Problemas-2020-10-21

martes, 20 de octubre de 2020 15:28

José Manuel Pérez Álvarez

1

a) $K_n \to g(v) = n-1$

grafo euleriano → todos los vértices par

⇒ $n-1$ tiene que ser par

al añadir bucles el $g(v)$ aumenta en 2.

⇒ $n-1+2 \to n+1$ ⇒ será euleriano cuando $n+1$ sea par. Por lo que K_n será euleriano cuando <u>n sea un número impar.</u>

$n=1 \to 2$ ✓

$n=2 \to 3$ ✗

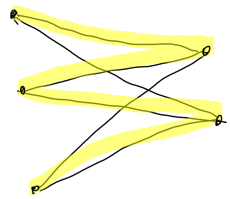
$n=3 \to 4$ ✓

b) K_7 $\quad g(v) = 6$ $\quad$ si se añade los lazos ⇒ $g(v) = 8$

se puede hacer un camino euleriano al tener todos los vértices pares

2 $|V| = 5$ $\quad \chi(G) = 2$ al ser bipartito

$K_{3,2}$



para hacer un C_5, por el teorema de Brooks, $K_{3,2}$ tendría que ser $\chi(G)=3$ para existir un C_5 que pase por los 5 vértices y fuese hamiltoniano.

Pero sí será semi-hamiltoniano.

3

	Jug.	Rondas ↓
F	2	2^1
S	4	2^2
O	8	2^3
C	16	2^4
	32	2^5
	p	

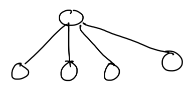
$$\boxed{\log_2 N = R \quad N = \text{jugadores} \quad R = \text{nº Rondas}}$$

$\log_2 25 = 4'64 \simeq$ <u>5 Rondas</u>

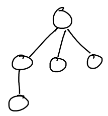
$$\boxed{2^{R-1} = x \quad x = \text{Partidas}}$$

$2^4 =$ <u>16 partidos</u>

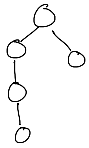
4 a) Si tenemos 5 vértices ⇒ habrá 4 aristas :



(1,1,1,1,4)

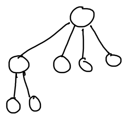


(1,1,1,2,3)

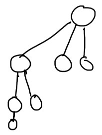


(1,1,2,2,2)

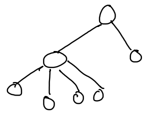
b) con 7 vértices $\Rightarrow$ 6 aristas $g(v) \leq 5$



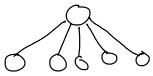
(1,1,1,1,1,3,4)



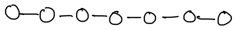
(1,1,1,1,2,3,3)



(1,1,1,1,1,2,5)



(1,1,1,1,1,1,6)



(1,1,2,2,2,2,2)

(5) $|V| = 21$ $A = 20$ $cg = \{1,3,5,6\}$

15 hojas 1 vertice $g(x) = 6$

$\sum g(v) = 2A$ $A = V - 1$

$15 + 3x + 5y + 6 = 40$ $15 + x + y + 1 = 21$

$3x + 5y = 19$ $x + y = 5$

$$\begin{cases} 3x + 5y = 19 \\ x + y = 5 \end{cases} \qquad x = 5 - y \to x = 5 - 2 = 3$$

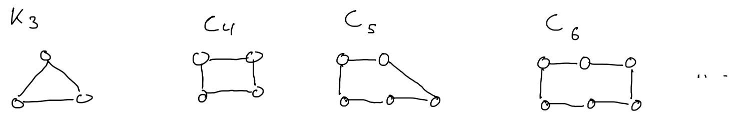
$3(5-y) + 5y = 19$

$15 - 3y + 5y = 19$

$2y = 4 \to y = 2 \Rightarrow$ Hay 2 vértices de grado 5

(6) Para demostrar que un grafo simple no trivial posee al menos 2 vértices que no son de cortes, haremos un subgrafo el cual será un árbol recubridor.
De este modo obtendremos un grafo del cual los únicos vértices con una valencia de 1 será los extremos, y mínimo habrá dos. Por tanto si eliminamos esos dos vértices extremos, el grafo seguirá siendo conexo.

(7) Todos los grafos uniciclos tienen el mismo nº de vértices que de aristas.
Todas sus valencias son 2.



Se puede observar que un grafo uniciclo, no es más que un árbol, pero con un ciclo, por lo que sería un pseudo arbol.

(8) $V = n$ $\quad \{\overset{v_1}{1}, \overset{v_2}{3}\}$ $\quad$ vertices de grado $3 = \frac{n-2}{2}$

$A = n - 1$

$x = n^{\circ}\ v_1$

$y = n^{\circ}\ v_2$

$$\begin{cases} x + y = n \rightarrow x = n - y \\ x + 3y = 2(n-1) \end{cases}$$

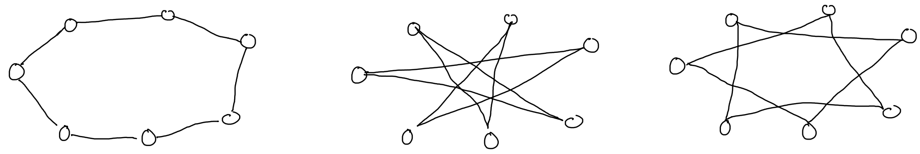
$$n - y + 3y = 2n - 2$$

$$2y = n - 2$$

$$\boxed{y = \frac{n-2}{2}}$$

(10)

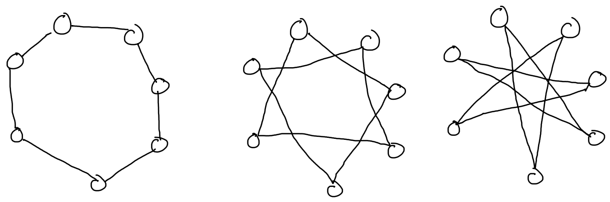
a) K_7



b) un K_n tiene n vértices y $\frac{n(n-1)}{2}$ aristas

un ciclo hamiltoniano tiene $\frac{2n}{2} \Rightarrow n$ aristas

c)



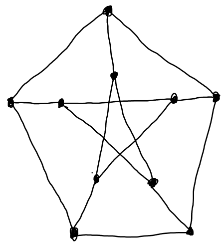
tiene 3 ciclos hamiltonianos, por lo tanto en 3 días se conocen todos.

En 5 días repetirán combinaciones.

(11)

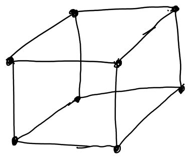
a) para K_n, el ciclo de menor longitud será $C_3 \Rightarrow$ cintura de $K_n = C_3$

Grafo Petersen

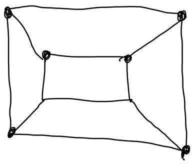


tiene cintura 5

b) cintura = 4 grafo 3-regular 4 Ciclos x 3 grados =



ó



c) haciendo una búsqueda en anchura de un grafo, encontraremos un ciclo cuando aparezcan aristas hacia atrás.

d) Con el mismo algoritmo que el apartado anterior, podremos ver de que longitud es el ciclo, y seleccionaremos el de menor longitud.