

逻辑导论课程第三次作业

1. 只考虑真值关系，用命题逻辑语言将下列命题符号化。

(1) 只要 p ，就 q 。

(2) 只有 p ，才 q 。

(3) 除非 p ，否则 q 。

(4) 除非 p ，才 q 。

2. 任给命题逻辑公式 A ，现定义 A 的“秩” $\text{rk}(A)$ 如下：

I. 若 A 是命题变元，则 $\text{rk}(A) = 0$ ；

II. 若 A 形如 $\neg B$ ，则 $\text{rk}(A) = \text{rk}(B) + 1$ ；

III. 若 A 形如 $(B \wedge C), (B \vee C), (B \rightarrow C)$ 或者 $(B \leftrightarrow C)$ ，则 $\text{rk}(A) = \max\{\text{rk}(B), \text{rk}(C)\} + 1$ 。

其中 $\max\{\text{rk}(B), \text{rk}(C)\}$ 表示 $\text{rk}(B)$ 和 $\text{rk}(C)$ 中较大的一个。

(1) 根据上述内容填空：① $\text{rk}(p \vee q \rightarrow \neg r) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。② $\text{rk}(p_1 \wedge p_2 \wedge \cdots \wedge p_n) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

③ 若 $\text{rk}(B) = 3$ ，则 $\text{rk}(A \rightarrow (B \rightarrow A))$ 的取值范围是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

(2) 你认为“秩”的直观意义是什么？它描述了公式的什么性质？（提示：试对比简单公式和复杂公式的“秩”的大小）。

(3) 仿照上述定义方式，试定义公式 A 的“长度” $\text{len}(A)$ ，使得 $\text{len}(A)$ 等于 A 中的符号个数。

3. 分别用真值表方法、归谬法和树形图法验证下列公式是不是重言式。

(1) $\neg A \rightarrow (A \rightarrow (B \rightarrow C))$

(2) $(A \leftrightarrow (B \wedge C)) \rightarrow (A \leftrightarrow B) \vee (A \leftrightarrow C)$