# Ejercicios-resueltos-T5.pdf

*Ejercicios resueltos T5*

2º Lógica Informática

Grado en Ingeniería Informática - Tecnologías Informáticas

Escuela Técnica Superior de Ingeniería Informática
Universidad de Sevilla

# Ejercicios Tema 5.

**Ejercicio 73.-** Usando resolución regular, determina la consistencia de los conjuntos de cláusulas:

1.- $\{p \vee \neg q,\ p \vee q,\ \neg p \vee \neg q,\ \neg p \vee q\}$

$\{p \vee \neg q,\ p \vee q,\ \neg p \vee \neg q,\ \neg p \vee q\} \equiv S$

$p$

$\neg q$ $\qquad q$

$\square$

$S \vdash_r \square \Leftrightarrow S \models \square$

$\Updownarrow$

$S$ inconsistente

Resolución positiva

2.- $\{\neg r,\ q,\ p \vee \neg q,\ \neg p \vee r\}$

$\{\neg r,\ q,\ p \vee \neg q,\ \neg p \vee r\} \equiv S$

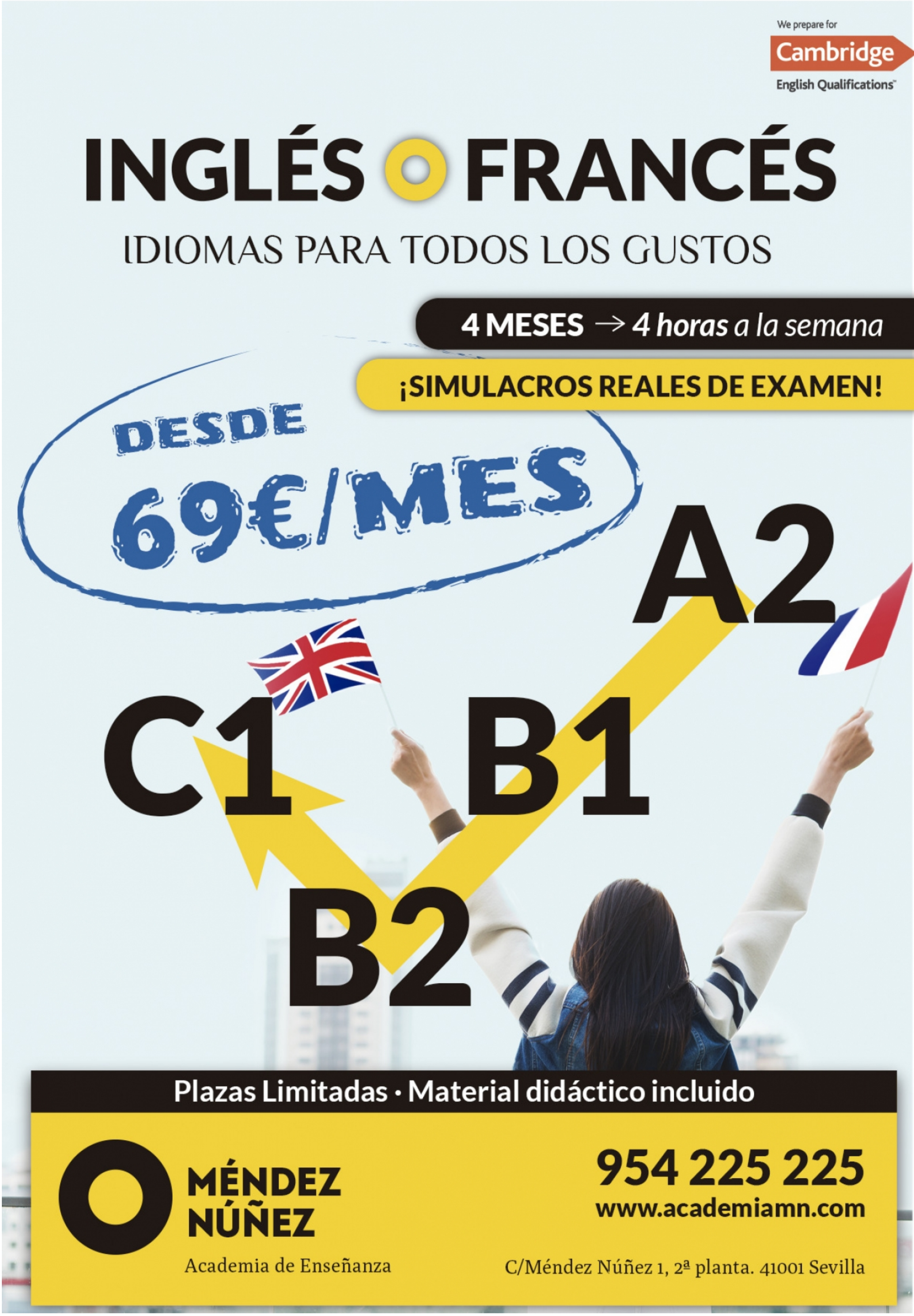
$S$ inconsistente.

$\neg q \vee r$

$r$

$\square$

Resolución lineal.


We prepare for
Cambridge
English Qualifications
INGLÉS O FRANCÉS
IDIOMAS PARA TODOS LOS GUSTOS
4 MESES → 4 horas a la semana
¡SIMULACROS REALES DE EXAMEN!
DESDE
69€/MES
A2
C1
B1
B2
Plazas Limitadas · Material didáctico incluido
MÉNDEZ
NÚÑEZ
Academia de Enseñanza
954 225 225
www.academiamn.com
C/Méndez Núñez 1, 2ª planta. 41001 Sevilla

3.- $\{p \vee q \vee r,\ \neg p \vee q,\ \neg q \vee r,\ \neg r,\ p \vee r\}$

$p \vee q \vee r,\quad \neg p \vee q,\quad \neg q \vee r,\quad \neg r,\quad p \vee r$

$r:\ p \vee q,\quad \neg p \vee q,\quad \neg q,\quad p$

$p:\ q,\quad \neg q$

$q:\ \square$

S inconsistente

4.- $\{p,\ \neg p \vee q,\ r\}$

$p,\ \neg p \vee q,\ r$

$q$

$p,\ \neg p \vee q,\ r$

$p:\ q,\ r$

$q:\ r$

$r:\ \emptyset$

S es satisfactible

Ejercicio 74.- Demuestra, utilizando resolución por entradas, la inconsistencia del conjunto de cláusulas $\{\neg p \vee \neg q \vee r,\ \neg s \vee t,\ \neg t \vee p,\ s,\ \neg s \vee u,\ \neg u \vee q,\ \neg r\}$.

$\neg p \vee \neg q \vee r,\quad \neg s \vee t,\quad \neg t \vee p,\quad s,\quad \neg s \vee u,\quad \neg u \vee q,\quad \neg r$

$t \qquad u$

$p \qquad q$

$\neg q \vee r$

$r$

$\square$ → El conjunto es inconsistente.

**Ejercicio 75.-** Determina la inconsistencia del conjunto

$\{p \vee q,\ q \vee r,\ r \vee w,\ \neg r \vee \neg p,\ \neg w \vee \neg q,\ \neg q \vee \neg r\}$

mediante (1) resolución lineal, (2) resolución positiva, y (3) resolución negativa.

$p \vee q,\ \ q \vee r,\ \ r \vee w,\ \ \neg r \vee \neg p,\ \ \neg w \vee \neg q,\ \ \neg q \vee \neg r$

$q \vee \neg r$

$q$

$\neg r \qquad \neg w$

$r$

$\square$

$p \vee q, \quad q \vee r, \quad r \vee w, \quad \neg r \vee \neg p, \quad \neg w \vee \neg q, \quad \neg q \vee \neg r$

$r \vee \neg q$

$r$

$\neg q$

$p$

$\neg r$

$\square$

Resolución lineal y positiva.

$p \vee q, \quad q \vee r, \quad r \vee w, \quad \neg r \vee \neg p, \quad \neg w \vee \neg q, \quad \neg q \vee \neg r$

$r \vee \neg q$

$r$

$\neg q$

$p$

$\neg r$

$\square$

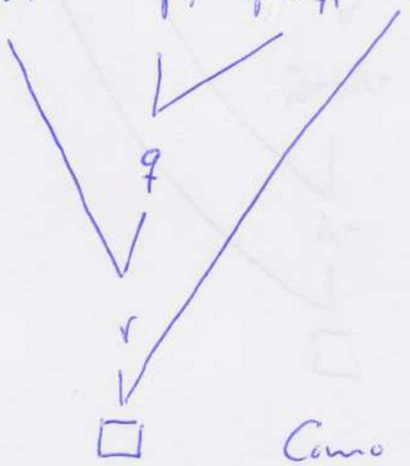
Resolución lineal y negativa.

Ejercicio 72.- Usando resolución por saturación y regular (y pasando previamente las fórmulas a forma clausal), demuestra que:

2.- $\{p \to q,\ q \to p \wedge r\} \vDash p \to (p \to q) \to r$

$\{p \to q,\ \underbrace{q \to p \wedge r}_{\Updownarrow},\ \underbrace{\neg(p \to ((p \to q) \to r))}_{\Updownarrow}\}$

$\neg p \vee q\ ,\ \overbrace{\neg q \vee p\ ,\ \neg q \vee r}\quad \overbrace{p\ ,\ \neg p \vee q\ ,\ \neg r}$ = Forma clausal




Como el conjunto es insatisfactible, se verifica la consecuencia lógica.

Ejercicio 76.- Determina la inconsistencia del conjunto. $\{\neg A \vee \neg B \vee C,\ \neg A \vee \neg G \vee H,\ \neg A \vee \neg H \vee F,\ \neg G \vee B,\ G,\ A,\ \neg F\}$ mediante (1) resolución lineal, (2) resolución positiva, (3) resolución negativa, (4) resolución por entradas, y (5) resolución unidad

No puede aparecer una cláusula vacía porque se va a arrastrar

La C no se utiliza — La B no vuelve a aparecer

$\neg A \vee \neg B \vee C,\ \neg A \vee \neg G \vee H,\ \neg A \vee \neg H \vee F,\ \neg G \vee B,\ G,\ A,\ \neg F$

$\neg H \vee F$

$\neg H$

$\neg A \vee \neg G$

$\neg A$

$\square$

(1) (5) (4)
resolución lineal
resolución por entradas
resolución unidad
(se mezcla una unidad con un conjunto

$\neg A \vee \cancel{\neg B} \vee C,\ \neg A \vee \neg G \vee H,\ \neg A \vee \neg H \vee F,\ \neg G \cancel{\vee B},\ G,\ A,\ \neg F$

$\neg A \vee H$

$H$

$\neg A \vee F$

$F$

$\square$

Positiva (2)
Por entradas (4)
Lineal (1)
Unidad (5)

$\neg A \vee \cancel{\neg B} \vee C, \quad \neg A \vee \neg G \vee H, \quad \neg A \vee \neg H \vee F, \quad \neg \cancel{G \vee} B, \quad G, \quad A, \quad \neg F$

$\neg A \vee \neg H$

$\neg H$

$\neg A \vee \neg G$

$\neg A$

$\square$

Unidad (5)
Por entradas (4)
Lineal (1)
Negativa (3)

Ejercicio 66.- Sea T el siguiente sistema deductivo:

- $Ax(T) = \{\neg A \vee A : A \in PROP\}$
- Reglas de inferencia:

Asociativa: $\dfrac{A \vee (B \vee C)}{(A \vee B) \vee C}$ Corte: $\dfrac{A \vee B, \ \neg A \vee C}{B \vee C}$ Expansión: $\dfrac{A}{B \vee A}$

Demuestra que:

1.- $\vdash_T (q \vee \neg p) \vee p$

1.- $\neg p \vee p$ [$Ax(T)$]
2.- $q \vee (\neg p \vee p)$ [Exp: $A = \neg p \vee p$, $B = q$]
3.- $(q \vee \neg p) \vee p$ [Asociativa: $A = q$, $B = \neg p$, $C = p$]

$\vdash_T (q \vee \neg p) \vee p$

2.- Si $\vdash_T A \vee B$ entonces $\vdash_T B \vee A$

$$\frac{A \vee B, \quad \neg A \vee A}{B \vee A} \text{ : Corte}$$

1.- $\neg A \vee A$ [$Ax(T)$]
2.- $B \vee A$ [Corte: $A = A$, $B = B$, $C = A$]

$\vdash_T B \vee A$

3.- $\vdash_T (q \vee \neg p) \vee \neg q$

1.- $\neg q \vee q$ [$Ax(T)$]
2.- $\neg p \vee (\neg q \vee q)$ [Expansion: $A = \neg q \vee q$, $B = \neg p$]
3.- $(\neg p \vee \neg q) \vee q$ [Asociativa]
4.- $q \vee (\neg p \vee \neg q)$ [2. + $A = (\neg p \vee \neg q)$, $B = q$)]
5.- $(q \vee \neg p) \vee \neg q$ [Asociativa]

Ejercicio 67.- Sea T el siguiente sistema deductivo:

Reglas de inferencia:

$$(R1)\ \frac{A \wedge B}{A} \qquad (R2)\ \frac{A \wedge B}{B \wedge A} \qquad (R3)\ \frac{\neg\neg A}{A}$$

$$(R4)\ \frac{A,\ A \rightarrow B}{A \wedge B} \qquad (R5)\ \frac{\neg(A \rightarrow B)}{\neg B}$$

Axiomas: $Ax(T) = \{ p \rightarrow (\neg q \rightarrow p \wedge \neg q),\ \neg(p \rightarrow \neg p),\ \neg q \}$

Prueba que $\vdash_T p \wedge \neg q$.

1.- $\neg(p \rightarrow \neg p)$ [$Ax(T)$]
2.- $\neg\neg p$ [R5 + 1]
3.- $p$ [R3 + 2]
4.- $p \rightarrow (\neg q \rightarrow p \wedge \neg q)$ [$Ax(T)$]
5.- $p \wedge (\neg q \rightarrow p \wedge \neg q)$ [R4 + 3, 4]
6.- $(\neg q \rightarrow p \wedge \neg q) \wedge p$ [R2 + 5]
7.- $\neg q \rightarrow p \wedge \neg q$ [R1 + 6]
8.- $\neg q$ [$Ax(T)$]
9.- $\neg q \wedge (p \wedge \neg q)$ [R4 + 7, 8]
10.- $(p \wedge \neg q) \wedge \neg q$ [R2 + 9]
11.- $p \wedge \neg q$ [R1 + 10]

Ejercicio 69 (EXAMEN).- Sea $U = \{ \neg A_1 \vee \neg B_1 \vee C_2,\ \neg A_1 \vee B_1,\ \neg A_2 \vee B_2,\ A_1,\ A_2 \}$

• Prueba que $U$ es consistente y describir razonadamente todos los modelos de $U$.

$$\{\{\neg A_1, \neg B_1, C_2\}, \{\neg A_1, B_1\} \{\neg A_2, B_2\} \{A_1\} \{A_2\}\}$$

$$\Big| A_1$$

$$\{\{\neg B_1, C_2\} \{B_1\} \{\neg A_2, B_2\} \{A_2\}\}$$

$$\Big| B_1$$

$$\{\{C_2\} \{\neg A_2, B_2\} \{A_2\}\}$$

$$\Big| C_2$$

$$\{\{\neg A_2, B_2\} \{A_2\}\}$$

$$\Big| A_2$$

$$\{\{B_2\}\}$$

$$\Big| B_2$$

$$\emptyset$$

$U$ es consistente.

• Prueba que $U \models C_2$ mediante encadenamiento hacia adelante.

$\neg A_1 \vee \neg B_1 \vee C_2 \equiv A_1 \wedge B_1 \longrightarrow C_2$

$\neg A_1 \vee B_1 \equiv A_1 \longrightarrow B_1$

$\neg A_2 \vee B_2 \equiv A_2 \longrightarrow B_2$ $\qquad A_1, A_2$

$A_1, A_2$ $\qquad$ $A_1 \wedge B_1 \to C_1$, $\cancel{A_1 \to B_1}$, $\cancel{A_2 \to B_2}$

$A_1, A_2, B_1, B_2$ $\qquad$ $A_1 \wedge B_1 \to C_2$

$A_1\ A_2\ B_1, B_2, C_2$ $\qquad$ $\times$

Ejercicio 70.- Demuestra, mediante encadenamiento hacia adelante, la corrección del siguiente argumento.

1.- Los animales con pelo o que dan leche son mamíferos

2.- Los mamíferos que tienen pezuñas o que rumian son ungulados.

3.- Los ungulados de cuello largo son jirafas.

4.- Los ungulados con rayas negras son cebras.

Se observa un animal que tiene pelos, pezuñas y rayas negras. Por tanto, el animal es una cebra.

$\wedge \to$ que

1.- $P \vee L \to M$

2.- $M \wedge (Z \vee R) \to U$

3.- $U \wedge (C \to J)$

4.- $U \wedge N \to Cb$

$P, Z, N$ ¿$Cb$?

$P \vee L \to M, \quad M \wedge (E \vee R) \to U, \quad U \wedge (C \to S), \quad U \wedge N \to Cb, \quad P, E, N, \ ¿Cb?$

$\neg(P \vee L) \vee M \qquad \neg(M \wedge (E \vee R)) \vee U$

$(\neg P \wedge \neg L) \vee M \qquad \neg M \vee \neg(E \vee R) \vee U$

$(\neg P \vee M) \wedge (\neg L \vee M) \qquad \neg M \vee (\neg E \wedge \neg R) \vee U$

$P \to M, \ L \to M \qquad (\neg M \vee \neg E \vee U) \wedge (\neg M \vee \neg R \vee U)$

$M \wedge E \to U \ , \ M \wedge R \to U$

| Hechos | Reglas |
|---|---|
| P, E, N | $\cancel{P \to M}$, $L \to M$, $M \wedge R \to U$, $M \wedge E \to U$, $U \wedge C \to S$, $U \wedge N \to Cb$ |
| P, E, N, M | $L \to M$, $M \wedge R \to U$, $\cancel{M \wedge E \to U}$, $U \wedge C \to S$, $U \wedge N \to Cb$ |
| P, E, N, M, U | $L \to M$, $M \wedge R \to U$, $U \wedge C \to S$, $\cancel{U \wedge N \to Cb}$ |
| P, E, N, M, U, $\boxed{Cb}$ | |

Ejercicio 77.- Decide por el método de resolución la verdad o falsedad de las siguientes afirmaciones:

1.- $[p \to (q \to r), \ r \to q] \vDash r \leftrightarrow q$

$p \to (q \to r) \qquad r \to q \qquad \neg(r \leftrightarrow q)$

$\neg p \vee (q \to r) \qquad \neg r \vee q \qquad \neg(r \to q), \ \neg(q \to r)$

$\neg p \vee \neg q \vee r \qquad\qquad r, \neg q \qquad q, \neg r$

$\neg p \vee \neg q \vee r, \ \neg r \vee q, \ r, \ \neg q, \ q, \ \neg r$

$\square$ Como es inconsistente se verifica la consecuencia lógica.

2.- $\{p \to q,\ q \to (p \wedge q),\ p \to r\} \models q \to r$

$p \to q$ $\qquad$ $q \to (p \wedge q)$ $\qquad$ $p \to r$ $\qquad$ $\neg(q \to r)$

$\neg p \vee q$ $\qquad$ $\neg q \vee (p \wedge q)$ $\qquad$ $\neg p \vee r$ $\qquad$ $q \wedge \neg r$

$(\neg q \vee p) \wedge (\neg q \vee q)$

$\neg p \vee q,\ \neg q \vee p,\ \overset{\text{TAUT}}{\cancel{\neg q \vee q}},\ \neg p \vee r,\ q,\ \neg r$

$\neg p$

$\neg q$

$\square$

o tambien:

$\neg q \vee p;\ \neg p \vee q,\ \cancel{\neg q \vee q},\ \neg p \vee r,\ q,\ \neg r$

$p$ $\qquad$ $\neg p$

$\square$

Como son inconsistentes se verifica la consecuencia lógica.

**Ejercicio 78.-** Sea A la formula proposicional

$$(p \vee q \leftrightarrow \neg r) \wedge (\neg p \rightarrow s) \wedge (\neg t \rightarrow q) \wedge (s \wedge t \rightarrow u)$$

**1.-** Prueba que A es satisfactible.

Por resolución regular $\rightarrow$ Coger un orden en las variables y solo hacer las recursentes de esa.

$(p \vee q \leftrightarrow \neg r)$

$p \vee q \rightarrow \neg r$ , $\neg r \rightarrow p \vee q$

$\neg (p \vee q) \vee \neg r$, $\boxed{r \vee p \vee q}$

$(\neg p \wedge \neg q) \vee \neg r$

$\boxed{(\neg p \vee \neg r)} \wedge \boxed{(\neg q \vee \neg r)}$

$\neg p \rightarrow s$

$\boxed{p \vee s}$

$(\neg t \rightarrow q)$

$\boxed{t \vee q}$

$(s \wedge t) \rightarrow u$

$\neg (s \wedge t) \vee u$

$\boxed{\neg s \vee \neg t \vee u}$

$\neg p \vee \neg r$, $\neg q \vee \neg r$, $r \vee p \vee q$, $p \vee s$, $t \vee q$, $\neg s \vee \neg t \vee u$

$p = \neg r \vee r \vee q$, $\neg r \vee s$, $\neg q \vee \neg r$, $t \vee q$, $\neg s \vee \neg t \vee u$

$q = \neg r \vee t$, $\neg r \vee s$, $\neg s \vee \neg t \vee u$ (Como no se puede sacar ninguna de r)

$r = \neg s \vee \neg t \vee u$ (Se tachan todas las que contengan r y $\neg r$)

$s = \emptyset$

$t = \emptyset$

$u = \emptyset$

A satisfactible.

2.- Prueba por resolución proposicional que.

$\{p \vee q \leftrightarrow \neg r,\ \neg p \rightarrow s,\ \neg t \rightarrow q,\ s \wedge t \rightarrow u\} \models r \rightarrow u$

$\neg p \vee \neg r,\ \neg q \vee \neg r,\ r \vee p \vee q,\ p \vee s,\ t \vee q,\ \neg s \vee \neg t \vee u,\ r,\ \neg u$

$p$: $\neg r \vee r \vee q,\ \neg r \vee s,\ \neg q \vee \neg r,\ t \vee q,\ \neg s \vee \neg t \vee u,\ r,\ \neg u$

$q$: $\neg r \vee t,\ \neg r \vee s,\ \neg s \vee \neg t \vee u,\ r,\ \neg u$

$r$: $t,\ s,\ \neg s \vee \neg t \vee u,\ \neg u$

$s$: $t,\ \neg t \vee u,\ \neg u$

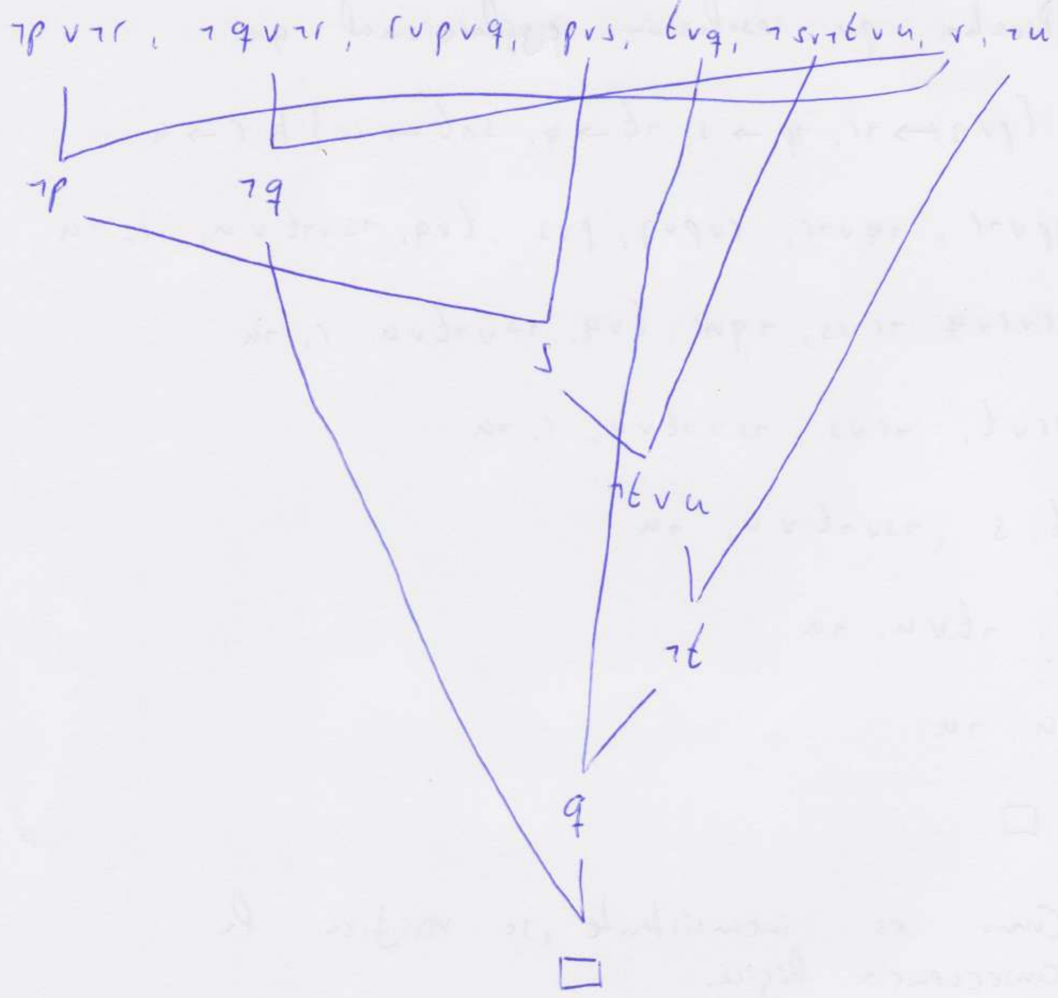
$t$: $u,\ \neg u$

$u$: $\square$

Como es inconsistente, se verifica la consecuencia lógica.

Resolventes normales por método de resolución proposicional.

8




Ejercicio 84.- Aplica el algoritmo de unificación a los siguientes conjuntos:

1.- $\{p(x,y),\ p(y, f(z))\}$

$\{p(x,y),\ p(y, f(z))\}$

$\underline{x=y}$ , $y=f(z)$

$[x/y]$ , $\underline{y=f(z)}$

$[x/f(z)] \leftarrow [y/f(z)]$

2.- $\{p(c, y, f(y)),\ p(z, z, u)\}$

$\{p(c, y\ f(y)),\ p(z, z, u)\}$

$\underline{c = z},\quad y = z,\quad f(y) = u$

$[z/c]$, $\quad \underline{y = c},\quad f(y) = u$

$[y/c]\quad \underline{f(c) = u}$

$[u/f(c)]$

3.- $\{p(x, g(x)),\ p(y, y)\}$

$\{p(x, g(x)),\ p(y, y)\}$

$\underline{x = y},\quad g(x) = y$

$[y/x]\ ;\quad \underline{g(x) = x}$

$X$

4.- $\{p(x, g(x), y),\ p(z, u, g(u))\}$

$\{p(x, g(x), y),\ p(z, u, g(u))\}$

$\underline{x = z},\quad g(x) = u,\quad y = g(u)$

$[z/x]$, $\quad \underline{g(x) = u},\quad y = g(u)$

$[u/g(x)]\quad \underline{y = g(g(x))}$

$[y/g(g(x))]$

5.- $\{p(g(x), y),\ p(y, y),\ p(u, f(w))\}$

$\{p(g(x), y),\ p(y, y),\ p(u, f(w))\}$

$g(x) = y = u\qquad y = y = f(w)$

$g(x) = y\qquad y = u\qquad \underline{y = f(w)}$

$\underline{g(x) = f(w)},\quad f(w) = u\ ;\quad [y/f(w)]$

$X$

No son unificables

$$\frac{g(x)=y}{[y/g(x)]}, \quad \begin{matrix} y=u \\ g(x)=u \end{matrix} \quad \begin{matrix} y=f(w) \\ \dfrac{g(x)=f(w)}{X} \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} g(x)=y \\ g(x)=u \\ \dfrac{g(x)=f(w)}{X} \end{matrix} \quad \frac{y=u}{[y/u]} \quad \begin{matrix} y=f(w) \\ \dfrac{u=f(w)}{[u/f(w)]} \end{matrix}$$

6.- $\{p(x, f(y), z), \; p(g(w), u, g(w)), \; p(v, v, g(w))\}$

$\{p(x, f(y), z), \; p(g(w), u, g(w)), \; p(v, v, g(w))\}$

$x=g(w)=v, \quad f(y)=u=v, \quad z=g(w)=g(w)$

$\dfrac{x=g(w)}{[x/g(w)]}, \quad g(w)=v, \quad f(y)=u, \quad u=v, \quad z=g(w)$

$\dfrac{g(w)=v}{[v/g(w)]} \quad f(y)=u \quad u=v \quad z=g(w)$

$\dfrac{f(y)=u}{[u/f(y)]} \quad u=g(w) \quad z=g(w)$

$\dfrac{f(y)=g(w)}{X} \quad z=g(w)$

No son unificables

Ejercicio 85.- Encuentra, si existe, un unificador para cada conjunto de expresiones (como siempre, las últimas letras del alfabeto son símbolos de variables y las primeras, de constantes).

1.- $\{P(x, z, y), \; P(w, u, w), \; P(a, u, u)\}$

$\{P(x, z, y), \; P(w, u, w), \; P(a, u, u)\}$

$x=w=a \quad z=u=u \quad y=w=u$

$$\begin{array}{ccccc} x = w & \underline{w = a} & z = u & y = w & w = u \\ \underline{x = a} & [w/a] & z = u & y = a & a = u \\ [x/a] & & z = u & y = a & \underline{a = u} \\ & & \underline{z = a} & [y/a] & [u/a] \\ & & [t/a] & & \end{array}$$

Son unificables

4.- $\{Q(f(x), a, y), Q(u, f(v), b)\}$

$\{Q(f(x), a, y), Q(u, f(v), b)\}$

$$\begin{array}{ccc} \underline{f(x) = u} & a = f(v) & y = b \\ [u/f(x)] & \underline{a = f(v)} & y = b \\ & \times & \end{array}$$

6.- $\{P(f(a), x), P(x, a)\}$

$\{P(f(a), x), P(x, a)\}$

$$\begin{array}{cc} \underline{f(a) = x} & x = a \\ [x/f(a)] & \underline{f(a) = a} \\ & \times \end{array}$$

No son unificables.

Ejercicio 88.- Determina la consistencia de los conjuntos de clausulas.

1.- $\{Q(u) \vee P(a), \neg Q(w) \vee P(w), \neg Q(x) \vee \neg P(x)\}$

$\Sigma = \{Q(u) \vee P(a), \neg Q(w) \vee P(w), \neg Q(x) \vee \neg P(x)\}$

$UH(\Sigma) = \{a\}$

$EH(\Sigma) = Q(a) \vee P(a)\ ,\ \neg Q(a) \vee P(a),\ \neg Q(a) \vee \neg P(a)$

$P(a)$

$\neg Q(a)$

Como no se llega a la cláusula vacía, la $EH(\Sigma)$ es consistente, y por tanto $\Sigma$ es consistente

$M = \{a\}$
$P = \{a\}$
$Q = \emptyset$

$Q(u) \vee P(a)\ ,\ \neg Q(w) \vee P(w)\ ,\ \neg Q(x) \vee \neg P(x)$

$x/w$

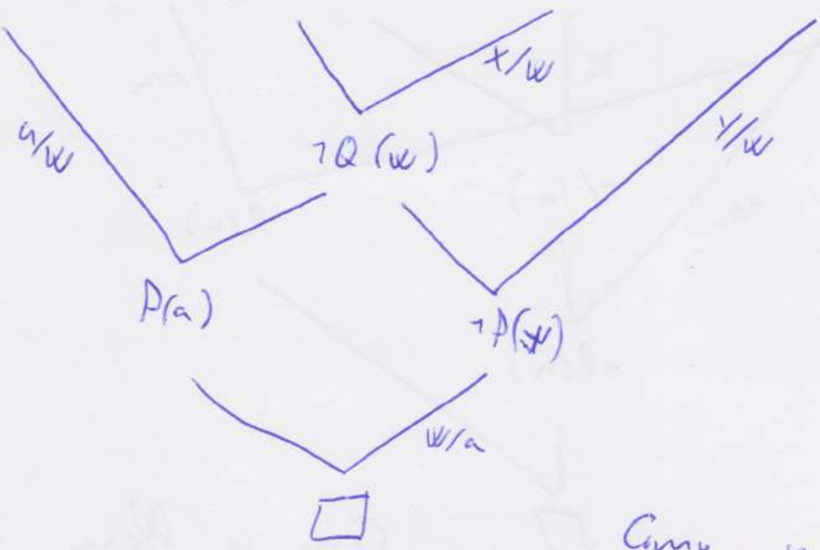
$u/w$

$\neg Q(w)$

$P(a)$

2.- $\{ Q(a) \vee P(a) \,,\ \neg Q(w) \vee P(w) \,,\ \neg Q(x) \vee \neg P(x) \,,\ Q(y) \vee \neg P(y) \}$

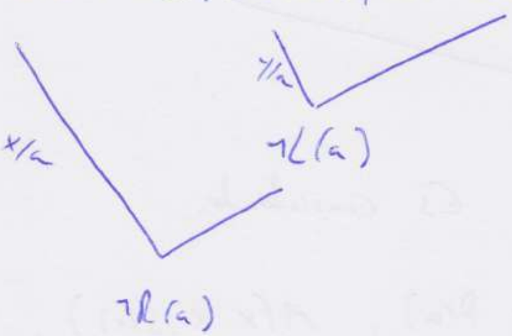
$\Sigma = \{ Q(a) \vee P(a) \,,\ \neg Q(w) \vee P(w) \,,\ \neg Q(x) \vee \neg P(x) \,,\ Q(y) \vee \neg P(y) \}$




Como se llega a la cláusula vacía es inconsistente.

3.- $\{ I(a) \,,\ \neg R(x) \vee L(x) \,,\ \neg D(y) \vee \neg L(y) \,,\ D(a) \}$

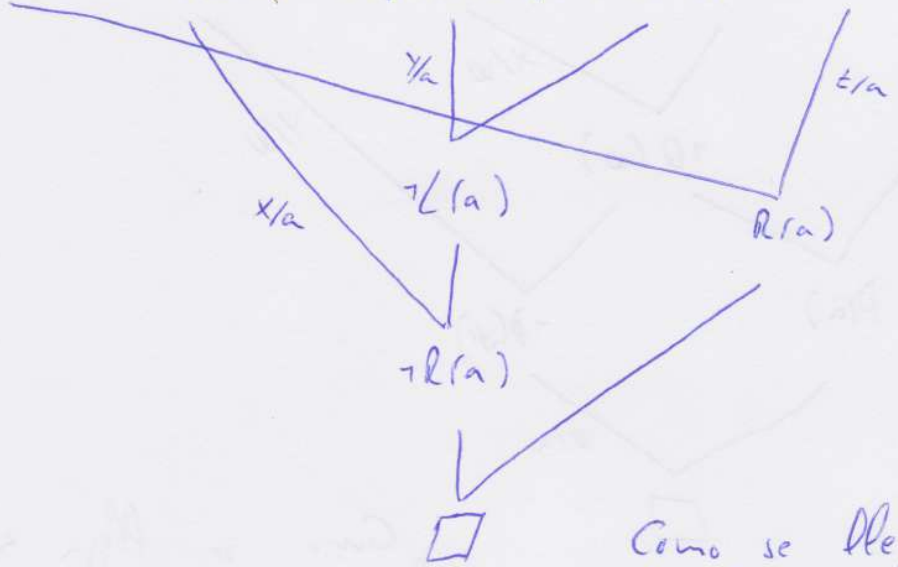
$\Sigma = \{ I(a) \,,\ \neg R(x) \vee L(x) \,,\ \neg D(y) \vee \neg L(y) \,,\ D(a) \}$




El conjunto es consistente [además sin hacer nada se ve su consistencia, ya que I(a) no se puede ir con nadie].

4.- $\{ I(a),\ \neg R(x) \vee L(x),\ \neg D(y) \vee \neg L(y),\ D(a),\ \neg I(z) \vee R(z) \}$

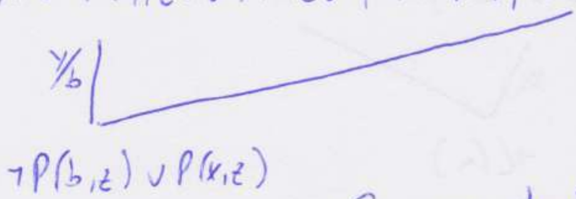
$\Sigma = \{ I(a),\ \neg R(x) \vee L(x),\ \neg D(y) \vee \neg L(y),\ D(a),\ \neg I(z) \vee R(z) \}$




Como se llega a la cláusula vacía es inconsistente.

5.- $\{ \neg P(x,y) \vee \neg P(y,z) \vee P(x,z),\ P(a,x),\ P(x,b),\ P(x, f(x)) \}$

$\Sigma = \{ \neg P(x,y) \vee \neg P(y,z) \vee P(x,z),\ P(a,x),\ P(x,b),\ P(x, f(x)) \}$




Es consistente.

6.- $\{ M(a, s(c), s(b)),\ P(a),\ M(x, x, s(x)),\ \neg M(x,y,z) \vee D(x,z),$
$\neg P(x) \vee \neg M(y,t,u) \vee \neg D(x,u) \vee D(x,y),\ \neg D(a,b) \}$

$\Sigma = \{ M(a, s(c), s(b)),\ P(a),\ M(x, x, s(x)),\ \neg M(x,y,z) \vee D(x,z),\ \neg P(x) \vee \neg M(y,z,u) \vee \neg D(x,u) \vee D(x,y),\ \neg D(a,b) \}$

$x/a \quad y/s(c) \quad z/s(b)$

$D(a, s(b))$

$x/a \quad u/s(b)$

$\neg P(a) \vee \neg M(y, z, s(b)) \vee D(a, y)$

$y/b$

$\neg P(a) \vee \neg M(b, z, s(b))$

$x/b$

$\neg M(b, z, s(b))$

$z/x$

$\square$

Ejercicio 89.- Determina los problemas de deducción:

1.- $\{ \forall x [P(x) \rightarrow \exists y [R(y) \wedge Q(x,y)]],\ \exists x [P(x)] \} \vDash \exists x \exists y\, Q(x,y)$

$\forall x\, [P(x) \rightarrow \exists y [R(y) \wedge Q(x,y)]],\ \exists x\, P(x),\ \neg \exists x \exists y\, Q(x,y)$

$Px \equiv \forall x \exists y\ P(x) \rightarrow [R(y) \wedge Q(x,y)],\ \exists x\, P(x),\ \forall x \forall y \neg Q(x,y)$

$y/f(x) \qquad x/a$

$SK \equiv \forall x\ P(x) \rightarrow R(f(x)) \wedge Q(x, f(x))),\ P(a),\ \forall x \forall y \neg Q(x,y)$

$CP \equiv \neg P(x) \vee R(f(x)),\ \neg P(x) \vee Q(x, f(x)),\ P(a),\ \neg Q(x,y)$

$x/a$

$Q(a, f(a))$

$x/a$
$y/a$

$\square$

Como el conjunto es inconsistente, se verifica la consecuencia lógica inicial.

4.- $\{\exists x \forall y\, P(x,y),\ \forall x \forall y [P(x,y) \rightarrow \neg P(y,x)]\} \models \forall x \exists y\, P(x,y)$

$\exists x \forall y\, P(x,y),\ \forall x \forall y\, P(x,y) \rightarrow \neg P(y,x),\ \neg \forall x \exists y\, P(x,y)$

$\exists x \forall y\, P(x,y),\ \forall x \forall y [\neg P(x,y) \vee \neg P(y,x)],\ \exists x \forall y\, \neg P(x,y)$

$\forall y\, P(a,y),\ \forall x \forall y [\neg P(x,y) \vee \neg P(y,x)],\ \forall y\, \neg P(b,y)$

$P(a,y),\ \neg P(x,y) \vee \neg P(y,x),\ \neg P(b,y)$

$x/a$

$y/a$

$\neg P(y,a)$

$y/a$

$\square$

Como el conjunto es inconsistente se verifica la consecuencia lógica.

Tu academia universitaria en Reina Mercedes
www.academiaconoser.es
Calle Torcuato Luca de Tena nº3
663 767 434
academiaconoser@gmail.com

13

2.- $\{\neg A(x) \vee F(x) \vee G(j(x)),\ \neg F(x) \vee B(x),\ \neg F(x) \vee C(x),\ \neg G(x) \vee B(x),\ \neg G(x) \vee D(x),\ A(g(x)) \vee F(h(x))\} \models \exists x \exists y\, [[B(x) \wedge C(x)] \vee [D(y) \wedge B(y)]]$

$\neg A(x) \vee F(x) \vee G(j(x)),\ \neg F(x) \vee B(x),\ \neg F(x) \vee C(x),\ \neg G(x) \vee B(x),\ \neg G(x) \vee D(x),\ A(g(x)) \vee F(h(x)),\ \neg \exists x \exists y\, [[D(x) \wedge C(x)] \vee [D(y) \wedge B(y)]]$

$\neg A(x) \vee F(x) \vee G(j(x)),\ \neg F(x) \vee B(x),\ \neg F(x) \vee C(x),\ \neg G(x) \vee B(x),\ \neg G(x) \vee D(x),\ A(g(x)) \vee F(h(x)),\ \forall x \forall y\, \neg[[B(x) \wedge C(x)] \vee [D(y) \wedge B(y)]]$

$\neg A(x) \vee F(x) \vee G(j(x)),\ \neg F(x) \vee B(x),\ \neg F(x) \vee C(x),\ \neg G(x) \vee B(x),\ \neg G(x) \vee D(x),\ A(g(x)) \vee F(h(x)),\ \neg B(x) \vee \neg C(x),\ \neg D(y) \vee \neg B(y)$

$y/x$

$\neg G(x) \vee \neg B(x)$

$\neg G(x)$

$\neg F(x) \vee \neg C(x)$

$x/j(x_1)$

$\neg A(x_1) \vee F(x_1)$

$\neg F(x)$

$x/x_1$

$x/x_1$

$u/x_1$

$\neg A(x_1)$

$A(g(x_1))$

$x_1/g(x_2)$

$x_1/x_2$

$\square$

Como el conjunto es inconsistente se verifica la consecuencia lógica.

Ejercicio 91.- Sabemos que:

1.- Existen pacientes a quienes les gustan todos los médicos.

2.- A ningún paciente le gusta ningún curandero.

Con los predicados $P(x)$ = "x es un paciente", $M(x)$ = "x es un médico", $C(x)$ = "x es un curandero", y $G(x, y)$ = "a x le gusta y", expresar los conocimientos anteriores en forma de cláusulas y, por resolución, demostrar que ningún médico es curandero.

$$\exists x \; P(x) \wedge \forall y \, (M(y) \to G(x,y))$$

$$\neg \exists x \, (P(x) \wedge \exists y \, (C(y) \wedge G(x,y))) \equiv \forall x \forall y \, (P(x) \wedge C(y) \to \neg G(x,y))$$

$$\{\exists x \; P(x) \wedge \forall y \, (M(y) \to G(x,y)), \; \forall x \forall y \, (P(x) \wedge C(y) \to \neg G(x,y))\} \models$$

$\forall x \, (M(x) \to \neg C(x))$ o también: $\neg \exists x \, (M(x) \wedge C(x))$

$$\exists x \forall y \; P(x) \wedge (M(y) \to G(x,y))$$

$\downarrow$ a

$P(a) \wedge (M(y) \to G(a, y))$

$P(a)$, $\neg M(y) \vee G(a,y)$

$$\forall x \forall y \; (P(x) \wedge C(y) \to \neg G(x,y))$$

$\neg \forall x \, (M(x) \rightarrow \neg C(x))$

$\exists x \, \neg(M(x) \rightarrow \neg C(x))$

$\exists x \quad M(x) \wedge C(x)$

$b/ \quad M(b) \wedge C(b)$

$P(a), \; \neg M(y) \vee G(a,y), \; \neg P(x) \vee \neg C(y) \vee \neg G(x,y), \; M(b), \; C(b)$

$x/a$

$\neg C(y) \vee \neg G(a,y)$

$y/b$

$\neg G(a,y)$ $\quad y/b$

$\neg M(b)$

$\square$

Como el conjunto es inconsistente se verifica la consecuencia lógica