht.

1.3. Verschiedene Rauschphänomene

Unter dem thermischen Rauschen versteht man das Spannungsrauschen an einem ohmschen Widerstand. Durch ungeordnete Bewegung der Elektronen bei endlicher Temperatur entstehen stellenweise Ladungsüberschüsse und dadurch messbare Potentialdifferenzen. Ein typischer Spannungsverlauf ist in Abbildung 1 skizziert.

Das sogenannte Stromrauschen tritt beispielsweise auf, wenn Elektronen aus Festkörperoberflächen emittiert werden. Dabei wird zwischen zwei Effekten, die für das Rauschen verantwortlich sind, unterschieden.

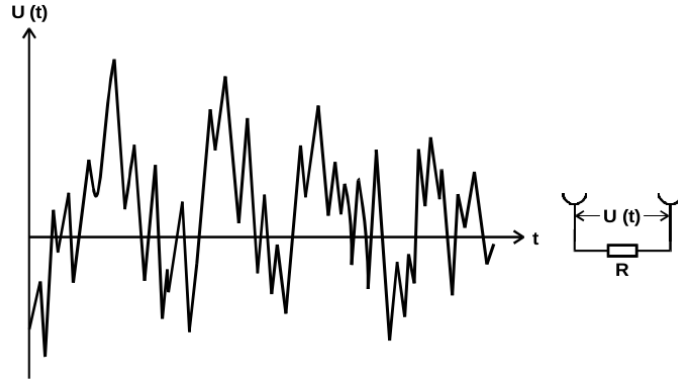


Abbildung 1: Ein typischer Spannungsverlauf, der an den Enden eines ohmschen Widerstandes beobachtet werden kann [fig:thermtyp].

In einer Diode beispielsweise entsteht ein Stromrauschen, da die an der Kathode emittierten Elektronen in unregelmäßigen Abständen auf die Anode treffen. Die Abweichungen in der Stromstärke sind zwar klein, können aber mit geeigneten Messgeräten sichtbar gemacht werden. Das unregelmäßige Auftreffen der Elektronen auf die Anode ist vergleichbar mit dem Auftreffen von Schrotkörnern auf eine Metallplatte, weshalb dieses Phänomen Schrot-Effekt genannt wird.

Der Funkel-Effekt beschreibt ein Stromrauschen, welches entsteht, wenn die Austrittsarbeit an der Kathode zeitabhängig ist. Dies spielt vor allem bei Oxydkathoden eine große Rolle und soll in diesem Versuch ebenso wie der Schroteffekt untersucht werden.

1.4. Stationäre und Ergodische Schwankungserscheinungen

Um einen Rauschprozess zu quantifizieren ist es nicht zweckmäßig den genauen Verlauf von Schwankungen zu untersuchen, da zumindest die im vorangegangenen Abschnitt vorgestellten Rauschphänomene stochastische, zum Teil indeterministische, Prozesse sind. Stattdessen werden geeignete Mittelwerte von Rauschströmen bzw. -spannungen untersucht. Der zeitliche Mittelwert einer Rauschspannung verschwindet i.A., wenn diverse Parameter, zum Beispiel die Temperatur, konstant gehalten werden. Der quadratische Mittelwert

$$\overline{U^2}(\tau) = \frac{1}{\tau} \int_0^\tau U^2(t) dt \quad (1)$$

hingegen ist i.A. nicht Null und beinhaltet Informationen über den Rauschprozess im Zeitintervall $[0, \tau]$. Wenn dieser Wert unabhängig von der Wahl des Zeitintervalls ist, also alle Parameter, die Einfluss auf das Rauschen haben, konstant gehalten werden, wird die Schwankungserscheinung als stationär bezeichnet. Das sogenannte Scharmittel

$$\langle U^2(t_0) \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N U_i^2(t_0) \quad (2)$$

ergibt sich über Mittelung mehrerer identischer Rauschquellen zum selben Zeitpunkt t_0 . Sind Scharmittel und Zeitmittel gleich, so wird die Schwankungserscheinung als ergodisch bezeichnet. Das ist zum Beispiel beim thermischen Widerstandsrauschen oder beim Schroteffekt der Fall, wenn sämtliche Parameter wie die Temperatur oder der mittlere Diodenstrom konstant gehalten werden.

Da die vorgestellten Schwankungserscheinungen, wie bereits erwähnt, mikroskopischer Natur sind, lassen sich mittels verschiedener Messungen mikroskopische Größen bestimmen. So soll in diesem Versuch die Elementarladung e_0 und die Boltzmannsche Konstante k_B experimentell durch eine Rauschmessung bestimmt werden. Dazu werden zunächst theoretische Zusammenhänge für die erwähnten Rauschprozesse hergeleitet.

1.5. Das Thermische Rauschen und die Nyquist-Beziehung

Aus einem Gedankenexperiment einer verlustlosen Doppelleitung, die durch zwei Widerstände kurzgeschlossen wird, und diverser Annahmen aus der statistischen Thermodynamik kann eine Beziehung zwischen dem quadratischen Rauschspannungsmittelwert $\overline{U^2}$ und der Temperatur T hergeleitet werden. Diese sogenannte Nyquist-Beziehung lautet

$$\overline{U^2} = 4k_B \cdot T \cdot R \cdot \Delta\nu. \quad (3)$$

Dabei ist R der Widerstand der Rauschquelle und $\Delta\nu$ das Frequenzintervall der Rauschspannung. Da $\overline{U^2}$ nicht dispersiv ist, sondern nur von der Breite des Frequenzintervalls abhängig ist, wird das Rauschen des Widerstands auch weißes Rauschen genannt. Es ist zu beachten, dass diese Gleichung nur in einem Frequenzbereich von unter $6 \cdot 10^{11}$ Hz gilt, wie in Abbildung 2 dargestellt, darüber ist $\overline{U^2}$ dispersiv. Bei Zimmertemperatur gilt jedoch die Relation $h\nu \ll k_B T$ und damit auch die Nyquist-Beziehung.

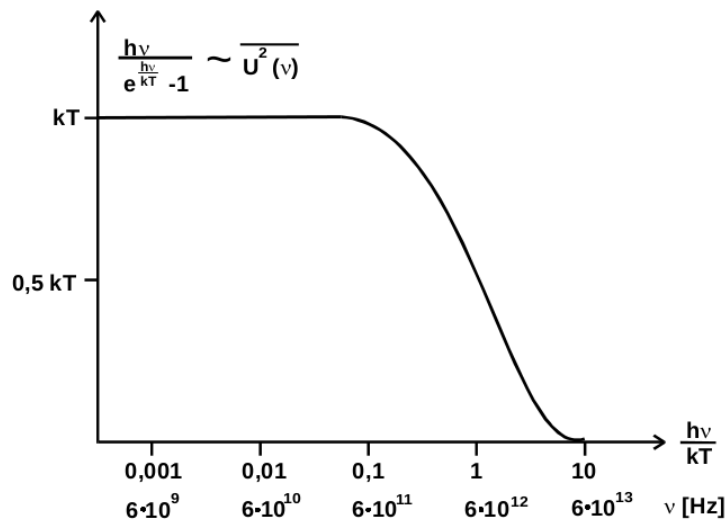


Abbildung 2: Frequenzabhängigkeit des quadratischen Rauschspannungsmittelwerts beim thermischen Widerstandsrauschen [1].

Des Weiteren muss beachtet werden, dass ein realer Widerstand immer eine endliche Eigenkapazität besitzt. Das Ersatzschaltbild dazu ist in Abbildung 3 zu sehen. Über die Maschenregel folgt das effektive, messbare Spannungsrauschen

$$\overline{U_{RC}^2} = \overline{U_R^2} \cdot \frac{1}{1 + (2\pi\nu_m RC)^2}, \quad (4)$$

wobei ν_m hier der Mittelwert des betrachteten Frequenzintervalls $\Delta\nu$ ist.

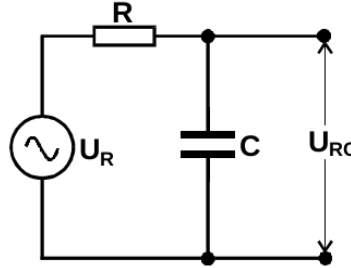


Abbildung 3: Ersatzschaltbild des realen Widerstandes mit einem idealen ohmschen Widerstand R und einer idealen Kapazität C [1].

1.6. Das Schrotrauschen und die Schottky-Beziehung

Zur Messung des Schrotrauschens einer Reinmetallkathode eignet sich die in Abbildung 4 skizzierte Versuchsanordnung. Die Anodenspannung sollte dabei so hoch gewählt sein, dass die Diode im Sättigungsbereich arbeitet, damit alle an der Kathode emittierten Elektronen die Anode erreichen. Der gesamte Anodenstrom lässt sich aufspalten in

$$I_{\text{ges}}(t) = I_0 + I(t), \quad (5)$$

wobei I_0 der mittlere Anoden(gleich)strom und $I(t)$ der Rauschstrom ist, dessen Mittelwert Null ist. Um eine Beziehung für das mittlere Rauschstromquadrat $\overline{I^2}$ herzuleiten, werden folgende Annahmen gemacht:

1. Die Elektronen werden unabhängig voneinander an der Kathode emittiert.
2. Die Bewegung der Elektronen auf dem Weg zu Anode wird nicht durch andere Elektronen beeinflusst und ist bei allen Elektronen annähernd äquivalent.
→ Sättigungsbereich
3. Die Elektronen starten mit $v \approx 0$.
4. Es entstehen keine Sekundärelektronen an der Anode.

Das zum Zeitpunkt t_n emittierte Elektron induziert durch Influenzwirkung einen Strom

$$I_n(t) = e_0 f(t - t_n) \quad (6)$$

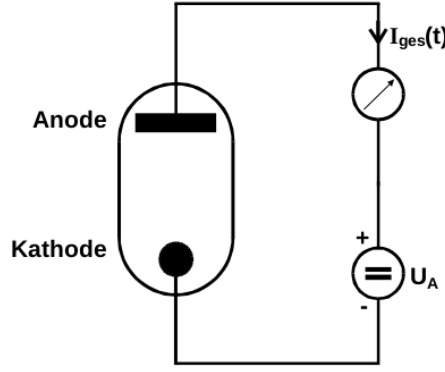


Abbildung 4: Schaltbild der Reinmetalldiode zur Ausmessung des Schrotrauschens [1].

in der Anode. Die Funktion $f(t - t_n)$ beschreibt dabei die Form des Stromimpulses und ist nur im Flugzeitintervall τ von Null verschieden. Der gesamte Anodenstrom ergibt sich durch Summation gemäß

$$I_{\text{ges}}(t) = e_0 \sum_n f(t - t_n). \quad (7)$$

Durch Ausnutzen des Campbellschen Theorems und der Parsevalidentität folgt die spektrale Verteilungsfunktion des Schrotrauschens

$$W_{\text{Schrot}}(\nu) = 2e_0 I_0 |F(\nu)|^2. \quad (8)$$

Dabei ist $F(\nu)$ die Fouriertransformierte eines Einzelstromimpulses $f(t)$. Im Niederfrequenzbereich

$$\nu \ll \frac{1}{2\pi\tau}, \quad (9)$$

also wenn die Emissionsperiodendauer der Elektronen wesentlich größer als die Flugzeit $\tau \approx 3 \text{ ns}$ der Elektronen ist, gilt

$$F(\nu) \approx 1. \quad (10)$$

Insgesamt ergibt sich in diesem Bereich

$$\overline{I^2} = 2e_0 I_0 \Delta\nu. \quad (11)$$

Diese Relation wird auch Schottky-Beziehung genannt und stellt ebenfalls ein weißes Rauschen dar, da $\overline{I^2}$ nicht dispersiv ist. Die Voraussetzungen 3. und 4. sind im betrachteten Niederfrequenzbereich nicht relevant, da spürbare Effekte durch endliche Anfangsgeschwindigkeiten und Sekundärelektronen erst bei Frequenzen im ausgeschlossenen Bereich $\nu \approx 1/2\pi\tau$ auftreten. Es ist jedoch essentiell wichtig, dass die Diode im Sättigungsbereich betrieben wird. Ansonsten wird das Rauschen effektiv abgeschwächt, da dichter bzw. weniger dicht beieinander emittierte Elektronen eine Raumladung erzeugen, die der Dichteschwankung entgegenwirkt. Es ist daher zu erwarten, dass $\overline{I^2}$ in diesem Bereich kleiner als durch die Schottky-Beziehung vorausgesagt ist.

1.7. 1/f-Rauschen und der Funkel-Effekt

Durch Generations-Rekombinations-Prozesse von Ladungsträgern in Oxid-Halbleiter-Grenzschichten entstehen Rauschströme, deren spektrale Leistungsdichte in bestimmten Frequenzbereichen proportional zur reziproken Frequenz ist. Allgemein lässt sich herleiten, dass die spektrale Leistungsdichte für das sogenannte Generations-Rekombinations-Rauschen

$$W_\tau(\nu) = \text{const} \frac{\tau}{1 + (2\pi\nu\tau)^2} \quad (12)$$

ist, wobei τ die Relaxationszeitkonstante für einen Generations-Rekombinations-Prozess ist. Für $\nu \ll 1/\tau$ ist $W_\tau(\nu)$ nicht dispersiv, es liegt also weißes Rauschen vor. Sobald $\nu \propto 1/\tau$ fällt die spektrale Leistungsdichte ab, wie auch den gestrichelten Linien in Abbildung 5 entnehmbar ist. Wenn die Relaxationszeit variabel ist, wie es in der Realität auch der Fall ist, dann ist dieser Abfall der Leistungsdichte proportional zur reziproken Frequenz und es liegt ein 1/f-Rauschen vor.

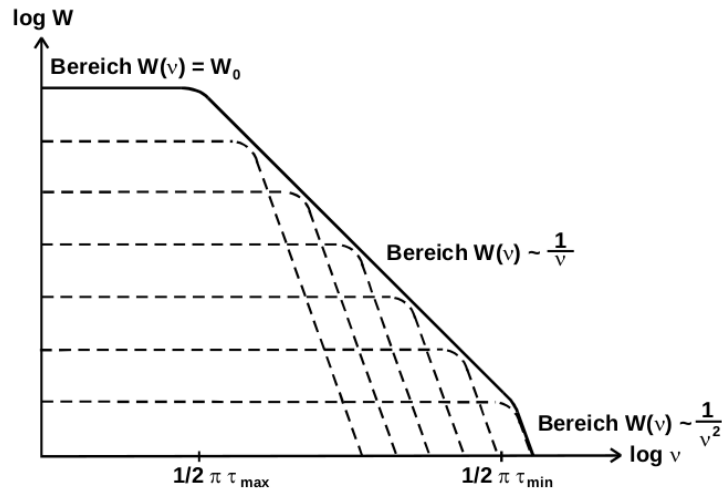


Abbildung 5: Schematischer Verlauf der spektralen Leistungsdichte beim Generations-Rekombinations-Rauschen. Die gestrichelten Linien beschreiben den Verlauf bei fester Relaxationszeit τ . Liegt τ variabel in einem Intervall $[\tau_{\min}, \tau_{\max}]$ so ergibt sich ein 1/f-Rauschen, hier dargestellt durch die durchgezogene Linie [1].

Nimmt man für die Relaxationszeit τ einen exponentiellen Zusammenhang

$$\tau(E) = \tau_0 \exp\left(\frac{E}{k_B T}\right) \quad (13)$$

zur Aktivierungsenergie E eines Generations-Rekombinations-Prozesses an, so ergibt sich die spektrale Leistungsdichte

$$W(\nu) = \frac{\text{const} k_B T}{\nu} \{ \arctan(2\pi\nu\tau_{\min}) - \arctan(2\pi\nu\tau_{\max}) \}. \quad (14)$$

Die Werte τ_{\min} bzw. τ_{\max} beschränken die Relaxationszeit auf ein Intervall, wie auch die Aktivierungsenergie auf ein Intervall $[E_{\min}, E_{\max}]$ beschränkt ist. Es können nun anhand der Grenzfälle

$$\arctan(x) \rightarrow x \quad \text{für} \quad x \rightarrow 0 \quad (15)$$

$$\arctan(x) \rightarrow \frac{\pi}{2} \quad \text{für} \quad x \rightarrow \infty \quad (16)$$

qualitativ drei Frequenzbereiche unterschieden werden:

1. Für $2\pi\nu\tau \ll 1$ resultiert keine Frequenzabhängigkeit und daher weißes Rauschen.
2. Für $2\pi\nu\tau_{\min} \ll 1$ und $2\pi\nu\tau_{\max} \gg 1$ resultiert

$$W(\nu) = \frac{\text{const} k_B T \pi}{\nu} \quad (17)$$

und daher 1/f-Rauschen.

3. Für $2\pi\nu\tau \gg 1$ resultiert eine $1/\nu^2$ -Abhängigkeit.

Ein 1/f-Rauschen entsteht beispielsweise an einer Oxid-Metall-Kathode durch eine sich zeitlich ändernde Austrittsarbeit, was wie bereits erwähnt als Funkel-Effekt bezeichnet wird. Dieses Rauschen überlagert sich mit dem weißen Schrotrauschen, das im vorangegangenen Kapitel behandelt wurde. Abhängig vom Diodenstrommittelwert I_0 ergibt sich für das Frequenzspektrum des Rauschens durch den Funkeleffekt

$$W_{\text{Funkel}}(\nu) = \frac{\text{const} I_0^2}{\nu^\alpha}, \quad (18)$$

wobei $\alpha \approx 1$.

1.8. Versuchsaufbauten zur Ausmessung des thermischen Widerstandsrauschen

In Abbildung 6 ist das Blockschaltbild eines einfachen Rauschspektrometers skizziert.

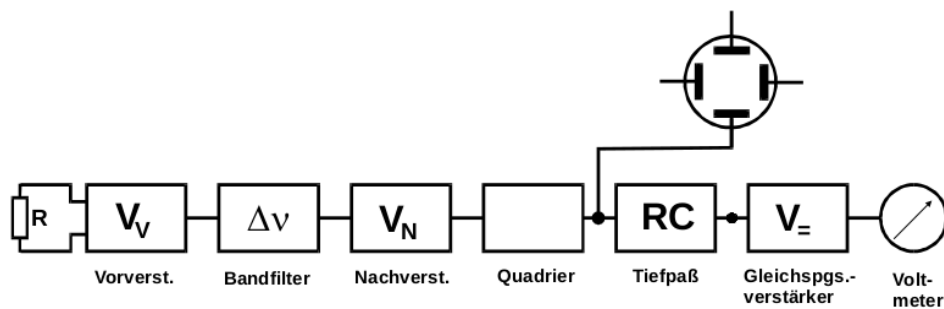


Abbildung 6: Blockschaltbild eines einfachen Rauschspektrometers [1].

Die Amplituden der Rauschspannungssignale am Widerstand R werden zunächst im Vorverstärker mit dem Faktor V_V linear verstärkt und daraufhin am Bandfilter diejenigen Frequenzen herausgefiltert, die außerhalb des Frequenzintervalls $\Delta\nu$ liegen. Die übrigen Signale werden im Nachverstärker um den Faktor V_N nachverstärkt und an einen Quadrierer weitergegeben, welcher aus den eintreffenden Spannungssignalen das Signal $V_V^2 V_N^2 U_R^2(t)$ bildet. Dieses läuft anschließend in einen Tiefpass, wo der Gleichspannungsanteil herausgefiltert wird, und kann, nachdem es in einem Gleichspannungsverstärker mit $V_=$ verstärkt wird, am Voltmeter gemessen werden. Im Idealfall wird also die Größe

$$U_A^2 = V_= V_V^2 V_N^2 \overline{U_R^2} = V_= V_V^2 V_N^2 \Delta\nu 4k_B T R \quad (19)$$

gemessen. Dabei ist $V_V^2 V_N^2 \Delta\nu$ eine Apparaturkonstante, die durch eine Eichmessung bestimmt werden kann, sodass zuletzt die Boltzmannkonstante k_B bestimmt werden kann. Gleichung (19) gilt jedoch nur im Falle idealer Apparaturen. In der Realität produzieren alle Bauteile Rauschspannungen, die sich mit der des Widerstands überlagern und das Ergebnis verfälschen. Das fällt vor allem beim Vorverstärker ins Gewicht, da dessen Eigenrauschen insgesamt am stärksten nachverstärkt wird. Indem ein Nullwiderstand, anstatt des ohmschen Widerstandes R am Eingang des Rauschspektrometers angeschlossen wird, kann eine Abschätzung des Apparatureigenrauschens gemacht werden und falls nötig Messwerte um einen Offset korrigiert werden. Dazu ist ein Ersatzschaltbild für einen Verstärker mit Eigenrauschen in Abbildung 7 dargestellt.

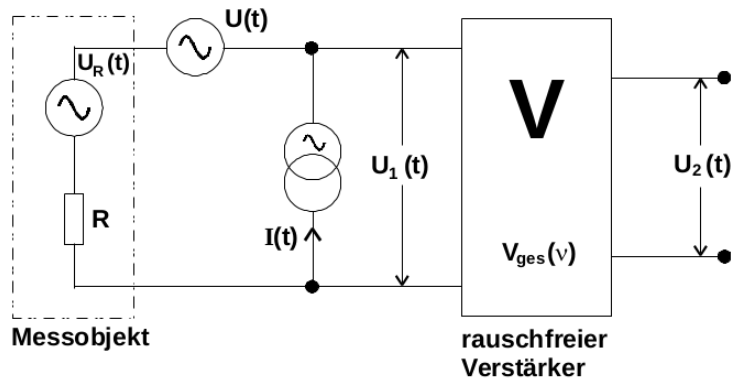


Abbildung 7: Ersatzschaltbild eines Verstärkers mit Eigenrauschen [1].

Nimmt man gemäß der Abbildung die Spannung

$$U_1(t) = U_R(t) + U(t) + I(t) \quad (20)$$

am Eingang des Vorverstärkers an, so ergibt sich am Ausgang des Rauschspektrometers

$$U_A^2 = V_{\text{ges}}^2 \overline{U_R^2} + V_{\text{ges}}^2 \left(R^2 \overline{I^2} + 2R \overline{UI} + \overline{U^2} \right) \approx V_{\text{ges}}^2 \overline{U_R^2} + V_{\text{ges}}^2 \overline{U^2}, \quad (21)$$

wobei die Näherung für die im Versuch vorliegenden Vorverstärker mit MOS-Feldeffekttransistoren gerechtfertigt ist. Die Messung des Verstärkerrauschterms $V_{\text{ges}}^2 \overline{U^2}$ erfolgt, wie bereits erwähnt, durch Kurzschließen des Rauschspektrometereingangs.

Für Verstärkerrauschspannungen $|U| \gg |U_R|$ wird das im vorangegangenen Teil beschriebene Verfahren ungenau und es eignet sich anstatt dessen die in Abbildung 8 dargestellte, sogenannte Korrelatorschaltung.

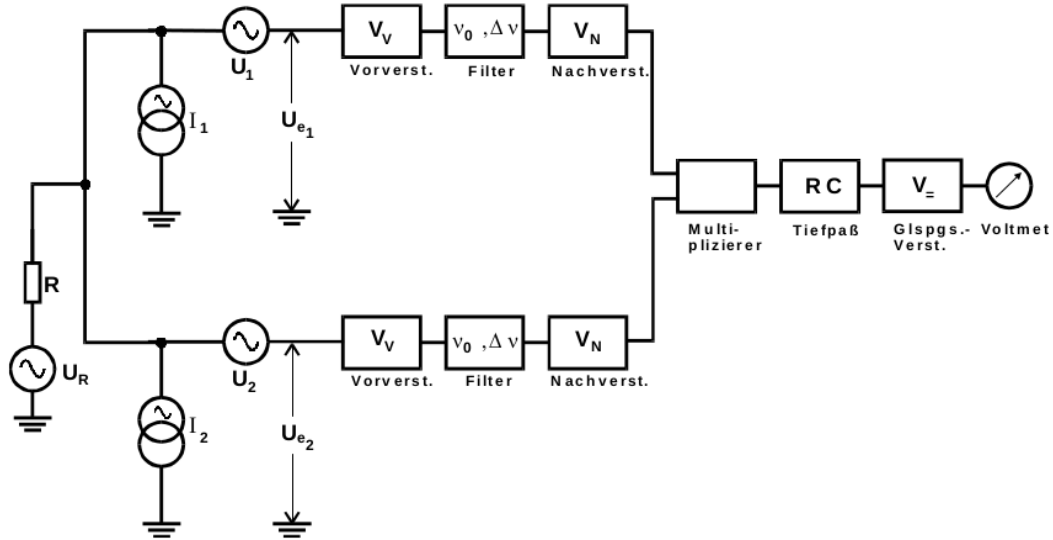


Abbildung 8: Blockschaltbild der Korrelatorschaltung zur Ausmessung des thermischen Widerstandsrauschens [1].

Bei dieser Schaltung ergibt sich die Ausgangsspannung zu

$$U_{A,\text{kor}}^2 = V_{\text{ges}}^2 \left\{ \overline{U_R^2} + R (\overline{U_1 I_1} + \overline{U_2 I_2}) + R^2 (\overline{I_1^2} + \overline{I_2^2}) \right\} \approx V_{\text{ges}}^2 \overline{U_R^2}, \quad (22)$$

sofern erneut Vorverstärker mit MOS-Feldeffekttransistoren verwendet werden. Das Verstärkerrauschen ist also näherungsweise Null, obwohl mit dieser Schaltung dieselbe Verstärkung erreicht werden kann.

Mit Hilfe der Rauschzahl

$$F(\nu_0, Z) = \frac{\overline{U_A^2}(Z)}{4k_B T \Delta \nu V_{\text{ges}}^2 \cdot \text{Re}(Z)} \quad (23)$$

können Aussagen über das Eigenrauschen und damit über die Qualität eines Verstärkers abhängig von der Lage ν_0 des Durchlassbereichs und dem Wellenwiderstand Z des angeschlossenen Rauschelements gemacht werden. Der niedrigste und gleichzeitig optimalste Wert für die Rauschzahl ist $F = 1$.

[1]

2. Durchführung

- a) Im ersten Teil dieses Versuchs wird das thermische Widerstandsrauschen an einem einfachen Spektrometer untersucht, um die Rauschzahl des Spektrometers und die

Boltzmannkonstante k_B zu bestimmen. Dazu wird die Schaltung in Abbildung 6 aufgebaut. Der Frequenzbereich am Bandfilter sollte dabei so gewählt sein, dass die Frequenzen 50 Hz und 150 Hz nicht im Durchlassbereich liegen, da sonst große Störspannungen entstehen. Der obere Randwert für die Wahl des Frequenzbereichs sollte eine Frequenz von 500 kHz nicht überschreiten. Die Verstärkung des Vorverstärkers ist konstant bei $V_V = 1000$ und die der anderen Verstärkerbauteile kann manuell eingestellt werden.

Es wird zunächst mittels einer Eichmessung die Größe

$$A = \int_0^{\nu_{\max}} V_V V_V^2(\nu) V_N^2(\nu) d\nu \quad (24)$$

bestimmt. Dazu wird an den Eingang des Spektrometers ein (rauschfreier) Abschwächer mit dem Verstärkungsfaktor $V_A = 1/1000$ und dahinter ein Sinusgenerator angeschlossen. Daraufhin wird die Ausgangsspannung am Voltmeter in Abhängigkeit von der Frequenz aufgenommen.

Für die eigentliche Messung werden zwei zu untersuchende variable Widerstände mit unterschiedlichen Widerstandsbereichen an das Rauschspektrometer angeschlossen und die Ausgangsspannung U_A^2 in Abhängigkeit von R aufgenommen. Aus der Messreihe kann gemäß der vorgestellten theoretischen Grundlagen die Rauschzahl des Spektrometers und die Boltzmannkonstante k_B ermittelt werden.

- b) Die im vorangegangenen Abschnitt vorgestellte Durchführung wird nun für das Rauschspektrometer nach dem Korrelatorprinzip wiederholt. Dabei wird anstatt des Bandfilters bei beiden Kanälen jeweils ein Selektivverstärker verwendet und die Eichmessung wiederholt. Dieser hat die Durchlasskurve

$$U_A^2 = \frac{1}{Q^2} \cdot \frac{1}{\eta^2 + \frac{1}{\eta^2} + \frac{1}{Q^2} - 2} \cdot U_E^2, \quad (25)$$

wobei $Q = 10$ die Güte am Selektivverstärker, $\eta = \nu/\nu_0$ und ν_0 die Mittenfrequenz ist.

- c) Als nächstes wird das Schrotrauschen einer Hochvakuumdiode mit Reinmetallkathode untersucht, um die Elementarladung e_0 zu bestimmen. Zunächst werden einige Kennlinien des Anodenstroms I_0 in Abhängigkeit der Anodenspannung U_{An} bei konstantem Heizstrom aufgenommen, da die Diode für diese Messung im Sättigungsbereich arbeiten soll und dieser erst ermittelt werden muss. Zwar treten die Schwankungen des Schrotrauschens im Strom statt, jedoch besitzt die Diode einen Arbeitswiderstand, an dem letztendlich eine Spannung $U(t) = RI(t)$ abfällt. Da diese wesentlich größer als die zuvor untersuchten thermischen Rauschspannungen ist und damit das Verstärkerrauschen kaum eine Rolle spielt, genügt es, das einfache Spektrometer aus Abbildung 6 anzuschließen um das verstärkte Spannungsquadrat in Abhängigkeit von der Mittenfrequenz aufzunehmen.

- d) Außerdem wird das Frequenzspektrum $W(\nu)$ des Schrotrauschens einer Hochvakuumdiode mit Reinmetallkathode aufgenommen. Dazu wird derselbe Versuchsaufbau wie in c) benutzt, mit der Änderung, dass das Bandfilter gegen einen Selektivverstärker ausgetauscht wird. Dabei ist zu beachten, dass die Mittenfrequenz ν_0 und der Durchlassbereich $\Delta\nu$ korreliert sind. Bei der Messung der Ausgangsspannung in Abhängigkeit der Mittenfrequenz muss bei niedrigen Frequenzen $\nu_0 < 500 \text{ Hz}$ die Zeitkonstante am RC-Tiefpass justiert werden. Außerdem sollte der Anodenstrom unter 4 mA liegen um Störspannungen gering zu halten.
- e) Im letzten Teil dieses Experiments wird das Frequenzspektrum $W(\nu)$ einer Hochvakuumdiode mit Oxidmetallkathode aufgenommen. Dazu wird erneut das einfache Rauschspektrometer verwendet. Für hohe Frequenzen zwischen 100 kHz und 500 kHz wird dabei das Bandfilter und für Frequenzen darunter bis 10 Hz der Selektivverstärker verwendet. Die Diode mit Oxidmetallkathode wird nicht im Sättigungsbereich betrieben, sodass die Frequenzspektren der Aufgabenteile d) und e) nur qualitativ verglichen werden können.

3. Auswertung

3.1. Thermisches Rauschen eines Widerstands

Einfache Schaltung Benutzt wird hier die Schaltung aus Abbildung 6, die hier als einfache Schaltung bezeichnet wird. Um aus dem thermischen Rauschen eines Widerstands die Boltzmann Konstante k zu bestimmen, muss zunächst eine Eichmessung durchgeführt werden. Mit den Werten aus Tabelle 3 ergibt sich normiert auf die Amplitude und die Nachverstärkung V_N die Durchlasskurve aus Abbildung 9. Es werden folgende Einstellungsparameter gewählt:

$$U_{\text{Amplitude}} = 200 \text{ mV} \quad \Delta\nu_{\text{Bandfilter}} = 1 - 50 \text{ kHz} \quad V_- = 10 \quad V_V = 1000 \quad V_N = 1.$$

Außerdem wird ein Abschwächer mit $V_{\text{Abschwächung}} = 1/1000$ vorgeschaltet. Die Vorverstärkung und die Gleichspannungsverstärkung werden nicht rausgerechnet, da sie in der folgenden Messung gleich bleiben. Das Integral der Kurve aus Abbildung 9 ergibt, berechnet mit der Simpsonregel, die Apparatekonstante:

$$A = 495\,496\,239\,571 \text{ Hz.} \quad (26)$$

Damit kann nun die Boltzmann Konstante berechnet werden. Mit den Widerständen R_1 und R_2 wurden die Werte aus den Tabellen 5 und 6 aufgenommen. Die Vorverstärkung, Gleichspannungsverstärkung und der Filterbereich des Bandfilters werden gleichgelassen. Die Temperatur ist $T = (23 \pm 2)^\circ\text{C}$. Aus den Werten von $\overline{U_a^2}$ normiert auf die Nachverstärkung ergeben sich die Graphen in den Abbildungen 10 und 11. Ein linearer Fit nach

$$\overline{U_a^2} = mR \quad (27)$$

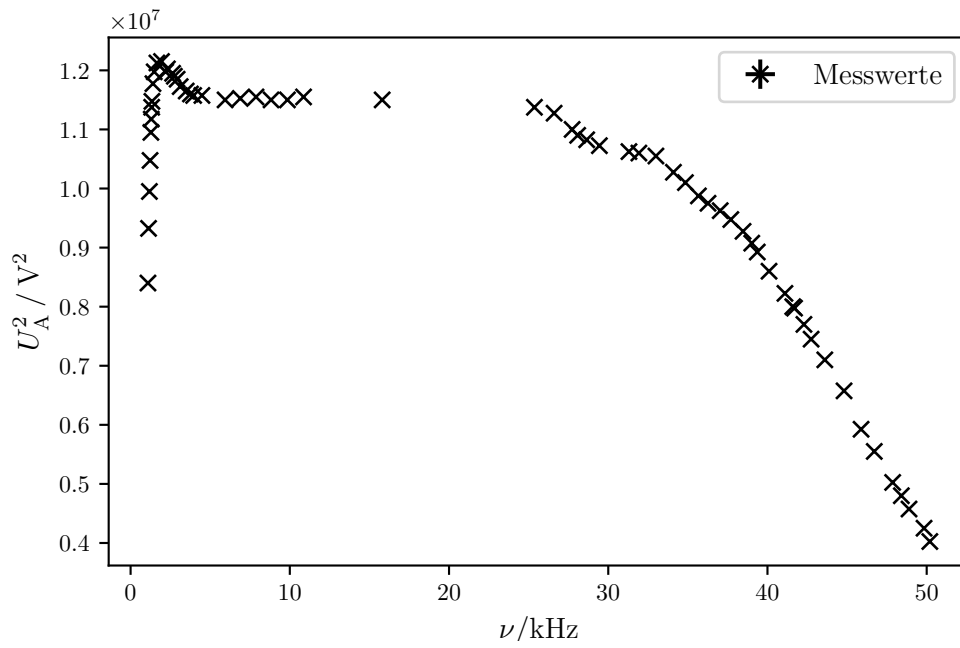


Abbildung 9: Durchlasskurve der Apparatur nach einfacher Schaltung aus Abbildung 6.

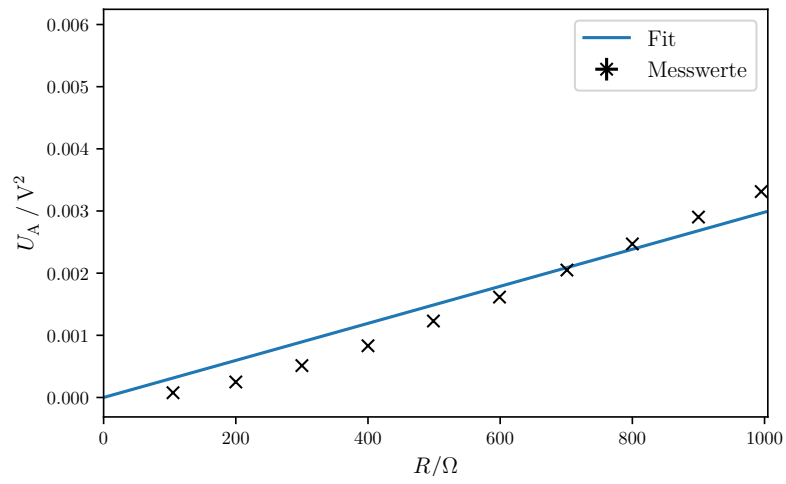


Abbildung 10: Plot der Ausgangsspannung normiert auf die Nachverstärkung in Abhängigkeit vom Wert des Widerstands R_1 .

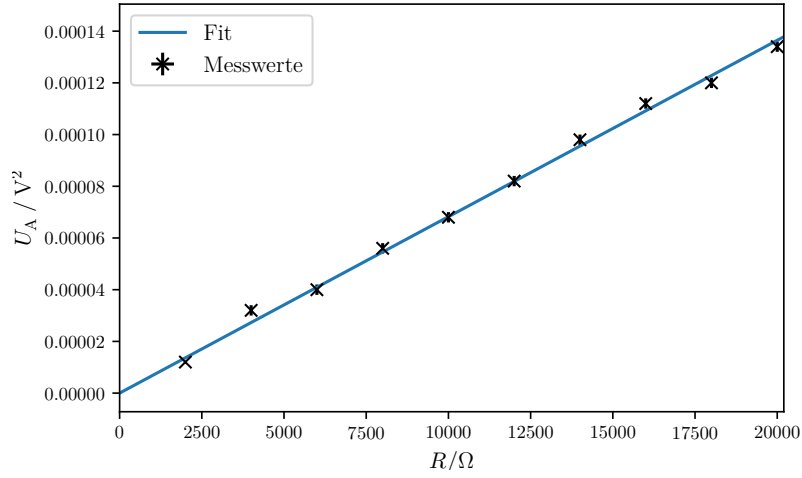


Abbildung 11: Plot der Ausgangsspannung normiert auf die Nachverstärkung in Abhängigkeit vom Wert des Widerstands R_2 .

ergibt für R_1 :

$$m_1 = (3,0 \pm 0,1) \cdot 10^{-6} \text{ Hz J} \quad (28)$$

und für R_2 :

$$m_2 = (6,82 \pm 0,06) \cdot 10^{-9} \text{ Hz J} \quad (29)$$

Aus Formel (3) ergibt sich für die Boltzmann Konstante:

für R_1 :

$$k_{1,B} = \frac{m_1}{4AT} = (5,1 \pm 0,3) \cdot 10^{-21} \text{ J K}^{-1}$$

mit der Abweichung vom Theoriewert:

$$\Delta_{k_{1,B}} = (3,7 \pm 0,2) \cdot 10^4 \%$$

und für R_2 :

$$k_{2,B} = \frac{m_2}{4AT} = (1,16 \pm 0,01) \cdot 10^{-23} \text{ J K}^{-1}.$$

$$\Delta_{k_{2,B}} = (15 \pm 1) \%$$

Zuletzt wird die Schaltung noch mit einem 0Ω Widerstand kurzgeschlossen. Dabei ergeben sich die Messwerte aus Tabelle 1.

| V_N | $\overline{U_a^2} / \text{mV}^2$ |
|-------|----------------------------------|
| 1 | -4 |
| 2 | -4 |
| 5 | -4 |
| 10 | -4 |
| 20 | -4 |
| 50 | -4 |
| 100 | -4 |
| 200 | 9 |
| 500 | 80 |
| 1000 | 315 |

Tabelle 1: Amplituden der einfachen kurzgeschlossenen Schaltung.

Korrelatorschaltung Jetzt wird eine Schaltung nach Abbildung 8 aufgebaut; im Folgenden Korrelatorschaltung genannt. Zur Eichung wird erneut eine Durchlasskurve aufgenommen. Die eingestellten Parameter sind:

$$U_{\text{Amplitude}} = 500 \text{ mV} \quad \nu_m = 5 \text{ kHz} \quad V_- = 10 \quad V_V = 1000.$$

Den beiden Eingängen der Vorverstärker wird jeweils ein Abschwächer mit $V_{\text{Abschwächung}} = 1/1000$ vorgeschaltet. Die Messwerte für die Eichmessung sind in Tabelle 4 eingetragen. Diese Werte, normiert auf die Amplitude und die Nachverstärkung, sind als Durchlasskurve in Abbildung 12 gezeigt. Die Vorverstärkung und die Gleichspannungsverstärkung werden nicht rausgerechnet, da sie in der folgenden Messung gleich bleiben. Das Integral der Kurve aus Abbildung 12 ergibt, berechnet mit der Simpsonregel, die Apparatekonstante:

$$A = 7\,389\,018\,051 \text{ Hz.} \quad (30)$$

Damit kann nun die Boltzmann Konstante berechnet werden. Mit den Widerständen R_1 und R_2 wurden die Werte aus den Tabellen 7 und 8 aufgenommen. Die Vorverstärkung, Gleichspannungsverstärkung und die Mittenfrequenz der Selektionsverstärker werden gleichgelassen. Die Temperatur ist $T = (20 \pm 2)^\circ\text{C}$. Aus den Werten von $\overline{U_a^2}$, normiert auf die Nachverstärkung sowie die hier eingestellte Verstärkung des Selektionsverstärkers $V_S = 10$, ergeben sich die Graphen in den Abbildungen 13 und 14. Ein linearer Fit nach

$$\overline{U_a^2} = mR \quad (31)$$

ergibt für R_1 :

$$m_1 = (1,10 \pm 0,01) \cdot 10^{-10} \text{ Hz J} \quad (32)$$

und für R_2 :

$$m_2 = (1,113 \pm 0,005) \cdot 10^{-10} \text{ Hz J} \quad (33)$$

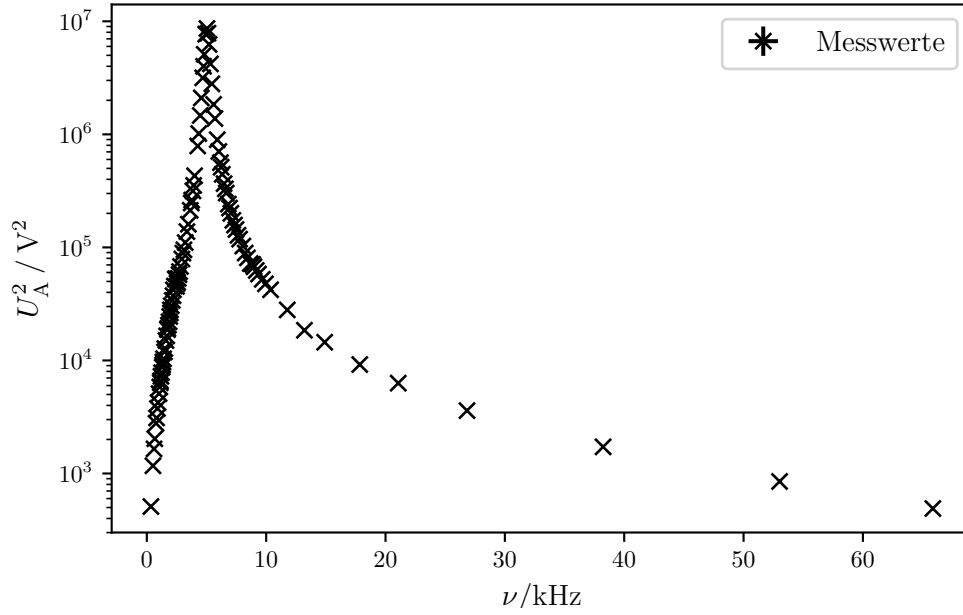


Abbildung 12: Durchlasskurve der Apparatur nach der Korrelatorschaltung aus Abbildung 8.

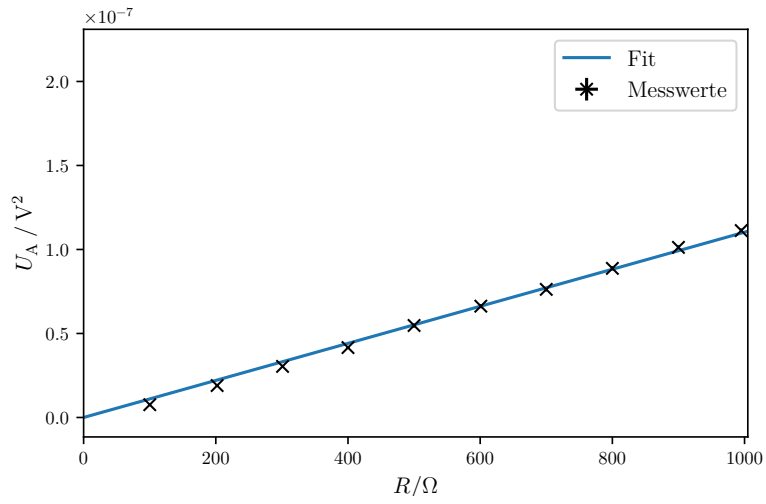


Abbildung 13: Plot der Ausgangsspannung normiert auf die Nachverstärkung in Abhängigkeit vom Wert des Widerstands R_1 .

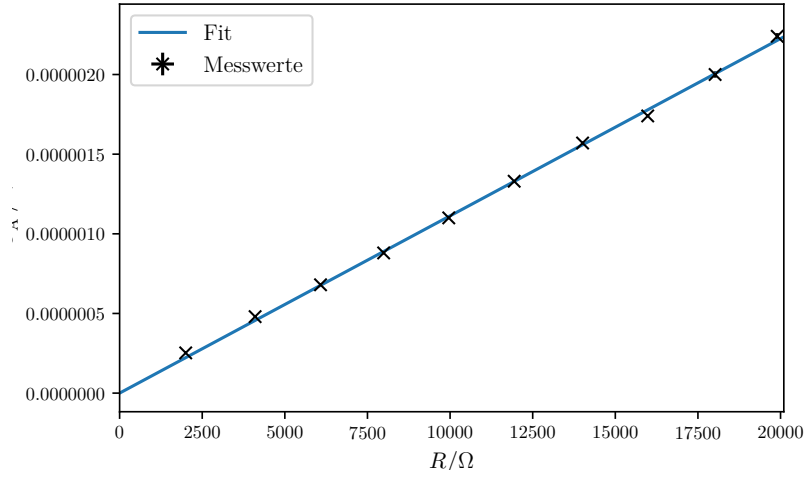


Abbildung 14: Plot der Ausgangsspannung normiert auf die Nachverstärkung in Abhängigkeit vom Wert des Widerstands R_2 .

Aus Formel (3) ergibt sich für die Boltzmann Konstante:

für R_1 :

$$k_{1,B} = \frac{m_1}{4AT} = (1,26 \pm 0,02) \cdot 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$$

$$\Delta_{k_{1,B}} = (9 \pm 1) \%$$

und für R_2 :

$$k_{2,B} = \frac{m_2}{4AT} = (1,27 \pm 0,01) \cdot 10^{-23} \text{ J K}^{-1}.$$

$$\Delta_{k_{2,B}} = (8 \pm 1) \%$$

Zuletzt wird die Schaltung noch mit einem 0Ω Widerstand kurzgeschlossen. Dabei ergeben sich die Messwerte aus Tabelle 2.

| V_N | $\overline{U_a^2} / \text{mV}^2$ |
|-------|----------------------------------|
| 50 | −5 |
| 100 | −9 |
| 200 | −26 |
| 500 | −140 |
| 1000 | −390 |

Tabelle 2: Amplituden der kurzgeschlossenen Korrelatorschaltung.

Rauschzahl Jetzt kann für die Korrelatorschaltung noch die Rauschzahl bei $R = 500 \Omega$ bestimmt werden. Da $\nu_m = 5 \text{ kHz}$ gewählt wird, ist $\Delta\nu = 700,7 \text{ Hz}$. Die Temperatur ist erneut $T = (20 \pm 2)^\circ\text{C}$. Die Verstärkungsfaktoren sind:

$$V_N = 200 \quad V_S = 10 \quad V_- = 10 \quad V_V = 1000.$$

Damit ergibt sich mit dem Messwert aus Tabelle 7 und der Formel (23) die Rauschzahl

$$F = 0,98 \pm 0,05. \quad (34)$$

3.2. Untersuchung einer Hochvakuumdiode mit Reinmetallkathode

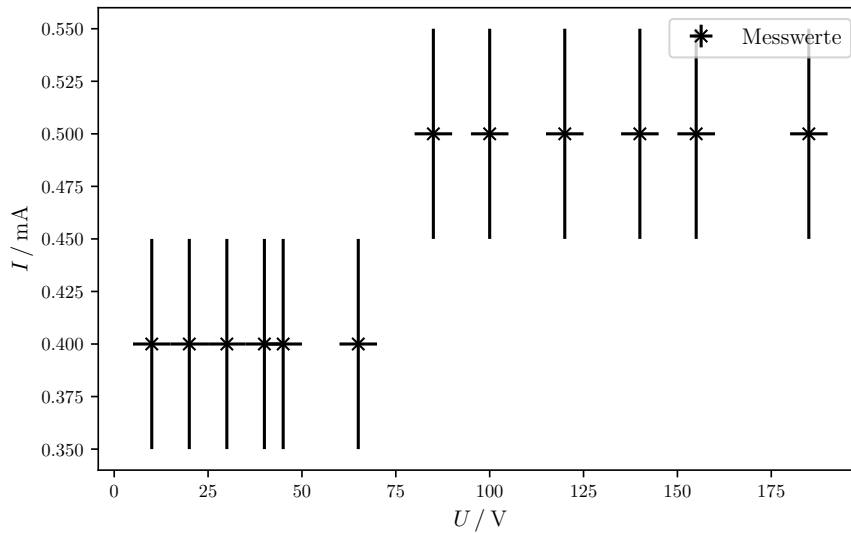


Abbildung 15: Die Kennlinie der Hochvakuumdiode mit Reinmetallkathode bei einem Heizstrom von $I_{\text{heiz}} = 0,9 \text{ A}$.

Kennlinien In den Abbildungen 15, 16 und 17 sind die Kennlinien der Diode mit Reinmetallkathode bei verschiedenen Heizströmen gezeigt. So kann abgeschätzt werden, ab welcher Anodenspannung sich die Diode im Sättigungsbereich befindet. Die Werte zu den Abbildungen finden sich in den Tabellen 9, 10 und 11. In den folgenden Untersuchungen an dieser Diode wird der Heizstrom $I_{\text{heiz}} = 0,9 \text{ A}$ bei einer Anodenspannung von $U_{\text{anode}} = 140 \text{ V}$ und einem Anodenstrom von $I_{\text{anode}} = 0,5 \text{ mA}$ gewählt.

Bestimmung der Elementarladung Zur Bestimmung der Elementarladung wird bei der Diode der Anodenstrom variiert und dann die Rauschspannung abgelesen. Es galten folgende Parameter:

$$\begin{aligned} \nu_m &= 340 \text{ kHz} & R_i &= (4680 \pm 1) \Omega & V_- &= 10 & V_V &= 1000 \\ U_{\text{anode}} &= 140 \text{ V} & I_{\text{heiz}} &= 0,9 \text{ A}. \end{aligned}$$

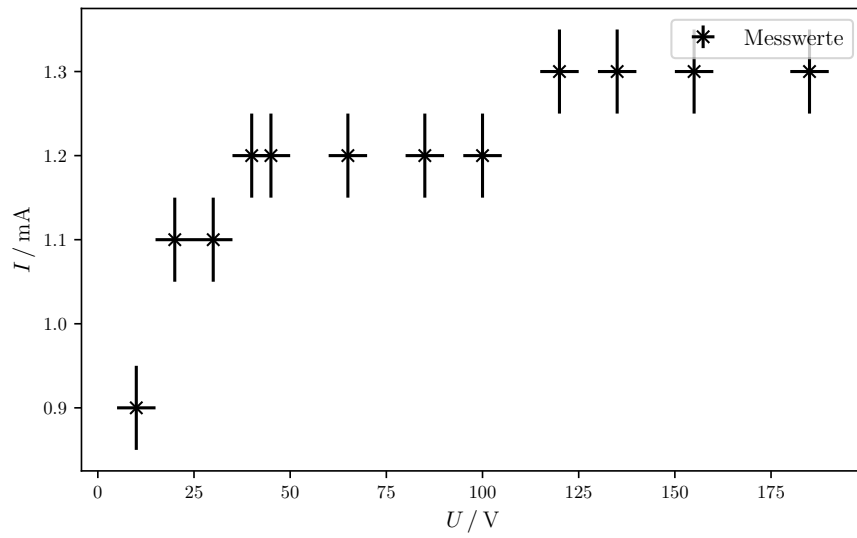


Abbildung 16: Die Kennlinie der Hochvakuumdiode mit Reinmetallkathode bei einem Heizstrom von $I_{\text{heiz}} = 0.95 \text{ A}$.

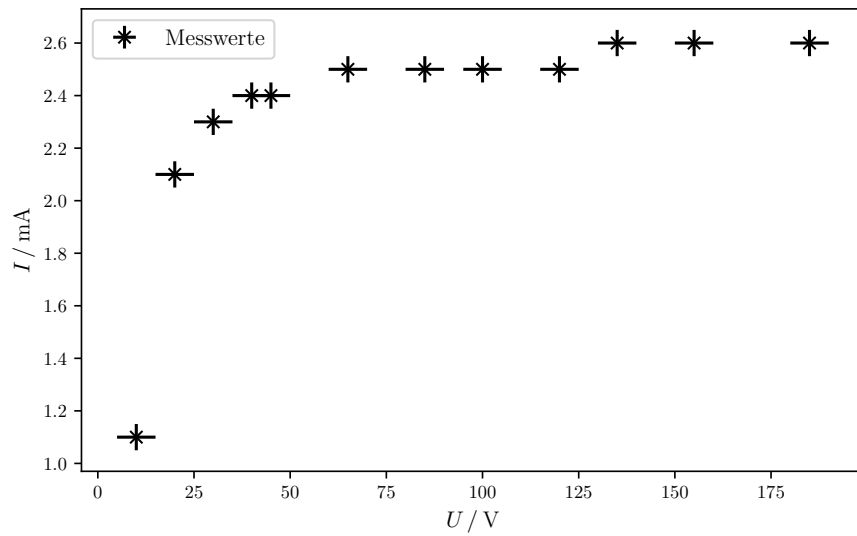


Abbildung 17: Die Kennlinie der Hochvakuumdiode mit Reinmetallkathode bei einem Heizstrom von $I_{\text{heiz}} = 1 \text{ A}$.

Die aufgenommenen Werte sind in Tabelle 12 zu finden. Nachdem alle Verstärkungen rausgerechnet sind und U_a^2 nach

$$I_a^2 = \frac{U_a^2}{R_1^2} \quad (35)$$

in den Rauschstrom umgerechnet ist, werden die Werte in Abbildung 18 gezeigt. Hier

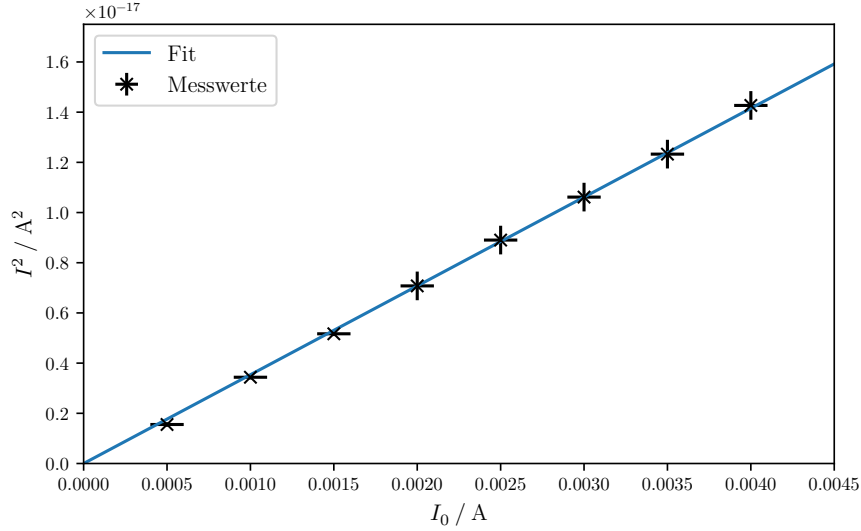


Abbildung 18: Plot der Werte für die Bestimmung der Elementarladung.

wird nach

$$I_a^2 = m I_0 \quad (36)$$

eine lineare Ausgleichsrechnung durchgeführt. Dies ergibt:

$$m = (3,54 \pm 0,02) \cdot 10^{-15} \text{ C Hz}$$

im Vergleich mit (11) ergibt sich:

$$e_0 = (7,3 \pm 0,1) \cdot 10^{-20} \text{ C}.$$

Die Abweichung zum Theoriewert beträgt:

$$\Delta_{e_0} = (54,7 \pm 0,8) \, \%.$$

Rauschspektrum Die Werte für das Rauschspektrum der Reinmetallkathode sind in Tabelle 13 zu sehen. Außerdem sind die Parameter so gewählt:

$$V_V = 1000 \quad V_- = 10 \quad I_0 = 0,9 \text{ mA} \quad R = 2200 \, \Omega \quad I_{\text{heiz}} = 0,9 \text{ A} \quad U_{\text{anode}} = 140 \text{ V}.$$

Für die Frequenzen von 100 bis 0,02 kHz wird ein Selektivverstärker verwendet. Bei diesem wird $V_S = 1$ und $Q = 10$ gewählt.

Mit dem Frequenzspektrum

$$W(\nu) = \frac{U_a^2}{R^2 \Delta \nu} \quad (37)$$

und nach rausrechnen aller Verstärkungen ergibt sich das Rauschspektrum aus Abbildung

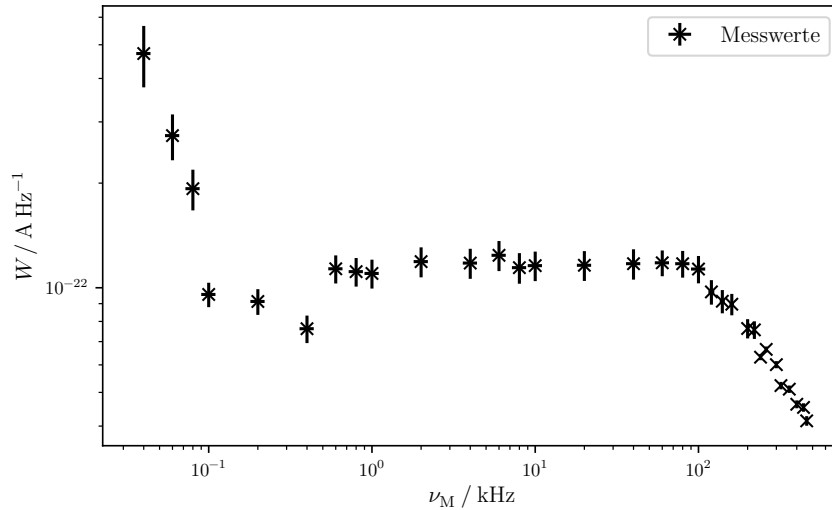


Abbildung 19: Das Rauschspektrum der Hochvakuumdiode mit Reinmetallkathode.

3.3. Untersuchung einer Röhre mit Oxydkathode

Nun wird eine Röhre mit Oxydkathode verwendet. Die Parameter lauten hier:

$$V_- = 10 \quad V_+ = 1000 \quad R = 2200 \, \Omega \quad I_0 = 0,9 \, \text{A}.$$

Die Messergebnisse sind in Tabelle 14 zu finden. Dann wird das Rauschspektrum so wie im Kapitel zuvor bestimmt und in Abbildung 20 gezeigt. Da das Schrotrauschen frequenzunabhängig ist, werden Werte die diesen Ursprung haben als konstant angenommen. So wird abgeschätzt, dass alle Werte der Frequenz $\nu > 2 \, \text{Hz}$ größtenteils alleinig durch das Schrotrauschen bestimmt werden und bei den restlichen diesem zusätzlich der Funkel-Effekt überlagert ist.

Ein nach Fehlerbalken gewichteter Fit nach der Funktion

$$W_F(\nu) = C \frac{1}{\nu^\alpha}$$

ergibt folgende Ergebnisse:

$$C = (1,4 \pm 0,1) \cdot 10^{-21} \, \text{A}^2 \, \text{Hz}^{\alpha-1} \quad \alpha = 0,84 \pm 0,07.$$

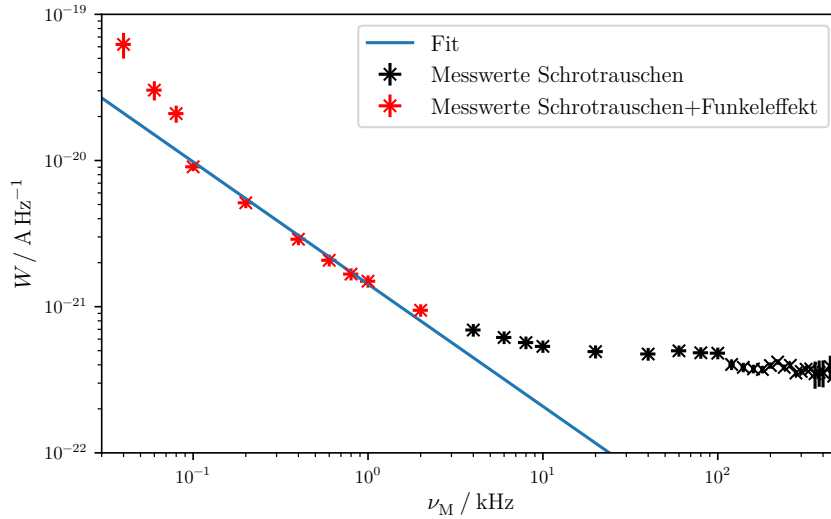


Abbildung 20: Das Rauschspektrum der Röhre mit Oxydkathode.

Die Abweichung vom erwarteten Wert $\alpha = 1$ beträgt

$$\Delta_{\alpha} = (16 \pm 7) \%.$$

4. Diskussion

4.1. Thermisches Rauschen eines Widerstands

Die Durchlasskurve des Bandfilters hat die erwartete Gestalt, da sie in dem eingestellten Fenster von $\Delta\nu = 1 - 50$ kHz das meiste Signal durchlässt und Frequenzen außerhalb unterdrückt. Die aus der Messung mit den Widerständen bestimmte Boltzmann-Konstante ergibt nur für R_2 einen annehmbaren Wert. Der Wert, der mit R_1 bestimmt wurde weicht um zwei Größenordnungen ab und legt so nahe, dass hier möglicherweise ungünstig gemessen wurde. Das Kurzschließen der Schaltung zeigt, dass das Verstärkerrauschen erst bei hohen Verstärkungen eine Rolle spielt.

Auch die Durchlasskurve des Selektivverstärkers sieht wie erwartet aus. Er verstärkt die eingestellt Mittenfrequenz $\nu_m = 5$ kHz um mehrere Größenordnungen stärker als Frequenzen, die größer oder kleiner sind. Die bestimmten Boltzmann-Konstanten zeigen Abweichungen vom Theoriewert von weniger als 10 %. Dies unterstreicht auch die Überlegenheit der Korrelatorschaltung gegenüber der einfachen Schaltung. Durch Kurzschließen der Schaltung zeigt sich erneut das Verhalten, dass Verstärkerrauschen erst bei großen Verstärkungen wichtig wird. Eine Fehlerquelle bei beiden Schaltungen ist die teils stark schwankende Anzeige der Rauschspannung.

Die Rauschzahl ist nah an der günstigsten Zahl von $F = 1$. Dies ist konsistent mit dem niedrigen Rauschen in Tabelle 2 bei $V_N = 200$.

4.2. Untersuchung einer Hochvakuumdiode mit Reinmetallkathode

Die Kennlinien für verschiedene Heizströme zeigen unterschiedliches Verhalten. Für $I_{\text{heiz}} = 0,95 \text{ A}$ und $I_{\text{heiz}} = 1 \text{ A}$ zeigt sich ein Ansteigen und das asymptotische Annähern an einen konstanten Plateauwert bei steigender Anodenspannung. Bei dem später verwendeten $I_{\text{heiz}} = 0,9 \text{ A}$ ist der Anodenstrom relativ konstant über den gesamten Bereich der Anodenspannung. Deshalb ist davon auszugehen, dass man sich hier bereits anfangs im Sättigungsbereich befindet.

Die Elementarladung konnte nur mit großer Abweichung bestimmt werden. Die Messung hätte mit einem höheren Heizstrom vermutlich verbessert werden können, da dann insgesamt ein stärkeres Signal vorliegt und so kleine Abweichungen eine kleinere Rolle spielen.

4.3. Untersuchung der Röhre mit Oxydkathode

Die Abschätzung bei welchen Werten der Funkeffekt eine Rolle spielt ist hier eine Fehlerquelle. Der Exponent des Funkeffekts kann mit relativ kleiner Abweichung bestimmt werden.

Literatur

- [1] Physikalisches Praktikum TU Dortmund. *Elektrische Schwankungserscheinungen*. 2018. URL: <http://129.217.224.2/HOMEPAGE/PHYSIKER/MASTER/SKRIPT/V57.pdf>.

A. Anhang

| ν / kHz | $\overline{U_a^2} / \text{V}^2$ | ν / kHz | $\overline{U_a^2} / \text{V}^2$ |
|--------------------|---------------------------------|--------------------|---------------------------------|
| 1,127 | 0,373 | 27,732 | 0,44 |
| 1,09 | 0,336 | 28,078 | 0,436 |
| 1,181 | 0,398 | 28,645 | 0,433 |
| 1,223 | 0,419 | 29,443 | 0,429 |
| 1,274 | 0,438 | 31,3 | 0,425 |
| 1,298 | 0,447 | 31,923 | 0,424 |
| 1,324 | 0,455 | 32,993 | 0,422 |
| 1,34 | 0,459 | 34,093 | 0,411 |
| 1,404 | 0,471 | 34,846 | 0,404 |
| 1,484 | 0,479 | 35,663 | 0,395 |
| 1,653 | 0,485 | 36,265 | 0,39 |
| 1,942 | 0,486 | 37,033 | 0,385 |
| 2,2 | 0,479 | 37,698 | 0,379 |
| 2,312 | 0,481 | 38,466 | 0,371 |
| 2,638 | 0,478 | 39,012 | 0,363 |
| 2,749 | 0,476 | 39,36 | 0,357 |
| 2,924 | 0,474 | 40,098 | 0,344 |
| 3,115 | 0,469 | 41,097 | 0,329 |
| 3,493 | 0,466 | 41,588 | 0,32 |
| 3,76 | 0,464 | 41,7 | 0,319 |
| 3,959 | 0,463 | 42,29 | 0,308 |
| 4,48 | 0,463 | 42,741 | 0,298 |
| 5,935 | 0,46 | 43,6 | 0,284 |
| 6,89 | 0,461 | 44,81 | 0,263 |
| 7,876 | 0,462 | 45,879 | 0,237 |
| 8,823 | 0,46 | 46,708 | 0,222 |
| 9,85 | 0,46 | 47,862 | 0,201 |
| 10,862 | 0,462 | 48,408 | 0,192 |
| 15,801 | 0,46 | 48,89 | 0,183 |
| 25,363 | 0,455 | 49,835 | 0,17 |
| 26,6 | 0,451 | 50,196 | 0,161 |

Tabelle 3: Messwerte der Durchlasskurve für die einfache Schaltung.

| ν / kHz | $\overline{U_a^2}$ / V ² | V_N | ν / kHz | $\overline{U_a^2}$ / V ² | V_N | ν / kHz | $\overline{U_a^2}$ / V ² | V_N |
|-------------|-------------------------------------|-------|-------------|-------------------------------------|-------|-------------|-------------------------------------|-------|
| 0,342 | 0,051 | 20 | 2,487 | 4,52 | 20 | 6,033 | 4,41 | 5 |
| 0,512 | 0,117 | 20 | 2,539 | 4,81 | 20 | 6,17 | 3,51 | 5 |
| 0,604 | 0,165 | 20 | 2,569 | 4,93 | 20 | 6,231 | 3,2 | 5 |
| 0,667 | 0,203 | 20 | 2,633 | 5,32 | 20 | 6,32 | 2,77 | 5 |
| 0,773 | 0,278 | 20 | 2,696 | 5,74 | 20 | 6,474 | 2,29 | 5 |
| 0,814 | 0,31 | 20 | 2,744 | 6,11 | 20 | 6,58 | 2,06 | 5 |
| 0,89 | 0,376 | 20 | 2,821 | 6,78 | 20 | 6,651 | 1,89 | 5 |
| 0,942 | 0,424 | 20 | 2,936 | 7,9 | 20 | 6,827 | 6,04 | 10 |
| 1,023 | 0,509 | 20 | 3,021 | 8,9 | 20 | 6,928 | 5,57 | 10 |
| 1,086 | 0,582 | 20 | 3,108 | 2,38 | 10 | 7,042 | 5,01 | 10 |
| 1,126 | 0,635 | 20 | 3,217 | 2,76 | 10 | 7,208 | 4,34 | 10 |
| 1,141 | 0,66 | 20 | 3,358 | 3,45 | 10 | 7,349 | 3,94 | 10 |
| 1,184 | 0,724 | 20 | 3,478 | 4,01 | 10 | 7,472 | 3,6 | 10 |
| 1,232 | 0,779 | 20 | 3,637 | 5,32 | 10 | 7,64 | 3,2 | 10 |
| 1,294 | 0,872 | 20 | 3,722 | 6,18 | 10 | 7,776 | 2,96 | 10 |
| 1,321 | 0,915 | 20 | 3,757 | 6,55 | 10 | 8,044 | 2,57 | 10 |
| 1,349 | 0,969 | 20 | 3,86 | 7,9 | 10 | 8,245 | 2,23 | 10 |
| 1,401 | 1,035 | 20 | 3,924 | 8,84 | 10 | 8,433 | 2,02 | 10 |
| 1,481 | 1,19 | 20 | 4,001 | 2,69 | 5 | 8,664 | 1,8 | 10 |
| 1,506 | 1,275 | 20 | 4,264 | 4,93 | 5 | 8,87 | 7,07 | 20 |
| 1,606 | 1,5 | 20 | 4,349 | 6,35 | 5 | 8,98 | 6,74 | 20 |
| 1,664 | 1,65 | 20 | 4,475 | 9,18 | 5 | 9,167 | 6,25 | 20 |
| 1,73 | 1,875 | 20 | 4,568 | 2,1 | 2 | 9,357 | 5,81 | 20 |
| 1,754 | 1,92 | 20 | 4,683 | 3,16 | 2 | 9,671 | 5,22 | 20 |
| 1,81 | 2,05 | 20 | 4,75 | 4,0 | 2 | 9,939 | 4,76 | 20 |
| 1,863 | 2,2 | 20 | 4,811 | 5,1 | 2 | 10,37 | 4,22 | 20 |
| 1,92 | 2,45 | 20 | 4,933 | 7,7 | 2 | 11,769 | 2,8 | 20 |
| 1,972 | 2,63 | 20 | 5,038 | 8,64 | 2 | 13,206 | 1,85 | 20 |
| 1,978 | 2,8 | 20 | 5,12 | 7,85 | 2 | 14,901 | 1,45 | 20 |
| 2,046 | 3,05 | 20 | 5,215 | 6,25 | 2 | 17,841 | 0,92 | 20 |
| 2,129 | 3,4 | 20 | 5,33 | 4,2 | 2 | 21,065 | 0,63 | 20 |
| 2,196 | 3,74 | 20 | 5,446 | 2,8 | 2 | 26,828 | 0,36 | 20 |
| 2,225 | 4,22 | 20 | 5,596 | 1,84 | 2 | 38,231 | 0,172 | 20 |
| 2,304 | 4,55 | 20 | 5,706 | 1,38 | 2 | 53,018 | 0,085 | 20 |
| 2,383 | 5,25 | 20 | 5,901 | 5,6 | 5 | 65,861 | 0,049 | 20 |
| 2,438 | 5,3 | 20 | | | | | | |

Tabelle 4: Messwerte der Durchlasskurve für die Korrelatorschaltung.

| R / Ω | $\overline{U_a^2} / V^2$ | V_N |
|--------------|--------------------------|-------|
| 105 | 0,191 | 50 |
| 200 | 0,623 | 50 |
| 300 | 1,282 | 50 |
| 400 | 2,08 | 50 |
| 499 | 0,492 | 20 |
| 599 | 0,646 | 20 |
| 701 | 0,82 | 20 |
| 800 | 0,988 | 20 |
| 900 | 1,161 | 20 |
| 995 | 1,325 | 20 |

Tabelle 5: Messwerte vom thermischen Rauschen des Widerstands R_1 bei einfacher Schaltung.

| $R / k\Omega$ | $\overline{U_a^2} / V^2$ | V_N |
|---------------|--------------------------|-------|
| 2 | 0,12 | 100 |
| 4 | 0,08 | 50 |
| 6 | 0,1 | 50 |
| 8 | 0,14 | 50 |
| 10 | 0,17 | 50 |
| 12 | 0,205 | 50 |
| 14 | 0,245 | 50 |
| 16 | 0,28 | 50 |
| 18 | 0,3 | 50 |
| 20 | 0,335 | 50 |

Tabelle 6: Messwerte vom thermischen Rauschen des Widerstands R_2 bei einfacher Schaltung.

| R / Ω | $\overline{U_a^2} / V^2$ | V_N |
|--------------|--------------------------|-------|
| 100,1 | 0,19 | 500 |
| 202 | 0,475 | 500 |
| 301 | 0,76 | 500 |
| 400 | 1,04 | 500 |
| 500 | 0,219 | 200 |
| 601 | 0,265 | 200 |
| 700 | 0,305 | 200 |
| 800 | 0,355 | 200 |
| 900 | 0,405 | 200 |
| 995 | 0,445 | 200 |

Tabelle 7: Messwerte vom thermischen Rauschen des Widerstands R_1 mit Korrelatorschaltung.

| $R / k\Omega$ | $\overline{U_a^2} / V^2$ | V_N |
|---------------|--------------------------|-------|
| 2,0 | 1,01 | 200 |
| 4,1 | 1,92 | 200 |
| 6,08 | 0,68 | 100 |
| 7,99 | 0,88 | 100 |
| 9,96 | 1,1 | 100 |
| 11,94 | 1,33 | 100 |
| 14,01 | 1,57 | 100 |
| 15,98 | 1,74 | 100 |
| 18,02 | 0,5 | 50 |
| 19,9 | 0,56 | 50 |

Tabelle 8: Messwerte vom thermischen Rauschen des Widerstands R_2 mit Korrelatorschaltung.

| $I_{\text{anode}} / \text{mA}$ | $\overline{U}_{\text{anode}} / \text{V}$ |
|--------------------------------|--|
| 0,4 | 10 |
| 0,4 | 20 |
| 0,4 | 30 |
| 0,4 | 40 |
| 0,4 | 45 |
| 0,4 | 65 |
| 0,5 | 85 |
| 0,5 | 100 |
| 0,5 | 120 |
| 0,5 | 140 |
| 0,5 | 155 |
| 0,5 | 185 |

Tabelle 9: Messwerte der Kennlinie der Hochvakuumdiode mit Reinmetallkathode bei $I_{\text{heiz}} = 0,9 \text{ A}$.

| $I_{\text{anode}} / \text{mA}$ | $\overline{U}_{\text{anode}} / \text{V}$ |
|--------------------------------|--|
| 1,1 | 10 |
| 2,1 | 20 |
| 2,3 | 30 |
| 2,4 | 40 |
| 2,4 | 45 |
| 2,5 | 65 |
| 2,5 | 85 |
| 2,5 | 100 |
| 2,5 | 120 |
| 2,6 | 135 |
| 2,6 | 155 |
| 2,6 | 185 |

Tabelle 10: Messwerte der Kennlinie der Hochvakuumdiode mit Reinmetallkathode bei $I_{\text{heiz}} = 1 \text{ A}$.

| $I_{\text{anode}} / \text{mA}$ | $\overline{U_{\text{anode}}} / \text{V}$ |
|--------------------------------|--|
| 0,9 | 10 |
| 1,1 | 20 |
| 1,1 | 30 |
| 1,2 | 40 |
| 1,2 | 45 |
| 1,2 | 65 |
| 1,2 | 85 |
| 1,2 | 100 |
| 1,3 | 120 |
| 1,3 | 135 |
| 1,3 | 155 |
| 1,3 | 185 |

Tabelle 11: Messwerte der Kennlinie der Hochvakuumdiode mit Reinmetallkathode bei $I_{\text{heiz}} = 0,95 \text{ A}$.

| $I_{\text{anode}} / \text{mA}$ | $\overline{U_{\text{a}}^2} / \text{V}^2$ | V_{N} |
|--------------------------------|--|----------------|
| 0,5 | 0,851 | 50 |
| 1,0 | 1,882 | 50 |
| 1,5 | 2,83 | 50 |
| 2,0 | 0,62 | 20 |
| 2,5 | 0,78 | 20 |
| 3,0 | 0,93 | 20 |
| 3,5 | 1,08 | 20 |
| 4,0 | 1,25 | 20 |

Tabelle 12: Messwerte zur Bestimmung der Elementarladung an der Reinmetallkathode. Die Fehler sind $\sigma_I = 0,1 \text{ mA}$, $\sigma_{U^2} = 0,05 \text{ V}^2$

| ν_m / kHz | Δ_ν / kHz | $\overline{U_a^2} / \text{V}^2$ | V_N |
|----------------------|---------------------------|---------------------------------|-------|
| 460,0 \pm 5,0 | 21,5 \pm 0,4 | 1,95 \pm 0,05 | 100 |
| 440,0 \pm 5,0 | 23,0 \pm 0,4 | 2,28 \pm 0,05 | 100 |
| 400,0 \pm 5,0 | 24,3 \pm 0,4 | 2,46 \pm 0,05 | 100 |
| 360,0 \pm 5,0 | 24,4 \pm 0,4 | 2,73 \pm 0,05 | 100 |
| 320,0 \pm 5,0 | 24,0 \pm 0,4 | 2,75 \pm 0,05 | 100 |
| 300,0 \pm 5,0 | 23,4 \pm 0,4 | 3,08 \pm 0,05 | 100 |
| 260,0 \pm 5,0 | 20,6 \pm 0,2 | 3,0 \pm 0,05 | 100 |
| 240,0 \pm 5,0 | 20,9 \pm 0,2 | 2,89 \pm 0,05 | 100 |
| 220,0 \pm 5,0 | 21,0 \pm 0,2 | 0,87 \pm 0,05 | 50 |
| 200,0 \pm 5,0 | 18,8 \pm 0,0 | 0,786 \pm 0,05 | 50 |
| 160,0 \pm 5,0 | 14,4 \pm 0,0 | 0,707 \pm 0,05 | 50 |
| 140,0 \pm 5,0 | 13,0 \pm 0,0 | 0,651 \pm 0,05 | 50 |
| 120,0 \pm 5,0 | 11,6 \pm 0,0 | 0,618 \pm 0,05 | 50 |
| 100,0 \pm 10,0 | 12,1 \pm 1,09 | 0,75 \pm 0,005 | 50 |
| 80,0 \pm 8,0 | 9,92 \pm 0,872 | 0,637 \pm 0,005 | 50 |
| 60,0 \pm 6,0 | 7,74 \pm 0,654 | 0,5 \pm 0,005 | 50 |
| 40,0 \pm 4,0 | 5,45 \pm 0,54 | 0,35 \pm 0,005 | 50 |
| 20,0 \pm 2,0 | 2,75 \pm 0,27 | 0,699 \pm 0,005 | 100 |
| 10,0 \pm 1,0 | 1,4 \pm 0,135 | 0,355 \pm 0,005 | 100 |
| 8,0 \pm 0,8 | 1,127 \pm 0,112 | 0,282 \pm 0,005 | 100 |
| 6,0 \pm 0,6 | 0,847 \pm 0,084 | 0,92 \pm 0,005 | 200 |
| 4,0 \pm 0,4 | 0,567 \pm 0,056 | 0,585 \pm 0,005 | 200 |
| 2,0 \pm 0,2 | 0,287 \pm 0,028 | 0,299 \pm 0,005 | 200 |
| 1,0 \pm 0,1 | 0,147 \pm 0,014 | 0,885 \pm 0,005 | 500 |
| 0,8 \pm 0,08 | 0,119 \pm 0,0112 | 0,725 \pm 0,005 | 500 |
| 0,6 \pm 0,06 | 0,091 \pm 0,0084 | 0,565 \pm 0,005 | 500 |
| 0,4 \pm 0,04 | 0,063 \pm 0,0056 | 0,263 \pm 0,005 | 500 |
| 0,2 \pm 0,02 | 0,035 \pm 0,0028 | 0,175 \pm 0,005 | 500 |
| 0,1 \pm 0,01 | 0,021 \pm 0,0014 | 0,11 \pm 0,005 | 500 |
| 0,08 \pm 0,008 | 0,009 \pm 0,0012 | 0,38 \pm 0,005 | 1000 |
| 0,06 \pm 0,006 | 0,006 \pm 0,0009 | 0,36 \pm 0,005 | 1000 |
| 0,04 \pm 0,004 | 0,003 \pm 0,0006 | 0,31 \pm 0,005 | 1000 |

Tabelle 13: Messwerte, die für das Rauschspektrum der Hochvakuumdiode mit Reinmetallkathode aufgenommen wurden.

| ν_m / kHz | Δ_ν / kHz | $\overline{U_a^2} / \text{V}^2$ | V_N |
|----------------------|---------------------------|---------------------------------|-------|
| 460,0 \pm 5,0 | 34,3 \pm 0,2 | 0,222 \pm 0,05 | 20 |
| 440,0 \pm 5,0 | 35,2 \pm 0,2 | 0,265 \pm 0,05 | 20 |
| 400,0 \pm 5,0 | 34,8 \pm 0,2 | 0,239 \pm 0,05 | 20 |
| 380,0 \pm 5,0 | 35,6 \pm 0,2 | 0,245 \pm 0,05 | 20 |
| 360,0 \pm 5,0 | 35,2 \pm 0,3 | 0,237 \pm 0,05 | 20 |
| 340,0 \pm 5,0 | 33,5 \pm 0,5 | 1,52 \pm 0,05 | 50 |
| 320,0 \pm 5,0 | 33,0 \pm 0,5 | 1,49 \pm 0,05 | 50 |
| 300,0 \pm 5,0 | 29,5 \pm 0,3 | 1,288 \pm 0,05 | 50 |
| 280,0 \pm 5,0 | 27,5 \pm 0,5 | 1,17 \pm 0,05 | 50 |
| 260,0 \pm 5,0 | 24,5 \pm 0,4 | 1,178 \pm 0,05 | 50 |
| 240,0 \pm 5,0 | 24,8 \pm 0,4 | 1,154 \pm 0,05 | 50 |
| 220,0 \pm 5,0 | 23,6 \pm 0,2 | 1,195 \pm 0,05 | 50 |
| 200,0 \pm 5,0 | 21,5 \pm 0,2 | 1,03 \pm 0,05 | 50 |
| 180,0 \pm 5,0 | 18,5 \pm 0,0 | 0,832 \pm 0,05 | 50 |
| 160,0 \pm 5,0 | 16,3 \pm 0,0 | 0,74 \pm 0,05 | 50 |
| 140,0 \pm 5,0 | 14,4 \pm 0,0 | 0,67 \pm 0,05 | 50 |
| 120,0 \pm 5,0 | 12,2 \pm 0,0 | 0,594 \pm 0,05 | 50 |
| 100,0 \pm 10,0 | 12,55 \pm 1,15 | 0,73 \pm 0,005 | 50 |
| 80,0 \pm 8,0 | 10,25 \pm 0,92 | 0,6 \pm 0,005 | 50 |
| 60,0 \pm 6,0 | 7,95 \pm 0,69 | 0,48 \pm 0,005 | 50 |
| 40,0 \pm 4,0 | 5,45 \pm 0,54 | 0,313 \pm 0,005 | 50 |
| 20,0 \pm 2,0 | 2,75 \pm 0,27 | 0,164 \pm 0,005 | 50 |
| 10,0 \pm 1,0 | 1,4 \pm 0,135 | 1,45 \pm 0,005 | 200 |
| 8,0 \pm 0,8 | 1,127 \pm 0,112 | 1,24 \pm 0,005 | 200 |
| 6,0 \pm 0,6 | 0,847 \pm 0,084 | 1,01 \pm 0,005 | 200 |
| 4,0 \pm 0,4 | 0,567 \pm 0,056 | 0,76 \pm 0,005 | 200 |
| 2,0 \pm 0,2 | 0,287 \pm 0,028 | 0,525 \pm 0,005 | 200 |
| 1,0 \pm 0,1 | 0,147 \pm 0,014 | 0,425 \pm 0,005 | 200 |
| 0,8 \pm 0,08 | 0,119 \pm 0,0112 | 0,385 \pm 0,005 | 200 |
| 0,6 \pm 0,06 | 0,091 \pm 0,0084 | 0,366 \pm 0,005 | 200 |
| 0,4 \pm 0,04 | 0,063 \pm 0,0056 | 0,353 \pm 0,005 | 200 |
| 0,2 \pm 0,02 | 0,035 \pm 0,0028 | 0,348 \pm 0,005 | 200 |
| 0,1 \pm 0,01 | 0,021 \pm 0,0014 | 2,3 \pm 0,005 | 500 |
| 0,08 \pm 0,008 | 0,009 \pm 0,0012 | 2,28 \pm 0,005 | 500 |
| 0,06 \pm 0,006 | 0,006 \pm 0,0009 | 2,2 \pm 0,005 | 500 |
| 0,04 \pm 0,004 | 0,003 \pm 0,0006 | 2,26 \pm 0,005 | 500 |

Tabelle 14: Messwerte, die für das Rauschspektrum der Hochvakuumdiode mit Oxidkathode aufgenommen wurden.

B. Kopie der Originaldaten

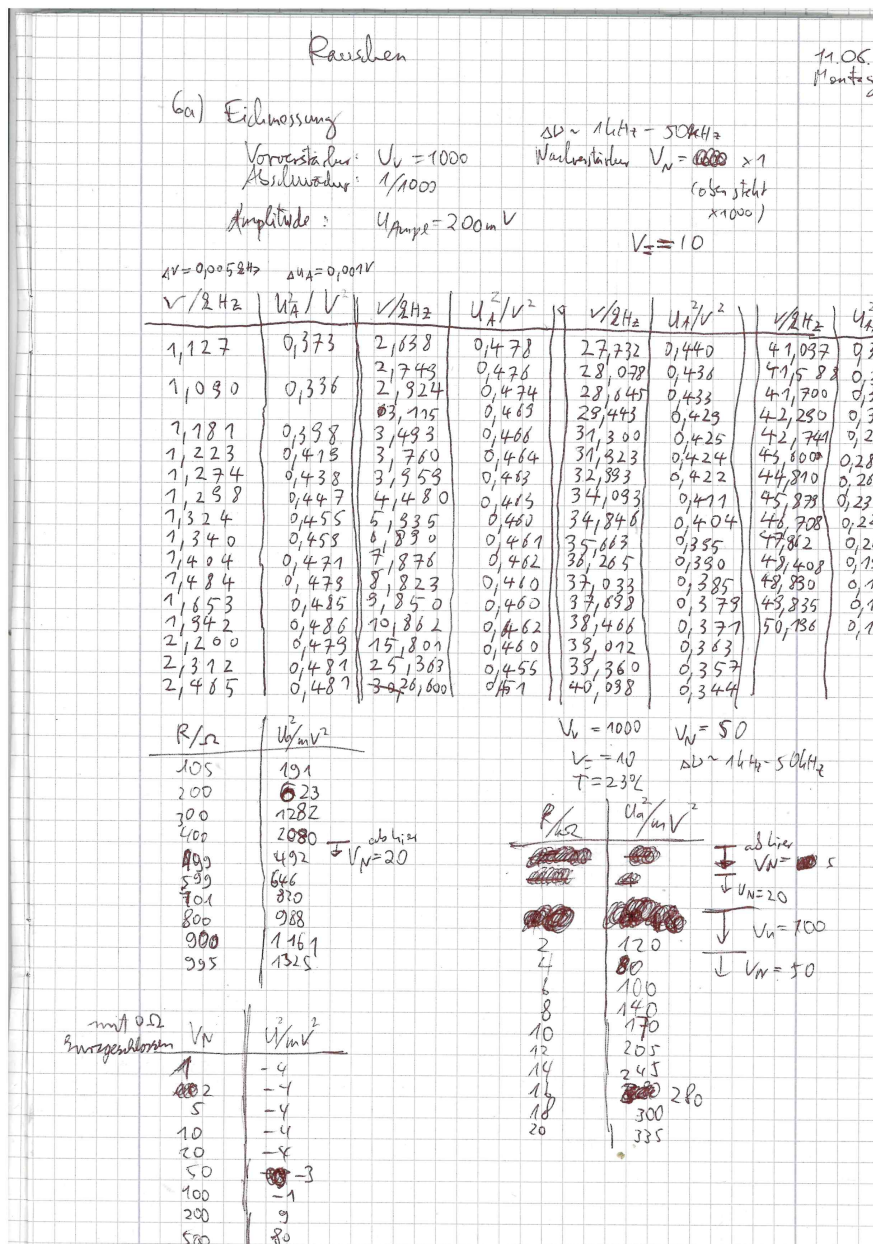


Abbildung 21: Erste Seite der Messwerte.

Durchlasskurve mit Korrelatorschaltz

$U_{\text{ampli}} = 0,500 \text{ V}$; Abschwächer $\frac{1}{1000}$; Selektivverstärker $v_m = 52 \text{ Hz}$

$V_N = 20$; $V_r = 1000$; $t_{\text{const}} = 10 \text{ ms}$

| $v/2 \text{ Hz}$ | U_a^2/V^2 | $v/2 \text{ Hz}$ | U_a^2/V^2 | $v/2 \text{ Hz}$ | U_a^2/V^2 | $v/2 \text{ Hz}$ | U_a^2/V^2 |
|------------------|-------------|------------------|-------------|------------------|-------------|------------------|-------------|
| 0,342 | 0,057 | 1,401 | 1,035 | 2,383 | 5,25 | 3,757 | 6,55 |
| 0,512 | 0,117 | 1,489 | 1,130 | 2,438 | 5,30 | 3,860 | 7,50 |
| 0,604 | 0,165 | 1,500 | 1,235 | 2,487 | 4,52 | 3,824 | 8,84 |
| 0,667 | 0,203 | 1,606 | 1,500 | 2,539 | 4,81 | 4,001 | 2,63 |
| 0,773 | 0,278 | 1,664 | 1,650 | 2,563 | 4,83 | 4,264 | 4,83 |
| 0,814 | 0,310 | 1,730 | 1,875 | 2,633 | 5,32 | 4,345 | 6,35 |
| 0,880 | 0,376 | 1,754 | 1,920 | 2,696 | 5,74 | 4,475 | 8,18 |
| 0,942 | 0,424 | 1,810 | 2,05 | 2,744 | 6,11 | 4,568 | 2,10 |
| 1,023 | 0,509 | 1,863 | 2,20 | 2,821 | 6,78 | 4,893 | 3,16 |
| 1,086 | 0,582 | 1,920 | 2,45 | 2,836 | 7,90 | 4,750 | 4,00 |
| 1,126 | 0,635 | 1,972 | 2,63 | 3,021 | 8,90 | 4,811 | 5,10 |
| 1,147 | 0,660 | 1,978 | 2,80 | 3,108 | 2,38 | 4,833 | 2,70 |
| 1,184 | 0,724 | 2,046 | 3,05 | 3,217 | 2,76 | 5,038 | 8,64 |
| 1,232 | 0,779 | 2,123 | 3,40 | 3,358 | 3,45 | 5,120 | 7,85 |
| 1,284 | 0,872 | 2,186 | 3,74 | 3,478 | 4,07 | 5,215 | 6,25 |
| 1,321 | 0,915 | 2,225 | 4,22 | 3,637 | 5,32 | 5,330 | 4,20 |
| 1,349 | 0,965 | 2,304 | 4,55 | 3,722 | 6,18 | 5,446 | 2,80 |

| $v/2 \text{ Hz}$ | U_a^2/V^2 | $v/2 \text{ Hz}$ | U_a^2/V^2 | $v/2 \text{ Hz}$ | U_a^2/V^2 |
|------------------|-------------|------------------|-------------|------------------|-------------|
| 5,586 | 1,940 | 7,776 | 2,86 | 2,865 | 0,63 |
| 5,706 | 1,380 | 8,004 | 2,57 | 2,828 | 0,38 |
| 5,907 | 5,60 | 8,245 | 2,23 | 3,8,231 | 0,172 |
| 6,023 | 6,20 | 8,433 | 2,02 | 5,3,092 | 0,085 |
| 6,170 | 3,57 | 8,684 | 1,80 | 6,5,867 | 0,048 |
| 6,237 | 3,20 | 8,870 | 7,07 | | |
| 6,320 | 2,77 | 8,380 | 6,74 | | |
| 6,474 | 2,125 | 9,167 | 6,25 | | |
| 6,580 | 2,06 | 9,357 | 5,87 | | |
| 6,657 | 1,83 | 9,671 | 5,22 | | |
| 6,827 | 6,04 | 9,935 | 4,76 | | |
| 6,928 | 5,57 | 10,370 | 4,22 | | |
| 7,042 | 5,01 | 11,783 | 2,80 | | |
| 7,208 | 4,34 | 13,208 | 1,85 | | |
| 7,348 | 3,84 | 14,755 | | | |
| 7,472 | 3,60 | 14,807 | 7,45 | | |
| 7,640 | 3,20 | 17,847 | 0,52 | | |

| | | | | | | | | | | | |
|------------------------------------|--------------|-------|-------|-------|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| $t_{\text{const}} = 10 \text{ ms}$ | $R/2 \Omega$ | 100,1 | 202 | 307 | 400 | 500 | 601 | 700 | 800 | 900 | 995 |
| $V_N = 10 \text{ mV}$ | U_a^2/V | 0,130 | 0,435 | 0,760 | 1,04 | 1,213 | 0,265 | 0,305 | 0,355 | 0,405 | 0,445 |
| $T = 10^\circ \text{C}$ | V_N | 500 | 500 | 500 | 500 | 200 | 200 | 200 | 200 | 200 | 200 |
| | $R/2 \Omega$ | 2,10 | 4,10 | 6,08 | 7,93 | 9,56 | 11,84 | 14,07 | 15,98 | 18,02 | 19,9 |
| | U_a^2/V | 1,07 | 1,92 | 0,68 | 0,88 | 1,10 | 1,33 | 1,57 | 1,74 | 0,150 | 0,156 |
| | V_N | 1200 | 200 | 100 | 100 | 100 | 100 | 100 | 100 | 50 | 50 |

Abbildung 22: Zweite Seite der Messwerte.

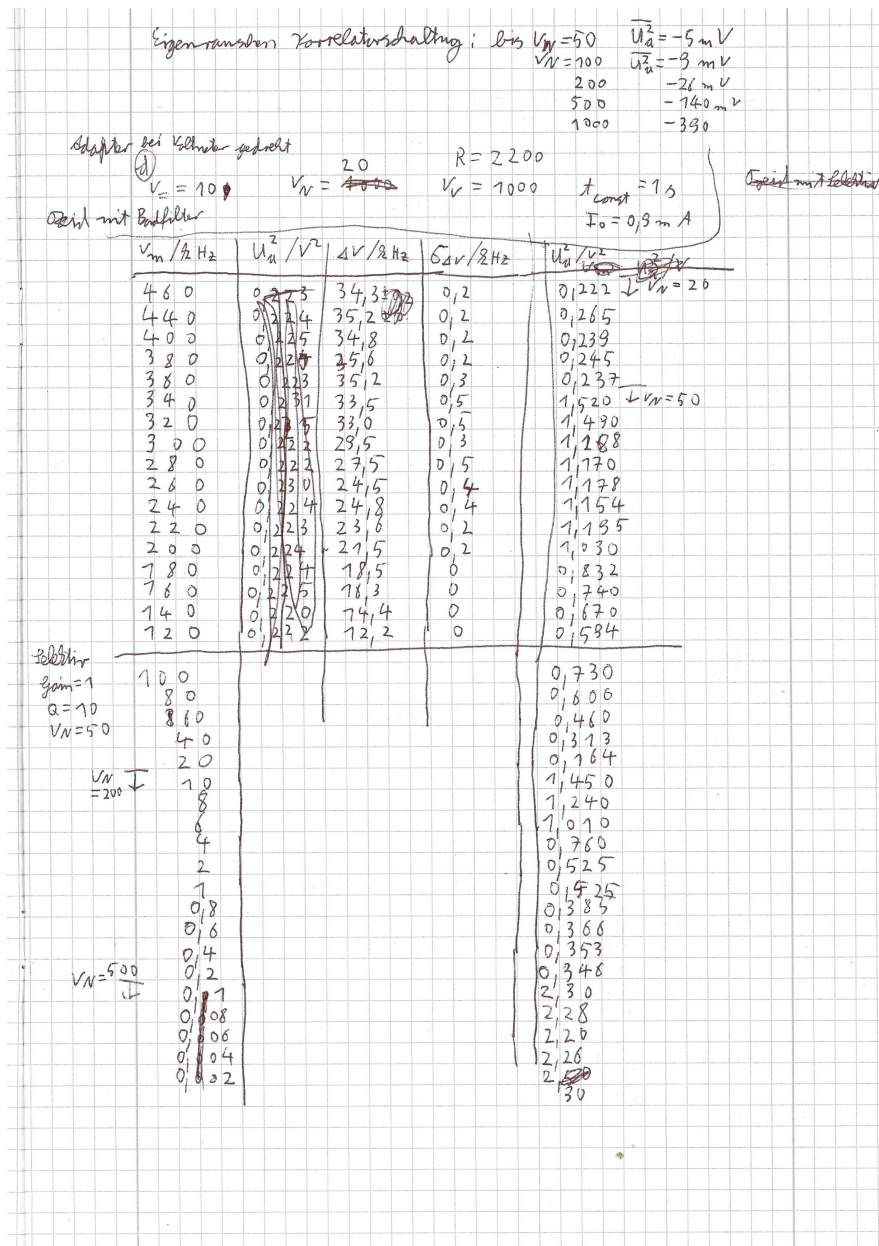


Abbildung 23: Dritte Seite der Messwerte.

① $V_1 = 10$ $V_2 = 1000$ $R_i = 4680 \Omega$ $U_{\text{Analog}} = 140 \text{ V}$
 $I_{\text{Analog}} = 0,5 \text{ mA}$ $I_{\text{Holt}} = 0,3 \text{ A}$

| R_{Bord} | $V_m / \Omega \text{ Hz}$ | $\Delta V / \Omega \text{ Hz}$ | $\Delta V / \Omega \text{ Hz}$ | U_a^2 / V^2 | V_N |
|-------------------|---------------------------|--------------------------------|--------------------------------|---------------|--------------|
| 460 | 27,5 | 0,4 | 0,4 | 2,26 | 1,55 |
| 440 | 23,0 | 0,4 | 0,4 | 2,36 | 2,28 |
| 400 | 24,3 | 0,4 | 0,4 | 2,47 | 2,46 |
| 360 | 24,4 | 0,4 | 0,4 | 2,44 | 2,73 |
| 320 | 24,0 | 0,4 | 0,4 | 2,69 | 2,75 |
| 300 | 23,4 | 0,4 | 0,4 | 3,08 | |
| 280 | 20,6 | 0,2 | 0,2 | 3,00 | |
| 240 | 20,9 | 0,2 | 0,2 | 2,89 | V_N |
| 220 | 21,0 | 0,2 | 0,2 | 0,820 | 50 |
| 200 | 18,8 | 0 | 0 | 0,788 | |
| 160 | 14,4 | 0 | 0 | 0,707 | |
| 140 | 13,0 | 0 | 0 | 0,651 | |
| 120 | 11,8 | 0 | 0 | 0,618 | |
| <hr/> | | | | | |
| R_{Ziel} | 100 | | | 0,750 | |
| | 80 | | | 0,637 | |
| | 60 | | | 0,500 | |
| | 40 | | | 0,350 | |
| | 20 | | | 0,698 | $V_N = 100$ |
| | 10 | | | 0,355 | |
| | 8 | | | 0,282 | $V_N = 200$ |
| | 4 | | | 0,520 | |
| | 2 | | | 0,585 | |
| | 1 | | | 0,298 | $V_N = 500$ |
| | 0,8 | | | 0,865 | |
| | 0,6 | | | 0,725 | |
| | 0,4 | | | 0,565 | |
| | 0,2 | | | 0,263 | |
| | 0,1 | | | 0,1705 | |
| | 0,08 | | | 0,110 | $V_N = 1000$ |
| | 0,06 | | | 0,380 | |
| | 0,04 | | | 0,360 | |
| | 0,02 | | | 0,310 | |
| | | | | 0,627 | |

20-Messung: $r_m = 340 \Omega \text{ Hz}$ $R_i = 4680 \Omega$

| I / mA | U_a^2 / V^2 | V_N |
|-----------------|---------------|------------|
| 0,5 | 0,857 | $V_N = 50$ |
| 1 | 1,882 | |
| 1,5 | 2,83 | |
| 2 | 0,62 | $V_N = 20$ |
| 2,5 | 0,78 | |
| 3 | 0,93 | |
| 3,5 | 1,08 | |
| 4 | 1,25 | |

Abbildung 24: Vierte Seite der Messwerte.

Kennlinienmessung

Heizstrom $I_1 = 0,9 \text{ A} \rightarrow$

| U_A / V | I_A / mA |
|------------------|-------------------|
| 10 | 0,4 |
| 20 | 0,4 |
| 30 | 0,4 |
| 40 | 0,4 |
| 45 | 0,4 |
| 65 | 0,4 |
| 85 | 0,5 |
| 100 | 0,5 |
| 120 | 0,5 |
| 140 | 0,5 |
| 155 | 0,5 |
| 185 | 0,5 |

$I_2 = 1 \text{ A}$

| U_A / V | I_A / mA |
|------------------|-------------------|
| 10 | 1,1 |
| 20 | 2,1 |
| 30 | 2,3 |
| 40 | 2,4 |
| 45 | 2,4 |
| 65 | 2,5 |
| 85 | 2,5 |
| 100 | 2,5 |
| 120 | 2,5 |
| 135 | 2,6 |
| 155 | 2,6 |
| 185 | 2,6 |

$I_3 = 0,95 \text{ A}$

| U_A / V | I_A / mA |
|------------------|-------------------|
| 10 | 0,9 |
| 20 | 1,1 |
| 30 | 1,1 |
| 40 | 1,2 |
| 45 | 1,2 |
| 65 | 1,2 |
| 85 | 1,2 |
| 100 | 1,2 |
| 120 | 1,3 |
| 135 | 1,3 |
| 155 | 1,3 |
| 185 | 1,3 |

Abbildung 25: Fünfte Seite der Messwerte.