

Tarea II (15 puntos)

A continuación encontrará 4 preguntas, cada una compuesta de diferentes sub-preguntas. El valor de cada pregunta (y sub-pregunta) estará expresado entre paréntesis al inicio de las mismas.

En aquellas preguntas donde se le pida ejecutar un algoritmo o procesar una entrada, incluya los pasos relevantes de la ejecución del mismo con los cuales usted pudo alcanzar su conclusión. Sea lo más detallado y preciso posible en sus razonamientos y procedimientos.

La entrega se realizará por correo electrónico a rmonascal@gmail.com hasta las 11:59pm. VET del Miércoles, 25 de Junio de 2025.

- (5 puntos) Considere un TAC cuyas expresiones son todas números naturales (esto es, no permiten números negativos) y todas las variables son inicializadas en un número natural arbitrario.

La sintaxis y operaciones disponibles para este TAC se entienden con la siguiente gramática:

TAC	\rightarrow	TAC	$\backslash n$	$LINE$
	$ $	$LINE$		
$LINE$	\rightarrow	id	:	$INSTR$
	$ $	$INSTR$		
$INSTR$	\rightarrow	id	$:=$	$ARIT$
	$ $	<i>advance</i>	id	
	$ $	<i>goto</i>	id	
	$ $	<i>goif</i>	CMP	id
$ARIT$	\rightarrow	num	$+$	num
	$ $	num	$-$	num
	$ $	num	$*$	num
	$ $	num	$/$	num
CMP	\rightarrow	num	$<$	num
	$ $	num	$>$	num
	$ $	num	$==$	num
	$ $	num	$!=$	num

La mayoría de las operaciones aritméticas y relacionales tienen la semántica convencional. Además, existirá una instrucción especial **advance**, de forma tal que **advance x** es equivalente a $x = x + 1$. Las operaciones de resta y división, sin embargo, tienen semánticas especiales en este contexto:

- La resta es siempre mayor o igual a cero: $a -_{\mathbb{N}} b = \max(a -_{\mathbb{Z}} b, 0)$
- La división es truncada al natural inmediatamente inferior: $a /_{\mathbb{N}} b = \lfloor a /_{\mathbb{R}} b \rfloor$

Considerando este TAC que trabaja sobre números naturales:

- a) (3 puntos) Queremos saber si una variable en nuestro TAC puede llegar a ser igual a cero (por algún camino posible de ejecución).

Como ejemplo, consideremos el siguiente programa:

```
advance b
goif b < c then
  a := b - c
goto end
then: a := b + c
end: c := b / c
```

Notemos que dependiendo de los valores iniciales (que son desconocidos) el flujo puede seguir uno de dos caminos hasta llegar a la última instrucción.

Primeramente se avanza **b**, haciendo que sea imposible que **b** sea igual a cero. Luego, si $b < c$ se hace la asignación $a := b + c$. Después de esta instrucción es imposible que **a** sea cero, ya que **b** no puede ser cero y sumarle un número natural cualquiera no puede producir cero. Si, por el contrario, $b \geq c$ entonces se ejecuta la asignación $a := b - c$. Independientemente del valor de **b**, una resta siempre podrá resultar en cero. Finalmente, la última instrucción es una asignación $c := b / c$, por lo que es posible que **c** siga valiendo cero (también es posible que esté indefinida, pero aún no nos preocuparemos por eso).

En conclusión, justo después de la última instrucción, es posible que **a** y **c** sean cero, pero imposible que **b** lo sea.

Plantee el problema de encontrar las variables que son potencialmente cero para cada instrucción como un problema de flujo de datos, proponiendo la construcción de *IN* y *OUT* (incluyendo el estado inicial) y la función de transferencia asociada. Diga también si dicho razonamiento será *hacia adelante* o *hacia atrás*.

- b) (2 puntos) Usando la información de qué variables son potencialmente cero, establezca cuáles expresiones de división tienen riesgo de estar indefinidas (por tener denominador igual a cero).

Considerando el mismo ejemplo de la parte anterior, la asignación $c := b / c$ es de riesgo, pues es posible que **c** haya sido igual a cero antes de evaluar b / c .

2. (5 puntos) Considere el siguiente fragmento de código en pseudo-código que realiza la operación *merge*:

```
i := 0;
j := 0;
k := 0;
while (i < n && j < m) {
    if (a[i] < b[j]) {
        c[k] := a[i];
        i := i + 1;
    } else {
        c[k] := b[j];
        j := j + 1;
    }
    k := k + 1;
}
while (i < n) {
    c[k] := a[i];
    i := i + 1;
    k := k + 1;
}
while (j < m) {
    c[k] := b[j];
    j := j + 1;
    k := k + 1;
}
```

Puede suponer que n y m son enteros positivos. También puede suponer que a es un arreglo de enteros de tamaño n , b es un arreglo de enteros de tamaño m y c es un arreglo de enteros de tamaño $n + m$.

- a) (1 punto) Construya el TAC que se genera a partir del fragmento de código anterior.
- b) (1 punto) Del TAC obtenido, construya el grafo de flujo asociado.
- c) (3 puntos) Del TAC obtenido, construya el árbol de dominadores, mostrando los diferentes tipos de aristas resultantes (avance, retroceso, retorno y cruce). Con esta información identifique los ciclos naturales y diga si el grafo es reducible o no.
3. (5 puntos) Considere el siguiente fragmento de código en TAC, que calcula en la variable s el valor de $\sum_{i=0}^n 3 \times i + a[i]$, dado n que es un entero positivo y a un arreglo de enteros de tamaño n .

```
L1: i := 0
    s := 0
L2: t1 := 3 * i
    t2 := a[i]
    t3 := t1 + t2
    s := s + t3
    i := i + 1
    if i < n goto L2
print(s)
```

Aplique el algoritmo de detección de variables de inducción, conduciendo a la reducción de fuerza y posible eliminación de las mismas. Indique claramente las familias de variables identificadas con las tripletas correspondientes, y el código mejorado definitivo.