Taller 2 p(3.3.5)

Juan M. Perea, Andres Lemus

23/09/2023

Dado

$p(v) = \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} 4\pi v^2 e^{-\frac{mv^2}{2kT}}$

Donde:
- m La masa de la molecula.
- k Constante de Boltzmann.
- T Temperatura en Kelvin.
- v Velocidad de la molecula de gas.

Se puede expresar E como la siguiente integral:

$$E = \int_0^\infty \frac{1}{2} m v^2 p(v)\, dv$$

Calculamos la integral

$$\begin{aligned} E &= \frac{1}{2} m \int_0^\infty v^2 \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} 4\pi v^2 e^{-\frac{mv^2}{2kT}}\, dv \\ &= \frac{2\pi m^{3/2}}{(2\pi kT)^{3/2}} \int_0^\infty v^4 e^{-\frac{mv^2}{2kT}}\, dv \end{aligned}$$

Sustitución $u = \frac{mv^2}{2kT}$, $du = \frac{mv}{kT} dv$:

$$E = \frac{2\pi m^{3/2}}{(2\pi kT)^{3/2}} \left(\frac{kT}{m}\right)^{5/2} \int_0^\infty u^{5/2} e^{-u} \left(\frac{kT}{m}\right) du$$

$$E = \frac{2\pi}{2\pi kT} \left(\frac{kT}{m}\right) \frac{1}{2} \Gamma\left(\frac{7}{2}\right) \left(\frac{kT}{m}\right)^{5/2}$$

$$E = \frac{1}{2} \frac{3!}{2} \frac{kT}{m} = \frac{3}{2} \frac{kT}{m}$$

Para obtener la formula:

$$U = N \cdot E = \frac{3}{2} NkT$$

Donde:
- N Numero de moleculas.
- k Constante de Boltzmann.
- T Temperatura en Kelvin.