14. La utilidad por la venta de cierto ariculo, en miles de soles, es una variable aleatoria con distribucion normal. En el 5% de las ventas la utilidad ha sido menos que 6.71 mientras que el 1% de las ventas ha sido mayor que 14.66. Si se realizan 16 operaciones de ventas.¿Cual es la probabilidad de que el promedio de la utilidad por cada operacion este entre $10 000 y $11 000?.

Planteamos el ejercicio:

X = utilidad

$P[z < \frac{6.71-\mu}{\sigma}] = 0.05$

$-1.64 = \frac{6.71-\mu}{\sigma}$

$-1.64\sigma + \mu = 6.71$

$\mu = 9.733$

$P[z < \frac{14.66-\mu}{\sigma}] = 0.99$

$2.33 = \frac{14.66-\mu}{\sigma}$

$2.33\sigma + \mu = 14.66$

$\sigma = 1.8742$

$P[10 \leq \bar{X} \leq 11]$

$P[z \leq 2.58] - P[z \leq 0.44]$

$0.995 - 0.67 = 0.325$

15. La vida útil en meses de una batería es una variable aleatoria X con distribución exponencial de parámetro β tal que, P[X>5/X>2]=$e^{-0.6}$.

En este ejercicio usaremos las formulas de distribucion exponencial:

$\mu = 1/\lambda$

$\sigma = 1/\lambda^2$

$F(x) = 1 - e^{-\lambda x}$

Entonces reemplazando en $F(x) = 1 - e^{-\lambda x}$:

$$\frac{1 - [1 - e^{-\beta(5)}]}{1 - [1 - e^{-\beta(2)}]} = e^{-0.6}$$

$$\frac{e^{-5\beta}}{e^{-2\beta}} = e^{-0.6}$$

$\beta = 0.2$

$\mu = 1/\beta = 1/0.2 = 5$

$\sigma = 1/\beta^2 = 1/0.2^2 = 25$

Entonces la funcion de densidad seria:

$f(x) = 0.2e^{-0.2x}\ si\ x > 0\ ;\ 0\ si\ x \leq 0$

16. En cierta poblacion de matrimonios el peso en kilogramos de esposos y esposas se distribuye normalmente N(80,100) Y N(64,69) respectivamente y son independientes. Si se eligen 25 matrimonios al azar de esa poblacion, calcular la probabilidad de que la media de los pesos sea a lo mas 137 kg.

Esposos: X $- >$ N(80,100)

Esposas: Y $- >$ N(64,69)

matrimonios M = X + Y $- >$ N(80+64,100+69)

n = 25

P[$\bar{M}$ $<$ 137]

$$P[\frac{\bar{M}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}} < \frac{137-144}{\sqrt{169/25}}] = P(z < -2.69) = 0.0036$$