Versuch Nr. 206

Die Wärmepumpe

1. Das Prinzip der Wärmepumpe und die daraus resultierende technische Anwendung

Das hier beschriebene Experiment behandelt den Transport von Wärmeenergie zwischen zwei Wärmereservoiren. Die Erfahrung zeigt, dass die Wärmeenergie in einem abgeschlossenen System immer vom heißeren zum kälteren Körper übergeht, (obwohl nach dem Energiesatz auch der umgekehrte Prozess möglich wäre). Es ist jedoch möglich, die Richtung des Wärmeflusses umzukehren, also Wärmeenergie vom kälteren zum heißeren Reservoir fließen zu lassen. Das geht aber nur dann, wenn man **zusätzliche** Energie (z.B. mechanische Arbeit) aufwendet. Eine Vorrichtung, die das leistet, bezeichnet man als **Wärmepumpe.**
Im Folgenden soll nun das Verhältnis zwischen der transportierten Wärmemenge und der dafür aufzuwendenden Arbeit A errechnet werden und zwar unter idealisierenden Voraussetzungen. Man bezeichnet diese Größe auch als **Güteziffer** ν der Wärmepumpe. Der Erste Hauptsatz der Wärmelehre verlangt, dass die vom Transportmedium an das wärmere Reservoir abgegebene Wärmemenge Q_1 gleich der Summe der aus dem kälteren Reservoir entnommenen Wärmemenge Q_2 und der aufgewandten Arbeit A ist, also

(1) $$Q_1 = Q_2 + A \quad .$$

Mit diesen Abkürzungen ergibt sich die Güteziffer der Wärmepumpe zu

(2) $$\nu = Q_1 / A \quad .$$

Aus dem Zweiten Hauptsatz der Wärmelehre lässt sich nun eine weitere Beziehung zwischen den Wärmemengen Q_1 und Q_2 sowie den Temperaturen T_1 und T_2 der Reservoire herleiten: Angenommen während der Wärmeübertragung ändern sich die Temperaturen der beiden Reservoire praktisch nicht, dann folgt, dass die Summe der sogenannten reduzierten Wärmemengen $\int dQ/T$ verschwindet. Das bedeutet

(3) $$\frac{Q_1}{T_1} - \frac{Q_2}{T_2} = 0 \quad .$$

Die Gültigkeit der Gleichung (3) ist allerdings an eine wichtige Voraussetzung geknüpft, auf die hier ausdrücklich hingewiesen werden soll: Die Wärmeübertragung muss **reversibel** verlaufen, das heißt, die vom Transportmedium während eines Zyklus aufgenommene Wärme und mechanische Energie muss jederzeit in einem umgekehrt laufenden Prozess vollständig wieder zurückgewonnen werden können. Diese Forderung stellt eine idealisierende Annahme dar, die von einer technisch realisierten Wärmepumpe nicht erreicht werden kann. Für den realistischen, irreversiblen Fall gilt die Beziehung

(3')
$$\frac{Q_1}{T_1} - \frac{Q_2}{T_2} > 0 \quad .$$

Aus den Gleichungen (1) und (3) folgt nun

$$Q_1 = A + \frac{T_2}{T_1} Q_1$$

und für die gemäß (2) definierte Güteziffer einer idealen Wärmepumpe

(4)
$$\nu_{id} = \frac{Q_1}{A} = \frac{T_1}{T_1 - T_2} \quad .$$

Für die reale Wärmepumpe ist gemäß (1) und (3')

(4')
$$\nu_{real} < \frac{T_1}{T_1 - T_2} \quad .$$

Die Gleichungen (4) und (4') sagen aus, dass eine Wärmepumpe umso günstiger arbeitet, je kleiner die Temperaturdifferenz zwischen den beiden Wärmespeichern ist. Das Wort "günstig" bedeutet in diesem Zusammenhang, dass ein möglichst kleiner Arbeitsaufwand zur Übertragung einer vorgegebenen Wärmemenge notwendig ist. Die Wärmepumpe wird in der Technik zumeist dafür benutzt, um ein Objekt möglichst preiswert zu heizen. Die Wärmemenge Q_2 wird dabei einem Reservoir entnommen, dessen Energieinhalt kostenlos zur Verfügung steht, wie zum Beispiel die Eigenwärme des Grundwassers oder der Umgebungsluft. Bei einem gegebenen Wärmeenergiebedarf Q_1 hat der Betreiber nur die mechanische Arbeit A zu bezahlen, die erforderlich ist, um die Wärmemenge $Q_2 = Q_1 - A$ aus dem Reservoir herauszupumpen.(Verluste sind vernachlässigt) Nach Auskunft von (4) kann A unter günstigen Bedingungen erheblich kleiner als die gewonnene Wärmemenge Q_1 sein. Man erkennt sofort den großen Vorteil der Wärmepumpe gegenüber Wärmegewinnungsverfahren, bei denen mechanische Arbeit unmittelbar in Wärme umgewandelt wird (zum Beispiel durch Reibung). Hier ist die erhaltene Wärmemenge höchstens gleich der mechanischen Arbeit, also

$$Q_{1_{direkt}} \leq A$$

im Gegensatz zu

$$Q_{1_{rev}} = A \frac{T_1}{T_1 - T_2} \quad .$$

2. Die Arbeitsweise einer Wärmepumpe

Als Transportmedium benutzt man bei der Wärmepumpe ein reales Gas, das beim Verdampfen Wärme aufnimmt und diese bei der Verflüssigung wieder abgibt. Die Wärme wird also in Form von Phasenumwandlungsenergie des Gases transportiert. Es ist daher günstig, ein Gas mit möglichst hoher Kondensationswärme zu verwenden. Der schematische Aufbau einer Wärmepumpe ist in Abb. 1 wiedergegeben. Der Kompressor K erzeugt in der Apparatur einen Mediumkreislauf. Das Gas durchströmt dabei die Reservoire 1 und 2 sowie das dazwischenliegende Drosselventil D. An dieser Stelle baut sich wegen des hohen Strömungswiderstandes ein Druckunterschied $p_b - p_a$

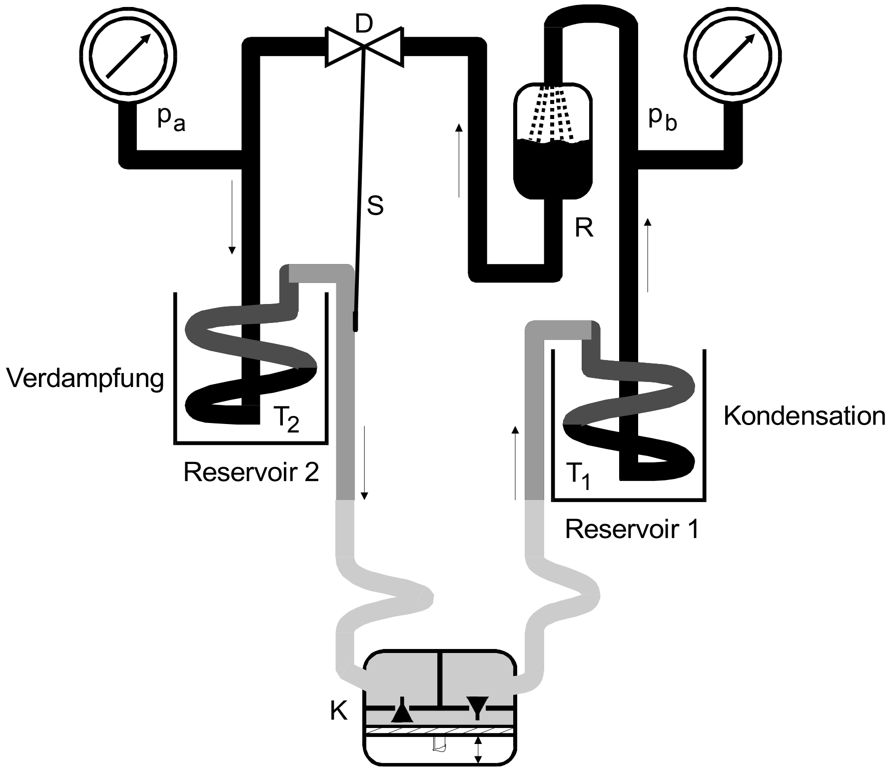

Abb.1: Prinzipieller Aufbau einer Wärmepumpe ($p_b > p_a$; $T_1 > T_2$)

auf. Die Apparatur ist nun so konzipiert, dass das Transportgas bei der Temperatur T_1 und dem Druck p_b flüssig und bei T_2 und p_a gasförmig ist. Das verflüssigte Medium verdampft nach dem Durchströmen von D im Reservoir 2 und entzieht diesem die Verdampfungswärme L[1] pro Gramm Substanz. 2 ist damit das wärmeabgebende, kältere Reservoir. Das Gas wird anschließend im Kompressor nahezu adiabatisch komprimiert, wobei es sich stark erwärmt und der Druck soweit ansteigt, bis es sich im Reservoir 1 wieder verflüssigt. Dabei gibt es die Kondensationswärme L pro Gramm an 1 ab und heizt dieses auf. Um einen störungsfreien Betrieb der Wärmepumpe zu gewährleisten, ist die Installation weiterer Armaturen notwendig, die jedoch für ihre prinzipielle Wirkungsweise keine Bedeutung haben. So wird das verflüssigte, aber noch mit Gasblasen durchsetzte Transportmedium im "Reiniger" R von Gasresten getrennt, sodass eine blasenfreie Flüssigkeitszufuhr zum Drosselventil D gewährleistet ist. Weiterhin ist eine Steuerungsvorrichtung S für D erforderlich. Diese sorgt dafür, dass das Transportmedium nur im gasförmigen Zustand in den Kompressor gelangt. Flüssigkeitsreste würden ihn zerstören. Die Durchlässigkeit des Drosselventils wird über die Temperaturdifferenz zwischen Eingang und Ausgang des Reservoirs 2 gesteuert. Fällt diese unter einen fest eingestellten Wert, weil zum Beispiel die Verdampfungsrate in 2 zu klein ist, so wird die Zufuhr des Transportmediums durch D und S verringert.

3. Bestimmung von Kenngrößen einer realen Wärmepumpe

Folgende Kenngrößen sind bei einer realen Wärmepumpe von Interesse: a) die Güteziffer, b) der Massendurchsatz dm/dt des Transportmediums und c) der Wirkungsgrad

[1] *Näheres zu diesem Begriff siehe z.B. V203*

des Kompressors. Sie lassen sich aus den Ergebnissen einer Messreihe errechnen, die man mit Hilfe der in Abb.2 skizzierten Apparatur gewinnt.

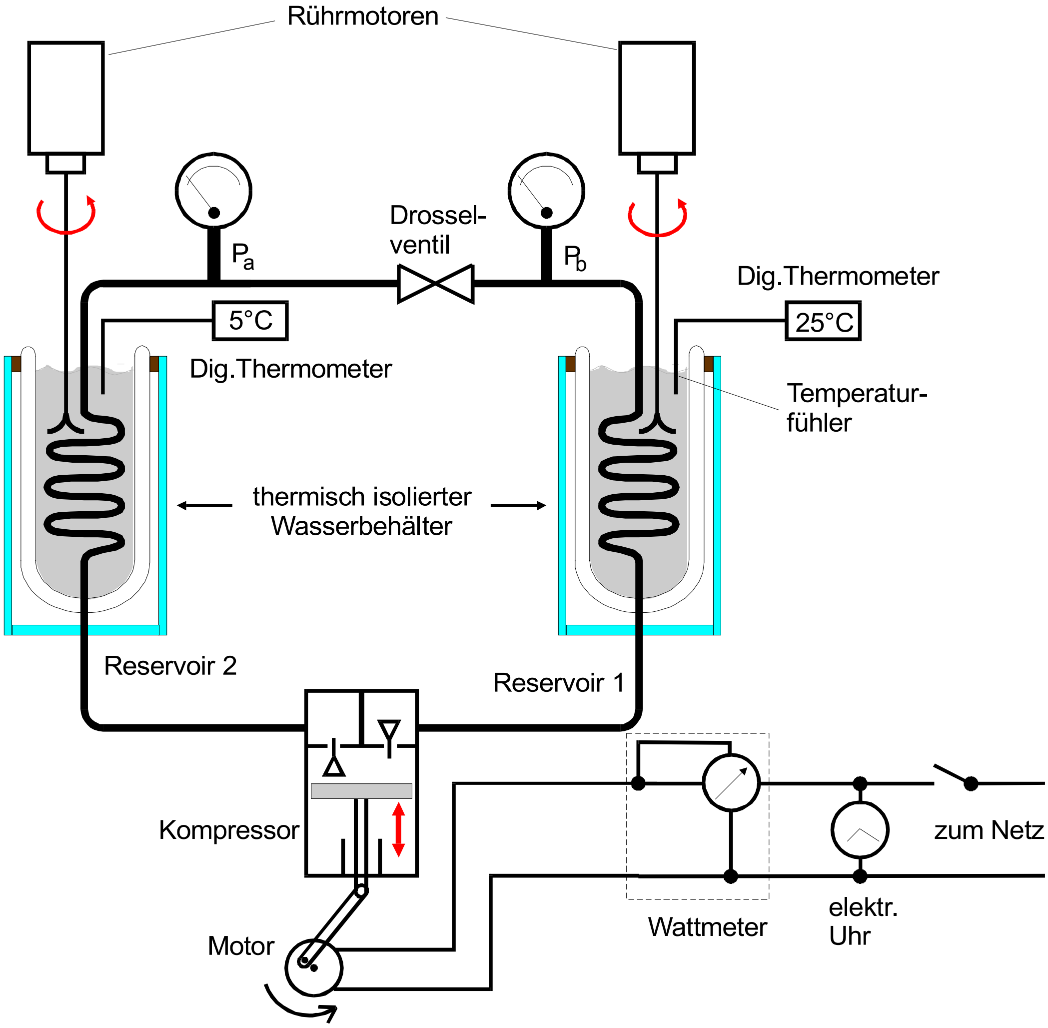

Abb.2: Schematische Darstellung der kompletten Messapparatur

Diese gestattet es, den Temperaturverlauf in den beiden Reservoiren, die elektrische Leistungsaufnahme des Kompressors sowie die Drücke p_b und p_a vor und hinter dem Drosselventil in Abhängigkeit von der Zeit zu messen. Die Reservoire bestehen aus thermisch isolierten Eimern, in die man zu Beginn des Experiments mit Hilfe eines Messkolbens eine genau definierte Menge kalten Wassers einfüllt. Um eine zuverlässige Temperaturangabe zu erhalten, ist es erforderlich, das Wasser in den Reservoiren ständig umzurühren. Zu diesem Zwecke stehen kleine Rührmotoren zur Verfügung.

a) **Bestimmung der realen Güteziffer** ν

Aus einer Messreihe T_1 als Funktion der Zeit t ermittelt man die Größe $\Delta T_1/\Delta t$ für ein geeignet gewähltes Zeitintervall Δt. Aus diesem Differenzenquotienten errechnet sich die pro Zeiteinheit gewonnene Wärmemenge $\Delta Q_1/\Delta t$ zu

$$\frac{\Delta Q_1}{\Delta t} = (m_1 c_w + m_k c_k) \frac{\Delta T_1}{\Delta t} \qquad ,$$

worin $m_1 c_w$ die Wärmekapazität des Wassers im Reservoir 1 und $m_k c_k$ die Wärmekapazität der Kupferschlange und des Eimers bedeuten. Für die Güteziffer ergibt sich dann

$$\nu = \frac{\Delta Q_1}{\Delta t N}$$

mit N als die vom Wattmeter angezeigte und über das Zeitintervall Δt gemittelte Leistungsaufnahme des Kompressors.

b) **Bestimmung des Massendurchsatzes**

Aus der Messreihe $T_2(t)$ entnimmt man ebenfalls den Differenzenquotienten $\Delta T_2/\Delta t$. Damit ist

$$\frac{\Delta Q_2}{\Delta t} = \left(m_2 c_w + m_k c_k\right)\frac{\Delta T_2}{\Delta t}$$

die pro Zeiteinheit aus dem Reservoir 2 entnommene Wärmemenge. Da die Wärmeentnahme durch Verdampfung des Transportmediums geschieht und hierfür pro Zeit- und Masseneinheit die Verdampfungswärme L verbraucht wird, gilt

(5)
$$\frac{\Delta Q_2}{\Delta t} = L\frac{\Delta m}{\Delta t} \quad .$$

Aus (5) lässt sich der Massendurchsatz errechnen, wenn L bekannt ist.

c) Bestimmung der mechanischen Kompressorleistung N_{mech}

Für die Arbeit A_m, die der Kompressor leistet, wenn er ein Gasvolumen V_a auf den Wert V_b verringert, gilt allgemein

$$A_m = -\int_{V_a}^{V_b} p\, dV \quad .$$

Es werde nun näherungsweise angenommen, dass die Kompression adiabatisch erfolgt, dann gilt für den Zusammenhang zwischen Druck und Volumen die bekannte Poissonsche Gleichung

$$p_a V_a^{\kappa} = p_b V_b^{\kappa} = p V^{\kappa} \quad .$$

(κ ist das Verhältnis der Molwärmen C_p und C_v, $\kappa > 1$)

Damit erhält man für A_m

$$A_m = -p_a V_a^{\kappa}\int_{V_a}^{V_b} V^{-\kappa}\, dV = \frac{1}{\kappa-1} p_a V_a^{\kappa}\left(V_b^{-\kappa+1} - V_a^{-\kappa+1}\right) = \frac{1}{\kappa-1}\left(p_b \sqrt[\kappa]{\frac{p_a}{p_b}} - p_a\right) V_a$$

und für die mechanische Kompressorleistung

$$N_{mech} = \frac{\Delta A_m}{\Delta t} = \frac{1}{\kappa-1}\left(p_b \sqrt[\kappa]{\frac{p_a}{p_b}} - p_a\right)\frac{\Delta V_a}{\Delta t} = \frac{1}{\kappa-1}\left(p_b \sqrt[\kappa]{\frac{p_a}{p_b}} - p_a\right)\frac{1}{\rho}\frac{\Delta m}{\Delta t} \quad .$$

Hierin bedeutet ρ die Dichte des Transportmediums im gasförmigen Zustand, also beim Druck p_a. ρ lässt sich näherungsweise mit Hilfe der Idealen Gasgleichung aus dem in der Literatur angegebenen Wert ρ_0 für Normalbedingungen (p = 1 Bar, T = 0°C) errechnen.

Wenn es gelingt, mit Hilfe von Ausgleichsrechnungen aus den Messwertepaaren $\{T_{1_i}; t_i)\}$ und $\{T_{2_i}; t_i)\}$ einfache Funktionen $T_1 = f(t)$ und $T_2 = f(t)$ zu bestimmen, können sämtliche Differenzenquotienten in den Kapiteln 3a bis 3c durch Differentialquotienten ersetzt werden.

4. Messprogramm

Man fülle die Reservoire der in Kapitel 3 beschriebenen Apparatur mit einer genau abgemessenen Wassermenge (Messkolben verwenden!) und messe in Abhängigkeit von der Zeit die Temperaturen T_1 und T_2 in den Reservoiren, die Drücke p_a und p_b im Verdampfungs- bzw. Verflüssigungsbereich der Wärmepumpe sowie die Leistungsaufnahme des Kompressors. Es genügt, im Zeittakt von 1 min Ablesungen zu machen. Man breche die Messung ab, wenn T_1 einen Wert von ca. 50°C erreicht hat.
Hinweis: Um die Drücke p_a und p_b zu erhalten, lese man zunächst die Werte auf den inneren, schwarz beschrifteten Skalen der entsprechenden Manometer ab und addiere dazu 1 Bar.

5. Auswertung

a) Man stelle die gemäß Kap. 4 gemessenen Temperaturverläufe in einem geeigneten Diagramm dar.

b) Man versuche mit Hilfe einer nicht-linearen Ausgleichsrechnung die gemessenen Temperaturverläufe durch einfache Gleichungen zu approximieren. Folgende Näherungslösungen sind denkbar

$$T(t) = A t^2 + B t + C \quad ,$$

$$T(t) = \frac{A}{1 + B t^\alpha}$$

oder

$$T(t) = \frac{A t^\alpha}{1 + B t^\alpha} + C \qquad \text{mit } 1 \le \alpha \le 2 \quad .$$

c) Aus 5b berechne man für 4 verschiedene Temperaturen die Differentialquotienten dT_1/dt und dT_2/dt.

d) Für die 4 Temperaturen aus 5c bestimme man die Güteziffer der benutzten Wärmepumpe und vergleiche die erhaltenen Werte mit den Güteziffern einer idealen Wärmepumpe. Man verwende dazu die Ergebnisse aus 5c. Die Wärmekapazität der Kupferschlange und des Eimers in den Reservoiren können an den Apparaturen abgelesen werden.

e) Man errechne für die 4 Temperaturen aus 5c den Massendurchsatz des hier benutzten Transportgases Dichlordifluormethan (Cl_2F_2C). Die Verdampfungswärme L dieses Stoffes kann man aus seiner Dampfdruck-Kurve gewinnen. (Näheres hierzu findet man in V203.) Wertepaare (p,T) zur Darstellung dieser Kurve können an den

Manometern der Apparatur abgelesen werden. Mit den dort abgelesenen (p, T)-Werten führe man eine Ausgleichsrechnung zur Bestimmung von L durch.

f) Man errechne die mechanische Leistung des Kompressors, die dieser abgibt, wenn er zwischen den Drücken p_a und p_b arbeitet, für die 4 Temperaturen aus 5c. Daten für Cl_2F_2C: ρ_0= 5,51 g/l bei T = 0°C und p = 1 Bar, κ = 1,14

g) Man gebe Gründe für die relativ schlechte Güteziffer (im Vergleich zur idealen Wärmepumpe) bei dem hier verwendeten Gerät an.

6. Literatur

L.Bergmann, C.Schäfer, Lehrbuch d. Experimentalphysik, Bd.1
E.Becker, Technische Thermodynamik, Teubner 1985
F.W.Winter, Technische Wärmelehre, 1972
F.Bošnjaković, Technische Thermodynamik, 1967
H.D.Baehr, Thermodynamik 1981
N.Elsner, Grundlagen der technischen Thermodynamik, 1973
D.B.Spalding, S.Traustel, E.H.Cole, Grundlagen der technischen Thermodynamik, 1965