

А.1.3. Описание случайных величин

Выполнил Лапин Ярослав. 18/05/2011.

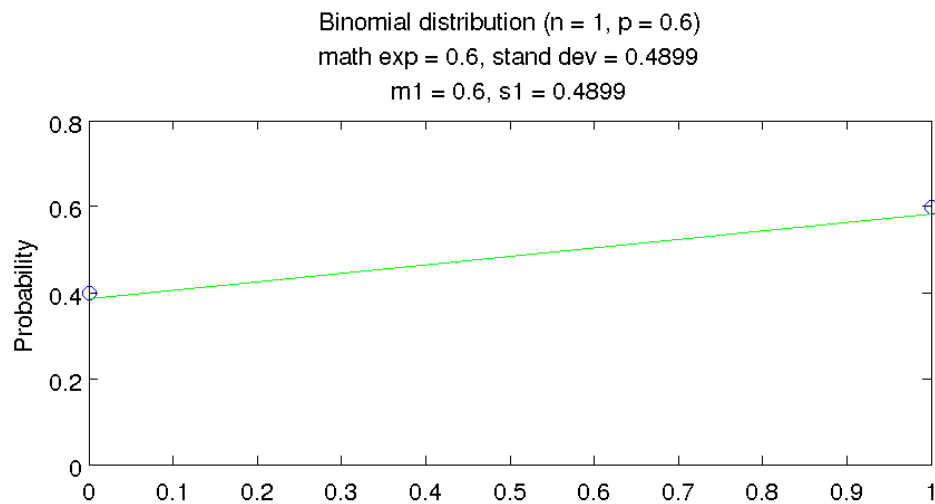
Лирическое отступление

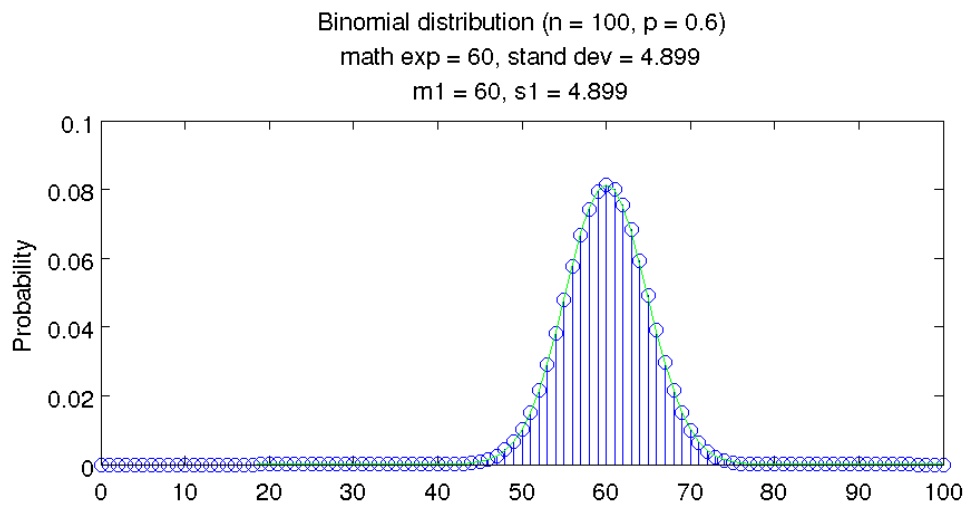
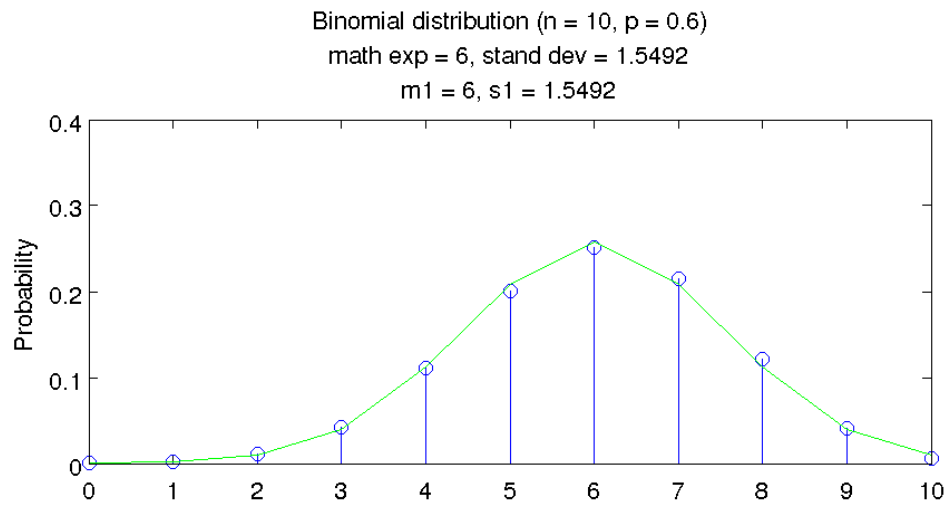
Так как в matlab 7.12 отсутствует функция `d_gauss`, то в скрипте нужно было заменить `d_gauss` на `normpdf`

Биномиальное распределение

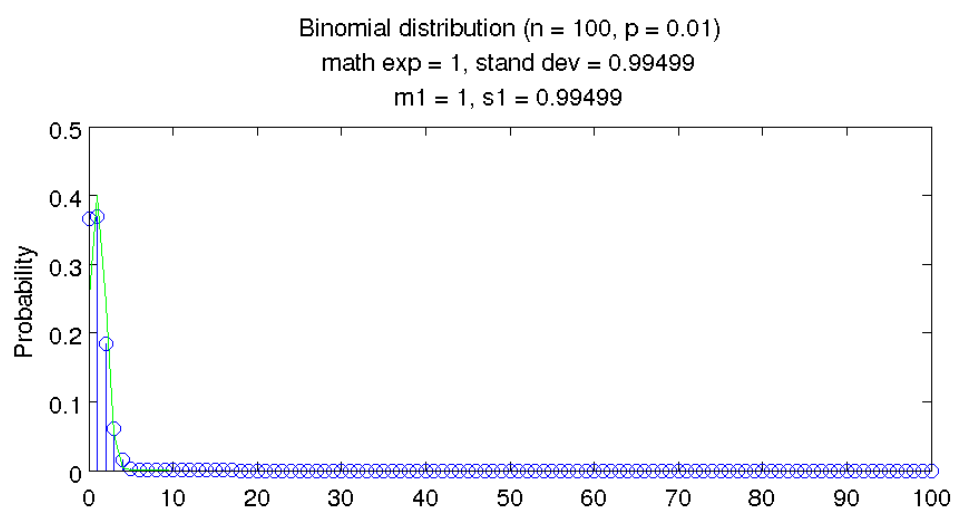
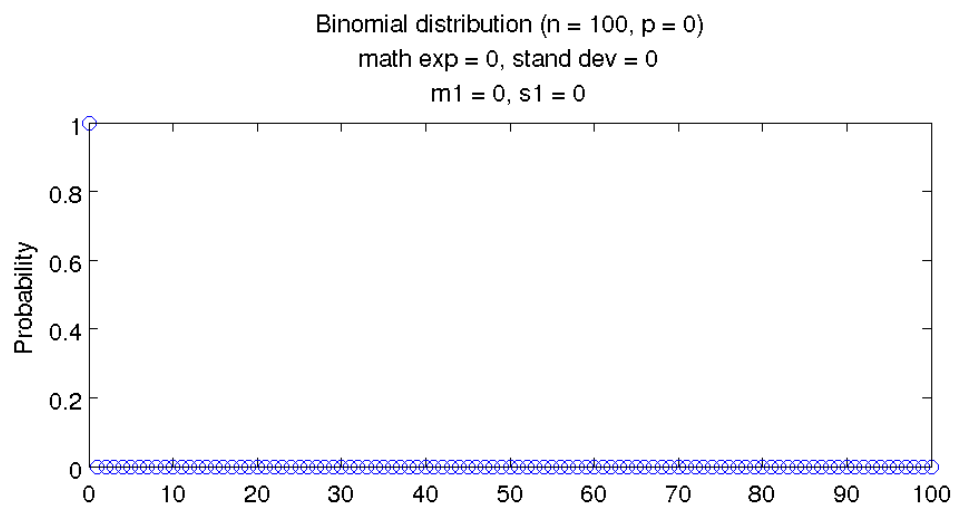
График представляет какая вероятность получить m успешных испытаний при n попытках и вероятности успеха p .

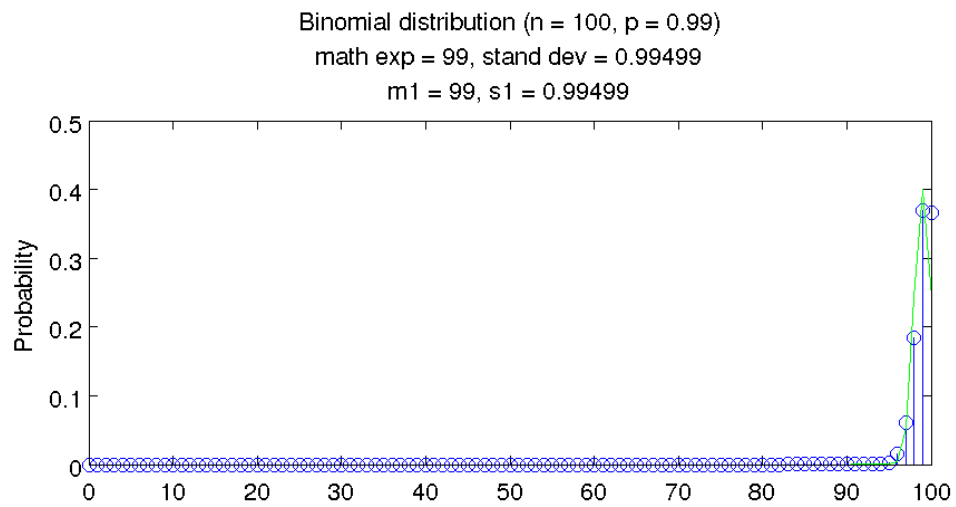
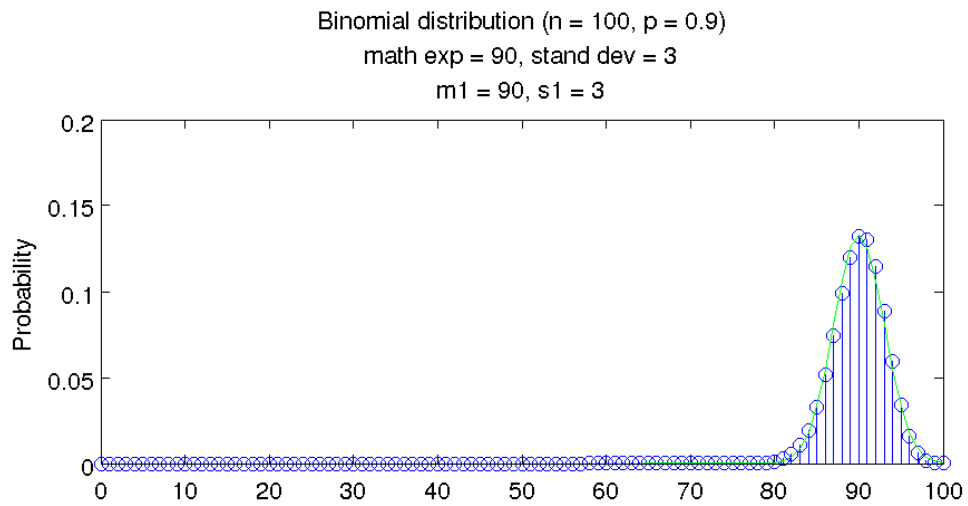
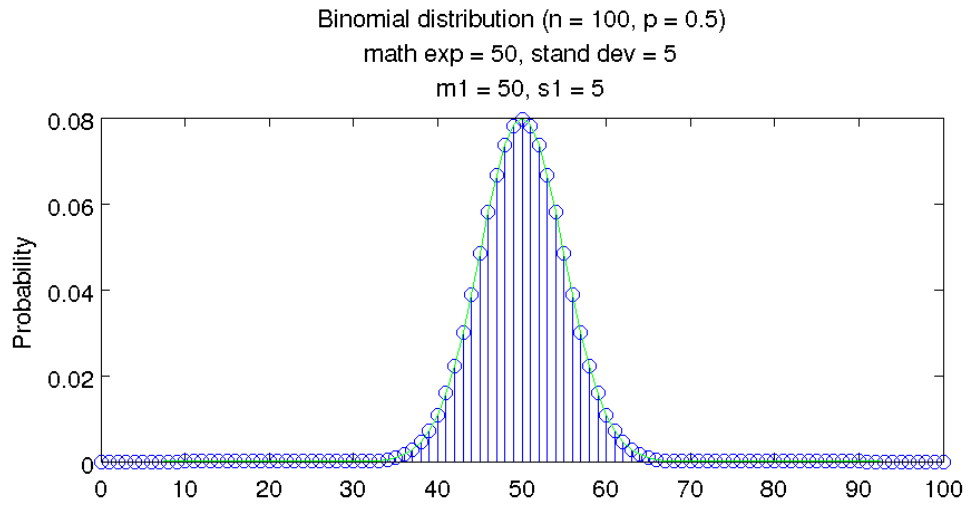
Зависимость от p .





Зависимость от p .



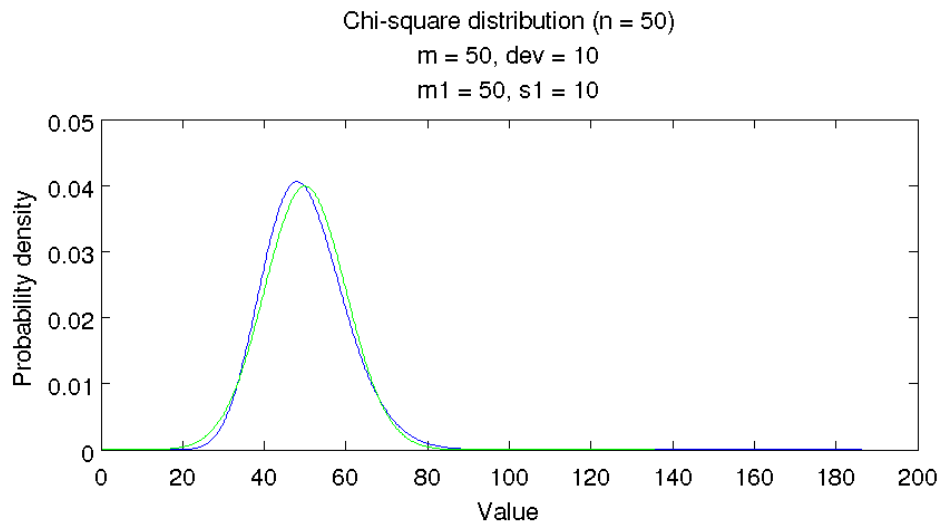
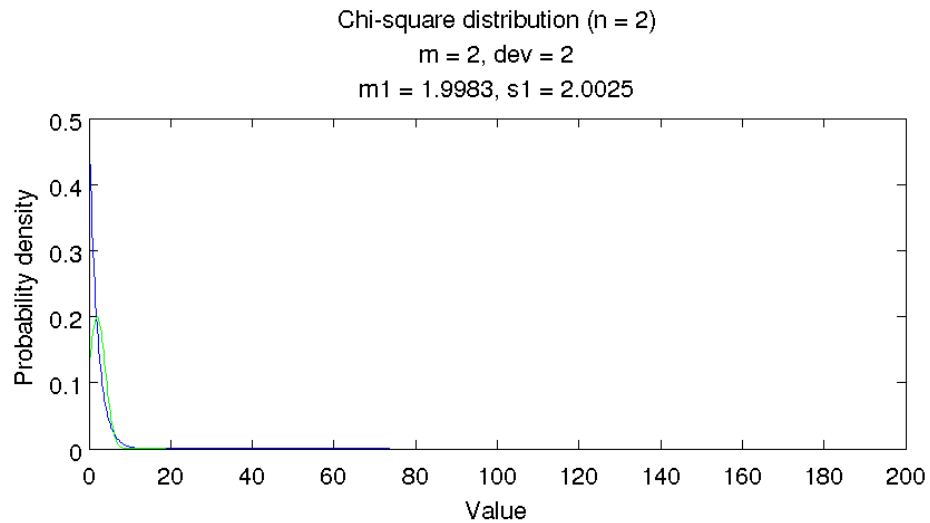


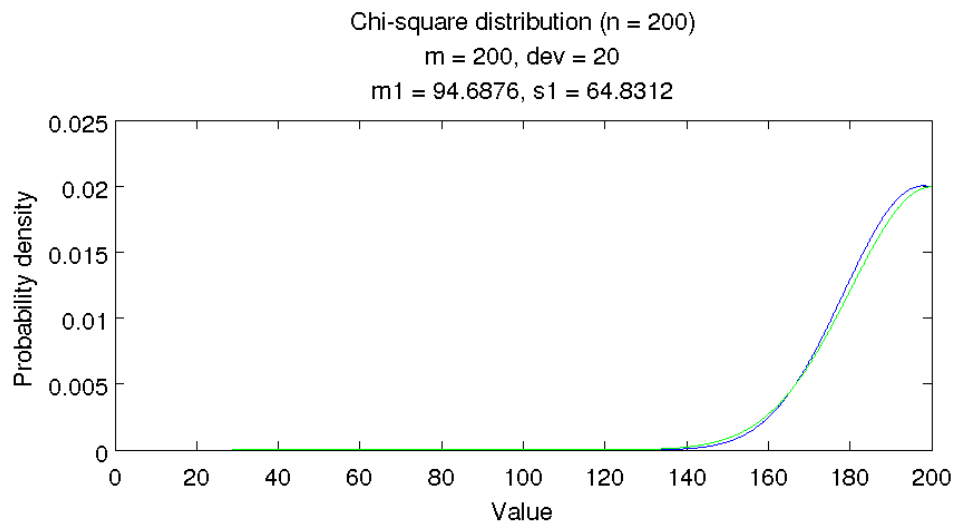
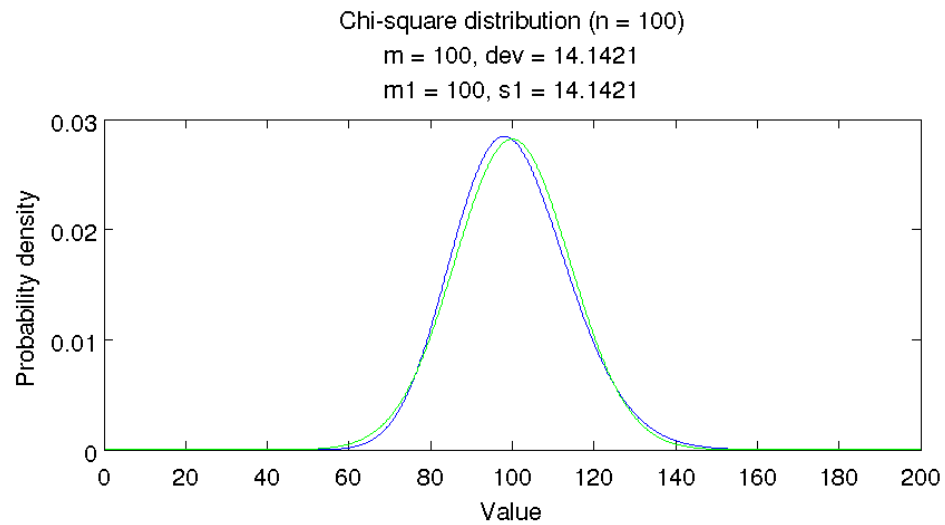
Вывод

Распределение при $n = 1$ является распределением Бернулли. При больших n распределение совпадает с нормальным распределением с мат ожиданием np и дисперсией $np(1 - p)$. Кроме того для фиксированного числа $\lambda \leq n$ и большого n распределение с вероятностью λ/n совпадает с распределением Пуассона с параметром λ .

χ^2 распределение

χ^2 распределение с k степенями свободы это сумма квадратов (независимых) нормальных распределений.





Вывод

При $k = 2$, распределение совпадает с экспоненциальным распределением. При $n \rightarrow \infty$ распределение совпадает с нормальным распределением с мат. ожиданием k и дисперсией $2k$.

Нормальное распределение

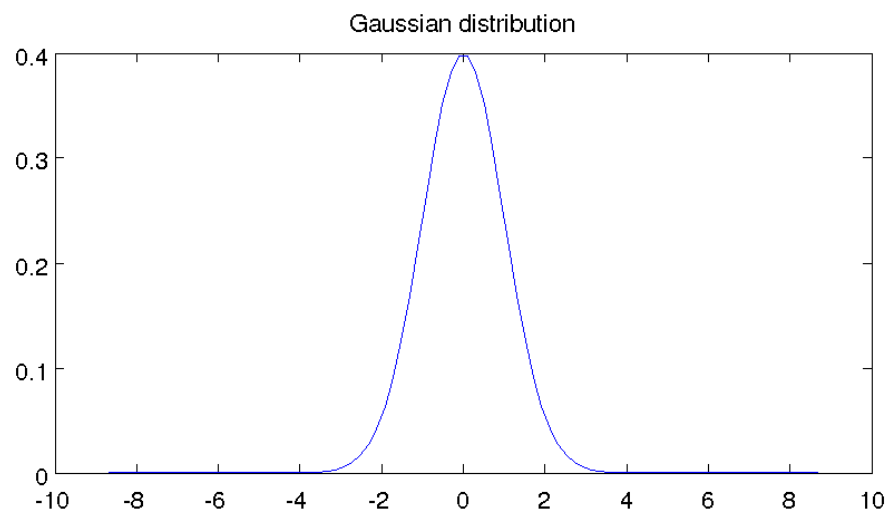


Figure 1: $N(0,1)$

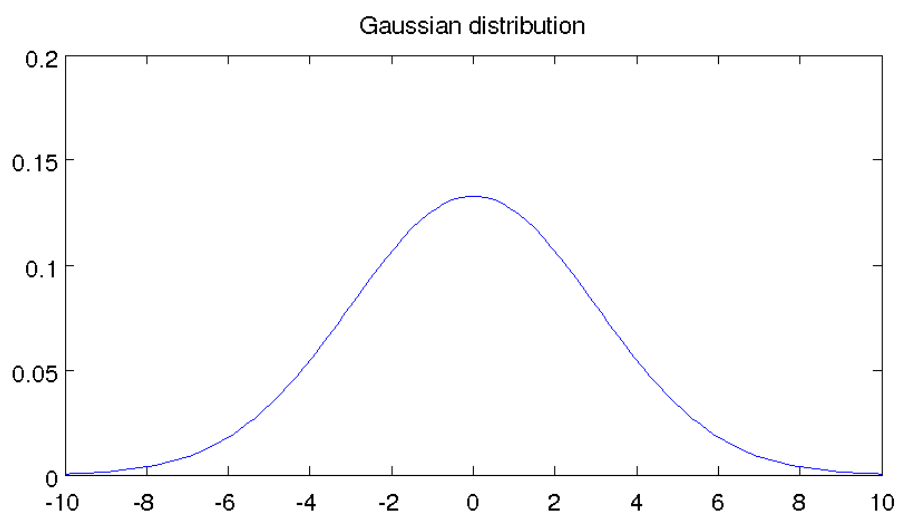


Figure 2: $N(0,3)$

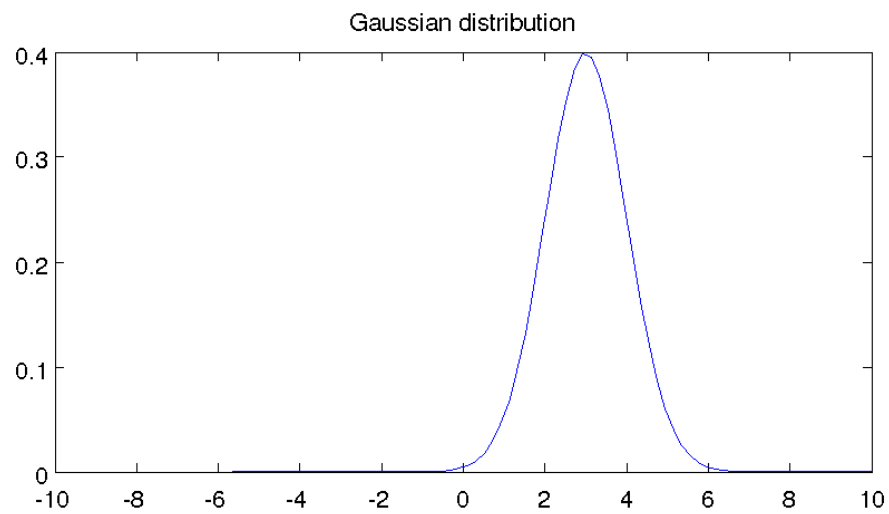
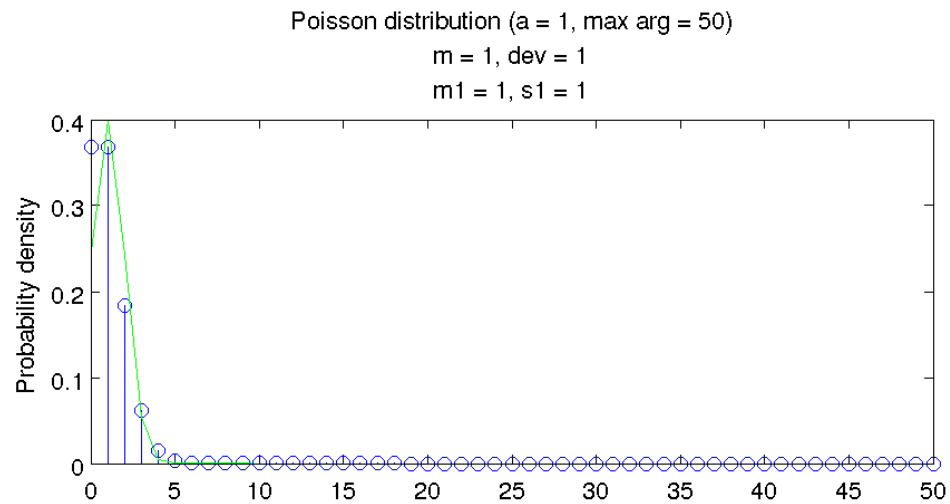
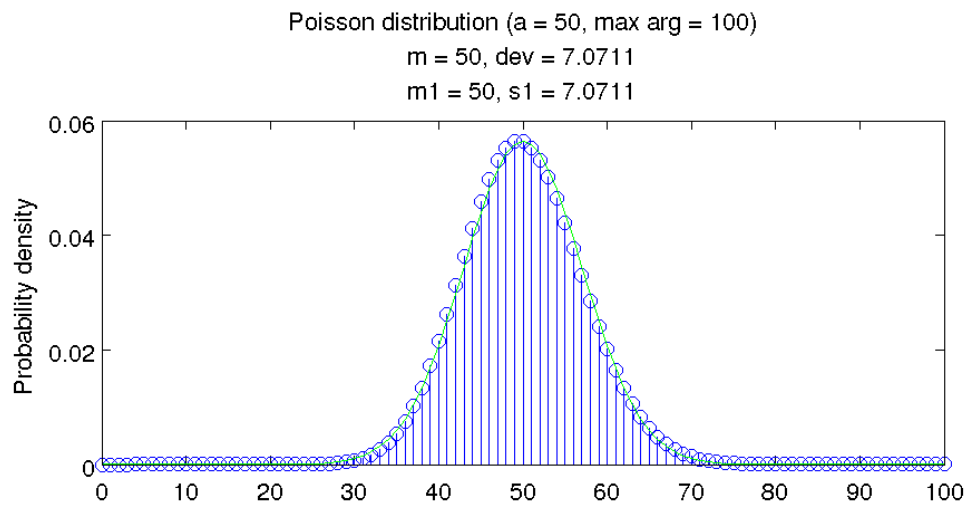
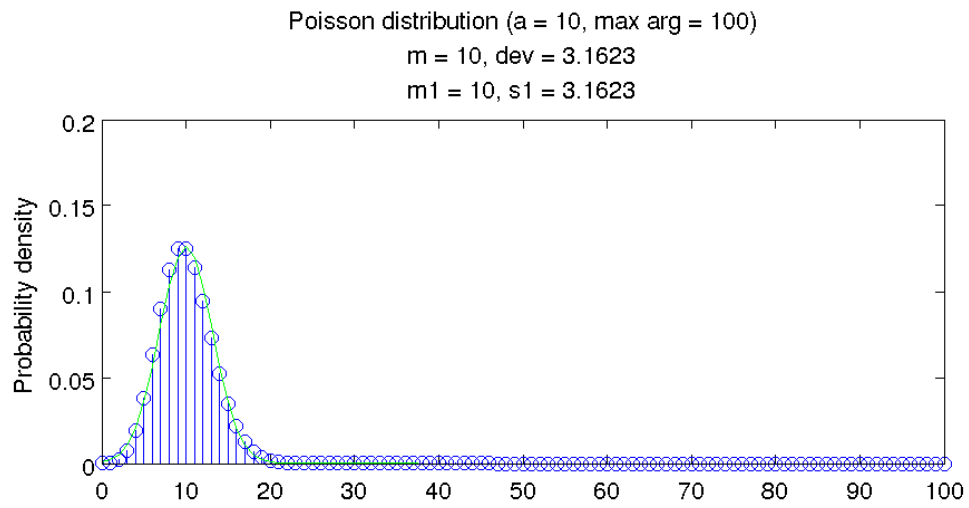


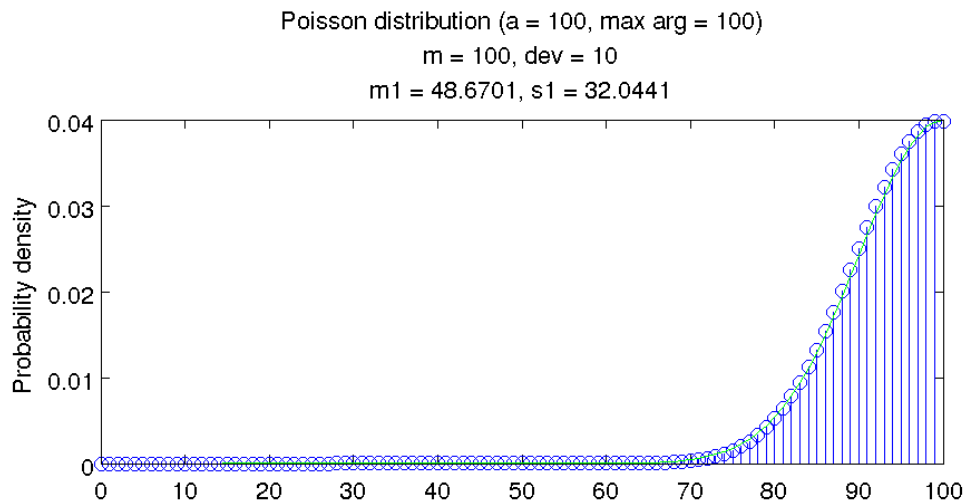
Figure 3: $N(3,1)$

Нормальное распределение для различных значений мат. ожидания и дисперсии.

Распределение Пуассона





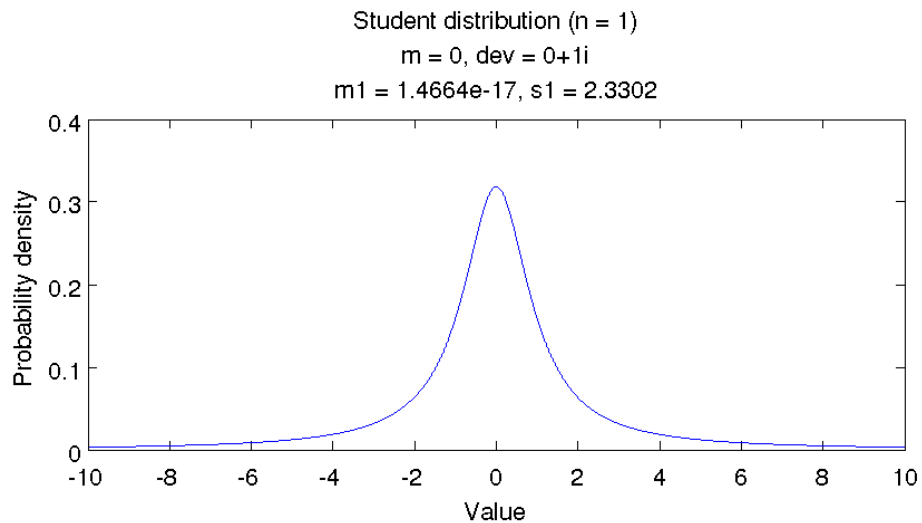


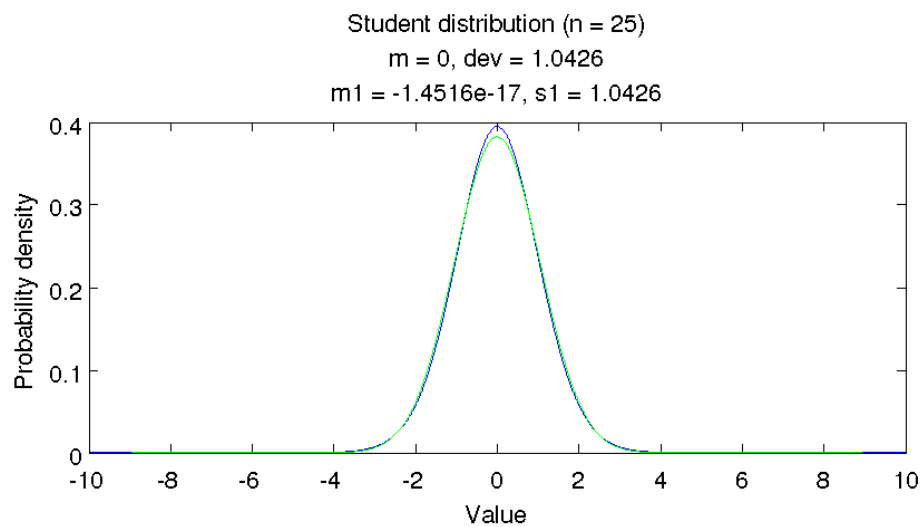
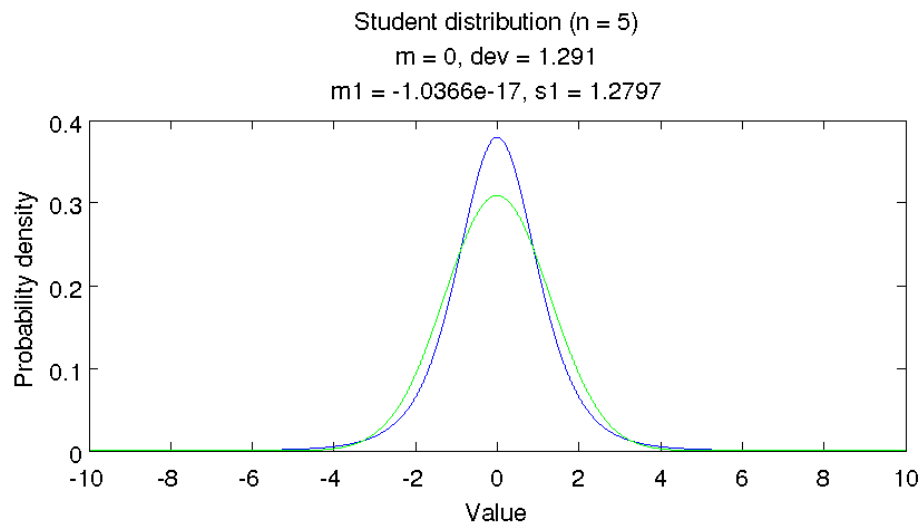
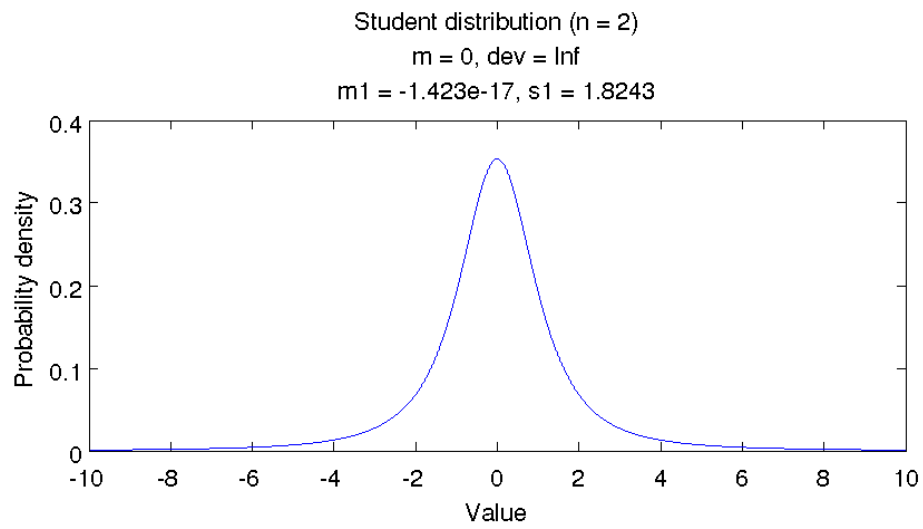
Вывод

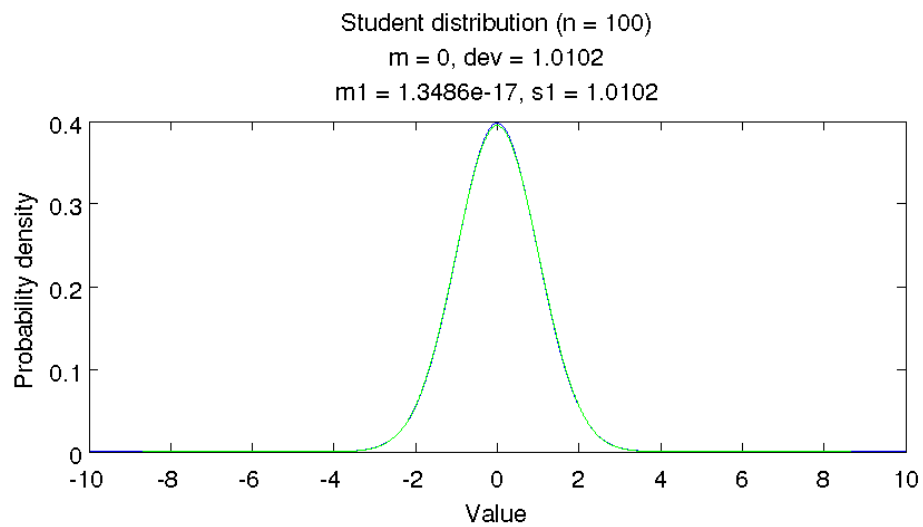
Распределение Пуассона $P(\lambda)$ имеет мат. ожидание и дисперсию λ (поэтому с увеличением λ увеличивается и “ширина” распределения, и как следствие уменьшение “высоты”). Распределение визуально очень схоже с нормальным начиная с довольно малых значений λ .

Распределение Стюдента

Распределение Стюдента с n степенями свободы получается как $\frac{Y_0}{\sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Y_n^2}}$, где Y_n это независимые нормальные распределения. Мат ожидание 0, $n > 1$, дисперсия $n/(n-2)$, $n > 2$







Вывод

Распределение симметрично, дисперсия стремится к 1 и как следствие распределение стремится к нормальному с увеличением n . При $n = 1, 2$ формулы для дисперсии дают заведомо “странные” результаты (корень из -1 в первом случае и деление на ноль во втором).