$$\begin{aligned}
&x \in A \setminus (B \setminus C) \\
\Leftrightarrow &x \in A, x \notin B \setminus C \\
\Leftrightarrow &x \in A, \neg(x \in B \setminus C) \\
\Leftrightarrow &x \in A, \neg(x \in B, x \notin C) \\
\Leftrightarrow &(x \in A, x \notin B) \vee (x \in A, x \in C) \\
\Leftrightarrow &x \in A \setminus B \cup (A \cap C)
\end{aligned}$$

$\square$

0.1 Übung 1, 08.11.2004

0.1.1 Aufgabe 1

d) M,N Mengen, $f : M \to N$ Abb., $A, B \subset M$
z.Z. $f(A) \setminus f(B) \subset f(A \setminus B)$
Beweis: Für $f(A) \setminus f(B) = \emptyset$ gilt die Behauptung.
Sei daher im folgenden $f(A) \setminus f(B) \neq \emptyset$

$$\begin{aligned}
\text{Sei } y \in f(A) \setminus f(B) \quad &\Leftrightarrow \quad \exists x \in A : f(x) = y \wedge \forall x' \neq y \\
&\Rightarrow \quad \exists x \in A \setminus B : f(x) = y \\
&\Leftrightarrow \quad y \in f(A \setminus B) \\
\text{Also gilt: } f(A) \setminus f(B) \subset f(A \setminus B)
\end{aligned}$$

$\square$

0.1.2 Aufgabe 3

b) A endliche Menge, $|A| = n$
Gesucht: Eine Abb. von $\mathcal{P}(A)$ nach $\{0,1\}^A$.
Wie definieren wir f ?

$$\begin{aligned}
f : \mathcal{P}(A) \to \quad & \{0,1\}^A \\
M \to \quad & h_M : \quad A \to \{0,1\} \\
& \qquad\quad x \to \begin{cases} 1, x \in M \\ 0, x \notin M \end{cases}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
f^{-1} : \{0,1\} \to \quad & \mathcal{P}(A) \\
h \to \quad & h^{-1}(\{1\})
\end{aligned}$$

Was man „leicht“ sieht: $f^{-1} \circ f = id_{f(A)}$ und $f \circ f^{-1} = id_{\{0,1\}^A}$.