Tarea: Universidad Santa Maria

Se pide determinar la siguiente expresion matemarica

$$BA + \frac{1}{2}(3C + 4D)^2$$

Donde se tiene las siguientes declaraciones matriciales:

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 4 & 7 \\ 2 & 1 & 5 \\ 1 & 0 & 3 \end{bmatrix}; \quad B = \begin{bmatrix} -2 & -7 & -3 \\ 3 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}; \quad C = \begin{bmatrix} 3 & -2 & 1 \\ -3 & -2 & -1 \\ -1 & 2 & 0 \end{bmatrix}; \quad D = \begin{bmatrix} 1 & -2 & -3 \\ -1 & 2 & 3 \\ -2 & 3 & 4 \end{bmatrix}$$

Abordando este problemas por partes, veamos por un lado que BA es calculable ya que B tiene dimensiones 3x3 (3 filas y 3 columnas) y A tiene dimensiones 3x3 (3 filas y 3 columnas) lo que nos permite verificar la condicion fundamental de multiplicaciones de matrices, es decir la cantidad de columnas de la matriz a izquierda(matriz B) es igual a la cantidad de filas de la matriz a derecha (matriz A), del cual tendremos como resultado una matriz 3x3. Asi;

$$BA = \begin{bmatrix} -2 & -7 & -3 \\ 3 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 3 & 4 & 7 \\ 2 & 1 & 5 \\ 1 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} (-2)(3) + (-7)(2) + (-3)(1) & (-2)(4) + (-7)(1) + (-3)(0) & (-2)(7) + (-7)(5) + (-3)(3) \\ (3)(3) + (4)(2) + (2)(1) & (3)(4) + (4)(1) + (2)(0) & (3)(7) + (4)(5) + (2)(3) \\ (1)(3) + (2)(2) + (3)(1) & (1)(4) + (2)(1) + (3)(0) & (1)(7) + (2)(5) + (3)(3) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} (-6) + (-14) + (-3) & (-8) + (-7) + (0) & (-14) + (-35) + (-9) \\ (9) + (8) + (2) & (12) + (4) + (0) & (21) + (20) + (6) \\ (3) + (4) + (3) & (4) + (2) + (0) & (7) + (10) + (9) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -23 & -15 & -58 \\ 19 & 16 & 47 \\ 10 & 6 & 26 \end{bmatrix}$$

$$\implies BA = \begin{bmatrix} -23 & -15 & -58 \\ 19 & 16 & 47 \\ 10 & 6 & 26 \end{bmatrix}$$

Ahora por otro lado calculemos solamente "3C + 4D". Asi;

$$3C + 4D = 3 \times \begin{bmatrix} 3 & -2 & 1 \\ -3 & -2 & -1 \\ -1 & 2 & 0 \end{bmatrix} + 4 \times \begin{bmatrix} 1 & -2 & -3 \\ -1 & 2 & 3 \\ -2 & 3 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 & -6 & 3 \\ -9 & -6 & -3 \\ -3 & 6 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 4 & -8 & -12 \\ -4 & 8 & 12 \\ -8 & 12 & 16 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 9 + 4 & -6 + (-8) & 3 + (-12) \\ -9 + (-4) & -6 + 8 & -3 + 12 \\ -3 + (-8) & 6 + 12 & 0 + 16 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 13 & -14 & -9 \\ -13 & 2 & 9 \\ -11 & 18 & 16 \end{bmatrix}$$

$$\implies 3C + 4D = \begin{bmatrix} 13 & -14 & -9 \\ -13 & 2 & 9 \\ -11 & 18 & 16 \end{bmatrix}$$

Debemos determinar ahora el cuadrado de lo calculado anteriormente, esto es $(3C+4D)^2 = (3C+4D)(3C+4D)$, donde "3C + 4D"posee dimensiones de 3 filas por 3 columnas, por tanto la condicion fundamental de matrices se cumple, claro esta. Asi;

$$(3C+4D)^2 = (3C+4D)(3C+4D) = \begin{bmatrix} 13 & -14 & -9 \\ -13 & 2 & 9 \\ -11 & 18 & 16 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 13 & -14 & -9 \\ -13 & 2 & 9 \\ -11 & 18 & 16 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 13*13+(-14)*(-13)+(-9)*(-11) & 13*(-14)+(-14)*2+(-9)*18 & 13*(-9)+(-14)*9+(-9)*16 \\ -13*13+2*(-13)+9*(-11) & -13*(-14)+2*2+9*18 & -13*(-9)+2*9+9*16 \\ -11*13+18*(-13)+16*(-11) & -11*(-14)+18*2+16*18 & -11*(-9)+18*9+16*16 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 450 & -372 & -387 \\ -294 & 348 & 279 \\ -553 & 478 & 517 \end{bmatrix} \Longrightarrow (3C+4D)^2 = \begin{bmatrix} 450 & -372 & -387 \\ -294 & 348 & 279 \\ -553 & 478 & 517 \end{bmatrix}$$

En este sentido incluimos el escalar 1/2 que nos falta. Asi;

$$\frac{1}{2}(3C+4D)^2 = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} 450 & -372 & -387 \\ -294 & 348 & 279 \\ -553 & 478 & 517 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 225 & -186 & \frac{-387}{2} \\ -147 & 174 & \frac{279}{2} \\ \frac{-553}{2} & 239 & \frac{517}{2} \end{bmatrix}$$

Finalmente, realizamos la suma de ambos cálculos;

$$BA + \frac{1}{2}(3C+4D)^2 = \begin{bmatrix} -23 & -15 & -58 \\ 19 & 16 & 47 \\ 10 & 6 & 26 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 225 & -186 & \frac{-387}{2} \\ -147 & 174 & \frac{279}{2} \\ \frac{-553}{2} & 239 & \frac{517}{2} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -23+225 & -15+(-186) & -58+\frac{-387}{2} \\ 19+(-147) & 16+174 & 47+\frac{279}{2} \\ 10+\frac{-553}{2} & 6+239 & 26+\frac{517}{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 202 & -201 & \frac{-503}{2} \\ -128 & 190 & \frac{373}{2} \\ \frac{-533}{2} & 245 & \frac{569}{2} \end{bmatrix}$$

En conclusion,

$$BA + \frac{1}{2}(3C+4D)^2 = \begin{bmatrix} 202 & -201 & \frac{-503}{2} \\ -128 & 190 & \frac{373}{2} \\ \frac{-533}{2} & 245 & \frac{569}{2} \end{bmatrix}$$