

Sprawozdanie - WEAlilB			
Podstawy automatyki			
Ćwiczenie 1: Charakterystyki czasowe podstawowych obiektów dynamicznych			
Czwartek godz.	14.30	Data wykonania:	09.03.2023
Imię i nazwisko:	Janusz Pawlicki	Data zaliczenia:	
		Ocena:	

# 1 Wstęp

## 1.1 Cel Laboratorium

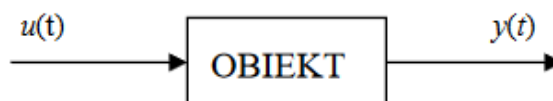
Zapoznanie się z charakterystykami czasowymi (odpowiedziami obiektu na określone wymuszenie w dziedzinie czasu). Ćwiczenie ma być wykonane drogą symulacji w środowisku MATLAB. W czasie ćwiczenia będą badane odpowiedzi obiektów na następujące typy wymuszeń:

- skok jednostkowy ( charakterystyki skokowe )
- delta Diraca ( charakterystyki impulsowe )

Należy zbadać odpowiedzi obiektów takich jak:

Obiekt	Transmitancja
inercyjny I rzędu	$G(s) = \frac{k}{Ts + 1}$
inercyjny II rzędu	$G(s) = \frac{k}{T_1 T_2 s^2 + (T_1 + T_2)s + 1}$
inercyjny II rzędu (inna postać)	$G(s) = \frac{k}{T^2 s^2 + 2\xi Ts + 1}$
całkujący rzeczywisty	$G(s) = \frac{k}{T_i s(Ts + 1)}$
różniczkujący rzeczywisty	$G(s) = \frac{T_d s}{Ts + 1}$
inercyjny I rzędu z opóźnieniem	$G(s) = \frac{e^{-s\theta}}{Ts + 1}$

Dla obiektu (charakterystyka czsowa)



## 1.2 Transmitancja operatorowa

Transmitancja operatorowa (funkcja przejścia) to stosunek transformaty Laplace'a sygnału wyjściowego  $Y(s)$  do transformaty Laplace'a sygnału wejściowego  $U(s)$  przy zerowych warunkach początkowych:

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)}$$

Transmitancja w postaci wielomianowej jest dana wzorem:

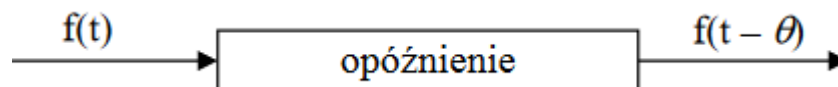
$$G(s) = \frac{b_1 s^{n-1} + \dots + b_{n-1} s + b_n}{a_1 s^{m-1} + \dots + a_{m-1} s + a_m}$$

W Matlabie transmitancja jest reprezentowana przez dwa wektory, zawierające współczynniki jej licznika i mianownika (w kolejności od najwyższej potęgi „s”). Sposób zapisu powyższych obiektów jest podany w tabeli:

Transmitancja	Zapis licznika transmitancji	Zapis mianownika transmitancji
$G(s) = \frac{k}{Ts + 1}$	<code>licz = [0,k]</code>	<code>mian = [T,1]</code>
$G(s) = \frac{k}{T_1 T_2 s^2 + (T_1 + T_2)s + 1}$	<code>licz = [0,0,k]</code>	<code>mian = [T1*T2 ,T1+T2 ,1]</code>
$G(s) = \frac{k}{T^2 s^2 + 2\xi Ts + 1}$	<code>licz = [0,0,k]</code>	<code>mian = [T^2 ,2*ksi*T ,1]</code>
$G(s) = \frac{k}{T_i s(Ts + 1)}$	<code>licz = [0,0,k]</code>	<code>mian = [T*Ti , Ti , 0]</code>
$G(s) = \frac{T_d s}{Ts + 1}$	<code>licz = [Td,0]</code>	<code>mian = [T,1]</code>
$G(s) = \frac{e^{-s\theta}}{Ts + 1}$	patrz punkt 4	patrz punkt 4

## 1.3 Obiekt inercyjny I rzędu z opóźnieniem

W systemach dynamicznych często możemy się spotkać z pojęciem czasu opóźnienia. Przykładem może być zjawisko przepływu cieczy przez rurociąg. Zakładamy, że przepływ jest tłokowy i czas przepływu pojedynczej cząstki cieczy wzdłuż całego rurociągu równy jest theta. W tym przypadku odcinek rurociągu można traktować jako element opóźniający



Jeżeli przyjmimy, że zachowanie się pewnej zmiennej u wlotu do rurociągu określa funkcja  $f(t)$  (reprezentująca np. temperaturę lub skład cieczy) to po czasie  $\theta$  na końcu rurociągu zaobserwujemy identyczny przebieg tej zmiennej.

Transformata Laplace'a funkcji przesuniętej w czasie o  $\theta$  jednostek czasu wynosi:

$$L[f(t - \theta)] = f e^{-s\theta}$$

Wynika stąd, że zależność zmiennej wyjściowej od zmiennej wejściowej dla układu opóźniającego wyraża się transmitancją  $e^{-s\theta}$ .

Aproksymacja Pade'go 1-go rzędu:	Aproksymacja Pade'go 2-go rzędu:
$e^{-s\theta} \approx \frac{1 - \frac{\theta}{2}s}{1 + \frac{\theta}{2}s}$	$e^{-s\theta} \approx \frac{1 - \frac{\theta}{2}s + \frac{\theta^2}{12}s^2}{1 + \frac{\theta}{2}s + \frac{\theta^2}{12}s^2}$

Aproksymacja Pade'go jest zaimplementowana w Matlabie w funkcji `pade`. W celu zamodelowania obiektu inercyjnego I rzędu z opóźnieniem w Matlabie należy wykonać poniższe czynności:

a) Wyznaczamy transmitancję członu opóźniającego przy pomocy funkcji `PADE`:

```
[licz_op, mian_op] = pade(theta, n)
```

gdzie:  $\theta$  – opóźnienie w [s],  $n$  – rząd aproksymacji (np.  $n = 5$ ). Po wykonaniu tej instrukcji otrzymujemy licznik i mianownik transmitancji członu opóźniającego zapisany pod zmiennymi `licz_op` i `mian_op`.

b) Zapisujemy transmitancję obiektu inercyjnego bez opóźnienia:

```
licz_iner = [0,k]; mian_iner = [T,1];
```

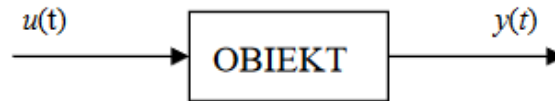
c) Łączymy obie transmitancje szeregowo za pomocą instrukcji `SERIES`:

```
[licz, mian] = series(licz_op, mian_op, licz_iner, mian_iner);
```

Otrzymujemy w ten sposób licznik i mianownik transmitancji obiektu inercyjnego z opóźnieniem.

## 2 Przebieg laboratorium

Charaktrystyka czasowa dla podanych obiektów z wymuszeniem:



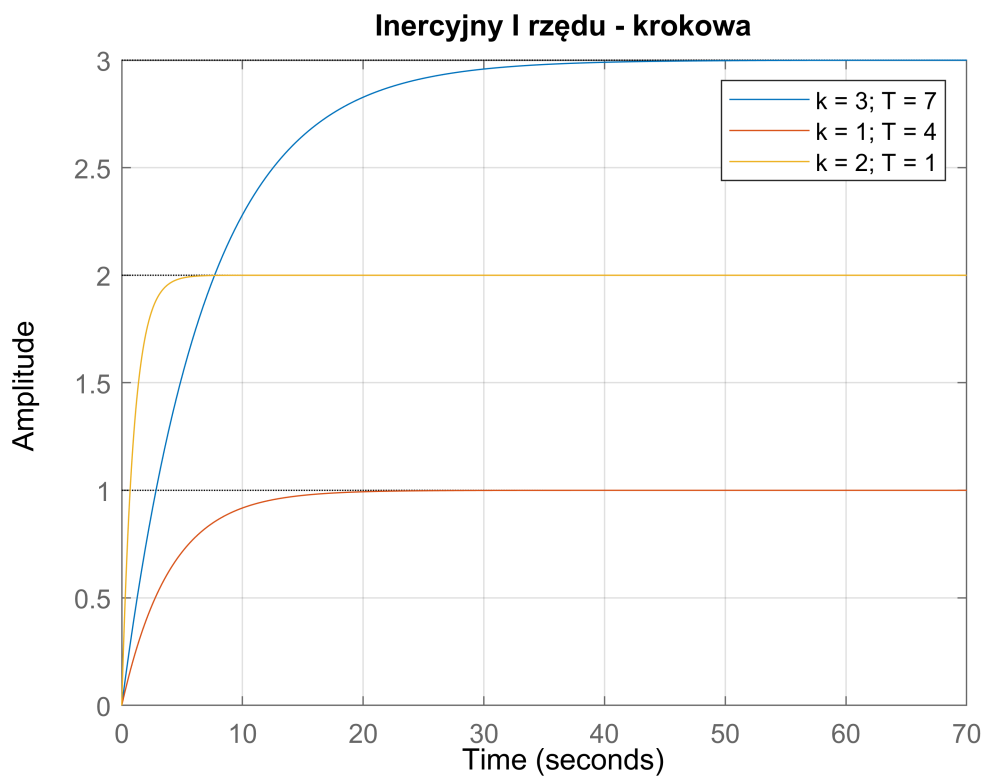
### A) Inercyjny I rzędu

$$G(s) = \frac{k}{Ts + 1}$$

```
k = 3;
T = 7;
k1 = 1;
T1 = 4;
k2 = 2;
T2 = 1;

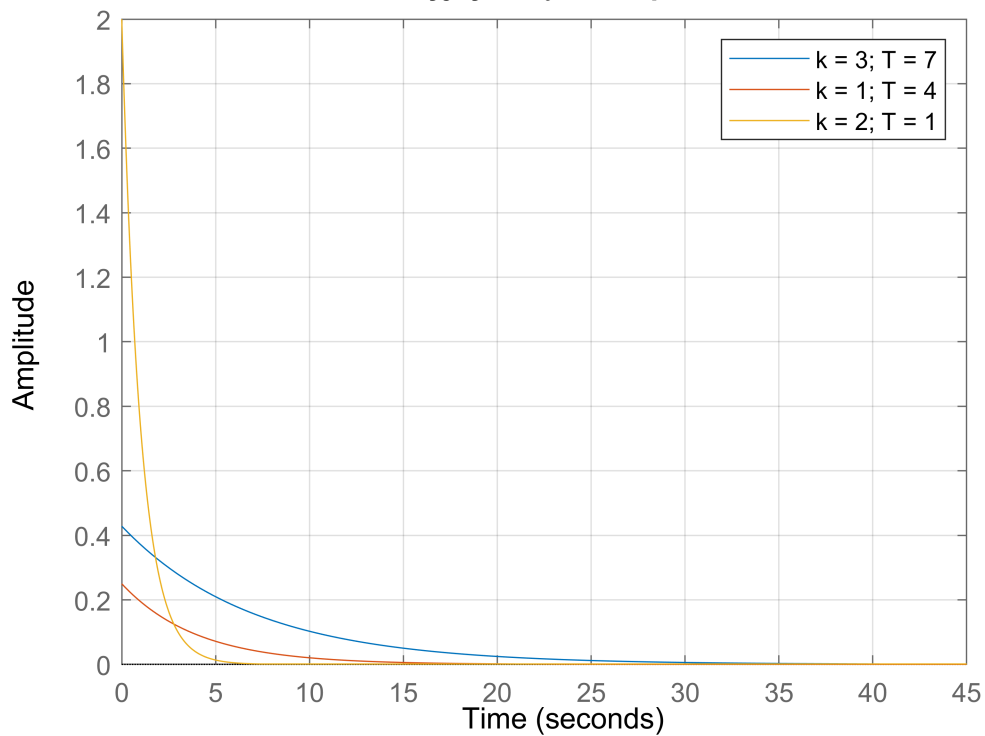
licz = [0, k];
mian = [T, 1];
licz1 = [0, k1];
mian1 = [T1, 1];
licz2 = [0, k2];
mian2 = [T2, 1];

step(licz, mian) % charakterystyka skokowa
hold on
step(licz1, mian1)
step(licz2, mian2)
title('Inercyjny I rzędu - krokowa')
legend('k = 3; T = 7', 'k = 1; T = 4', 'k = 2; T = 1')
grid on;
hold off
```



```
impulse(licz, mian) % charakterystyka impulsowa
hold on
impulse(licz1, mian1)
impulse(licz2, mian2)
title('Inercyjny I rzędu - impulsowa')
legend('k = 3; T = 7', 'k = 1; T = 4', 'k = 2; T = 1')
grid on;
hold off
```

### Inercyjny I rzędu - impulsowa



### B) Inercyjny II rzędu

$$G(s) = \frac{k}{T_1 T_2 s^2 + (T_1 + T_2)s + 1}$$

```
clear
k = 3;
T1 = 7;
T2 = 4;

k1 = 1;
T11 = 4;
T21 = 8;

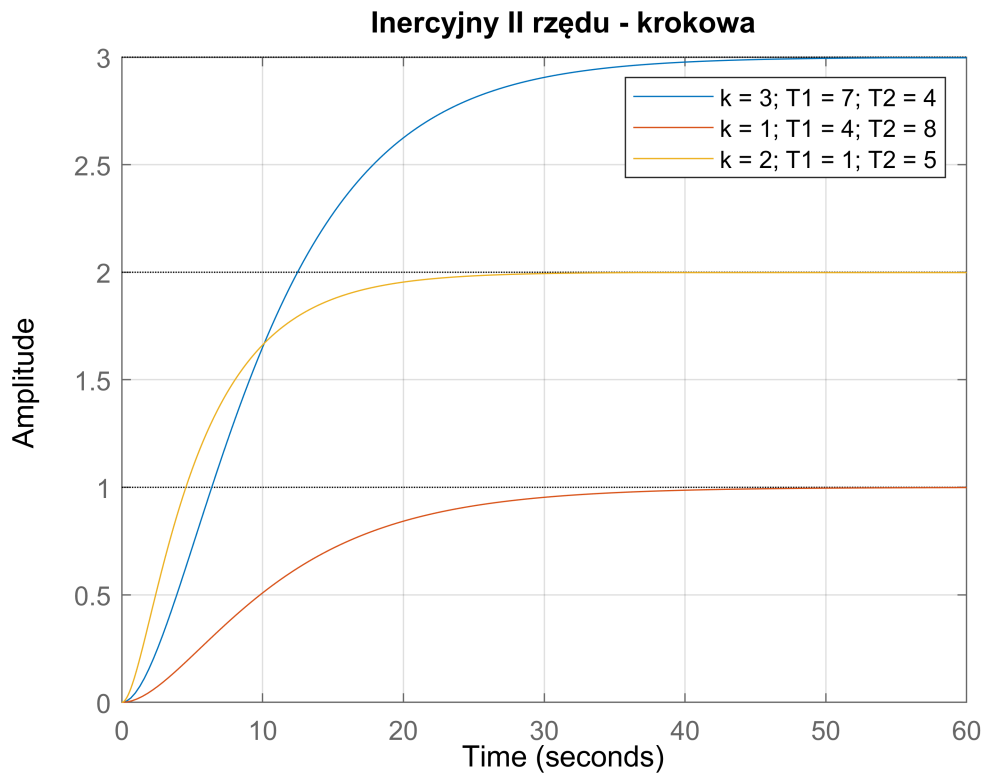
k2 = 2;
T111 = 1;
T211 = 5;

licz = [0, 0, k];
mian = [T1 * T2, T1 + T2, 1];
licz1 = [0, 0, k1];
mian1 = [T11 * T21, T11 + T21, 1];
licz2 = [0, 0, k2];
mian2 = [T111 * T211, T111 + T211, 1];
```

```

step(licz, mian)
hold on
step(licz1, mian1)
step(licz2, mian2)
title('Inercyjny II rzędu - krokowa')
legend('k = 3; T1 = 7; T2 = 4', 'k = 1; T1 = 4; T2 = 8', 'k = 2; T1 = 1; T2 = 5')
grid on;
hold off

```

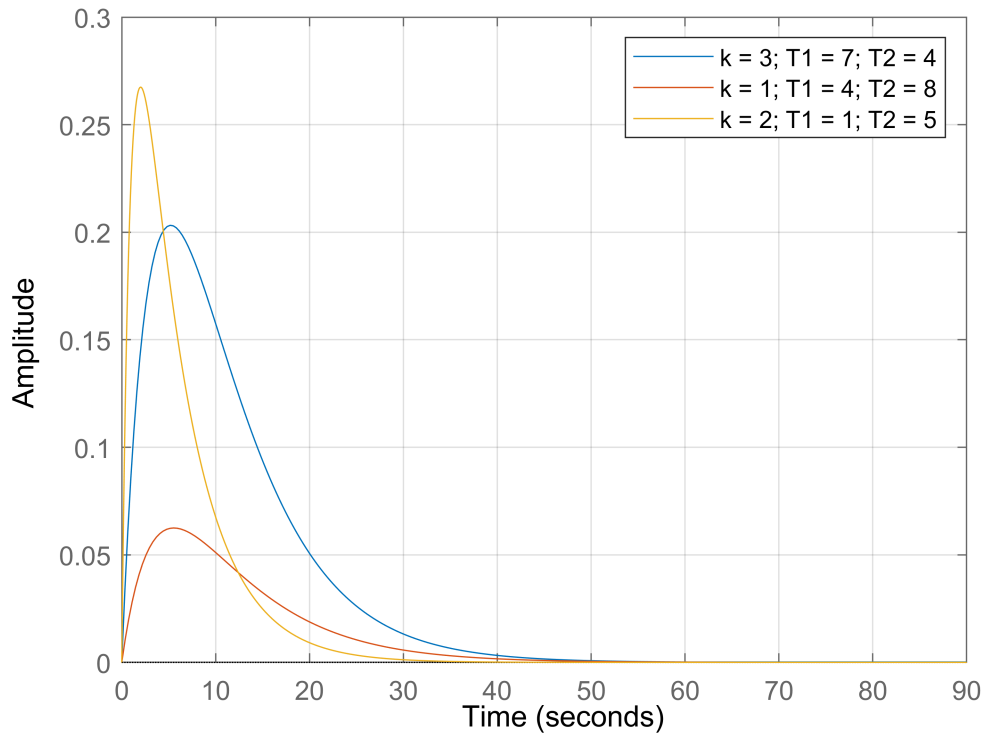


```

impulse(licz, mian)
hold on
impulse(licz1, mian1)
impulse(licz2, mian2)
title('Inercyjny II rzędu - impulsowa')
legend('k = 3; T1 = 7; T2 = 4', 'k = 1; T1 = 4; T2 = 8', 'k = 2; T1 = 1; T2 = 5')
grid on;
hold off

```

### Inercyjny II rzędu - impulsowa



### C) Inercyjny II rzędu (inna postać)

$$G(s) = \frac{k}{T^2 s^2 + 2\xi Ts + 1}$$

```
clear

k = 3;
T = 7;
k1 = 1;
T1 = 4;
k2 = 2;
T2 = 1;
ksi0 = 0;
ksi1 = 0.7;
ksi2 = 1;
ksi3 = 1.3;

%Układ oscylacyjny nietłumiony

licz = [0, 0, k];
mian = [T^2, 2*ksi0*T, 1];
licz1 = [0, 0, k1];
mian1 = [T1^2, 2*ksi0*T1, 1];
licz2 = [0, 0, k2];
```

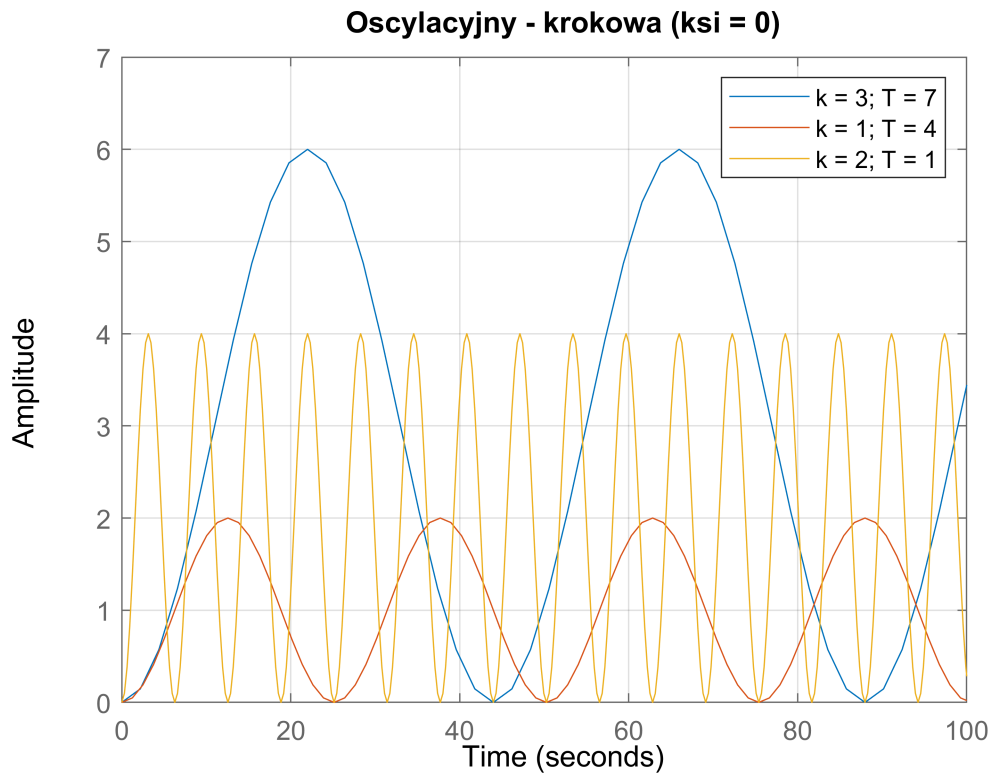


```

mian2 = [T2^2 ,2*ksi0*T2 ,1];

step(licz, mian)
hold on
step(licz1, mian1)
step(licz2, mian2)
legend('k = 3; T = 7', 'k = 1; T = 4', 'k = 2; T = 1')
grid on;
axis([0 100 0 7])
title('Oscylacyjny - krokowa (ksi = 0)')
hold off

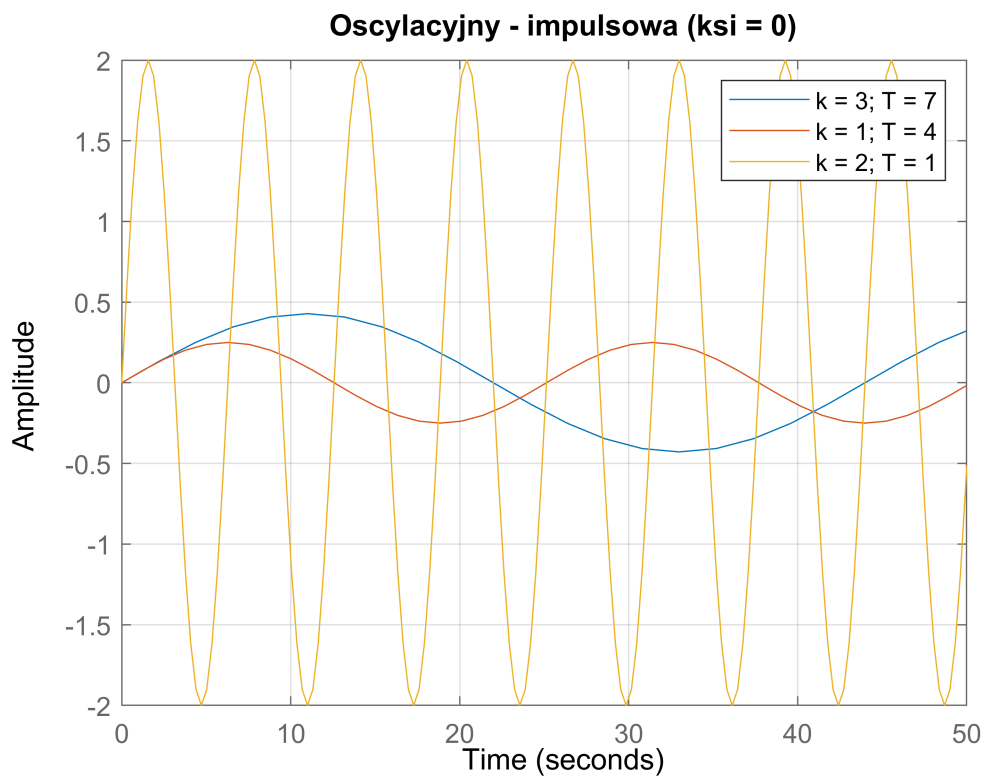
```



```

impulse(licz, mian)
hold on
impulse(licz1, mian1)
impulse(licz2, mian2)
legend('k = 3; T = 7', 'k = 1; T = 4', 'k = 2; T = 1')
grid on;
axis([0 50 -2 2])
title('Oscylacyjny - impulsowa (ksi = 0)')
hold off

```



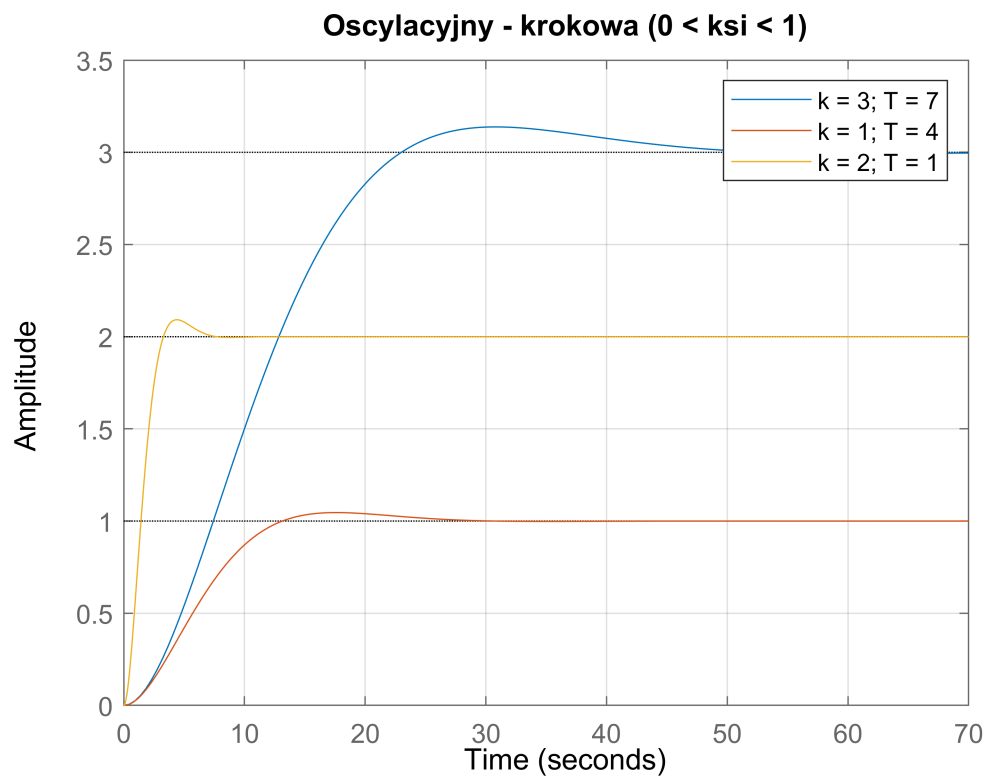
**% Układ oscylacyjny tłumiony**

```

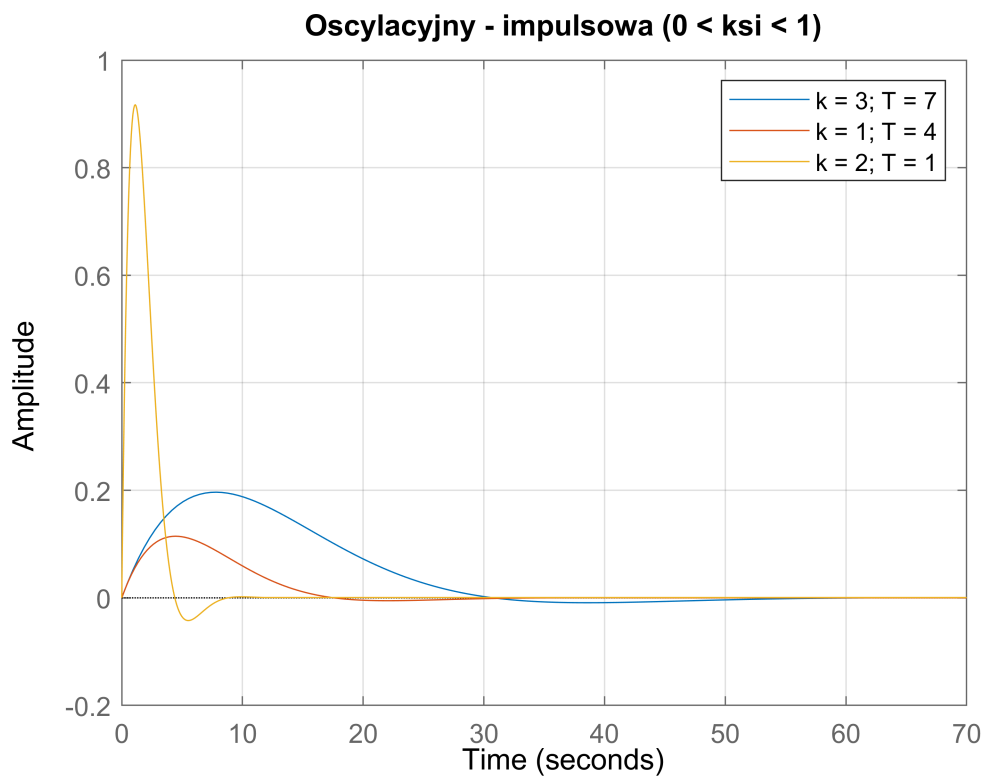
licz3 = [0, 0, k];
mian3 = [T^2 ,2*ksi1*T ,1];
licz4 = [0, 0, k1];
mian4 = [T1^2 ,2*ksi1*T1 ,1];
licz5 = [0, 0, k2];
mian5 = [T2^2 ,2*ksi1*T2 ,1];

step(licz3, mian3)
hold on
step(licz4, mian4)
step(licz5, mian5)
legend('k = 3; T = 7', 'k = 1; T = 4', 'k = 2; T = 1')
grid on;
title('Oscylacyjny - krokowa ( $0 < \zeta < 1$ )')
hold off

```



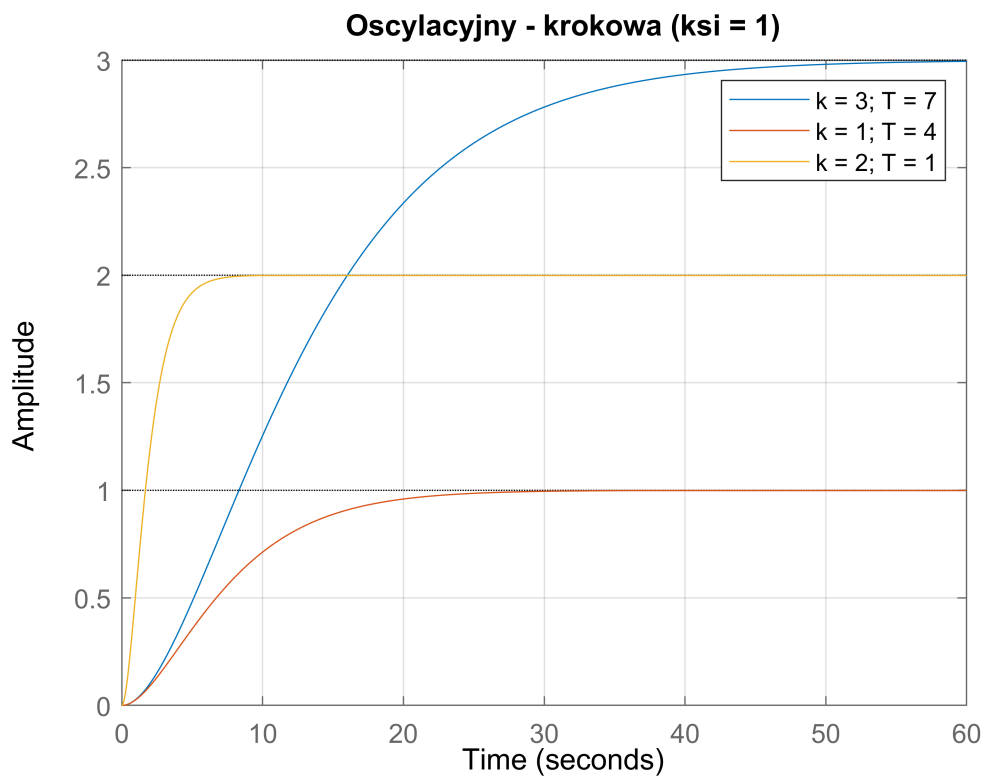
```
impulse(licz3, mian3)
hold on
impulse(licz4, mian4)
impulse(licz5, mian5)
legend('k = 3; T = 7', 'k = 1; T = 4', 'k = 2; T = 1')
grid on;
title('Oscylacyjny - impulsowa ( $0 < \text{ksi} < 1$ )')
hold off
```



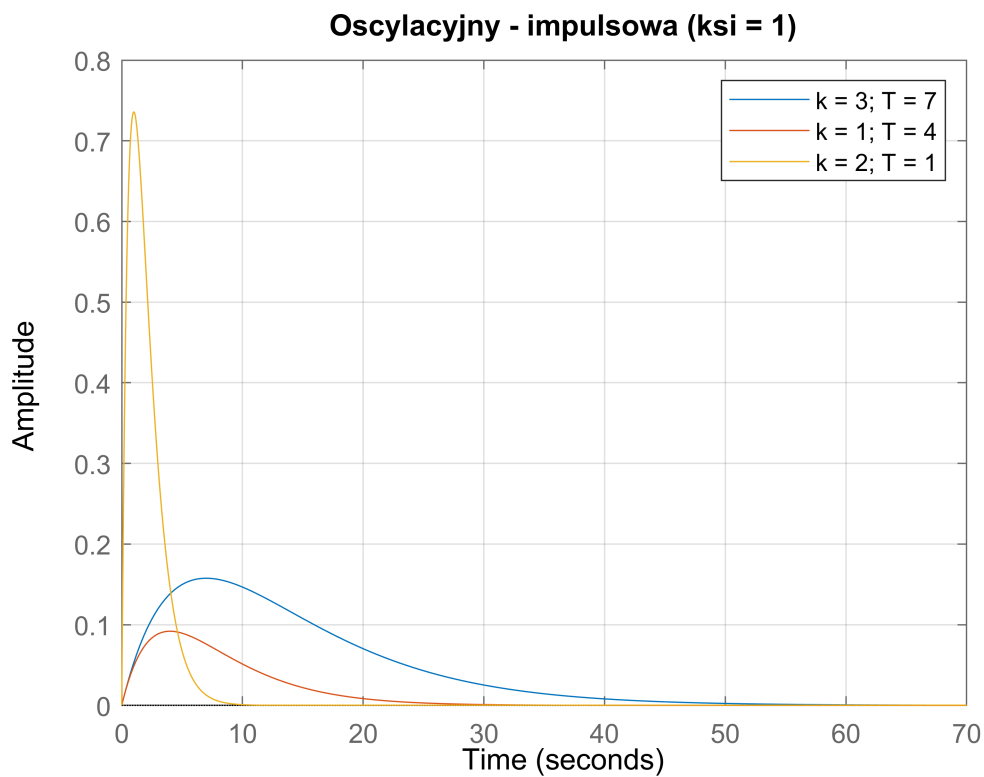
```
% Układ aperiodyczny krytyczny

licz6 = [0, 0, k];
mian6 = [T^2 , 2*ksi2*T , 1];
licz7 = [0, 0, k1];
mian7 = [T1^2 , 2*ksi2*T1 , 1];
licz8 = [0, 0, k2];
mian8 = [T2^2 , 2*ksi2*T2 , 1];

step(licz6, mian6)
hold on
step(licz7, mian7)
step(licz8, mian8)
legend('k = 3; T = 7', 'k = 1; T = 4', 'k = 2; T = 1')
grid on;
title('Oscylacyjny - krokowa (ksi = 1)')
hold off
```



```
impulse(licz6, mian6)
hold on
impulse(licz7, mian7)
impulse(licz8, mian8)
legend('k = 3; T = 7', 'k = 1; T = 4', 'k = 2; T = 1')
grid on;
title('Oscylacyjny - impulsowa (ksi = 1)')
hold off
```



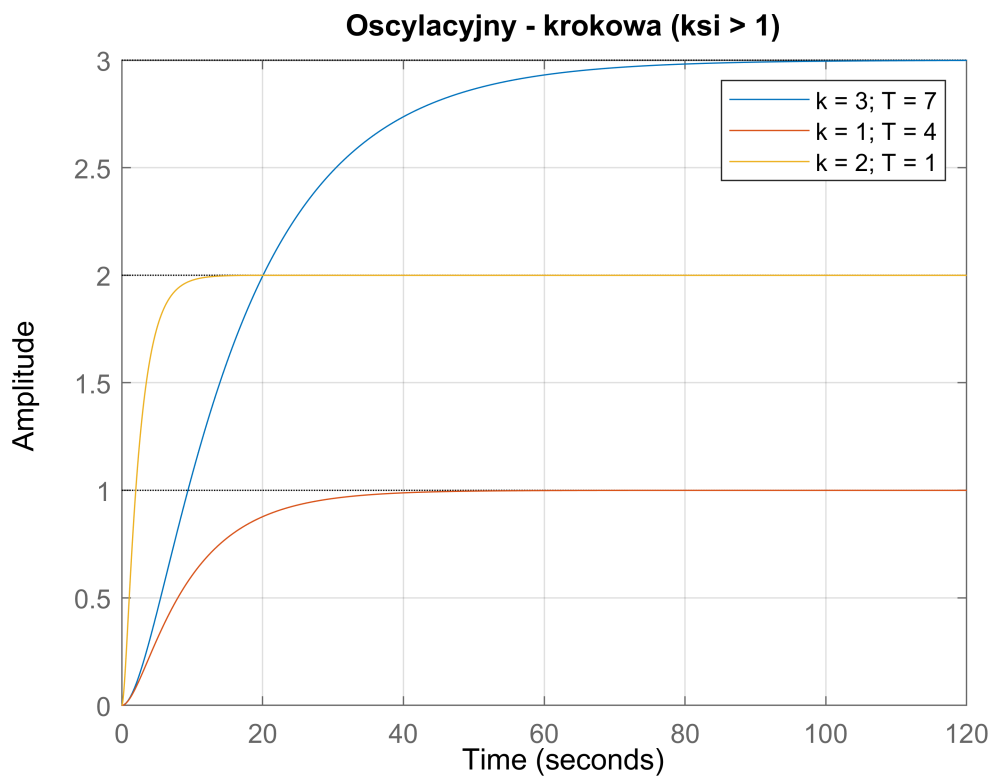
**% Układ aperiodyczny**

```

licz9 = [0, 0, k];
mian9 = [T^2 , 2*ksi3*T , 1];
licz10 = [0, 0, k1];
mian10= [T1^2 , 2*ksi3*T1 , 1];
licz11 = [0, 0, k2];
mian11= [T2^2 , 2*ksi3*T2 , 1];

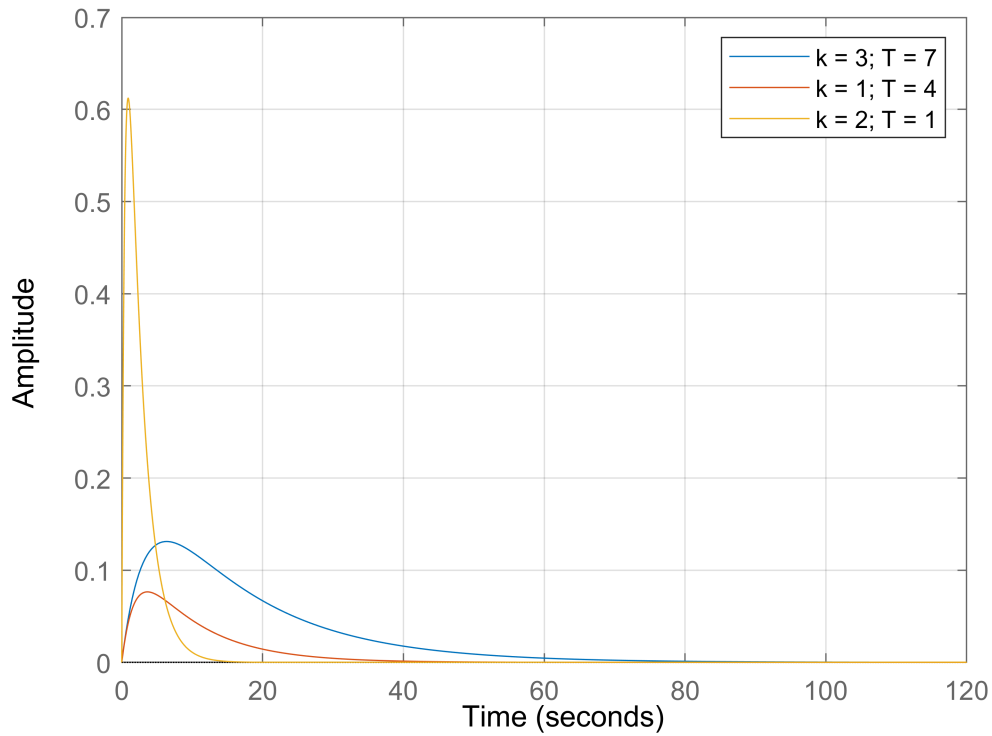
step(licz9, mian9)
hold on
step(licz10, mian10)
step(licz11, mian11)
legend('k = 3; T = 7', 'k = 1; T = 4', 'k = 2; T = 1')
grid on;
title('Oscylacyjny - krokowa ( $\xi > 1$ )')
hold off

```



```
impulse(licz9, mian9)
hold on
impulse(licz10, mian10)
impulse(licz11, mian11)
legend('k = 3; T = 7', 'k = 1; T = 4', 'k = 2; T = 1')
grid on;
title('Oscylacyjny - impulsowa ( $\kappa > 1$ )')
hold off
```

### Oscylacyjny - impulsowa ( $k_{si} > 1$ )



### D) Całkujący rzeczywisty

$$G(s) = \frac{k}{T_i s(Ts + 1)}$$

```

k = 3;
T = 7;
Ti = 5;
k1 = 1;
T1 = 4;
Ti1 = 8;
k2 = 2;
T2 = 1;
Ti2 = 4;

licz = [0, 0, k];
mian = [T * Ti, Ti, 0];
licz1 = [0, 0, k1];
mian1 = [T1 * Ti1, Ti1, 0];
licz2 = [0, 0, k2];
mian2 = [T2 * Ti2, Ti2, 0];

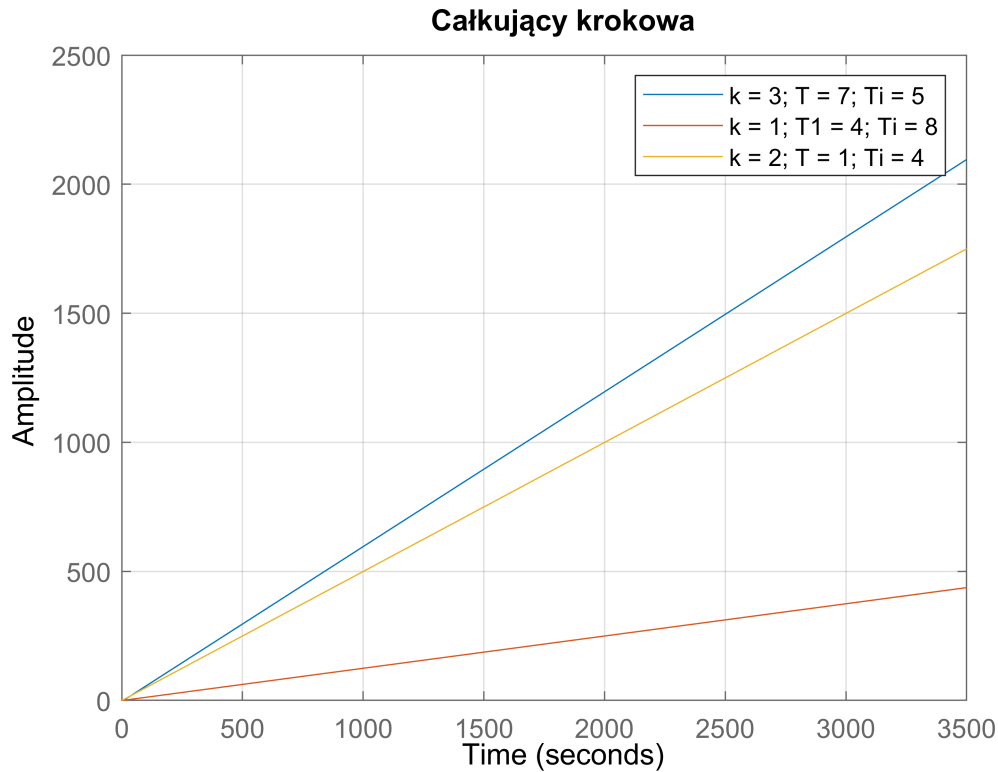
step(licz, mian)
hold on
step(licz1, mian1)
step(licz2, mian2)
    
```



```

title('Całkujący krokowa')
legend('k = 3; T = 7; Ti = 5', 'k = 1; T1 = 4; Ti = 8', 'k = 2; T = 1; Ti = 4')
grid on;
hold off

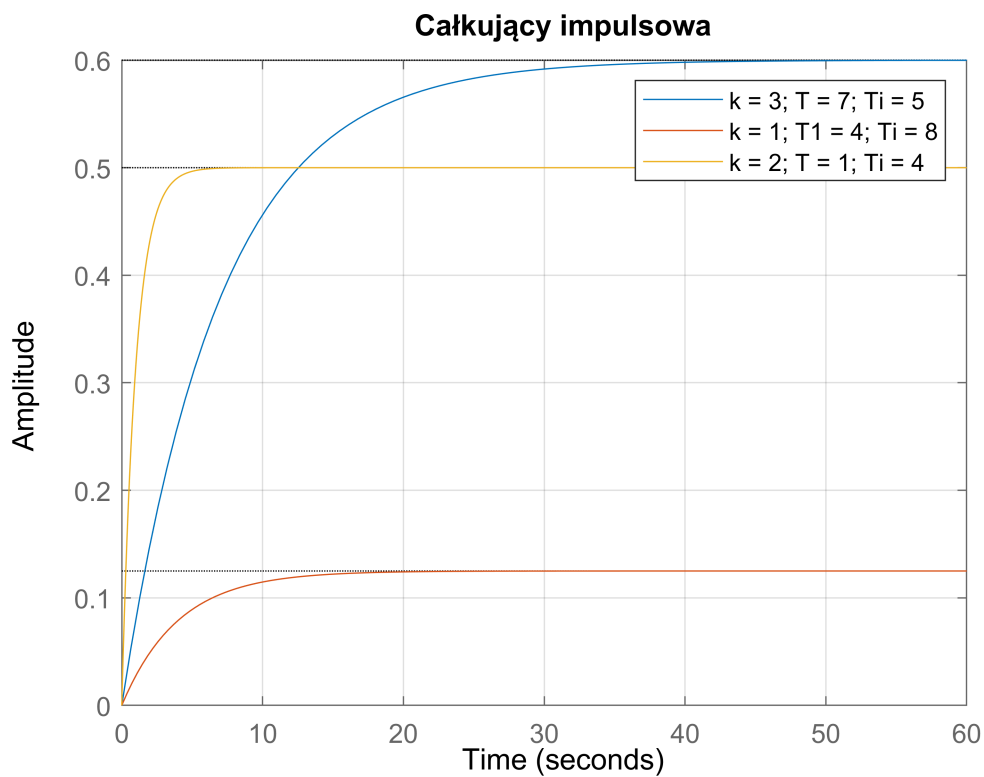
```



```

impulse(licz, mian)
hold on
impulse(licz1, mian1)
impulse(licz2, mian2)
title('Całkujący impulsowa')
legend('k = 3; T = 7; Ti = 5', 'k = 1; T1 = 4; Ti = 8', 'k = 2; T = 1; Ti = 4')
grid on;
hold off

```



### E) Różniczkujący rzeczywisty

$$G(s) = \frac{T_d s}{Ts + 1}$$

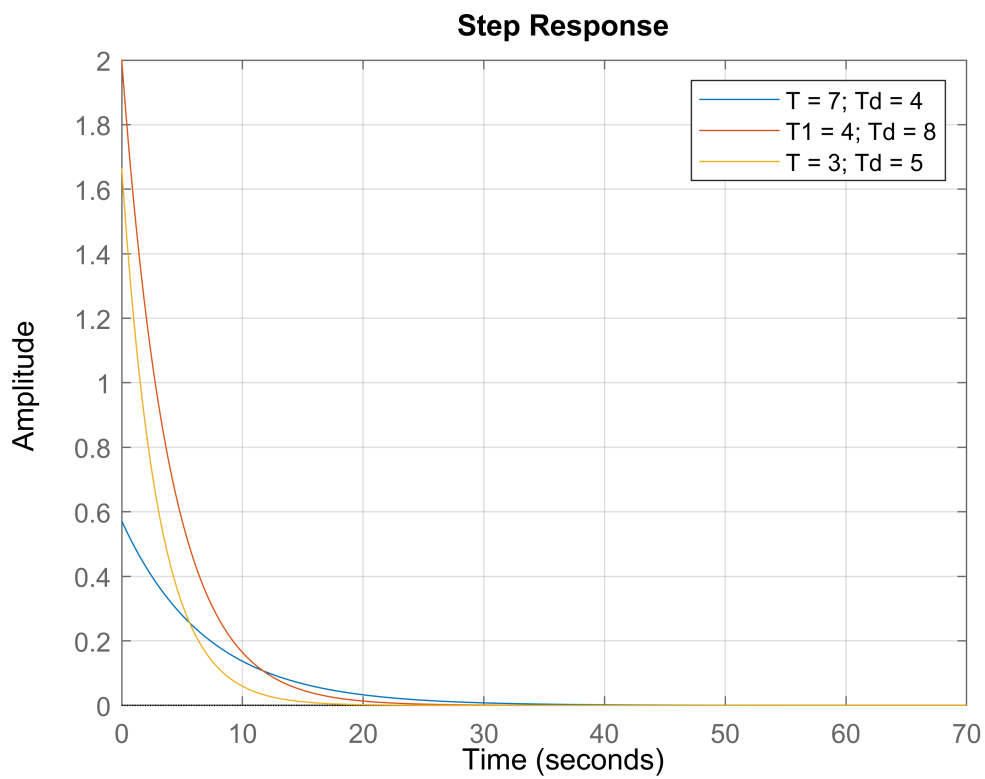
```

T = 7;
Td = 4;
T1 = 4;
Td1 = 8;
T2 = 3;
Td2 = 5;

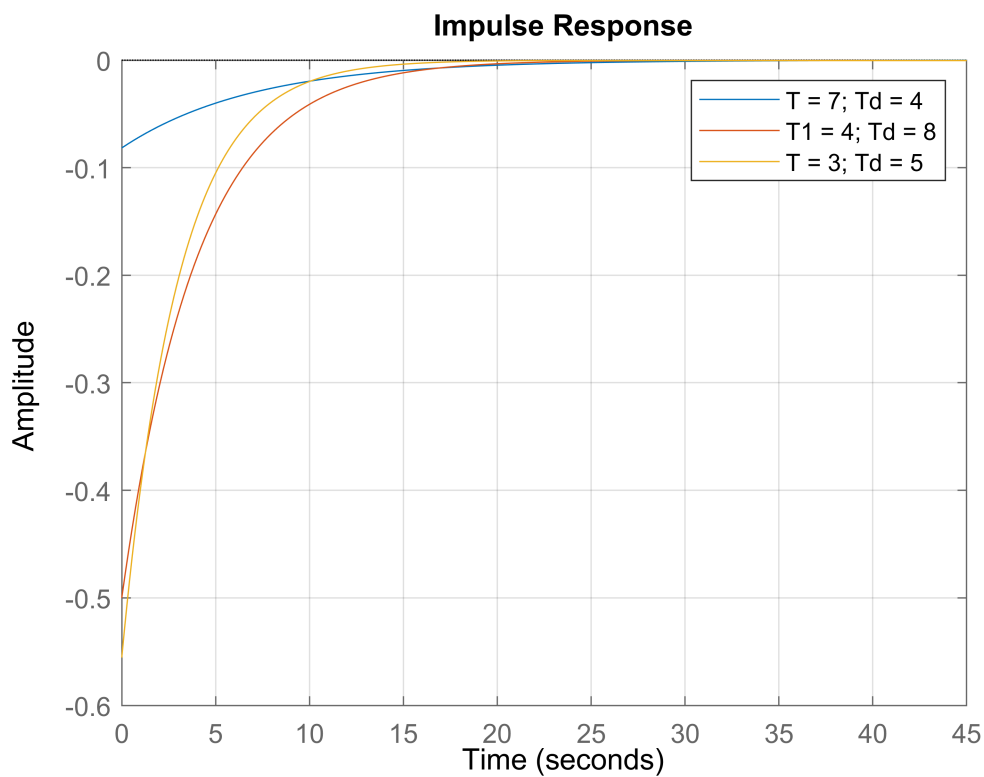
licz = [Td, 0];
mian = [T, 1];
licz1 = [Td1, 0];
mian1 = [T1, 1];
licz2 = [Td2, 0];
mian2 = [T2, 1];

step(licz, mian)
hold on
step(licz1, mian1)
step(licz2, mian2)
legend('T = 7; Td = 4', 'T1 = 4; Td = 8', 'T = 3; Td = 5')
grid on;
hold off

```



```
impulse(licz, mian)
hold on
impulse(licz1, mian1)
impulse(licz2, mian2)
legend('T = 7; Td = 4', 'T1 = 4; Td = 8', 'T = 3; Td = 5')
grid on;
hold off
```



#### F) Inercyjny I rzędu z opóźnieniem

$$G(s) = \frac{e^{-s\theta}}{Ts + 1}$$

```
n = 5;

k = 3;
T = 7;
theta = 2.5;
k1 = 1;
T1 = 4;
theta1 = 4.5;
k2 = 2;
T2 = 5;
theta2 = 3.5;

[licz_op, mian_op] = pade(theta, n);
[licz_op1, mian_op1] = pade(theta1, n);
[licz_op2, mian_op2] = pade(theta2, n);

licz_iner = [0,k];
mian_iner = [T,1];
licz_iner1 = [0,k1];
mian_iner1 = [T1,1];
licz_iner2 = [0,k2];
```

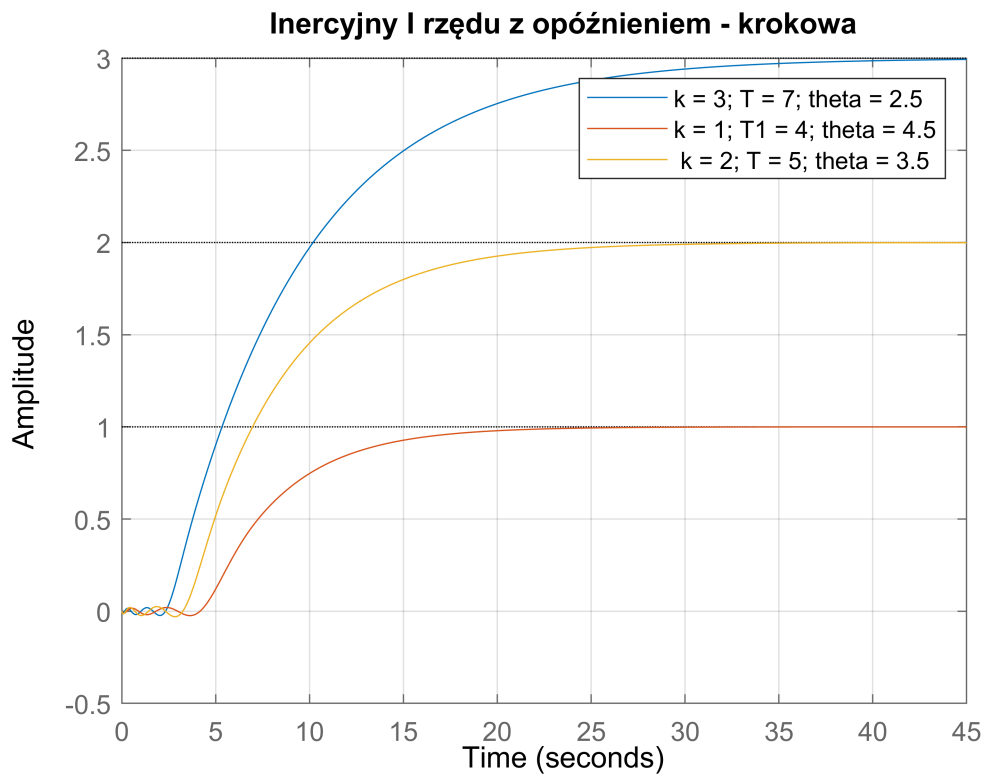
```

mian_iner2 = [T2,1];

[licz, mian] = series(licz_op, mian_op, licz_iner, mian_iner);
[licz1, mian1] = series(licz_op1, mian_op1, licz_iner1, mian_iner1);
[licz2, mian2] = series(licz_op2, mian_op2, licz_iner2, mian_iner2);

step(licz, mian)
hold on
step(licz1, mian1)
step(licz2, mian2)
legend('k = 3; T = 7; theta = 2.5', 'k = 1; T1 = 4; theta = 4.5', 'k = 2; T = 5; theta = 3.5')
grid on;
title('Inercyjny I rzędu z opóźnieniem - krokowa')
hold off

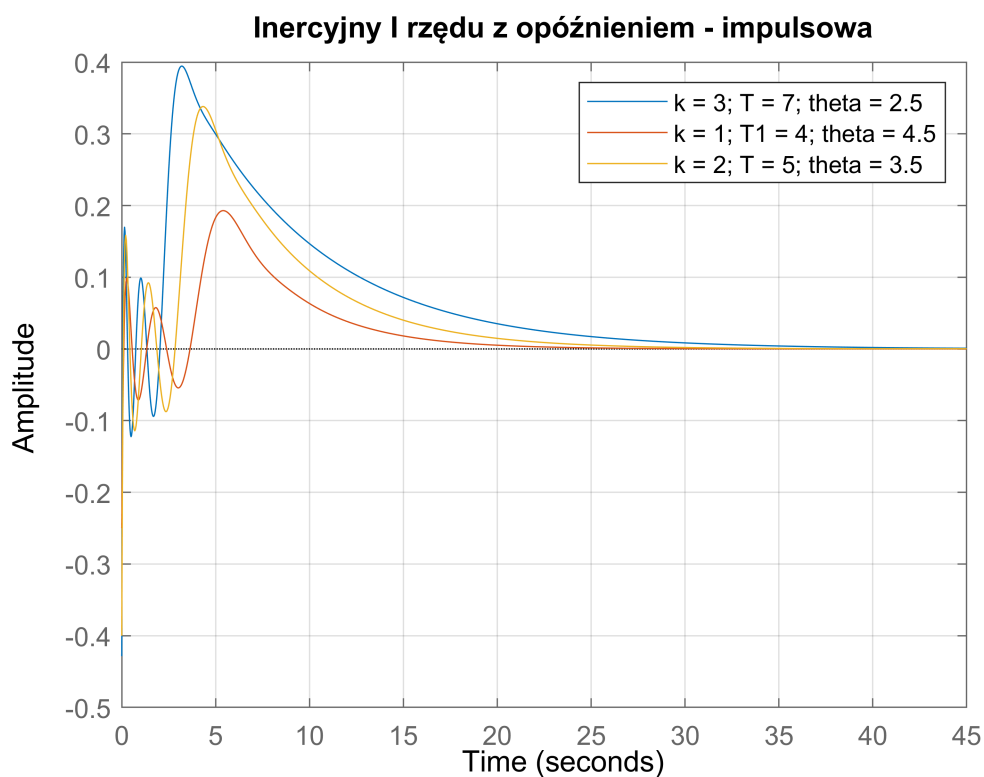
```



```

impulse(licz, mian)
hold on
impulse(licz1, mian1)
impulse(licz2, mian2)
legend('k = 3; T = 7; theta = 2.5', 'k = 1; T1 = 4; theta = 4.5', 'k = 2; T = 5; theta = 3.5')
grid on;
title('Inercyjny I rzędu z opóźnieniem - impulsowa')
hold off

```



### 3. Wnioski

Ćwiczenie nie sprawiło mi trudności. Było przyjemnym przypomnieniem wiadomości z poprzedniego semestru. Męczącą częścią ćwiczenia było przypisywanie zmiennych i ciągłe pisanie zmiennych liczb i mian potrzebnych do stworzenia wykresów. Najdłuższą zajęła mi część z układem inercyjnym II rzędu z opóźnieniem, ponieważ było w nim najwięcej przypadków. Wynikało to z rodzaju układu w zależności od  $\zeta$ : ( $\zeta = 0$  - układ nietłumiony,  $0 < \zeta < 1$  - układ tłumiony,  $\zeta = 1$  - układ aperiodyczny krytyczny,  $\zeta > 1$  - układ aperiodyczny).