

Docente: Lina Marcela Díaz Fernández

Nombre: _____ Fecha: _____

3.40 Un restaurante de comida rápida opera tanto en un local que da servicio en el automóvil, como en un local que atiende a los clientes que llegan caminando. En un día elegido al azar, represente las proporciones de tiempo que el primero y el segundo local están en servicio con X y Y , respectivamente, y suponga que la función de densidad conjunta de estas variables aleatorias es

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{2}{3}(x + 2y), & 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1, \\ 0, & \text{en otro caso.} \end{cases}$$

- Calcule la densidad marginal de X .
- Calcule la densidad marginal de Y .
- Calcule la probabilidad de que el local que da servicio a los clientes que llegan en automóvil esté lleno menos de la mitad del tiempo.

3.41 Una empresa dulcera distribuye cajas de chocolates con un surtido de cremas, chiclosos y envinados. Suponga que cada caja pesa 1 kilogramo, pero que los pesos individuales de cremas, chiclosos y envinados varían de una a otra cajas. Para una caja seleccionada al azar, represente los pesos de las cremas y los chiclosos con X y Y , respectivamente, y suponga que la función de densidad conjunta de estas variables es

$$f(x, y) = \begin{cases} 24xy, & 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1, x + y \leq 1, \\ 0, & \text{en cualquier caso.} \end{cases}$$

- Calcule la probabilidad de que en una caja dada los envinados representen más de la mitad del peso.
- Calcule la densidad marginal para el peso de las cremas.
- Calcule la probabilidad de que el peso de los chiclosos en una caja sea menor que $1/8$ de kilogramo, si se sabe que las cremas constituyen $3/4$ partes del peso.

3.42 Sean X y Y la duración de la vida, en años, de dos componentes en un sistema electrónico. Si la función de densidad conjunta de estas variables es

$$f(x, y) = \begin{cases} e^{-(x+y)}, & x > 0, y > 0, \\ 0, & \text{en otro caso,} \end{cases}$$

calcule $P(0 < X < 1 \mid Y = 2)$.

3.43 Sea X el tiempo de reacción, en segundos, ante cierto estímulo, y Y la temperatura (en °F) a la cual inicia cierta reacción. Suponga que dos variables aleatorias, X y Y , tienen la densidad conjunta

$$f(x, y) = \begin{cases} 4xy, & 0 < x < 1, 0 < y < 1, \\ 0, & \text{en otro caso.} \end{cases}$$

Calcule

- a) $P(0 \leq X \leq \frac{1}{2} \text{ y } \frac{1}{4} \leq Y \leq \frac{1}{2})$;
- b) $P(X < Y)$.

3.45 Sea X el diámetro de un cable eléctrico blindado y Y el diámetro del molde cerámico que hace el cable. Tanto X como Y tienen una escala tal que están entre 0 y 1. Suponga que X y Y tienen la siguiente densidad conjunta:

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{y}, & 0 < x < y < 1, \\ 0, & \text{en otro caso.} \end{cases}$$

Calcule $P(X + Y > 1/2)$.