Universidad Simón Bolívar
Departamento de Computación y Tecnología de la Información
CI5651 – Diseño de Algoritmos I
Septiembre–Diciembre 2024

Tarea 1

A continuación encontrará 3 preguntas, cada una dirá cuántos puntos vale en su preámbulo. Sea lo más detallado y preciso posible en sus razonamientos, algoritmos y demostraciones.

La entrega se realizará <u>únicamente</u> por correo electrónico a rmonascal@gmail.com.

Fecha de entrega: Hasta las 11:59pm. VET del **Lunes, 29 de Septiembre** (*Semana 2*).

1. (3 puntos) — Considere el algoritmo `BogoMin` para obtener el menor elemento de un arreglo:

   ```
   def bogoMin(a):
      for x in permutaciones(a):
         if ordenado(x):
            return x[0]
   ```

   Puede suponer que `permutaciones` es un iterador que devuelve, una a una, todas las permutaciones de un arreglo en tiempo constante. Además, `ordenado` es un predicado que verifica si un arreglo está ordenado de menor a mayor en tiempo $\Theta(n)$.

   Diga cotas inferior y superior para `bogoMin` (correspondiendo al peor y mejor caso, respectivamente). Esto es, defina dos funciones f y g tal que se cumpla que:

   - `bogoMin` $\in O(f)$
   - `bogoMin` $\in \Omega(g)$

2. (3 puntos) — Sea una fila de N personas que tienen un sombrero en las manos.

   A la orden de `sombrerear()`, algunas personas se pondrán el sombrero y otras se lo quitarán, en concordancia con las siguientes reglas:

   - Comenzamos siempre por la primera persona de la fila y vamos avanzando, de uno en uno, hasta la última.
   - Si la persona de turno tiene el sombrero quitado, se lo pone y se detiene el proceso.
   - Si la persona de turno tiene el sombrero puesto, se lo quita y el proceso continúa con la siguiente persona en la fila (de existir)

   Suponiendo que la acción de poner/quitar un sombrero es $O(1)$, demuestre que el orden amortizado (en el peor caso) para cada llamado a `sobrerear` es $O(1)$.

   Pista: Defina una función de transferencia Φ que lo ayude en su demostración.

3. (3 puntos) — El problema $\oplus$–SAT modificación sobre el problema de satisfacibilidad booleana, donde la fórmula proposicional está en forma normal conjuntiva, pero cada cláusula está separada por disyunciones exclusivas (en vez de disyunciones tradicionales).

   Recordemos que $P \oplus Q$ es *cierto* sí y solo sí *exactamente* uno de entre P o Q es *cierto*.

   Diga si $\oplus$–SAT $\in P$ o si $\oplus$–SAT es NP–completo. Demuestre su afirmación.

Ricardo Monascal / Septiembre 2025