

Sprawozdanie - WEAlilB			
Podstawy automatyki			
Ćwiczenie 10: Analiza liniowego systemu II rzędu na płaszczyźnie fazowej			
Czwartek godz.	14.30	Data wykonania:	01.06.2023
Imię i nazwisko:	Janusz Pawlicki	Data zaliczenia:	
		Ocena:	

## 1. Wstęp

Metoda płaszczyzny fazowej polega na poszukiwaniu rozwiązania dynamicznego równania ruchu nie jako funkcji czasu, lecz w postaci zależności między prędkością a przemieszczeniem. Metoda płaszczyzny fazowej pozwala określić podstawowe właściwości ruchu bez potrzeby rozwiązywania wyjściowych równań ruchu w dziedzinie czasu. Najwygodniej jest ją stosować, gdy dysponuje się maszyną analogową z ploterem lub oscyloskopem.

## 2. Przebieg laboratorium

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix} \text{ - układ stabilny aperiodyczny, dwie różne rzeczywiste wartości własne,}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -3 & -2 \end{bmatrix} \text{ - układ stabilny oscylacyjny tłumiony, para wartości własnych zespolonych sprzężonych,}$$

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix} \text{ - układ oscylacyjny nie tłumiony (granica stabilności), jedna para wartości własnych czysto urojonych,}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \text{ - układ z całkowaniem (granica stabilności), jedna wartość własna rzeczywista, druga równa zero,}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \text{ - układ z całkowaniem (granica stabilności), jedna wartość własna rzeczywista, druga równa zero,}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0.5 & 0 \\ 0 & -0.5 \end{bmatrix} \text{ - układ niestabilny, jedna wartość własna dodatnia, druga ujemna (punkt równowagi to punkt „siodłowy”),}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0.1 \\ 0.2 & 0 \end{bmatrix} \text{ - układ niestabilny, jedna wartość własna dodatnia, druga ujemna (punkt równowagi to punkt „siodłowy”),}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ - układ niestabilny, jedna wartość własna rzeczywista, druga równa zero,}$$

% układ stabilny aperiodyczny, dwie różne rzeczywiste wartości własne

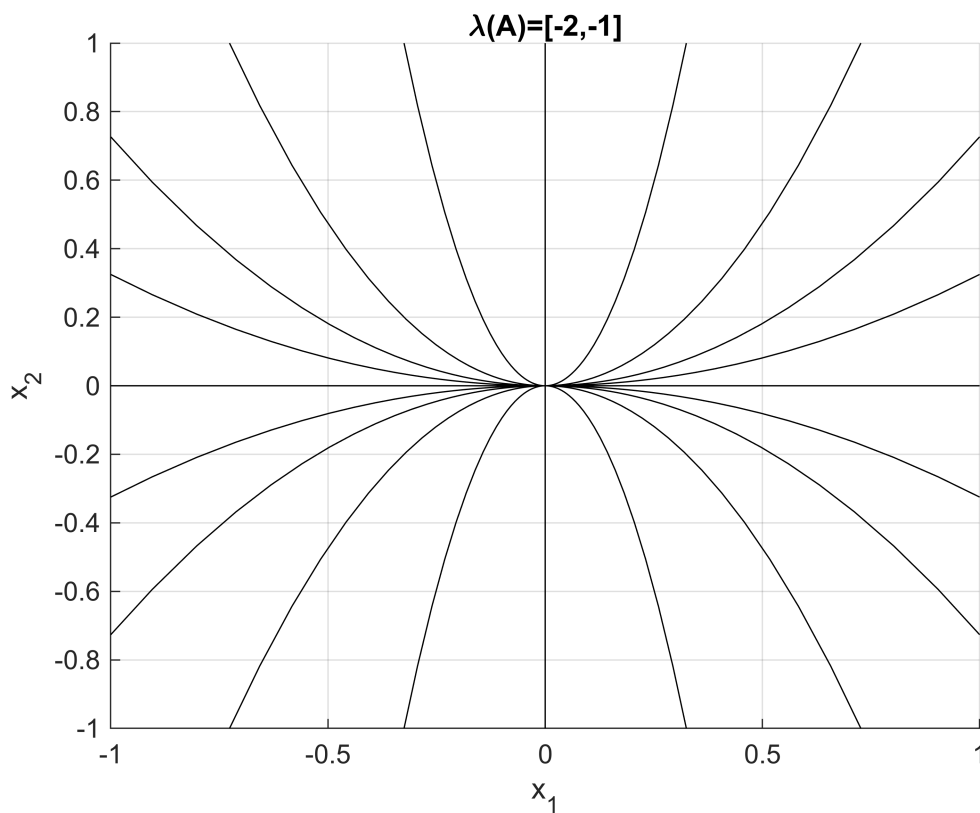
A = [-1,0;0,-2];

```

T=6;
[w J]=eig(A);
figure;hold on; grid on;
a=0:(pi/10):(2*pi);X1=[cos(a);sin(a)];
X2=X1./[max(abs(X1));max(abs(X1))];M=size(X2,2);

for m=1:M
    x0=X2(:,m);
    sim('traj_fazowe',T);
    plot(ans.x(:,1),ans.x(:,2),'k-');
    plot([0,w(1,1)],[0,w(2,1)],'k-',[0,w(1,2)],[0,w(2,2)],'k-');
    title(['\lambda(A)=[',num2str(J(1,1))',' ',num2str(J(2,2))',' ']') );
    xlabel('x_1');ylabel('x_2');
end
hold off

```



```

% układ stabilny oscylacyjny tłumiony, para wartości własnych zespolonych sprzężonych
A=[0,1;-3,-2];
T=6;
[w J]=eig(A);
figure;hold on; grid on;
a=0:(pi/10):(2*pi);X1=[cos(a);sin(a)];
X2=X1./[max(abs(X1));max(abs(X1))];M=size(X2,2);

for m=1:M

```

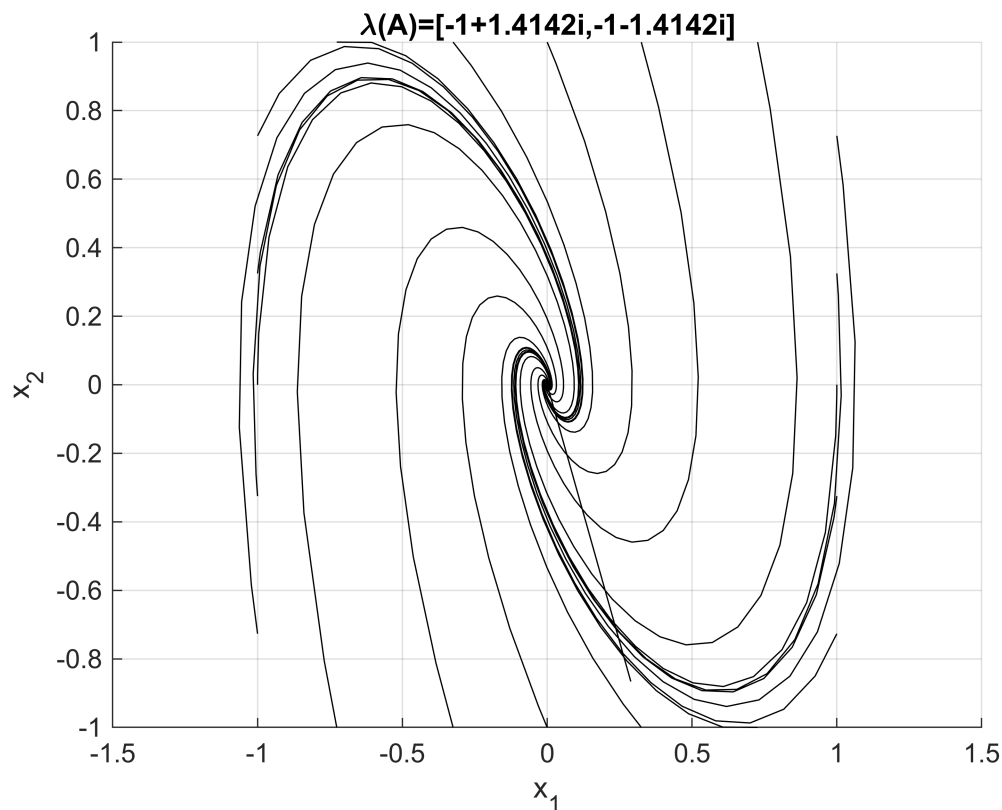
```

x0=X2(:,m);
sim('traj_fazowe',T);
plot(ans.x(:,1),ans.x(:,2),'k-');
plot([0,w(1,1)],[0,w(2,1)],'k-',[0,w(1,2)],[0,w(2,2)],'k-');
title(['\lambda(A)=[',num2str(J(1,1))',' ',num2str(J(2,2)),''] );
xlabel('x_1');ylabel('x_2');
end

```

Warning: Imaginary parts of complex X and/or Y arguments ignored.  
Warning: Imaginary parts of complex X and/or Y arguments ignored.  
Warning: Imaginary parts of complex X and/or Y arguments ignored.  
Warning: Imaginary parts of complex X and/or Y arguments ignored.  
Warning: Imaginary parts of complex X and/or Y arguments ignored.  
Warning: Imaginary parts of complex X and/or Y arguments ignored.  
Warning: Imaginary parts of complex X and/or Y arguments ignored.  
Warning: Imaginary parts of complex X and/or Y arguments ignored.  
Warning: Imaginary parts of complex X and/or Y arguments ignored.  
Warning: Imaginary parts of complex X and/or Y arguments ignored.  
Warning: Imaginary parts of complex X and/or Y arguments ignored.  
Warning: Imaginary parts of complex X and/or Y arguments ignored.  
Warning: Imaginary parts of complex X and/or Y arguments ignored.  
Warning: Imaginary parts of complex X and/or Y arguments ignored.  
Warning: Imaginary parts of complex X and/or Y arguments ignored.  
Warning: Imaginary parts of complex X and/or Y arguments ignored.  
Warning: Imaginary parts of complex X and/or Y arguments ignored.  
Warning: Imaginary parts of complex X and/or Y arguments ignored.

hold off



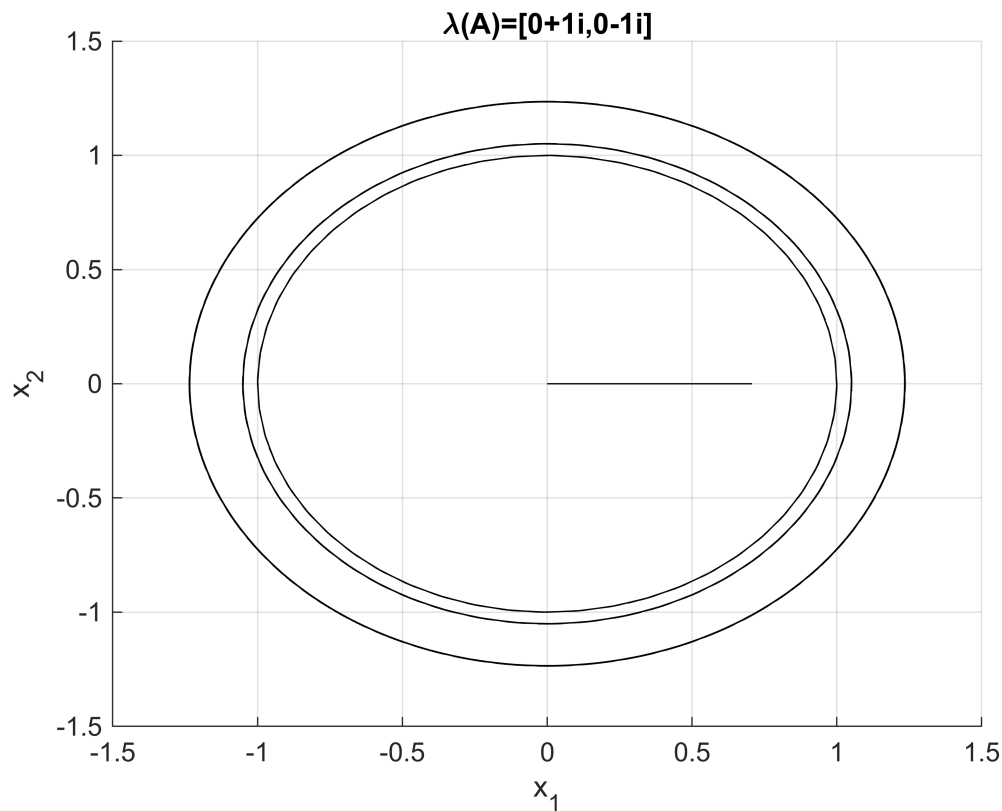
% układ oscylacyjny nie tłumiony (granica stabilności), jedna para wartości własnych czysto urojonych

```
A = [0,1;-1,0];
T=6;
[w J]=eig(A);
figure;hold on; grid on;
a=0:(pi/10):(2*pi);X1=[cos(a);sin(a)];
X2=X1./[max(abs(X1));max(abs(X1))];M=size(X2,2);

for m=1:M
    x0=X2(:,m);
    sim('traj_fazowe',T);
    plot(ans.x(:,1),ans.x(:,2),'k-');
    plot([0,w(1,1)],[0,w(2,1)],'k-',[0,w(1,2)],[0,w(2,2)],'k-');
    title(['\lambda(A)=[',num2str(J(1,1))',' ',num2str(J(2,2))',' ']);
    xlabel('x_1');ylabel('x_2');
end
```

Warning: Imaginary parts of complex X and/or Y arguments ignored.  
Warning: Imaginary parts of complex X and/or Y arguments ignored.  
Warning: Imaginary parts of complex X and/or Y arguments ignored.  
Warning: Imaginary parts of complex X and/or Y arguments ignored.  
Warning: Imaginary parts of complex X and/or Y arguments ignored.  
Warning: Imaginary parts of complex X and/or Y arguments ignored.  
Warning: Imaginary parts of complex X and/or Y arguments ignored.  
Warning: Imaginary parts of complex X and/or Y arguments ignored.  
Warning: Imaginary parts of complex X and/or Y arguments ignored.  
Warning: Imaginary parts of complex X and/or Y arguments ignored.  
Warning: Imaginary parts of complex X and/or Y arguments ignored.  
Warning: Imaginary parts of complex X and/or Y arguments ignored.  
Warning: Imaginary parts of complex X and/or Y arguments ignored.  
Warning: Imaginary parts of complex X and/or Y arguments ignored.  
Warning: Imaginary parts of complex X and/or Y arguments ignored.  
Warning: Imaginary parts of complex X and/or Y arguments ignored.  
Warning: Imaginary parts of complex X and/or Y arguments ignored.  
Warning: Imaginary parts of complex X and/or Y arguments ignored.  
Warning: Imaginary parts of complex X and/or Y arguments ignored.  
Warning: Imaginary parts of complex X and/or Y arguments ignored.

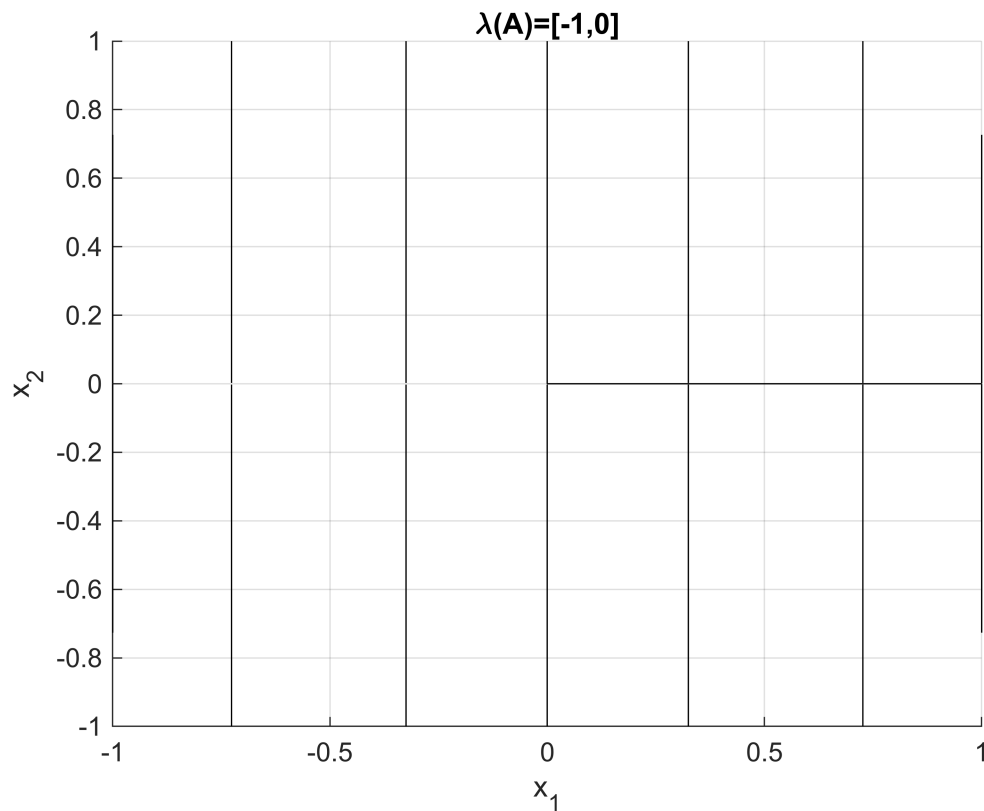
```
hold off
```



% układ z całkowaniem (granica stabilności), jedna wartość własna rzeczywista,  
druga równa zero

```
A = [0,0;0,-1];
T=6;
[w J]=eig(A);
figure;hold on; grid on;
a=0:(pi/10):(2*pi);X1=[cos(a);sin(a)];
X2=X1./[max(abs(X1));max(abs(X1))];M=size(X2,2);

for m=1:M
    x0=X2(:,m);
    sim('traj_fazowe',T);
    plot(ans.x(:,1),ans.x(:,2),'k-');
    plot([0,w(1,1)],[0,w(2,1)],'k-',[0,w(1,2)],[0,w(2,2)],'k-');
    title(['\lambda(A)=[',num2str(J(1,1))',' ',num2str(J(2,2))',' ']);
    xlabel('x_1');ylabel('x_2');
end
hold off
```



% układ z całkowaniem (granica stabilności), jedna wartość własna rzeczywista,  
druga równa zero

```
A = [0,2;0,-1];
```

```
T=6;
```

```
[w J]=eig(A);
```

```
figure;hold on; grid on;
```

```
a=0:(pi/10):(2*pi);X1=[cos(a);sin(a)];
```

```
X2=X1./[max(abs(X1));max(abs(X1))];M=size(X2,2);
```

```
for m=1:M
```

```
  x0=X2(:,m);
```

```
  sim('traj_fazowe',T);
```

```
  plot(ans.x(:,1),ans.x(:,2),'k-');
```

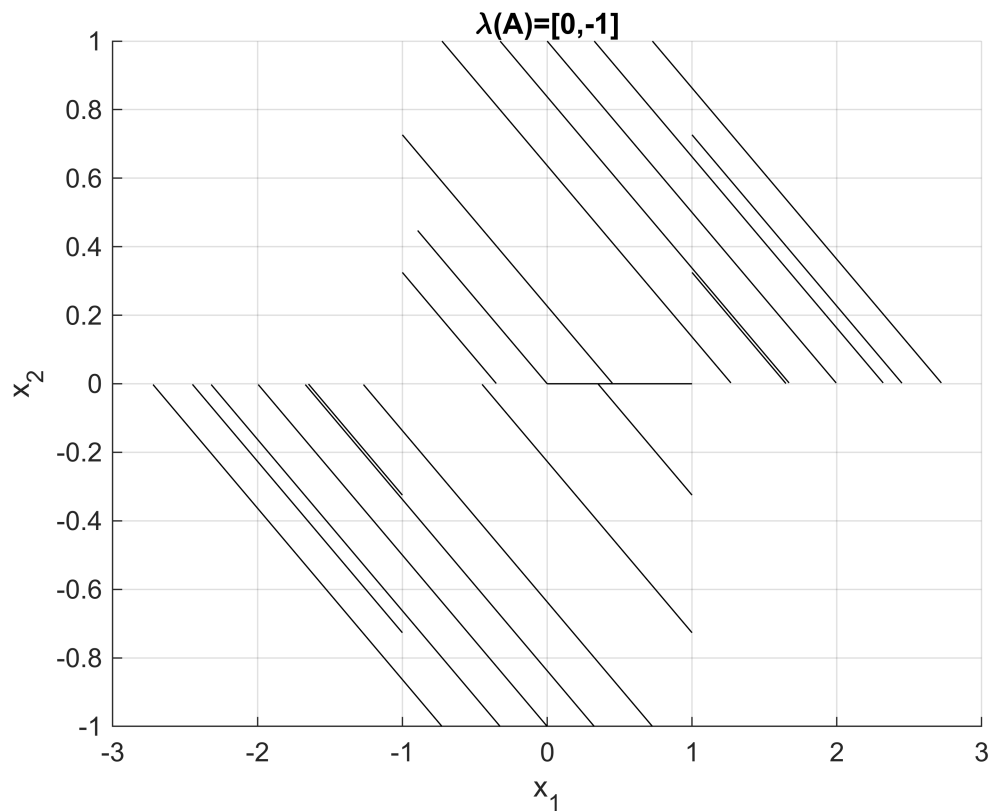
```
  plot([0,w(1,1)],[0,w(2,1)],'k-',[0,w(1,2)],[0,w(2,2)],'k-');
```

```
  title(['\lambda(A)=[',num2str(J(1,1))',' ',num2str(J(2,2))',' ']);
```

```
  xlabel('x_1');ylabel('x_2');
```

```
end
```

```
hold off
```



% układ z całkowaniem (granica stabilności), jedna wartość własna rzeczywista,  
druga równa zero

```
A = [0.5 0;0,-0.5];
```

```
T=6;
```

```
[w J]=eig(A);
```

```
figure;hold on; grid on;
```

```
a=0:(pi/10):(2*pi);X1=[cos(a);sin(a)];
```

```
X2=X1./[max(abs(X1));max(abs(X1))];M=size(X2,2);
```

```
for m=1:M
```

```
  x0=X2(:,m);
```

```
  sim('traj_fazowe',T);
```

```
  plot(ans.x(:,1),ans.x(:,2),'k-');
```

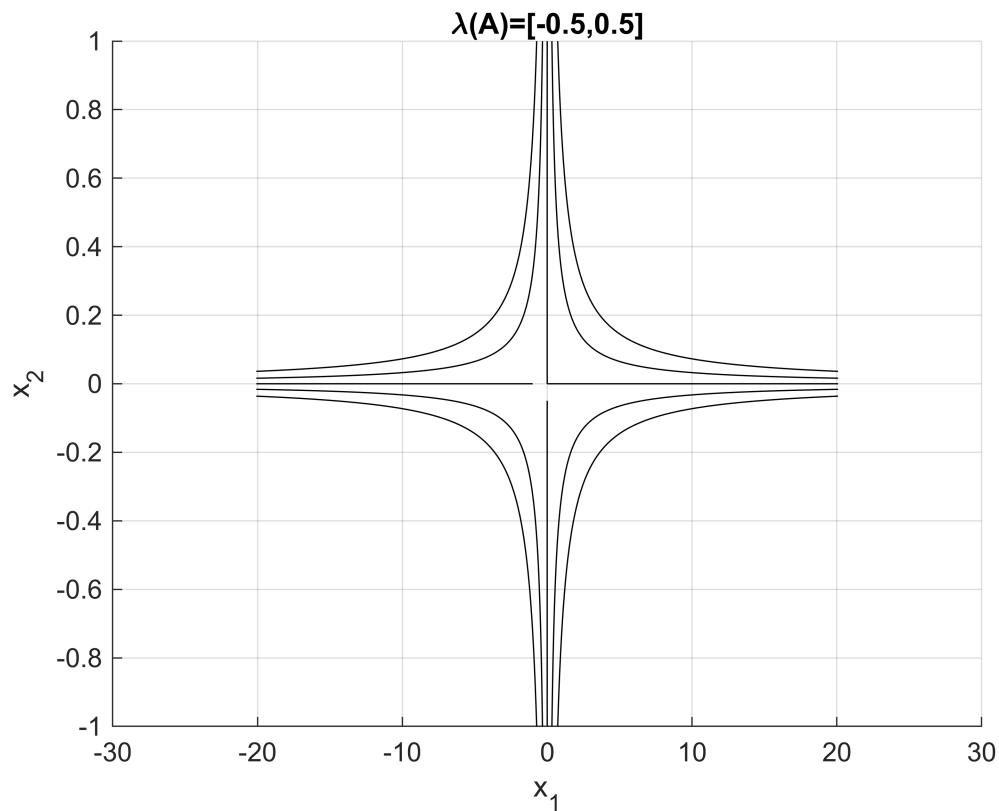
```
  plot([0,w(1,1)],[0,w(2,1)],'k-',[0,w(1,2)],[0,w(2,2)],'k-');
```

```
  title(['\lambda(A)=[',num2str(J(1,1))',' ',num2str(J(2,2))',' ']);
```

```
  xlabel('x_1');ylabel('x_2');
```

```
end
```

```
hold off
```



% - układ niestabilny, jedna wartość własna dodatnia, druga ujemna (punkt równowagi to punkt „siodłowy”)

```
A = [0,0.1;0.2,0];
```

```
T=6;
```

```
[w J]=eig(A);
```

```
figure;hold on; grid on;
```

```
a=0:(pi/10):(2*pi);X1=[cos(a);sin(a)];
```

```
X2=X1./[max(abs(X1));max(abs(X1))];M=size(X2,2);
```

```
for m=1:M
```

```
  x0=X2(:,m);
```

```
  sim('traj_fazowe',T);
```

```
  plot(ans.x(:,1),ans.x(:,2),'k-');
```

```
  plot([0,w(1,1)],[0,w(2,1)],'k-',[0,w(1,2)],[0,w(2,2)],'k-');
```

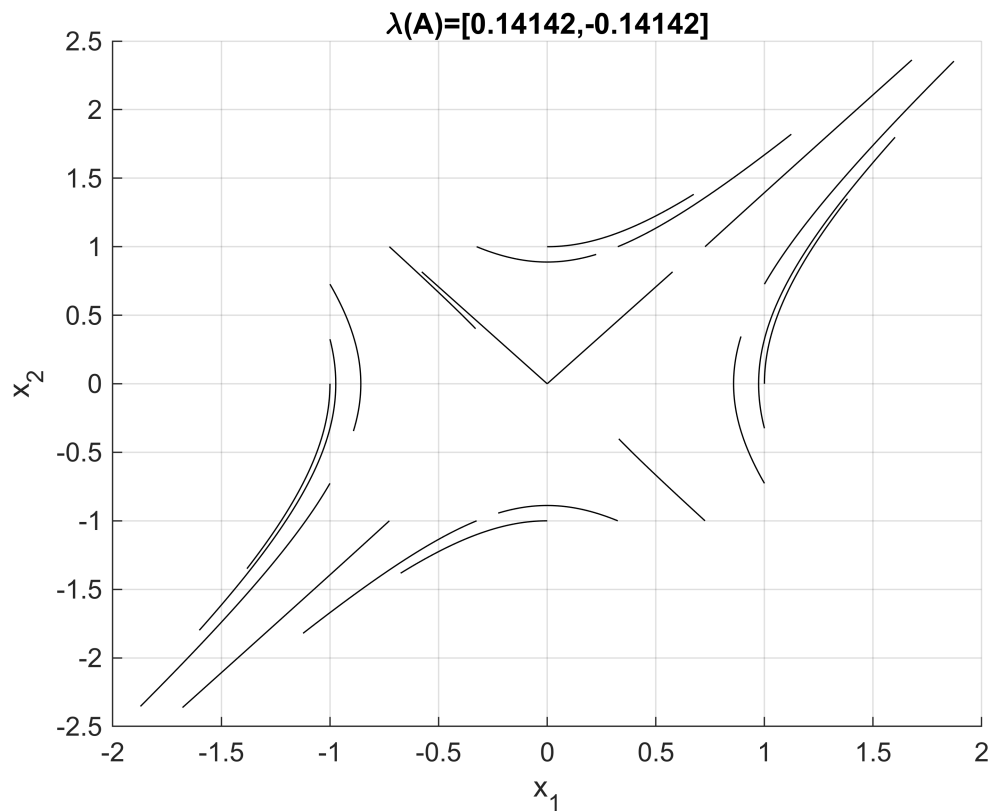
```
  title(['\lambda(A)=[',num2str(J(1,1))',' ',num2str(J(2,2))',' ']);
```

```
  xlabel('x_1');ylabel('x_2');
```

```
end
```

```
hold off
```





% układ niestabilny, jedna wartość własna rzeczywista, druga równa zero

```
A = [0 0;0,1];
```

```
T=6;
```

```
[w J]=eig(A);
```

```
figure;hold on; grid on;
```

```
a=0:(pi/10):(2*pi);X1=[cos(a);sin(a)];
```

```
X2=X1./[max(abs(X1));max(abs(X1))];M=size(X2,2);
```

```
for m=1:M
```

```
  x0=X2(:,m);
```

```
  sim('traj_fazowe',T);
```

```
  plot(ans.x(:,1),ans.x(:,2),'k-');
```

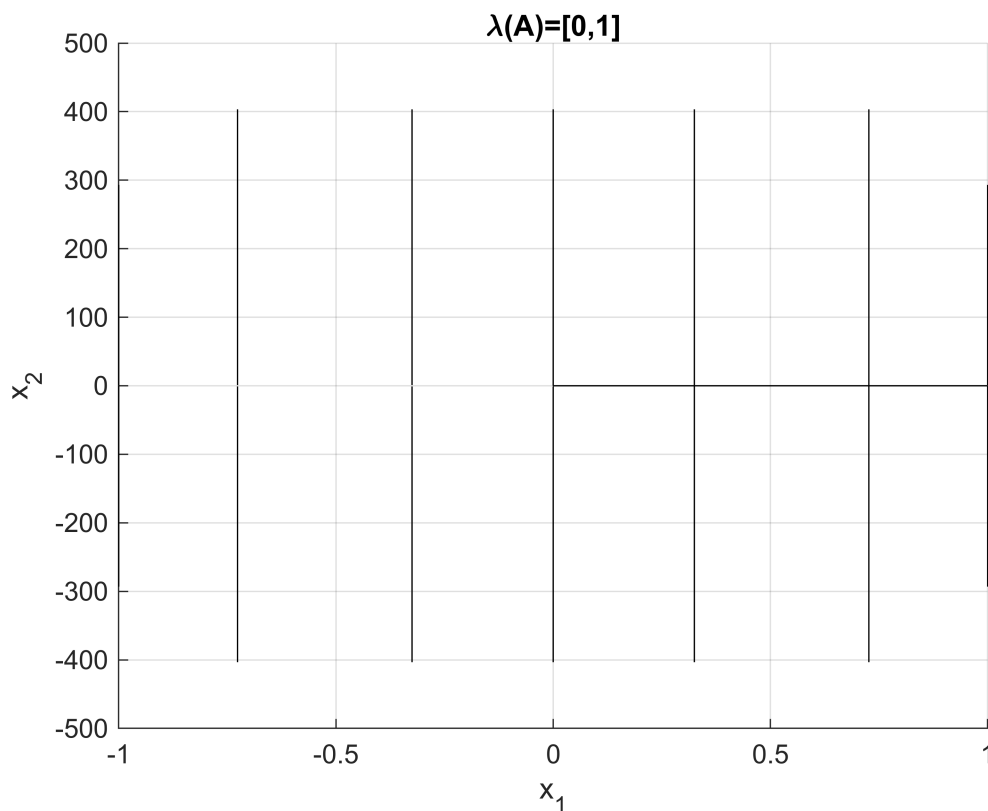
```
  plot([0,w(1,1)],[0,w(2,1)],'k-',[0,w(1,2)],[0,w(2,2)],'k-');
```

```
  title(['\lambda(A)=[',num2str(J(1,1))',' ',num2str(J(2,2))',' ']);
```

```
  xlabel('x_1');ylabel('x_2');
```

```
end
```

```
hold off
```



### 3. Wnioski

Ćwiczenie pozwoliło nam na zaobserwowanie zachowań różnych układów na płaszczyźnie fazowej:

- Dla układu aperiodycznego linie wykresu zbiegają w kierunku środka układu co oznacza że obiekty wyłączone z równowagi wracają do niej.
- Układ stabilny oscylacyjny tłumiony również zbiega do punktu równowagi, ale w porównaniu do poprzedniego robi to wolniej. Przebieg układu oscylacyjnego nietłumionego oscyluje ze stałą amplitudą wokół punktu równowagi, ale nie zbiega do niego.
- Dwa kolejne układy różnią się zmienną, która jest całkowana: pierwszy jest całkowaniem względem zmiennej  $x_2$ , natomiast drugi całkowaniem względem  $x_1$  oraz  $x_2$ .
- Układy z trzech ostatnich podpunktów są układami niestabilnymi, ponieważ po ich przebiegach na płaszczyźnie fazowej można zauważyć, że po wtrąceniu punktu równowagi nie wracają do niego.