Laboratorium 3

Janusz Pawlicki

1 Wstęp

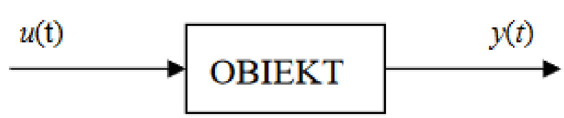
1.1 Cel Laboratorium

Zapoznanie się z charakterystykami czasowymi (odpowiedziami obiektu na określone wymuszenie w dziedzinie czasu) oraz częstotliwościowymi (odpowiedziami obiektu na wymuszenie sinusoidalne) podstawowych obiektów dynamicznych.

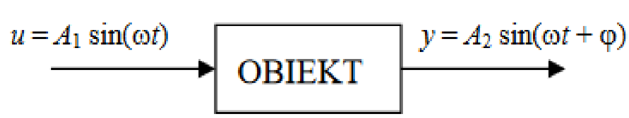
Ćwiczenie ma być wykonane drogą symulacji w środowisku MATLAB. Należy zbadać odpowiedzi obiektów takich jak:

Obiekt	Transmitancja
inercyjny I rzędu	$G(s)=\frac{k}{Ts+1}$
inercyjny II rzędu	$G(s)=\frac{k}{T_1T_2s^2+(T_1+T_2)s+1}$
inercyjny II rzędu (inna postać)	$G(s)=\frac{k}{T^2s^2+2\xi Ts+1}$
całkujący rzeczywisty	$G(s)=\frac{k}{T_is(Ts+1)}$
różniczkujący rzeczywisty	$G(s)=\frac{T_ds}{Ts+1}$
inercyjny I rzędu z opóźnieniem	$G(s)=\frac{e^{-s\theta}}{Ts+1}$

Dla obiektu (charakterystyka czsowa)



Na wymuszenie sinusoidalne postaci *A* sin(wt) (charakterystyka częstotliwościowa)



1.2 Transmitancja operatorowa

Transmitancja operatorowa (funkcja przejścia) to stosunek transformaty Laplace'a sygnału wyjściowego Y(s) do transformaty Laplace'a sygnału wejściowego U(s) przy zerowych warunkach początkowych:

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)}$$

Transmitancja w postaci wielomianowej jest dana wzorem:

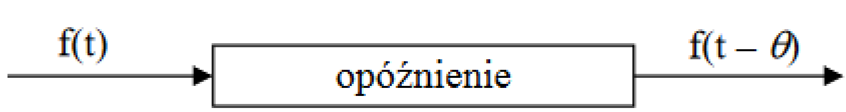
$$G(s) = \frac{b_1 s^{n-1} + \ldots + b_{n-1} s + b_n}{a_1 s^{m-1} + \ldots + a_{m-1} s + a_m}$$

W Matlabie transmitancja jest reprezentowana przez dwa wektory, zawierające współczynniki jej licznika i mianownika (w kolejności od najwyższej potęgi „s”). Sposób zapisu powyższych obiektów jest podany w tabeli:

Transmitancja	Zapis licznika transmitancji	Zapis mianownika transmitancji
$G(s) = \frac{k}{Ts+1}$	`licz = [0,k]`	`mian = [T,1]`
$G(s) = \frac{k}{T_1 T_2 s^2 + (T_1 + T_2)s + 1}$	`licz = [0,0,k]`	`mian = [T1*T2 ,T1+T2 ,1]`
$G(s) = \frac{k}{T^2 s^2 + 2\xi Ts + 1}$	`licz = [0,0,k]`	`mian = [T^2 ,2*ksi*T ,1]`
$G(s) = \frac{k}{T_i s(Ts+1)}$	`licz = [0,0,k]`	`mian = [T*Ti , Ti , 0]`
$G(s) = \frac{T_d s}{Ts+1}$	`licz = [Td,0]`	`mian = [T,1]`
$G(s) = \frac{e^{-s\theta}}{Ts+1}$	patrz punkt 4	patrz punkt 4

1.3 Obiekt inercyjny I rzędu z opóźnieniem

W systemach dynamicznych często możemy się spotkać z pojęciem czasu opóźnienia. Przykładem może być zjawisko przepływu cieczy przez rurociąg. Zakładamy, że przepływ jest tłokowy i czas przepływu pojedynczej cząstki cieczy wzdłuż całego rurociągu równy jest theta. W tym przypadku odcinek rurociągu można traktować jako element opóźniający



Jeżeli przyjmiemy, że zachowanie się pewnej zmiennej u wlotu do rurociągu określa funkcja f(t) (reprezentująca np. temperaturę lub skład cieczy) to po czasie theta na końcu rurociągu zaobserwujemy identyczny przebieg tej zmiennej.

Transformata Laplace'a funkcji przesuniętej w czasie o theta jednostek czasu wynosi:

$$L[f(t-\theta)] = f\,\mathrm{e}^{-s\theta}$$

Wynika stąd, że zależność zmiennej wyjściowej od zmiennej wejściowej dla układu opóźniającego

wyraża się transmitancją **e^-s * theta.**

Aproksymacja Pade'go 1-go rzędu:	Aproksymacja Pade'go 2-go rzędu:
$e^{-s\theta} \approx \dfrac{1-\dfrac{\theta}{2}s}{1+\dfrac{\theta}{2}s}$	$e^{-s\theta} \approx \dfrac{1-\dfrac{\theta}{2}s+\dfrac{\theta^2}{12}s^2}{1+\dfrac{\theta}{2}s+\dfrac{\theta^2}{12}s^2}$

Aproksymacja Pade'go jest zaimplementowana w Matlabie w funkcji `pade`. W celu zamodelowania obiektu inercyjnego I rzędu z opóźnieniem w Matlabie należy wykonać poniższe czynności:

a) Wyznaczamy transmitancję członu opóźniającego przy pomocy funkcji PADE:

```
[licz_op, mian_op] = pade(theta, n)
```

gdzie: theta – opóźnienie w [s], n – rząd aproksymacji (np. n = 5). Po wykonaniu tej instrukcji

otrzymujemy licznik i mianownik transmitancji członu opóźniającego zapisany pod zmiennymi

licz_op i mian_op.

b) Zapisujemy transmitancję obiektu inercyjnego bez opóźnienia:

```
licz_iner = [0,k]; mian_iner = [T,1];
```

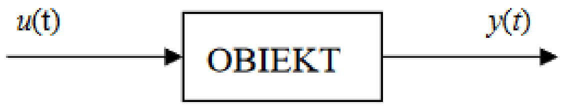
c) Łączymy obie transmitancje szeregowo za pomocą instrukcji SERIES:

```
[licz, mian] = series(licz_op, mian_op, licz_iner, mian_iner);
```

Otrzymujemy w ten sposób licznik i mianownik transmitancji obiektu inercyjnego z opóźnieniem.

2 Przebieg laboratorium

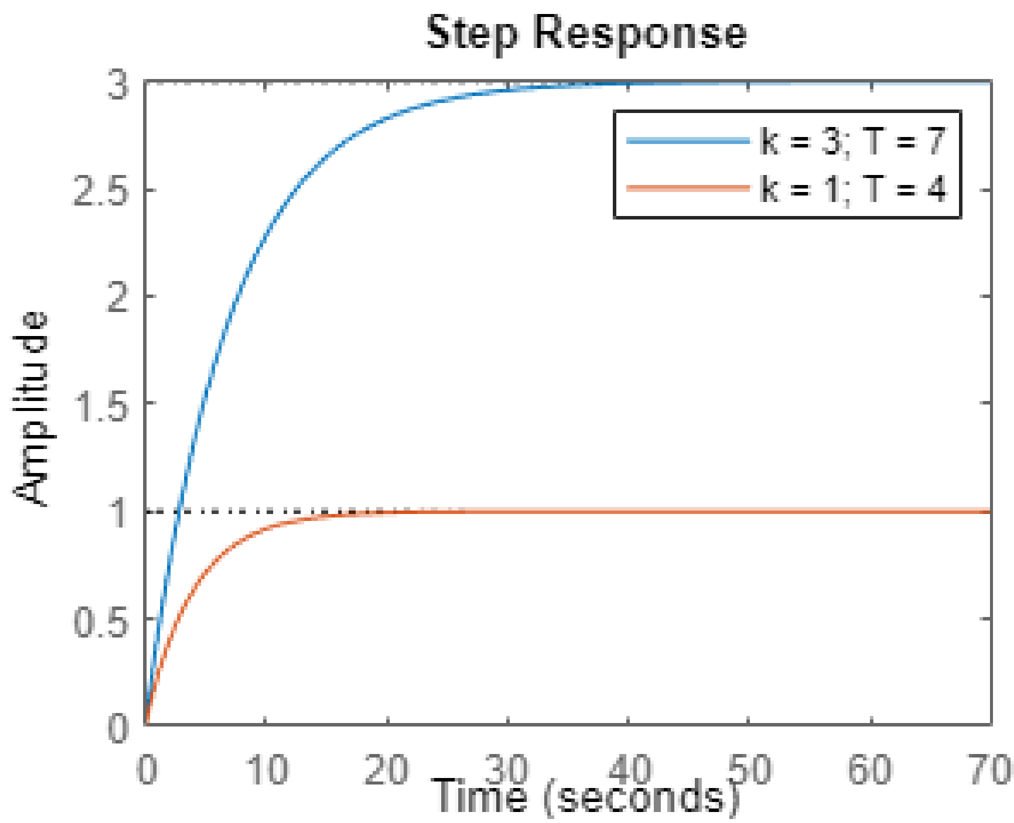
2.1 Charaktrystyka czasowa dla podanych obiektów z wymuszeniem:



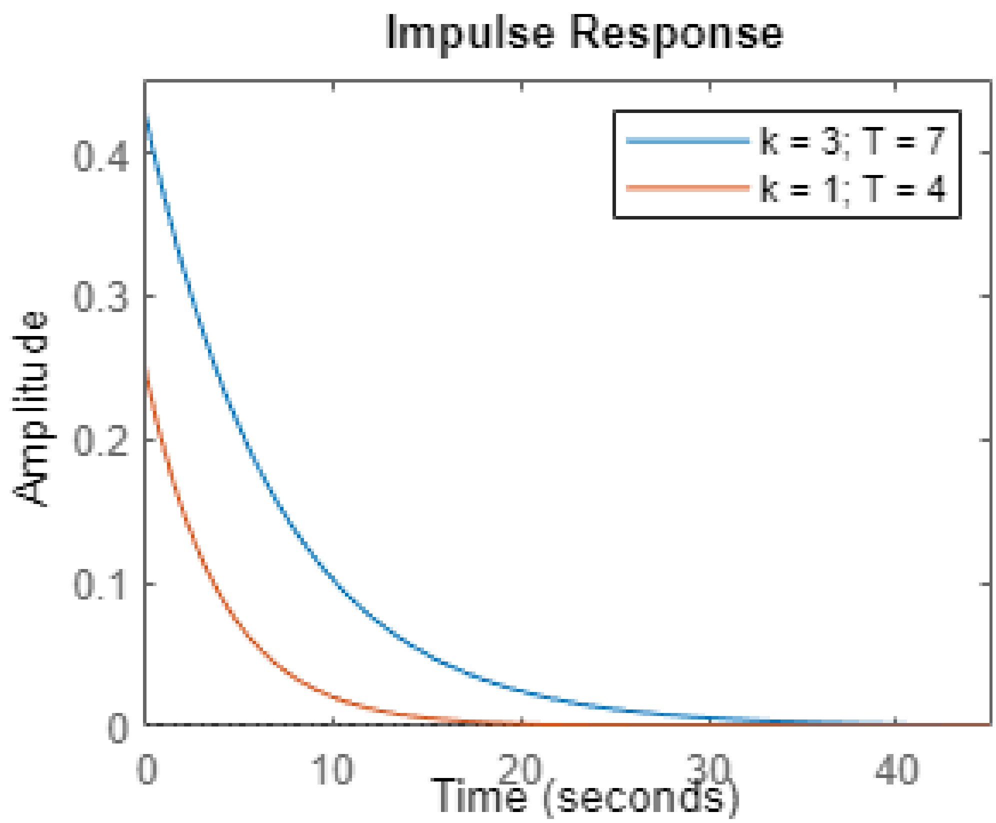
2.1 A) Inercyjny I rzędu

$$G(s) = \frac{k}{Ts + 1}$$

```
k = 3;
T = 7;
k1 = 1;
T1 = 4;

licz = [0, k];
mian = [T, 1];
licz1 = [0, k1];
mian1 = [T1, 1];

step(licz, mian) % charakterystyka skokowa

hold on

step(licz1, mian1)

legend('k = 3; T = 7', 'k = 1; T = 4')

hold off
```



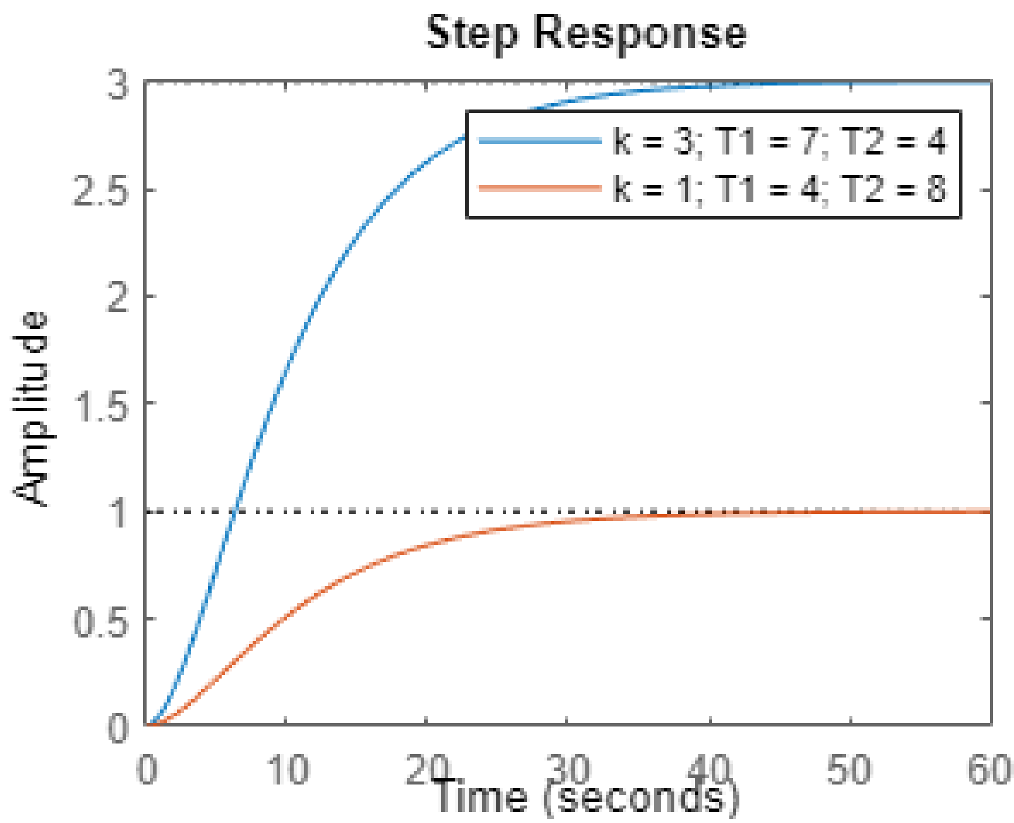

```
impulse(licz, mian) % charakterystyka impulsowa

hold on

impulse(licz1, mian1)

legend('k = 3; T = 7', 'k = 1; T = 4')

hold off
```



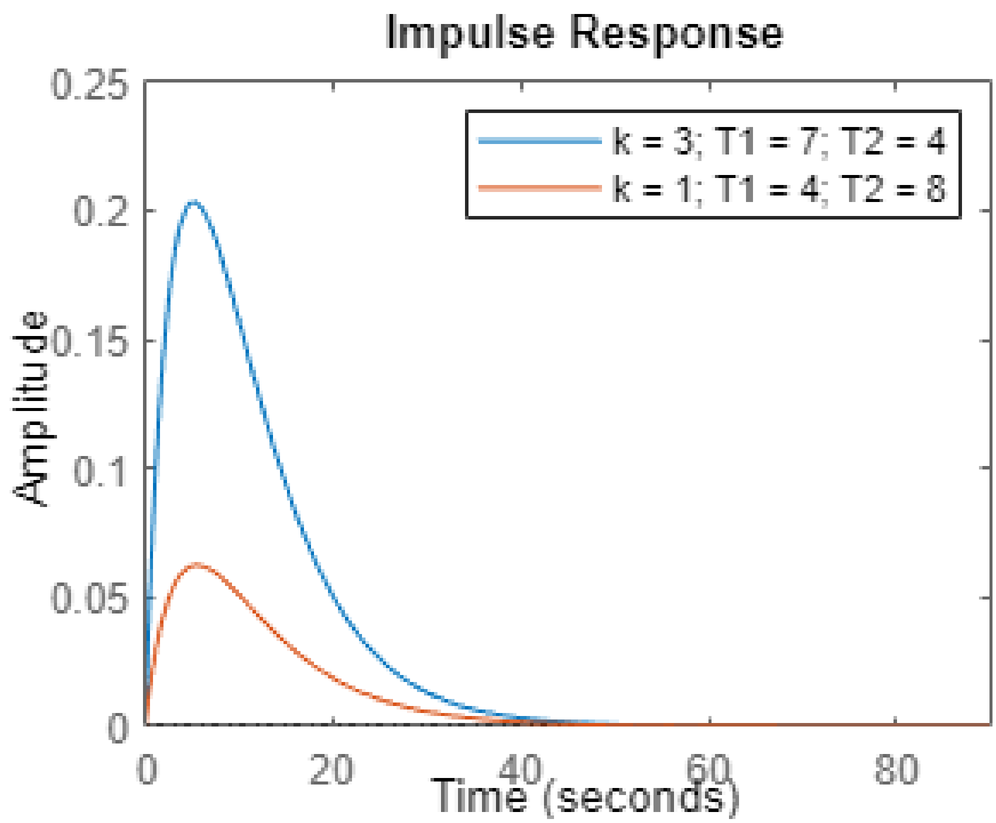
2.1 B) Inercyjny II rzędu

$$G(s) = \frac{k}{T_1 T_2 s^2 + (T_1 + T_2)s + 1}$$

```
k = 3;
T1 = 7;
T2 = 4;
k1 = 1;
T11 = 4;
T21 = 8;

licz = [0, 0, k];
mian = [T1 * T2, T1 + T2, 1];
licz1 = [0, 0, k1];
mian1 = [T11 * T21, T11 + T21, 1];

step(licz, mian)

hold on

step(licz1, mian1)

legend('k = 3; T1 = 7; T2 = 4', 'k = 1; T1 = 4; T2 = 8')

hold off
```




```
impulse(licz, mian)

hold on

impulse(licz1, mian1)

legend('k = 3; T1 = 7; T2 = 4', 'k = 1; T1 = 4; T2 = 8')

hold off
```

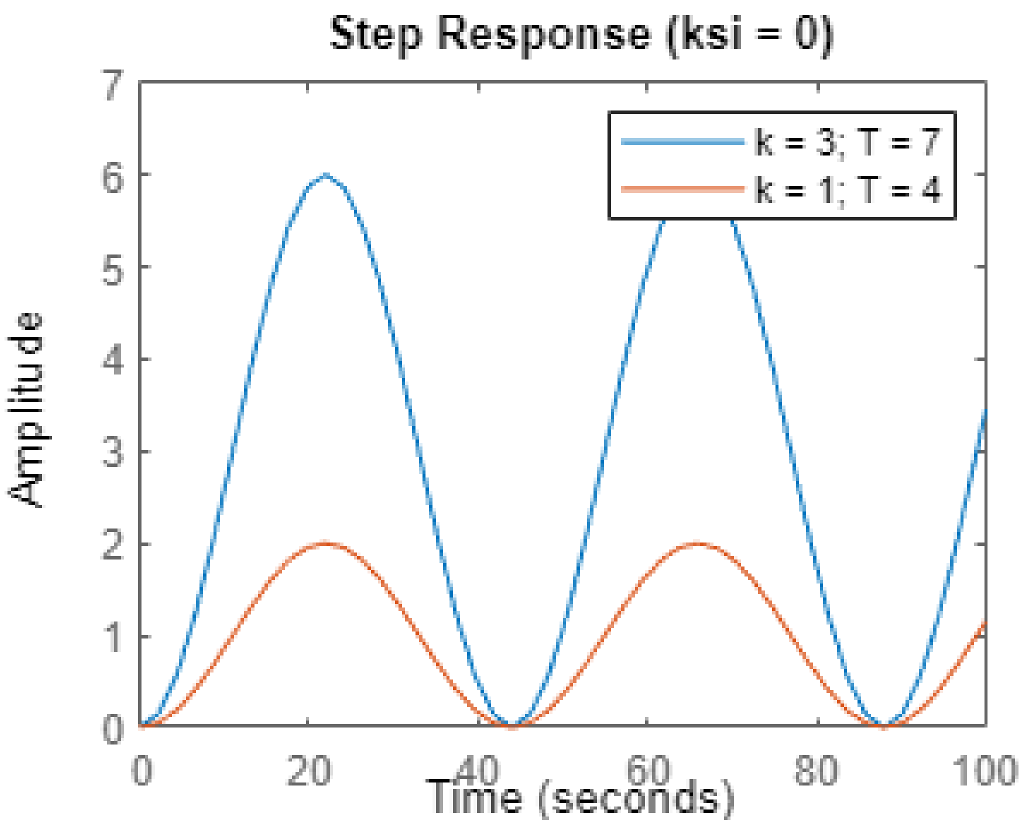


2.1 C) Inercyjny II rzędu (inna postać)

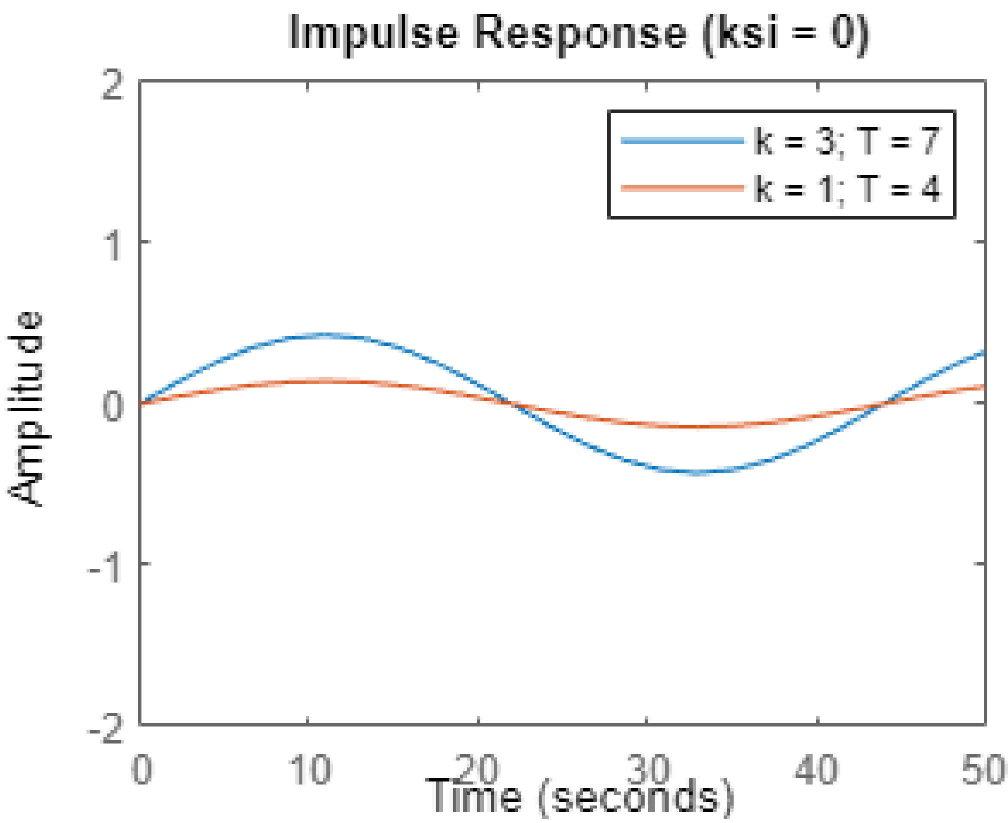
$$G(s) = \frac{k}{T^2 s^2 + 2\xi T s + 1}$$

```
k = 3;
T = 7;
ksi0 = 0;
ksi1 = 0.7;
ksi2 = 1;
ksi3 = 1.3;
k1 = 1;
T1 = 4;

%Układ oscylacyjny nietłumiony

licz = [0, 0, k];
mian = [T^2 ,2*ksi0*T ,1];

licz1 = [0, 0, k1];
mian1 = [T^2 ,2*ksi0*T1 ,1];

step(licz, mian)

hold on
```

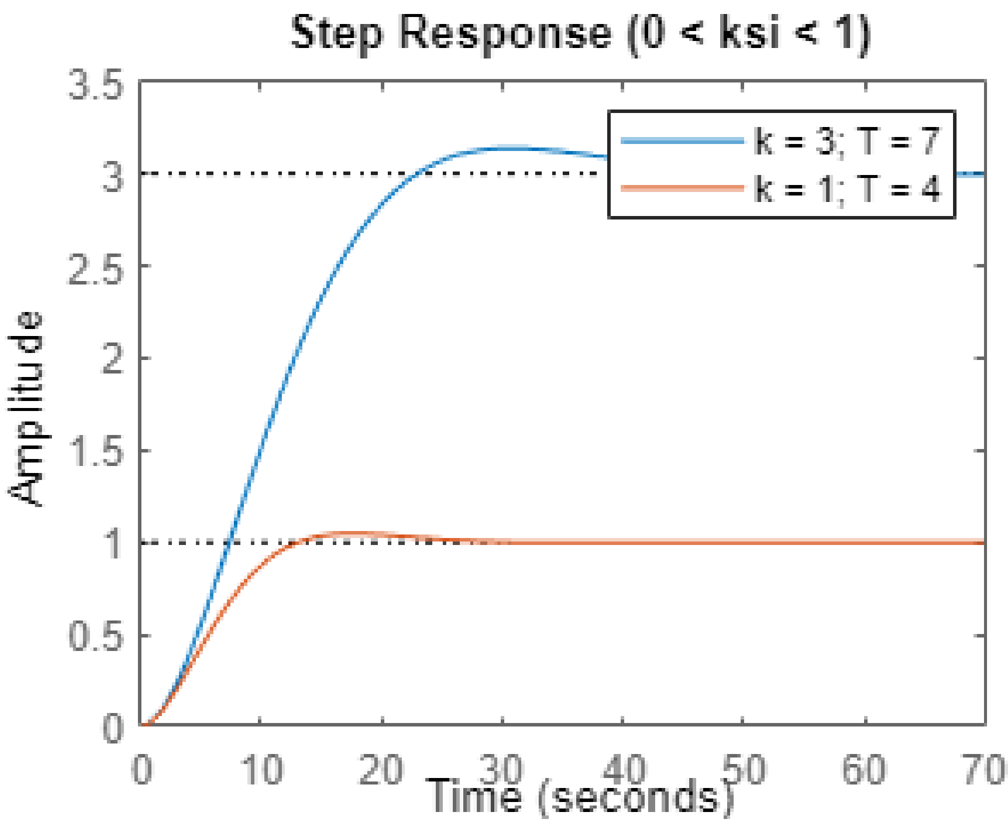
```
step(licz1, mian1)

legend('k = 3; T = 7', 'k = 1; T = 4')

axis([0 100 0 7])

title('Step Response (ksi = 0)')

hold off
```



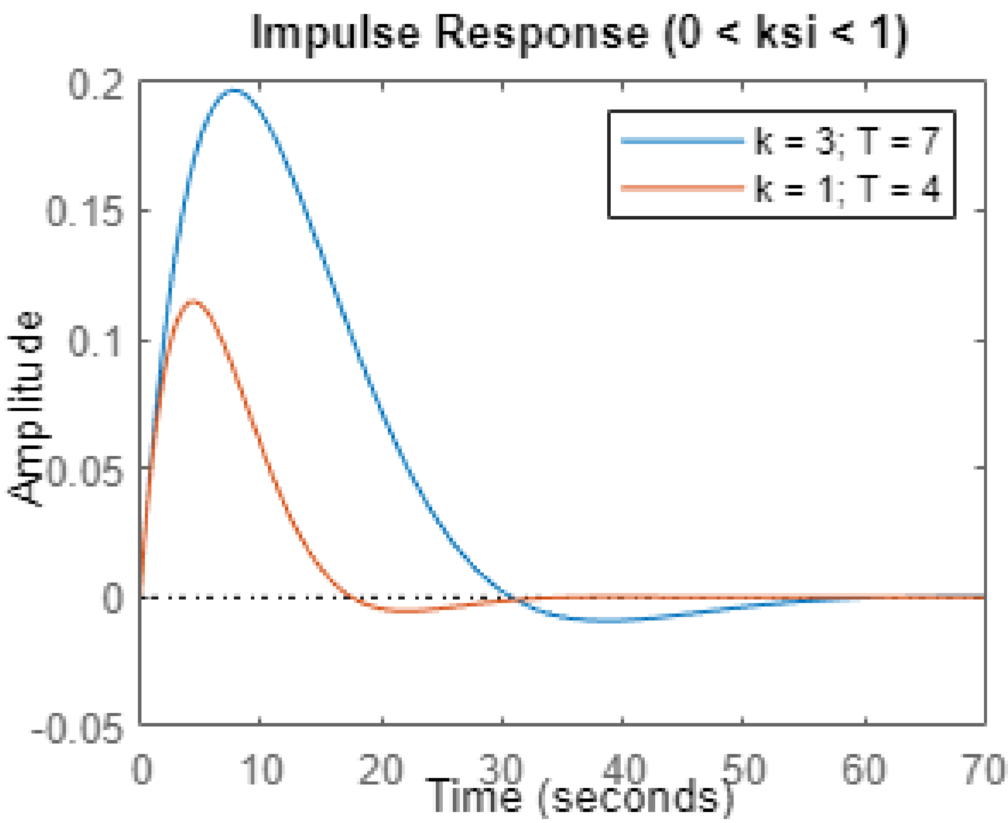

```
impulse(licz, mian)

hold on

impulse(licz1, mian1)

legend('k = 3; T = 7', 'k = 1; T = 4')

axis([0 50 -2 2])

title('Impulse Response (ksi = 0)')

hold off
```



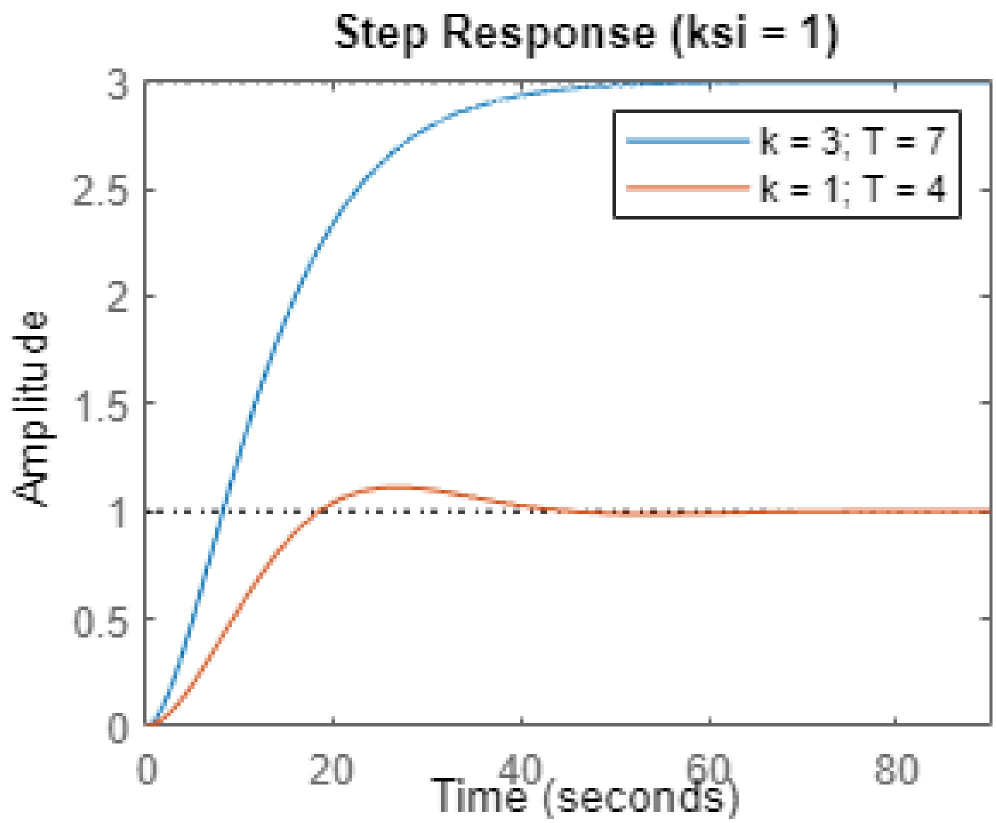

```
% Układ oscylacyjny tłumiony

licz2 = [0, 0, k];
mian2 = [T^2 ,2*ksi1*T ,1];

licz3 = [0, 0, k1];
mian3 = [T1^2 ,2*ksi1*T1 ,1];

step(licz2, mian2)

hold on

step(licz3, mian3)

legend('k = 3; T = 7', 'k = 1; T = 4')

title('Step Response (0 < ksi < 1)')

hold off
```



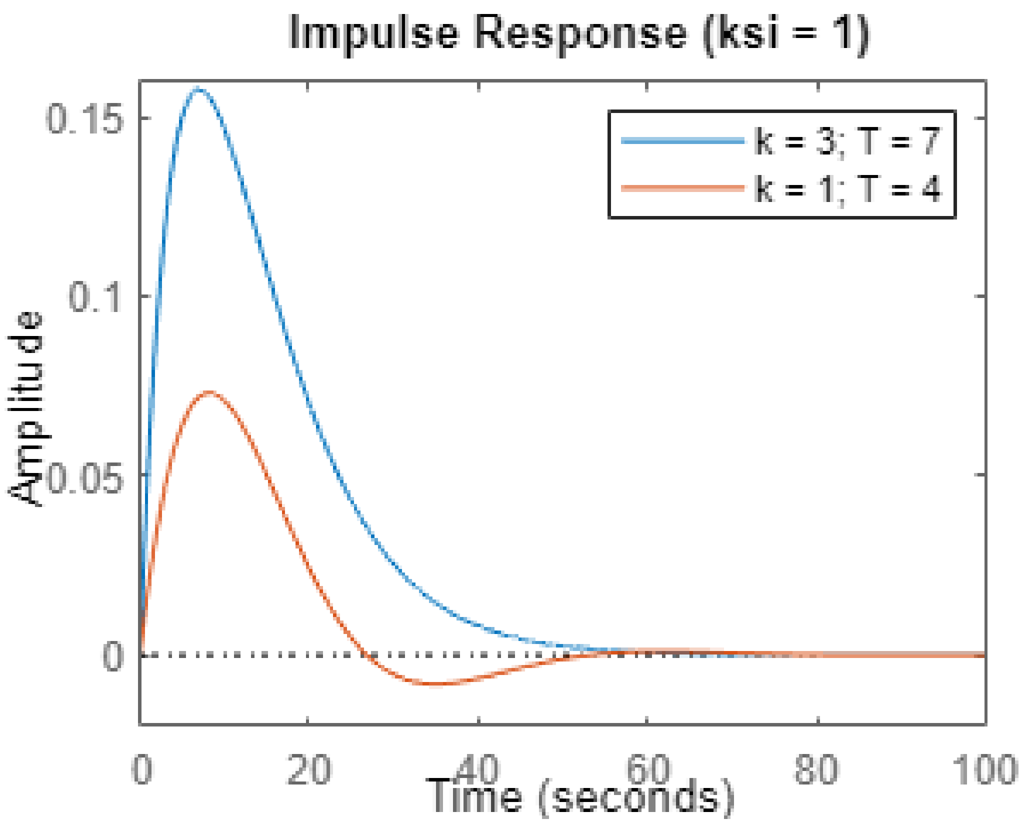

```
impulse(licz2, mian2)

hold on

impulse(licz3, mian3)

legend('k = 3; T = 7', 'k = 1; T = 4')

title('Impulse Response (0 < ksi < 1)')

hold off
```



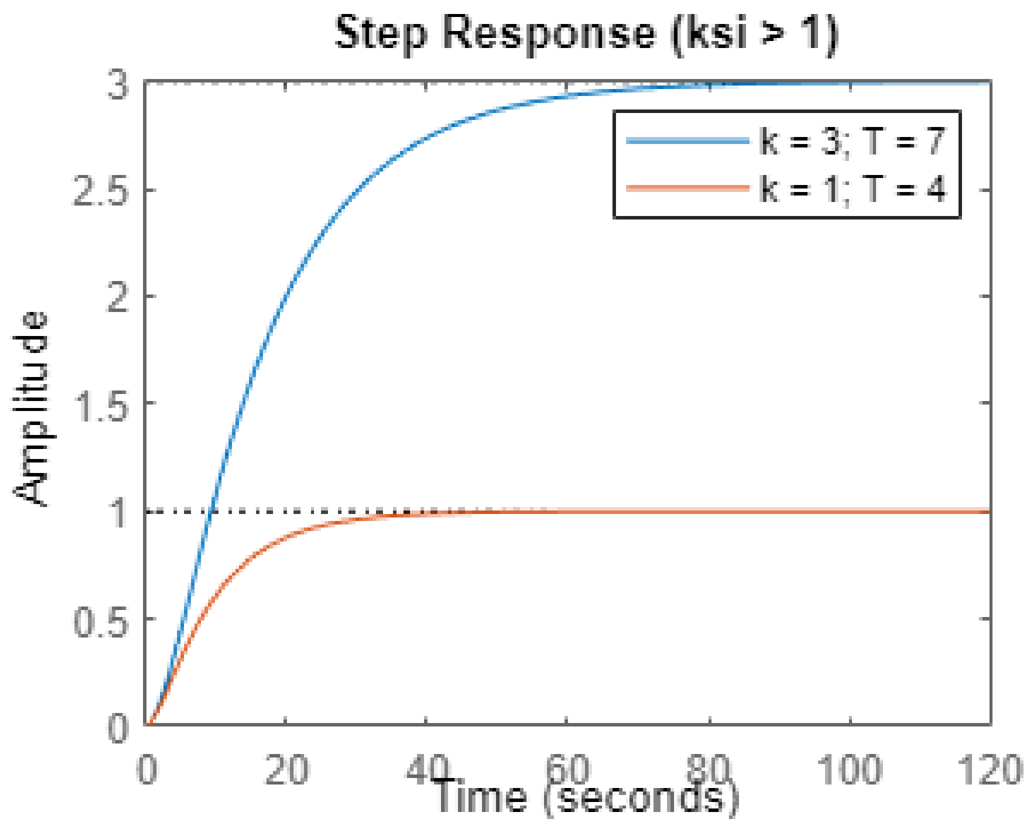

```
 % Układ aperiodyczny krytyczny

licz4 = [0, 0, k];
mian4 = [T^2 ,2*ksi2*T ,1];

licz5 = [0, 0, k1];
mian5 = [T^2 ,2*ksi2*T1 ,1];

step(licz4, mian4)

hold on

step(licz5, mian5)

legend('k = 3; T = 7', 'k = 1; T = 4')

title('Step Response (ksi = 1)')

hold off
```



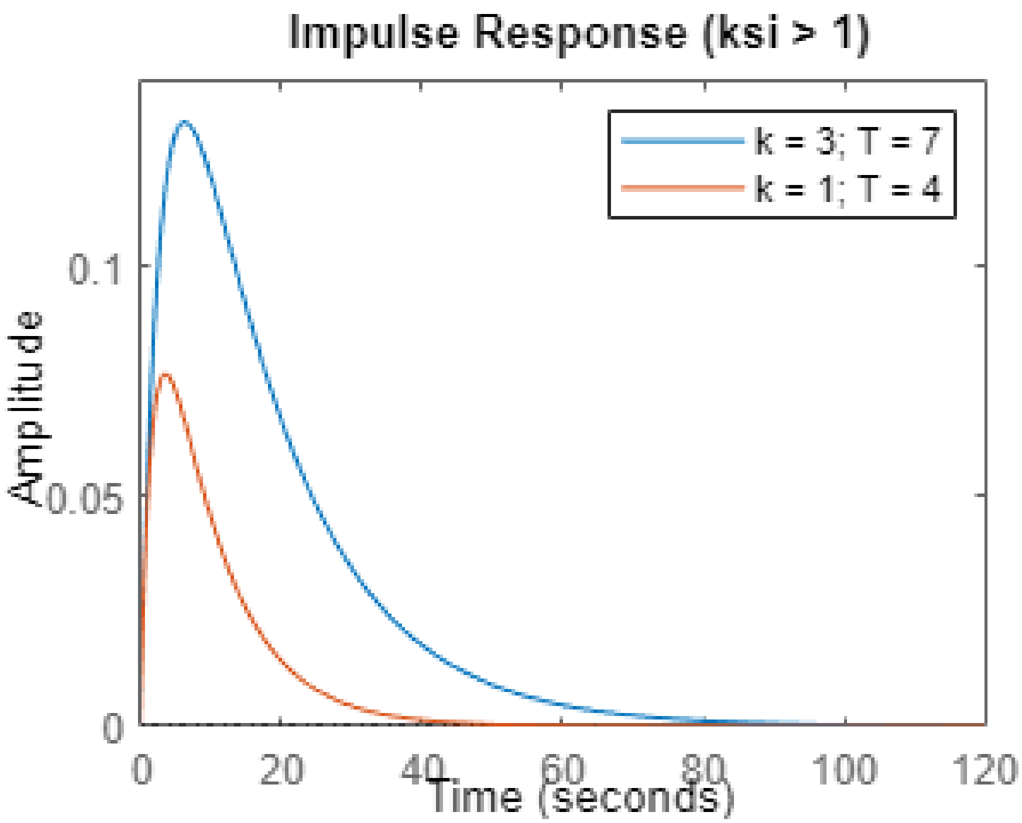

```
impulse(licz4, mian4)

hold on

impulse(licz5, mian5)

legend('k = 3; T = 7', 'k = 1; T = 4')

title('Impulse Response (ksi = 1)')

hold off
```




```
% Układ aperiodyczny

licz6 = [0, 0, k];
mian6 = [T^2 ,2*ksi3*T ,1];

licz7 = [0, 0, k1];
mian7 = [T1^2 ,2*ksi3*T1 ,1];

step(licz6, mian6)

hold on

step(licz7, mian7)

legend('k = 3; T = 7', 'k = 1; T = 4')

title('Step Response (ksi > 1)')

hold off
```



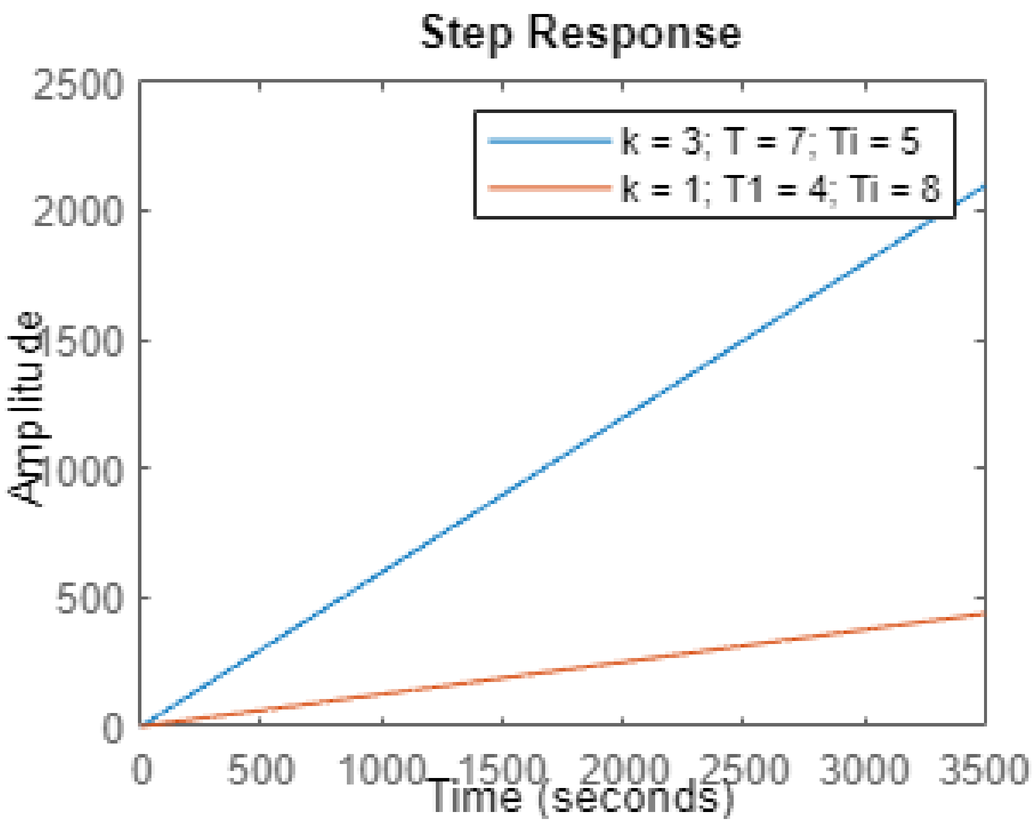

```
impulse(licz6, mian6)

hold on

impulse(licz7, mian7)

legend('k = 3; T = 7', 'k = 1; T = 4')

title('Impulse Response (ksi > 1)')

hold off
```



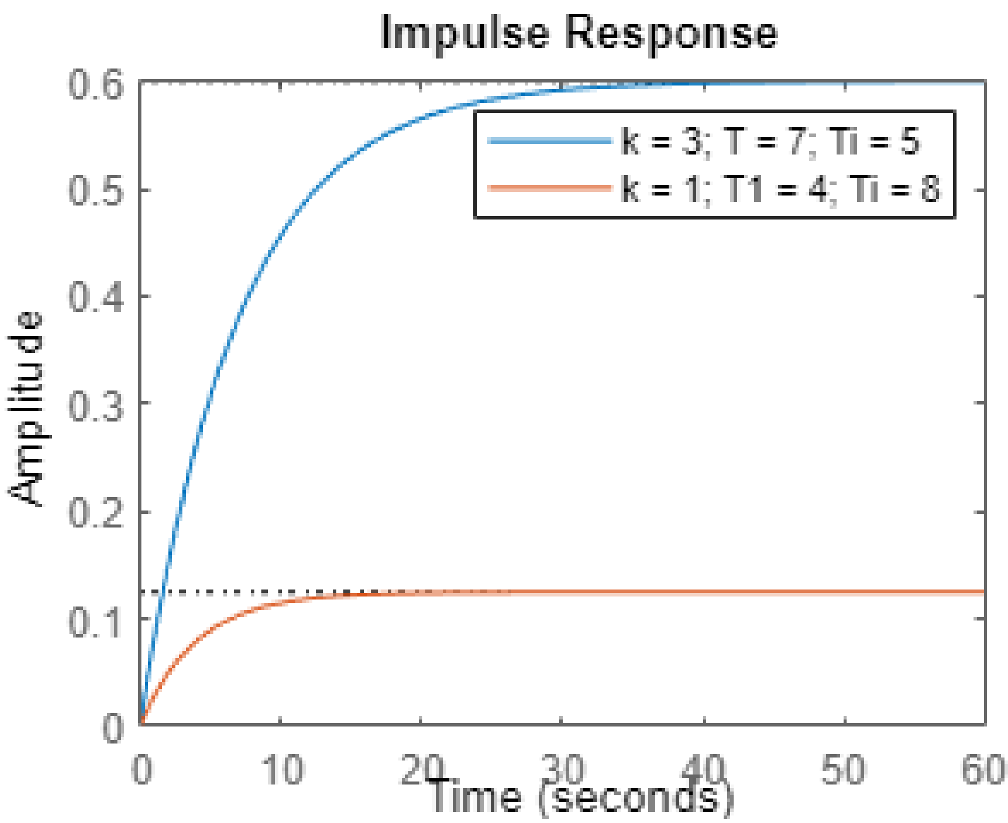
2.1 D) Całkujący rzeczywisty

$$G(s) = \frac{k}{T_i s(Ts+1)}$$

```
k = 3;
T = 7;
Ti = 5;
k1 = 1;
T1 = 4;
Ti1 = 8;

licz = [0, 0, k];
mian = [T * Ti, Ti, 0];
licz1 = [0, 0, k1];
mian1 = [T1 * Ti1, Ti1, 0];

step(licz, mian)

hold on

step(licz1, mian1)

legend('k = 3; T = 7; Ti = 5', 'k = 1; T1 = 4; Ti = 8')

hold off
```



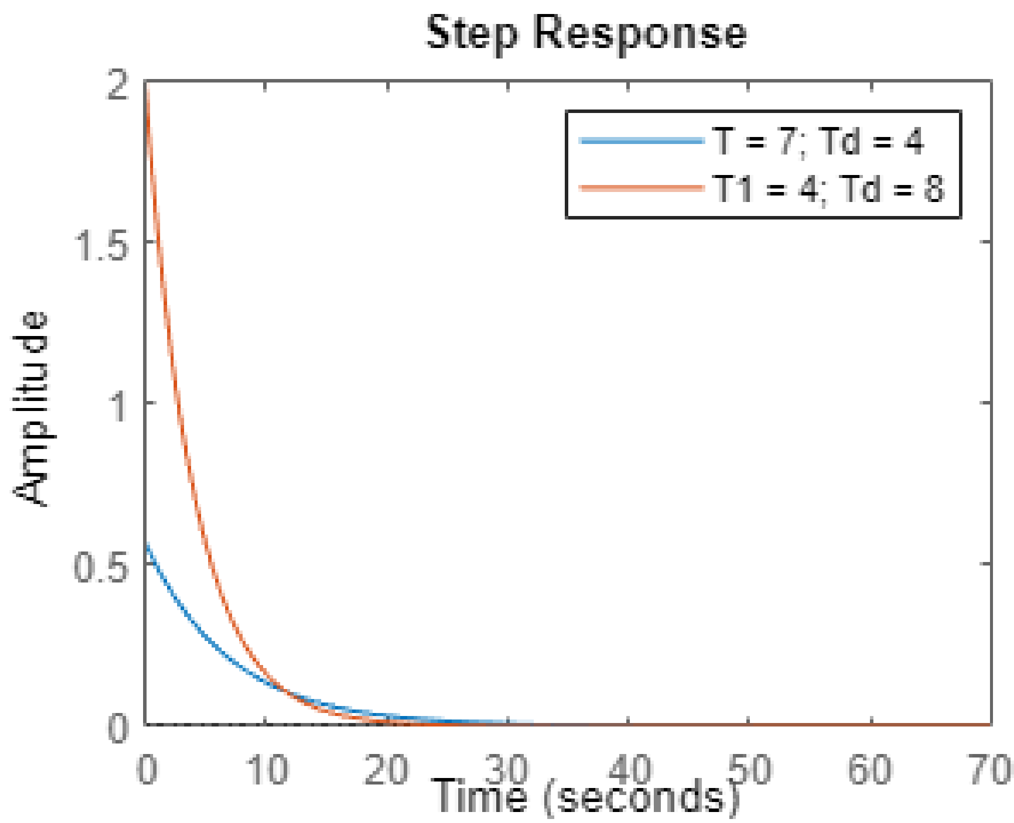

```
impulse(licz, mian)

hold on

impulse(licz1, mian1)

legend('k = 3; T = 7; Ti = 5', 'k = 1; T1 = 4; Ti = 8')

hold off
```



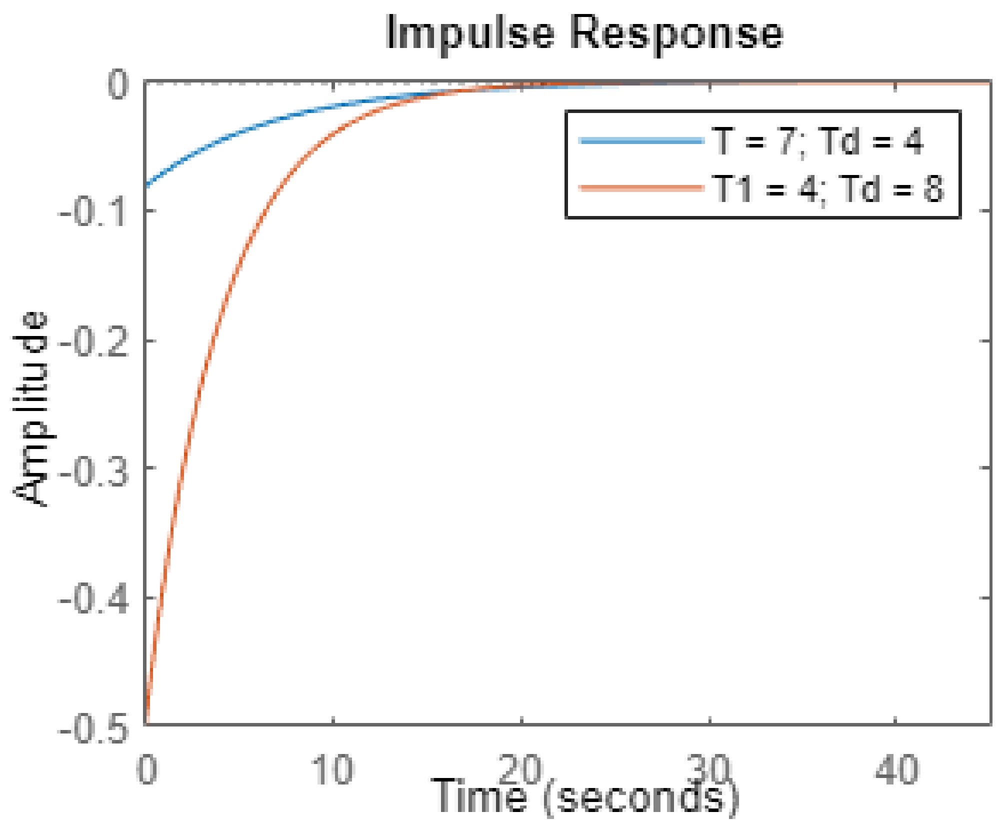
2.1 E) Różniczkujący rzeczywisty

$$G(s) = \frac{T_d s}{Ts + 1}$$

```
T = 7;
Td = 4;
T1 = 4;
Td1 = 8;

licz = [Td, 0];
mian = [T, 1];
licz1 = [Td1, 0];
mian1 = [T1, 1];

step(licz, mian)

hold on

step(licz1, mian1)

legend('T = 7; Td = 4', 'T1 = 4; Td = 8')

hold off
```




```
impulse(licz, mian)

hold on

impulse(licz1, mian1)

legend('T = 7; Td = 4', 'T1 = 4; Td = 8')

hold off
```

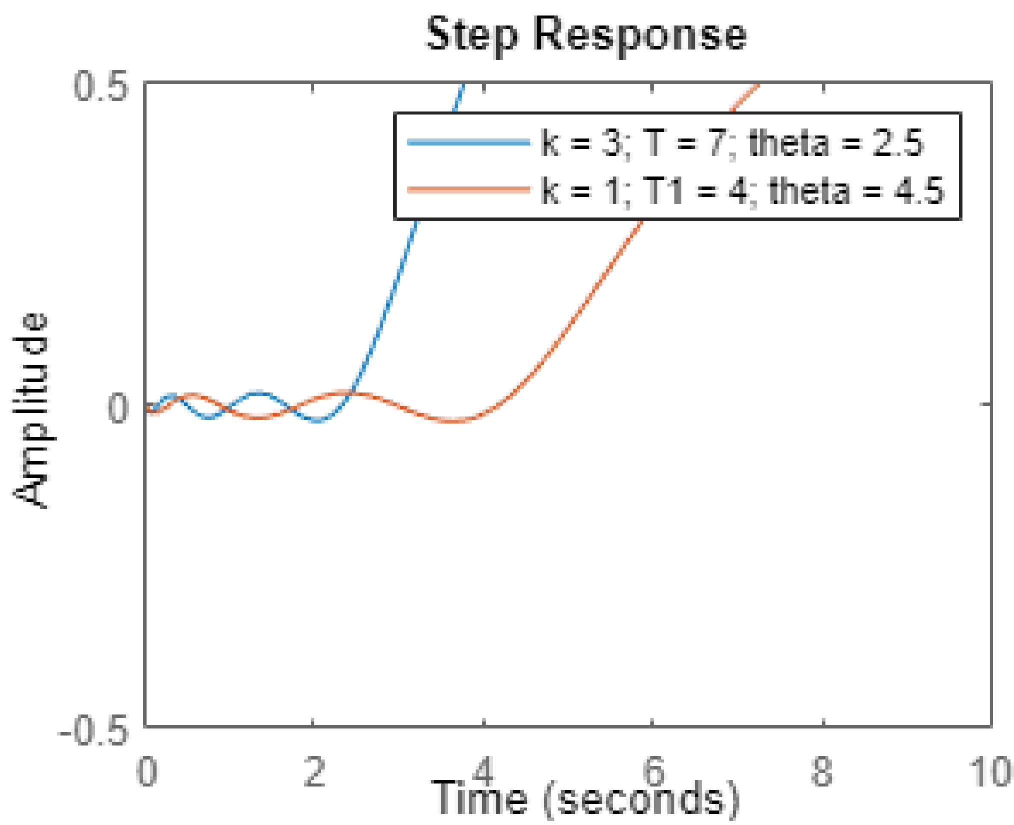


2.1 F) Inercyjny I rzędu z opóźnieniem

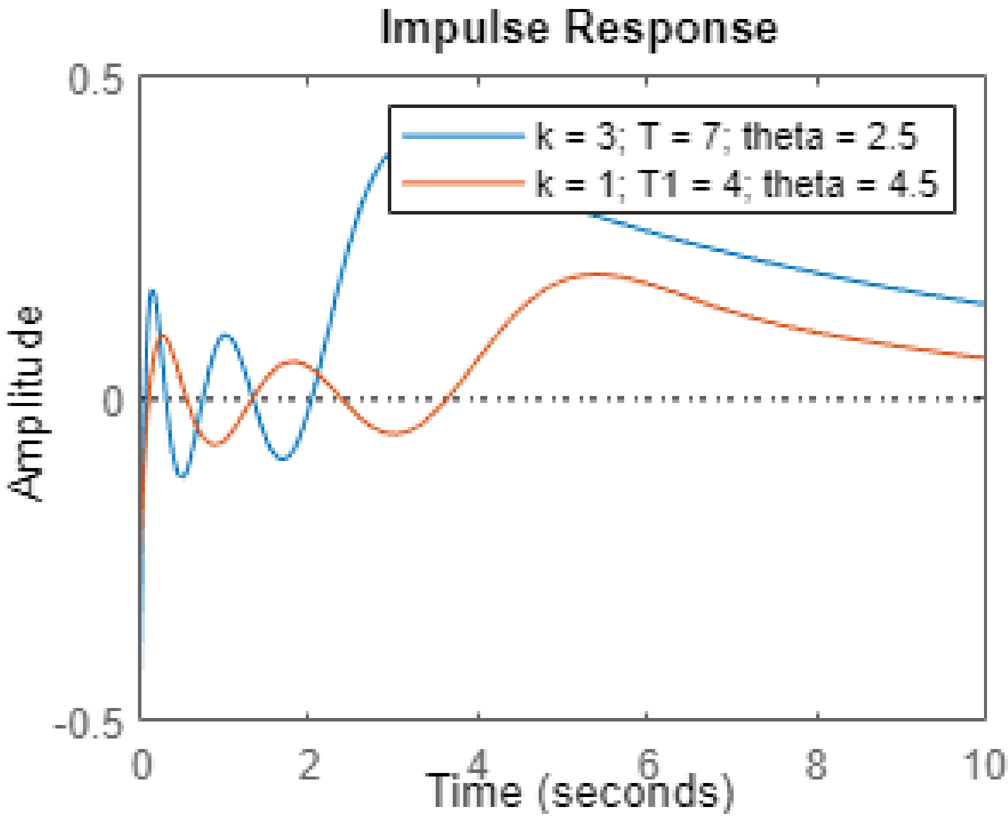
$$G(s) = \frac{e^{-s\theta}}{Ts + 1}$$

```
n = 5;

k = 3;
T = 7;
theta = 2.5;
k1 = 1;
T1 = 4;
theta1 = 4.5;

[licz_op, mian_op] = pade(theta, n);
[licz_op1, mian_op1] = pade(theta1, n);

licz_iner = [0,k];
mian_iner = [T,1];
licz_iner1 = [0,k1];
mian_iner1 = [T1,1];

[licz, mian] = series(licz_op, mian_op, licz_iner, mian_iner);
[licz1, mian1] = series(licz_op1, mian_op1, licz_iner1, mian_iner1);

step(licz, mian)
```

```
hold on
step(licz1, mian1)
legend('k = 3; T = 7; theta = 2.5', 'k = 1; T1 = 4; theta = 4.5')
axis([0 10 -0.5 0.5])
hold off
```




```
impulse(licz, mian)
hold on
impulse(licz1, mian1)
legend('k = 3; T = 7; theta = 2.5', 'k = 1; T1 = 4; theta = 4.5')
axis([0 10 -0.5 0.5])
hold off
```

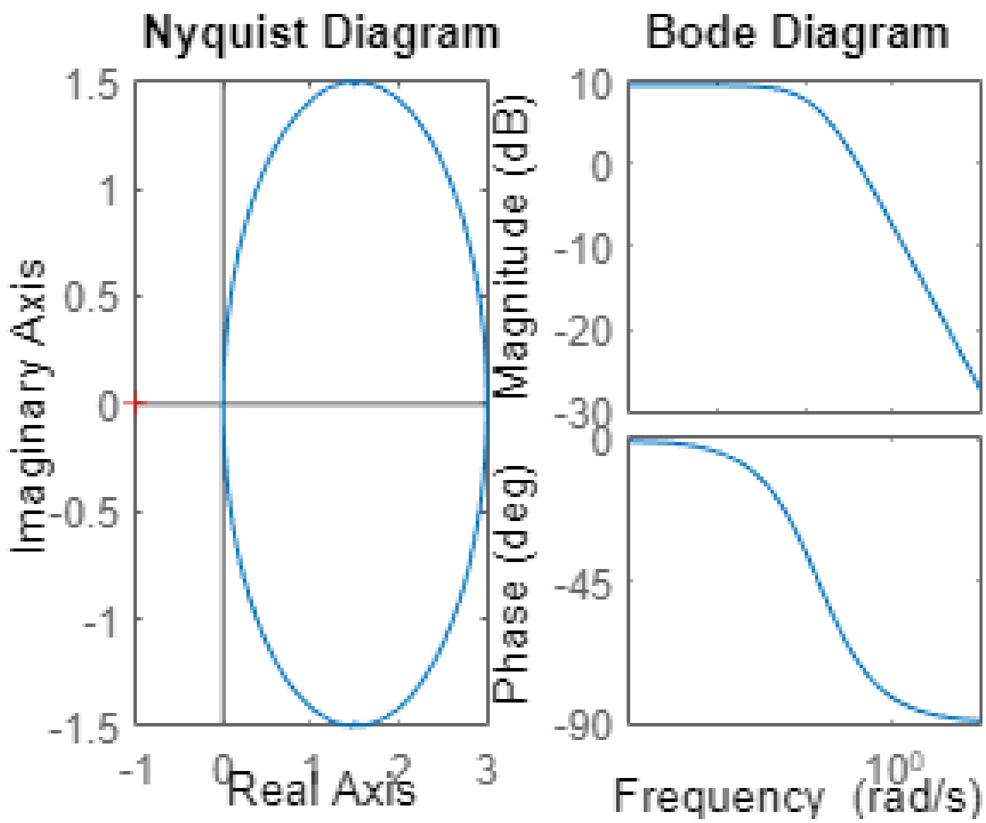


2.2 Charaktrystyka częstotliwościowa dla podanych obiektów na wymuszenie:

2.2 A) Inercyjny I rzędu

$$G(s) = \frac{k}{Ts + 1}$$

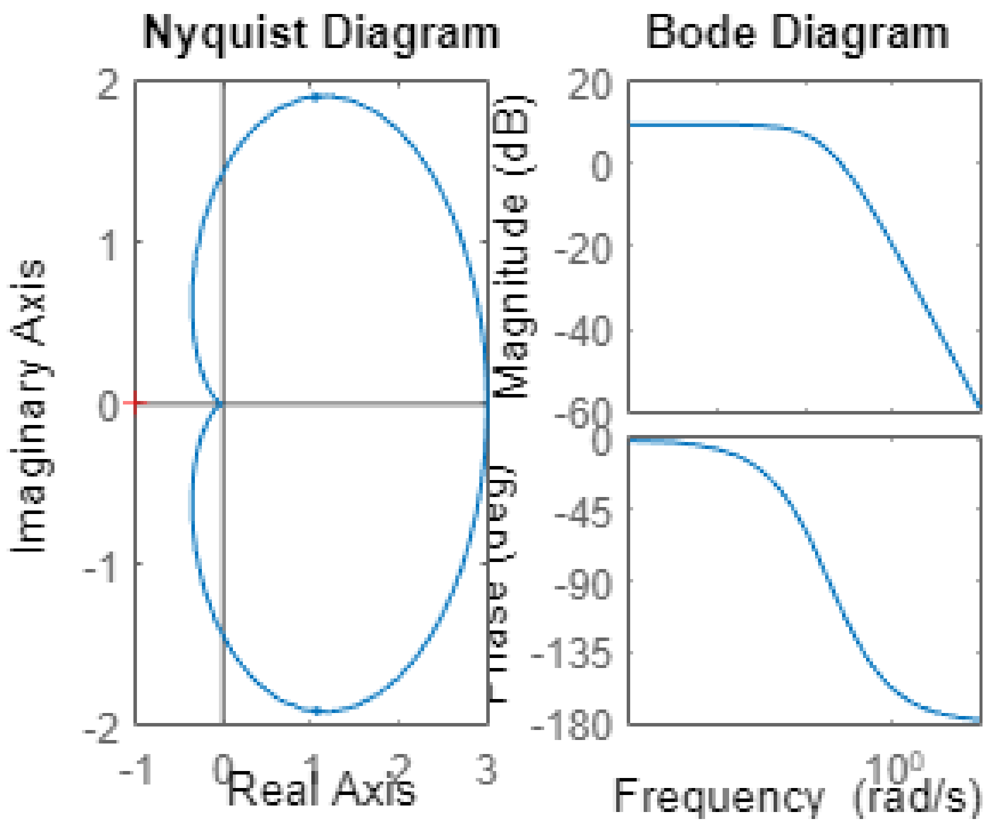
```
k = 3;
T = 7;

licz = [0, k];
mian = [T, 1];

subplot(1, 2, 2);
bode(licz, mian);

subplot(1, 2, 1);
nyquist(licz, mian);
```



2.2 B) Inercyjny II rzędu

$$G(s) = \frac{k}{T_1 T_2 s^2 + (T_1 + T_2)s + 1}$$

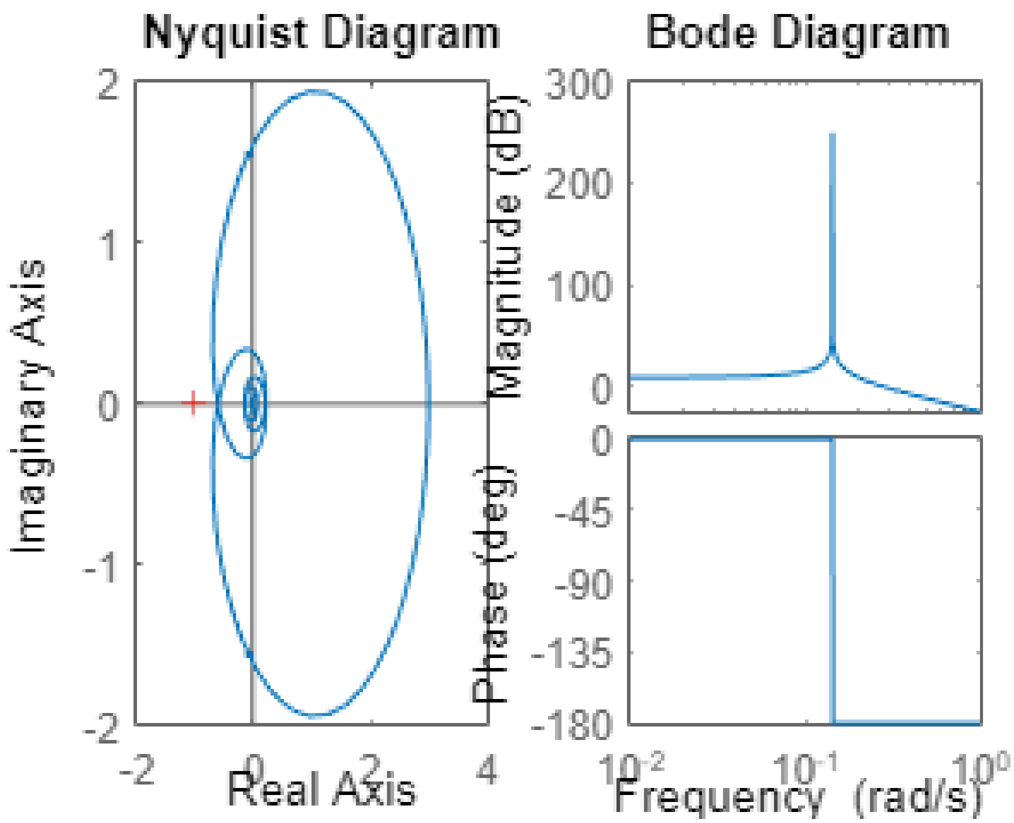
```
k = 3;
T1 = 7;
T2 = 4;

licz = [0, 0, k];
mian = [T1 * T2, T1 + T2, 1];

subplot(1, 2, 2);
bode(licz, mian);

subplot(1, 2, 1);
nyquist(licz, mian);
```



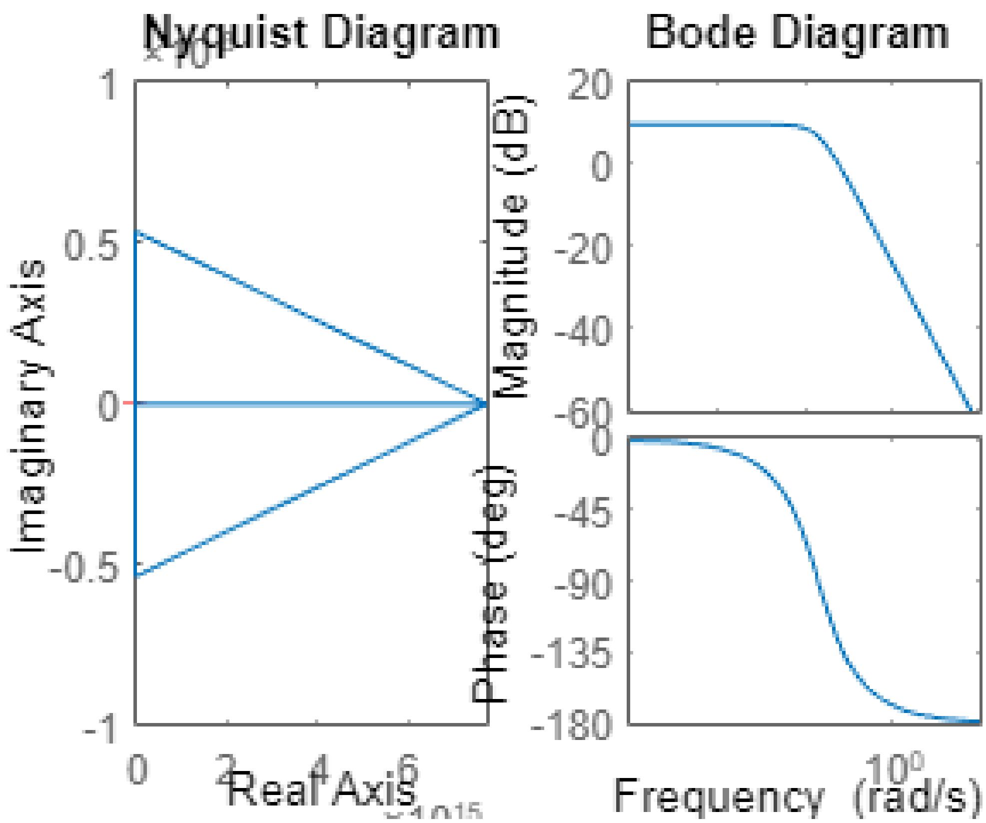
2.2 C) Inercyjny II rzędu (inna postać)

$$G(s) = \frac{k}{T^2 s^2 + 2\xi T s + 1}$$

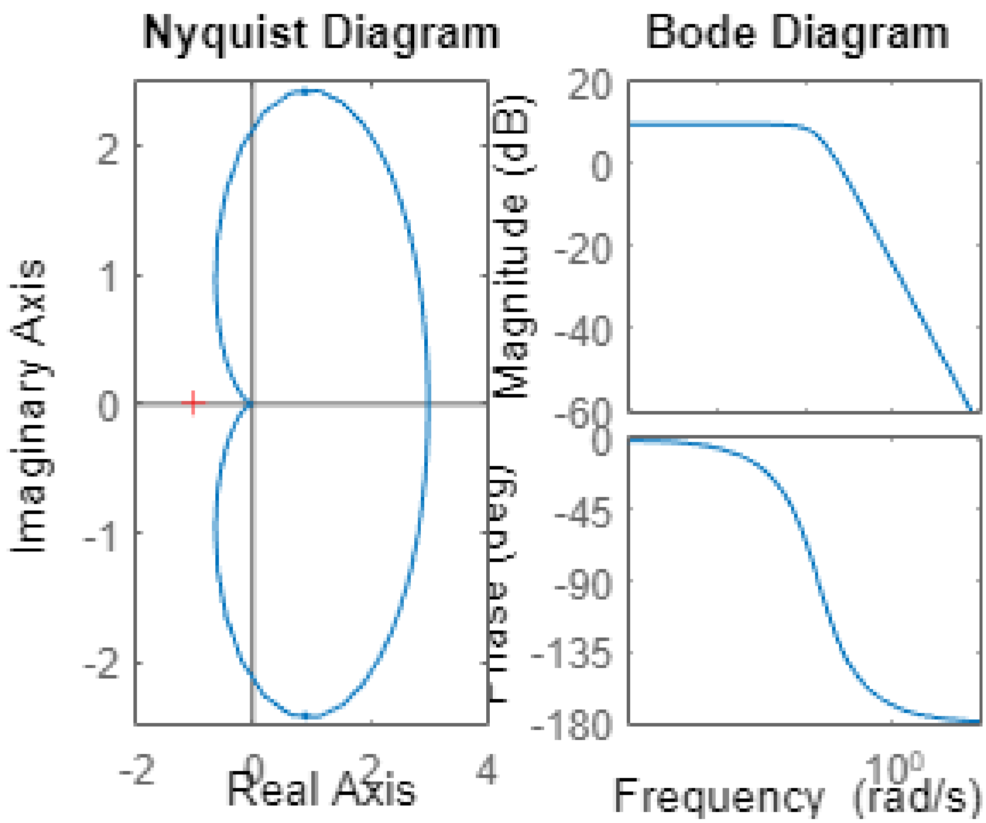
```
k = 3;
T = 7;
ksi0 = 0;
ksi1 = 0.7;
ksi2 = 1;
ksi3 = 1.3;

licz = [0, 0, k];
mian = [T^2 ,2*ksi0*T ,1];

subplot(1, 2, 2);
bode(licz, mian);
```



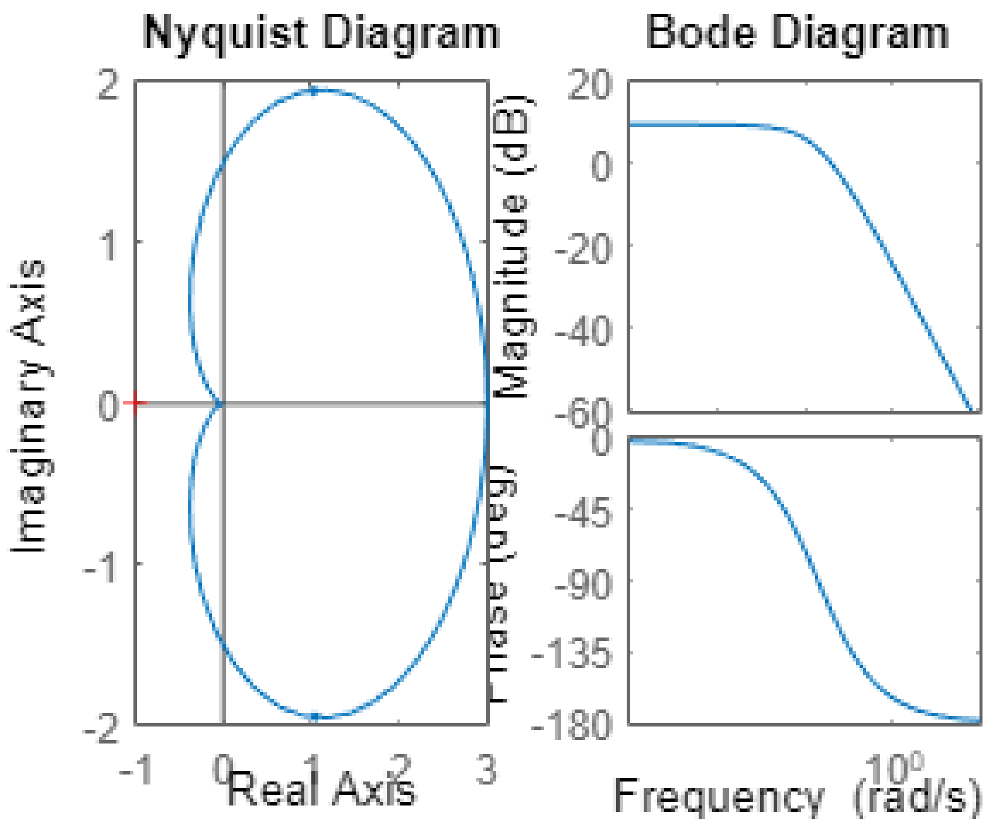

```
subplot(1, 2, 1);
nyquist(licz, mian);

% Układ oscylacyjny tłumiony

licz2 = [0, 0, k];
mian2 = [T^2 ,2*ksi1*T ,1];

subplot(1, 2, 2);
bode(licz2, mian2);
```



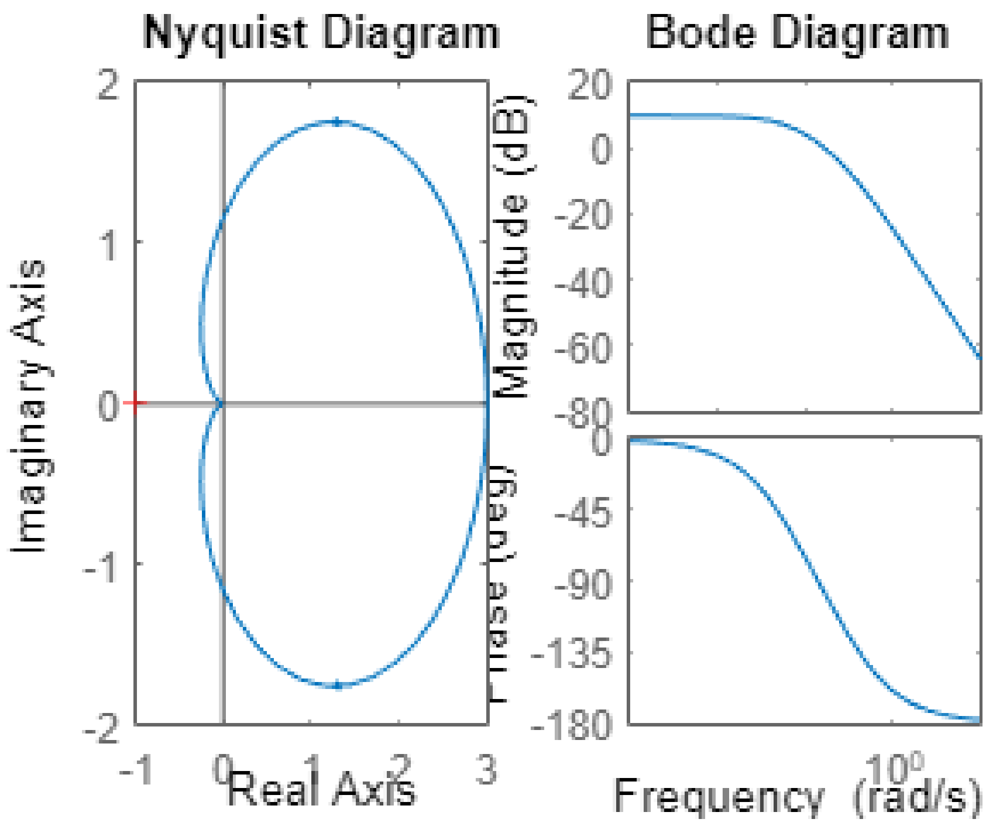

```
subplot(1, 2, 1);
nyquist(licz2, mian2);
```




```
 % Układ aperiodyczny krytyczny

licz4 = [0, 0, k];
mian4 = [T^2 ,2*ksi2*T ,1];

subplot(1, 2, 2);
bode(licz4, mian4);

subplot(1, 2, 1);
nyquist(licz4, mian4);
```



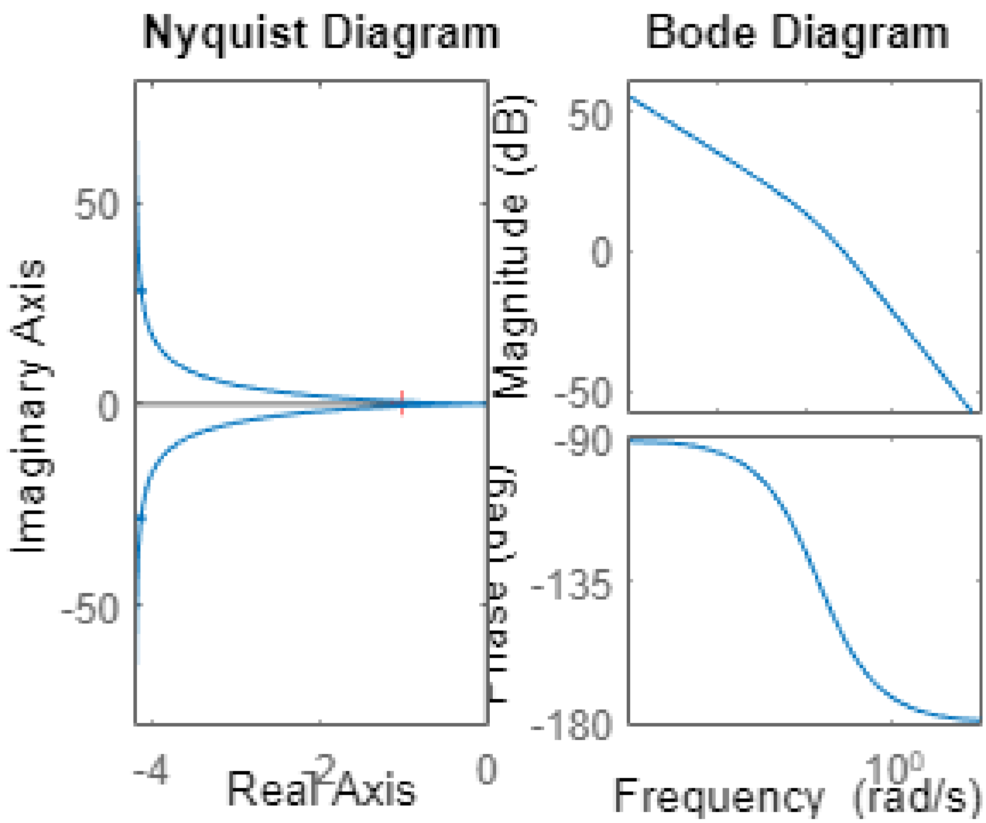

```
% Układ aperiodyczny

licz6 = [0, 0, k];
mian6 = [T^2 ,2*ksi3*T ,1];

subplot(1, 2, 2);
bode(licz6, mian6);

subplot(1, 2, 1);
nyquist(licz6, mian6);
```



2.2 D) Całkujący rzeczywisty

$$G(s) = \frac{k}{T_i s(Ts + 1)}$$

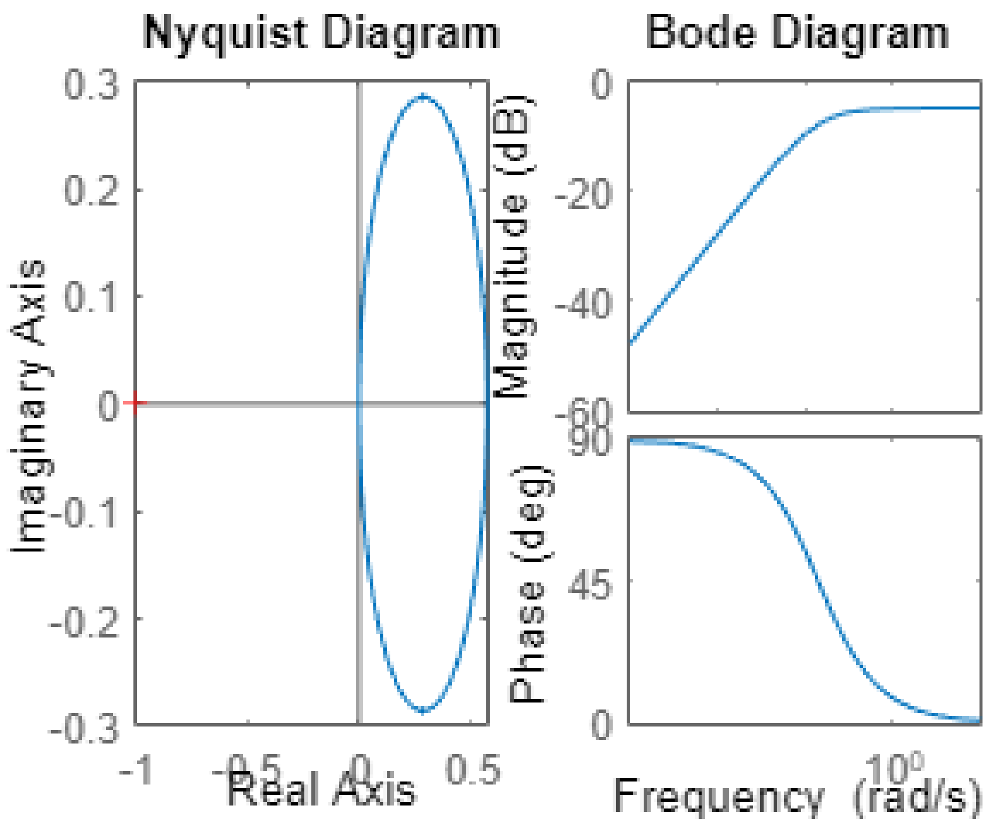
```
k = 3;
T = 7;
Ti = 5;

licz = [0, 0, k];
mian = [T * Ti, Ti, 0];

subplot(1, 2, 2);
bode(licz, mian);

subplot(1, 2, 1);
nyquist(licz, mian);
```



2.2 E) Różniczkujący rzeczywisty

$$G(s) = \frac{T_d s}{Ts + 1}$$

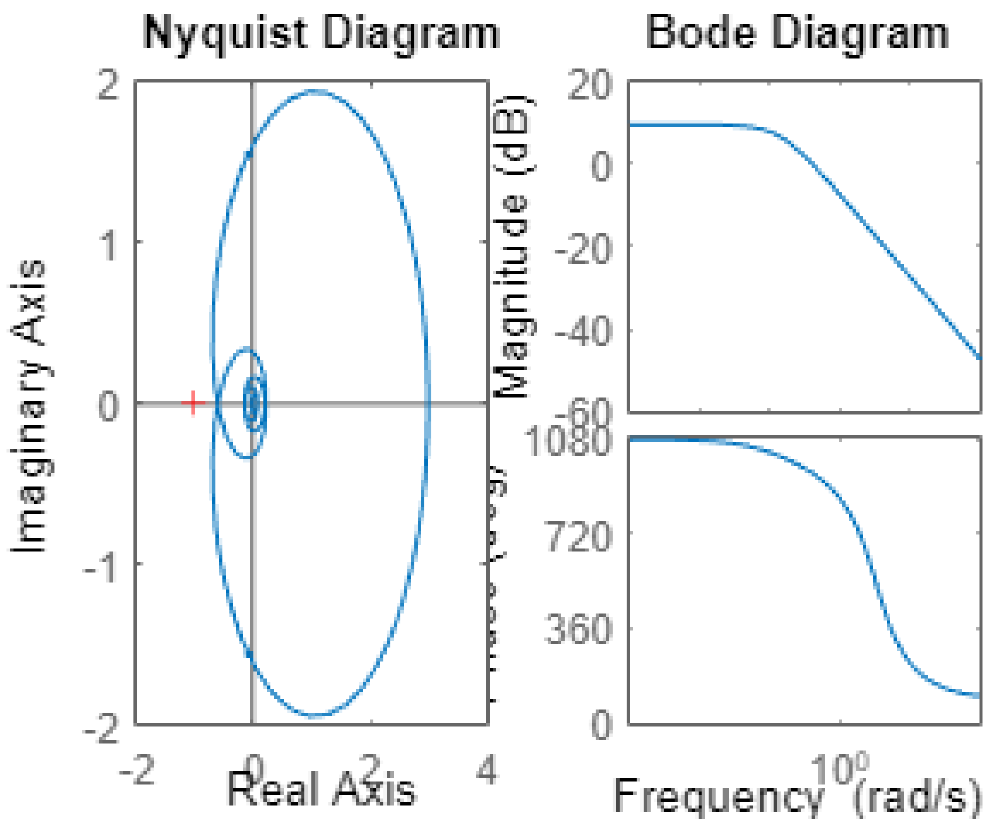
```
T = 7;
Td = 4;

licz = [Td, 0];
mian = [T, 1];

subplot(1, 2, 2);
bode(licz, mian);

subplot(1, 2, 1);
nyquist(licz, mian);
```



2.2 F) Inercyjny I rzędu z opóźnieniem

$$G(s) = \frac{e^{-s\theta}}{Ts+1}$$

```
n = 5;

k = 3;
T = 7;
theta = 2.5;

[licz_op, mian_op] = pade(theta, n);

licz_iner = [0,k];
mian_iner = [T,1];

[licz, mian] = series(licz_op, mian_op, licz_iner, mian_iner);

subplot(1, 2, 2);
bode(licz, mian);

subplot(1, 2, 1)
nyquist(licz, mian);
```



Nyquist Diagram
Bode Diagram
Imaginary Axis
Real Axis
Magnitude (dB)
Frequency (rad/s)
2
1
0
-1
-2
-2
0
2
4
20
0
-20
-40
-60
1080
720
360
0
10^0