

Universidade do Minho

2º Semestre 2014/15

(LEI, 3º Ano)

Modelos Estocásticos de Investigação Operacional

## Trabalho Prático N° 1

*(Problema de Programação Dinâmica Estocástica)*

### Identificação do Grupo

<u>Número:</u>	<u>Nome completo:</u>	<u>Assinatura:</u>
69363	Bruno Alexandre Torres Pereira	Bruno Torres
69857	João Paulo Rodrigues Pinto da Silva	João Paulo
67636	Patrícia Sofia Duarte Rocha	Patrícia Rocha

Data de entrega: 2015-03-30

## RESUMO

Como resposta ao desafio da unidade curricular de Modelos Estocásticos de Investigação Operacional, foi construído este relatório por forma a explicar todo o processo e decisões necessárias à resolução do mesmo.

Este trabalho aborda todos os conceitos apresentados nas aulas práticas e teóricas sobre programação dinâmica estocástica, aplicando-os a uma situação de apoio à decisão da política de manutenção de um processo industrial.

Todas as fases de desenvolvimento da solução para o problema proposto serão aqui especificadas e devidamente documentadas.

**Palavras-chave:** MEIO, Programação Dinâmica Estocástica, Número Infinito de Estágios, Decisões, Estados, Matriz, Eficiência, Minimização, Política.

## Índice

Índice .....	iii
1. INTRODUÇÃO .....	1
2. ANÁLISE E INTERPRETAÇÃO .....	2
2.1 Parametrização do Processo .....	2
2.2 Tempo Não Produtivo .....	2
2.3 Modelos de Decisão .....	4
3. RESULTADOS .....	6
4. CONCLUSÕES .....	8

---

## 1. INTRODUÇÃO

Como referido anteriormente, este trabalho tem como objetivo a abordagem do processo de desenvolvimento de um modelo estocástico de investigação operacional, por forma a avaliar qual a melhor política de decisão. Para tal, serão calculados todos os fatores importantes na escolha da melhor solução.

### **Organização do Trabalho**

Inicia-se o relatório por identificar todos os parâmetros necessários à resolução do problema, em seguida é apresentado o cálculo do tempo não produtivo dos diferentes cenários e apresentados os diferentes modelos/redes de decisão, por último são analisados os resultados e, apresentadas as respostas às diversas alíneas deste trabalho prático.

---

## 2. ANÁLISE E INTERPRETAÇÃO

### 2.1 Parametrização do Processo

Numa fase inicial são identificados todos os parâmetros essenciais para a resolução deste problema, depois de uma leitura cuidada e atenta ao enunciado disponibilizado, identificaram-se os seguintes itens:

- **Estados:** Níveis de desgaste dos equipamentos que se situam entre 1 (degradação mínima) a 6 (degradação máxima).
- **Estágios:** Início de cada semana, tendo como uma semana 5 dias (correspondendo aos dias de trabalho “normais”). O número de estágios será no entanto infinito, a solução será encontrada quando houver convergência de valores.
- **Decisões:** Não realizar manutenção (0), realizar manutenção do tipo 1 (1) e realizar manutenção do tipo 2 (2).
- **Objetivo:** Minimizar o tempo não produtivo do equipamento.

### 2.2 Tempo Não Produtivo

Com o objetivo de responder ao requerido é necessário calcular o tempo não produtivo de cada equipamento. Neste contexto, o tempo de não produção, é afetado por 2 fatores:

- Degradação do equipamento, pois quanto mais degradado o equipamento pior é a sua eficiência e, consequentemente, menor é o tempo de produção;
- Paragens de produção causadas por uma decisão de manutenção ao equipamento.

É necessário ainda decidir qual o tempo “normal” de produção, foram assumidas 8 horas de trabalho por dia, distribuídas pelos 5 dias da semana de trabalho, logo os tempos de paragem das manutenções 1 e 2 são respetivamente 4 e 8 horas (meio dia e um dia). Da mesma forma a reparação obrigatória (dada a um equipamento no estado máximo de degradação) obriga a parar 8 horas com probabilidade de 0.25 e 12 horas com 0.75 de probabilidade, que gera uma média de 11 horas de paragem devido a reparações forçadas.

O cálculo da eficiência de um equipamento é dado pela expressão do cálculo da eficiência descrita no enunciado:

$$\alpha(\text{eficiência}) = 1 - \frac{e^k}{240}$$

Onde k representa a média dos valores dos estados (inicial e seguinte). Isto significa que o valor da eficiência de um dado equipamento, tendo que k é 1, ou seja, não existe ainda degradação o equipamento funciona durante as 8 horas, já para k=0, ou seja, degradação total, o equipamento não funciona permanecendo sem produzir todas as 8 horas de trabalho.

Calculando k para todas as passagens de estados i para j em que i, j pertencem ao domínio anteriormente identificado para os estados, obtém-se a matriz apresentada na figura 1. Através desta podemos facilmente calcular a matriz para os valores da eficiência ( $\alpha$ ) para cada passagem de estados (Figura 2).

k(i,j)	1	2	3	4	5	6
1	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5
2	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0
3	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0	4,5
4	2,5	3,0	3,5	4,0	4,5	5,0
5	3,0	3,5	4,0	4,5	5,0	5,5
6	3,5	4,0	4,5	5,0	5,5	6,0

**Figura 1** - Matriz com os valores de k

$\alpha(i,j)$	1	2	3	4	5	6
1	0,99	0,98	0,97	0,95	0,92	0,86
2	0,98	0,97	0,95	0,92	0,86	0,77
3	0,97	0,95	0,92	0,86	0,77	0,62
4	0,95	0,92	0,86	0,77	0,62	0,38
5	0,92	0,86	0,77	0,62	0,38	-0,02
6	0,86	0,77	0,62	0,38	-0,02	0,00

**Figura 2** - Matriz com os valores de  $\alpha$

Assim sendo, é agora necessário multiplicar pelo número de horas laborais (8 horas\*5dias = 40 horas) para obter o número de horas de produção de cada equipamento que sofre dada transição. Como o pretendido é minimizar o tempo não produtivo, faz-se a diferença entre a matriz obtida e o total de horas

	1	2	3	4	5	6
1	0,5	0,7	1,2	2,0	3,3	5,5
2	0,7	1,2	2,0	3,3	5,5	9,1
3	1,2	2,0	3,3	5,5	9,1	15,0
4	2,0	3,3	5,5	9,1	15,0	24,7
5	3,3	5,5	9,1	15,0	24,7	40,8
6	5,5	9,1	15,0	24,7	40,8	40,0

**Figura 3** - Matriz de tempo não produtivo

de produção “normais” para um produto 100% eficiente, obtém-se então a última matriz com as horas de produção perdidas (Figura 3).

A esta matriz, excluindo transições com nenhuma probabilidade de ser realizar, como por exemplo, transições de estados de maior degradação para estados onde o equipamento se encontra em melhor estado, ou então do primeiro (estado 1) para o último estado (estado 6) é também considerada como uma transição impossível pois esta matriz ainda não contempla as horas de paragem causadas pelas manutenções/reparações. Para conseguir agora representar também as horas perdidas causadas pelas paragens de manutenção ou reparação temos que usar esta matriz para gerar duas outras, adicionando-lhes o número de horas de paragem que as manutenções dos dois tipos exigem, 4 e 8 horas para o tipo 1 (Figura 4) e 2 (Figura 5), respetivamente, no caso de uma reparação forçada é adicionada a média calculada anteriormente de 11 horas.

	1	2	3	4	5	6
1						
2	4,7					
3	5,2	6,0				
4	2,5	7,3	9,5			
5	3,8	6,0	13,1	19,0		
6						

**Figura 4** - Matriz de tempo não produtivo - tipo 1

	1	2	3	4	5	6
1						
2	8,7					
3	9,2					
4	10,0					
5	11,3					
6						

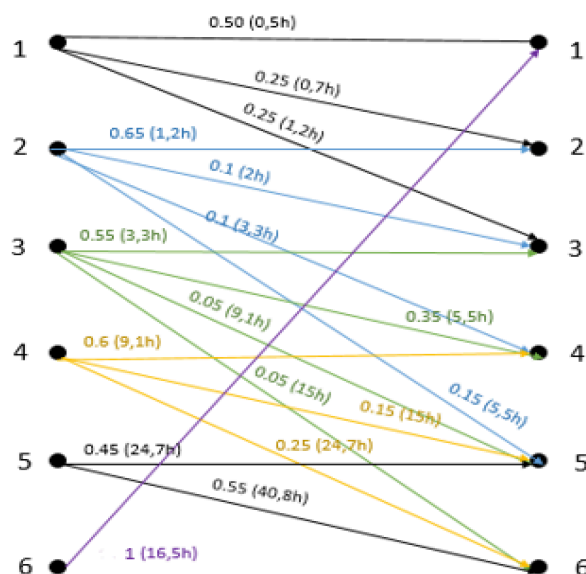
**Figura 5** - Matriz de tempo não produtivo - tipo 2

## 2.3 Modelos de Decisão

Utilizando os valores da matriz de probabilidade que nos foram fornecidos com o número de aluno 69303 (Anexo 1), foram construídos os modelos de decisão para as diferentes alternativas, sem manutenção (0), com manutenção do tipo 1 (1), com manutenção do tipo 2 (2).

À matriz gerada foi acrescentada a reparação obrigatório (probabilidade é 1) dos equipamentos no último estado, com o máximo de degradação, esta faz com que o equipamento volte diretamente ao estado 1 (sem degradação) e o tempo de não produção associado a este arco é dado pela média calculada anteriormente (11 horas) somado ao tempo de ineficiência da transição do estado 6 para 1 (5.5 horas consultando a matriz de tempo de não produção – Figura 3). Este arco estará presente em todas as redes do modelo de decisão pois é um requisito obrigatório do problema.

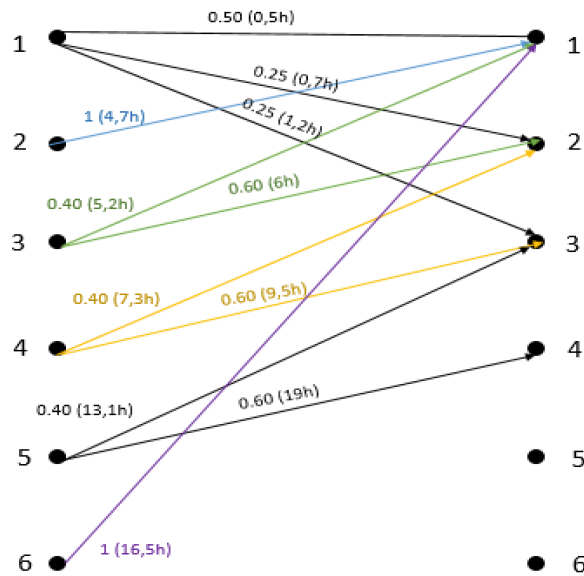
A primeira rede corresponde à decisão “sem manutenção” (0) onde não vão ser utilizados quaisquer tipos de manutenção, apenas considera então a reparação obrigatória. (Figura 7). A segunda (Figura 8) refere-se à decisão de realizar sempre uma manutenção do tipo 1, assumimos aqui que um equipamento que esteja no estado 1 não necessita de qualquer tipo de manutenção (o mesmo é assumido para a decisão de manutenção do tipo 2),



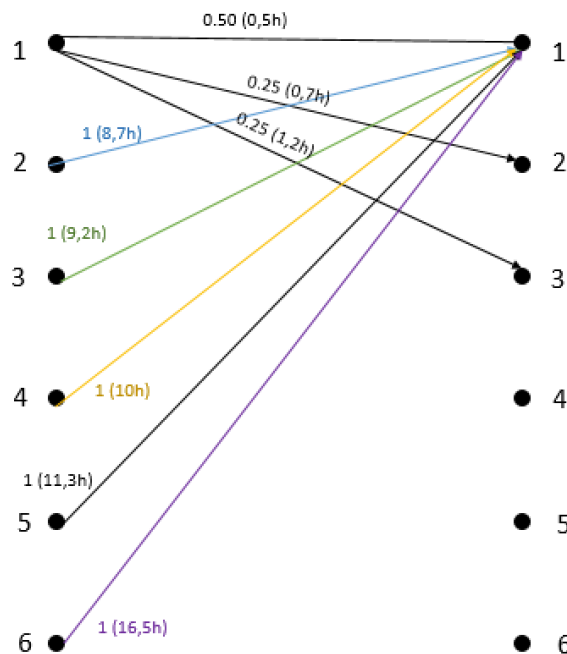
**Figura 7** - Rede apenas com reparação obrigatória

nesta rede temos que um equipamento pode transitar para o estado anterior ou para dois estados antes com uma probabilidade de 0.6 e 0.4, respectivamente, no caso do estado 2 apenas haverá um arco para o estado um com a soma das probabilidades (não é possível ir para um estado menor que 1).

No anexo 2 apresenta-se toda a folha de cálculo com a resolução e determinação da melhor política para minimização de tempo de não produção, ou seja, tempo de inatividade dos equipamentos.



**Figura 8** - Rede com manutenção do tipo 1



**Figura 9** - Rede com manutenção do tipo 2



---

### 3. RESULTADOS

Nesta última parte do relatório serão discutidas as resoluções das diversas questões deste trabalho prático.

A resposta à primeira pergunta obtém-se pela análise da folha de cálculo gerada (Anexo 2), como seria de esperar para um equipamento no estado 1 não é feito qualquer tipo de reparação ou manutenção, assim como no estado 6 é feita uma reparação obrigatória. Quanto aos outros estados, em 2 e 3 deve ser realizada uma manutenção do tipo 1, já em 3 e 4 uma manutenção do tipo 2 é mais correta para minimizar o tempo de paragem e de não produção.

Tendo em conta este problema esta seria a política de minimização de horas de paragem:

- Estado 1: sem qualquer manutenção;
- Estado 2: manutenção do tipo 1;
- Estado 3: manutenção do tipo 1;
- Estado 4: manutenção do tipo 2;
- Estado 5: manutenção do tipo 3;
- Estado 6: reparação obrigatória.

Em relação às restantes questões, sabe-se que este problema apenas se foca no tempo de não produção o que não representa a realidade das empresas que se sujeitam a muitos mais fatores para decisões de políticas de produção/trabalho.

Os custos das reparações seriam um desses fatores, minimização de custos, caso a fábrica dependesse de transportes de fornecedores para funcionar, este poderia ser outro fator a ter em conta, por exemplo, qual o fornecedor que mais rapidamente realizaria a entrega de forma a minimizar tempos de paragens pela inexistência de matéria prima. O desempenho dos funcionários, caso o equipamento dependesse destes, também influenciaria a rapidez de produção. A qualidade do produto deveria ser também considerada, etc.

Desta forma, foi reformulado o enunciado inicial para o seguinte:

Os custos de paragem (não produção) de um equipamento são dados pela seguinte tabela:

**Tabela 1** - Custos de não produção

	1	2	3	4	5	6
1	1	2	4	6	-----	-----
2	-----	4	6	10	17	-----
3	-----	-----	10	17	27	45
4	-----	-----	-----	27	45	74
5	-----	-----	-----	-----	74	122
6	395	-----	-----	-----	-----	-----

---

Dado que os custos de manutenção do tipo 1 e 2 são dados por:

**Tabela 2** - Custos de manutenção do tipo 1

	1	2	3	4	5
1	----	----	----	----	----
2	142	----	----	----	----
3	144	146	----	----	----
4	----	150	157	----	----
5	----	----	167	185	----

**Tabela 3** - Custos de manutenção do tipo 2

	1	2	3	4	5
1	----	----	----	----	----
2	282	----	----	----	----
3	284	----	----	----	----
4	286	----	----	----	----
5	290	----	----	----	----

Estes custos foram calculados assumindo que por hora se cobram 3 euros para manutenções (pela inatividade do equipamento) e 35 euros pelas reparações.

---

## **4. CONCLUSÕES**

Com a realização deste trabalho surgiu uma melhor percepção deste tipo de problemas, obtidos pela prática e estudo que este exercício exigiu.

Pela reformulação que foi exigida na segunda alínea, que requeria investigação sobre problemas reais foi verificada a importância deste tipo de resoluções para qualquer tipo de empresa cujo modelo de produção/trabalho se encaixe no âmbito da programação dinâmica e daí a vitalidade desta unidade curricular para qualquer

# Anexos

# Anexo 1

Nº de aluno usado: 69303

Probabilidades de transição entre estados de degradação:						
	Condição na próxima semana (j)					
Condição atual (i)	1	2	3	4	5	6
1	0,5	0,25	0,25	0	0	0
2	0	0,65	0,1	0,1	0,15	0
3	0	0	0,55	0,35	0,05	0,05
4	0	0	0	0,6	0,15	0,25
5	0	0	0	0	0,45	0,55

## Anexo 2

[illegible]

		1	0,50	0,25	0,25	0,00	0,00	0,00	0,50	0,70	1,20	0,00	0,00	0,00	0,73	16,81		17,54		17,54		2,44
		2	0,00	0,65	0,10	0,10	0,15	0,00	0,00	1,20	2,00	3,30	5,50	0,00	2,14	19,34		21,48		19,80		2,44
	0	3	0,00	0,00	0,55	0,35	0,05	0,05	0,00	0,00	3,30	5,50	9,10	15,00	4,95	22,22		27,16		22,13		2,44
		4	0,00	0,00	0,00	0,60	0,15	0,25	0,00	0,00	0,00	9,10	15,00	24,70	13,89	25,85		39,73		27,38		2,44
		5	0,00	0,00	0,00	0,00	0,45	0,55	0,00	0,00	0,00	0,00	24,70	40,80	33,56	26,82		60,37		26,40		2,44
		6	1,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	16,50	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	16,50	15,10		31,60		31,60		2,44
8		1	0,50	0,25	0,25	0,00	0,00	0,00	0,50	0,70	1,20	0,00	0,00	0,00	0,73	16,81		17,54				
		2	1,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	4,70	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	4,70	15,10		19,80				
	1	3	0,40	0,60	0,00	0,00	0,00	0,00	5,20	6,00	0,00	0,00	0,00	0,00	5,68	16,45		22,13				
		4	0,00	0,40	0,60	0,00	0,00	0,00	0,00	7,30	9,50	0,00	0,00	0,00	8,62	18,76		27,38				
		5	0,00	0,00	0,40	0,60	0,00	0,00	0,00	0,00	13,10	19,00	0,00	0,00	16,64	22,84		39,48				
		6	1,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	16,50	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	16,50	15,10		31,60				
		1	0,50	0,25	0,25	0,00	0,00	0,00	0,50	0,70	1,20	0,00	0,00	0,00	0,73	16,81		17,54				
		2	1,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	8,70	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	8,70	15,10		23,80				
	2	3	1,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	9,20	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	9,20	15,10		24,30				
		4	1,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	10,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	10,00	15,10		25,10				
		5	1,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	11,30	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	11,30	15,10		26,40				
		6	1,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	16,50	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	16,50	15,10		31,60				
		1	0,50	0,25	0,25	0,00	0,00	0,00	0,50	0,70	1,20	0,00	0,00	0,00	0,73	19,25		19,98		19,98		2,44
		2	0,00	0,65	0,10	0,10	0,15	0,00	0,00	1,20	2,00	3,30	5,50	0,00	2,14	21,78		23,92		22,24		2,44
	0	3	0,00	0,00	0,55	0,35	0,05	0,05	0,00	0,00	3,30	5,50	9,10	15,00	4,95	24,66		29,60		24,57		2,44
		4	0,00	0,00	0,00	0,60	0,15	0,25	0,00	0,00	0,00	9,10	15,00	24,70	13,89	28,29		42,17		29,82		2,44
		5	0,00	0,00	0,00	0,00	0,45	0,55	0,00	0,00	0,00	0,00	24,70	40,80	33,56	29,26		62,81		28,84		2,44
		6	1,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	16,50	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	16,50	17,54		34,04		34,04		2,44
9		1	0,50	0,25	0,25	0,00	0,00	0,00	0,50	0,70	1,20	0,00	0,00	0,00	0,73	19,25		19,98				
		2	1,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	4,70	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	4,70	17,54		22,24				
	1	3	0,40	0,60	0,00	0,00	0,00	0,00	5,20	6,00	0,00	0,00	0,00	0,00	5,68	18,89		24,57				
		4	0,00	0,40	0,60	0,00	0,00	0,00	0,00	7,30	9,50	0,00	0,00	0,00	8,62	21,20		29,82				
		5	0,00	0,00	0,40	0,60	0,00	0,00	0,00	0,00	13,10	19,00	0,00	0,00	16,64	25,28		41,92				
		6	1,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	16,50	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	16,50	17,54		34,04				
		1	0,50	0,25	0,25	0,00	0,00	0,00	0,50	0,70	1,20	0,00	0,00	0,00	0,73	19,25		19,98				
		2	1,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	8,70	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	8,70	17,54		26,24				
	2	3	1,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	9,20	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	9,20	17,54		26,74				
		4	1,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	10,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	10,00	17,54		27,54				
		5	1,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	11,30	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	11,30	17,54		28,84				
		6	1,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	16,50	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	16,50	17,54		34,04				