Dado que la derivada de $f(x_j)$ es dada por
$\frac{d}{dx}f(x_j) = \lim_{h\to 0} \frac{f(x_j+h)-f(x_j)}{h}$

El termino $f(x+h)$ se puede expandir usando series de taylor tal que

$f(x+h) = f(x) + hf'(x) + \frac{h^2}{2}f''(x)$....... para $h << 1$

Igual para $f(x-h)$

$f(x-h) = f(x) - hf'(x) + \frac{h^2}{2}f''(x)$....... para $h << 1$ Para estimar la segunda derivada se suman los dos desarrollos

$f''(x) = \frac{f(x+h)-2f(x)+f(x-h)}{h^2} + O(h^2)$ Lo que para un punto es
$f''(x) \approx \frac{f(x_{j+1})-2f(x_j)+f(x_{j-1})}{h^2}$ Con orden $O(h^2)$

Para obtener la cuarta derivada continuamos con el mismo proceso para obtener $f''''(x) \approx \frac{f(x_{j+2})-4f(x_{j+1})+6f(x_j)-4f(x_{j-1})+f(x_{j-2})}{h^4}$
El cual tiene orden $O(h^k)$ en donde $k = 4$