

Tarea 3

A continuación encontrará 3 preguntas, cada una dirá cuántos puntos vale en su preámbulo. Sea lo más detallado y preciso posible en sus razonamientos, algoritmos y demostraciones.

Además del informe expresando su solución, debe dar una implementación de su solución en el lenguaje de su elección (solamente como una función; el formato de entrada/salida no es relevante), para las preguntas 2 y 3.

La entrega se realizará únicamente por correo electrónico a rmonascal@gmail.com.

Fecha de entrega: Hasta las 11:59pm. VET del **Miércoles, 15 de Octubre** (*Semana 4*).

1. (2 puntos) – Para las siguientes recurrencias, use el teorema maestro visto en clase para hallar una fórmula cerrada para $T(n)$. Es posible que deba manipular *ligeramente* las expresiones para que se adapten a la forma pedida por el teorema maestro

(a) $T(n) = 3T(\frac{n}{4}) + \frac{7(n^2-1)}{3}$

(c) $T(n) = 5T(\frac{n}{2}) + 2n$

(b) $T(n) = 5T(\frac{n}{5}) + 7n - 4$

(d) $T(n) = \frac{\sum_{i=1}^n (T(\frac{n}{2}) + i)}{n}$

2. (3 puntos) – Definimos los números de Perrin (¿el ornitorrinco?) con la siguiente recurrencia:

$$P(n) = \begin{cases} 3 & \text{si } n = 0 \\ 0 & \text{si } n = 1 \\ 2 & \text{si } n = 2 \\ P(n-2) + P(n-3) & \text{si } 3 \leq n \end{cases}$$

Se desea que diseñe un algoritmo que tome tiempo $\Theta(\log n)$ para hallar el valor de $P(n)$. Puede suponer que todas las operaciones aritméticas involucradas (sumas, multiplicaciones, etc.) toman tiempo $\Theta(1)$.

3. (4 puntos) — Dada una cadena de caracteres $S[1..n]$ compuesta únicamente de paréntesis que abren y que cierran, queremos un árbol de segmentos para hacer consultas de la forma $maxBP(i, j)$ que debe devolver la longitud de la sub-cadena (no necesariamente contigua) bien parentizada más larga, comprendida en el rango $[i..j]$.

Por ejemplo, si $S = [(,), (, (,),), (, (,),), (,)]$ y solicitamos $maxBP(3, 10)$, el rango corresponde a $S' = [], (, (,),), (, (,))$.

La sub-cadena bien parentizada de mayor longitud en S' sería $[(, (,),), (,)]$ (de longitud 6).

Describa cómo sería el proceso con el cuál construiría el valor precalculado de cada nodo, incluyendo el caso base (las hojas) y el caso recursivo (nodos intermedios)