



Centro de Investigación en Matemáticas, A.C.
Inferencia Estadística

Ayudantía 4

José Miguel Saavedra Aguilar

Para esta ayudantía, nos basamos en el libro [1].

El día de hoy, haremos bootstrap para estimar la desviación estándar de dos estimadores de la tasa λ de una v.a. exponencial. Sea $X \sim \exp(\lambda = 5)$. Recordemos

$$\mathbb{E}[X] = \frac{1}{\lambda}$$
$$\text{Var}(X) = \frac{1}{\lambda^2}$$

Utilizaremos dos estimadores obtenidos por el método de momentos,

$$\hat{\lambda} = \frac{n}{\sum_{i=1}^n X_i}$$
$$\tilde{\lambda} = \sqrt{\frac{n-1}{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}}$$

Iniciamos con una muestra aleatoria de $n = 300$ v.a. exponenciales con $\lambda = 5$.

```
n <- 300
lambda <- 5
x <- rexp(300, rate = lambda)
```

Ahora, definimos las estadísticas que utilizaremos.

```
est1 <- function(x) {
  # First Statistic, lambda estimator by the sample mean
  1/mean(x)
}

est2 <- function(x) {
  # Second Statistic, lambda estimator by the sample standard deviation
  n <- length(x)
  mX <- mean(x)
  sqrt((n-1) / sum((x - mX)^2))
}
```

Para el bootstrap, tomaremos $k = 100$ muestras de tamaño $m = 30$ para cada una de las estadísticas $\hat{\lambda}$ y $\tilde{\lambda}$.

```
k <- 100
m <- 30

lambdaEst1 <- numeric(k)
lambdaEst2 <- numeric(k)

for(i in 1:k){
  z <- sample(x, size = m, replace = FALSE)
  lambdaEst1[i] <- est1(z)
  lambdaEst2[i] <- est2(z)
}
```

Finalmente, estimamos la desviación estándar de las estadísticas $\hat{\lambda}$ y $\tilde{\lambda}$.

```
S1 <- sd(lambdaEst1)
S2 <- sd(lambdaEst2)

print(sprintf("La desviación estándar del estimador 1 es %2.3f",S1))

## [1] "La desviación estándar del estimador 1 es 0.991"

print(sprintf("La desviación estándar del estimador 2 es %2.3f",S2))

## [1] "La desviación estándar del estimador 2 es 1.319"
```

Referencias

- [1] L. Wasserman, *All of Statistics*. Springer New York, 2004. [Online]. Available: <https://doi.org/10.1007/978-0-387-21736-9>