

Tarea 5

A continuación encontrará 3 preguntas, cada una dirá cuántos puntos vale en su preámbulo. Sea lo más detallado y preciso posible en sus razonamientos, algoritmos y demostraciones.

Además del informe expresando su solución, debe dar una implementación de su solución en el lenguaje de su elección (solamente como una función; el formato de entrada/salida no es relevante), para las preguntas 2 y 3.

La entrega se realizará únicamente por correo electrónico a rmonascal@gmail.com.

Fecha de entrega: Hasta las 11:59pm. VET del **Lunes, 3 de Noviembre** (*Semana 7*).

1. (2 puntos) – Considere la concatenación de su nombre con su apellido, llevado todo a minúscula y eliminando todos los caracteres repetidos, menos la primera vez que ocurran. Si su nombre es **Fulano Mengano**, entonces debe considerar la cadena **fulanomeg**.

Se desea que:

- (a) Construya un árbol binario de búsqueda considerando los caracteres en el orden en que aparecen (puede suponer que el orden es lexicográfico).
- (b) Realice un etiquetado en pre-order del árbol resultante.
- (c) Realice un recorrido de Euler sobre el árbol resultante.
- (d) Muestre el cálculo del ancestro común más bajo entre los dos últimos caracteres de su apellido, usando el método de precondicionamiento visto en clase.

Para el ejemplo de **fulanomeg**, debe ver el ancestro común más bajo entre **e** y **g**.

2. (2 puntos) – Las reglas del espionaje son inviolables. Cuando dos agentes secretos se encuentran, solamente uno de los dos puede hablar. El otro no debe producir información alguna por motivos de seguridad. Cuál habla y cuál escucha dependerá del plan que usted debe ayudar a proveer. Más aún, aunque un agente sea el que hable en un encuentro determinado, bien puede ser el que escucha en un encuentro diferente (sus roles no son estáticos).

Dado un conjunto de agentes secretos A y un conjunto de encuentros E (donde cada encuentro es entre un par de agentes secretos), diga si existe un plan para cada encuentro (asignar quien es el que habla y quien el que escucha) que asegure que toda información, producida por cualquiera de los agentes, pueda alcanzar a todos los agentes en A .

Diseñe un algoritmo que pueda responder a esta pregunta en tiempo $O(|A| + |E|)$.

Nota: Puede suponer que los encuentros ocurren en cualquier orden e incluso pudieran ocurrir más de una vez.

3. (2 puntos) – Considere un modificación del clásico juego de la vieja, en donde:

- El primer jugador juega con $-$ y el segundo juega con $|$.
- Cada casilla puede tener alguno de estos símbolos, ninguno o ambos (en cuyo caso se forma un $+$).
- En cada turno, el jugador no puede jugar en la misma casilla que el jugador anterior.
- Gana aquel jugador que logre formar tres $+$ en una misma fila, columna o diagonal.

Por ejemplo, la siguiente es una configuración ganadora (donde la última jugada fue de $|$):

+	+	+
	-	+
-		

Diga si hay una estrategia ganadora para alguno de los jugadores involucrados.

Para resolver este problema, utilice el método **minmax**.

4. (3 puntos) – Sea un conjunto C de n números enteros positivos distintos. ¿Cuál es la menor cantidad de números que debe eliminarse de C de tal forma que no existan $x, y \in C$ tal que $x + y$ sea un número primo?

Diseñe un algoritmo que pueda responder esta consulta en tiempo $O(n^2\sqrt{n})$. A efectos de esta pregunta, puede suponer que consultar si un número es primo es $O(1)$.

*Pista: Investigue acerca del teorema de **König**, ya que puede ser de utilidad.*