

# Taller 1 (Teórico)

Juan M. Perea, Andres Lemus

29/08/2023

## i. Derivación

(1) Dados los polinomios de Taylor:

$$f(x+2h) = f(x) + 2hf'(x) + \frac{(2h)^2}{2!}f''(x) + \dots \frac{(2h)^n}{n!} \frac{d^n}{dx} f(x)$$

$$f(x-2h) = f(x) - 2hf'(x) + \frac{(2h)^2}{2!}f''(x) - \dots (-1)^n \frac{(2h)^n}{n!} \frac{d^n}{dx} f(x)$$

Se suman las expresiones tal que:

$$f(x+2h) + f(x-2h) = 2f(x) + (2h)^2 f''(x) + \frac{2(2h)^4}{4!} \frac{d^4}{dx} f(x) + \frac{2(2h)^6}{6!} \frac{d^6}{dx} f(x) \dots$$

Se despeja la segunda derivada:

$$f''(x) = \frac{f(x+2h) - 2f(x) + f(x-2h)}{(2h)^2} + \frac{2(2h)^4}{4!} \frac{d^4}{dx} f(x) + \frac{2(2h)^6}{6!} \frac{d^6}{dx} f(x) \dots$$

Para algun punto de la partición:

$$f''(x_i) \approx \frac{f(x_{i+2}) - 2f(x_i) + f(x_{i-2}))}{4h^2}$$

(5) Dados los polinomios:

$$f(x+h) = f(x) + hf'(x) + \frac{h^2}{2!}f''(x) + \dots \frac{h^n}{n!} \frac{d^n}{dx} f(x)$$

$$f(x-h) = f(x) - hf'(x) + \frac{h^2}{2!}f''(x) - \dots (-1)^n \frac{h^n}{n!} \frac{d^n}{dx} f(x)$$

$$f(x+2h) = f(x) + 2hf'(x) + \frac{(2h)^2}{2!}f''(x) + \dots \frac{(2h)^n}{n!} \frac{d^n}{dx} f(x)$$

$$f(x-2h) = f(x) - 2hf'(x) + \frac{(2h)^2}{2!}f''(x) - \dots (-1)^n \frac{(2h)^n}{n!} \frac{d^n}{dx} f(x)$$

Se usa la siguiente combinación:

$$f(x+2h) + f(x-2h) - 4[f(x+h) + f(x-h)]$$

$$= -6f(x) + \frac{h^4}{2}f^{iv}(x) \dots$$

Se despeja la cuarta derivada:

$$f^{iv}(x) = \frac{f(x+2h) - 4f(x+h) + 6f(x) - 4f(x-h) + f(x+2h)}{h^4} + [Oh^6]$$

Para algun punto de la partición:

$$f^{iv}(x_i) = \frac{f(x_{i+2}) - 4f(x_{i+1}) + 6f(x_i) - 4f(x_{i-1}) + f(x_{i-2}))}{h^4}$$