به نام خدا

دانشکده مهندسی مکانیک

طراحی کنترلر جرثقیل‌های سقفی با قید محدودیت دامنه نوسان در طول مسیر و حذف نوسانات پسماند از طریق کنترل طول کابل

پروژه تخصصی کارشناسی

رشته مهندسی مکانیک

محمد جواد محمدی

استاد راهنما:

دکتر محمد جعفر صدیق دامغانی

شهریور ماه ۱۴۰۵

تقدیم به

تشکر و قدردانی

چکیده

هر گزارش پروژه یا هر پایان‌نامه‌ای با چکیده آغاز می‌شود که عبارت است از توضیح راجع به موضوع پروژه، شیوه‌ها و روش انجام پروژه و نتیجه نهایی. کلمات یا عباراتی که در این بخش توضیح داده می‌شود، باید کاملاً محوری و مرتبط با موضوع پروژه باشند. در متن چکیده، از ارجاع به منابع و اشاره به جداول و نمودارها اجتناب شود.

واژه‌های کلیدی: تعداد کلمات یا عبارات کلیدی حداکثر می‌تواند پنج کلمه یا عبارت باشد.

فهرست مطالب

تقدیم به . . . . . آ

تشکر و قدردانی . . . . . ب

چکیده . . . . . پ

فهرست علائم اختصاری . . . . . چ

۱ کلیات ۱

۱-۱ مقدمه ۱

۲ روش انجام پروژه ۲

۲-۱ مقدمه ۲

۲-۲ محتوا ۲

۲-۲-۱ علت انتخاب روش ۲

۲-۲-۲ تشریح کامل روش انجام پروژه ۳

۲-۳ معرفی سیستم ۳

۲-۴ استخراج معادلات حرکت به روش لاگرانژ ۴

۲-۴-۱ سینماتیک و مختصات جرم آونگ ۴

۲-۴-۲ انرژی جنبشی و پتانسیل ۵

۲-۴-۳ تابع لاگرانژ ۵

۲-۴-۴ نیروهای غیرمحافظه‌کار ۵

۲-۴-۵ اعمال معادلات اویلر-لاگرانژ ۵

۲-۵ نیروهای تکیه‌گاهی ریل ۶

۲-۵-۱ تعادل افقی ۶

۲-۵-۲ تعادل قائم و گشتاور ۶

۲-۵-۳ استخراج مدل خطی بر پایه تحلیل ژاکوبین و نمایش فضای حالت ۶

۲-۵-۴ طراحی کنترل‌کننده تنظیم‌گر خطی درجه دوم (LQR) ۹

۲-۶ نتایج شبیه‌سازی و ارزیابی معماری‌های کنترلی ۱۰

۲-۶-۱ تحلیل تطبیقی و ارزیابی محدودیت‌های کنترل کلاسیک (LQR Benchmark) ۱۰
۲-۶-۲ معماری کنترل ردیاب: ادغام برنامه‌ریز مسیر و فیدفوروارد تحلیلی ۱۳
۲-۷ مدل فضای حالت غیرخطی جهت طراحی کنترل‌کننده پیش‌بین (NMPC) ۱۶
۲-۷-۱ بازآرایی معادلات به فرم ماتریسی (Inertia Matrix) ۱۶
۲-۷-۲ معکوس‌گیری ماتریس جرم و استخراج شتاب‌ها ۱۶
۲-۷-۳ نمایش فضای حالت آفین غیرخطی ۱۷
۲-۸ پیاده‌سازی مدل فیزیکی در محیط Simscape Multibody ۱۹
۲-۸-۱ معماری مفاصل و درجات آزادی ۱۹
۲-۸-۲ تفکیک گرافیک از دینامیک و زنجیره سینماتیکی ۲۰
۲-۸-۳ تأمین مشتقات سینماتیکی و ارتباط با کنترل‌کننده ۲۰
۲-۹ طراحی و پیاده‌سازی کنترل‌کننده پیش‌بین مدل غیرخطی (NMPC) ۲۰
۲-۹-۱ فرمولاسیون تابع هزینه و قیود ۲۱
۲-۹-۲ معماری حلقه کنترلی در محیط سیمیولینک ۲۱
۲-۹-۳ تحلیل نتایج شبیه‌سازی فاز انتقال ۲۲
۲-۱۰ ضرورت استفاده از برنامه‌ریز مسیر (Trajectory Planner) و چالش‌های کنترل پله‌ای ۲۴
۲-۱۱ تداخل پیش‌بین و پارادوکس فیدفوروارد تحلیلی ۲۴
۲-۱۱-۱ تغییر پارادایم کنترلی ۲۵
۲-۱۲ معماری نهایی و تنظیمات افق پیش‌بینی ۲۵
۲-۱۳ تحلیل نتایج شبیه‌سازی با معماری ردیاب مسیر یکپارچه ۲۶
۲-۱۳-۱ سناریوی اول: جابجایی 0.5 متر ۲۶
۲-۱۳-۲ سناریوی دوم: جابجایی ۵ متر (آزمون پایداری و مقیاس‌پذیری) ۲۶
۳ نتایج ۲۹
۳-۱ مقدمه ۲۹
۳-۲ محتوا ۲۹
۳-۳ پیشنهادها ۲۹
آ پیوست الف ۳۲

فهرست تصاویر

۱.۲ نمونه شکل ۳
۲.۲ معماری حلقه بسته کنترل‌کننده خطی LQR با طول کابل ثابت ۱۱
۴.۲ تلاش کنترلی (نیروی اعمالی کالسکه) برای جابجایی 0.5 متر ۱۱
۳.۲ پاسخ زمانی موقعیت کالسکه و زاویه آونگ برای جابجایی 0.5 متر ۱۱
۶.۲ نیروی کنترلی در جابجایی 5 متر (اشباع و مقادیر غیرواقعی) ۱۲
۵.۲ پاسخ زمانی سیستم در جابجایی 5 متر (بروز پدیده چرخش و تعادل کاذب) ۱۲
۷.۲ معماری یکپارچه کنترل‌کننده LQR مبتنی بر برنامه‌ریز مسیر و فیدفوروارد ۱۴
۹.۲ زاویه نوسان آونگ در جابجایی 0.5 متر ۱۴
۸.۲ ردیابی موقعیت کالسکه در جابجایی 0.5 متر ۱۴
۱۱.۲ زاویه نوسان آونگ در جابجایی 5 متر و بروز نوسانات پسماند ۱۵
۱۰.۲ ردیابی موقعیت کالسکه در جابجایی 5 متر ۱۵
۱۲.۲ نمای کلی بلوک Plant سیستم جرثقیل در محیط سیمیولینک ۱۹
۱۳.۲ معماری داخلی مدل Simscape Multibody شامل مفاصل، بلوک‌های فیزیکی و زنجیره سینماتیکی ۲۰
۱۴.۲ معماری حلقه فیدبک کنترل‌کننده پیش‌بین غیرخطی و ارتباط با مدل فیزیکی . . . ۲۲
۱۵.۲ پاسخ زمانی موقعیت کالسکه، زاویه نوسان و طول کابل ۲۳
۱۶.۲ سیگنال‌های کنترلی اعمال‌شده به پلنت: نیروی کالسکه (F) و شتاب تغییر طول کابل ($\ddot{l}$) ۲۳
۱۷.۲ پروفایل مسیر مرجع نرم تولید شده توسط برنامه‌ریز مسیر برای جابجایی 0.5 متر . . ۲۵
۱۸.۲ معماری نهایی حلقه کنترل پیش‌بین یکپارچه بدون فیدفوروارد خارجی ۲۶
۱۹.۲ پاسخ زمانی موقعیت کالسکه، زاویه نوسان و طول کابل برای جابجایی 0.5 متر . . . ۲۷
۲۰.۲ سیگنال‌های کنترلی اعمال‌شده به سیستم برای جابجایی 0.5 متر ۲۷
۲۱.۲ پاسخ زمانی موقعیت کالسکه، زاویه نوسان و طول کابل برای جابجایی ۵ متر ۲۸
۲۲.۲ سیگنال‌های کنترلی اعمال‌شده به سیستم برای جابجایی ۵ متر ۲۸

۱.۳ زیرنویس شکل ۳۰

فهرست جداول

۱.۲ نتیجه بررسي پرسش نامه ها در ارتباط با عوامل موثر [۱] ۲

۱.۳ بالانویس جدول ۲۹

فهرست علائم اختصاری

کمیت و واحد	شرح فارسی
$v\ (\mathrm{m/s})$	سرعت
$a\ (\mathrm{m/s^2})$	شتاب
$F\ (\mathrm{N})$	نیرو

فصل ۱

کلیات

۱-۱ مقدمه

مواردی که در فصل کلیات مطرح می شوند، عبارتند از: مقدمه، طرح موضوع پروژه و بیان مساله، ضرورت و اهمیت انجام پروژه و اهداف آن؛ تعاریف واژه‌ها (در صورت لزوم)، پیشینه پژوهش و روشهای پیشین انجام پروژه (در صورت لزوم). حداکثر صفحات فصل کلیات برابر است با ۱۰ صفحه.

فصل ۲

روش انجام پروژه

۲-۱ مقدمه

در این فصل روش انجام پروژه به طور کامل شرح داده میشود. حداکثر صفحات این فصل ۲۰ صفحه است.

۲-۲ محتوا

جدول (۲-۱) به صورت نمونه ارائه شده است.

جدول ۱.۲ نتيجه بررسي پرسش نامه ها در ارتباط با عوامل موثر [۱]

ردیف	عوامل موثر	درصد
۱	احساس تعلق به سازمان	۹۵/۱
۲	نقش مديريت سازمان	۸۷/۷
۳	عوامل درون سازماني	۸۲/۹
۴	برگزاري دوره هاي آموزشي	۸۲/۹

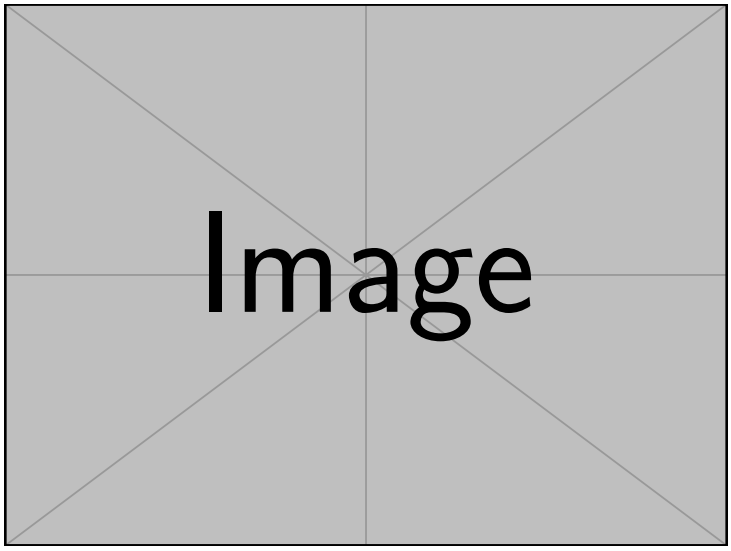
شکل (۲-۱) نیز به صورت نمونه ارائه شده است.

متن

که در آن X $(\mathrm{kg/m^3})$ غلظت توده سلولي، μ $(\mathrm{h^{-1}})$ شدت رشد ويژه و D $(\mathrm{h^{-1}})$ شدت رقيق‌سازي ميباشد.

۲-۲-۱ علت انتخاب روش

دليل يا دلايل انتخاب روش انجام پروژه را تشريح مي‌كند. در زير به تعدادي از روش‌هاي انجام پروژه اشاره شده است:



شکل ۱.۲ نمونه شکل

- **روش آزمايشگاهي:** توصيف كامل برنامه‌ي آزمايشگاهي شامل مواد مصرفي و نحوه‌ي ساخت نمونه‌ها، شرح آزمايش‌ها شامل نحوه تنظيم و آماده سازي آزمايش‌ها و دستگاه‌هاي مورد استفاده و دقت و نحوه‌ي كاليبره كردن، شرح دستگاه ساخته شده (در صورت ساخت) و ارائه‌ي روش اعتبارسنجي.

- **روش آماري:** توصيف ابزارهاي گردآوري اطلاعات كمي و كيفي، اندازه‌ي نمونه‌ها، روش نمونه‌برداري، تشريح مباني روش آمار و ارائه‌ي روش اعتبارسنجي.

- **روش نرم‌افزارنويسي:** توصيف كامل برنامه‌نويسي، مباني برنامه و ارائه‌ي روش اعتبارسنجي.

- **روش مطالعه‌ي موردي:** توصيف كامل محل و موضوع مطالعه، علت انتخاب مورد و پارامترهايي كه تحت ارزيابي قرار داده مي‌شوند، و ارائه‌ي روش اعتبارسنجي.

- **روش تحليلي يا مدلسازي:** توصيف كامل مباني يا اصول تحليل يا مدل و ارائه‌ي روش اعتبارسنجي.

- **روش ميداني:** چگونگي دستيابي به دادهها در ميدان عمل و نحوه برداشت از پاسخهاي دريافتي.

۲-۲-۲ تشریح کامل روش انجام پروژه

۲-۳ معرفی سیستم

در این سیستم توسعه‌یافته، یک آونگ ساده به ارابه‌ای متصل است که روی یک ریل حرکت می‌کند. طول کابل آونگ متغیر بوده و به عنوان یک متغیر سینماتیکی (ورودی) تحت عنوان $l(t)$ در نظر گرفته می‌شود. همچنین سیستم توسط دو نیروی محرک F_1 و F_2 از دو انتهای ریل تحریک می‌گردد (هر دو در جهت استاندارد محور x مثبت فرض شده‌اند).

مختصات تعمیم‌یافته سیستم با توجه به دو درجه آزادی موجود به صورت زیر انتخاب می‌شوند:

$$q = \begin{bmatrix} x \\ \theta \end{bmatrix}$$

که در آن:

- x : مکان افقی ارابه نسبت به تکیه‌گاه اول
- θ : زاویه آونگ نسبت به راستای قائم (پادساعت‌گرد مثبت است)
- $l(t)$: طول متغیر کابل آونگ (متغیر ورودی سینماتیکی)
- M : جرم ارابه
- m : جرم نقطه‌ای آونگ
- M_b : جرم ریل با طول کل D
- g : شتاب گرانش

اصطکاک‌های لزج سیستم:

- b_c : ضریب اصطکاک لزج ارابه و ریل
- b_p : ضریب اصطکاک لزج مفصل آونگ

خروجی‌های مطلوب شامل موقعیت‌ها و نیروهای تکیه‌گاهی ریل (R_{x1}, R_{y1} در تکیه‌گاه اول و R_{y2} در تکیه‌گاه دوم) می‌باشند.

۴-۲ استخراج معادلات حرکت به روش لاگرانژ

۱-۴-۲ سینماتیک و مختصات جرم آونگ

با رعایت قانون دست راست، محور x به سمت راست و محور y به سمت بالا در نظر گرفته شده است. مختصات جرم آونگ برابر است با:

$$x_p = x + l(t)\sin\theta$$

$$y_p = -l(t)\cos\theta$$

با مشتق‌گیری نسبت به زمان ($\dot{l} \neq 0$):

$$\dot{x}_p = \dot{x} + \dot{l}\sin\theta + l\dot{\theta}\cos\theta$$

$$\dot{y}_p = -\dot{l}\cos\theta + l\dot{\theta}\sin\theta$$

مربع سرعت خطی جرم آونگ ($v_p^2 = \dot{x}_p^2 + \dot{y}_p^2$) پس از بسط و ساده‌سازی روابط برابر است با:

$$v_p^2 = \dot{x}^2 + \dot{l}^2 + l^2\dot{\theta}^2 + 2\dot{x}\dot{l}\sin\theta + 2\dot{x}l\dot{\theta}\cos\theta$$

۲-۴-۲ انرژی جنبشی و پتانسیل

انرژی جنبشی کل سیستم مجموع انرژی ارابه و آونگ است:

$$T = \frac{1}{2}M\dot{x}^2 + \frac{1}{2}mv_p^2$$

$$T = \frac{1}{2}(M+m)\dot{x}^2 + \frac{1}{2}m\left(\dot{l}^2 + l^2\dot{\theta}^2\right) + m\dot{x}\dot{l}\sin\theta + ml\dot{x}\dot{\theta}\cos\theta$$

انرژی پتانسیل سیستم:

$$V = -mgl\cos\theta$$

۲-۴-۳ تابع لاگرانژ

تابع لاگرانژ سیستم ($\mathcal{L} = T - V$) تشکیل می‌شود:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}(M+m)\dot{x}^2 + \frac{1}{2}m(\dot{l}^2 + l^2\dot{\theta}^2) + m\dot{x}\dot{l}\sin\theta + ml\dot{x}\dot{\theta}\cos\theta + mgl\cos\theta$$

۲-۴-۴ نیروهای غیرمحافظه‌کار

نیروهای تعمیم‌یافته:

$$Q_x = F_1 + F_2 - b_c\dot{x}$$

$$Q_\theta = -b_p\dot{\theta}$$

۲-۴-۵ اعمال معادلات اویلر-لاگرانژ

معادله حرکت ارابه (x)

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\dot{x}}\right) - \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial x} = Q_x$$

با جایگذاری مشتقات و مرتب‌سازی ترم‌ها:

$$(M+m)\ddot{x} + ml\ddot{\theta}\cos\theta + m\ddot{l}\sin\theta + 2m\dot{l}\dot{\theta}\cos\theta - ml\dot{\theta}^2\sin\theta + b_c\dot{x} = F_1 + F_2$$

معادله حرکت آونگ (θ)

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\theta}}\right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \theta} = Q_\theta$$

پس از محاسبه مشتقات و حذف ترم‌های مشترک:

$$ml^2\ddot{\theta} + ml\ddot{x}\cos\theta + 2ml\dot{l}\dot{\theta} + mgl\sin\theta + b_p\dot{\theta} = 0$$

۲-۵ نیروهای تکیه‌گاهی ریل

برای استخراج نیروهای تکیه‌گاهی R_{x1}, R_{y1}, R_{y2}، تعادل شبه‌استاتیکی کل مجموعه بررسی می‌شود:

۲-۵-۱ تعادل افقی

نیروی خارجی مهارکننده ریل در راستای افق:

$$\sum F_x = 0 \implies R_{x1} - F_1 - F_2 + b_c\dot{x} = 0 \implies R_{x1} = F_1 + F_2 - b_c\dot{x}$$

۲-۵-۲ تعادل قائم و گشتاور

با فرض وزن ریل یکنواخت ($M_b g$) و نیروی عمودی ارابه $N = (M+m)g$ و همچنین D طول ریل، از تعادل گشتاور حول تکیه‌گاه اول:

$$\sum M_1 = 0 \implies R_{y2}\cdot D - M_b g\frac{D}{2} - (M+m)g\cdot x = 0$$

$$R_{y2} = \frac{M_b g}{2} + \frac{(M+m)g}{D}x$$

تعادل نیروهای قائم:

$$\sum F_y = 0 \implies R_{y1} = \frac{M_b g}{2} + \frac{(M+m)g}{D}(D-x)$$

۲-۵-۳ استخراج مدل خطی بر پایه تحلیل ژاکوبین و نمایش فضای حالت

به منظور طراحی و تحلیل اولیه کنترل‌کننده‌ها و همچنین اثبات ریاضی محدودیت‌های سیستم‌های خطی در مواجهه با این پلنت، نیازمند استخراج مدل خطی سیستم حول نقطه کار تعادل هستیم. در این پژوهش به جای استفاده از ساده‌سازی‌های جبری و جایگذاری‌های تخمینی، از روش اصولی بسط تیلور مرتبه اول و محاسبه ماتریس ژاکوبین (Jacobian Matrix) برای استخراج دقیق فضای حالت خطی استفاده شده است.

تعریف بردار حالت غیرخطی و نقطه تعادل

ابتدا بردارهای حالت (x) و ورودی (u) سیستم غیرخطی به فرم استاندارد زیر تعریف می‌گردند:

$$x = [x_1, x_2, x_3, x_4]^T = [x, \dot{x}, \theta, \dot{\theta}]^T \tag{۱.۲}$$

$$u = [u_1, u_2, u_3, u_4]^T = [F, \ddot{l}, \dot{l}, l]^T \tag{۲.۲}$$

مدل دینامیکی غیرخطی استخراج شده از معادلات اویلر-لاگرانژ را می‌توان به فرم توابع برداری $\dot{x} = f(x, u)$ بیان نمود. با حل تحلیلی دستگاه معادلات کوپل شده، مشتقات حالات سیستم به صورت زیر به دست می‌آیند:

$$\dot{x}_1 = x_2 \tag{۳.۲}$$

$$\dot{x}_2 = \frac{u_1 u_4 - b_c u_4 x_2 + b_p x_4 \cos(x_3) - m u_4^2 x_4^2 \sin(x_3) - m u_2 u_4 \sin(x_3) + g m u_4 \cos(x_3) \sin(}{u_4(M + m - m\cos^2(x_3))} \tag{۴.۲}$$

$$\dot{x}_3 = x_4 \tag{۵.۲}$$

$$\dot{x}_4 = -\frac{2M b_p x_4 + 2 b_p m x_4 + m^2 u_4^2 x_4^2 \sin(2x_3) - m^2 u_2 u_4 \sin(2x_3) + \cdots - 2 b_c m u_4 x_2 \cos(x}{m u_4^2 (2M + m - m\cos(2x_3))} \tag{۶.۲}$$

نقطه کار (Equilibrium Point) برای عملیات انتقال بار، وضعیت سکون سیستم با طول کابل اسمی ثابت است. بنابراین، مقادیر تعادل برای بردارهای حالت و ورودی به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$x_{eq} = [0, 0, 0, 0]^T \tag{۷.۲}$$

$$u_{eq} = [0, 0, 0, l_0]^T \tag{۸.۲}$$

محاسبه ماتریس‌های ژاکوبین و فضای حالت خطی

با اعمال بسط تیلور حول نقطه کار تعریف شده و صرف‌نظر از جملات مرتبه بالاتر، ماتریس‌های فضای حالت خطی (A و B) از طریق مشتق‌گیری جزئی (ژاکوبین) نسبت به بردار حالت و ورودی به دست می‌آیند:

$$A = \left.\frac{\partial f(x,u)}{\partial x}\right|_{x_{eq},u_{eq}}, \quad B = \left.\frac{\partial f(x,u)}{\partial u}\right|_{x_{eq},u_{eq}} \tag{۹.۲}$$

پس از محاسبه تحلیلی مشتقات و جایگذاری نقطه تعادل، ماتریس‌های سیستم خطی‌شده به فرم دقیق زیر استخراج می‌گردند:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{b_c}{M} & \frac{mg}{M} & \frac{b_p}{Ml_0} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \frac{b_c}{Ml_0} & -\frac{g(M+m)}{Ml_0} & -\frac{b_p(M+m)}{Mml_0^2} \end{bmatrix} \tag{۱۰.۲}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{M} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{Ml_0} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{۱۱.۲}$$

مدل خطی نهایی سیستم با رابطه $\Delta\dot{x} = A\Delta x + B\Delta u$ توصیف می‌شود.

تحلیل تکینگی کنترل‌پذیری و اثبات ضرورت رویکرد غیرخطی

بررسی دقیق ماتریس توزیع ورودی (B) حاصل از تحلیل ژاکوبین، یک پدیده دینامیکی حیاتی را از منظر ریاضیات سیستم‌ها به اثبات می‌رساند. همان‌طور که در ماتریس B مشاهده می‌شود، درایه‌های متناظر با ستون‌های دوم، سوم و چهارم (که نمایانگر اثرات کنترلی $\ddot{l}$، $\dot{l}$ و تغییرات طول کابل هستند) مطلقاً صفر می‌باشند.

دلیل تحلیلی این امر آن است که مشتقات جزئی نیروهای کوپلینگ غیرخطی (نظیر شتاب کریولیس و نیروهای گریز از مرکز) نسبت به متغیرهای طول کابل، در نقطه تعادل $\theta = 0$ به دلیل حضور عبارات سینوسی به صفر میل می‌کنند. این نتیجه بیانگر یک **تکینگی کنترل‌پذیری در نقطه تعادل آویزان**

است.

به بیان دیگر، این اثبات ریاضی نشان می‌دهد که در چارچوب تئوری کنترل خطی (LTI)، مکانیزم تغییر طول کابل هیچ‌گونه اثرگذاری دینامیکی مستقیمی بر روی نوسانات بار ندارد. از این رو، جهت بهره‌برداری از استراتژی میرایی فعال (Active Damping) از طریق کنترل طول کابل، استفاده از رویکردهای کنترلی کلاسیک نظیر LQR کاملاً ناکارآمد بوده و گذار به مدل‌سازی و کنترل کامل غیرخطی (نظیر NMPC) یک الزام بنیادین و اجتناب‌ناپذیر است.

۲-۵-۴ طراحی کنترل‌کننده تنظیم‌گر خطی درجه دوم (LQR)

به منظور پایدارسازی سیستم حول نقطه تعادل و ایجاد یک معیار مقایسه‌ای (Benchmark) برای ارزیابی کنترل‌کننده‌های پیشرفته‌تر، در گام نخست یک کنترل‌کننده بهینه از نوع تنظیم‌گر خطی درجه دوم (LQR) طراحی گردید. در این فاز، طول کابل ثابت فرض شده ($l = l_0 = 0.5\ \mathrm{m}$) و مکانیزم تغییر طول کابل غیرفعال است ($\dot{l} = 0, \ddot{l} = 0$). در نتیجه، تنها عملگر فعال سیستم، نیروی محرک ارابه (F) است و ماتریس توزیع ورودی (B_{LQR}) تنها شامل ستون اول ماتریس B استخراج‌شده در بخش قبل خواهد بود:

$$B_{\mathrm{LQR}} = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{M} \\ 0 \\ -\frac{1}{Ml_0} \end{bmatrix} \tag{۱۲.۲}$$

تئوری کنترل LQR بر پایه حداقل‌سازی یک تابع هزینه بی‌نهایت-افق (Infinite-Horizon Cost Function) به فرم درجه دوم بنا شده است. این تابع هزینه، تعادلی میان خطای حالت (انحراف از نقطه تعادل) و تلاش کنترلی (انرژی مصرفی عملگرها) ایجاد می‌کند:

$$J = \int_0^\infty \left(x^T Q x + u^T R u\right) dt \tag{۱۳.۲}$$

که در آن، x بردار حالت سیستم، u سیگنال کنترلی (نیروی F)، $Q \geq 0$ ماتریس نیمه‌معین مثبت وزن حالات و $R > 0$ ماتریس معین مثبت وزن ورودی است. با توجه به مقادیر پارامترهای فیزیکی سیستم ($M = 1\ \mathrm{kg}$، $m = 0.2\ \mathrm{kg}$، $g = 9.81\ \mathrm{m/s^2}$ و ضرایب اصطکاک)، ماتریس‌های وزن بر اساس اهمیت متغیرهای کنترلی به صورت زیر تنظیم شدند:

$$Q = \mathrm{diag}([1000, 10, 500, 10]) \tag{۱۴.۲}$$

$$R = 1 \tag{۱۵.۲}$$

درایه $Q_{11} = 1000$ نشان‌دهنده جریمه بسیار سنگین بر روی خطای موقعیت کالسکه (x) است تا سیستم با سرعت بالایی به نقطه هدف همگرا شود. همچنین درایه $Q_{33} = 500$ به منظور اعمال قید سخت بر روی زاویه آونگ (θ) و سرکوب سریع نوسانات انتخاب شده است. وزن متناظر با سرعت‌ها (Q_{22}, Q_{44}) در مقادیر پایین‌تری تنظیم شدند تا از رفتار نوسانی شدید جلوگیری شود. ماتریس $R = 1$ نیز اجازه می‌دهد تا کنترل‌کننده از ظرفیت عملگر نیرو به صورت مطلوب بهره‌برداری کند.

قانون کنترل بهینه به فرم فیدبک حالت $u = -Kx$ تعریف می‌شود. ماتریس بهره فیدبک (K) از طریق حل معادله جبری ریکاتی (Algebraic Riccati Equation) محاسبه می‌گردد:

$$A^T P + PA - PB_{\mathrm{LQR}} R^{-1} B_{\mathrm{LQR}}^T P + Q = 0 \tag{۱۶.۲}$$

$$K = R^{-1} B_{\mathrm{LQR}}^T P \tag{۱۷.۲}$$

با حل معادله فوق در نرم‌افزار MATLAB، ماتریس بهره بهینه K به صورت زیر استخراج گردید:

$$K = \begin{bmatrix} 31.6228 & 14.0488 & -17.7264 & 0.3611 \end{bmatrix} \tag{۱۸.۲}$$

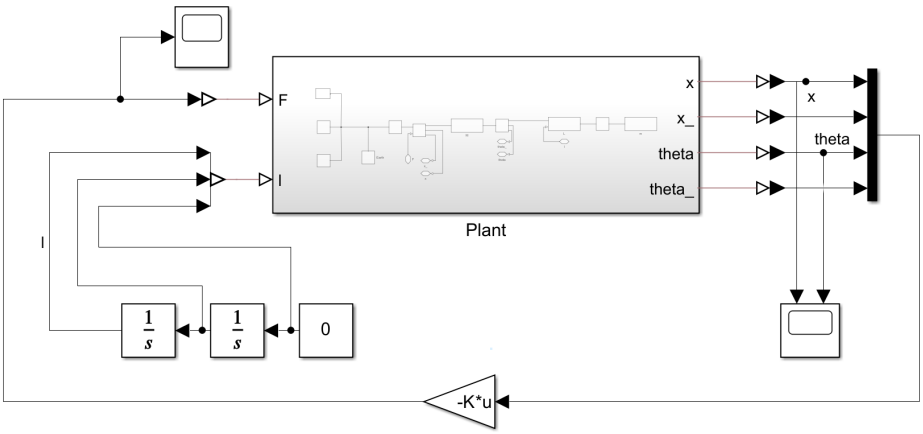
سیگنال کنترلی نهایی تولید شده توسط این استراتژی برابر است با $F = -Kx$. این کنترل‌کننده به مدل فیزیکی غیرخطی سیستم در محیط Simscape اعمال شد تا عملکرد آن در سناریوهای مختلف ارزیابی گردد.

۲-۶ نتایج شبیه‌سازی و ارزیابی معماری‌های کنترلی

۲-۶-۱ تحلیل تطبیقی و ارزیابی محدودیت‌های کنترل کلاسیک (LQR Benchmark)

به منظور درک عمیق‌تر از ضرورت به‌کارگیری معماری‌های پیشرفته کنترلی و اجتناب از اعمال ورودی‌های پله‌ای (Step Input) در جابجایی‌های بزرگ، در گام نخست یک کنترل‌کننده فیدبک حالت خطی (LQR) طراحی و بر روی مدل غیرخطی (Plant) اعمال گردید. در این سناریو، متغیر طول کابل ثابت فرض شده

($\ddot{l} = 0$) و قانون کنترل به فرم $F = -Kx$ پیاده‌سازی شده است. بلوک‌دیاگرام این ساختار در محیط سیمیولینک در شکل (۲.۲) مشاهده می‌شود.



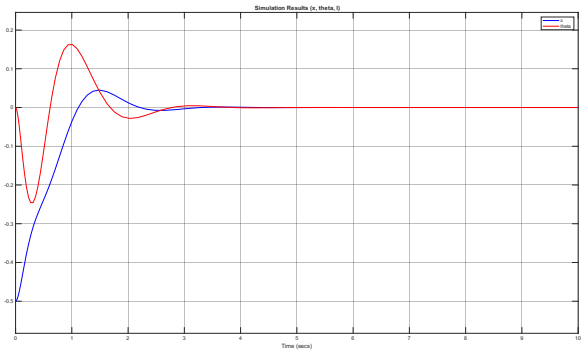
شکل ۲.۲ معماری حلقه بسته کنترل‌کننده خطی LQR با طول کابل ثابت

برای بررسی رفتار دینامیکی این کنترل‌کننده، سیستم تحت دو شرایط اولیه متفاوت (جابجایی ۵.۰ متری و ۵ متری) شبیه‌سازی شد که نتایج آن نشان‌دهنده یک پدیده چالش‌برانگیز در کنترل سیستم‌های زیرفعال است.

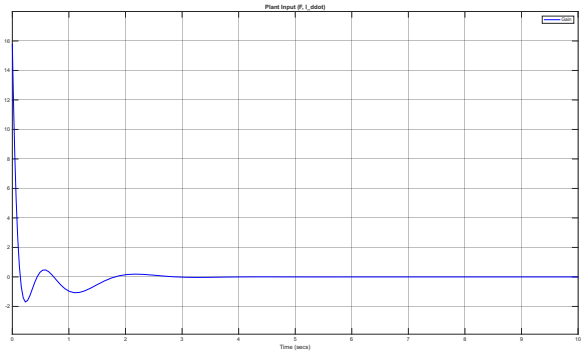
سناریوی جابجایی کوتاه‌برد (0.5 متر): تطابق با فرض خطی‌سازی

در سناریوی اول، ارابه در موقعیت $x_0 = -0.5$ متر قرار داده شد. مطابق شکل (۳.۲)، کنترل‌کننده LQR توانست به خوبی کالسکه را به مبدأ ($x = 0$) هدایت کرده و نوسانات آونگ را میرا کند.

دلیل موفقیت کنترل‌کننده در این حالت، کوچک بودن خطای اولیه است. همان‌طور که در پروفایل نیروی کنترلی (شکل ۴.۲) مشخص است، حداکثر نیروی اعمالی به سیستم حدود 16 نیوتن است. این نیروی متعارف باعث ایجاد شتابی ملایم در کالسکه شده و دامنه نوسان آونگ را در محدوده خطی (کمتر از 0.15 رادیان) نگه می‌دارد. در این بازه، فرض خطی‌سازی ($\sin\theta \approx \theta$) کاملاً صادق بوده و ماتریس‌های ژاکوبین استخراج شده در فصل پیشین، تقریب بسیار دقیقی از دینامیک واقعی سیستم ارائه می‌دهند.



شکل ۳.۲ پاسخ زمانی موقعیت کالسکه و زاویه آونگ برای جابجایی 0.5 متر



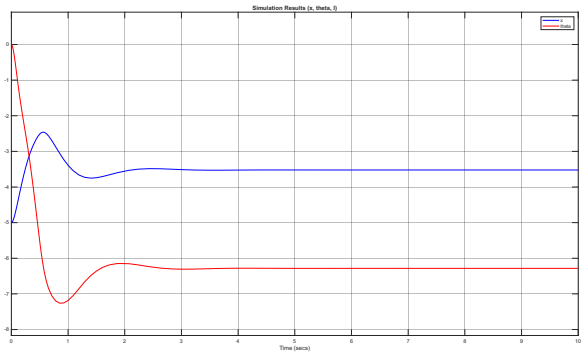
شکل ۴.۲ تلاش کنترلی (نیروی اعمالی کالسکه) برای جابجایی 0.5 متر

سناریوی جابجایی بلندبرد (5 متر): فروپاشی تقریب خطی و پدیده تعادل کاذب

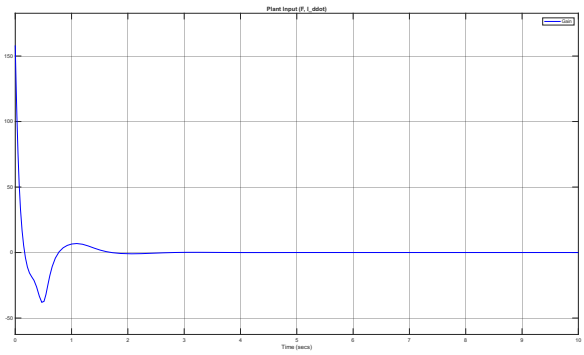
در سناریوی دوم، موقعیت اولیه به $x_0 = -5$ متر تغییر یافت. نتایج این شبیه‌سازی (شکل ۵.۲) به طور واضح نشان‌دهنده فروپاشی تئوری کنترل خطی در مواجهه با شرایط اولیه بزرگ است.

از آنجا که کنترل‌کننده خطی درکی از محدودیت‌های فیزیکی عملگرها (Saturation) ندارد، در لحظه $t = 0$ برای جبران خطای عظیم ۵ متری، فرمان یک نیروی غیرواقعی و بسیار بزرگ (بیش از 150 نیوتن بر اساس شکل ۶.۲) را صادر می‌کند. این شتاب خشن، یک نیروی اینرسی (فیکتیشس) مهارنشدنی به جرم آونگ وارد می‌کند که موجب خروج سریع آونگ از محدوده خطی و عبور آن از زاویه ۹۰ درجه ($\pi/2$) می‌شود.

پس از عبور از زاویه ۹۰ درجه، فیزیک واقعی سیستم (نیروی بازگرداننده گرانش) کاهش می‌یابد ($\sin\theta$ نزولی می‌شود)، اما کنترلر خطی به دلیل تقریب ریاضی خود همچنان فرض می‌کند که نیروی بازگرداننده در حال افزایش است ($K\theta$). این تضاد دینامیکی منجر به یک دور چرخش کامل آونگ شده و زاویه در مقدار $-2\pi \approx -6.28$ رادیان متوقف می‌گردد.



شکل ۵.۲ پاسخ زمانی سیستم در جابجایی 5 متر (بروز پدیده چرخش و تعادل کاذب)



شکل ۶.۲ نیروی کنترلی در جابجایی 5 متر (اشباع و مقادیر غیرواقعی)

نکته قابل تأمل در شکل (۵.۲)، توقف کالسکه در موقعیت $x \approx -3.5$ متر (به جای صفر) است. این پدیده که می‌توان آن را «**تعادل کاذب ریاضی**» نامید، ریشه در قانون کنترل فیدبک حالت دارد. در حالت ماندگار (Steady-State)، سرعت‌ها صفر می‌شوند ($\dot{x} = 0, \dot{\theta} = 0$). برای توقف سیستم، نیروی کنترلی باید صفر باشد:

$$F = -k_1 x_{ss} - k_3 \theta_{ss} = 0 \implies x_{ss} = -\frac{k_3}{k_1}\theta_{ss} \tag{۱۹.۲}$$

از آنجا که آونگ از نظر فیزیکی در $\theta = -2\pi$ آویزان و در تعادل است، اما از نظر ریاضی این عدد یک خطای ماندگار بسیار بزرگ محسوب می‌شود، کنترل‌کننده برای صفر کردن معادله نیروی ($F = 0$)، مجبور است کالسکه را در فاصله $x_{ss} \approx -3.5$ متر نگه دارد. کنترلر خطی قادر به تشخیص هم‌ارزی فیزیکی زوایای 0 و -2π نیست.

ضرورت گذار به برنامه‌ریز مسیر (Trajectory Planner) و کنترلر NMPC

تحلیل فوق به طور قاطع اثبات می‌کند که اعمال خطای موقعیت به صورت پله‌ای (Step Input) برای جابجایی‌های بزرگ در جرثقیل‌های سقفی، منجر به نقض فرض‌های خطی‌سازی، اشباع عملگرها و بروز ناپایداری‌های فاز می‌شود.

برای غلبه بر این چالش بنیادین، لازم است تا «موقعیت هدف» نه به صورت یک جهش ناگهانی، بلکه به عنوان یک مسیر پیوسته و سینماتیکی تولید شود. از این رو، در بخش‌های آتی این رساله، از یک **برنامه‌ریز مسیر (Trajectory Planner)** جهت تولید یک پروفایل حرکتی نرم (S-Curve) استفاده خواهد شد. با بهره‌گیری از این برنامه‌ریز در کنار **کنترل‌کننده پیش‌بین مدل غیرخطی (NMPC)**، سیستم می‌تواند خطاهای لحظه‌ای را در محدوده بسیار کوچک و خطی نگه داشته و همزمان با لحاظ کردن محدودیت‌های فیزیکی عملگرها و استفاده از طول کابل متغیر، جابجایی‌های بزرگ را با ایمنی و پایداری مطلق انجام دهد.

۲-۶-۲ معماری کنترل ردیاب: ادغام برنامه‌ریز مسیر و فیدفوروارد تحلیلی

چنانچه در بخش پیشین مشاهده شد، اعمال خطای بزرگ به صورت پله‌ای به کنترل‌کننده خطی LQR منجر به فروپاشی دینامیکی و چرخش آونگ گردید. برای رفع این چالش بنیادین، استراتژی کنترل از حالت «تنظیم‌گر نقطه ثابت» (Set-point Regulation) به حالت «ردیاب مسیر» (Trajectory Tracking) ارتقا یافت.

ساختار بلوک‌دیاگرام و تفکیک وظایف

به منظور هدایت ایمن سیستم، یک برنامه‌ریز مسیر کینماتیکی (Trajectory Generator) بر مبنای منحنی نَرم (S-Curve) به حلقه کنترل افزوده شد. این واحد، با لحاظ کردن قیود حداکثر سرعت ($v_{\max}$) و حداکثر شتاب ($a_{\max}$)، یک پروفایل موقعیت، سرعت و شتاب مرجع تولید می‌کند. در معماری جدید (شکل ۷.۲)، فرمان کنترلی نهایی (F_{total}) از مجموع دو سیگنال متمایز تشکیل شده است:

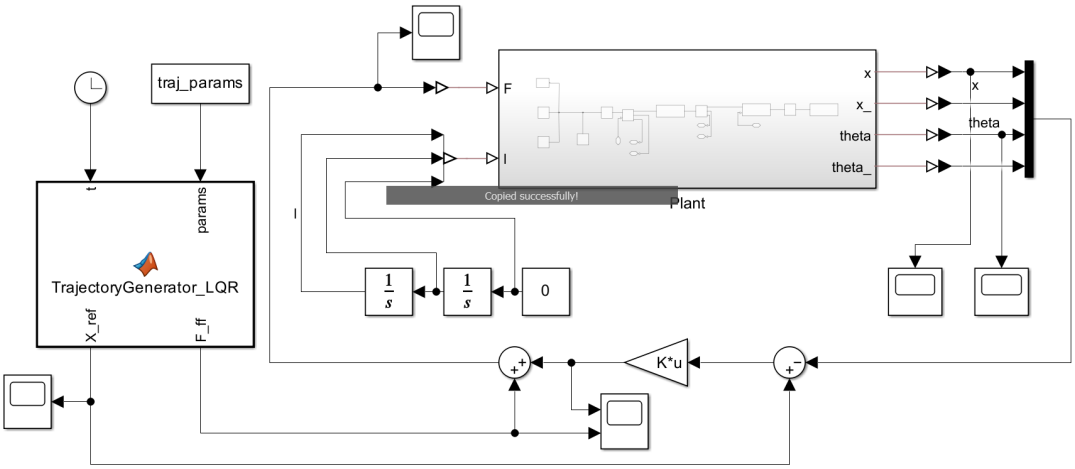
$$F_{total} = F_{ff} + F_{fb} \tag{۲۰.۲}$$

بخش اول، نیروی فیدفوروارد تحلیلی (F_{ff}) است که بر اساس دینامیک معکوس و جهت تأمین نیروی خالص برای غلبه بر اینرسی و اصطکاک کالسکه در مسیر مرجع محاسبه می‌شود:

$$F_{ff} = (M + m)\ddot{x}_{ref} + b_c\dot{x}_{ref} \tag{۲۱.۲}$$

بخش دوم، نیروی فیدبک اصلاحی (F_{fb}) است که توسط ماتریس بهره LQR و برای جبران خطای لحظه‌ای حالت ($E = X - X_{ref}$) و سرکوب نوسانات آونگ تولید می‌گردد:

$$F_{fb} = -K(X - X_{ref}) \tag{۲۲.۲}$$

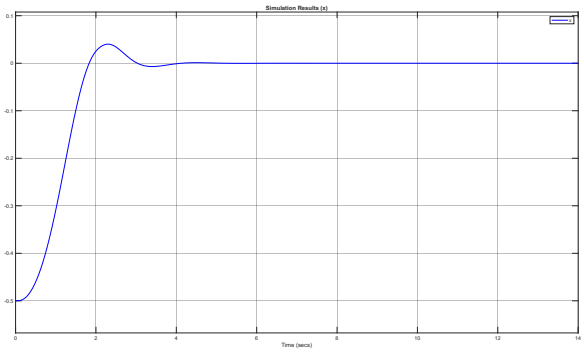


شکل ۷.۲ معماری یکپارچه کنترل‌کننده LQR مبتنی بر برنامه‌ریز مسیر و فیدفوروارد

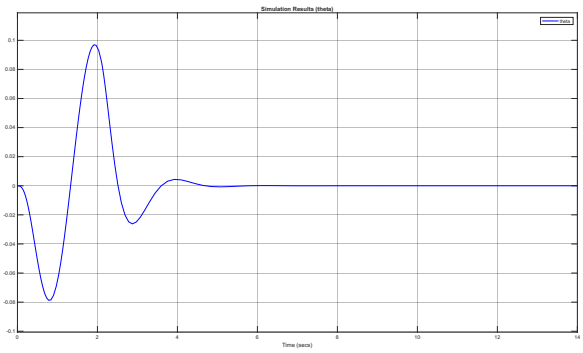
تحلیل نتایج شبیه‌سازی: جابجایی کوتاه‌برد (0.5 متر)

در سناریوی نخست، موقعیت هدف در فاصله 0.5 متری تنظیم گردید. با توجه به شکل (۸.۲)، کالسکه با دقت بالا و به صورت کاملاً هموار مسیر مرجع را ردیابی کرده و در حدود ثانیه ۲ به مقصد می‌رسد.

بررسی دینامیک نوسان در شکل (۹.۲) نشان می‌دهد که حداکثر انحراف زاویه آونگ به حدود 0.08 رادیان (کمتر از ۵ درجه) محدود شده است که حاشیه امنیت بسیار بالایی را نسبت به قید فیزیکی ۱۵ درجه نشان می‌دهد. همچنین تفکیک سیگنال‌های کنترلی (شکل ؟؟) مؤید آن است که بار اصلی شتاب‌دهی بر عهده فیدفوروارد (نمودار قرمز) بوده و سیگنال فیدبک LQR (نمودار آبی) وظیفه ظریف میراسازی نوسانات و جبران عدم‌تطابق‌های مدل غیرخطی را به دوش می‌کشد.



شکل ۸.۲ ردیابی موقعیت کالسکه در جابجایی 0.5 متر



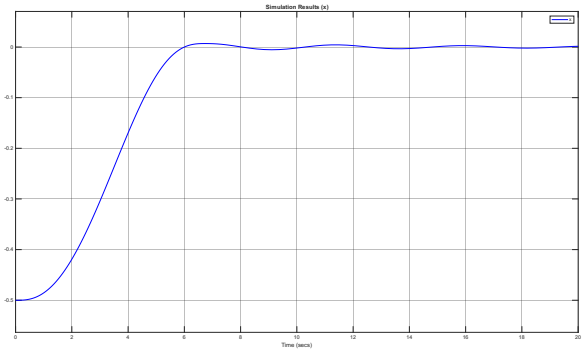
شکل ۹.۲ زاویه نوسان آونگ در جابجایی 0.5 متر

تحلیل نتایج شبیه‌سازی: جابجایی بلندبرد (5 متر) و چالش‌های پسماند

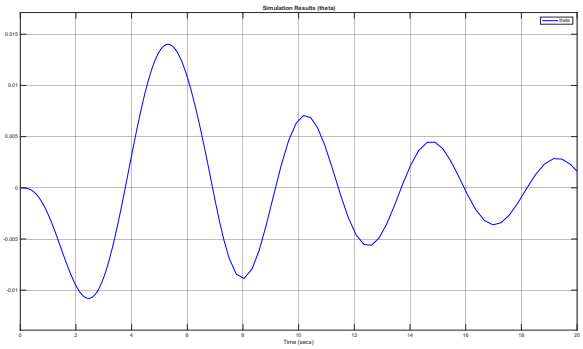
با اعمال معماری جدید برای جابجایی بزرگ 5 متری، سیستم بر خلاف حالت پله‌ای، پایداری خود را به طور کامل حفظ نمود. کالسکه به صورت نرم و در بازه زمانی طولانی‌تری مسیر مرجع را طی کرده و به هدف رسید (شکل ۱۰.۲).

در این سناریو، یک پدیده سینماتیکی جالب توجه رخ داده است؛ با مقایسه زاویه نوسان در مسیر ۵ متری (شکل ۱۱.۲) با مسیر ۵.۰ متری، مشاهده می‌شود که حداکثر دامنه نوسان در مسیر طولانی‌تر کاهش

یافته و به حدود 0.014 رادیان رسیده است. دلیل تحلیلی این امر، عملکرد برنامه‌ریز مسیر S-Curve است. در مسافت‌های طولانی، قید حداکثر سرعت ($v_{\max}$) به گلوگاه اصلی مسیر تبدیل شده و باعث کشیدگی زمان کل سفر می‌شود. این افزایش زمان، به طور طبیعی نرخ تغییرات شتاب را کاهش داده و از آنجا که زاویه آونگ مستقیماً تحت تأثیر شتاب کالسکه است، دامنه نوسان به شدت افت می‌کند.



شکل ۱۰.۲ ردیابی موقعیت کالسکه در جابجایی 5 متر



شکل ۱۱.۲ زاویه نوسان آونگ در جابجایی 5 متر و بروز نوسانات پسماند

بروز نوسانات پسماند (Residual Sway): با وجود موفقیت معماری LQR و فیدفوروارد در ردیابی مسیر، شکل (۱۱.۲) یک ضعف بنیادین را در زمان‌های پس از توقف ($t > 10\ \mathrm{s}$) آشکار می‌سازد. زاویه آونگ به طور کامل میرا نشده و در یک سیکل نوسانی با دامنه بسیار کوچک محبوس می‌گردد. ریشه این پدیده در دو عامل نهفته است: نخست آنکه کنترل‌کننده خطی LQR فاقد ترم انتگرال‌گیر است و در خطاهای بسیار کوچک، نیروی فیدبکِ تولیدی (شکل ؟؟) توان کافی برای غلبه بر اصطکاک و دینامیک‌های غیرخطی مدل واقعی را ندارد. دومین و مهم‌ترین عامل، ماهیت «زیرفعال» (Underactuated) سیستم است. با رسیدن ارابه به مقصد و توقف آن، تنها ابزار کنترلی سیستم برای میرایی نوسان از بین می‌رود و از آنجا که طول کابل در این سناریو ثابت فرض شده است ($\ddot{l} = 0$)، سیستم قادر به تخلیه انرژی نوسانی باقیمانده نیست.

جمع‌بندی محدودیت‌های کنترل خطی و ضرورت گذار به NMPC

اگرچه ادغام برنامه‌ریز مسیر و فیدفوروارد توانست مشکل ناپایداری‌های فاز بزرگ را حل کند، اما این معماری از دو ضعف اساسی رنج می‌برد: عدم وجود تضمین ریاضی برای رعایت قیود سخت (Hard Constraints) در حضور اغتشاشات، و ناتوانی در سرکوب سریع نوسانات پسماند به دلیل ثابت بودن طول کابل. این محدودیت‌های ذاتی، ضرورت گذار به پارادایم نهایی این پژوهش را اثبات می‌کنند؛ جایی که با بهره‌گیری از **کنترل‌کننده پیش‌بین مدل غیرخطی (NMPC)** به عنوان یک بهینه‌ساز مقید درونی، و استفاده از **طول کابل متغیر** به عنوان یک عملگر فعال (Active Damping)، علاوه بر ردیابی دقیق مسیر، نوسانات پسماند به صورت کامل و در کمترین زمان ممکن سرکوب خواهند شد.

۷-۲ مدل فضای حالت غیرخطی جهت طراحی کنترل‌کننده پیش‌بین (NMPC)

به منظور پیاده‌سازی کنترل‌کننده پیش‌بین مدل غیرخطی (NMPC)، نیازمند استخراج دقیق مدل دینامیکی به فرم آفینِ غیرخطی (Nonlinear Control-Affine) هستیم:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{g}(\mathbf{x})\mathbf{u}$$

در این فرمولاسیون، طول کابل (l) از حالت پارامتر خارج شده و مستقیماً به عنوان متغیر حالت و شتاب آن ($\ddot{l}$) به عنوان ورودی کنترلی وارد سیستم می‌شود.

۱-۷-۲ بازآرایی معادلات به فرم ماتریسی (Inertia Matrix)

معادلات حرکت استخراج‌شده در بخش قبل را بازنویسی می‌کنیم. هدف، جداسازی شتاب‌های درجات آزادی ($\ddot{x}$ و $\ddot{\theta}$) در یک سمت تساوی است:

$$(M+m)\ddot{x} + ml\cos\theta\ddot{\theta} = F_1 + F_2 - b_c\dot{x} - m\ddot{l}\sin\theta - 2m\dot{l}\dot{\theta}\cos\theta + ml\dot{\theta}^2\sin\theta$$

$$ml\cos\theta\ddot{x} + ml^2\ddot{\theta} = -2ml\dot{l}\dot{\theta} - mgl\sin\theta - b_p\dot{\theta}$$

با تعریف بردار مختصات تعمیم‌یافته $\mathbf{q} = [x, \theta]^T$، معادلات را به فرم استاندارد $\mathbf{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} = \mathbf{RHS}$ می‌نویسیم:

$$\begin{bmatrix} M+m & ml\cos\theta \\ ml\cos\theta & ml^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2m\dot{l}\dot{\theta}\cos\theta + ml\dot{\theta}^2\sin\theta - b_c\dot{x} \\ -2ml\dot{l}\dot{\theta} - mgl\sin\theta - b_p\dot{\theta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 1 & -m\sin\theta \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ \ddot{l} \end{bmatrix}$$

که در آن ترم سمت راست به دو بخش نیروهای بایاس ($\mathbf{f}_{bias}$) و ماتریس توزیع ورودی ($\mathbf{B}_u\mathbf{u}$) تفکیک شده است.

۲-۷-۲ معکوس‌گیری ماتریس جرم و استخراج شتاب‌ها

برای یافتن شتاب‌ها، ابتدا دترمینان ماتریس جرم $\mathbf{M}(\mathbf{q})$ را محاسبه می‌کنیم:

$$|\mathbf{M}| = (M+m)(ml^2) - (ml\cos\theta)^2 = Mml^2 + m^2l^2 - m^2l^2\cos^2\theta$$

با استفاده از اتحاد $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$:

$$|\mathbf{M}| = ml^2(M + m\sin^2\theta)$$

معکوس ماتریس جرم برابر خواهد بود با:

$$\mathbf{M}^{-1} = \frac{1}{ml^2(M + m\sin^2\theta)} \begin{bmatrix} ml^2 & -ml\cos\theta \\ -ml\cos\theta & M+m \end{bmatrix}$$

با ضرب $\mathbf{M}^{-1}$ در سمت راست، شتاب‌ها به دست می‌آیند ($\ddot{\mathbf{q}} = \mathbf{M}^{-1}\mathbf{f}_{bias} + \mathbf{M}^{-1}\mathbf{B}_u\mathbf{u}$). ماتریس توزیع ورودی غیرخطی برابر است با:

$$\mathbf{G}_u = \mathbf{M}^{-1}\mathbf{B}_u = \frac{1}{ml^2(M + m\sin^2\theta)} \begin{bmatrix} ml^2 & -ml\cos\theta \\ -ml\cos\theta & M+m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & -m\sin\theta \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

با انجام ضرب ماتریسی:

$$\mathbf{G}_u = \begin{bmatrix} \dfrac{1}{M + m\sin^2\theta} & \dfrac{1}{M + m\sin^2\theta} & \dfrac{-m\sin\theta}{M + m\sin^2\theta} \\ \dfrac{-\cos\theta}{l(M + m\sin^2\theta)} & \dfrac{-\cos\theta}{l(M + m\sin^2\theta)} & \dfrac{m\sin\theta\cos\theta}{l(M + m\sin^2\theta)} \end{bmatrix}$$

۲-۷-۳ نمایش فضای حالت آفین غیرخطی

بردار حالت ۶-بُعدی و بردار ورودی را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$\mathbf{x} = [x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6]^T = [x, \dot{x}, \theta, \dot{\theta}, l, \dot{l}]^T, \quad \mathbf{u} = [u_1, u_2, u_3]^T = [F_1, F_2, \ddot{l}]^T$$

مدل حالت نهایی $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{g}(\mathbf{x})\mathbf{u}$ به صورت زیر استخراج می‌گردد:

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} x_2 \\ \dfrac{x_5 \cdot \mathrm{RHS}_1 - \cos x_3 \cdot \mathrm{RHS}_2}{x_5(M + m\sin^2 x_3)} \\ x_4 \\ \dfrac{-m x_5 \cos x_3 \cdot \mathrm{RHS}_1 + (M+m)\mathrm{RHS}_2}{m x_5^2 (M + m\sin^2 x_3)} \\ x_6 \\ 0 \end{bmatrix}$$

که در آن برای سادگی در پیاده‌سازی نرم‌افزاری:

$$\mathrm{RHS}_1 = m x_5 x_4^2 \sin x_3 - 2m x_6 x_4 \cos x_3 - b_c x_2$$

$$\mathrm{RHS}_2 = -2m x_5 x_6 x_4 - m g x_5 \sin x_3 - b_p x_4$$

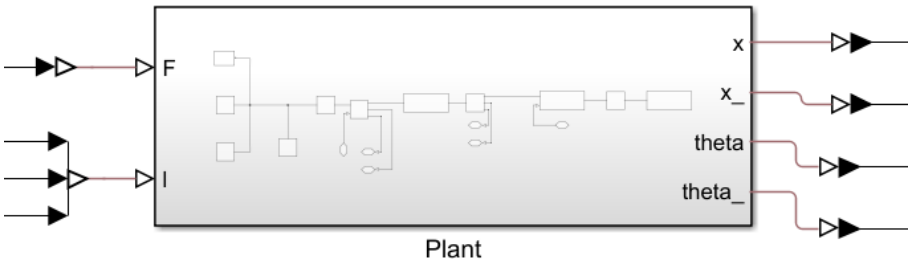
و ماتریس کنترل غیرخطی $\mathbf{g}(\mathbf{x}) \in \mathbb{R}^{6\times 3}$:

$$\mathbf{g}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ \dfrac{1}{\Gamma(\mathbf{x})} & \dfrac{1}{\Gamma(\mathbf{x})} & \dfrac{-m\sin x_3}{\Gamma(\mathbf{x})} \\ 0 & 0 & 0 \\ \dfrac{-\cos x_3}{x_5 \cdot \Gamma(\mathbf{x})} & \dfrac{-\cos x_3}{x_5 \cdot \Gamma(\mathbf{x})} & \dfrac{m\sin x_3 \cos x_3}{x_5 \cdot \Gamma(\mathbf{x})} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

که مخرج مشترک برابر است با $\Gamma(\mathbf{x}) = M + m\sin^2 x_3$.

۲-۸ پیاده‌سازی مدل فیزیکی در محیط Simscape Multibody

به منظور اعتبارسنجی معادلات استخراج‌شده و ایجاد یک بستر (Plant) دقیق جهت اعمال الگوریتم‌های کنترلی، سیستم آونگ با طول متغیر در محیط Simscape Multibody شبیه‌سازی گردید. در این مدل‌سازی، چالش‌های سینماتیکی مرتبط با درجات آزادی متغیر با زمان (Reel Rate) از طریق یک معماری ساختاریافته برطرف شدند.



شکل ۱۲.۲ نمای کلی بلوک Plant سیستم جرثقیل در محیط سیمیولینک

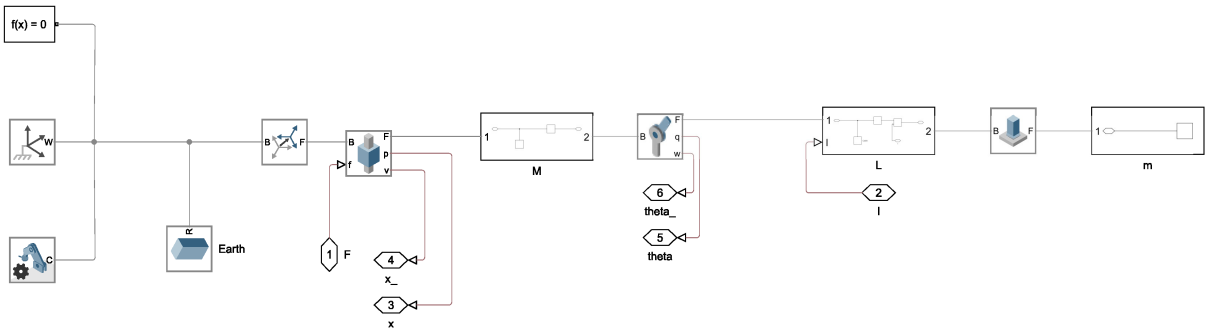
۲-۸-۱ معماری مفاصل و درجات آزادی

ساختار فیزیکی سیستم بر پایه سه مفصل اصلی بنا شده است:

- **مفصل ارابه (X-Translation):** حرکت افقی ارابه بر روی ریل توسط یک مفصل کشویی (Prismatic Joint) متصل به مرجع لخت (World Frame) مدل شده است. نیروهای محرک افقی سیستم مستقیماً به عنوان ورودی به این مفصل اعمال می‌گردند.

- **مفصل آونگ (Pendulum Rotation):** نوسان آونگ توسط یک مفصل دورانی (Revolute Joint) حول محور Z ایجاد شده است. به منظور تطابق با شرایط اولیه مسئله، زاویه اولیه آونگ (θ_0) مستقیماً در بخش State Targets این مفصل مقداردهی شده است تا از ایجاد تداخل در حل‌گر (Solver) جلوگیری شود.

- **مفصل تغییر طول کابل (Reel Rate):** چالش‌برانگیزترین بخش مدل‌سازی، ایجاد یک کابل با طول متغیر به صورت دینامیکی بود. بدین منظور، از یک مفصل کشویی (Prismatic Joint) ثانویه استفاده گردید. از آنجا که این مفصل در Simscape تنها در راستای محور Z خود حرکت می‌کند، پیش از آن از یک بلوک Rigid Transform جهت اعمال چرخش -90° حول محور X استفاده شد تا راستای حرکت مفصل دقیقاً در امتداد شعاع آونگ قرار گیرد.



شکل ۱۳.۲ معماری داخلی مدل Simscape Multibody شامل مفاصل، بلوک‌های فیزیکی و زنجیره سینماتیکی

۲-۸-۲ تفکیک گرافیک از دینامیک و زنجیره سینماتیکی

به منظور جلوگیری از بروز خطای محاسباتی ناشی از جرم و اینرسی کابل (که در معادلات تحلیلی بدون جرم فرض شده است)، مسیر پس از مفصل دورانی به دو شاخه موازی تفکیک گردید:

۱. **شاخه دینامیکی:** تنها شامل مفصل کشویی و جرم نقطه‌ای آونگ (m) است و فاصله فیزیکی را به صورت دینامیکی تعیین می‌کند.

۲. **شاخه بصری (Visual):** شامل بلوک هندسی کابل است که صرفاً جهت رندرینگ گرافیکی در محیط سه‌بعدی استفاده شده و به دلیل نداشتن اتصال انتهایی و خواص اینرسی، هیچ‌گونه تأثیری در معادلات حرکت سیستم ندارد.

۳-۸-۲ تأمین مشتقات سینماتیکی و ارتباط با کنترل‌کننده

از آنجا که سیستم دارای کنترل روی طول کابل است، حالت مفصل کشویی روی Provided by Input تنظیم گردید. جهت جلوگیری از خطای کمبود مشتقات (Derivative Starvation) در حل‌گرهای فیزیکی متلب، از تکنیک «زنجیره انتگرال‌گیر» (Integrator Chain) استفاده خواهد شد. سیگنال شتاب کابل ($\ddot{l}$) دو بار انتگرال‌گیری شده و سپس مجموعه سیگنال‌های موقعیت، سرعت و شتاب ($l, \dot{l}, \ddot{l}$) به بلوک Simulink-PS Converter تغذیه می‌شود تا تطابق کامل سینماتیکی برای محاسبه دقیق نیروهای کوریولیس و اینرسی توسط حل‌گر Simscape تضمین گردد.

۹-۲ طراحی و پیاده‌سازی کنترل‌کننده پیش‌بین مدل غیرخطی (NMPC)

با توجه به ماهیت به‌شدت غیرخطی دینامیک جرثقیل و وجود درجات آزادی متغیر با زمان (طول کابل)، یک کنترل‌کننده پیش‌بین مدل غیرخطی جهت ردیابی مسیر و سرکوب همزمان نوسانات پاندول طراحی گردید. استراتژی کنترلی بر پایه حل یک مسئله بهینه‌سازی مقید در هر گام زمانی استوار است.

۲-۹-۱ فرمولاسیون تابع هزینه و قیود

تابع هزینه سیستم به منظور ایجاد تعادل میان سرعت رسیدن به هدف (Time-Optimal)، مصرف انرژی و جلوگیری از حرکات ناگهانی ارابه به فرم درجه دوم (Quadratic) زیر تعریف شده است:

$$J = \sum_{i=1}^{N_p} \mathbf{e}^T(k+i)\mathbf{Q}\mathbf{e}(k+i) + \sum_{j=0}^{N_c-1} \left[\mathbf{u}^T(k+j)\mathbf{R}\mathbf{u}(k+j) + \Delta\mathbf{u}^T(k+j)\mathbf{R}_\Delta\Delta\mathbf{u}(k+j)\right] \tag{۲۳.۲}$$

که در آن $N_p = 25$ افق پیش‌بینی و $N_c = 5$ افق کنترلی می‌باشند. زمان نمونه‌برداری $T_s = 0.05$ ثانیه انتخاب گردید تا کنترل‌کننده قادر به پوشش حداقل 1.25 ثانیه از دینامیک آینده سیستم در هر گام باشد.

ماتریس‌های وزنی بر اساس تحلیل حساسیت دینامیکی به شرح زیر تنظیم شدند:

- **ماتریس وزن حالات ($\mathbf{Q}$):** مقادیر به صورت $\mathrm{diag}(200, 50, 100, 10, 50, 5)$ انتخاب شد. جریمه سنگین بر خطای موقعیت کالسکه ($q_1 = 200$) و زاویه نوسان ($q_3 = 100$) اعمال گردید تا سیستم با کمترین خطای ماندگار به نقطه تعادل برسد.

- **ماتریس وزن تلاش کنترلی ($\mathbf{R}$):** با مقادیر $\mathrm{diag}(1, 1)$ کمترین محدودیت روی دامنه مطلق نیرو اعمال شد تا از تمام ظرفیت اکچویتورها استفاده شود.

- **ماتریس نرخ تغییرات ورودی ($\mathbf{R}_\Delta$):** به منظور جلوگیری از رفتار کنترلی بنگ-بنگ (Bang-Bang) و ارتعاشات فرکانس بالا (Chattering)، وزن بسیار بالایی معادل $\mathrm{diag}(50, 50)$ برای نرخ تغییرات نیروی کالسکه و شتاب وینچ در نظر گرفته شد. این پارامتر کلیدی، پروفایل شتاب را کاملاً نرم کرده و از اعمال شوک به سیستم مکانیکی جلوگیری می‌کند.

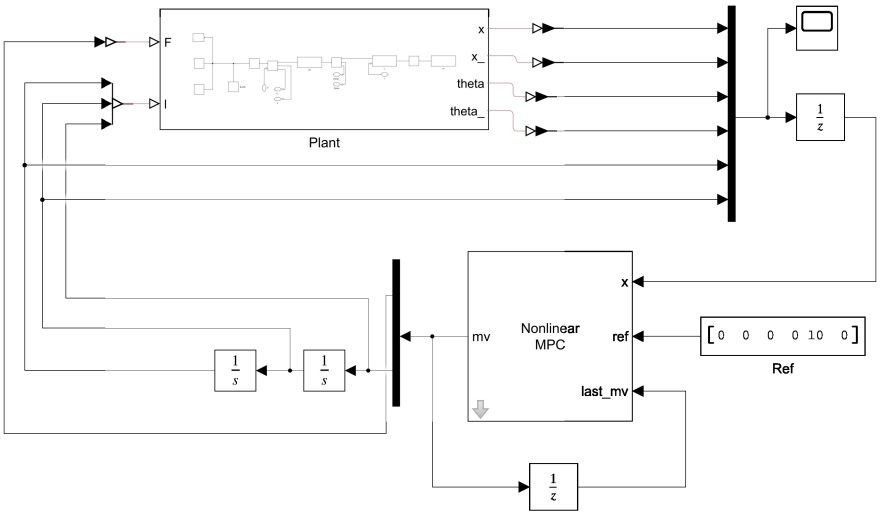
قیود فیزیکی و ایمنی سیستم نیز به صورت نامعادلات سخت (Hard Constraints) بر روی مسئله بهینه‌سازی اعمال گردیدند:

$$-15^\circ \leq \theta \leq 15^\circ, \quad 0.1 \leq l \leq 1.5 \ (\mathrm{m}) \tag{۲۴.۲}$$

$$-50 \leq F \leq 50 \ (\mathrm{N}), \quad -5 \leq \ddot{l} \leq 5 \ (\mathrm{m/s^2}) \tag{۲۵.۲}$$

۲-۹-۲ معماری حلقه کنترلی در محیط سیمیولینک

به منظور ادغام مدل دینامیکی پیوسته (شبیه‌سازی شده در Simscape) و کنترل‌کننده گسسته NMPC، چالش‌های محاسباتی متعددی در حلقه فیدبک بروز کرد که با معماری نشان‌داده‌شده در شکل (۱۴.۲) برطرف گردیدند.



شکل ۱۴.۲ معماری حلقه فیدبک کنترل‌کننده پیش‌بین غیرخطی و ارتباط با مدل فیزیکی

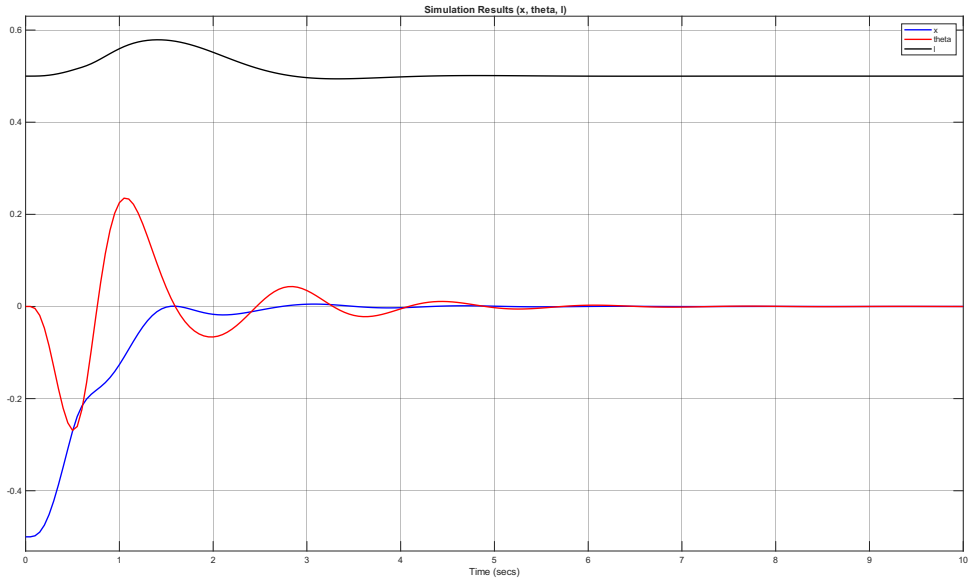
نخستین چالش، ایجاد حلقه‌های جبری (Algebraic Loops) به دلیل وابستگی مستقیم خروجی کنترل‌کننده به حالات اندازه‌گیری شده در همان گام زمانی بود. این مشکل از طریق قرار دادن بلوک‌های تأخیر واحد (z^{-1}) در مسیر فیدبک بردار حالت (x) و همچنین پورت حافظه کنترلی (last_mv) مرتفع شد تا سالور fmincon بتواند محاسبات را بدون وابستگی دایره‌ای انجام دهد.

دومین چالش، تطابق سینماتیکی سیگنال‌های کنترلی با ورودی‌های پلنت بود. از آنجا که متغیر دستکاری‌شونده دوم ($\ddot{l}$) ماهیت شتاب دارد، از یک زنجیره انتگرال‌گیر دوگانه ($\frac{1}{s}$) استفاده شد تا سیگنال‌های سرعت ($\dot{l}$) و موقعیت (l) کابل نیز به صورت پیوسته تولید شده و خطای کمبود مشتقات (Derivative Starvation) در حل‌گرهای فیزیکی رخ ندهد.

۳-۹-۲ تحلیل نتایج شبیه‌سازی فاز انتقال

به منظور اعتبارسنجی عملکرد کنترل‌کننده، سیستم برای یک جابجایی انتقال از موقعیت اولیه $x_0 = -0.5$ متر تحت شرایط اولیه سکون مورد آزمایش قرار گرفت. نتایج شبیه‌سازی در شکل (۱۵.۲) نشان داده شده است.

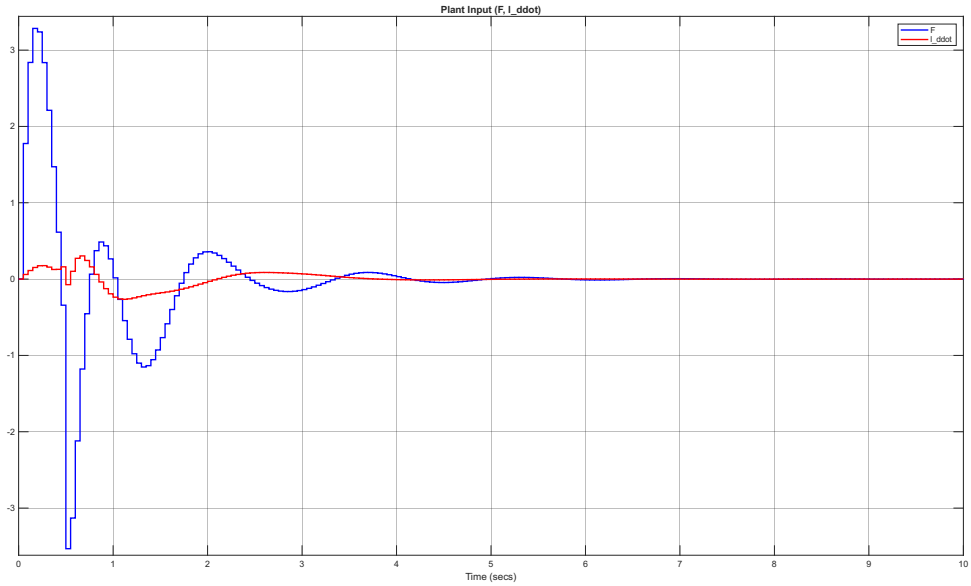
همان‌طور که در پروفایل پاسخ زمانی مشاهده می‌شود، کنترل‌کننده NMPC به دلیل داشتن وزن غالب بر روی خطای موقعیت، کالسکه را با یک شیب ملایم و کنترل‌شده به سمت نقطه مرجع هدایت می‌کند و در حدود زمان $t = 4$ ثانیه به خطای صفر دست می‌یابد. نکته قابل توجه در این نمودار، رفتار متغیرهای زاویه نوسان (θ) و طول کابل (l) است. سیستم با استفاده هوشمندانه از مکانیزم تغییر طول کابل،



شکل ۱۵.۲ پاسخ زمانی موقعیت کالسکه، زاویه نوسان و طول کابل

انرژی نوسانی پاندول را پیش از رسیدن به مرزهای ناپایداری جذب کرده و دامنه نوسانات را در محدوده بسیار کوچکی (به مراتب کمتر از قید ۱۵ درجه) محصور نگه داشته است. همگرایی سریع زاویه نوسان به صفر همزمان با توقف کالسکه، کارایی بالای الگوریتم بهینه‌سازی غیرخطی را در بهره‌گیری از تکینگی‌های سینماتیکی (Active Damping) به اثبات می‌رساند.

به منظور تحلیل دقیق‌تر عملکرد کنترل‌کننده، سیگنال‌های کنترلی تولیدشده توسط NMPC (ورودی‌های پلنت) در شکل (۱۶.۲) رسم شده‌اند.



شکل ۱۶.۲ سیگنال‌های کنترلی اعمال‌شده به پلنت: نیروی کالسکه (F) و شتاب تغییر طول کابل ($\ddot{l}$)

این نمودار روند تغییرات نیروی محرک ارابه (F) و شتاب کابل ($\ddot{l}$) را در طول زمان شبیه‌سازی از ثانیه ۰ تا ۱۰ نشان می‌دهد. همان‌گونه که در محور عمودی نمودار قابل مشاهده است، مقادیر هر دو سیگنال به خوبی در بازه نوسانی بین ۳- تا ۳ قرار گرفته‌اند. این امر نشان می‌دهد که سیگنال‌های کنترلی با حاشیه

امنیتی بالایی درون محدوده‌های سخت افزاری تعریف‌شده ($50\ \mathrm{N}$ و $5\ \mathrm{m/s^2}$) قرار دارند و اکچویتورها به هیچ وجه دچار اشباع (Saturation) نشده‌اند. علاوه بر این، به واسطه اعمال وزن سنگین در ماتریس $\mathbf{R}_\Delta$، تغییرات سیگنال‌ها کاملاً نرم و پیوسته است؛ عدم وجود نوسانات فرکانس بالا (Chattering) در این سیگنال‌ها، علاوه بر تضمین پایداری، از استهلاک قطعات مکانیکی سیستم به نحو چشمگیری جلوگیری می‌کند.

۲-۱۰ ضرورت استفاده از برنامه‌ریز مسیر (Trajectory Planner) و چالش‌های کنترل پله‌ای

یکی از چالش‌های اساسی در کنترل سیستم‌های زیرفعال (Underactuated) با محدودیت‌های سخت فیزیکی، نحوه اعمال مرجع به سیستم است. در معماری‌های پایه، معمولاً فاصله کل بین نقطه مبدأ و مقصد به عنوان یک ورودی پله (Step Input) به کنترلر داده می‌شود. اگر از برنامه‌ریز مسیر استفاده نمی‌شد، اعمال یکباره خطای بزرگ موقعیت ($e = x_{ref} - x_0$) در لحظه $t = 0$ به بهینه‌ساز NMPC، منجر به بروز مشکلات اساسی زیر می‌گردید:

۱. **اشباع عملگرها و نقض قیود:** برای کاهش سریع خطای بزرگ اولیه، کنترلر بلافاصله حداکثر نیروی ممکن را درخواست می‌کند که منجر به اشباع عملگرها (Actuator Saturation) و رفتار خشن و غیرخطی سیستم می‌شود.

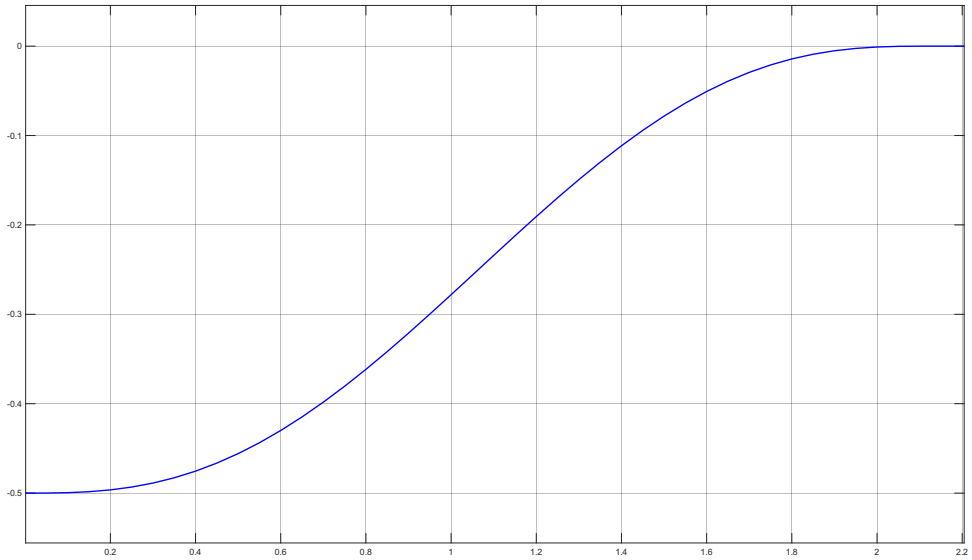
۲. **ناپایداری در جابجایی‌های بزرگ:** اگرچه ممکن است سیستم با تنظیم دقیق ماتریس‌های وزن (Q و R) برای یک جابجایی کوچک (مثلاً 0.5 متر) پایدار بماند، اما به محض افزایش فاصله (مثلاً به ۵ متر)، خطای عظیم اولیه باعث تولید سیگنال‌های کنترلی به شدت نوسانی، نقض قیود حرکتی و در نهایت ناپایداری کامل سیستم می‌گردد.

برای حل این چالش، از یک برنامه‌ریز مسیر (Trajectory Generator) استفاده شد. این واحد، جابجایی ناگهانی را به یک پروفایل حرکتی کاملاً نرم (S-Curve) تبدیل می‌کند (شکل ۱۷.۲). در این حالت، به جای یک خطای بزرگ، کنترلر در هر لحظه با یک خطای بسیار ناچیز روبرو است و سیستم با رعایت دقیق محدودیت‌های سینماتیکی (حداکثر سرعت و شتاب) به سمت هدف هدایت می‌شود.

۲-۱۱ تداخل پیش‌بین و پارادوکس فیدفوروارد تحلیلی

در گام‌های اولیه طراحی، تلاش شد تا معماری کلاسیک دو-درجه-آزادی (2-DOF) با ترکیب برنامه‌ریز مسیر، یک فیدفوروارد تحلیلی (F_{ff}) و کنترلر NMPC پیاده‌سازی شود. فیدفوروارد تحلیلی بر اساس معادلات سینماتیکی، نیروی لازم برای شتاب‌گیری کالسکه را به صورت مدار-باز محاسبه می‌کرد. اما این رویکرد به دلیل بروز تداخل کنترلرها با شکست مواجه شد.

ریشه این تداخل در قوانین فیزیک و منطق بهینه‌سازی نهفته بود. هدف اصلی کنترلر، نگه داشتن زاویه نوسان آونگ در مقدار صفر ($\theta_{ref} = 0$) بود. با اعمال نیروی فیدفوروارد، سیستم شروع به شتاب‌گیری



شکل ۱۷.۲ پروفایل مسیر مرجع نرم تولید شده توسط برنامه‌ریز مسیر برای جابجایی 0.5 متر

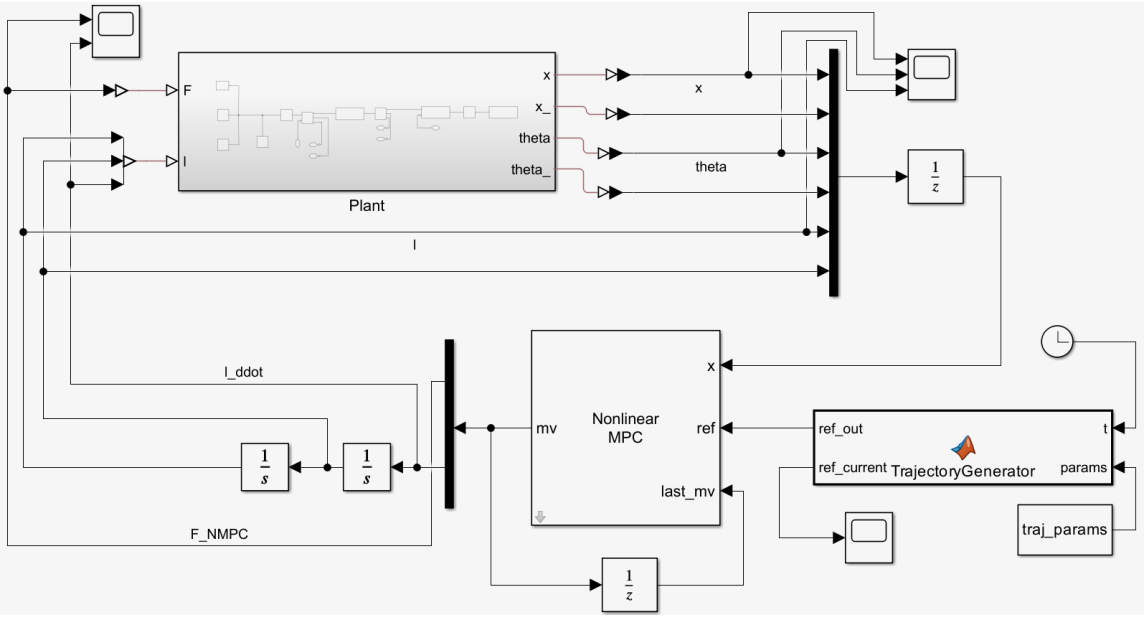
می‌کرد. کنترلر NMPC با بهره‌گیری از افق پیش‌بین خود، متوجه می‌شد که شتاب‌گیری کالسکه، به طور فیزیکی و قطعی منجر به انحراف آونگ از زاویه صفر خواهد شد. از آنجا که جریمه انحراف زاویه در تابع هزینه بسیار سنگین بود، NMPC برای جلوگیری از این نوسان، با اعمال یک نیروی منفی شدید، با فیدفوروارد مقابله کرده و عملاً مانع حرکت کالسکه می‌شد.

۲-۱۱-۱ تغییر پارادایم کنترلی

برای حل این پارادوکس، فیدفوروارد تحلیلی به طور کامل از معماری سیستم حذف گردید. در پارادایم جدید، ماتریس مسیرِ نرم آینده مستقیماً به کنترلر تغذیه می‌شود. کنترلر NMPC به دلیل داشتن افق پیش‌بینی (Preview)، مسیر آینده را می‌بیند و به صورت ذاتی نقش فیدفوروارد را در دل خود ایفا می‌کند. NMPC با علم به دینامیک کامل سیستم، متوجه می‌شود که برای حرکت روی مسیر دیکته‌شده، ملزم به اعمال نیرو است، اما این نیرو و همچنین شتاب تغییر طول کابل ($\ddot{l}$) را به گونه‌ای هوشمندانه بهینه‌سازی می‌کند که همزمان حرکت کالسکه تضمین شده و نوسان آونگ (Active Damping) در طول مسیر حداقل گردد.

۲-۱۲ معماری نهایی و تنظیمات افق پیش‌بینی

در معماری نهایی حلقه بسته (مطابق با بلوک دیاگرام اصلاح‌شده در شکل ۱۸.۲)، خروجی‌های برنامه‌ریز مسیر بدون هیچ‌گونه فیدفوروارد خارجی به پورت مرجع NMPC متصل شده‌اند. همچنین به منظور افزایش قدرت پیش‌بینی و تطابق بهتر با مسیرهای طولانی‌تر، افق پیش‌بینی (Prediction Horizon) کنترلر بسط داده شد. افزایش افق پیش‌بینی به سالور اجازه می‌دهد تا تغییرات انحنای مسیر را در آینده دورتر مشاهده کرده و سیگنال‌های کنترلی نرم‌تر و پیش‌دستانه‌تری (Proactive) تولید کند.



شکل ۱۸.۲ معماری نهایی حلقه کنترل پیش‌بین یکپارچه بدون فیدفوروارد خارجی

۲-۱۳ تحلیل نتایج شبیه‌سازی با معماری ردیاب مسیر یکپارچه

برای اثبات کارایی این معماری یکپارچه، سیستم تحت دو سناریوی جابجایی کوتاه (0.5 متر) و جابجایی بلند (۵ متر) شبیه‌سازی گردید.

۲-۱۳-۱ سناریوی اول: جابجایی 0.5 متر

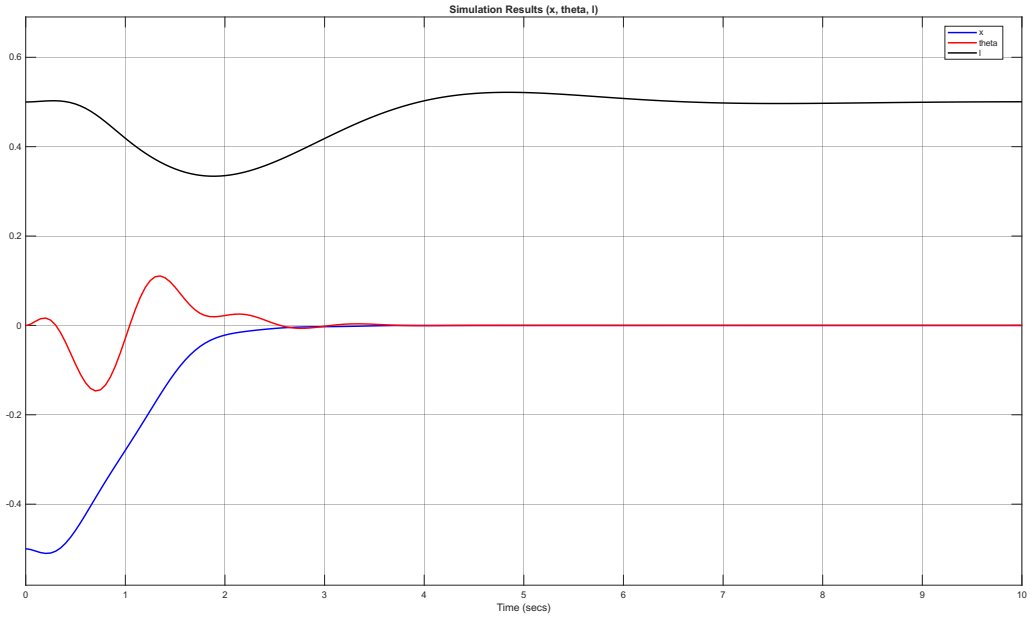
همان‌طور که در پاسخ زمانی حالت‌های سیستم برای جابجایی 0.5 متر (شکل ۱۹.۲) مشاهده می‌شود، موقعیت کالسکه (x) با دقت بالا و بدون هیچ‌گونه فراجهش به هدف رسیده است. مهم‌ترین دستاورد این معماری، رفتار زاویه آونگ (θ) است؛ NMPC با استفاده از تغییرات نرم طول کابل (l)، نوسانات را در طول حرکت میرا کرده و به محض رسیدن کالسکه به نقطه هدف، نوسان پسماند کاملاً سرکوب شده است.

بررسی سیگنال‌های کنترلی در این سناریو (شکل ۲۰.۲) نشان می‌دهد که نیروی کالسکه (F) و شتاب کابل ($\ddot{l}$) کاملاً نرم، بدون Chattering و به دور از مرزهای اشباع (در محدوده 1.5 تا -1.5) عمل کرده‌اند.

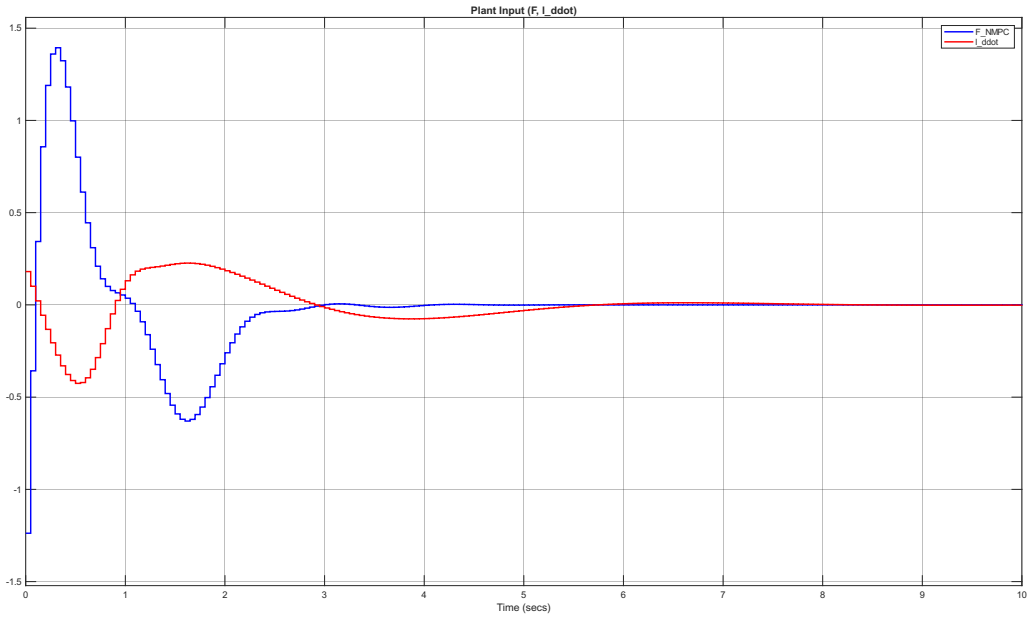
۲-۱۳-۲ سناریوی دوم: جابجایی ۵ متر (آزمون پایداری و مقیاس‌پذیری)

برای ارزیابی مقاومت کنترلر در برابر جابجایی‌های بزرگ، مرجع ۵ متری به برنامه‌ریز مسیر اعمال شد. نتایج حالت‌ها (شکل ۲۱.۲) نشان می‌دهد که کالسکه به صورت کاملاً پایدار مسیر طولانی ۵ متری را طی کرده است. زاویه آونگ در طول این مسیر طولانی، با وجود شتاب‌گیری‌های ممتد، به خوبی در بازه بسیار امنی کنترل شده و در زمان توقف، سیستم در آرامش کامل قرار دارد.

پروفایل سیگنال‌های کنترلی در جابجایی ۵ متر (شکل ۲۲.۲) حاکی از آن است که الگوریتم NMPC برای غلبه بر اینرسی در مسیر طولانی، نیروی بیشتری (تا حدود ۶ نیوتن) اعمال کرده است، اما همچنان با فاصله بسیار ایمنی از مرز محدودیت فیزیکی ۵۰ نیوتنی قرار دارد. ترکیب هوشمندانه نیروی کالسکه

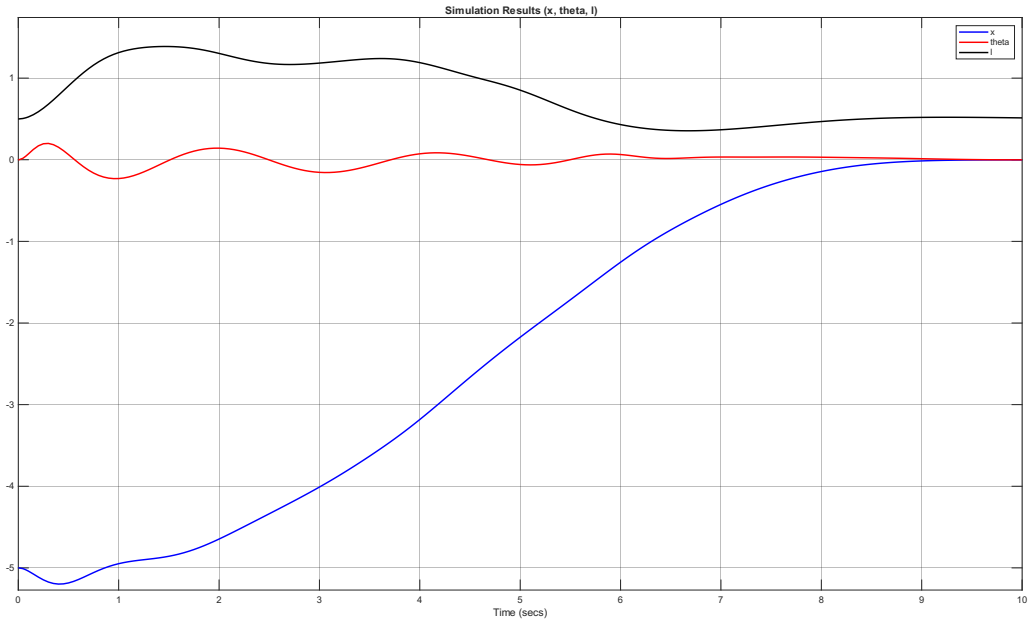


شکل ۱۹.۲ پاسخ زمانی موقعیت کالسکه، زاویه نوسان و طول کابل برای جابجایی 0.5 متر

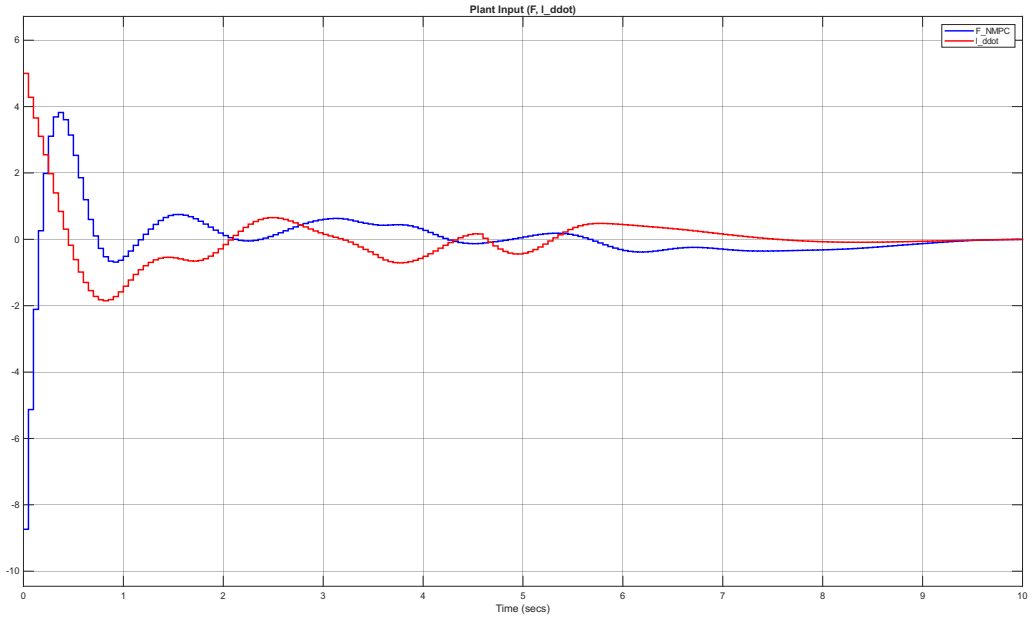


شکل ۲۰.۲ سیگنال‌های کنترلی اعمال‌شده به سیستم برای جابجایی 0.5 متر

و متغیر شتاب کابل ($\ddot{l}$) توسط یک سالور واحد، پایداری مطلق سیستم را در سخت‌ترین شرایط حرکتی تضمین نموده است.



شکل ۲۱.۲ پاسخ زمانی موقعیت کالسکه، زاویه نوسان و طول کابل برای جابجایی ۵ متر



شکل ۲۲.۲ سیگنال‌های کنترلی اعمال‌شده به سیستم برای جابجایی ۵ متر

فصل ۳

نتایج

۳-۱ مقدمه

ارائه‌ي داده‌ها، نتايج و تحليل و تفسير آنها در فصل سوم ارائه مي‌شود. تفسير و تحليل نتايج نبايد بر اساس حدس و گمان باشد، بلكه بايد برمبناي نتايج استخراج شده از پروژه و يا استناد به تحقيقات ديگران باشد. در ارائه‌ي نتايج با توجه به راهنماي كلي نگارش فصل ها، تا حد امكان تركيبي از نمودار و جدول استفاده شود. فصل نتايج نيز حداكثر شامل ۲۰ صفحه است.

۳-۲ محتوا

۳-۳ پیشنهادها

عناوين و موضوعات پيشنهادي را براي تحقيقات آتي بيشتر در زمينه‌ي مورد بحث در آينده ارائه مي‌كند.

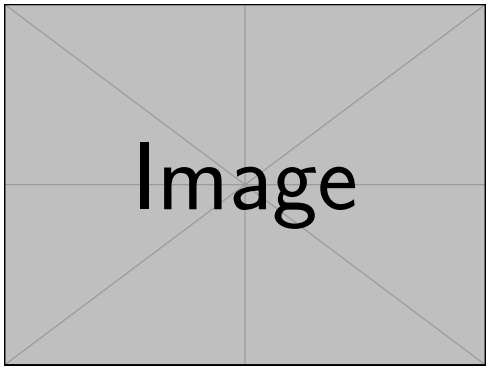
راهنمای ساختاری نگارش

جدول ۱.۳ بالانویس جدول

جدول	متن
نمونه داده	توضیحات

شکل

متن



شکل ۱.۳ زیرنویس شکل

فرمول:

$$f(x) = \int_0^X \mu \, dD \tag{۱.۳}$$

متن

کتاب‌نامه

]۱[V. R. Voller, “A Fixed Grid Numerical Modeling Methodology For Convection-Diffusion Mushy Region Phase-Change Problems”, *Int. J. Heat and Mass Transfer*, Vol. 30, No. 8, pp. 1709–1719, (1987).

[۲] سيد حسين سيدين، «مدل‌سازي انتقال حرارت و انجماد در فرايند ريخته‌گري مداوم تک‌غلتکه رول سرب ـ کلسيم»، گزارش قرارداد تحقيقاتي، شهريور ۱۳۸۰.

پیوست آ

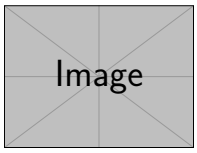
پیوست الف

پیوست‌ها

University of Tehran

College of Engineering

School of Mechanical Engineering



Thesis Title

A thesis submitted to the School of Mechanical Engineering
In partial fulfillment of the requirements for
The degree of BSc in

Mechanical Engineering

Student's Name

Supervisor:

.....

February 2014