IA – Tarea 3 – Pregunta 1

José Manuel Jouanne

1.1

La diferencia entre Early-A* y A* es que Early-A* examina los **sucesores** de cada nodo abierto para verificar si alguno es el objetivo y si su costo es menor al alcanzado hasta ese momento para llegar al objetivo. Una vez que el nodo extraído tiene un "f" mayor o igual a U, significa que no se encontrarán caminos con menor costo, por lo que se retorna la solución con costo más bajo encontrada hasta el minuto.

La principal ventaja de usar Early-A* por sobre A*, es que Early-A* da la posibilidad de encontrar la solución un tanto antes que A*, recorriendo menos nodos. La solución se encuentra antes, dado que A* encuentra la solución extrayéndola de Open y verificando simplemente que sea solución, mientras que Early-A* va viendo soluciones antes de insertarlas en Open y registrando las con costo mínimo, de manera que, cuando el nodo extraído de Open tenga un costo mayor o igual al de U (costo mínimo de solución encontrado hasta el momento), se sabrá con certeza que el nodo asociado a ese U era la solución óptima y se retornará sin necesidad de haber abierto el nodo.

1.2

Sea $\delta(s,t)$ el costo de un camino óptimo entre los nodos s y t. Sea h una heurística admisible, de manera que $h(s) \leq \delta(s, s_{goal})$.

Primero debemos demostrar que se cumple que existe un nodo s* en Open que es tal que:

1- s* está en el camino óptimo hacia s_{goal}.
2- Se cumple que $g(s^*) = \delta(s_{start}, s^*)$

<u>Caso Base:</u> $s^* = s_1 = s_{start}$. Cumple que s* está en el camino hacia s_{goal} y cumple que

$$g(s_{start}) = \delta(s_{start}, s_{start}) = 0$$

<u>HI:</u> suponiendo que estas dos propiedades se cumplen para un nodo s_k en Open, tenemos dos posibles casos para la iteración siguiente:

I. <u>No se expande s_k:</u> en este caso, s_k sigue estando en Open cumpliendo ambas propiedades, por lo que se sigue cumpliendo la hipótesis.

II. <u>Se expande s_k:</u> dado que s_k pertenece al camino óptimo hacia s_{goal}, entonces, entre los sucesores de s_k habrá un nodo s_{k+1} que también pertenece al camino óptimo hacia s_{goal}, cuyo costo será asignado en la iteración, cumpliendo que:

$$g(s_{k+1}) = \delta(s_{start}, s_k) + \delta(s_k, s_{k+1}) = \delta(s_{start}, s_{k+1})$$

Esta iteración dejará a s_{k+1} en Open cumpliendo (1) y (2).

Queda entonces demostrado que existe un nodo s* en Open que está en el camino óptimo hacia s_{goal} y que cumple que $g(s^*) = \delta(s_{start}, s^*)$. Ahora, con respecto a s*, ya sabemos que:

$$\delta(s_{start}, s^*) + \delta(s^*, s_{goal}) = \delta(s_{start}, s_{goal})$$

Sabemos que $g(s^*) = \delta(s_{start}, s^*)$ y que $h(s) \leq \delta(s, s_{goal})$, reemplazando lo términos obtenemos que:

$$g(s^*) + h(s^*) \leq \delta(s_{start}, s_{goal}) \qquad (1)$$

Si dentro de los sucesores de un nodo s_n se encuentra una solución al problema, habrán dos opciones:

I. Si $g(s_{n+1})$ es menor que el costo menor encontrado hasta el minuto para llegar a una solución (U), entonces $U = g(s_{n+1})$, pasando este a ser costo mínimo encontrado hasta el minuto, siendo $g(s_{n+1}) \leq \delta(s_{start}, s_{goal})$.

II. Si $g(s_{n+1})$ es mayor o igual a este costo (U), no pasa nada.

Al minuto que se extrae un nodo s de Open, tal que con $U \leq f(s)$, se cumple que:

$$f(s) = \min_{t \in Open} \{f(t)\}$$

$$f(s) \leq f(t) \ \forall \ t \in Open$$

(Esto ocurre después de haber encontrado al menos una solución, ya que U comienza siendo infinito). Al mismo tiempo, sabemos que

$$g(s_{n+1}) \leq f(s)$$

Dado que $U = g(s_{n+1})$, siendo s_{n+1} la última solución con menor costo encontrada. Luego:

$$g(s_{n+1}) \leq f(t) \ \forall \ t \in Open$$

Lo que ya nos permite concluir que dentro de Open, ya no se pueden encontrar más soluciones que tengan un costo inferior al ya encontrado en s_{n+1}. Queda entonces demostrado que Early-A* encuentra una solución óptima cuando h es admisible.