

Ejercicios Tema 1 Solucionados.pdf



UserExams



Autómatas y Lenguajes



3º Grado en Ingeniería Informática



**Escuela Politécnica Superior
Universidad Autónoma de Madrid**

Ayudas hasta el 40%

MÁSTER EN

**Inteligencia Artificial
y Ciencia de Datos**

ONLINE

Estudia el máster líder en inteligencia
artificial y ciencia de datos

**¡ÚLTIMAS
PLAZAS!**

EOI Escuela de
organización
industrial

Info y descuentos



si lo tuyo es encontrar
curro rápido
entra aquí
las ofertas vuelan.



descarga la app

Autómatas y Lenguajes.

Ejercicios sobre autómatas finitos y lenguajes regulares.

1. Diseña expresiones regulares para los siguientes lenguajes:

- $L = \{a^n b^m : n + m \text{ es impar}\}.$
- Conjunto de números binarios que contienen la subcadena 1010.
- Identificadores de un lenguaje de programación que empiezan con el símbolo @, seguido de una letra minúscula y cualquier combinación de letras minúsculas o números.

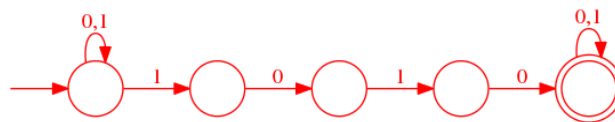
Solución:

- $(aa)^*(bb)^*b + (aa)^*a(bb)^* \equiv (aa)^*(a+b)(bb)^*$
- $(0+1)^*1010(0+1)^*$
- $@(a+b+\dots+z)(a+b+\dots+z+0+1+\dots+9)^*$

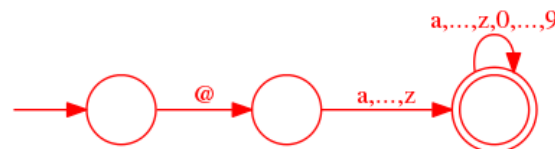
2. Diseña un autómata finito (determinista o no determinista) que reconozca cada uno de los siguientes lenguajes:

- Conjunto de números binarios que contienen la subcadena 1010.
- Identificadores de un lenguaje de programación que empiezan con el símbolo @, seguido de una letra minúscula y cualquier combinación de letras minúsculas o números.

Solucion



b.



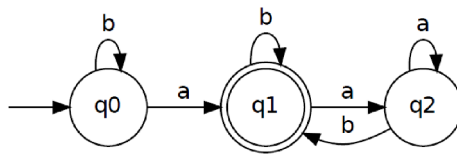
3. Indica cuál es el lenguaje aceptado por el siguiente autómata:

Disponible en
Google Play

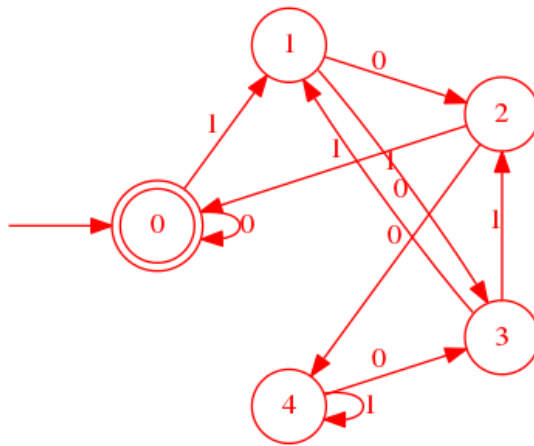


Disponible en
App Store

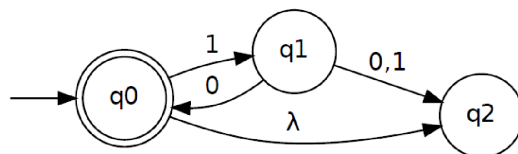




Solución: Cadenas formadas con los símbolos a y b que o bien son de la forma b^*a o bien acaban en b y tienen al menos una a.



4. Para el autómata siguiente, encuentra $\delta^*(q_0, 1011)$ y $\delta^*(q_1, 01)$.



Solución: $\delta^*(q_0, 1011) = \{q_2\}$, $\delta^*(q_1, 01) = \{q_1\}$

Para $\delta^*(q_0, 1011)$

1. $\delta(q_0, 1) = \{q_1\}$ (a pesar de que hay que explorar las transiciones λ que llevarían a q_2 antes de procesar el 1 para luego morir la rama porque no puede transitar con 1)
2. $\delta(q_1, 0) = \{q_0, q_2\}$
 - ambos están claros por las transiciones con 0 desde q_1 .
 - a q_2 también se llega tras llegar a q_0 por las transiciones λ desde él.
3. $\delta(\{q_0, q_2\}, 1) = \{q_1\}$
 - $\delta(q_0, 1) = \{q_1\}$ como hemos visto antes
 - $\delta(q_2, 1) = \{\}$ ya que no puede transitar

4. $\delta(q_1, 1) = \{q_2\}$ ya que es la única posible.

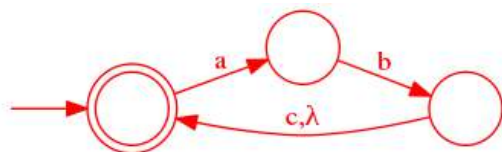
Para $\delta^*(q_1, 01)$ basta con mirar el razonamiento anterior desde el paso 2 al 3

5. Construye un autómata finito no determinista con tres estados que acepte el lenguaje

$$L = \{ab, abc\}^*.$$

¿Es posible hacerlo con menos de tres estados?

Solución:



No es posible hacerlo con menos de tres estados. **ME FALTARÍA UN ARGUMENTO yo calcularía el mínimo determinista... para poder ponerlo con certeza.**

6. Un nombre de variable válido en PHP empieza por el símbolo \$, seguido de una letra o un underscore, seguido de cualquier número de letras, números o underscores. Las letras mayúsculas y minúsculas son distintas. Da una expresión regular para el nombre de una variable en PHP.

Solución: $\$(a + \dots + z + A + \dots + Z + _)(0 + \dots + 9 + a + \dots + z + A + \dots + Z + _)^*$

7. Encuentra todas las cadenas en $L((a + b)^*b(a + ab)^*)$ de longitud menor que 4.

Solución: b, ab, bb, ba, aab, abb, bab, bbb, aba, bba, baa

Una explicación sistemática

Hay una b obligatoria

- Como prefijo y sufijo son opcionales, lo mínimo es que esté la b sola **b**
- Lo que le precede es opcional pero considerando que lo que le sigue también tienen que pertenecer los prefijos que den cadenas de hasta 3 letras
 - Con 1 letra de $(a+b)^*$
a, b Que origina **ab** y **bb**
 - Con 2 letras de $(a+b)^*$
aa, ab, ba, bb Que origina **aab abb bab bbb**
- Ahora vemos que los sufijos son combinaciones de a y ab, como debe haber una b nos quedan a lo más dos letras más.
 - Añadiría los casos según lo que ya hayamos usado
 - Si no hay prefijo
 - Tenemos una b

mola que
estés así
el sábado

pero mola
más que
estés así
el lunes.

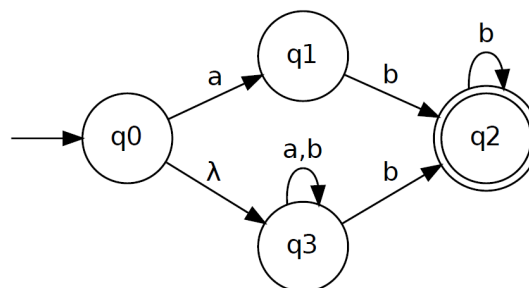
- Con una letra sería a daría **ba**
- Con dos letras sería
 - ab (la otra posible cadena) lo que daría bab que ya está
 - aa (dos letras tomadas del conjunto sin coger ab) lo que daría **baa**
- Si hay prefijo de longitud 1 en todos los casos sólo podemos añadir una letra más que sólo puede ser la a (la otra opción ab supera el número de letra)
 - ab, daría **aba**
 - ba, aría **baa**
- Si hay prefijo de longitud 2 no puede haber sufijo... pasaríamos de tres.

- Recontando las resaltadas tenemos las once cadenas

8. Encuentra una expresión regular para el lenguaje de las cadenas que contienen al menos una a y exactamente dos bs (sobre el alfabeto $\Sigma = \{a, b\}$).

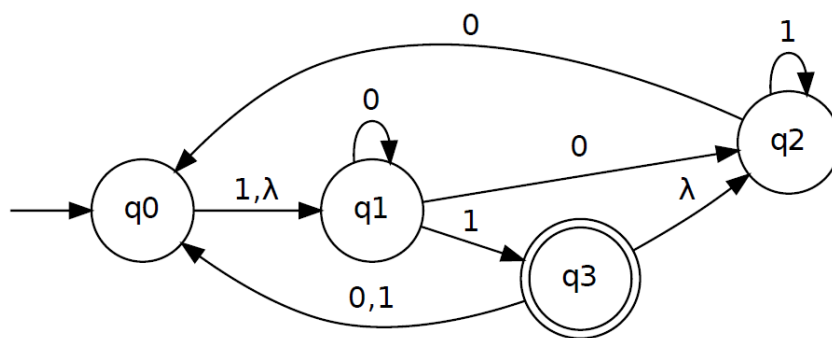
Solución: $a^*aba^*ba^* + a^*ba^*aba^* + a^*ba^*ba^*a$

9. Indica cuál es el lenguaje reconocido por el siguiente autómata finito. Es suficiente con dar la expresión regular correspondiente.



Solución: $abb^* + (a+b)^*bb^*$

10. Para el autómata siguiente, encuentra $\delta^*(q_0, 1011)$, $\delta^*(q_0, 000)$ y $\delta^*(q_0, 010)$.



Solución:

$$\delta^*(q_0, 1011) = \{q_0, q_1, q_2, q_3\}$$

$$\delta^*(q_0, 000) = \{q_0, q_1, q_2\}$$

$$\delta^*(q_0, 010) = \{q_0, q_1\}$$

11. Construye autómatas finitos para cada uno de los siguientes lenguajes.

a. $L = \{0101011\}$.

b. $L = \{0^{2n}1^{2m+1} : n \geq 1, m \geq 0\}$.

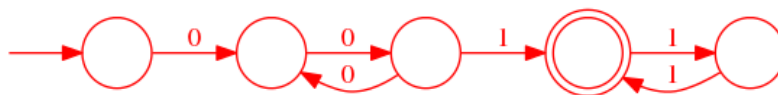
c. Lenguaje formado por los números en sistema decimal que son múltiplos de 2.

Solución:

a.



b.



c. Versión determinista:

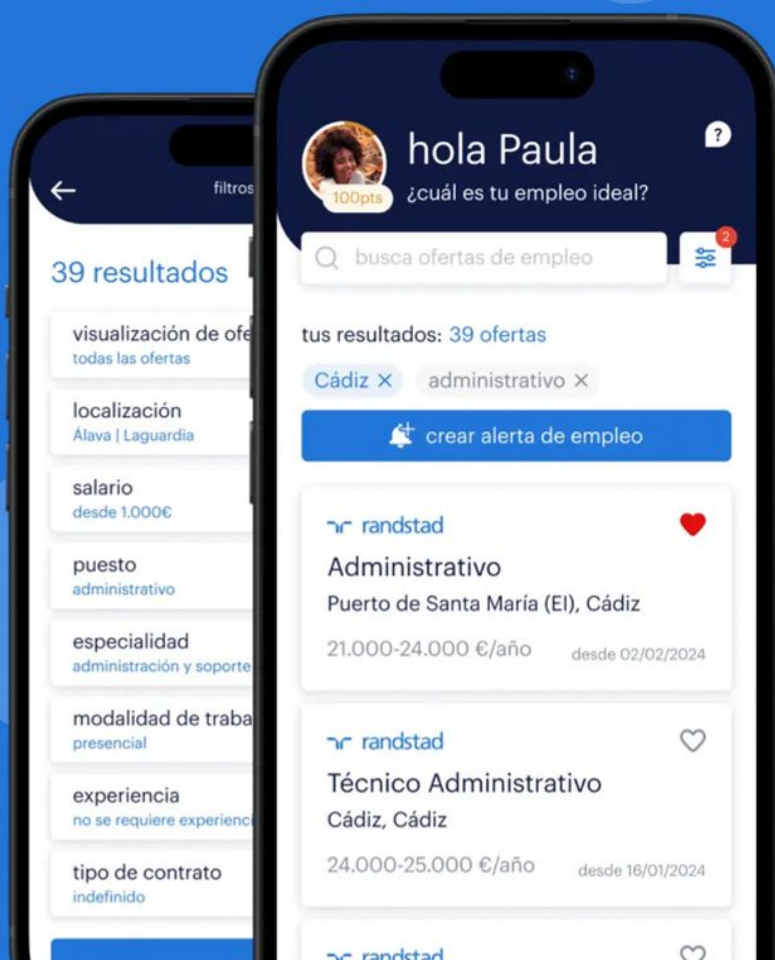
cada día hay
nuevas ofertas
esperándote
en randstad app.
¡descárgala ya!



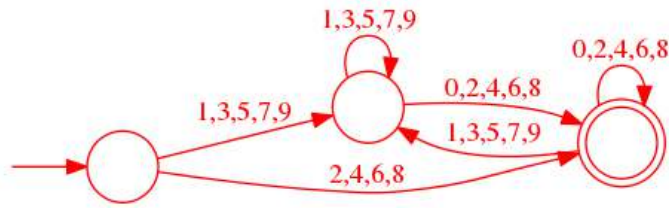
Disponible en
App Store



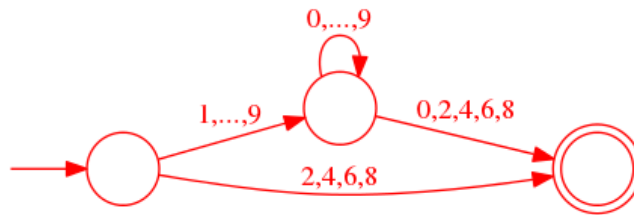
Disponible en
Google Play



descarga la app



c. Versión no determinista:



12. Responde a las siguientes cuestiones:

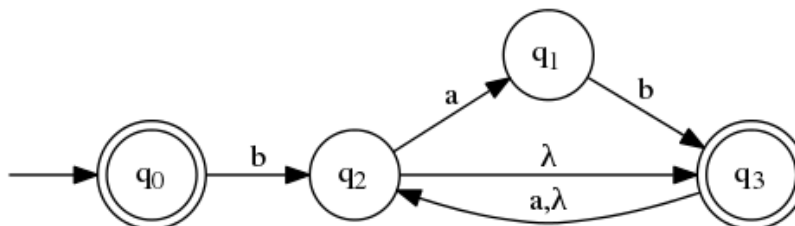
- a. Encuentra todas las cadenas en $L((a^* + b)(b + ab^*))$ de longitud menor que 4 (2 puntos).

Solución: a, b, aa, ab, ba, bb, aaa, aab, abb, bab

- b. Encuentra una expresión regular para el lenguaje de las cadenas que contienen al menos dos bs (sobre el alfabeto $\Sigma = \{a, b\}$) (1 punto).

Solución: $(a+b)^*b(a+b)^*b(a+b)^*$

13. Indica cuáles de las siguientes cadenas son aceptadas por el autómata del dibujo: λ , baaa, baaab, baababaa, babbaa.



Solución: Las cadenas λ , baaa, baaab y baababaa son aceptadas, la cadena babbaa es rechazada. Una expresión regular para el lenguaje del autómata es $\lambda + b(ab + a)^*$

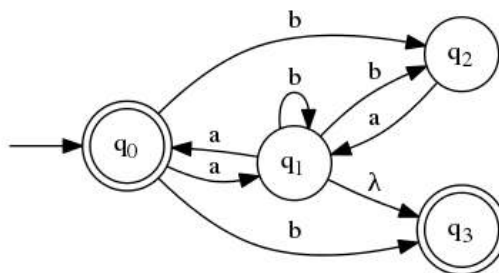
cada día hay nuevas
ofertas esperándote
en randstad app.



descarga la app



14. Para el autómata siguiente, encuentra $\delta^*(q_0, aaba)$ y $\delta^*(q_0, baab)$, e indica razonadamente si el lenguaje aceptado por el autómata es $\{a+b\}^*$.



Solución:

$$\delta^*(q_0, aaba) = \{q_1, q_3\}$$

$$\delta^*(q_0, baab) = \{q_2, q_3\}$$

El lenguaje no puede ser $\{a+b\}^*$ porque, por ejemplo, el autómata no acepta la cadena aabb.

15. Responde a las siguientes cuestiones:

- a. Encuentra todas las cadenas en $L((ab+a)^* + aa^*)$ de longitud menor que 4 (2 puntos).

Solución: $\lambda, a, aa, ab, aaa, aba, aab$

- b. Encuentra una expresión regular para el lenguaje de las cadenas formadas con los símbolos $\{a, b\}$ que tienen longitud impar (1 punto).

Solución: $(a+b)((a+b)(a+b))^*$

¡descárgala ya!

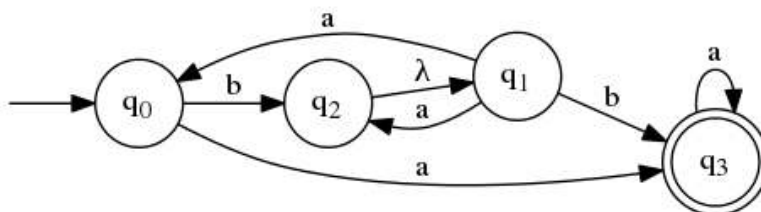
Disponible en
Google Play



Disponible en
App Store



16. Indica cuáles de las siguientes cadenas son aceptadas por el autómata del dibujo: λ , aaaa, aaab, baaabaaa, baabbaaa.



Solución: Las cadenas aaaa, baaabaaa y baabbaaa son aceptadas, las cadena λ y aaab son rechazadas. Una expresión regular para el lenguaje del autómata es $aa^* + b(ab + a)^*ba^*$. Informalmente podemos ver que el lenguaje contiene palabras que son de una de estas dos formas:

- O bien palabras formadas sólo por aes, con al menos una a.
- O bien palabras de la forma bv^nba^m , donde:
 - v es a o ab y n puede ser 0
 - m puede ser 0

17. Encuentra expresiones regulares para los siguientes lenguajes sobre el alfabeto {a, b}.

- a. Cadenas que empiezan por ab y acaban por b .

Solución: $ab(a+b)^*b + ab$

- b. Cadenas que empiezan por ab ó acaban por b .

Solución: $ab(a+b)^* + (a+b)^*b$

- c. Cadenas que tienen un número impar de letras.

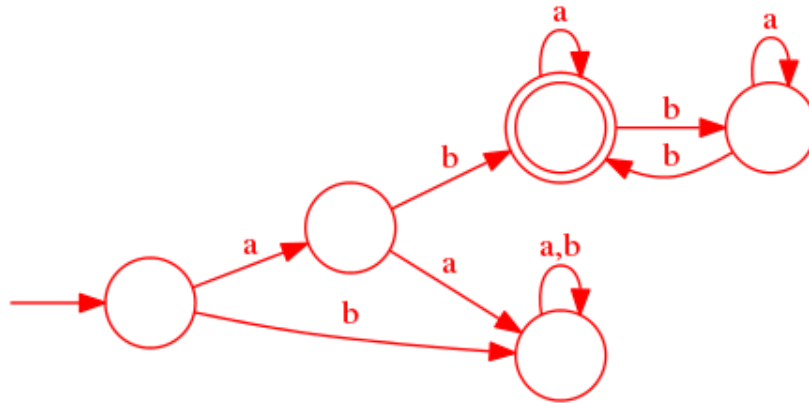
Solución: $(a+b)(aa+ab+ba+bb)^* \text{ ó } (a+b)((a+b)(a+b))^*$

- d. Cadenas que empiezan por ab y tienen un número impar de b 's.

Solución: $aba^*(ba^*ba^*)^* \text{ ó } ab(a+ba^*b)^*$

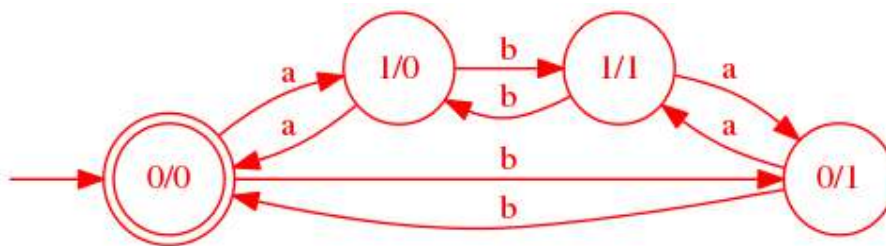
18. Diseña un autómata finito para el lenguaje de las cadenas con $\{a, b\}$ que empiezan por ab y tienen un número impar de b 's.

Solución:



19. Diseña un autómata finito para el lenguaje de las cadenas formadas con los símbolos a y b que tienen un número par de a 's y un número par de b 's.

Solución:



20. Encuentra expresiones regulares para los siguientes lenguajes sobre el alfabeto $\{a, b\}$.

a. Cadenas que empiezan o acaban por b .

Solución: $b(a+b)^* + (a+b)^*b$

b. Cadenas que empiezan por b y tienen un número par de letras.

Solución: $b(a+b)((a+b)(a+b))^*$

c. Cadenas que tienen como mucho tres bs .

Solución: $a^* + a^*ba^* + a^*ba^*ba^* + a^*ba^*ba^*ba^*$

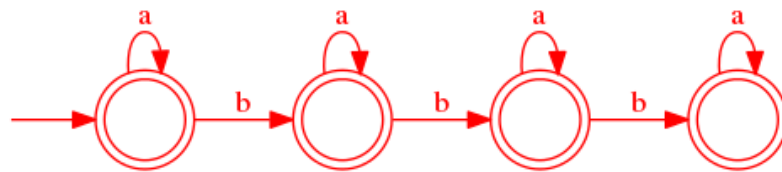
d. Cadenas que no tienen dos bs seguidas.

Solución: $a^*ba^*(aa^*ba^*)^* + a^*$

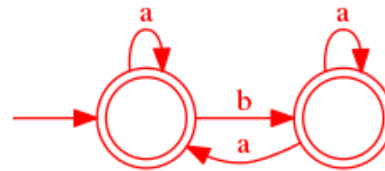
mola que
estés así
el sábado

pero mola
más que
estés así
el lunes.

21. Diseña un autómata finito (puede ser no determinista) para el lenguaje de las cadenas con $\{a, b\}$ que tienen como mucho tres bs .



22. Diseña un autómata finito (puede ser no determinista) para el lenguaje de las cadenas con $\{a, b\}$ que no tienen dos bs seguidas.



Es equivalente a quitar el ciclo (a) del estado de la derecha.