Kwalifikacja i implementacja systemów kompilacji z użyciem efektów algebraicznych

(Categorization and implementation of Build Systems using algebraic effects)

Jakub Mendyk

Praca licencjacka

Promotor: dr Filip Sieczkowski

Uniwersytet Wrocławski Wydział Matematyki i Informatyki Instytut Informatyki

4 września 2020

Jakub Mend	yk
	(adres zameldowania)
	(adres zameidowania)
	(adres korespondencyjny)
PESEL:	
e-mail:	
Wydział Ma	tematyki i Informatyki
stacjonarne	studia I stopnia
kierunek:	Indywidualne Studia Matematyczno-Informatyczne
nr albumu:	301111

Oświadczenie o autorskim wykonaniu pracy dyplomowej

Niniejszym oświadczam, że złożoną do oceny pracę zatytułowaną *Kwalifikacja i implementacja systemów kompilacji z użyciem efektów algebraicznych* wykonałem/am samodzielnie pod kierunkiem promotora, dr. Filipa Sieczkowskiego. Oświadczam, że powyższe dane są zgodne ze stanem faktycznym i znane mi są przepisy ustawy z dn. 4 lutego 1994 r. o prawie autorskim i prawach pokrewnych (tekst jednolity: Dz. U. z 2006 r. nr 90, poz. 637, z późniejszymi zmianami) oraz że treść pracy dyplomowej przedstawionej do obrony, zawarta na przekazanym nośniku elektronicznym, jest identyczna z jej wersją drukowaną.

Wrocław, 4 września 2020

(czytelny podpis)

Streszczenie

. . .

. . .

Spis treści

1.	$\mathbf{W}\mathbf{p}$	rowadzenie	7
	1.1.	Problemy z efektami ubocznymi	7
	1.2.	Radzenie sobie z efektami ubocznymi	7
	1.3.	Systemy kompilacji	8
	1.4.	O tej pracy	8
2.	Ое	fektach algebraicznych teoretycznie	11
	2.1.	Notacja	11
	2.2.	Równania, efekt porażki i modyfikowalny stan	12
	2.3.	Poszukiwanie sukcesu	14
	2.4.	Dalsza lektura	14
3.	O s	ystemach kompilacji (i ich klasyfikacji)	17
4.	Efel	kty algebraiczne i uchwyty w praktyce	19
	4.1.	Języki programowania z efektami algebraicznymi	19
	4.2.	Helium	20
	4.3.	Przykłady implementacji uchwytów	21
		4.3.1. Błąd	21
		4.3.2. Niedeterminizm	22
		4.3.3. Modyfikowalny stan	24
		4.3.4. Efekt rekursji	26
		4.3.5. Wiele efektów na raz – porażka i niedeterminizm	27
5.	\mathbf{Sys}^{1}	temy kompilacji z użyciem efektów algebraicznych i uchwytów	29

6	SPIS TREŚCI
6. Podsumowanie i wnioski	31
Bibliografia	33

Rozdział 1.

Wprowadzenie

1.1. Problemy z efektami ubocznymi

Programy komputerowe, dzięki możliwości interakcji z zewnętrznymi zasobami takimi jak nośniki pamięci, sieci komputerowe czy użytkownicy oprogramowania mogą robić istotnie więcej niż tylko zadane wcześniej obliczenia. W ten sposób przebieg programu i jego wynik staje się jednak zależny od tegoż świata zewnętrznego, a sam program nie jest tylko serią czystych obliczeń ale także towarzyszących im efektów ubocznych.

Efekty uboczne powodują jednak, że rozumowanie i wnioskowanie o sposobie oraz prawidłowości działania programów staje się znacznie trudniejsze, a w konsekwencji ogranicza ich modularność i prowadzi do częstszych pomyłek ze strony autorów. Chcąc tego uniknąć, dąży się do wydzielania w programie jak największej części, która składa się z czystych obliczeń. Jednak to, czy jakiś moduł oprogramowania wykonuje obliczenia z efektami ubocznymi nie koniecznie jest jasne i często musimy zaufać autorowi, że w istocie tak jest.

1.2. Radzenie sobie z efektami ubocznymi

Jednym z rozwiązań tego problemu, jest zawarcie informacji o posiadaniu efektów ubocznych w systemie typów. Możemy skorzystać wtedy z inferencji i weryfikacji typów do automatycznej identyfikacji modułów zawierających efekty uboczne. Programista może łatwo wyczytać z sygnatury funkcji, że w czasie jej działania występują efekty uboczne. Znanym przykładem takiego rozwiązania jest wykorzystanie monad w języku programowania Haskell. Niestety, jednoczesne użytkowanie dwóch niezależnych zasób reprezentowanych przez różne monady nie jest łatwe i wymaga dodatkowych struktur, takich jak transformery monad, które niosą ze sobą dodatkowe wyzwania. Problem modularności został jedynie przesunięty w inny obszar.

Nowym, konkurencyjnym podejściem do ujarzmienia efektów ubocznych przez wykorzystanie systemu typów są efekty algebraiczne z uchwytami. Powierzchownie, zdają się być podobne do konstrukcji obsługi wyjątków w językach programowania lub wywołań systemowych w systemach operacyjnych. Dzięki rozdziałowi między definicjami operacji związanych z efektami ubocznymi, a ich semantyką oraz interesującemu zastosowaniu kontynuacji, dają łatwość myślenia i wnioskowania o programach ich używających. Ponadto, w przeciwieństwie do monad, można je bezproblemowo składać.

1.3. Systemy kompilacji

Przykładem programów, których głównym zadaniem jest interakcja z zewnętrznymi zasobami są systemy kompilacji, w których użytkownik opisuje proces wytwarzania wyniku jako zbiór wzajemnie-zależnych zadań wraz z informacją jak zadania mają być wykonywane w oparciu o wyniki innych zadań, zaś system jest odpowiedzialny za poprawne uporządkowanie i wykonanie otrzymanych zadań. Ponadto, od systemu kompilacji oczekujemy, że będzie śledził zmiany w danych wejściowych i – gdy poproszony o aktualizację wyników – obliczał ponownie jedynie zadania, których wartości ulegną zmianie. Przykładami takich systemów są Make oraz – co może wydawać się zaskakujące – programu biurowe służące do edycji arkuszy kalkulacyjnych (np. popularny Excel).

W publikacjach pod tytułem "Build systems à la carte" [7,8], autorzy przedstawiają sposób klasyfikacji systemów kompilacji w oparciu o to jak determinują one kolejność w jakiej zadania zostaną obliczone oraz jak wyznaczają, które z zadań wymagają ponownego obliczenia. Uzyskana klasyfikacja prowadzi autorów do skonstruowania platformy umożliwiającej definiowanie systemów kompilacji o oczekiwanych właściwościach. Platforma ta okazuje się być łatwa w implementacji w języku Haskell, a klasy typów Applicative oraz Monad odpowiadać mocy języka opisywania zależności między zadaniami do obliczenia.

1.4. O tej pracy

Celem tej pracy jest zapoznanie czytelnika, który miał dotychczas kontakt z językiem Haskell oraz podstawami języków funkcyjny, z nowatorskim rozwiązaniem jakim są efekty algebraiczne oraz zademonstrowanie – idąc śladami Mokhov i innych [8] – implementacji systemów kompilacji z wykorzystaniem efektów algebraicznych i uchwytów w języku programowania Helium. Jak się okazuje, wykorzystanie tych narzędzi daje schludną implementację ale także prowadzi do problemów w implementacji systemów o pewnym sposobie determinowania zależności między zadaniami.

1.4. O TEJ PRACY 9

W rozdziale drugim wprowadzony zostaje prosty model obliczeń wykorzystujący efekty algebraiczne i uchwyty. Zostaje przedstawionych kilka przykładów reprezentacji standardowych efektów ubocznych w opisanym modelu.

Rozdział 2.

O efektach algebraicznych teoretycznie

Wprowadzimy notację służącą opisowi prostych obliczeń, która pomoże nam – bez zanurzania się głęboko w ich rodowód matematyczny – zrozumieć jak prostym, a jednocześnie fascynującym tworem są efekty algebraiczne i uchwyty. Następnie przyjrzymy się, jak możemy zapisać popularne przykłady efektów ubocznych używając naszej notacji. Na koniec, czytelnikowi zostaną polecone zasoby do dalszej lektury, które rozszerzają opis z tego rozdziału.

2.1. Notacja

Będziemy rozważać obliczenia nad wartościami następujących trzech typów:

- \bullet boolowskim B z wartościami Ti Foraz standardowymi spójnikami logicznymi,
- ullet liczb całkowitych \mathbb{Z} wraz z ich relacją równości oraz podstawowymi działaniami arytmetycznymi,
- \bullet typem jednostkowym U zamieszkałym przez pojedynczą wartość u,
- oraz pary tychże typów.

Nasz model składać się będzie z wyrażeń:

- return v gdzie v jest wyrażeniem boolowskim lub arytmetycznym,
- if $v_1 = v_2$ then e_t else e_f wyrażenie warunkowe, gdzie $v_1 = v_2$ jest pytaniem o równość wartości dwóch wyrażeń arytmetycznych,

- abstrakcyjnych operacji oznaczanych $\{op_i\}_{i\in I}$ powodujących wystąpienie efektów ubocznych których działanie nie jest nam znane, zaś ich sygnatury to $op_i: \mathbb{Z} \to (\mathbb{Z} \to \mathbb{Z}) \to \mathbb{Z}$. Wyrażenie $op_i(n,\kappa)$ opisuje operację z argumentami n oraz dalszą częścią obliczenia κ parametryzowaną wynikiem operacji, które może (nie musi) zostać wykonane po jej wystąpieniu,
- uchwytów, czyli wyrażeń postaci **handle** e **with** $\{ op_i \ n \ \kappa \Rightarrow h_i \}_{i \in I}$, gdzie e to inne wyrażenie; uchwyt definiuje działanie (dotychczas abstrakcyjnych) efektów ubocznych.

Przykładowymi obliczeniami w naszej notacji są więc:

return 0, return
$$2+2$$
, $op_1(2, \lambda x. \text{ return } x+1)$
handle $op_1(2, \lambda x. \text{ return } x+1)$ with $\{ op_1 \ n \ \kappa \Rightarrow \kappa \ (2 \cdot n) \ \}$

Dla czytelności, pisząc w uchwycie zbiór który nie przebiega wszystkich operacji, przyjmujemy że uchwyt nie definiuje działania operacji; równoważnie, zbiór wzbogacamy o element: $op_i \ n \ \kappa \ \Rightarrow \ op_i(n,\kappa)$.

Obliczanie wartości wyrażenia przebiega następująco:

- \bullet [return v]] = v wartością return jest wartość wyrażenia arytmetycznego,
- $[(\lambda x. \ e) \ y] = [e[x/[y]]]$ aplikacja argumentu do funkcji,

•
$$\llbracket \mathbf{if} \ v_1 = v_2 \ \mathbf{then} \ e_t \ \mathbf{else} \ e_f \rrbracket = \begin{cases} \llbracket e_t \rrbracket & \mathrm{gdy} \ \llbracket v_1 \rrbracket = \llbracket v_2 \rrbracket \\ \llbracket e_f \rrbracket & \mathrm{wpp} \end{cases}$$

- [handle return v with H] = [return v] uchwyt nie wpływa na wartość obliczenia, które nie zawiera efektów ubocznych,
- [[handle $op_i(a, f)$ with H]] = [[handle $h_i[n/[a], \kappa/f]$ with H]], gdzie $H = \{ op_i \ n \ \kappa \Rightarrow h_i \}$, a h_i nie ma wystąpień op_i .

Zobaczmy jak zatem wygląda obliczenie ostatniego z powyższych przykładów:

$$[\![\!] \mathbf{handle} \ op_1(2, \lambda x. \ \mathbf{return} \ x+1) \ \mathbf{with} \ \{ \ op_1 \ n \ \kappa \ \Rightarrow \ \kappa \ (2 \cdot n) \ \}]\!] = \\ [\![\![\!] \mathbf{handle} \ (\lambda x. \ \mathbf{return} \ x+1)(2 \cdot 2) \ \mathbf{with} \ \{ \ op_1 \ n \ \kappa \ \Rightarrow \ \kappa \ (2 \cdot n) \ \}]\!] = \\ [\![\![\!] \mathbf{handle} \ \mathbf{return} \ 4+1 \ \mathbf{with} \ \{ \ op_1 \ n \ \kappa \ \Rightarrow \ \kappa \ (2 \cdot n) \ \}]\!] = \\ [\![\![\!] \mathbf{return} \ 4+1 \]\!] = 5$$

2.2. Równania, efekt porażki i modyfikowalny stan

Do tego momentu, nie przyjmowaliśmy żadnych założeń na temat operacji powodujących efekty uboczne. Uchwyty mogły w związku z tym działać w sposób całkowicie dowolny. Ograniczymy się w tej dowolności i nałożymy warunki na uchwyty

wybranych operacji. Przykładowo, ustalmy że dla operacji op_r , uchwyty muszą być takie aby następujący warunek był spełniony:

$$\forall n \ \forall e. \ \llbracket \mathbf{handle} \ op_r(n, \lambda x. \ e) \ \mathbf{with} \ H \, \rrbracket = n$$
 (2.3)

Zauważmy, że istnieje tylko jeden naturalny uchwyt spełniający tej warunek, jest nim $H = \{ op_r \ n \ \kappa \ \Rightarrow \ n \}$. Co więcej, jego działanie łudząco przypomina konstrukcję wyjątków w popularnych językach programowania:

```
try {
   raise 5;
   // ...
} catch (int n) {
   return n;
}
```

Podobieństwo to jest w pełni zamierzone. Okazuje się że nasz język z jedną operacją oraz równaniem ma już moc wystarczającą do opisu konstrukcji, która w większości popularnych języków nie może zaistnieć z woli programisty, a zamiast tego musi być dostarczona przez twórcę języka.

Rozważmy kolejny przykład. Dla poprawienia czytelności, zrezygnujemy z oznaczeń op_i na operacje powodujące efekty, zamiast tego nadamy im znaczące nazwy: get oraz put. Spróbujemy wyrazić działanie tych dwóch operacji by otrzymać modyfikowalną komórkę pamięci. Ustalmy też bardziej naturalny sygnatury operacji $-get: U \to \mathbb{Z}, put: \mathbb{Z} \to U$. Ustalamy równania:

- $\forall e. \ [\![get(u, \lambda_{-}. get(u, \lambda x. e)) \]\!] = [\![get(u, \lambda x. e) \]\!]$ kolejne odczyty z komórki bez jej modyfikowania dają takie same wyniki,
- $\forall e. \ [\![get(u, \lambda n. \ put(n, \lambda u. \ e)) \]\!] = [\![e \]\!]$ umieszczenie w komórce wartości która już tam się znajduje nie wpływa na wynik obliczenia,
- $\forall n. \ \forall f. \ [\![put(n, \lambda u. \ get(u, \lambda x. \ f \ x)) \]\!] = [\![f \ n \]\!]$ obliczenie które odczytuje wartość z komórki daje taki sam wyniki, jak gdyby miało wartość komórki podaną wprost jako argument,
- $\forall n_1. \ \forall n_2. \ \forall e. \ [[put(n_1, \lambda u. \ put(n_2, \lambda u. \ e))]] = [[put(n_2, \lambda u. \ e)]]$ komórka zachowuje się, jak gdyby pamiętała jedynie najnowszą włożoną do niej wartość.

Zauważmy, że choć nakładamy warunki na zewnętrzne skutki działania operacji get oraz put, to w żaden sposób nie ograniczyliśmy swobody autora w implementacji uchwytów dla tych operacji. W rozdziale 4 przyglądniemy się kilku przykładom uchwytów realizujących te operacje.

2.3. Poszukiwanie sukcesu

Kolejnym rodzajem efektu ubocznego, który rozważymy w tym rozdziale jest niedeterminizm. Chcielibyśmy wyrażać obliczenia, w których pewne parametry mogą przyjmować wiele wartości i chcemy określić dobór wartości spełniający jakiś określony warunek. Przykładowo, mamy trzy zmienne x,y oraz z i chcemy napisać program sprawdzający czy formuła $\phi(x,y,z)$ jest spełnialna. W tym celu zdefiniujemy operację $amb: U \to Bool$ związaną z efektem niedeterminizmu. Napiszmy obliczenie rozwiązujące nasz problem:

handle
$$amb(u, \lambda x. \ amb(u, \lambda y. \ amb(u, \lambda z. \ \phi(x, y, z))))$$

with $\{ amb \ u \ \kappa \ \Rightarrow \ \kappa \ (T) \ \mathbf{or} \ \kappa \ (F) \ \}$ (2.4)

Gdy definiowaliśmy efekt wyjątku, obliczenie nie było kontynuowane. W przypadku niedeterminizmu kontynuujemy obliczenie dwukrotnie – podstawiając za niedeterministycznie określoną zmienną wartości raz prawdy, raz fałszu – w ten sposób możemy w czytelny sposób sprawdzić wszystkie możliwe wartościowania, a w konsekwencji określić czy formuła jest spełnialna.

Możemy zauważyć, że gdybyśmy chcieli zamiast sprawdzania spełnialności, weryfikować czy formuła jest tautologią, wystarczy zmienić tylko jedno słowo – spójnik or na and otrzymując nowy uchwyt:

handle
$$amb(u, \lambda x. \ amb(u, \lambda y. \ amb(u, \lambda z. \ \phi(x, y, z))))$$
 with $\{ \ amb \ u \ \kappa \ \Rightarrow \ \kappa \ (T) \ \text{and} \ \kappa \ (F) \ \}$ (2.5)

Przedstawiona konstrukcja tworzy dualny mechanizm w którym operacje są producentami efektów, a uchwyty ich konsumentami. Zabierając operacjom powodującym efekty uboczne ich konkretne znaczenia semantyczne, lub nakładając na nie jedynie proste warunki wyrażone równaniami, otrzymaliśmy niezwykle silne narzędzie umożliwiające proste, deklaratywne oraz – co najważniejsze, w kontraście do popularnych języków programowania – samodzielne konstruowanie zaawansowanych efektów ubocznych.

2.4. Dalsza lektura

Rozdział ten miał na celu w lekki sposób wprowadzić idee, definicje i konstrukcje związane z efektami algebraicznymi i uchwytami które będą fundamentem do zrozumienia ich wykorzystania w praktycznych przykładach oraz implementacji systemów kompilacji. Czytelnicy zainteresowani głębszym poznaniem historii oraz rodowodu efektów algebraicznych i uchwytów mogą zapoznać się z następującymi materiałami:

• "An Introduction to Algebraic Effects and Handlers" autorstwa Matija Pretnara [13],

- notatki oraz seria wykładów Andreja Bauera pt. "What is algebraic about algebraic effects and handlers?" [1] dostępne w formie tekstowej oraz nagrań wideo w serwisie YouTube,
- Prace Plotkina i Powera [10,11] oraz Plotkina i Pretnara [12] jeśli czytelnik chce poznać jedne z pierwszych wyników prowadzących do odkrycia efektów algebraicznych oraz wykorzystania uchwytów,
- społeczność skupiona wokół tematu efektów algebraicznych agreguje zasoby z nimi związane w repozytorium [14] w serwisie GitHub.

Rozdział 3.

O systemach kompilacji (i ich klasyfikacji)

Rozdział 4.

Efekty algebraiczne i uchwyty w praktyce

4.1. Języki programowania z efektami algebraicznymi

Zainteresowanie efektami algebraicznymi oraz uchwytami doprowadziło do powstania w ostatnich latach wielu bibliotek dla języków popularnych w środowisku akademickim i pasjonatów języków funkcyjnych – Haskella (extensible-effects¹, fused-effects², polysemy³), Scali (Effekt⁴, atnos-org/eff⁵) i Idris (Effects ⁶).

Związana z językiem OCaml jest inicjatywa ocaml-multicore⁷, której celem jest stworzenie implementacji OCamla ze wsparciem dla współbierzności oraz współdzielonej pamięci, a cel ten jest realizowane przez wykorzystanie konceptu efektów i uchwytów.

Badania nad efektami i uchwytami przyczyniły się także do powstania kilku eksperymentalnych języków programowania w których efekty i uchwyty są obywatelami pierwszej kategorii. Do języków tych należą:

- Eff⁸ powstający z inicjatywy Andreja Bauera and Matija Pretnara język o ML-podobnej składni,
- Frank⁹ [5] pod przewodnictwem Sama Lindley'a, Conora McBride'a oraz Craiga McLaughlin'a projektowany z tęsknoty do ML'a, a jednocześnie upodobania do Haskell-owej dyscypliny,

¹https://hackage.haskell.org/package/extensible-effects

²https://hackage.haskell.org/package/fused-effects

³http://hackage.haskell.org/package/polysemy

⁴https://github.com/b-studios/scala-effekt

⁵https://github.com/atnos-org/eff

⁶https://www.idris-lang.org/docs/current/effects_doc/

⁷https://github.com/ocaml-multicore/ocaml-multicore/wiki

⁸https://www.eff-lang.org/

⁹https://github.com/frank-lang/frank

- Koka¹⁰ kierowany przez Daana Leijena z Microsoft projekt badawczy; Koka ma składnię inspirowaną JavaScriptem,
- Helium¹¹ [3] powstały w Instytucie Informatyki Uniwersytetu Wrocławskiego, z ML-podobnym systemem modułów i lekkimi naleciałościami z Haskella.

4.2. Helium

Używając właśnie języka Helium, w tym rozdziale zobaczymy jak w praktyce wygląda programowanie z efektami algebraicznymi oraz uchwytami, zaś w następnym spróbujemy zaimplementować wyniki uzyskane w "Build systems à la carte" [7,8]. Po raz pierwszy Helium pojawia się w [3], służąc za narzędzie do eksperymentowania i umożliwienia konstrukcji bardziej skomplikowanych przykładów oraz projektów w celu przetestowania efektów i uchwytów w praktyce.

Rozważmy przykład prostego programu napisanego w Helium, w którym definiujemy pomocniczą funkcję *is_negative* ustalającą czy liczba jest ujemna oraz question, która pyta użytkownika o liczbe i informuje czy liczba ta jest ujemna:

```
let is_negative n = n < 0
let question () =
    printStr "What is your favourite number? ";
    let num = readInt () in
    if is_negative num
        then printStr "This number is negative\n"
        else printStr "This number is nonnegative\n"</pre>
```

Sygnatura funkcji $is_negative$ wyznaczona przez system typów Helium, to jak łatwo się domyśleć $Int \to Bool$. Gdy jednak zapytamy środowisko uruchomieniowe o typ funkcji question otrzymamy interesującą sygnaturę $Unit \to [IO]Unit$. W Helium, informacje o efektach występujących w trakcie obliczania funkcji są umieszczona w sygnaturach funkcji w kwadratowych nawiasach. W przypadku funkcji question, jej obliczenie powoduje wystąpienie efektu ubocznego związanego z mechanizmem wejścia/wyjścia.

```
printStr: String \rightarrow[I0] Unit readInt: Unit \rightarrow[I0] Int
```

System inferencji typów wiedząc, że operacje we/wy są zadeklarowne z powyższymi sygnaturami wnioskuje, że skoro wystąpienia tychże operacji w kodzie *question* nie są obsługiwane przez uchwyt, to efekt *IO* wyjdzie poza tą funkcję.

¹⁰https://github.com/koka-lang/koka

¹¹https://bitbucket.org/pl-uwr/helium/src/master/

Efekty IO oraz RE (runtime error) są szczególne, gdyż są dla nich zadeklarowane globalne uchwyty w bibliotece standardowej, jeśli efekt nie zostanie obsłużony i dotrze do poziomu środowiska uruchomieniowego, to ono zajmie się jego obsługą. W przypadku efektów wejścia/wyjścia środowisko skorzysta ze standardowego wejścia/wyjścia, zaś w przypadku wystąpienia efektu RE, obliczenie zostanie przerwane ze stosownym komunikatem błędu.

4.3. Przykłady implementacji uchwytów

4.3.1. Błąd

Zaimplementujemy kilka efektów ubocznych, zaczynając od efektu błędu, wraz z uchwytamy dla nich. zaczniemy od efektu błędu. W Helium, efekt oraz powodujące go operacje definiuje się następująco:

```
\begin{array}{ll} \textbf{signature} & \textbf{Error} = \\ | & \textbf{error} : \textbf{Unit} \Rightarrow \textbf{Unit} \end{array}
```

Stwórzmy funkcję podobną do *question*, z tym że nie będzie ona lubić wartości ujemnych:

```
let no_negatives_question () =
  printStr "What is your favourite number? ";
  let num = readInt () in
    if is_negative num
        then error ()
        else printStr "This number is nonnegative\n";
    printStr "Question finished\n"

let main () =
    handle no_negatives_question () with
    | error () \Rightarrow printStr "Error occured!\n"
    end
```

Zdefiniowaliśmy efekt uboczny Error wraz z operacją error, która go powoduje. Operacja ta jest parametryzowana wartością typu Unit oraz jej (możliwy) wynik to także wartość z Unit. Definiujemy też funkcję main w której wywołujemy no_negatives_question, jednakże obliczenie wykonujemy w uchwycie w którym definiujemy co ma się wydarzyć, gdy w czasie obliczenia wystąpi efekt błędu spowodowany operacją error. W tym przypadku mówimy, że skutkuje ono wypisaniem wiadomości na standardowe wyjście. Nie wznawiamy obliczenia, stąd wystąpienie błędu skutkuje zakończeniem nadzorowanego obliczenia. Jeśli uruchomimy teraz program i podamy ujemną liczbę, zakończy się on komunikatem zdefiniowanym w uchwycie, a tekst "Question finished" nie zostanie wypisany – zgodnie z oczekiwaniami, obliczenie no_negatives_question nie zostało kontynuowane po wystąpieniu błędu.

Jeśli pewnego uchwytu zamierzamy używać wiele razy, możemy przypisać mu identyfikator – uchwyty są wartościami w Helium:

```
let abortOnError =
  handler
  | error () ⇒ printStr "Error occured!\n"
  end
  i zmodyfikować funkcję main by z niego korzystać:
let main () =
  handle no_negatives_question () with abortOnError
```

Na potrzeby przykładu, możemy rozważyć spokojniejszy uchwyt dla wystąpień error, który wypisze ostrzeżenie o wystąpieniu błędu ale będzie kontynuował obliczenie:

```
let warnOnError =
  handler
  | error () \Rightarrow printStr "Error occured, continuing...\n"; resume ()
end
```

Jeśli skorzystamy z tego uchwytu w programie, po wyświetleniu ostrzeżenia obliczenie no_negatives_question zostanie wznowione i na ekranie zobaczymy komunikat "Question finished". Specjalna funkcja resume, dostępna w uchwycie reprezentuje kontynuację obliczenia, które zostało przerwane wystąpieniem operacji powodującej efekt uboczny.

4.3.2. Niedeterminizm

Powróćmy do problemu, który w rozdziale drugim był inspiracją do rozważania niedeterminizmu – sprawdzanie czy formuła jest spełnialna oraz czy jest tautologią. Przedstawiliśmy wtedy uchwyty dla obu tych problemów w naszej notacji. Implementacja efektu niedeterminizmu, operacji amb oraz uchwytów wraz z wykorzystaniem ich wygląda następująco:

```
signature NonDet =
| amb : Unit ⇒ Bool

let satHandler =
   handler
| amb () / r ⇒ r True || r False
   end

let tautHandler =
   handler
| amb () / r ⇒ r True && r False
   end
```

Będziemy sprawdzać czy formuła wyrażona za pomocą funkcji formula1 jest spełnialna. W tym celu w funkcji main, wewnątrz uchwytu, niedeterministycznie ustalamy wartości zmiennych $x,\ y,\ z$ po czym obliczamy wartość funkcji formula1. Wartość obsługiwanego wyrażenia, którą przypisujemy do zmiennej ret, jest następnie wykorzystana do wypisania komunikatu. Ponadto – w celu demonstracji możliwości języka – w uchwytach zamiast kontynuować obliczenie używając resume, przypisujemy kontynuacji nazwe r.

W Helium, uchwyty mogą posiadać przypadki nie tylko dla operacji związanych z jakimś efektem ale także dwa specjalne przypadki: return oraz finally. Pierwszy jest wykonywany, gdy obliczenie pod kontrolą uchwytu kończy się zwracając wynik, przypadek jako argument otrzymuje wynik obliczenia. Zaś finally otrzymuje jako argument obliczenie obsługiwane przez uchwyt i jest uruchamiane na początku działania uchwytu. Domyślnie przypadki te są zaimplementowane jako:

```
\begin{array}{ll} \text{handler} \\ \mid & \text{return} & x \Rightarrow x \\ \mid & \text{finally} & f \Rightarrow f \\ \text{end} \end{array}
```

Możemy je jednak sprytnie wykorzystać. Przykładowo, zamiast tylko sprawdzać czy formuła jest spełnialna, możemy sprawdzić przy ilu wartościowaniach jest prawdziwa:

Gdy obliczenie się kończy, zamiast zwracać czy formuła jest spełniona zwracamy 1 albo 0, w zależności czy formuła przy aktualnym wartościowaniu jest speł-

niona. Gdy obsługujemy niedeterministyczny wybór, kontynuujemy obliczenie dla obu możliwych wartości boolowskich po czym dodajemy wyniki. Wykorzystując *finally* możemy włączyć komunikat o liczbie wartościowań do uchwytu:

```
let countAndWriteSatsHandler =
  handler
  | return x \Rightarrow if x then 1 else 0
  | amb () / r \Rightarrow r True + r False
  | finally ret \Rightarrow printStr (stringOfInt ret ++ " satisfying interpretations\n")
  end

let main () =
  handle
  let (x, y, z) = (amb (), amb (), amb ()) in
  formula1 x y z
  with countAndWriteSatsHandler
```

Tutaj wykorzystanie *finally* jest lekkim nadużyciem, jak jednak za chwilę zobaczymy, konstrukcja ta jest bardzo przydatna.

4.3.3. Modyfikowalny stan

Rozważmy następujący przypadek dla return w uchwycie:

```
handler (* \dots *) | return x \Rightarrow fn \ s \Rightarrow x
```

Wartość obliczenia, zamiast być jego wynikiem, jest funkcją. Co za tym idzie, w tym uchwycie kontynuacje nie będą funkcjami zwracającymi wartości lecz funkcje. W ten sposób możemy parametryzować dalsze obliczenia nie tylko wartościami zwracanymi przez operacje (zgodnie z ich sygnaturą) ale także wymyślonymi przez nas – autorów uchwytu. Zauważmy jednak, że parametr ten nie jest widoczny w obsługiwanym obliczeniu, a jedynie w uchwycie. Co więcej, skoro wyniki obsługiwanego obliczenia jest teraz funkcją, a nie wartością to by użytkownik uchwytu nie zauważył niezgodności typów musimy funkcję tą uruchomić z jakimś parametrem – tutaj właśnie przychodzi naturalny moment na wykorzystanie konstrukcji finally.

Definiujemy efekt stanu z operacją jego oczytu oraz modyfikacji:

```
signature State (T: Type) =
| get : Unit \Rightarrow T
| put : T \Rightarrow Unit
```

Efekt jak i operacje są polimorficzne ze względu na typ wartości stanu. Zdefiniujemy teraz standardowy uchwyt dla efektu stanu. Skorzystamy z faktu, że uchwyty

są w Helium wartościami, stąd w szczególności mogą być wynikiem funkcji. Funkcja ta będzie u nas parametryzowana wartością początkową stanu:

```
let evalState init = handler | return x \Rightarrow fn \_\Rightarrow x | put s \Rightarrow fn \_\Rightarrow (resume ()) s | get () \Rightarrow fn s \Rightarrow (resume s) s | finally f \Rightarrow f init end
```

Gdy obliczenie się kończy, zamiast wartość, zwracamy funkcję która ignoruje argument, a zwraca właściwy wynik obliczenia. Ten argument będzie bieżącą wartością stanu. W konsekwencji przypadki dla operacji też muszą być funkcjami. Dla put nie musimy odczytywać aktualnej wartości stanu, stąd wartość tą ignorujemy. Obliczenie wznawiamy z wartością jednostkową. Jak jednak wiemy, wynikiem będzie nie zwykład wartość lecz funkcja, której u nas dajemy wartość stanu. Stąd podajemy jej nową wartość stanu, którą parametryzowana była operacja put. W przypadku get postępujemy podobnie – jednak tym razem odczytamy argument funkcji i przekażemy go do kontynuacji. Niezmiennie kontynuacja zwraca funkcję, której przekażemy aktualną wartość stanu. Pozostaje rozstrzygnąć co zrobić w przypadku finally. Skoro jednak przerobiliśmy obliczenie ze zwracającego wartość do takiego, które zwraca funkcję oczekującą wartości stanu, to możemy podać mu wartość początkową – określoną przez użytkownika uchwytu.

Jeśli chcemy aby obliczenie zwracało nie tylko wartość wynikową ale także końcowy stan, wystarczy że zmodyfikujemy przypadek dla *return*:

```
let runState init =
  handler
  | return x \Rightarrow fn s \Rightarrow (s, x)
  | get () \Rightarrow fn s \Rightarrow resume s s
  | put s \Rightarrow fn _ \Rightarrow resume () s
  | finally f \Rightarrow f init
  end
```

Dzięki zdefiniowanemu efektowi ubocznemu, operacjom oraz uchwytom możemy teraz łatwo wykonywać obliczenia ze stanem:

```
let stateful () =
  let n = 2 * get () in
  let m = 10 + get () in
    put (n + m);
  m - n

let main () =
  let init = 2 in
  let (state, ret) = handle stateful () with runState init in
  printStr "Started with "; printInt init;
```

```
printStr "Finished with "; printInt state;
printStr "Returned "; printInt ret

(*
   Started with 2
   Finished with 16
   Returned 8
*)
```

4.3.4. Efekt rekursji

W niektórych językach ML-podobnych (jak na przykład OCaml czy Helium) chcąc by w ciele definicji funkcji był widoczny jej identyfikator, trzeba zadeklarować ją używając słów kluczowych *let rec*:

```
let rec fib n = if n = 0 then 0 else if n = 1 then 1 else fib (n-1) + fib (n-2)
```

Co ciekawe, dzięki własnym efektom i operacjom możemy tworzyć funkcje rekurencyjne, które nie używają jawnie rekursji:

Konstrukcja *handle* 'a *in* służy doprecyzowaniu który efekt ma być obsłużony przez uchwyt – jest przydatna w przypadku niejednoznaczności gdy używamy wielu instancji tego samego efektu lub dla ułatwienia rozumienia kodu.

Możemy w ten sposób definiować także funkcje wzajemnie rekurencyjne:

```
| recurse n ⇒ resume (withMutualRec other n me)
end

let even n = withMutualRec is_even n is_odd

let main () =
    let n = 10 in
    printInt n;
    if even n
    then printStr "is even"
    else printStr "is odd"
```

Utrzymujemy informację, która funkcja jest aktualnie wykonywana i gdy prosi o wywołanie rekurencyjne uruchamiamy obliczanie drugiej funkcji po czym wynik przekazujemy do kontynuacji.

4.3.5. Wiele efektów na raz – porażka i niedeterminizm

Na koniec rozdziału, zobaczymy jak łatwo w Helium komponuje się efekty. Definiujemy efekty niedeterminzimu oraz porażki:

```
signature NonDet =
| amb : Unit \Rightarrow Bool

signature Fail =
| fail : {A: Type}, Unit \Rightarrow A

    oraz bardzo proste uchwyty dla tych efektów:

let failHandler =
    handler
| fail () \Rightarrow False
    end

let ambHandler =
    handler
| amb () / r \Rightarrow True || r False
    end
```

Definiujemy teraz funkcję sprawdzającą czy otrzymana formuła z trzema zmiennymi wolnymi jest spełnialna:

```
let is_sat (f: Bool \rightarrow Bool \rightarrow Bool \rightarrow Bool) = handle handle let (x, y, z) = (amb (), amb (), amb ()) in if f x y z then True else fail () with failHandler with ambHandler
```

Jeśli formuła przy ustalonym wartościowaniu nie jest spełniona powoduje efekt porażki. Zwróćmy uwagę w jakiej kolejności są umieszczone uchwyty – niedeterminizmu na zewnątrz, zaś porażki wewnątrz. W ten sposób gdy wystąpi porażka, jej uchwyt zwróci fałsz, w wyniki czego nastąpi powrót do ostatniego punktu niedeterminizmu w którym jest jeszcze wybór. Dzięki temu wartość $is_sat\ f$ jest równa fałszowi tylko gdy przy każdym wartościowaniu nastąpi porażka. Zobaczmy teraz funkcję sprawdzającą czy otrzymana formuła jest tautologią:

```
let is_taut (f: Bool → Bool → Bool → Bool) =
  handle
  handle
  let (x, y, z) = (amb (), amb (), amb ()) in
  if f x y z then True else fail ()
  with ambHandler
  with failHandler
```

Tutaj uchwyt dla porażki znajduje się na zewnątrz – wystąpienie porażki oznacza, że istnieje wartościowanie przy którym formuła nie jest prawdziwa, a w konsekwencji nie może być tautoligą. Możemy teraz napisać zgrabną funkcję, która wypisze nam czy formula1 jest spełnialna oraz czy jest tautologią:

```
let main () =
  printStr "Formula is ";
  if is_sat formula1
  then printStr "satisfiable and "
  else printStr "not satisfiable and ";
  if is_taut formula1
  then printStr "a tautology\n"
  else printStr "not a tautology\n"

(*
  Formula is satisfiable and not a tautology
*)
```

Z łatwością napisaliśmy program, który korzysta z wielu efektów uboczonych jednocześnie, mimo że żaden z nich (ani uchwyty) nie wiedzą o istnieniu drugiego. Łączenie efektów jest bardzo proste, a kolejność w jakiej umieszczamy uchwyty umożliwia nam łatwe i czytelne definiowanie zachowania programu w przypadku wystąpienie któregokolwiek z efektów.

Dzięki językowi Helium, przyjrzeliśmy się z bliska efektom algebraicznym oraz uchwytom, zobaczyliśmy przykłady implementacji uchytów oraz rozwiązań prostych problemów. Jesteśmy gotowi do podjęcia próby zaimplementowania systemów kompilacji z użyciem efektów i uchwytów – czego dokonamy w następnym rozdziale.

Rozdział 5.

Systemy kompilacji z użyciem efektów algebraicznych i uchwytów

Rozdział 6.

Podsumowanie i wnioski

. . .

Bibliografia

- [1] A. Bauer. What is algebraic about algebraic effects and handlers?, 2018.
- [2] D. Biernacki, M. Piróg, P. Polesiuk, and F. Sieczkowski. Handle with care: relational interpretation of algebraic effects and handlers. *Proceedings of the ACM on Programming Languages*, 2(POPL):1–30, 2017.
- [3] D. Biernacki, M. Piróg, P. Polesiuk, and F. Sieczkowski. Abstracting algebraic effects. Proceedings of the ACM on Programming Languages, 3(POPL):1–28, 2019.
- [4] D. Biernacki, M. Piróg, P. Polesiuk, and F. Sieczkowski. Binders by day, labels by night: effect instances via lexically scoped handlers. *Proceedings of the ACM* on *Programming Languages*, 4(POPL):1–29, 2019.
- [5] S. Lindley, C. McBride, and C. McLaughlin. Do be do be do. CoRR, abs/1611.09259, 2016.
- [6] C. McBride. The frank manual. Unpublished manual, 2012.
- [7] A. Mokhov, N. Mitchell, and S. P. Jones. Build systems à la carte: Theory and practice. *Journal of Functional Programming*, 30, 2020.
- [8] A. Mokhov, N. Mitchell, and S. Peyton Jones. Build systems à la carte. *Proceedings of the ACM on Programming Languages*, 2(ICFP):1–29, 2018.
- [9] R. P. PIETERS, T. SCHRIJVERS, and E. RIVAS. Generalized monoidal effects and handlers.
- [10] G. Plotkin and J. Power. Semantics for algebraic operations. *Electronic Notes in Theoretical Computer Science*, 45:332–345, 2001.
- [11] G. Plotkin and J. Power. Computational effects and operations: An overview. 2002.
- [12] G. D. Plotkin and M. Pretnar. Handling algebraic effects. arXiv preprint arXiv:1312.1399, 2013.
- [13] M. Pretnar. An introduction to algebraic effects and handlers. invited tutorial paper. *Electronic notes in theoretical computer science*, 319:19–35, 2015.

34 BIBLIOGRAFIA

[14] J. Yallop and contributors. Effects bibliography. https://github.com/yallop/effects-bibliography/, 2016.