

Taller Repaso Probabilidad y Estadística

Preguntas

Pregunta 1

6.1 Considere una variable aleatoria estándar con $\mu = 0$ y desviación estándar $\sigma = 1$. Use la tabla 3 y llene las probabilidades siguientes.

| El intervalo | Escriba la probabilidad | Reescriba la probabilidad (si es necesario) | Encuentre la probabilidad |
|------------------------|--|---|---------------------------|
| Menor que -2 | $P(z < \underline{\hspace{1cm}})$ | | |
| Mayor que 1.16 | $P(z > \underline{\hspace{1cm}})$ | | |
| Mayor que 1.645 | $P(z > \underline{\hspace{1cm}})$ | | |
| Entre -2.33 y 2.33 | $P(\underline{\hspace{1cm}} < z < \underline{\hspace{1cm}})$ | | |
| Entre 1.24 y 2.58 | $P(\underline{\hspace{1cm}} < z < \underline{\hspace{1cm}})$ | | |
| Menor o igual a 1.88 | $P(z \leq \underline{\hspace{1cm}})$ | | |

Pregunta 2

EJEMPLO

6.9

Estudios realizados demuestran que el uso de gasolina para autos compactos vendidos en Estados Unidos está normalmente distribuido, con una media de 25.5 millas por galón (mpg) y una desviación estándar de 4.5 mpg. ¿Qué porcentaje de compactos recorre 30 mpg o más?

Pregunta 3

EJEMPLO

6.8

Sea x una variable aleatoria normalmente distribuida con una media de 10 y una desviación estándar de 2. Encuentre la probabilidad de que x se encuentre entre 11 y 13.6.

Pregunta 4

10.1 Encuentre los siguientes valores t en la tabla 4 del apéndice I:

a. $t_{.05}$ para 5 df

b. $t_{.025}$ para 8 df

c. $t_{.10}$ para 18 df

d. $t_{.025}$ para 30 df

Pregunta 5

- 8.45** a) Calcule $P(T < 2.365)$ cuando $\nu = 7$.
b) Calcule $P(T > 1.318)$ cuando $\nu = 24$.
c) Calcule $P(-1.356 < T < 2.179)$ cuando $\nu = 12$.
d) Calcule $P(T > -2.567)$ cuando $\nu = 17$.

Pregunta 6

3.53 Dada la función de densidad conjunta

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{6-x-y}{8}, & 0 < x < 2, 2 < y < 4, \\ 0, & \text{en otro caso,} \end{cases}$$

calcule $P(1 < Y < 3 | X = 1)$.

Pregunta 7

3.57 Si X , Y y Z tienen la siguiente función de densidad de probabilidad conjunta:

$$f(x, y, z) = \begin{cases} kxy^2z, & 0 < x, y < 1, 0 < z < 2, \\ 0, & \text{en otro caso.} \end{cases}$$

- a) Calcule k .
b) Calcule $P(X < \frac{1}{4}, Y > \frac{1}{2}, 1 < Z < 2)$.

Pregunta 8

7.15 Se toma una muestra aleatoria de tamaño $n = 49$ de una distribución con media de $\mu = 53$ y $\sigma = 21$. La distribución muestral de \bar{x} será aproximadamente _____ con una media de _____ y una desviación estándar (o error estándar) de _____.

Pregunta 9

7.17 Se toma una muestra aleatoria de tamaño $n = 40$ de una distribución con media $\mu = 100$ y $\sigma = 20$. La distribución muestral de \bar{x} será aproximadamente _____ con una media de _____ y una desviación estándar (o error estándar) de _____.

Pregunta 10

7.19 Muestras aleatorias de tamaño n se seleccionaron de poblaciones con las medias y varianzas dadas aquí. Encuentre la media y desviación estándar de la distribución muestral de la media muestral en cada caso:

- a. $n = 36, \mu = 10, \sigma^2 = 9$
- b. $n = 100, \mu = 5, \sigma^2 = 4$
- c. $n = 8, \mu = 120, \sigma^2 = 1$

Respuestas

Repuesta 1

6.1

| El intervalo | Escriba la probabilidad | Reescriba la probabilidad | Hállese la probabilidad |
|------------------------|-------------------------|------------------------------------|-------------------------|
| Menos de -2 | $P(z < -2)$ | no es necesario | .0228 |
| Mayor a 1.16 | $P(z > 1.16)$ | $1 - P(z \leq 1.16)$ | .1230 |
| Mayor a 1.645 | $P(z > 1.645)$ | $1 - P(z \leq 1.645)$ | .0500 |
| Entre -2.33 y 2.33 | $P(-2.33 < z < 2.33)$ | $P(z \leq 2.33) - P(z \leq -2.33)$ | .9802 |
| Entre 1.24 y 2.58 | $P(1.24 < z < 2.58)$ | $P(z \leq 2.58) - P(z \leq 1.24)$ | .1026 |
| Menor o igual a 1.88 | $P(z \leq 1.88)$ | no es necesario | .9699 |

Respuesta 2

Solución La proporción de compactos que recorren 30 mpg o más está dada por el área sombreada en la figura 6.15. Para resolver este problema, primero se debe hallar el valor z correspondiente a $x = 30$. Sustituyendo en la fórmula para z , resulta

$$z = \frac{x - \mu}{\sigma} = \frac{30 - 25.5}{4.5} = 1.0$$

El área A_1 a la izquierda de $z = 1.0$, es .8413 (de la tabla 3 del apéndice I). Entonces la proporción de compactos que recorren 30 mpg o más es igual a

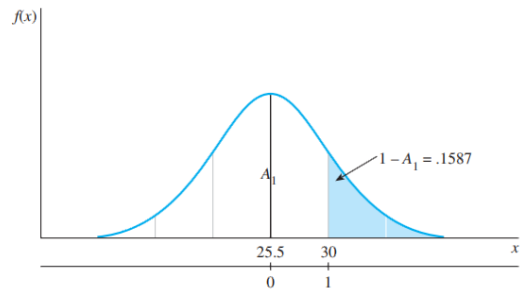
$$P(x \geq 30) = 1 - P(z < 1) = 1 - .8413 = .1587$$

El porcentaje que rebasa los 30 mpg es

$$100(.1587) = 15.87\%$$

FIGURA 6.15

Área bajo la curva normal estándar para el ejemplo 6.9



Respuesta 3

Solución El intervalo de $x = 11$ a $x = 13.6$ debe ser estandarizado usando la fórmula para z . Cuando $x = 11$,

$$z = \frac{x - \mu}{\sigma} = \frac{11 - 10}{2} = .5$$

y cuando $x = 13.6$,

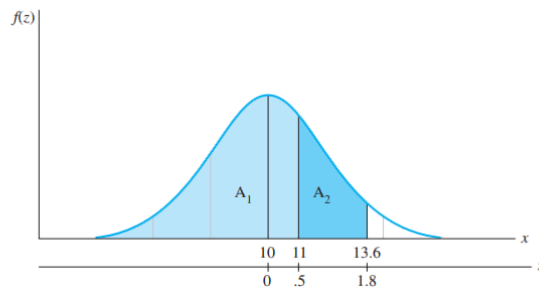
$$z = \frac{x - \mu}{\sigma} = \frac{13.6 - 10}{2} = 1.8$$

La probabilidad deseada es, por tanto, $P(.5 \leq z \leq 1.8)$, el área que está entre $z = .5$ y $z = 1.8$, como se muestra en la figura 6.13. De la tabla 3 del apéndice I, se encuentra que el área a la izquierda de $z = .5$ es .6915, y el área a la izquierda de $z = 1.8$ es .9641. La probabilidad deseada es la diferencia entre estas dos probabilidades, es decir,

$$P(.5 \leq z \leq 1.8) = .9641 - .6915 = .2726$$

FIGURA 6.13

Área bajo la curva normal estándar para el ejemplo 6.8



Respuesta 4

10.1 a. 2.015 b. 2.306 c. 1.330
d. 1.96

Respuesta 5

8.45 (a) $P(T < 2.365) = 1 - 0.025 = 0.975$.

(b) $P(T > 1.318) = 0.10$.

(c) $P(T < 2.179) = 1 - 0.025 = 0.975$, $P(T < -1.356) = P(T > 1.356) = 0.10$. Therefore, $P(-1.356 < T < 2.179) = 0.975 - 0.010 = 0.875$.

(d) $P(T > -2.567) = 1 - P(T > 2.567) = 1 - 0.01 = 0.99$.

Respuesta 6

3.53 $g(x) = \frac{1}{8} \int_2^4 (6 - x - y) dy = \frac{3-x}{4}$, for $0 < x < 2$.

So, $f(y|x) = \frac{f(x,y)}{g(x)} = \frac{6-x-y}{2(3-x)}$, for $2 < y < 4$,

and $P(1 < Y < 3 | X = 1) = \frac{1}{4} \int_2^3 (5 - y) dy = \frac{5}{8}$.

Respuesta 7

3.57 (a) $1 = k \int_0^2 \int_0^1 \int_0^1 xy^2z dx dy dz = 2k \int_0^1 \int_0^1 y^2z dy dz = \frac{2k}{3} \int_0^1 z dz = \frac{k}{3}$. So, $k = 3$.

(b) $P(X < \frac{1}{4}, Y > \frac{1}{2}, 1 < Z < 2) = 3 \int_1^2 \int_{1/2}^1 \int_0^{1/4} xy^2z dx dy dz = \frac{9}{2} \int_0^{1/4} \int_{1/2}^1 y^2z dy dz = \frac{21}{16} \int_1^2 z dz = \frac{21}{512}$.

Respuesta 8

7.15 normal; 53; 3

Respuesta 9

7.17 normal; 100; 3.16

Respuesta 10

7.19 a. $\mu = 10$; $\sigma/\sqrt{n} = .5$

b. $\mu = 5$; $\sigma/\sqrt{n} = .2$

c. $\mu = 120$; $\sigma/\sqrt{n} = .3536$