Prof. Dr. Dmitri Kuzmin
Dipl.-Technomath. Christopher Basting
Numerische Mathematik für Physiker und Ingenieure

Abgabe der **Theorieaufgaben bis Mittwoch, 04.05.2016, 16:15 Uhr** (einzeln oder zu zweit) in den Briefkasten Ihrer Übungsgruppe. Bitte vermerken Sie auf Ihrer Abgabe Ihre Übungsgruppe sowie Name und Matrikelnummer. Heften Sie mehrere Blätter zusammen.
Abgabe der **Programmieraufgaben bis Donnerstag, 05.05.2016, 16:15 Uhr** digital im Moodle-Arbeitsraum der Veranstaltung. Bei Abgabe zu zweit bitte nur einmal einreichen und im Kommentar den Namen und E-Mail Adresse des/der Koautors/Koautorin nennen. Sie können die Aufgaben in MatLab bzw. Octave schreiben. Alternativ kann auch in C oder C++ abgegeben werden, allerdings ohne mögliche Hilfestellung. Es kann nur lauffähiger Code bewertet werden.
Bei Fragen zu Vorlesung und Übungen können Sie neben der Übungsgruppe auch das **Tutorium** nutzen, jeweils **Mittwochs von 13:00 bis 15:00** Uhr im CIP-Pool der Mathematik (M946).

Aufgabe 2.1 (Interpolation | 3 + 2 + 5 Punkte)

a) Berechnen Sie mit Hilfe des Schemas der dividierten Differenzen das Interpolationspolynom $\Phi \in P_3$ zur Funktion $f(x) = \sin^2(\frac{\pi}{2}x) - x^2$ bezüglich der Stützstellen $x_0 = -\frac{3}{2}$, $x_1 = -\frac{1}{2}$, $x_2 = \frac{1}{2}$ und $x_3 = \frac{3}{2}$.

b) Berechnen Sie die ersten vier Ableitungen von f bezüglich x.

c) Verifizieren Sie mit dem Satz des Interpolationsfehlers aus der Vorlesung, dass für f, Φ aus **a)** gilt:

$$\max_{x \in [-\frac{3}{2}, \frac{3}{2}]} |f(x) - \Phi(x)| \leq \frac{\pi^4}{48}.$$

Aufgabe 2.2 (Lagrange-Interpolation | 4 Punkte)

Bestimmen Sie das Lagrange'sche Interpolationspolynom $\Phi \in P_2$, welches die gegebenen Werte y_i and den Stützstellen x_i interpoliert und berechnen Sie $\Phi(2)$:

x_i	0	1	3
y_i	1	3	2

Programmieraufgabe 2.1 (Interpolation | 4 + 6 Punkte)

a) Schreiben Sie eine Funktion `[c]=myNewtonInterpol(x,f)`, die zu gegebenen Stützstellen $x_0, \dots, x_n$ und den zugehörigen Werten $f_0, \dots, f_n$ die Koeffizienten c_i des Newtonschen Interpolationspolynoms $p \in P_n$ berechnet.

b) Erstellen Sie ein Skript `myNewtonInterpolTest()`, welches für $n = 7, 12, 17$ das Newtonsche Interpolationspolynom zur Runge-Funktion

$$f(x) := \frac{1}{1 + 25x^2}$$

mit

- äquidistanten Knoten $x_i = -1 + \frac{2i}{n}$, $i = 0, \dots, n$ und
- Tschebyscheff-Knoten $x_i = \cos\left(\frac{(2i+1)\pi}{2n+2}\right)$, $i = 0, \dots, n$

berechnet. Das Skript soll für jedes n in je einer eigenen `figure` folgende Plots für das Interval $[-1, 1]$ erstellen:

- die Runge-Funktion als durchgezogener, grüner Polygonzug,
- die äquidistanten Knoten als rote $*$ Markierungen,
- die Tschebyscheff-Knoten als blaue $*$ Markierungen,
- das zu den äquidistanten Stützstellen gehörige Interpolationspolynom als durchgezogener, roter Polygonzug und
- das entsprechende Tschebyscheff-Interpolationspolynom als durchgezogener, blauer Polygonzug.

Speichern Sie die drei Abbildungen jeweils als `PA2-1-N7.fig`, `PA2-1-N12.fig` und `PA2-1-N17.fig` ab. Das Skript soll schließlich noch den maximalen Fehler

$$\max_{\xi \in \Delta} |f(\xi) - p(\xi)|$$

auf einem feinen Gitter $\Delta = \{-1 + 2j/m,\ j = 0, \dots, m\}$ für $m = 100$ für die berechneten Interpolationspolynome p ausgeben.