Prof. Dr. Dmitri Kuzmin
Dipl.-Technomath. Christopher Basting
Numerische Mathematik für Physiker und Ingenieure

Sommersemester 2016
Übungsblatt 1


Abgabe der **Theorieaufgaben bis Donnerstag, 28.04.2016, 16:15 Uhr** (einzeln oder zu zweit) in den Briefkasten Ihrer Übungsgruppe. Bitte vermerken Sie auf Ihrer Abgabe Ihre Übungsgruppe sowie Name und Matrikelnummer. Heften Sie mehrere Blätter zusammen.
Abgabe der **Programmieraufgaben bis Donnerstag, 05.05.2016, 16:15 Uhr** digital im Moodle-Arbeitsraum der Veranstaltung. Bei Abgabe zu zweit bitte nur einmal einreichen und im Kommentar den Namen und E-Mail Adresse des/der Koautors/Koautorin nennen. Sie können die Aufgaben in MatLab bzw. Octave schreiben. Alternativ kann auch in C oder C++ abgegeben werden, allerdings ohne mögliche Hilfestellung. Es kann nur lauffähiger Code bewertet werden.
Am Donnerstag, 28.04.2016, wird es im direkten Anschluss an die Vorlesung eine kurze Einführung in MatLab und Octave geben. Wir empfehlen allen Studierenden die noch keine Erfahrung mit MATLAB bzw. Octave haben die Teilnahme.

## Aufgabe 1.1 (Maschinenzahlen | 3 Punkte)

Die Berechnung der harmonischen Reihe $\sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{i}$ führt im Rechner bei Verwendung einer $t$-stelligen Mantissenlänge auf einen endlichen Wert. Geben Sie dafür eine Begründung an und finden Sie eine grobe Abschätzung für den Wert.

## Aufgabe 1.2 (Horner-Schema | 3 Punkte)

Erstellen Sie für das Polynom

$$p(x) = 11 + 7x - 5x^2 - 4x^3 + 2x^4,$$

an der Stelle $\xi = 2$ die Horner-Tabelle.

## Aufgabe 1.3 (Interpolation | 4+2 Punkte)

**a)** Bestimmen Sie das Interpolationspolynom $p$ zu den Stützpunkten

| $i$ | 0 | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|
| $x_i$ | 0 | 1 | 3 | 4 |
| $y_i$ | 1 | 3 | 2 | 4 |

in Newton-Darstellung und skizzieren Sie es.

**b)** Fügen Sie den Stützpunkt $(x_4, y_4) = (6, 6)$ hinzu, und lösen Sie Teilaufgabe a).

Prof. Dr. Dmitri Kuzmin
Dipl.-Technomath. Christopher Basting


## Programmieraufgabe 1.1 (Auslöschung | 5 Punkte)

Erhöhen Sie in MatLab die Anzahl der Nachkommastellen für die Ausgabe auf dem Bildschirm mit `format long` und berechnen Sie Näherungswerte von

$$\sum_{k=0}^{n} \frac{x^k}{k!} \approx e^x$$

für $x = -5.5$ mit $n = 3, 6, 9, \ldots, 30$ auf die drei folgenden Arten:

**a)** Mit obiger Näherung.

**b)** Mit der Umformung $e^{-5.5} = \frac{1}{e^{5.5}}$ und obiger Näherung.

**c)** Mit der Umformung $e^{-5.5} = (e^{-0.5})^{11}$ und obiger Näherung.

Vergleichen Sie mit einem möglichst genauen Wert von $e^{-5.5} \approx 0.0040867714$. Wie sind die beobachteten Effekte zu erklären?

## Programmieraufgabe 1.2 (Auslöschung | 5 Punkte)

Das Polynom

$$P_7(x) = x^7 - 7x^6 + 21x^5 - 35x^4 + 35x^3 - 21x^2 + 7x - 1 = (x-1)^7$$

hat eine einzige Nullstelle $x^* = 1$. Für $x > 1$ gilt $P_7(x) > 0$ und für $x < 1$ gilt $P_7(x) < 0$. Man wähle in MatLab den Datentyp `single` und plotte den Verlauf von $(x-1)^7$ für $x \in [0.8\,,\,1.2]$ in Schritten zu $5 \cdot 10^{-5}$. Nun werte man die sog. Horner-Form von $P_7$ aus

$$((((((x-7)x+21)x-35)x+35)x-21)x+7)x-1$$

und plotte das Ergebnis mit den gleichen Schrittweiten. Erklären Sie die Beobachtung.