

### Interação da radiação com a matéria através da equação de Bethe-Bloch

Quando partículas carregadas, massivas e energéticas, passam pela matéria, elas podem ionizar ou excitar os átomos em seu caminho ao colidir e transmitir energia aos elétrons atômicos. Embora a perda de energia ocorra devido a uma série de eventos discretos, e embora cada evento tenha um resultado aleatório (por exemplo, os elétrons liberados podem obter uma quantidade variável de energia), ainda podemos aproximar o processo como uma perda contínua de energia. O resultado, elaborado pela primeira vez por Hans Bethe (1906–2005), é conhecido como Fórmula Bethe ou Equação Bethe-Bloch, que descreve a média da perda de energia por distância percorrida das partículas carregadas atravessando a matéria (ou, alternativamente, o "poder de parada" do material). Eventos da história dos estudos da perda de energia de radiação:

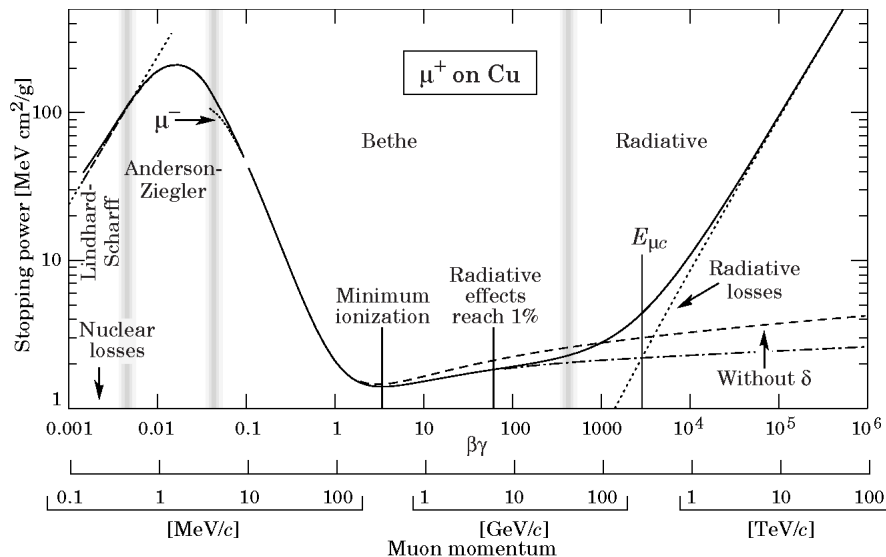
- 1915: Niels Bohr, fórmula clássica, prêmio Nobel em 1922.
- 1930: Fórmula não-relativística encontrada por Hans Bethe
- 1932: Fórmula relativística encontrada por Hans Bethe

Equação de Bethe-Bloch:

$$-\frac{dE}{dx} = K z^2 \rho \frac{Z}{A} \frac{1}{\beta^2} \left[ \ln \left( \frac{2m_e c^2 \beta^2 \gamma^2}{I} \right) - \beta^2 \right]$$

| Símbolo   | Significado                           | valor ou unidade                            |
|-----------|---------------------------------------|---|
| $K$       | $4\pi N_A r_e^2 m_e c^2$              | 0,307 MeV cm <sup>2</sup> mol <sup>-1</sup> |
| $N_A$     | Número de Avagadro                    | $6,022 \times 10^{23}$ mol <sup>-1</sup>    |
| $r_e$     | Raio clássico do elétron <sup>1</sup> | 2,818 fm                                    |
| $m_e c^2$ | Massa do elétron                      | 0,5110 MeV                                  |
| $M$       | Massa da partícula incidente          | MeV   |
| $z$       | Carga da Partícula incididente        | adimensional (e)                            |
| $Z$       | Número atômico do meio                | adimensional (e)                            |
| $A$       | Número de massa do meio               | gmol <sup>-1</sup>                          |
| $I$       | Energia média de excitação            | MeV   |
| $\rho$    | Densidade do meio                     | gcm <sup>3</sup>                            |

A figura abaixo é a função calculada para múons ao interagir com o cobre.



O projeto<sup>2</sup> consiste em calcular a distribuição diferencial da energia de um múon passando pelo cobre e integrar a equação para obter a perda total de energia por ionização.

Inicialmente será explorada a relação entre  $\beta^3$ ,  $\gamma^4$  e  $\beta\gamma$ , onde as partículas carregadas irão variar de fracamente relativísticas ( $\beta = 0,1$ ) a ultra-relativísticas ( $\gamma = 100$ ). Em seguida, a equação de Bethe-Bloch será construída um pedaço de cada vez.

- (1) Escreva uma função em Python chamada **def gamma (beta)**: que tenha como argumento  $\beta$  e retorne  $\gamma$ . Teste-o para um valor de  $\beta$ , como por exemplo, 0,6.
- (2) Certifique-se de que sua função *gamma (beta)* pode aceitar um vetor de  $\beta$  e retornar um vetor compatível de  $\gamma$ .
- (3) A partir de um vetor de valores  $\beta$  variando de 0 a 0,995, faça um gráfico *gamma* versus  $\beta$ .
- (4) Faça um gráfico  $\gamma\beta$  versus  $\beta$ . O que você observa?
- (5) Trace o argumento do log natural na equação de Bethe-Block em uma função de  $\gamma\beta$ . Faça o argumento ser uma nova função **ln\_argument()**. Para você: essa função deve aceitar  $\beta$  ou  $\gamma$  como um argumento, ou ambos, ou seu produto? Observe que pode ser muito difícil obter  $\beta$  com uma boa precisão a partir  $\gamma$  em baixas velocidades; o oposto é difícil em velocidades muito altas. Faça o gráfico para um intervalo de 0,1 a 100.
- (6) Esse gráfico não mostra a região de interessante para valores baixos de  $\beta$ . Faça o plot com uma escala logarítmica no eixo vertical? Dica: Procure na ajuda do matplotlib a função *semilogy()*. Ficou melhor? Talvez ambos os eixos?
- (7) Provável que agora, seus valores  $\gamma\beta$  não estão uniformemente espaçados no gráfico. Faça um vetor de valores  $\gamma\beta$  que tenham um logaritmo uniformemente espaçado de 0,1 a 100. Repita o gráfico mais uma vez usando os novos argumentos. Uma identidade útil aqui é  $\gamma^2 = (\gamma\beta)^2 + 1$
- (8) Plote o conteúdo dos colchetes versus  $\gamma\beta$  usando o mesmo espaçamento do vetor de log para o argumento x. Para termos números reais de  $I$ , escolha múons que penetram em um absorvedor de cobre. Esse é um número adimensional que pode variar de 3,55 a mais de 16.
- (9) Finalmente, plote toda a equação  $-(dE/dx)$ , a energia perdida por unidade de distância, para múons que passam pelo cobre. Os dados de que você precisa sobre o cobre estão todos no PDG. Além disso, pode encontrar mais sobre o múon aqui. Convertendo para nossas unidades, a perda de energia deve ter uma largura mínima de 13 MeV / cm para o momento do múon ou energia em torno de 300 MeV.

**Agora você pode comparar seu resultado com a figura apresentada anteriormente.**

#### Lembretes:

- Esse é um projeto da disciplina de Introdução a Python, portanto também estaremos avaliando o seu conhecimento da linguagem de programação;
- Lembre-se de *encapsular* sempre que necessário;
- Estaremos avaliando pontos como:
  - Seu programa está rodando sem problemas?
  - A estrutura e organização do programa;
  - O uso de dados estruturados (listas) e funcionalidades do Python;
  - O resultado de Física proposto.

<sup>2</sup>Este projeto baseia-se nas atividades desenvolvidas no curso "Seminar in Computational Physics" da Universidade de Princeton: <http://physics.princeton.edu/~phy209/>.

<sup>3</sup>Velocidade de um objeto em relação à velocidade da luz.  $\beta = v/c$ .

<sup>4</sup>Fator de Lorentz,  $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$ .