

Elektrische Schwankungserscheinungen

1. Grundsätzliche Bemerkungen

Die Diskontinuität der elektrischen Ladung (Elementarladung e_0) sowie die ungeordnete Bewegung der Ladungsträger in einem Leiter bewirken, dass die Emission von Elektronen aus einer Festkörperoberfläche und der Elektrizitätstransport statistische Prozesse sind. Wegen der großen Zahl der an diesen Vorgängen normalerweise beteiligten Elektronen ist ihr statistischer Charakter nicht ohne weiteres zu erkennen. Er lässt sich nur mit empfindlichen Messgeräten nachweisen. So kann man zum Beispiel an die Enden eines ohmschen Widerstandes einen hochverstärkenden Oszillographen anschließen, der es gestattet, die elektrische Spannung an seinem Eingang in Abhängigkeit von der Zeit darzustellen. Man wird dann ein Bild ähnlich Abb.1 beobachten.

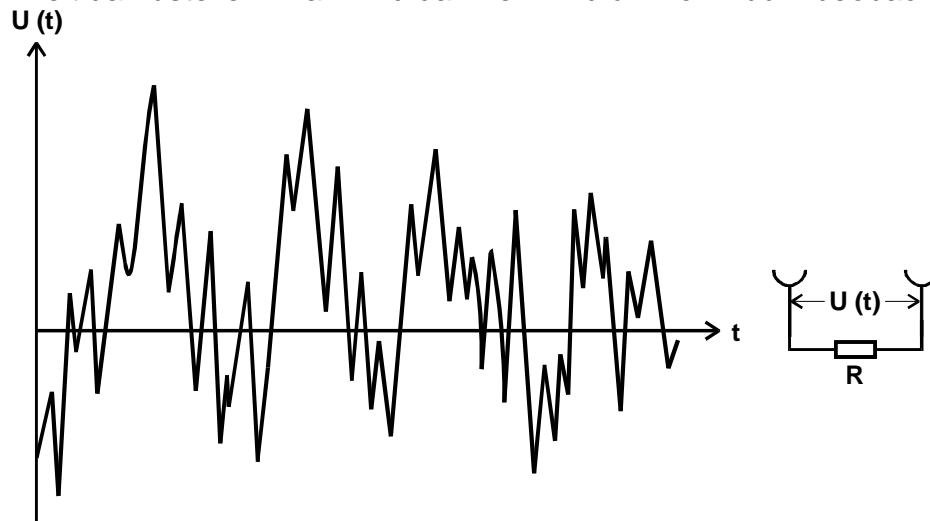


Abb.1: typischer Spannungsverlauf an den Enden eines ohmschen Widerstandes

Die Spannung $U(t)$ entsteht dadurch, dass durch die ungeordnete Wärmebewegung der Elektronen zufällig ihr Ladungsschwerpunkt zu einem Zeitpunkt t etwas in Richtung zu einem Widerstandsende hin verschoben ist, sodass dieses Ende gegenüber dem anderen ein negatives Potential aufweist. Zu einem anderen Zeitpunkt können sich die Verhältnisse umkehren, sodass eine schwankende, in ihrem Vorzeichen rasch wechselnde Spannung zwischen den beiden Enden des Widerstandes entsteht. Man kann die Enden des Widerstandes auch (über einen Linearverstärker) an einen Lautsprecher anschließen. Man nimmt dann - ausreichende Bandbreite des Verstärkers vorausgesetzt - ein Geräusch wahr, das sich als Rauschen charakterisieren lässt. Aus diesem Grunde bezeichnet man die von einem Widerstand produzierte Spannung auch als (thermische) Rauschspannung und das gesamte Phänomen als **thermisches Rauschen**. Man behält diesen Begriff auch bei, wenn man die Phänomene weit außerhalb des vom menschlichen Ohr wahrnehmbaren Frequenzbereiches untersucht.

Die eingangs erwähnte Emission von Elektronen aus Festkörperoberflächen stellt ebenfalls einen statistischen Prozess dar; denn die Anzahl der pro Zeiteinheit und Flächeneinheit emittierten Elektronen ist wegen der endlichen Größe der Elementarladung Zufallsschwankungen unterworfen. Aus diesem Grunde ist der Anodenstrom einer Hochvakuumdiode nicht zeitlich konstant sondern hat z.B. die in Abb.2 wiedergegebene Gestalt. Die Schwankungen sind in Abb.2 jedoch maßlos übertrieben gezeichnet, um

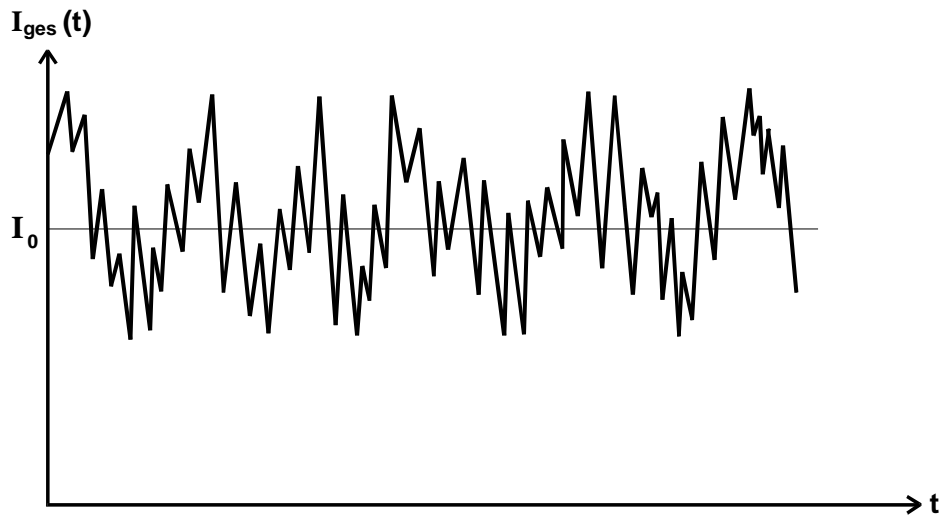


Abb.2: Zeitlicher Verlauf des Anodenstroms einer Hochvakuumdiode
(Die statistischen Schwankungen von I sind stark übertrieben dargestellt.)

sie überhaupt sichtbar zu machen. Man bedenke in diesem Zusammenhang, dass bei einem Strom von 1 mA ca $6 \cdot 10^{15}$ Elektronen/s zur Anode gelangen. Die Standardabweichung dieses Wertes beträgt etwa $8 \cdot 10^7$ /s, sodass man es hier mit relativen Stromschwankungen von der Größenordnung 10^{-8} zu tun hat. Da man das unregelmäßige Auftreffen der Elektronen auf die Anode mit dem Aufprall von Schrotkörnern auf eine Metallplatte vergleichen kann, bezeichnet man die soeben beschriebene Schwankungserscheinung auch als **Schrot-Effekt**.

Weitere Fluktuationen des Anodenstroms können - insbesondere bei Oxydkathoden - durch zeitabhängige Veränderungen der Austrittsarbeit hervorgerufen werden. Man bezeichnet derartige Schwankungsvorgänge als **Funkel-Effekt**. Sie lassen sich durch eine völlig andere Frequenz- und Stromabhängigkeit vom Schrot-Rauschen unterscheiden.

Der Vollständigkeit halber sei erwähnt, dass auch Halbleiterbauelemente Rauscheffekte zeigen. Sie haben ihre Ursache zum überwiegenden Teil in statistischen Fluktuationen der Ladungsträgerdichte. Derartige Schwankungen treten auf, weil ihre mittlere Lebensdauer in Halbleitern klein ist gegenüber der Zeit, die sie zum Durchlaufen der gesamten Probe benötigen würden.

Weitere Rauscheffekte kann man an elektrischen Leitern mit sehr kleinem Volumen, die hohen Stromdichten ausgesetzt sind, beobachten. Solche Bedingungen sind z.B. an einer Berührungsstelle zweier unebener Leiter gegeben. Die beiden zuletzt genannten Rauschphänomene gehören zur Kategorie des **Stromrauschens**.

Das Rauschen ist ein stochastischer Prozess, das heißt, die Zeitabhängigkeit der Rauschspannung oder des -stromes ist nicht streng determiniert. In vielen Fällen inter-

essiert ihr spezieller zeitlicher Verlauf auch gar nicht, sondern man sucht vielmehr nach geeigneten Mittelwerten, da diese sich mit den Gesetzen der Wahrscheinlichkeitsrechnung behandeln lassen.

Es zeigt sich nun, dass für eine Rauschspannung

$$\overline{U}(t) := \lim_{\tau \rightarrow \infty} \int_0^{\tau} U(t) dt = 0$$

ist, falls sämtliche Parameter der Rauschquelle konstant gehalten werden. Damit ist \overline{U} für die weiteren Untersuchungen uninteressant. Man bildet vielmehr den quadratischen Mittelwert

$$(1) \quad \overline{U^2}(t) := \frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} U^2(t) dt \quad ,$$

indem man den zeitlichen Verlauf von $U(t)$ einer Rauschquelle aufzeichnet, zu jedem Zeitpunkt t $U^2(t)$ und gemäß (1) $U^2(t)$ über das Zeitintervall τ integriert. Ergibt sich nun, dass $\overline{U^2}(t)$ unabhängig von der Lage der Mittlungszeitintervalles τ ist (τ hinreichend groß vorausgesetzt), dann spricht man von einer **stationären** Schwankungserscheinung.

Grundsätzlich kann man einen quadratischen Mittelwert auch auf eine andere Weise gewinnen: Man liest an einer großen Anzahl N von identischen Rauschquellen zu einem Zeitpunkt t_0 sämtliche Spannungswerte $U_i(t_0)$ ($i = 1, 2, \dots, N$) ab und bildet

$$(2) \quad \langle U^2(t_0) \rangle := \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N U_i^2(t_0) \quad .$$

Diese Größe nennt man das quadratische **Scharmittel** der Rauschspannung. Bei einer stationären Schwankungserscheinung ist $\langle U^2(t_0) \rangle$ unabhängig vom gewählten Zeitpunkt t_0 . Wenn das Scharmittel $\langle U^2 \rangle$ mit dem Zeitmittel $\overline{U^2}$ übereinstimmt, dann spricht man von einer **ergodischen** Schwankungserscheinung.

Das thermische Rauschen eines Widerstandes und auch den Schrot-Effekt einer Metalloberfläche im Vakuum kann man zu den ergodischen Prozessen rechnen. Unter bestimmten Voraussetzungen sind beide auch stationär nämlich dann, wenn die Temperatur und der Wert des Widerstandes bzw. der Emissionsstrom zeitlich konstant sind. Man kann dann die gleichzeitige Beobachtung einer großen Zahl gleichartiger Apparaturen, was sehr unbequem ist, durch die Beobachtung einer einzigen Versuchsanordnung über einen längeren Zeitraum ersetzen.

In der Physik bestimmt das Rauschen die prinzipiell erreichbare Genauigkeit einer Messung. In diesem Zusammenhang ist der Begriff „Rauschen“ etwas weiter zu fassen. Er beschränkt sich nicht nur auf elektrische Schwankungserscheinungen. So zeigen zum

Beispiel auch mechanische Größen Zeitabhängigkeiten, die sich gemäß Abb.1 darstellen lassen.

Die Ursache für statistische Fluktuationen makroskopischer physikalischer Größen sind letztlich quantenphysikalische Vorgänge. Aus diesem Grunde ist es möglich, aus dem Rauschen auch Informationen hierüber zu gewinnen. Daher ist es eines der Ziele des im folgenden beschriebenen Experimentes, mikroskopische Naturkonstanten, wie die Elementarladung e_0 und die Boltzmannsche Konstante k , aus Rauschmessungen zu bestimmen. Zu diesem Zwecke werden in den beiden folgenden Kapiteln Zusammenhänge zwischen den quadratischen Rauschmittelwerten, makroskopischen physikalischen Größen und den eben genannten Naturkonstanten hergeleitet.

2. Das thermische Widerstandsrauschen und die Nyquist-Beziehung

Um einen Zusammenhang zwischen dem gemittelten Rauschspannungsquadrat $\overline{U^2}$ gemäß (1), welches aus der Rauschspannung $U(t)$ an den Enden eines Widerstandes bestimmt werden kann, und der Temperatur T abzuleiten, betrachtet man in einem Gedankenexperiment eine verlustlose Doppelleitung der Länge L , die zunächst an ihren Enden kurzgeschlossen sei (Abb.3).

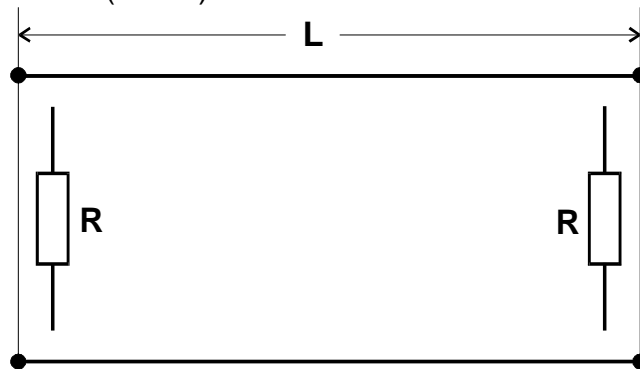


Abb.3: Darstellung einer parallelen, verlustlosen Doppelleitung zur Ableitung der Nyquist-Beziehung

Eine solche Leitung stellt ein schwingungsfähiges System mit einer Vielzahl von Eigenschwingungen dar. Es sind alle solche Schwingungen möglich, deren Wellenlänge der Gleichung

$$(3) \quad L = n \frac{\lambda}{2} \quad (n = 1, 2, \dots)$$

genügen. Ist ν die Frequenz und v die Phasengeschwindigkeit in der Leitung, dann lässt sich (3) auch schreiben als

$$\nu = n \frac{v}{2L} .$$

Die Anzahl Δn der Eigenschwingungen im Frequenzintervall ν bis $\nu + \Delta \nu$ beträgt somit

$$(4) \quad \Delta n = \frac{2L}{v} \Delta \nu .$$

Für $L \gg \lambda$ stellt (4) ein quasikontinuierliches Spektrum dar. Die genannten Schwingungen können angeregt werden durch die Wärmebewegung der Ladungsträger.

Es werde nun angenommen, dass sich das gesamte System mit seiner Umgebung im thermodynamischen Gleichgewicht bei der Temperatur T befinde. Dann enthält nach

dem Gleichverteilungssatz der statistischen Thermodynamik jede Schwingung der Frequenz ν die mittlere Energie

$$\bar{E} = \frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} .$$

Der mittlere Energieinhalt der Leitung $\Delta\nu$ ist dann gemäß (4)

$$(5) \quad \Delta n \bar{E} = \frac{2L}{v} \frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} \Delta\nu .$$

Infolge des Kurzschlusses an den Enden der Leitung erhält man dort stehende Wellen. Diese kann man sich grundsätzlich als Superposition zweier entgegengesetzt laufender Wellen zusammengesetzt denken. Dann beträgt gemäß (5) die in **einer** Richtung pro Frequenzintervall $\Delta\nu$ transportierte Energie nur die Hälfte des durch (5) angegebenen Wertes. Da sie die Zeit L/v benötigt, um vom einen Ende der Leitung zum anderen zu fließen, erhält man für die Leistung P pro Frequenzintervall $\Delta\nu$ den Wert

$$(6) \quad P = \frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} \Delta\nu .$$

Der Kurzschluss an den beiden Enden der Leitung werde nun durch zwei gleiche ohmsche Widerstände ersetzt, wie es in Abb. 3 angedeutet ist. Dann wird die zu den Leitungsenden laufende Energie in Wärme umgesetzt und ist damit verloren. Eine stationäre Schwingung kann somit auf einer mit einem energieverbrauchenden Widerstand abgeschlossenen Leitung nur dann existieren, wenn dieser die gleiche Energie in irgendeiner Form wieder an die Leitung zurückliefert. Das tut er, indem er eine Rauschspannung $U_R(t)$ erzeugt, die so groß ist, dass im zeitlichen Mittel die Energieverluste im Widerstand R gerade wieder ausgeglichen werden. Zur Berechnung der Leistung, die von der Rauschquelle maximal an die Leitung abgegeben werden kann, geht man aus vom mittleren Rauschstromquadrat \bar{I}^2 , welches durch das mittlere Rauschspannungsquadrat \bar{U}^2 und den Wellenwiderstand Z der Leitung gemäß

$$\bar{I}^2 = \frac{\bar{U}^2}{(R + Z)^2}$$

gegeben ist. Die in die Leitung hineinfließende mittlere Rauschleistung ist dann

$$\bar{N} = Z \bar{I}^2 = \bar{U}^2 \frac{Z}{(R + Z)^2} .$$

Sie wird bekanntlich genau dann maximal, wenn $Z = R$ ist. Es gilt also

$$(7) \quad \bar{N}_{\max} = \frac{\bar{U}^2}{4R} .$$

Im **stationären** Fall ist nun nach den soeben angestellten Überlegungen für das Frequenzintervall $\Delta\nu$

$$(8) \quad P = \bar{N}_{\max} \quad .$$

Damit ergibt sich für das gesuchte mittlere Rauschspannungsquadrat eines Widerstandes R bei der Temperatur T im thermodynamischen Gleichgewicht aus den Gleichungen (6), (7) und (8) der Ausdruck

$$(9) \quad \overline{U^2(\nu)} = 4RP = 4R \frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} \Delta\nu \quad .$$

Bei der Diskussion dieser Gleichung zeigt sich, dass $\overline{U^2(\nu)}$ im elektronischen Frequenzbereich praktisch nicht von ν abhängt, denn der Ausdruck $\frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}$ ist bei Zim-

mertemperatur bis zu Frequenzen von ca 10^{12} nahezu konstant (siehe Abb.4) und hat den Wert kT .

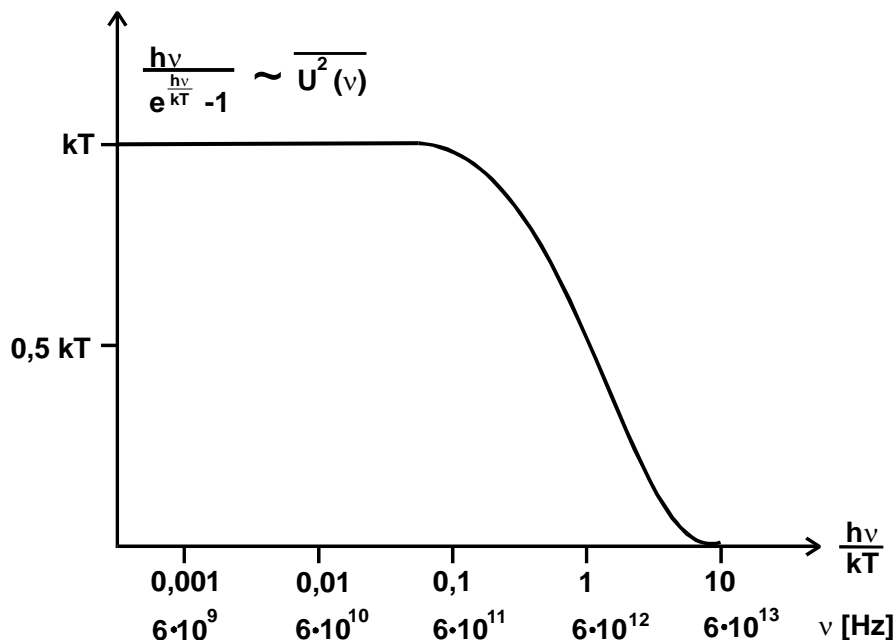


Abb.4: Frequenzabhängigkeit der Rauschspannung an einem ohmschen Widerstand

Wegen der Näherung

$$e^{\frac{h\nu}{kT}} = 1 + \frac{h\nu}{kT} + \dots$$

für $h\nu \ll kT$ vereinfacht sich (9) zu

$$(10) \quad \overline{U^2} = 4kTR\Delta\nu \quad .$$

(10) stellt die bekannte **Nyquist-Beziehung**^{*)} dar. Man erkennt, dass hier das mittlere Rauschspannungsquadrat nur noch von der **Breite** des durch die Messapparatur vorgegebenen Frequenzbandes abhängt aber nicht mehr von der **Lage** auf der Frequenzskala. Man spricht daher vom **weißen Rauschen** eines Widerstandes.

^{*)} W. Nyquist, *Thermal Agitation of Electric Charge in Conductors*, *Phys. Rev.* 32 (1928), S. 97 - 109

Wenn man das Rauschspektrum eines realen Widerstandes untersucht, hat man allerdings zu beachten, dass dieser immer eine endliche Eigenkapazität C besitzt. Das Ersatzschaltbild eines realen Widerstandes hat daher die in Abb.5 wiedergegebene Gestalt. Hierin bedeuten R einen idealen rauschfreien und kapazitätsfreien Widerstand sowie U_R eine Rauschspannungsquelle, die ein mittleres Rauschspannungsquadrat gemäß (10) liefert. An den Enden des Widerstandes kann man dann nicht mehr U_R abgreifen sondern nur noch eine durch die Übertragungsfunktion \ddot{u} des RC-Tiefpasses veränderte Rauschspannung

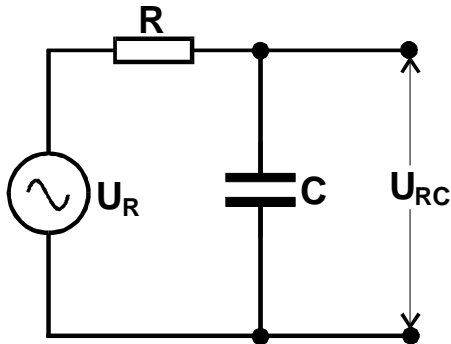


Abb.5: Ersatzschaltbild eines realen Widerstandes zur Berechnung seiner Rauschspannung

gemäß (10) liefert. An den Enden des Widerstandes kann man dann nicht mehr U_R abgreifen sondern nur noch eine durch die Übertragungsfunktion \ddot{u} des RC-Tiefpasses veränderte Rauschspannung

$$\ddot{u}_{RC} = \ddot{u} U_R \quad .$$

Für \ddot{u} gilt bekanntlich

$$\ddot{u} = \frac{1}{1 + j2\pi\nu RC} \quad .$$

Damit erhält man für die Mittelwerte der

Schwankungsquadrate

$$(11) \quad \overline{U_{RC}^2} = \overline{U_R^2} \frac{1}{1 + (2\pi\nu RC)^2} \quad .^{*)}$$

Das mittlere Rauschspannungsquadrat eines realen Widerstandes ist somit immer um den Faktor $1/(1 + (2\pi\nu RC)^2)$ gegenüber dem Nyquist-Wert (10) verringert. Diese Tatsache ist bei den Messungen zu beachten.

3. Das Schrotrauschen einer Metallkathode und die Schottky-Beziehung

Am besten kann man den Schrot-Effekt an einer Vakuumdiode mit einer Reinmetallkathode studieren, wenn diese im Sättigungsbereich betrieben wird, das heißt, wenn alle von der Kathode emittierten Elektronen die Anode erreichen. Dazu sind eine geeignete Geometrie der Röhrenelektroden und eine ausreichend hohe Anodenspannung erforderlich. Die prinzipielle Versuchsanordnung ist in Abb. 6 wiedergegeben.

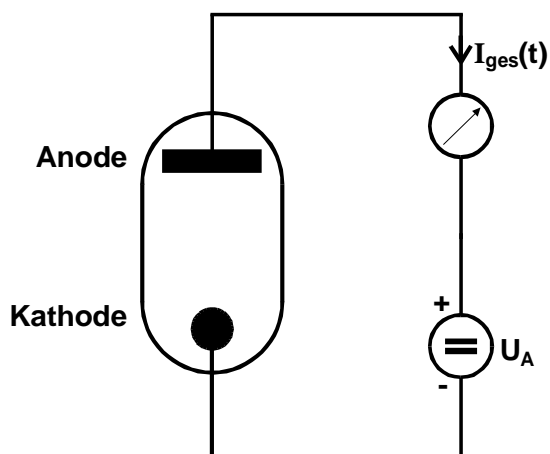


Abb.6: Prinzipielle Versuchsanordnung zur Messung des Schrotrauschens

thode studieren, wenn diese im Sättigungsbereich betrieben wird, das heißt, wenn alle von der Kathode emittierten Elektronen die Anode erreichen. Dazu sind eine geeignete Geometrie der Röhrenelektroden und eine ausreichend hohe Anodenspannung erforderlich. Die prinzipielle Versuchsanordnung ist in Abb. 6 wiedergegeben.

Den gesamten Strom I_{ges} , der durch die Anordnung fließt, kann man in zwei Anteile, einen Gleichstrom I_0 und einen Wechselstrom $I(t)$, aufspalten

$$(12)$$

$$I_{ges}(t) = I_0 + I(t) \quad .$$

^{*)} Hier ist ν als Mittelwert eines Frequenzintervalles $\Delta\nu$ aufzufassen.

$I(t)$ soll den durch den Schrot-Effekt verursachten Rauschstrom darstellen. Damit ist

$$\bar{I}(t) = 0 \quad .$$

I_0 ist dagegen durch die mittlere Zahl der pro Zeiteinheit auf die Anode auftreffenden Elektronen festgelegt. Zur Berechnung des mittleren Rauschstromquadrates $\overline{I^2}$ werden nun die nachfolgend aufgeführten Annahmen gemacht, die bei einer Sättigungsdiode gut erfüllt sind:

- Die Elektronen werden von der Glühkathode unabhängig voneinander emittiert.
- Die Bewegung eines Elektrons von der Kathode zur Anode ist unabhängig von der Anwesenheit anderer Elektronen. (Es dürfen also keine Raumladungen vorhanden sein, das heißt, die Anodenspannung muss ausreichend hoch gewählt werden.)
- Die Elektronen starten praktisch mit der Anfangsgeschwindigkeit null.
- Alle Elektronen zeigen denselben Weg-Zeit-Verlauf. Diese Voraussetzung ist bei einer ebenen oder einer zylindersymmetrischen Gestalt von Anode und Kathode gut erfüllt.
- An der Anode entstehen keine Sekundärelektronen.

Man betrachtet zunächst das Verhalten eines einzelnen Elektrons, das sich von der Kathode zur Anode bewegt. Es ruft während seiner Laufzeit τ durch Influenzwirkung einen Strom in der Schaltung nach Abb.6 hervor, der gegeben ist durch

$$i_n(t) = e_0 f(t - t_n) \quad .$$

Die Funktion f , die die Form des Stromimpulses $i_n(t)$ beschreibt, ist wegen d) für alle Elektronen gleich. Daher ist sie nicht mit dem Laufindex n versehen. f ist immer nur für den Zeitraum τ von null verschieden. Dieser beginnt für das n -te Elektron zum Zeitpunkt t_n . Da jedes Elektron die Elementarladung e_0 transportiert, muss weiterhin für alle n gelten

$$e_0 = \int_{t_n}^{t_n + \tau} i_n(t) dt \quad ,$$

woraus folgt

$$(13) \quad \int_0^{\tau} f(\theta) d\theta = 1 \quad .$$

(θ = Zeitkoordinate)

Der gesamte Anodenstrom zum Zeitpunkt t ergibt sich dann durch Summation

$$I_{\text{ges}}(t) = e_0 \sum_n f(t - t_n) \quad ;$$

er wird erzeugt durch alle Elektronen, die sich zum Zeitpunkt t zwischen Kathode und Anode befinden.

Gemäß (12) ist $I_{\text{ges}}(t)$ die Summe aus I_0 und $I(t)$. Für ihre quadratische Mittelwerte gilt wegen $\bar{I}(t) = 0$

$$\overline{I_{\text{ges}}^2} = I_0^2 + \overline{I^2(t)} \quad .$$

Zur Berechnung der Mittelwerte kann man nun das **Campbellsche Theorem**^{*)} heranziehen. Dieses sagt aus, dass sich die Mittelwerte einer statistisch unabhängigen Impulsfolge durch die Mittelwerte für den Einzelimpuls ausdrücken lassen. Da der Anodenstrom nach Voraussetzung eine solche Folge darstellt, gilt, wenn z die mittlere Zahl der Stromimpulse $i_n(t)$ pro Zeiteinheit ist

$$I_0 = z \int_0^\tau e_0 f(\theta) d\theta$$

und weiter wegen (13)

$$(14) \quad I_0 = z e_0 \quad .$$

Für das hier interessierende mittlere Rauschstromquadrat ist dann aufgrund des Campbellschen Theorems

$$\overline{I^2} = z \int_0^\tau e_0^2 f^2(\theta) d\theta \quad .$$

Es folgt weiter aus (14)

$$(15) \quad \overline{I^2} = e_0 I_0 \int_0^\tau f^2(\theta) d\theta \quad .$$

Wenn die Funktion f bekannt ist - für ein homogenes Feld zwischen Anode und Kathode wächst f z.B. linear mit der Zeit - kann man das mittlere Rauschstromquadrat aus (15) berechnen. Hier interessiert jedoch auch das Frequenzspektrum $W_{\text{sch}}(\nu)$ des Schrot-Rauschens, wobei $W_{\text{sch}}(\nu)$ durch die Gleichung

$$(16) \quad \overline{I^2}(t) = \int_0^\infty W_{\text{sch}}(\nu) d\nu$$

definiert ist. Zur Berechnung dieser Größe muss man vom Zeitspektrum $f(t)$ zum Frequenzspektrum $F(\nu)$ der Stromimpulse übergehen. Das gelingt, indem man die Fourier-Transformierte F von f bildet:

$$(17) \quad F(\nu) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \exp(-2\pi j \nu t) dt \quad .$$

(j = imaginäre Einheit)

Aufgrund der Beziehung (17) hängen die Funktionen f^2 und $|F|^2$ über das Parsevalsche Theorem miteinander zusammen. Dieses besagt

^{*)} Näheres siehe z.B.: Bittel, Storm, Rauschen Abschn.7

$$(18) \quad \int_{-\infty}^{\infty} f^2(t) dt = \int_{-\infty}^{\infty} |F(v)|^2 dv .$$

Da f nur für $0 < t < \tau$ von null verschieden ist und nur positive Frequenzen physikalisch sinnvoll sind, lässt sich (18) umformen in

$$(19) \quad \int_0^{\tau} f^2(t) dt = 2 \int_0^{\infty} |F(v)|^2 dv .$$

Mit (19) kann man nun das gesuchte $\overline{I^2}$ berechnen. Man bekommt aus (15) und (19)

$$\overline{I^2} = 2e_0 I_0 \int_0^{\infty} |F(v)|^2 dv .$$

Durch Vergleich mit (16) erhält man dann für die spektrale Verteilungsfunktion W_{Sch} des Schrot-Rauschens

$$W_{\text{Sch}}(v) = 2e_0 I_0 |F(v)|^2 .$$

Die Frequenzabhängigkeit ist wegen der Fourier-Transformation (17) durch den zeitlichen Verlauf $f(t)$ des Einzelstromimpulses bestimmt. Beschränkt man sich im Frequenzspektrum auf den Bereich niedriger Frequenzen, das heißt

$$v \ll \frac{1}{2\pi\tau} ,$$

dann folgt aus (17) und (13)

$$F(v) \approx 1$$

und

$$(20) \quad W_{\text{Sch}}(v) = 2e_0 I_0 .$$

Das niederfrequente Schrot-Rauschen ist somit frequenzunabhängig. Es stellt ebenfalls ein weißes Rauschen dar. Die typischen Laufzeiten für Elektronen in Hochvakuumdioden betragen etwa $\tau \approx 3 \cdot 10^{-9}$ s. Die Beziehung (20) stellt daher für Frequenzen unterhalb 100 MHz eine gute Näherung dar. Durch Vergleich von (16) mit (20) bekommt man für das mittlere Schrotstromquadrat im Niederfrequenzbereich^{*)}

$$(21) \quad \overline{I^2} = 2e_0 I_0 \Delta v .$$

Hierin bedeutet Δv den Frequenzbereich, in dem $\overline{I^2}$ gemessen wird. (21) stellt die berühmte **Schottky-Beziehung**^{**)} für das Schrot-Rauschen dar, welche in einer Arbeit aus dem Jahre 1918 veröffentlicht wurde.

^{*)} Anstelle der Integrationsgrenzen 0 und ∞ werden jetzt in (16) die Grenzen v_U und v_O eingesetzt mit $\Delta v = v_O - v_U$.

^{**)} benannt nach dem deutschen Physiker Walter Schottky, 1886 – 1976

Die Voraussetzungen c) und e) sind bei einer realen Diode im allgemeinen nicht erfüllt. Die Anfangsgeschwindigkeit der Elektronen und die Emission von Sekundärelektronen haben Einfluss auf die Form $f(t)$ der Stromimpulse. Dieser wird allerdings erst spürbar bei Frequenzen von der Größenordnung $1/2\pi\tau$ und höher. Er spielt somit im Gültigkeitsbereich der Schottky-Formel keine Rolle. Von großem Einfluss auf das Rauschverhalten auch im Niederfrequenzbereich ist jedoch die Tatsache, ob Voraussetzung b) erfüllt ist oder nicht. Solange eine Diode im Sättigungsbereich betrieben wird, ergibt sich das gesamte Rauschen der Röhre aus Schwankungen, die bei der Emission der Elektronen aus der Kathode auftreten. Sobald jedoch die Anodenspannung soweit gesenkt wird, dass sich eine Raumladung ausbilden kann, entsteht in Kathodennähe ein Potentialminimum, welches eine Energieschwelle für die Elektronen darstellt. Die Schwankungen des Anodenstroms hängen jetzt zusätzlich von den Fluktuationen dieser Energieschwelle ab. Man kann sich leicht überlegen, dass dieser Effekt das Rauschen des Anodenstroms insgesamt abschwächt. Wird zum Beispiel für einen kurzen Zeitraum ein Überschuss an Elektronen von der Kathode emittiert, dann erhöht sich auch die Raumladung und damit die Energieschwelle, was eine Abschwächung des Anodenstromes zur Folge hat. Umgekehrt baut sich bei einer Abnahme der Emission auch die Energieschwelle ein wenig ab, wodurch die Verringerung des Anodenstroms zum Teil kompensiert wird. Die Raumladung wirkt also wie eine Gegenkopplung, und es ist deshalb zu erwarten, dass $\overline{I^2}$ im Raumladungsbereich unter den durch (21) gegebenen Wert absinkt. Wenn daher eine Hochvakuumdiode als Rauschnormal dienen soll, muss sie stets im Sättigungsbereich betrieben werden.

4. 1/f-Rauschen

Weit verbreitet sind Rauschprozesse, deren spektrale Leistungsdichte $W(\nu)$ einer $1/\nu$ -Gesetzmäßigkeit gehorcht. Dieses sogenannte 1/f-Rauschen tritt in allen elektronischen Bauelementen, wie z.B. Widerständen, Halbleiterbauelementen und Elektronenröhren auf. Es scheint eine universelle Bedeutung zu besitzen; denn es ist keineswegs auf elektronische Vorgänge beschränkt. Es kann unter anderem bei meteorologischen, astronomischen und sogar bei physiologischen Prozessen beobachtet werden. Der Gültigkeitsbereich der Gesetzmäßigkeit erstreckt sich dabei (zumindest bei elektronischen Vorgängen) über viele Zehnerpotenzen. Insbesondere kann keine untere Grenze berechnet werden. Selbst Untersuchungen im Frequenzbereich um 1 μ Hz haben die $1/\nu$ -Abhängigkeit bestätigt.

Bis heute existiert keine umfassende Theorie dieses Rauschphänomens^{*)}. Lediglich für einige Spezialfälle konnte eine $1/\nu$ -Gesetzmäßigkeit abgeleitet werden. Ein Beispiel dazu soll an dieser Stelle näher erläutert werden. Es betrifft Generations- und Rekombinationsvorgänge von Ladungsträgern in Oxid-Halbleiter-Grenzschichten, wie sie beispielsweise in MOS-Feldeffekttransistoren vorkommen. Dieses sind (korrelierte) stochastische Prozesse, sodass auch die Gesamtdichte der Ladungsträger im Halbleiter ein stochastisches Verhalten aufweist. Man spricht in diesem Zusammenhang auch

^{*)} Zusammenhänge mit dem chaotischen Verhalten nicht-linearer Systeme werden vorgeschlagen.

vom **Generations-Rekombinations-Rauschen**. Es lässt sich zeigen^{**)} , dass die spektrale Leistungsdichte $W(\nu)$ für die Dichteschwankung der Ladungsträger die Gestalt

$$(22) \quad W_{\tau}(\nu) = \text{const} \frac{\tau}{1 + (2\pi \nu \tau)^2} .$$

hat. Hierin bedeutet τ die Relaxationszeitkonstante für den Generations-Rekombinationseffekt. Wie aus (22) hervorgeht, ist $W_{\tau}(\nu)$ für $\nu \ll 1/\tau$ praktisch konstant. Man beobachtet dort ein weißes Rauschen. Erst wenn ν in die Größenordnung von $1/\tau$ kommt, fällt W mit zunehmendem ν ab, so wie es in Abb.7 durch die gestrichelten Kurven dargestellt ist.

τ wird nun im folgenden nicht mehr als konstant angenommen, sondern diese Größe soll innerhalb bestimmter Grenzen $\tau_{\min} < \tau < \tau_{\max}$ exponentiell von einer Aktivierungsenergie E abhängen, die zwischen den Werten E_{\min} und E_{\max} liegen kann:

$$(23) \quad \tau(E) = \tau_0 \exp\left(\frac{E}{kT}\right) .$$

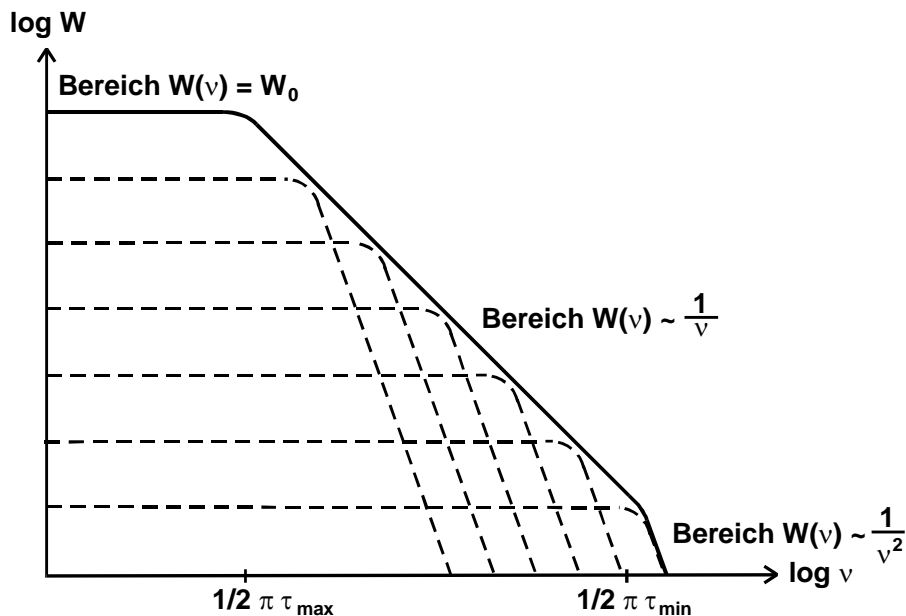


Abb.7: Modell-Rauschspektrum zur Ableitung einer Beziehung von der Gestalt $W(\nu) \sim \nu^{-1}$

Das gesuchte Gesamtspektrum W_F erhält man dann durch Integration von (22) über alle Energien von E_{\min} und E_{\max} :

$$W(\nu) = \int_{E_{\min}}^{E_{\max}} \frac{\text{const} \tau(E)}{1 + (2\pi \nu \tau(E))^2} dE .$$

Aus (23) folgt

$$dE = kT \frac{d\tau}{\tau} .$$

Damit erhält man für die spektrale Verteilungsfunktion

^{**)} siehe z.B. Blum, *Elektronisches Rauschen*, B.G. Teubner

$$(24) \quad W(\nu) = \text{const } kT \int_{\tau_{\min}}^{\tau_{\max}} \frac{1}{1 + (2\pi\nu\tau)^2} d\tau = \frac{\text{const } kT}{\nu} (\arctg 2\pi\nu\tau_{\min} - \arctg 2\pi\nu\tau_{\max}) .$$

Sie ist in Abb.7 durchgezogen dargestellt. In (24) kann man nun drei Frequenzbereiche unterscheiden: 1. für sehr niedrige Frequenzen, das heißt, $2\pi\nu\tau \ll 1$ wird $W(\nu)$ frequenzunabhängig wegen $\arctg x \rightarrow x$ für $x \rightarrow 0$. Ist $2\pi\nu\tau_{\max} \gg 1$ aber $2\pi\nu\tau_{\min} \ll 1$, so gilt $W(\nu) \equiv 1/\nu$, da $\arctg x \rightarrow \pi/2$ für $x \rightarrow \infty$. In diesem Frequenzbereich erhält man also eine reziproke Frequenzabhängigkeit des Rauschspektrums. Die beiden Ungleichungen können nur dann gleichzeitig erfüllt sein, wenn sich τ_{\max} und τ_{\min} um mehrere Zehnerpotenzen unterscheiden. Diese Forderung lässt sich wegen (23) bereits bei kleinen Unterschieden zwischen E_{\max} und E_{\min} realisieren. Ist die Frequenz sehr hoch, das heißt $2\pi\nu\tau \gg 1$, ergibt sich $W(\nu) \equiv 1/\nu^2$. In diesem Bereich spielt nur noch der Rauschprozess mit der kleinsten Relaxationszeit eine Rolle.

5. Der Funkel-Effekt

Ein Beispiel für das $1/f$ Rauschen, das im Rahmen dieses Experimentes untersucht werden soll, ist der sogenannte Funkel-Effekt. Er tritt bei Elektronenröhren mit Oxid-Kathode auf. Hier beobachtet man, dass dem weißen Schrot-Rauschen ein weiterer Rauscheffekt überlagert ist, dessen Frequenzspektrum die Form

$$(25) \quad W_F(\nu) = \frac{\text{const } I_0^2}{\nu^\alpha} .$$

mit $\alpha \approx 1$ besitzt. Am Zustandekommen des Funkel-Effektes sind eine Reihe von Prozessen beteiligt. Einige davon laufen sehr langsam ab; denn Gleichung (25) konnte bis zu Frequenzen von 0,1 MHz experimentell bestätigt werden.

Für den untersten Frequenzbereich können vielleicht stoffliche Veränderungen in dem System Metallträger-Oxid-Kathode infrage kommen. Durch Diffusionsprozesse bedingt, kann sich der Widerstand dieser Grenzschicht, durch die der Emissionsstrom hindurchfließt, lokal sprunghaft verändern. Einen Beitrag zum Rauschspektrum bei etwas höheren Frequenzen können lokale Schwankungen der Austrittsarbeit des Oxidmaterials liefern, die dadurch entstehen, dass vorübergehend Fremdatome an der Oberfläche absorbiert werden.

6. Aufgabe

- Man ermittle aus dem thermischen Rauschen eines Widerstandes die Boltzmannsche Konstante k . Man gebe die Rauschzahl F des Spektrometers für $R = 500 \, \Omega$ und der gewählten Messfrequenz an.
- Man bestimme aus dem Schrotrauschen einer Hochvakuumdiode mit Reinmetallkathode die Elementarladung e_0 .

^{*)} wegen $\arctg x - \arctg y = \arctg \frac{x-y}{1+xy}$

- c) Man untersuche das Rauschspektrum einer Hochvakuumdiode mit Reinmetallkathode in einem möglichst großen Frequenzbereich und stelle es in geeigneter Form dar.
- d) Man führe dieselbe Untersuchung wie unter c) beschrieben an einer Röhre mit Oxidkathode durch, stelle das Ergebnis in geeigneter Weise dar und versuche, den Schrotanteil des Rauschens zu ermitteln sowie den Exponenten des Funkel-Spektrums zu errechnen.

7. Beschreibung einer Apparatur zur Messung des Widerstandsrauschens

Grundsätzlich kann man mit einer gemäß Abb.8 aufgebauten Apparatur die Rauschspannung eines Widerstandes messen. Man klemmt das zu untersuchende Messobjekt

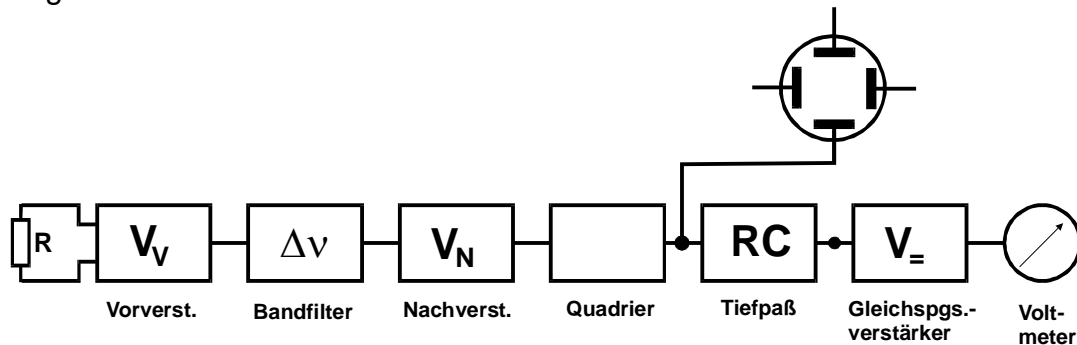


Abb.8: Blockschaltbild eines Rauschspektrometers

an den Eingang eines Vorverstärkers an. Dieser verstärkt die Rauschspannung $U_R(t)$ innerhalb eines durch die Apparatur vorgegebenen Frequenzbereiches linear und gibt sie an ein Bandfilter weiter. Dieses legt den Frequenzbereich $\Delta\nu$ in (10) fest. Die gefilterte Spannung wird noch einmal linear in einem Nachverstärker vergrößert und dann an einen Quadrierer gegeben. Dieses Gerät bildet in jedem Zeitpunkt aus $U_R(t)$ die Größe $V_V^2 V_N^2 U_R^2(t)$. V_V und V_N bedeuten dabei die Verstärkungsfaktoren der beiden Verstärker. $U_R^2(t)$ kann auf einem Oszillographen, der am Ausgang des Quadrierers liegt, beobachtet werden. Die Bildung des zeitlichen Mittelwertes von U_R^2 , mit anderen Worten, die Bestimmung des Gleichspannungsanteils von U_R^2 geschieht, indem man U_R^2 durch einen Tiefpaß schickt. Hinter diesem Gerät befindet sich noch ein Gleichspannungsverstärker, der die gemittelte Gleichspannung um den Faktor $V_=$ vergrößert, bevor sie von einem Voltmeter angezeigt wird. Das am Ausgang der gesamten Messapparatur auftretende Spannungsquadrat U_a^2 beträgt demnach^{*)}

$$(26) \quad U_a^2 = V_= V_V^2 V_N^2 \overline{U_R^2} = V_= V_V^2 V_N^2 \Delta\nu 4kTR \quad .$$

Das Produkt $V_= V_V^2 V_N^2 \Delta\nu$ ist eine Apparatkonstante. Es muss durch eine Eichmessung bestimmt werden.

^{*)} Das am Ausgang des Quadrierers zu entnehmende Spannungsquadrat wird bei der vorhandenen Apparatur in Volt angezeigt. Der gemessene Betrag muss daher bei Berechnungen mit der Maßeinheit V^2 multipliziert werden.

Wie eine grobe Abschätzung ergibt, sind die Rauschspannungen von Widerständen mit handelsüblichen Werten sehr klein. Die Gesamtverstärkung der Apparatur muss daher sehr hoch getrieben werden, damit eine bequem messbare Ausgangsspannung U_a entsteht. Bei Untersuchungen mit hohen Verstärkungsgraden stellt das Eigenrauschen der Verstärker ein Problem dar. Es entsteht durch die in jedem Gerät vorhandenen Halbleiterbauelemente. Besonders störend ist die Rauschspannung, die die Eingangsstufe des Vorverstärkers produziert, da sie maximal nachverstärkt wird. In ungünstigen Fällen kann sie größer als die am Eingang liegende Signalspannung sein. Den Einfluss des Eigenrauschens der Verstärker auf die Ausgangsspannung kann man sich am besten anhand eines Ersatzschaltbildes klarmachen: In Abb.9 bedeute V einen rauschfreien Verstärker mit dem Verstärkungsfaktor $V_{ges}(v)$.

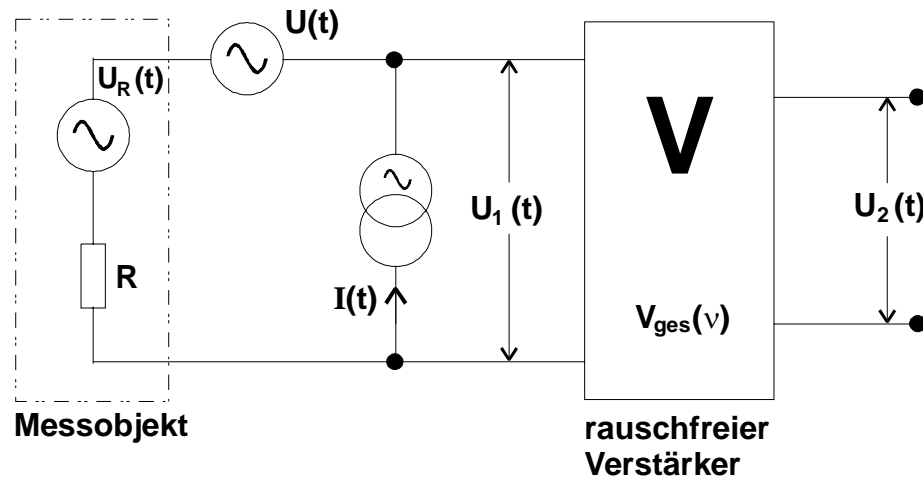


Abb.9: Ersatzschaltbild eines rauschbehafteten Verstärkers

Das Eigenrauschen des realen Verstärkers werde durch eine Spannungsquelle $U(t)$ und durch eine Stromquelle $I(t)$ am Eingang dargestellt. Das zu untersuchende Messobjekt werde durch einen rauschfreien Widerstand R und durch eine Rauschspannungsquelle U_R realisiert. Am Eingang des Verstärkers liegt dann die Spannung

$$U_1(t) = U_R(t) + U(t) + RI(t)$$

und am Ausgang

$$U_2(t) = V_{ges} U_1(t) \quad .$$

Da die Spannung U_2 in der Messanordnung nach Abb.8 anschließend quadriert wird, bildet man U_2^2 und erhält

$$U_2^2 = (U^2 + U_R^2 + R^2 I^2 + 2RUI + 2UIR + 2U_R U) V_{ges}^2 \quad .$$

Bei der sich anschließenden Mittelwertbildung verschwinden die beiden letzten Summanden, da zwischen U_R und I bzw. U_R und U keine Korrelation besteht. Dagegen ist eine Korrelation zwischen U und I möglich, sodass im allgemeinen $R\overline{UI}$ ungleich null ist. Daher tritt am Ausgang des Tiefpasses das Spannungsquadrat

$$(27) \quad U_a^2 = V_{ges}^2 \overline{U_R^2} + V_{ges}^2 (R^2 \overline{I^2} + 2R\overline{UI} + \overline{U^2})$$

auf. Der Störterm in (27) ist im allgemeinen nicht ohne weiteres zu ermitteln - es sei denn, man hätte eine geeichte Rauschspannungsquelle $\overline{U_R^2}$ zu Verfügung. Dann wäre man in der Lage, Signal- und Störspannung mit Hilfe einer zusätzlichen Eichmessung voneinander zu trennen. In allen anderen Fällen ist man auf Näherungen angewiesen. Der im vorliegenden Experiment verwendete Vorverstärker besitzt einen MOSFET (Feldeffekt-Transistor mit Isolierschicht zwischen Steuerelektrode und Leitungskanal) in der Eingangsstufe. Dieser hat einen so kleinen eingepprägten Rauschstrom I , dass die stromabhängigen Terme in (27) für $R < 100 \text{ k}\Omega$ gegenüber den anderen vernachlässigt werden können. Das dann immer noch vorhandene Störspannungsquadrat $V_{\text{ges}}^2 \overline{U^2}$ kann man jetzt unmittelbar am Ausgang des Rauschspektrometers messen, wenn man den Verstärkereingang kurzschließt.

Ist jedoch $|U_R| \ll |U|$, dann wird das soeben beschriebene Messverfahren sehr ungenau. Hier kann man mit einer sogenannten **Korrelatorschaltung** erheblich bessere Ergebnisse erzielen. Es wird dabei die Tatsache ausgenutzt, dass das Eigenrauschen zweier getrennter Verstärker unkorreliert ist. Den prinzipiellen Aufbau einer solchen Versuchsanordnung erkennt man in Abb.10.

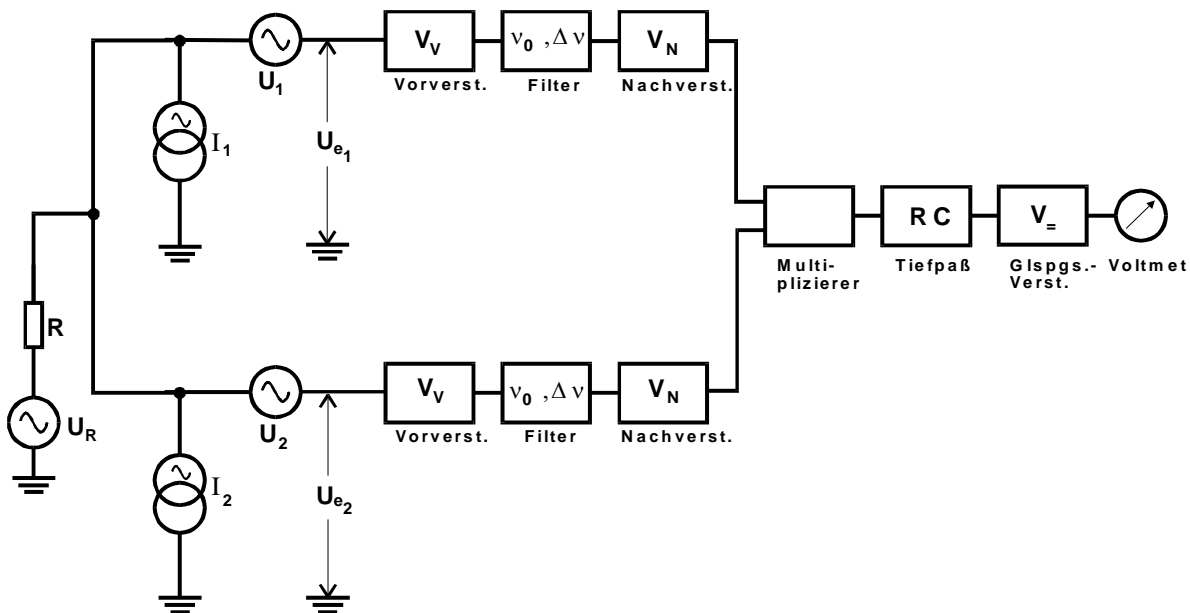


Abb.10: Blockschaltbild eines Rauschspektrometers nach dem Korrelatorprinzip

Das zu messende Signal -die Rauschspannung eines Widerstandes - wird parallel auf zwei Verstärker gegeben. Ihre Ausgangsspannungen werden gefiltert, nachverstärkt und dann auf die beiden Eingänge eines Multiplizierers geleitet. Das Spannungsprodukt wird noch durch einen Tiefpass geglättet und dann mit einem Gleichspannungsvoltmeter gemessen. Das Eigenrauschen der Verstärker wird, wie in Abb.10 wiedergegeben, durch insgesamt 4 Quellen dargestellt. Damit ergibt sich für die beiden Eingangsspannungen

$$\begin{aligned} U_{e1} &= U_R + U_1 + R(I_1 + I_2) \quad , \\ U_{e2} &= U_R + U_2 + R(I_1 + I_2) \quad . \end{aligned}$$

Nur zwischen den Größen U_1 und I_1 sowie U_2 und I_2 muss eventuell eine Korrelation zugelassen werden. Weitere Korrelationen bestehen nicht. Dann bekommt man - unter der Voraussetzung, dass sich die beiden Verstärkerkanäle elektrisch gleich verhalten - am Ausgang des Tiefpasses ein Spannungsquadrat U_{aKor}^2 , das gegeben ist durch

$$(28) \quad U_{aKor}^2 = V_{ges}^2 \left\{ \overline{U_R^2} + R \left(\overline{U_1 I_1} + \overline{U_2 I_2} \right) + R^2 \left(\overline{I_1^2} + \overline{I_2^2} \right) \right\} .$$

Verwendet man auch hier MOSFET's in den Eingangsstufen, dann sind die stromabhängigen Glieder in (28) klein, und es gilt näherungsweise

$$(29) \quad U_{aKor}^2 = V_{ges}^2 \overline{U_R^2} .$$

Man erkennt an (29) sofort den entscheidenden Vorteil des Korrelators: Die Verstärker-rauschspannungen U_1 und U_2 gehen in die Messspannung U_{aKor} nicht mehr ein. Man ist daher mit einem Korrelator bei gleicher Verstärkerqualität in der Lage, noch erheblich kleinere Rauschspannungen zu messen als mit einer einkanaligen Versuchsanordnung gemäß Abb.8.

Das Eigenrauschen eines Verstärkers ist ein Maß für seine Qualität. Um verschiedene Verstärker miteinander vergleichen zu können, hat man die Größe F , die sogenannte **Rauschzahl**, eingeführt. Sie ist definiert als

$$(30) \quad F(v_0, Z) := \frac{\overline{U_a^2}(Z)}{4kT \operatorname{Re}(Z) \Delta v V_{ges}^2} .$$

Hierin bedeuten $\overline{U_a^2}(Z)$ das gemittelte Ausgangsspannungsquadrat hinter einem Quadrierer bei angeschlossenem Eingangswiderstand Z . F kann vom Realteil des Eingangswiderstandes, von der Lage v_0 des Durchlassbereiches Δv im Frequenzspektrum und von der Temperatur abhängen. Diese Parameter sollten daher bei einer Rauschzahlangabe immer mitgenannt werden. Der günstigste Wert, den F annehmen kann, ist $F = 1$. In diesem Falle besitzt der Verstärker kein Eigenrauschen. Oft gibt man F auch in Dezibel an. Es gilt

$$F[\text{dB}] = 10 \cdot \log^{10} F .$$

8. Hinweise für die Benutzung der Messapparaturen

zu 6a: Man baue zunächst eine Apparatur gemäß Abb.8 auf. Als Bandfilter verwende man das Gerät 3100 A der Fa. Krohn Hite mit dem Frequenzgang „Max Flat“. Im Prinzip ist die Wahl des Frequenzbereiches Δv gleichgültig. In der Praxis sind jedoch einige Randbedingungen zu beachten: 1. Man wähle Δv so, dass die Frequenzen 50 und 150 Hz weit außerhalb des Durchlassbereiches liegen; denn bei diesen Frequenzen produzieren die Verstärker massive Störspannungen. Die Filterkurve ist $\sim v^4$.

2. Die obere Grenzfrequenz des Vorverstärkers liegt bei 1000 kHz, das heißt, bei dieser Frequenz ist die Verstärkung bereits um den Faktor $1/\sqrt{2}$ abgesunken. Sie geht mit $1/v$ gegen null. Die Grenzfrequenz des Quadrierers beträgt 500 kHz.

Die Ankopplung des Vorverstärkers sollte immer auf „AC“ stehen, da hohe Gleichspannungen am Eingang das wertvolle Gerät zerstören können. Die Verstärkung des Vorverstärkers beträgt 1000. Vor Beginn der eigentlichen Messungen muss eine Eichung der Apparatur vorgenommen werden, dass heißt es muss die Größe

$$A := \int_0^{\infty} V_{\text{V}}^2(v) V_{\text{N}}^2(v) dv$$

ermittelt werden. Zu diesem Zweck schließt man an den Eingang des Rauschspektrometers einen Sinusgenerator an und misst das Ausgangsspannungsquadrat U_a^2 des Tiefpasses als Funktion der Frequenz. Das Ergebnis - die Durchlasskurve - wird mit einer Rechenmaschine integriert und liefert den gesuchten Eichfaktor A. Bei der Messung sollte man die Eingangsspannung nicht zu niedrig wählen - sie muss einwandfrei mit einem Millivoltmeter gemessen werden können, da sie in die Eichung eingeht. Eventuell kann ein geeichter Abschwächer verwendet werden.

Am Quadrierer sollten für diese und auch für die eigentlichen Rauschmessungen folgende Einstellungen gewählt werden: Messbereich: AC 1 V; Verstärkung $V_{\text{V}} = 10$. Die Zeitkonstante wähle man so, dass eine einwandfreie Ablesung am Ausgangsmillivoltmeter möglich ist. Nach hinreichend langer Aufwärmzeit kann der Nullpunkt DC ZERO des Quadrierers eingeregelt werden.

Zur Bestimmung der Konstanten k misst man nun $\overline{U_a^2}$ in Abhängigkeit vom Wert des am Eingang liegenden Widerstandes R. Dieser muss wegen der hohen Verstärkung des Spektrometers sorgfältig abgeschirmt sein. Auch sollte die Verbindungsleitung zwischen R und der Eingangsbuchse möglichst kurz sein; denn die Kapazität des Verbindungskabels (100 pF/m) und die Eingangskapazität des Vorverstärkers können Einfluss auf das Messergebnis nehmen (siehe (11)). Man wähle daher R und v_{max} nicht zu groß. Abschätzung angeben! Die Verstärkung bei der Messung stellt man so ein, dass die OVERLOAD-Lampen nicht oder höchstens gelegentlich kurz aufleuchten. Wegen der unvermeidlichen Nullpunktsdrift des Quadrierers sollte U_a^2 niemals den Wert von 80 bis 90 mV unterschreiten. Die Konstante k berechnet man aus einer linearen Regression der Messkurve $U_a^2 = f(R)$.

Man baue als nächstes eine Versuchsanordnung nach Abb.10 auf.

Als Filter verwende man hier zwei Selektiv-Verstärker. Da diese einen anderen Frequenzgang haben als das Bandfilter, muss die Eichmessung wiederholt werden. Wichtig für das einwandfreie Arbeiten dieser Apparatur ist, dass beide Kanäle die gleiche Verstärkung und denselben Frequenzgang besitzen. Am Selektiv-Verstärker stelle man die Kopplung auf AC, die Verstärkung auf x10 und die Güte $Q = 10$ ein. Die Ausgangsspannung kann an der Buchse „RESONANCE“ abgenommen werden. Für die Wahl der Mittenfrequenz v_0 gilt auch hier das zuvor Gesagte. Die Durchlasskurve dieses Gerätes besitzt die Gestalt

$$(31) \quad U_a^2 = \frac{1}{Q^2} \frac{1}{\eta^2 + \frac{1}{\eta^2} + \frac{1}{Q^2} - 2} U_e^2 ,$$

worin $\eta := v/v_0$ ist.

zu 6b: Die für die Messungen vorgesehene Diode ist bereits komplett verdrahtet in einem Gehäuse untergebracht. Die Schaltung hat etwa die in Abb.11 wiedergegebene Gestalt. Da - wie bereits in Kap.3 erwähnt - die Röhre im Sättigungsbereich arbeiten

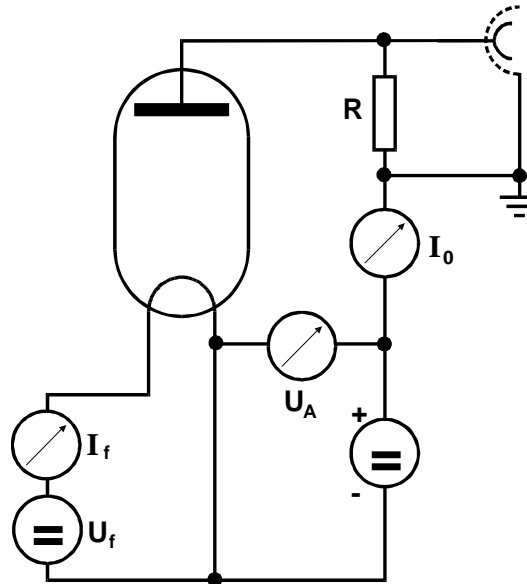


Abb.11: Schaltung der Schrot-Rauschquelle

muss, ist es notwendig, zunächst einige Kennlinien $I_0 = f(U_a)$ bei $I_f = \text{const}$ aufzunehmen um festzustellen, bei welcher Parametereinstellung diese Forderung näherungsweise erfüllt ist.

Für die Bestimmung der Elementarladung genügt es, das einfache Spektrometer gemäß Abb.8 aufzubauen, da die Signalspannungen hier deutlich größer sind als bei 5a. Der Rauschstrom $I(t)$ ruft einen Spannungsabfall $U(t) = R I(t)$ am Arbeitswiderstand in Abb.11 hervor, der als Signal auf den Eingang des Spektrometers gegeben wird. Dabei sollte eine möglichst kurze Leitung verwendet werden. Der Wert von R muss zuvor mit einem digitalen Ohmmeter bestimmt werden.

zu 6c: Für die Aufnahme des Frequenzspektrums $W(v)$ tausche man das Bandfilter gegen den Selektiv-Verstärker aus. Bei dieser Messung taucht das Problem auf, dass bei der Variation der Mittenfrequenz v_0 sich auch der Durchlassbereich Δv verändert, da beide Größen über (31) miteinander zusammenhängen. Man müsste daher für jedes v_0 eine Durchlasskurve aufnehmen und diese integrieren. Da ein solches Verfahren zu zeitaufwendig ist, liegt bei der Messapparatur eine Kurve, die Δv als Funktion von v_0 im Bereich von $10 \text{ Hz} \leq v_0 \leq 500 \text{ kHz}$ bei $Q = 10$ angibt. Mit Hilfe der darin aufgeführten Werte kann man W aus den Messergebnissen errechnen.

Die Messung wird schwierig, wenn v_0 kleiner als etwa 500 Hz wird, da erstens U_a näherungsweise mit v_0 gegen null geht und sich zweitens zunehmend Störeinflüsse bemerkbar machen, die auch durch einen Korrelator nicht eliminiert werden können. Die mit Abstand stärksten Störungen treten bei den Frequenzen 50 und 150 Hz und in ab-

geschwächtem Maße auch noch bei höheren ungeradzahlig Vielfachen der Netzfrequenz auf. Messungen bei diesen Frequenzen sind mit der vorliegenden Apparatur nicht möglich.

Das Blockschaltbild der Messapparatur hat jetzt die in Abb.12 wiedergegebene Gestalt.

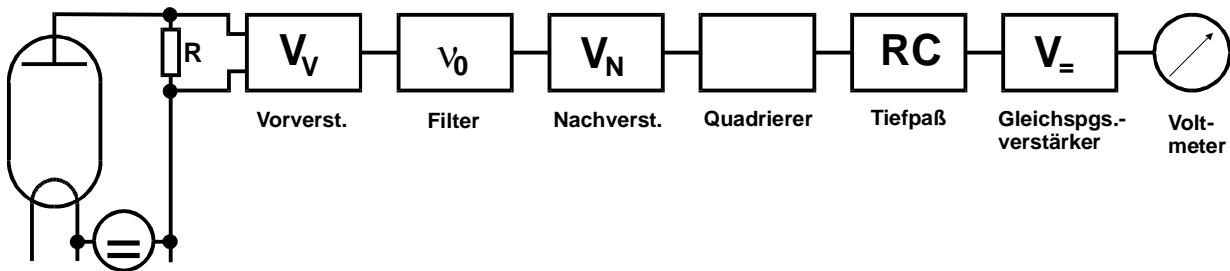


Abb.12: Blockschaltbild einer Messapparatur zur Aufnahme des Frequenzspektrums einer Rauschquelle

Bei niedrigen Messfrequenzen muss eine große Zeitkonstante am Tiefpass eingestellt werden. Das bedingt eine längere Messzeit. Der Anodenstrom sollte den Wert von 4 mA nicht überschreiten, da die Störspannungen mit I_0^2 anwachsen.

zu 6d: Die Messungen des Rauschspektrums einer Oxydkathode mit einer Apparatur nach Abb.12 ist dagegen auch bei niedrigen Frequenzen unproblematisch. Es ist nur darauf zu achten, dass I_0 während der Messung konstant bleibt. Kleine Schwankungen können mit einem eingebauten Regelwiderstand ausgeglichen werden. Eine Röhre mit Oxydkathode kann nicht im Sättigungsbereich betrieben werden, da sie dann zerstört würde. Daher lassen sich die Messungen zu 6c und 6d nur qualitativ miteinander vergleichen. Man kann jedoch aus dem Schrotanteil des Spektrums den Schwächungsfaktor für das Schrot-Rauschen errechnen, der durch die Raumladung in der Röhre entsteht.

Man versuche hier, bis zu $v_0 = 10$ Hz herunter zu messen. Bei der hier verwendeten Röhre (einer HF-Triode) sind auch Messergebnisse für $v_0 > 100$ kHz interessant. Mit der vorliegenden Apparatur sind Messungen bis ca 500 kHz möglich, wenn man statt des Selektiv-Verstärkers das Bandfilter 3100A verwendet und bei diesem die obere und untere Grenzfrequenz immer auf denselben Wert einregelt. Für diese Einstellung sind in der Kurve $\Delta v = f(v_0)$ einige Δv -Werte angegeben.

9. Literatur

- H. Bittel, L. Storm; Rauschen; Springer-Verlag 1971
- H.J. Kunze; Physikalische Messmethoden; Teubner 1986
- D.A. Bell Noise an the solid state 1985
- A. v. d. Ziel; Noise, sources, characterization, measurement 1970
- R. Müller; Rauschen; Springer-Verlag 1979
- A. Blum, Elektronisches Rauschen Teubner 1996