

## WDWR

Rozważamy następujące zagadnienie planowania produkcji:

- Przedsiębiorstwo wytwarza 4 produkty P1, ..., P4 na następujących maszynach: 4 szlifierkach, 2 wiertarkach pionowych, 3 wiertarkach poziomych, 1 frezarce i 1 tokarce. Wymagane czasy produkcji 1 sztuki produktu (w godzinach) w danym procesie obróbki zostały przedstawione w poniższej tabeli:

	P1	P2	P3	P4
Szlifowanie	0,4	0,6	—	—
Wiercenie pionowe	0,2	0,1	—	0,6
Wiercenie poziome	0,1	—	0,7	—
Frezowanie	0,06	0,04	—	0,05
Toczenie	—	0,05	0,02	—

- Dochody ze sprzedaży produktów (w zł/sztukę) modelują składowe wektora losowego  $\mathbf{R} = (R_1, \dots, R_4)^T$ . Wektor losowy  $\mathbf{R}$  opisuje 4-wymiarowy rozkład  $t$ -Studenta z 4 stopniami swobody, którego wartości składowych zostały zawężone do przedziału [5; 12]. Parametry  $\boldsymbol{\mu}$  oraz  $\boldsymbol{\Sigma}$  niezawężonego rozkładu  $t$ -Studenta są następujące:

$$\boldsymbol{\mu} = \begin{pmatrix} 9 \\ 8 \\ 7 \\ 6 \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{\Sigma} = \begin{pmatrix} 16 & -2 & -1 & -3 \\ -2 & 9 & -4 & -1 \\ -1 & -4 & 4 & 1 \\ -3 & -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

- Istnieją ograniczenia rynkowe na liczbę sprzedawanych produktów w danym miesiącu:

	P1	P2	P3	P4
Styczeń	200	0	100	200
Luty	300	100	200	200
Marzec	0	300	100	200

- Jeżeli w danym miesiącu jest sprzedawany produkt P1 lub P2, to musi być również sprzedawany produkt P4 w liczbie sztuk nie mniejszej niż suma sprzedawanych produktów P1 i P2.
- Istnieje możliwość składowania do 200 sztuk każdego produktu w danym czasie w cenie 1 zł/sztukę za miesiąc. W chwili obecnej (grudzień) w magazynach znajduje się po 50 sztuk każdego produktu. Istnieje wymaganie, aby tyle pozostało również pod koniec marca.
- Przedsiębiorstwo pracuje 6 dni w tygodniu w systemie dwóch zmian. Każda zmiana trwa 8 godzin. Można założyć, że każdy miesiąc składa się z 24 dni roboczych.

- Zaproponować jednokryterialny model wyboru w warunkach ryzyka z wartością średnią jako miarą zysku. Wyznaczyć rozwiązanie optymalne.
- Jako rozszerzenie powyższego zaproponować dwukryterialny model zysku i ryzyka z wartością średnią jako miarą zysku i średnią różnicą Giniego jako miarą ryzyka. Dla decyzji  $\mathbf{x} \in Q$  średnia różnica Giniego jest definiowana jako  $\Gamma(\mathbf{x}) = \frac{1}{2} \sum_{t'=1}^T \sum_{t''=1}^T |r_{t'}(\mathbf{x}) - r_{t''}(\mathbf{x})| p_{t'} p_{t''}$ , gdzie  $r_t(\mathbf{x})$  oznacza realizację dla scenariusza  $t$ ,  $p_t$  prawdopodobieństwo scenariusza  $t$ .
  - Wyznaczyć obraz zbioru rozwiązań efektywnych w przestrzeni ryzyko–zysk.
  - Wskazać rozwiązania efektywne minimalnego ryzyka i maksymalnego zysku. Jakie odpowiadają im wartości w przestrzeni ryzyko–zysk?
  - Wybrać trzy dowolne rozwiązania efektywne. Sprawdzić czy zachodzi pomiędzy nimi relacja dominacji stochastycznej pierwszego rzędu. Wyniki skomentować, odnieść do ogólnego przypadku.