Estudiante: Luis Gerardo Dalguerre García
Código: 27180119

11. La utilidad por la venta de cierto artículo, en miles de soles, es una variable aleatoria con distribución normal. En el 5 % de las ventas, la utilidad ha sido menor que 3.42, mientras que el 1 % de las ventas ha sido mayor que 19.32. Si se realizan 16 operaciones de ventas, ¿cuál es la probabilidad de que el promedio de la utilidad por cada operación esté entre \$10,000 y \$12,000?

- De acuerdo a los datos:
  - $P(X < 3{,}42) = 0{,}05$
  - $P(X > 19{,}32) = 0{,}01$
  - $n = 16$

- Se estandariza y se igualan las ecuaciones para hallar la media μ y la varianza σ:
  - $P(\frac{X-\mu}{\sigma} < \frac{3{,}42-\mu}{\sigma}) = 0{,}05$

    $P(Z < \frac{3{,}42-\mu}{\sigma}) = 0{,}05$

    Mediante la tabla:

$$Z = -1{,}64 = \frac{3{,}42-\mu}{\sigma} \tag{1}$$

  - $P(\frac{X-\mu}{\sigma} > \frac{19{,}32-\mu}{\sigma}) = 0{,}01$

    $1 - P(Z \leq \frac{19{,}32-\mu}{\sigma}) = 0{,}01$

    $P(Z \leq \frac{19{,}32-\mu}{\sigma}) = 0{,}99$

    Mediante la tabla:

$$Z = 2{,}33 = \frac{19{,}32-\mu}{\sigma} \tag{2}$$

- Despejando de las ecuaciones (1) y (2) el término $\frac{\mu}{\sigma}$ e igualando las ecuaciones resultantes:

$$\frac{3{,}42}{\sigma} + 1{,}64 = \frac{19{,}32}{\sigma} - 2{,}33$$
$$3{,}97 = \frac{19{,}32 - 3{,}42}{\sigma}$$
$$\sigma = 4$$

- Se obtiene la media:

$$\frac{19{,}32 - \mu}{4} = 2{,}33$$
$$\mu = 10$$

- Sea X_m la media muestral y dividiendo 10,000 y 12,000 entre 1000:

$$= P(10 \leq X_m \leq 12)$$
$$= P(\frac{10-10}{\frac{4}{4}} \leq \frac{X_m - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \leq \frac{12-10}{\frac{4}{4}})$$
$$= P(0 \leq Z \leq 2)$$
$$= P(Z \leq 2) - P(Z \leq 0)$$
$$= 0{,}47725$$

12. La vida útil de cierta marca de llantas radiales es una variable aleatoria X cuya distribución es normal con $\mu = 38{,}000$ km y $\sigma = 3{,}000$ km.

a) Si la utilidad Y (en \$) que produce cada llanta está dada por la relación: $Y = 0{,}2X + 100$, ¿cuál es la probabilidad de que la utilidad sea mayor que 8,900\$?

b) Determine el número de tales llantas que debe adquirir una empresa de transporte para conseguir una utilidad media de al menos 7541\$ con probabilidad 0.996.

- De acuerdo a lo datos, se halla $E(Y)$, $Var(Y)$ y la $P(Y > 8900)$:

  - Se halla la media:

$$E(Y) = 0{,}2E(X) + E(100)$$
$$E(Y) = 0{,}2(38,000) + 100$$
$$E(Y) = 7700 = \mu$$

- Se halla la varianza:

$$Var(Y) = 0{,}2^2 Var(Y) + Var(100)$$
$$Var(Y) = 0{,}04(3000)^2 + 0$$
$$Var(Y) = 360,000 = \sigma^2$$

- Entonces, la probabilidad:

$$= P(Y > 8900)$$
$$= 1 - P(Y \leq 8900)$$
$$= 1 - P(\frac{Y-\mu}{\sigma} \leq \frac{8900-7700}{600})$$
$$= 1 - P(Z \leq 2)$$
$$= 0{,}0228$$

- Sea Y_m la utilidad media, entonces se halla n:

$$P(Y_m \geq 7541) = 0{,}996$$
$$1 - P(Y_m < 7541) = 0{,}996$$
$$P(\frac{Y_m - \mu}{\frac{\sigma}{n}} < \frac{7541-7700}{\frac{600}{\sqrt{n}}}) = 0{,}004$$
$$P(Z < \frac{(7541-7700)\sqrt{n}}{600}) = 0{,}004$$

Mediante la tabla:

$$Z = -2{,}65 = \frac{(7541-7700)\sqrt{n}}{600}$$
$$\frac{n(25281)}{360000} = 7{,}0225$$
$$n = 100$$

13. Un proceso automático llena de bolsas de café cuyo peso neto tiene una media de 250 gramos y una desviación estándar de 3 gramos. Para controlar el proceso, cada hora se pesan 36 bolsas escogidas al azar; si el peso neto medio está entre 249 y 251 gramos se continúa con el proceso aceptando que el peso neto medio es 250 gramos y en caso contrario, se detiene el proceso para reajustar la máquina.

a) ¿Cuál es la probabilidad de detener el proceso cuando el peso neto medio realmente es 250?

b) ¿Cuál es la probabilidad de aceptar que el peso neto promedio es 250 cuando realmente es de 248 gramos?

- Pregunta a):

$$
\begin{aligned}
&= P(X_m < 249) + P(X_m > 251) \\
&= P(Z < \frac{249-250}{\frac{3}{\sqrt{36}}}) + [1 - P(Z \leq \frac{251-250}{\frac{3}{\sqrt{36}}})] \\
&= P(Z < -2) + [1 - P(Z \leq 2)] \\
&= 0{,}0228 + 0{,}0228 \\
&= 0{,}0456
\end{aligned}
$$

- Pregunta b):

$$
\begin{aligned}
&= P(X_m < 249) \\
&= P(Z < \frac{249-250}{\frac{3}{\sqrt{36}}}) \\
&= P(Z < -2) \\
&= 0{,}0228
\end{aligned}
$$