

Definiciones:

- **Espacio Muestral:** Al conjunto de todos los resultados posibles de un experimento estadístico se le llama **espacio muestral** y se representa con el símbolo S .
- **Evento:** Un **evento** es un subconjunto de un espacio muestral.
- **Complemento:** El **complemento** de un evento A respecto de S es el subconjunto de todos los elementos de S que no están en A . Denotamos el complemento de A mediante el símbolo A'
- **Interseccion:** a intersección de dos eventos A y B , que se denota con el símbolo $A \cap B$, es el evento que contiene todos los elementos que son comunes a A y a B .
- **Eventos Mutuamente Excluyentes:** Dos eventos A y B son mutuamente excluyentes o disjuntos si $A \cap B = \phi$; es decir, si A y B no tienen elementos en común.
- **Union de Eventos:** La unión de dos eventos A y B , que se denota con el símbolo $A \cup B$, es el evento que contiene todos los elementos que pertenecen a A o a B , o a ambos.
- **Permutacion:** Una permutación es un arreglo de todo o parte de un conjunto de objetos.

- **Factorial:** Para cualquier entero no negativo n , $n!$, denominado "n factorial" se define como $N! = n(n-1)(n-2) \cdots$, con el caso especial de $0! = 1$.
- **Probabilidad de un Evento:**
 - La **probabilidad** de un evento A es la suma de los pesos de todos los puntos muestrales en A . Por lo tanto, $0 \leq P(A) \leq 1$, $P(\phi) = 0$ y $P(S) = 1$.
 - Si un experimento puede dar como resultado cualquiera de N diferentes resultados que tienen las mismas probabilidades de ocurrir, y si exactamente n de estos resultados corresponden al evento A , entonces la probabilidad del evento A es:
$$P(A) = \frac{n}{N}$$
- **Probabilidad Condicional:** La probabilidad condicional de B , dado A , que se denota con $P(B|A)$, se define como:

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)},$$

siempre que $P(A) > 0$.

- **Eventos Independientes:** Dos eventos A y B son **independientes** si y solo si: $P(B|A) = P(B)$ o $P(A|B) = P(A)$
- **Variable Aleatoria:** Una **variable aleatoria** es una funcion que asocia un numero real con cada elemento

del espacio muestral.

- **Variable Aleatoria de Bernoulli:** La **variable aleatoria** en la que se eligen 0 y 1 para describir los dos posibles valores se denomina variable aleatoria de Bernoulli.
- **Espacio Muestral Discreto:** Si un espacio muestral contiene un número **finito** de posibilidades, o una serie interminable con tantos elementos como números enteros existen, se llama **espacio muestral discreto**.
- **Variable Aleatoria Discreta:** Una variable aleatoria se llama variable aleatoria discreta si se **puede contar** su conjunto de resultados posibles.
- **Espacio Muestral Continuo:** Si un espacio muestral contiene un número **infinito** de posibilidades, igual al número de puntos en un segmento de recta, se le denomina **espacio muestral continuo**.
- **Variable Aleatoria Continua:** Cuando una variable aleatoria puede tomar **valores en una escala continua**, se le denomina variable aleatoria continua.
- **Funcion de Probabilidad:** El conjunto de pares ordenados $(x, f(x))$ es una **función de probabilidad**, una **función de masa de probabilidad** o una **distribución de probabilidad** de la variable aleatoria discreta X si, para cada resultado x posible,

$$1. f(x) \geq 0$$

$$2. \sum f(x) = 1$$

$$3. P(X = x) = f(x)$$

- **Funcion de una Distribucion Acumultaiva:** La función de la distribución acumulativa $F(x)$ de una variable aleatoria discreta X con distribución de probabilidad $f(x)$ es

$$F(x) = P(X \leq x) = \sum_{t \leq x} f(t)$$

para $-\infty < x < \infty$

- **Funcion de Densidad de Probabilidad:** La función $f(x)$ es una función de densidad de probabilidad (fdp) para la variable aleatoria continua X , definida en el conjunto de números reales, si
 1. $f(x) \geq 0$, para toda $x \in \mathbb{R}$
 2. $\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1$
 3. $P(a < X < b) = \int_a^b f(x) dx$
- **Funcion de Distribucion Acumulativa:** La función de distribución acumulativa $F(x)$, de una variable aleatoria continua X con función de densidad $f(x)$, es

$$F(x) = P(X \leq x) = \int_{-\infty}^x f(t) dt$$

para $-\infty < x < \infty$

Teoremas:

- **Permutacion:**

- El número de permutaciones de n objetos es $n!$.
- El número de permutaciones de n objetos. distintos tomados de r a la vez es $nPr = \frac{n!}{(n-r)!}$.
- El número de permutaciones de n objetos ordenados en un círculo es $(n-1)!$.
- El número de permutaciones distintas de n objetos, en el que n_1 son de una clase, n_2 de una segunda clase,..., n_k de una k -ésima clase es:

$$\frac{n!}{n_1!n_2! \cdots n_k!}$$

- **Partir Conjunto en r Celdas:** El número de formas de partir un conjunto de n objetos en r celdas con n_1 elementos en la primera celda, n_2 elementos en la segunda, y así sucesivamente, es:

$$\binom{n}{n_1, n_2, \dots, n_r} = \frac{n!}{n_1!n_2! \cdots n_r!},$$

donde $n_1 + n_2 + \dots + n_r = n$.

- **Combinaciones:** El numero de combinaciones de n objetos distintos tomados de r a la vez es:

$$\binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

- **Regla Aditiva:** Si A y B son dos eventos, entonces:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

- **Eventos Excluyentes:** Si A y B son mutuamente excluyentes entonces:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B).$$

- **Union de Tres Eventos:** Para tres eventos A , B y C :

$$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(A \cap C) - P(B \cap C) + P(A \cap B \cap C)$$

- **Eventos Complementarios:** Si A y A' son eventos complementarios, entonces:

$$P(A) + P(A') = 1$$

- **Regla Multiplicativa:** Si en un experimento pueden ocurrir los eventos A y B , entonces

$$P(A \cap B) = P(A)P(B|A),$$

$$P(A \cap B) = P(B \cap A) = P(B)P(A|B)$$

siempre que $P(A) > 0$.

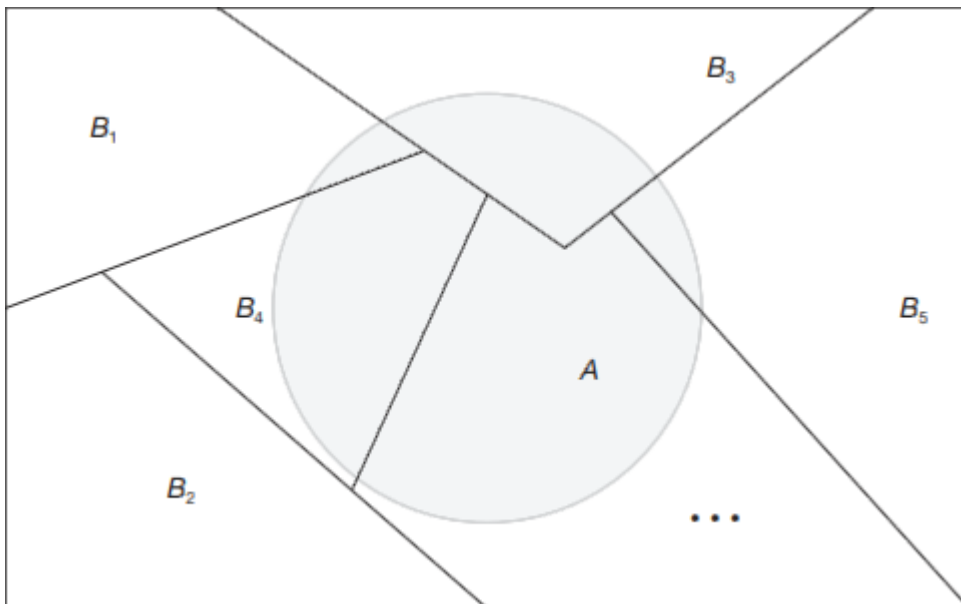
- **Eventos Independientes:** Dos eventos A y B son independientes si y sólo si

$$P(A \cap B) = P(A)P(B)$$

Por lo tanto, para obtener la probabilidad de que ocurran dos eventos independientes simplemente calculamos el producto de sus probabilidades individuales.

- **Teorema de Probabilidad Total:** Si los eventos B_1, B_2, \dots, B_k constituyen una partición del espacio muestral S , tal que $P(B_i) \neq 0$ para $i = 1, 2, \dots, k$, entonces, para cualquier evento A de S ,

$$P(A) = \sum_{i=1}^k P(B \cap A) = \sum_{i=1}^k P(B_i)P(A|B_i)$$



- **Regla de Bayes:** Si los eventos B_1, B_2, \dots, B_k constituyen una particion del espacio muestral S , donde $P(B) \neq 0$ para $i = 1, 2, \dots, k$, entonces, para cualquier evento A en S , tal que $P(A) \neq 0$,

$$P(B_r|A) = \frac{P(B_r \cap A)}{\sum_{i=1}^k P(B_i \cap A)} = \frac{P(B_r)P(A|B_r)}{\sum_{i=1}^k P(B_i)P(A|B_i)}$$

para $r = 1, 2, \dots, k$.

- **Distribucion Binomial:** Es un ejemplo de una distribucion de probabilidad discreta. Se forma mediante una serie de experimentos de Bernoulli donde los resultados de cada experimento son mutuamente excluyentes y las probabilidades permanecen constantes.

$$P(x = k) = \binom{n}{k} \times p^k \times (1 - p)^{n-k}$$

Donde:

- k = Numero de aciertos
- n = Numero de experimentos
- p = Probabilidad de exito
- $1 - p = q \rightarrow$ Probabilidad de fracaso

Se desea conocer el numero de exitos (k) al repetir un experimento n veces.

- **Distribucion Hipeometrica (o de Laplace):** Se caracteriza por **no** verificar los supuestos de Bernoulli, entre ellos, la probabilidad de exito **no permanece constante**

$$P(X = x) = \frac{\binom{k}{x} \times \binom{N-k}{n-x}}{\binom{N}{n}}$$

Donde:

- N = tamaño de poblacion
- K = # de exitos de la poblacion
- n = tamaño de la muestra
- x = # de exitos de la muestra

Se desea conocer el numero de exitos (x) en la muestra a partir de los exitos en la poblacion.

- **Distribucion Binomial Negativa:** Se compone mediante experimentos de Bernoulli, y busca encontrar el numero de repeticiones necesarias hasta observar k exitos

$$P(X) = \binom{x-1}{r-1} p^r (1-p)^{x-r}$$

Donde:

- x = # de intentos
- r = # de exitos buscados
- P = Probabilidad de exito
- X = Numero de preteiciones hasta observar k exitos