Glossar

F | G | H | I | K | L | M | R | T | V

F

Funktor Eine Abbildung zwischen Kategorien. Es wird zwischen kovarianten Funktoren und kontravarianten Funktoren unterschieden. F"ur einen kovarianten Funktor F gilt $F : \mathrm{Mor}_{\mathcal{C}}(X,Y) \to \mathrm{Mor}_{\mathcal{D}}(F(X), F(Y))$, im kontravarianten Fall hingegen gilt $F : \mathrm{Mor}_{\mathcal{C}}(X,Y) \to \mathrm{Mor}_c\, alD(F(Y), F(X))$. 7

G

GL$_n$ (GL) Allgemeine lineare Gruppe, Gruppe aller regul"aren $n \times n$-Matrizen mit Koeffizienten aus einem K"orper K. 45

H

Halm Ein Halm $\mathcal{O}_{V,x}$ einer quasiprojektiven Variet"at V "uber einem K"orper K in $x \in V$ ist definiert als $\mathcal{O}_{V,x} = \{[(U, f)]_\sim : U$ offene Umgebung von $x, f \in \mathcal{O}_V(U)\}$ wobei $(u, f) \sim (U', f') \Leftrightarrow f_{U \cap U'} = f'_{U \cap U'}$. 18

Holomorphe Funktion In jedem Punkt aus $U \subseteq \mathbb{C}$ komplex differenzierbare Funktion. Ist sie auf ganz $\mathbb{C}$ komplex differenzierbar, wird sie auch eine ganze Funktion genannt. 9

I

Ideal Eine Untergruppe der additiven Gruppe eines Ringes die abgeschlossen bez"uglich der Linearkombination ist (also ein Modul). Das bedeutet, dass f"ur jedes $r \in R$, $a \in I$ stets $ra \in I$ ist, man also mit der Multiplikation nicht aus dem Ideal herauskommen kann. In nicht kommutativen Ringen muss zwischen Links- und Rechtsidealen unterschieden werden, dabei werden Ideale, die sowohl Links- und Rechtsideale sind, als zweiseitige Ideale bezeichnet.

Primideal Ein Ideal, bei dem f"ur jedes Produkt auch mindestens ein Faktor darin liegt, also f"ur $ab \in \mathfrak{p}$ ist $a \in \mathfrak{p}$ oder $b \in \mathfrak{p}$. 14

integer irreduzibel und reduziert (auf englisch „integral“). 48, 110

K

Kategorie Eine Kategorie $\mathcal{C}$ besteht aus einer Klasse von Objekten $\mathrm{Ob}(\mathcal{C})$, Mengen $\mathrm{Mor}_{\mathcal{C}}(X,Y)$ von Morphismen von Objekten und Verkn"upfungsabbildungen $\mathrm{Mor}_{\mathcal{C}}(Y,Z) \times \mathrm{Mor}_{\mathcal{C}}(X,Y) \to \mathrm{Mor}_{\mathcal{C}}(X,Z), (g,f) \mapsto g \circ f$ (das $\circ$ wird h"aufig weggelassen). Dabei ist das neutrale Element der Identit"atsmorphismus $\mathrm{id}_X : X \to X$. Mit $\mathrm{dom}(f)$ bezeichnet man die Quelle (domain) eines Morphismus f, mit $\mathrm{cod}(f)$ das Ziel (co-domain). 7

Keim Die Elemente eines Helmes, Schreibweise $f_x := (U, f)_\sim$. 9

L

Lokaler Ring . 18

M

Modul "Uber einem kommutativen Ring mit Eins eine additiv abelsche Gruppe, deren Multiplikationen mit Ringelementen eines Ringes wieder im Modul liegen. Es gelten die Assoziativit"at und das Distributivgesetz. Man kann das ganze als „Multiplikation mit Skalaren“ interpretieren, wobei die Ringelemente die „Skalare“ und die Modulelemente die „Vektoren“ sind. 25

Morphismus Allgemein eine Abbildung zwischen zwei Objekten X und Y einer Kategorie $\mathcal{C}$. Die Menge der Morphismen einer Kategorie wird mit $\mathrm{Mor}_{\mathcal{C}}(X, Y)$ bezeichnet (siehe auch Definition 1.5). 7

Homomorphismus Eine Abbildung zwischen zwei algebraischen Strukturen, die die Verk"upfungen erh"alt. 16

Isomorphismus Ein Morphismus $f : X \to Y$ mit beidseitigem Inversen $g : Y \to X$, das heißt $f \circ g = \mathrm{id}_Y$ und $g \circ f = \mathrm{id}_X$. Allgemein gesprochen ist ein Isomorphismus eine Abbildung, die zwei algebraische Strukturen umkehrbar eindeutig aufeinander abbildet, beide sind also „sozusagen gleich“. Dazu muss die Abbildung ein bijektiver Homomorphismus sein. 10

R

Reguläre Funktion Eine Abbildung $f : U \to \mathbb{A}^1(K)$, die regul"ar ist f"ur alle $p \in U$, wobei $U \subseteq V$ offen und $V \subseteq \mathbb{A}^n(K)$ eine affine Variet"at ist. f heißt dabei regul"ar in p, wenn es eine Umgebung $U_p \subseteq U$ von p gibt und $g, h \in K[V]$ mit $h(x) \neq 0$ und $f(x) = \frac{g(x)}{h(x)}$ f"ur alle $x \in U_p$. Dieser Begriff wurde in der Vorlesung „Algebraische Geometrie I“ im Semester zuvor definiert. 7

T

Topologischer Raum Eine Menge X zusammen mit einer Topologie T, das heißt einem Mengensystem das offene Teilmengen von X definiert, wobei die leere Menge, die Grundmenge, der Durchschnitt endlich vieler offener Mengen und die Vereinigung beliebig vieler offener Mengen offen sind. 7

V

Varietät Eine algebraische Variet"at ist ein geometrisches Objekt, das durch Polynomgleichungen beschrieben werden kann.

Affine Variet"at Eine irreduzible affine algebraische Menge "uber einem K"orper. Affine algebraische Mengen sind definiert als Teilmengen $\{x \in K^n | f_1(x) = \ldots f_k(x) = 0\}$ eines affinen Raumes K^n, wobei K ein K"orper und $\{f_1, \ldots, f_k\}$ eine Menge von Polynomen in $K[X_1, \ldots, X_n]$ ist. Eine quasi-affine Variet"at ist eine offene Teilmenge einer affinen Variet"at. 15

Projektive Varietät Eine irreduzible projektive algebraische Menge "uber einem K"orper. Projektive algebraische Mengen sind definiert als Teilmengen $\{x \in \mathbb{P}^n | f_1(x) = \ldots = f_k(x) = 0\}$ eines Projektiven Raumes $\mathbb{P}^n$ "uber einem K"orper K. Dabei sind $f_1, \ldots, f_k$ homogene Polynome in $K[X_0, \ldots, X_n]$ und $x = [x_0 : \ldots : x_n]$ ein Punkt in $\mathbb{P}^n$. Eine quasi-projektive Variet"at ist eine offene Teilmenge einer projektiven Variet"at. 7