

PHYSIQUE CHIMIE



Livre du professeur

Sous la direction de :

Stanislas ANTCZAK

Lycée Parc Chabrières, Oullins (69)
et

Olivier FIAT

Lycée Gay-Lussac, Limoges (87)

Romain BERTHELARD

Lycée de l'Édit, Roussillon (38)

Fabien BRUNO

Lycée Ferdinand Buisson, Voiron (38)

Astrid CHATARD

Lycée Stanislas, Paris (75)

Laure CUSSAC

Lycée Parc Chabrières, Oullins (69)

Ghislain GARCIA

Lycée Jean Vilar, Villeneuve-lez-Avignon (30)

Clarisse GUICHARDANT

Lycée Parc Chabrières, Oullins (69)

Soraya HOSSNI-BOKHALDI

Lycée Parc Chabrières, Oullins (69)

Jean-Christophe JOUVY

Lycée Gay-Lussac, Limoges (87)

Nathalie LACORRE-CHUETTE

Lycée Gay-Lussac, Limoges (87)

Pierre LAGNAUD

Lycée Gay-Lussac, Limoges (87)

Franck MOUNIER

Lycée Albert Camus, Firminy (42)

Claude ZAHRA

Lycée Frédéric Faÿs, Villeurbanne (69)



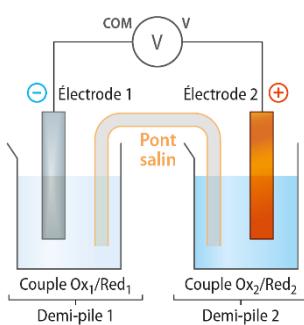
Errata

Malgré toute l'attention que nous portons à nos ouvrages, il peut subsister quelques erreurs. Tous les éléments ci-dessous ont été corrigés pour les réimpressions de nos ouvrages. (Se référer à l'achevé d'imprimer en fin de manuel, qui doit être postérieur à avril 2020.)

- p. 40, 3^e ligne de l'exemple du paragraphe 2a : nous corrigeons la formule brute du tartre, $\text{CaCO}_3\text{(s)}$.
 - p. 47, exercice 41, question a : nous corrigeons « Écrire le schéma de Lewis... ».
 - p. 48, exercice 42, question c : nous précisons « ... appartiennent l'acide oxalique et les ions oxalate ».
 - p. 50, exercice 49, Des clés pour réussir 5 : nous corrigeons « ...comparer le volume total du gâteau (pâte et gaz dégagé) à celui du moule... ».
 - p. 63, fin du bloc bleu du paragraphe 2a : nous ajoutons la phrase « L'absorbance est une grandeur sans unité. »
 - p. 65, 4^e ligne du paragraphe 2c : nous précisons « ... (doc. 11), qui dépend de la température. »
 - p. 65, doc. 11, 2^e tête du tableau : nous précisons « Conductivités molaires ioniques à 25 °C (en S·m²·mol⁻¹) ».
 - p. 70, exercice 22, réponse d de Un exemple de bonne réponse : nous corrigeons le nombre de chiffres significatifs dans la valeur de $[\text{H}_3\text{O}^+]$ → $2,61 \times 10^{-3}$ mol·L⁻¹
 - p. 73, exercice 25, réponses 2b et 2d : nous précisons sur le graphique les coordonnées du point de la droite-modèle correspondant à la concentration et à la conductivité de la solution S₁.
-
- | c (mmol·L⁻¹) | σ (mS·m⁻¹) |
|--------------|------------|
| 0.5 | 10 |
| 1.0 | 20 |
| 1.6 | 43 |
| 2.0 | 30 |
| 2.5 | 40 |
| 3.0 | 50 |
| 4.0 | 60 |
| 5.0 | 70 |
- p. 76, question de l'exercice 45 : nous précisons « Laquelle ou lesquelles de ces molécules correspondent... ».
 - p. 82, exercice 72, question 3.4. : nous précisons « ... la concentration en masse en g·L⁻¹... ».
 - p. 82, exercice 73 :
 - 2^e ligne de l'énoncé de la question 2 : nous précisons « ... ions hydrogénocarbonate $\text{HCO}_3^{-\text{(aq)}}$ en excès : ... ».
 - question 2.2. : nous supprimons « et le réactif limitant ».
 - Des clés pour réussir : nous corrigeons le numéro 2.2. en 2.3.
 - p. 94, en haut de la page : nous ajoutons un picto numérique qui renvoie vers le simulateur « Titrage », via le code hatier-clic.fr/pct095.
 - p. 100, exercice 23 réponse a de Un exemple de mauvaise réponse : nous précisons « ... est un acide et l'hydroxyde de sodium, une base. »
 - p. 101, exercice 24, 2^e tiret de l'aide n° 2 : nous corrigeons « lien avec la quantité de matière de réactif titré initialement présent... ».

- p. 118, activité 1, 3^e ligne de la question 1a : nous précisons « Écrire l'équation de la réaction... ».
- p. 119, activité 2, doc. 2 : nous remplaçons μ par p pour la notation de la masse volumique.
- p. 120, activité 3, doc. 2 : à la 4^e ligne du programme Python, nous corrigeons :

$$(a,b,rho,_,_)=linregress(listet,listelnc)$$
- p. 124 :
 - bloc bleu du paragraphe 3b : nous corrigeons la notation de la vitesse volumique moyenne d'apparition du produit X, pour que les dates t_1 et t_2 apparaissent comme des variables de $V_{A(X)}$ → « $V_{A(X)}(t_1, t_2) = \dots$ »
 - de même pour les dates t et $t+\Delta t$ aux 3^e et 5^e lignes du paragraphe 3c → « $V_{A(X)}(t, t+\Delta t) = \dots$ »
 - titre du paragraphe 3d : nous corrigeons « d. Vitesse volumique de disparition d'un réactif »
- p. 125, paragraphe 5c, dernière phrase du bloc bleu : nous précisons « Si c'est une droite, la réaction est d'ordre 1 et la constante de vitesse k... ».
- p. 127, paragraphe 6b, dernière ligne du premier bloc bleu : nous précisons « ... porte une charge électrique partielle positive δ^+ . »
- p. 128, schéma bilan :
 - bloc ÉTUDE CINÉTIQUE D'UNE RÉACTION, légende de [C] : nous corrigeons « • méthodes chimiques : titrage ».
 - bloc RÉACTION D'ORDRE 1 : nous supprimons le signe moins dans la 2^e expression de la vitesse volumique de disparition du réactif A → « $V_{D(A)} = k[A]$ »
- p. 130, exercice 22, Astuce de Un exemple de bonne réponse : nous corrigeons « Pour comparer deux vitesses volumiques de disparition, une estimation... ».
- p. 131, exercice 23, deux dernières lignes de la réponse d : nous remontons « (0) » sur la même ligne que « V » → $V_{A(I_2)}(0)$
- p. 156, paragraphe 5b :
 - 2^e et 3^e lignes avant la fin : nous corrigeons « une même incertitude-type $u(A)\dots$ » et « l'incertitude-type $u(t)\dots$ ».
 - de même dans la légende du doc. 15, « Incertitudes-types et décroissance. »
- p. 182, paragraphe 1a, 3^e ligne de l'exemple : nous supprimons « de dissolution » → « La réaction est une réaction acide-base... ».
- p. 185, doc. 10 : nous intervertissons « Ox » et « Red » sous les deux demi-piles (cf nouveau schéma ci-contre).
- p. 188, bloc ÉQUILIBRE CHIMIQUE du schéma bilan :
 - dans le paragraphe Critère d'évolution spontanée, nous corrigeons « Le système évolue dans le sens... ».



- p. 208, activité 1, 2^e point du Bilan : nous corrigons « L'hydroxyde de sodium est une base dite "forte" ... ».

• p. 212 :

- doc. 2 : nous modifions le nombre de chiffres significatifs pour les valeurs du pK_e (de haut en bas) → 14,96 14,17 14,00 13,02

- paragraphe 1b, dernière ligne de l'exemple : nous modifions le nombre de chiffres significatifs dans « soit $[HO^-]_{\text{éq}} = 10^{-14,00+3,80} = \dots$ ».

- paragraphe 1c, dernière colonne du tableau : nous modifions le nombre de chiffres significatifs pour la valeur du pH (de haut en bas)
→ « pH < 7,00 » « pH = 7,00 » « pH > 7,00 »

- p. 213, paragraphe 2a, 2^e exemple : nous corrigons « ... qui réagit totalement avec l'eau... ».

• p. 217, en haut de la page : nous ajoutons un picto numérique qui renvoie vers le simulateur « Titrage », via le code hatier-clic.fr/pct095.

• p. 229, exercice 55, question 1a : nous corrigons la valeur du pH → « ... a un pH de 11,1. »

• p. 236, bloc Evolution spontanée d'un système chimique : nous corrigons « Le système peut donc évoluer dans le sens direct... » et « L'évolution spontanée du système se fait... ».

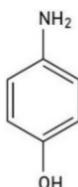
• p. 238, activité 1, question 3a : nous corrigons « Est-ce conforme à l'équation de la réaction... ».

• p. 241, paragraphe 1b : dans l'expression littérale du quotient de réaction initial, nous remplaçons le 1 au

numérateur par $(c^0)^3 \rightarrow Q_{r,i} = \frac{(c^0)^3}{[Sn^{2+}] [Cl^-]^2}$

• p. 260, activité 1, doc. 1 : dans l'équation de la réaction, nous remplaçons le symbole = par \rightleftharpoons .

• p. 262, activité 3, doc. 1 : nous corrigons la formule du 4-aminophénol en ajoutant 3 doubles liaisons (cf nouveau schéma ci-contre).

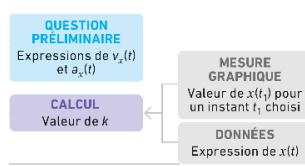


• p. 270, schéma bilan, bloc STRUCTURE DE MOLECULES : nous corrigons « Isomérie de squelette ».

• p. 271, question 12, réponse A : nous corrigons « ... de constitution de squelette ».

• p. 275, exercice 22, réponse 1b : nous supprimons « , acide carboxylique » → « ...l'atome d'hydrogène de la fonction carboxyle du PABA a été remplacé... ».

• p. 308, exercice 43, organigramme dans Des clés pour réussir : nous ajoutons une flèche, comme ci-contre, pour relier les blocs Mesure graphique, Données et Calcul.



• p. 347, activité 2, question 3b : nous modifions la notation de la vitesse → « Comparer cette vitesse avec la valeur minimale de v dans le tableau. »

• p. 381, légende du doc. 6 : nous corrigons « ... font le tour de la Terre en 9,79 heures. »

• p. 387 : nous corrigons la numérotation des exercices → 27 Masse d'un trou noir 28 L'astéroïde Cérès

- p. 405 et 406, activités 2 et 3 : nous ajoutons un picto « Oral » à chaque Bilan car ils peuvent être traités oralement.

Bilan ...

• p. 408 :

- paragraphe 1a, bloc bleu : suite à un problème technique, une erreur s'est glissée dans l'édition 02. Nous corrigerons cette erreur pour la prochaine édition. La loi de la statique des fluides s'écrit bien :

$$P_2 - P_1 = \rho g(z_1 - z_2) \quad \text{ou} \quad P_1 - P_2 = \rho g(z_2 - z_1)$$

- paragraphe 1c, 3^e ligne de l'exemple : nous précisons « ...de section d'aire S = 0,250 m²... ».

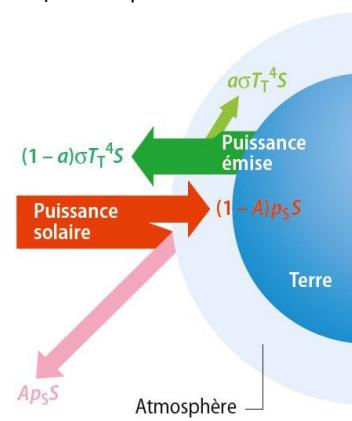
- p. 410, paragraphe 3a, 5^e et 7^e lignes : nous passons en romain la notation S de la section droite, afin qu'elle ne soit pas confondue avec la notation de l'aire S (en italique) de la section.

- p. 411, paragraphe 3c, dernière ligne de l'exemple : nous ajoutons un e en indice du premier p

$$\rightarrow « P_0 + \frac{1}{2} \rho_e \times 0^2 + \dots »$$

• p. 438, doc. 17 : nous réorientons la flèche verte clair vers l'atmosphère (voir nouveau schéma ci-contre).

- p. 462, activité 3, doc. 2 : nous supprimons les points E et F sur la photo (car c'est la réponse à la question 2b).



• p. 468, paragraphe 3c : nous reformulons la phrase d'introduction et nous la déplaçons sous le titre du paragraphe 3 → « Dans toute cette partie, on note c la célérité (pour la lumière, l'indice de réfraction de l'air est pris égal à 1 et c_air ≈ c_vide) et λ la longueur d'onde de l'onde dans le milieu étudié. »

• p. 528, exercice 47, doc. 1 : nous supprimons « solaire » dans titre → « Ensoleillement en France »

• p. 624, corrigé de l'exercice 34 du chapitre 6 : dans la réponse a, nous corrigons « ... donc la réaction est un équilibre. »

• p. 626, corrigé de l'exercice 4 du chapitre 8 : nous corrigons la demi-équation d'oxydation du cuivre « Cu = Cu²⁺_(aq) + 2 e⁻ »

Pour vous permettre d'accéder directement à la ressource indiquée, certaines adresses hatier-clic ont été modifiées. Il vous suffira de saisir « hatier-clic.fr/ » suivi des codes ci-dessous, dans la barre d'adresse de votre navigateur.

- | | |
|--------------------------------------|----------------------|
| • p. 411 : pct411a (simulateur) | pct411b (vidéo) |
| • p. 425 : pct425a (support) | pct425b (vidéo) |
| • p. 481 : pct481a (vidéo) | pct481b (simulateur) |
| • p. 490 : pct490a (simulateur) | |
| • p. 494 : pct494a (simulateur) | |
| • p. 496 : pct496a (schéma animé) | pct496b (QCM) |
| • p. 500 : pct500 (simulateur) | |
| • p. 542 : pct542a (simulateur) | pct542b (vidéo) |
| • p. 558 : pct558a (doc. imprimable) | pct558b (simulateur) |

1. Réactions acide-base

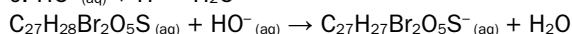
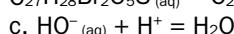
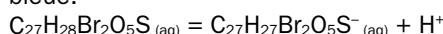
Activités

p. 36 et 37

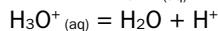
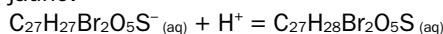
① Réactions acide-base

1. a. Le contenu du premier tube change de couleur, alors que le deuxième ne change pas d'aspect. Par conséquent, c'est dans le tube **a** qu'une transformation a lieu : les réactifs sont le BBT sous sa forme jaune et les ions hydroxyde. (Les ions sodium présents dans les deux tubes sont des ions spectateurs puisqu'il n'y a pas de réaction dans le deuxième tube.) Il se forme du BBT sous sa forme bleue.

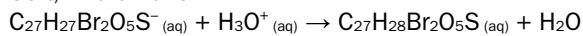
b. La forme jaune du BBT se transforme en forme bleue.



2. Le contenu du premier tube change de couleur alors que le deuxième ne change pas d'aspect. Par conséquent, les réactifs sont le BBT sous sa forme bleue et les ions oxonium. (Les ions chlorure présents dans les deux tubes sont des ions spectateurs puisqu'il n'y a pas de réaction dans le deuxième tube.) Il se forme du BBT sous sa forme jaune.



Soit, finalement :

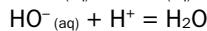
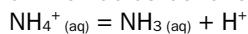


Par analogie avec ce qui précède, $\text{H}_3\text{O}^+_{(\text{aq})}$ est un acide.

3. a. Dans un tube à essais, placer 2 mL de solution de chlorure d'ammonium ($\text{NH}_4^+_{(\text{aq})}, \text{Cl}^-_{(\text{aq})}$) à 1 mol·L⁻¹ et quelques gouttes de solution d'hydroxyde de sodium ($\text{Na}^+_{(\text{aq})}, \text{HO}^-_{(\text{aq})}$) à 1 mol·L⁻¹. Boucher, homogénéiser, puis ajouter quelques gouttes de solution de sulfate de cuivre ($\text{Cu}^{2+}_{(\text{aq})}, \text{SO}_4^{2-}_{(\text{aq})}$) à 0,1 mol·L⁻¹. Boucher, homogénéiser, observer.

Le contenu du tube devient bleu foncé. Or, d'après le doc. 2, cela montre la présence d'ammoniac.

b. Les ions ammonium se sont donc transformés en ammoniac et les ions hydroxyde en eau :

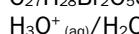
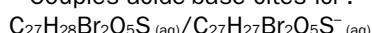


Soit, finalement : $\text{NH}_4^+_{(\text{aq})} + \text{HO}^-_{(\text{aq})} \rightarrow \text{NH}_3_{(\text{aq})} + \text{H}_2\text{O}$

Par analogie avec ce qui précède, $\text{NH}_4^+_{(\text{aq})}$ est l'acide qui réagit.

Bilan

- Un acide est une espèce susceptible de libérer un ion hydrogène H^+ . Une base est une espèce susceptible de capturer un ion hydrogène H^+ .
- Les deux formes du BBT forment un couple acide-base car elles sont conjuguées, c'est-à-dire liées l'une à l'autre par la même demi-équation acido-basique.
- Couples acide-base cités ici :

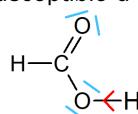


- Ces réactions ont mis en jeu un transfert d'ion hydrogène : c'est ce qui caractérise une réaction acide-base. Ce transfert a lieu de l'acide d'un couple vers la base d'un autre.

② Structure des acides et des bases

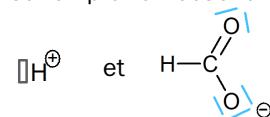
1. H^+ Cet ion présente une lacune électronique donc il est susceptible d'accepter un doublet d'électrons.

2. a.



b. L'oxygène, étant plus électronégatif que l'hydrogène (avec une différence d'électronégativité supérieure à 0,4), attire davantage les électrons de la liaison à lui.

c. Étant plus électronégatif que l'hydrogène, l'oxygène emporterait les électrons de la liaison si elle venait à se rompre. On obtiendrait alors :

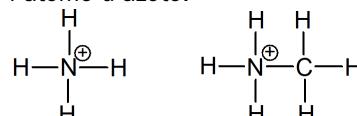


3. a.



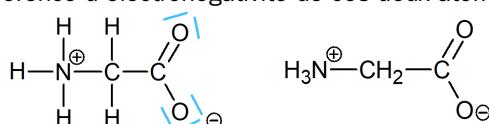
C'est l'atome d'azote qui porte un doublet non liant.

b. L'atome qui s'associe à l'ion hydrogène doit posséder un doublet non liant venant combler la lacune électronique de l'ion hydrogène. Il s'agit ici de l'atome d'azote.

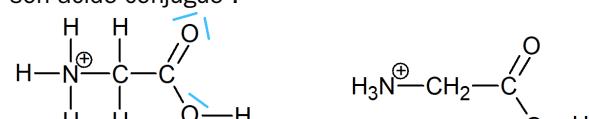


Ces ions possèdent des liaisons N-H polarisées du fait de la différence d'électronégativité de ces deux atomes.

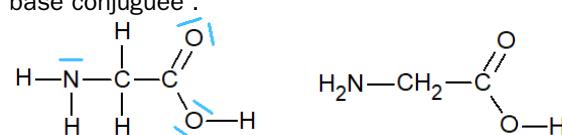
4. a.



b. Ce zwitterion capte un ion hydrogène pour former son acide conjugué :

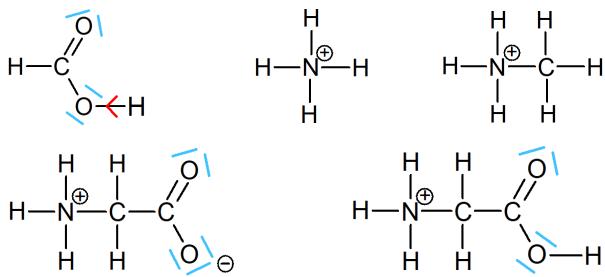


Ce zwitterion cède un ion hydrogène pour former sa base conjuguée :

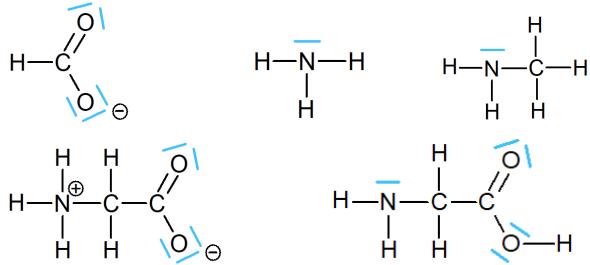


Bilan

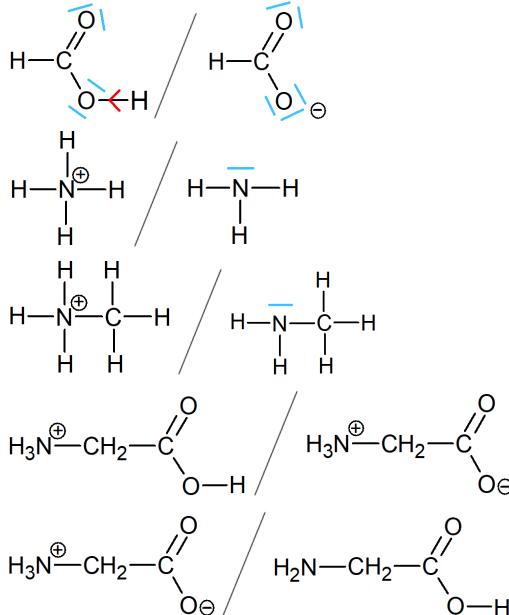
- Acides :



- Bases :



- Couples :



- Tous les acides possèdent une liaison polarisée avec un atome d'hydrogène lié à un atome plus électronegatif susceptible de casser en libérant un ion hydrogène.
- Toutes les bases possèdent un doublet non liant susceptible d'interagir avec la lacune électronique d'un ion hydrogène.

Exercices

Exercices 1 à 24 corrigés à la fin du manuel de l'élève.

Exercices 25 et 26 corrigés dans le manuel de l'élève.

27 a. Un acide de Brönsted est susceptible de libérer un ion hydrogène.

Acide de Brönsted	Base conjuguée
HNO_2	NO_2^- car $\text{HNO}_2 = \text{NO}_2^- + \text{H}^+$
H_3O^+	H_2O car $\text{H}_3\text{O}^+ = \text{H}_2\text{O} + \text{H}^+$
HSO_4^-	SO_4^{2-} car $\text{HSO}_4^- = \text{SO}_4^{2-} + \text{H}^+$
HPO_4^{2-}	PO_4^{3-} car $\text{HPO}_4^{2-} = \text{PO}_4^{3-} + \text{H}^+$
H_2O	HO^- car $\text{H}_2\text{O} = \text{HO}^- + \text{H}^+$
NH_4^+	NH_3 car $\text{NH}_4^+ = \text{NH}_3 + \text{H}^+$

b. Une base de Brönsted est susceptible de capturer un ion hydrogène.

Base de Brönsted	Acide conjugué
NO_3^-	HNO_3 car $\text{NO}_3^- + \text{H}^+ = \text{HNO}_3$
HSO_4^-	H_2SO_4 car $\text{HSO}_4^- + \text{H}^+ = \text{H}_2\text{SO}_4$
HPO_4^{2-}	H_2PO_4^- car $\text{HPO}_4^{2-} + \text{H}^+ = \text{H}_2\text{PO}_4^-$
H_2O	H_3O^+ car $\text{H}_2\text{O} + \text{H}^+ = \text{H}_3\text{O}^+$
HO^-	H_2O car $\text{HO}^- + \text{H}^+ = \text{H}_2\text{O}$

c. Une espèce amphotère est une espèce pouvant se comporter comme un acide ou comme une base. C'est le cas de HSO_4^- , HPO_4^{2-} et H_2O .

28 Un acide de Brönsted est susceptible de libérer un ion hydrogène. Or on peut écrire : $\text{HSO}_4^- = \text{SO}_4^{2-} + \text{H}^+$ donc la forme acide est HSO_4^- , tandis que la forme basique est SO_4^{2-} : le couple est $\text{HSO}_4^-/\text{SO}_4^{2-}$.

29 a. L'acide caprique a pour formule semi-développée $\text{CH}_3-(\text{CH}_2)_8-\text{COOH}$.

b. Un acide de Brönsted est susceptible de libérer un ion hydrogène. C'est bien le cas de l'acide caprique : $\text{CH}_3-(\text{CH}_2)_8-\text{COOH} = \text{CH}_3-(\text{CH}_2)_8-\text{COO}^- + \text{H}^+$

c. Cet acide appartient donc au couple : $\text{CH}_3-(\text{CH}_2)_8-\text{COOH}/\text{CH}_3-(\text{CH}_2)_8-\text{COO}^-$.

30 $\text{CH}_3-\text{NH}_3^+/\text{CH}_3-\text{NH}_2$ $\text{H}_2\text{O}/\text{HO}^-$
 $\text{CH}_3-\text{COOH}/\text{CH}_3-\text{COO}^-$ $\text{H}_2\text{SO}_4/\text{HSO}_4^-$
 $\text{H}_3\text{O}^+/\text{H}_2\text{O}$ $\text{HSO}_4^-/\text{SO}_4^{2-}$

31 a. L'ion ammonium NH_4^+ et l'ion amidure NH_2^- ne forment pas un couple acide-base car NH_4^+ est l'acide conjugué de NH_3 et NH_2^- est la base conjuguée de NH_3 .

b. L'ion lactate, base conjuguée de l'acide lactique $\text{C}_3\text{H}_6\text{O}_3$, a pour formule brute $\text{C}_3\text{H}_5\text{O}_3^-$ car en captant un ion hydrogène, il donne de l'acide lactique.

c. L'acide hypochloreux HClO est bien l'acide conjugué de l'ion hypochlorite ClO^- car en cédant un ion hydrogène, il donne l'ion hypochlorite.

d. L'acide benzoïque $\text{C}_6\text{H}_5\text{CO}_2$ appartient au couple $\text{C}_6\text{H}_5\text{CO}_2/\text{C}_6\text{H}_5\text{COO}^-$ car on indique d'abord la formule de la forme acide.

e. Ce sont les couples $\text{H}_2\text{PO}_4^-/\text{HPO}_4^{2-}$ et $\text{H}_3\text{O}^+/\text{H}_2\text{O}$ qui interviennent.

f. HPO_4^{2-} est une base de Brönsted qui capte un ion hydrogène cédé par l'acide H_3O^+ . Ce faisant, ils forment leurs espèces conjuguées donc les couples mis en jeu sont bien ceux indiqués.

32 1. a. $\text{C}_4\text{H}_8\text{O}_2/\text{C}_4\text{H}_7\text{O}_2^-$ et $\text{H}_3\text{O}^+/\text{H}_2\text{O}$

b. $\text{NH}_4^+/\text{NH}_3$ et $\text{H}_2\text{O}/\text{HO}^-$

c. $\text{C}_4\text{H}_8\text{O}_2/\text{C}_4\text{H}_7\text{O}_2^-$ et $\text{H}_2\text{O}/\text{HO}^-$

d. $\text{H}_2\text{CO}_3/\text{HCO}_3^-$ et $\text{CH}_2\text{O}_2/\text{CHO}_2^-$

e. $\text{HCO}_3^-/\text{CO}_3^{2-}$ et $\text{CH}_2\text{O}_2/\text{CHO}_2^-$

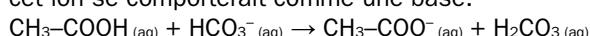
2. Une espèce est amphotère si elle se comporte comme un acide et comme une base de Brönsted. C'est le cas de H_2O et HCO_3^- ci-dessus.

33 a. $\text{H}_2\text{CO}_3/\text{HCO}_3^-$ et $\text{HCO}_3^-/\text{CO}_3^{2-}$

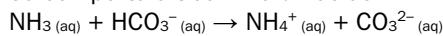
car $\text{HCO}_3^- = \text{CO}_3^{2-} + \text{H}^+$ et $\text{HCO}_3^- + \text{H}^+ = \text{H}_2\text{CO}_3$

b. Une espèce amphotère est susceptible de se comporter comme un acide ou comme une base de Brönsted. Il est donc capable de céder et d'accepter un ion hydrogène. C'est le cas pour cet ion d'après ce qui précède.

c. L'acide éthanoïque étant un acide de Brönsted, cet ion se comporterait comme une base.

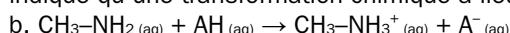


d. L'ammoniac étant une base de Brönsted, cet ion se comporterait comme un acide.

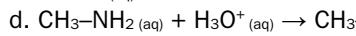
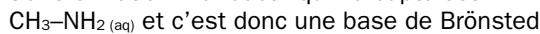


Exercice 34 corrigé à la fin du manuel de l'élève.

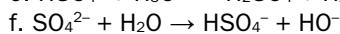
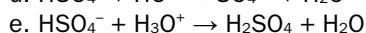
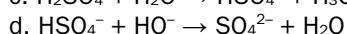
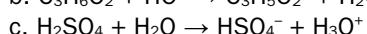
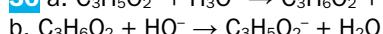
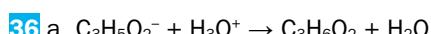
35 a. Le changement de couleur de la solution indique qu'une transformation chimique a lieu.



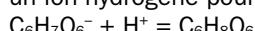
c. Un ion hydrogène a été transféré au cours de cette transformation. Le réactif qui l'a capté est $\text{CH}_3\text{NH}_2_{(\text{aq})}$ et c'est donc une base de Brönsted.



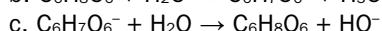
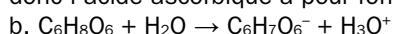
La forme rose $\text{A}^-_{(\text{aq})}$ est donc consommée, si bien que la couleur rose disparaît si $\text{H}_3\text{O}^+_{(\text{aq})}$ est en excès.



37 a. La base conjuguée de l'acide ascorbique capte un ion hydrogène pour le former :

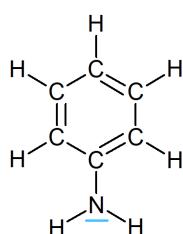


donc l'acide ascorbique a pour formule brute $\text{C}_6\text{H}_8\text{O}_6$.

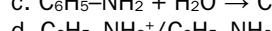
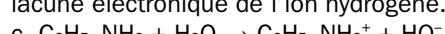


Exercice 38 corrigé à la fin du manuel de l'élève.

39 a.



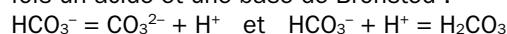
b. Une base de Brönsted est susceptible de capturer un ion hydrogène. Le doublet non liant de l'atome d'azote est en effet susceptible de venir combler la lacune électronique de l'ion hydrogène.



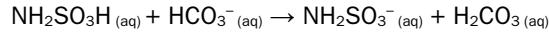
40 a. L'ion hydrogène a été échangé ici en étant cédé par $\text{NH}_2\text{SO}_3\text{H}$ et capté par CO_3^{2-} . On a donc affaire à une réaction acido-basique.

b. $\text{NH}_2\text{SO}_3\text{H}$ cède un ion hydrogène donc il s'agit d'un acide de Brönsted, tandis que CO_3^{2-} capte cet ion, donc c'est une base de Brönsted. Ils appartiennent aux couples $\text{NH}_2\text{SO}_3\text{H}/\text{NH}_2\text{SO}_3^-$ et $\text{HCO}_3^-/\text{CO}_3^{2-}$.

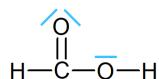
c. $\text{HCO}_3^-_{(\text{aq})}$ a un caractère amphotère car c'est à la fois un acide et une base de Brönsted :



d. Lors de l'utilisation de ce détartrant, on peut parfois observer un dégagement de dioxyde de carbone. En présence d'un excès de détartrant, HCO_3^- peut à son tour réagir avec $\text{NH}_2\text{SO}_3\text{H}$ pour former H_2CO_3 , c'est-à-dire du dioxyde de carbone dissous.



41 a.



b. L'acide formique est un acide selon la théorie de Brönsted car il est susceptible de libérer un ion hydrogène : $\text{HCOOH} = \text{HCOO}^- + \text{H}^+$

La liaison qui se rompt et qui peut être associée à ce caractère acide est la liaison polarisée O-H : O est plus électronégatif que H et peut donc emporter les électrons avec lui lors de la rupture, libérant ainsi H^+ .

c. Les couples mis en jeu sont :



donc l'équation de la réaction chimique à l'origine des brûlures est : $\text{HCOOH} + \text{H}_2\text{O} \rightarrow \text{HCOO}^- + \text{H}_3\text{O}^+$

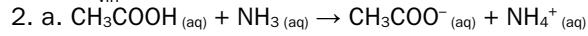
Exercice 42 corrigé à la fin du manuel de l'élève.

43 1. a. L'acide éthanoïque appartient au couple $\text{CH}_3\text{COOH}/\text{CH}_3\text{COO}^-$.

b. Le volume de vinaigre est $V_{\text{vin}} = \frac{m_{\text{vin}}}{\rho_{\text{vin}}} = 100 \text{ mL}$.

c. La concentration en acide éthanoïque est :

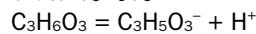
$$c = \frac{\frac{m}{M_{\text{CH}_3\text{COOH}}}}{V_{\text{vin}}} = 1,5 \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$$



b. On introduit une quantité de matière d'acide éthanoïque $n = cV = 1,5 \times 10^{-2} \text{ mol}$.

Or, ici, les nombres stœchiométriques sont égaux si bien que le réactif limitant est celui qui est introduit en plus petite quantité donc il s'agit de l'acide éthanoïque ($n < n'$).

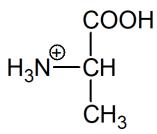
44 a. L'acide lactique forme l'ion lactate en cédant un ion hydrogène donc l'ion lactate a pour formule brute $\text{C}_3\text{H}_5\text{O}_3^-$.



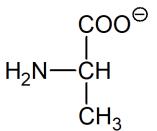
b. Le lactate de potassium a pour formule $\text{C}_3\text{H}_5\text{O}_3\text{K}_{(\text{s})}$.

c. On veut une quantité de matière d'acide lactique $n = \frac{m_a}{M_{C_3H_6O_3}}$ et une quantité de matière identique de lactate de potassium, donc une masse de lactate de potassium : $m_b = nM_{C_3H_5O_3K} = m_a \frac{M_{C_3H_5O_3K}}{M_{C_3H_6O_3}} = 6,9 \text{ g}$

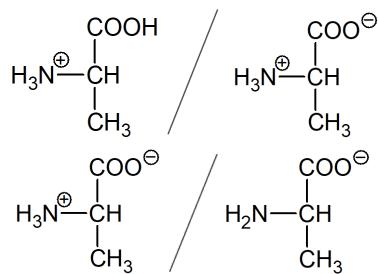
45 a. Le zwitterion forme son acide conjugué en captant un ion hydrogène.



b. Le zwitterion forme sa base conjuguée en cédant un ion hydrogène.

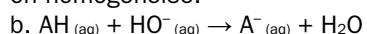


c. Les couples acide-base qui peuvent être formés avec les différentes formes de lalanine sont :



d. Le zwitterion est à la fois un acide et une base de Brönsted, c'est une espèce amphotère.

46 a. On veut 100 mL d'une solution diluée dix fois, donc il faut en prélever 10 mL. On verse dans un bêcher de la solution commerciale. On prélève 10,0 mL de cette solution à l'aide d'une pipette jaugée de 10 mL, puis on les verse dans une fiole jaugée de 100 mL. On ajoute de l'eau distillée jusqu'aux trois quarts de la fiole. On bouche et on homogénéise. Enfin, on complète avec de l'eau distillée jusqu'au trait de jauge, en s'aidant éventuellement d'une pipette simple. On bouche et on homogénéise.



c. Les nombres stœchiométriques pour les deux réactifs sont égaux donc les quantités de matière apportées des réactifs doivent être égales pour être introduites dans les proportions stœchiométriques.

d. La quantité de matière d'ions hydroxyde apportée est $n = c_b V_b$.

La quantité de matière d'acide salicylique initialement présente est identique, donc sa concentration est :

$$c_a = \frac{n}{V_a} = \frac{c_b V_b}{V_a} = 5,9 \times 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

La solution commerciale a donc la concentration $c = 10c_a = 0,59 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$.

e. Dans un volume V_0 de solution commerciale, on a donc une masse $m_a = cV_0 M$ d'acide salicylique, alors que la masse de solution est $m = pV_0$. Par conséquent, le pourcentage massique d'acide salicylique de la

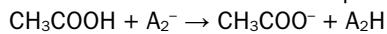
$$\text{solution commerciale est : } \frac{m_a}{m} = \frac{cM}{p} = 2,0 \% < 3 \%$$

donc la solution est commercialisable.

47 1. $\text{A}_1\text{H} = \text{A}_1^- + \text{H}^+$

Il appartient au couple $\text{A}_1\text{H}/\text{A}_1^-$.

2. a. Le changement de couleur du bleu de bromophénol lors de la fabrication de l'éluant montre qu'une transformation chimique a eu lieu, formant la forme acide du bleu de bromophénol.



b. Lors du séchage de la plaque de chromatographie, l'acide éthanoïque s'évapore et la forme basique bleue du bleu de bromophénol peut se reformer. Les taches restent jaunes car elles contiennent des acides qui ont réagi avec la forme basique du bleu de bromophénol pour former A_2H , jaune.

c. Le dépôt de vesou donne plusieurs taches, ce qui montre que le vesou est un mélange. Par ailleurs, il donne une tache à la même hauteur que celle de l'acide glycolique. Il contient donc de l'acide glycolique.

3. Il faut mesurer précisément la masse d'un volume connu de cette solution.

Placer une fiole jaugée de 1,000 L sur la balance, faire la tare.

Introduire la solution dans la fiole jusqu'au trait de jauge, ainsi $V_0 = 1,000 \text{ L} = 1000 \text{ mL}$.

Mesurer la masse m_0 de la solution.

$$\text{Calculer la masse volumique } \rho = \frac{m_0}{V_0}.$$

4. La masse d'acide glycolique vaut $0,001m$ et s'écrit ρV , donc $m = \frac{\rho V}{0,001} = 1 \text{ kg}$ (avec le nombre de chiffres significatifs imposé par la teneur en masse).

48 1. Un acide de Brönsted est susceptible de céder un ion hydrogène.

C'est bien le cas pour $\text{H}_2\text{CO}_3 \text{ (aq)}$:



Sa base conjuguée est donc $\text{HCO}_3^- \text{ (aq)}$.

$\text{HCO}_3^- \text{ (aq)}$ présente un caractère amphotère car c'est à la fois une base de Brönsted, d'après ce qui précède, et un acide : $\text{HCO}_3^- \text{ (aq)} = \text{CO}_3^{2-} \text{ (aq)} + \text{H}^+$

2. a. La réaction entre le dioxyde de carbone et l'eau est une réaction acide-base car :

- elle provoque une variation de pH du système ;
- elle fait intervenir un transfert d'ion hydrogène entre $\text{H}_2\text{CO}_3 \text{ (aq)}$ qui le cède et H_2O qui le capte.

b. Les couples mis en jeu dans cette réaction sont :



Av.	Quantité de matière... ...apportée à l'état initial	$\text{H}_2\text{CO}_3 \text{ (aq)} + \text{H}_2\text{O} \rightarrow \text{HCO}_3^- \text{ (aq)} + \text{H}_3\text{O}^+ \text{ (aq)}$			
		...de $\text{H}_2\text{CO}_3 \text{ (aq)}$...de H_2O	...de $\text{HCO}_3^- \text{ (aq)}$...de $\text{H}_3\text{O}^+ \text{ (aq)}$
0	...en cours de réaction	cV	solvant	0	0
x	...présente à l'état final	$cV - x$	solvant	x	x
x_f		$cV - x_f$	solvant	x_f	x_f

Si la réaction était totale, la quantité de matière finale de $\text{H}_2\text{CO}_3 \text{ (aq)}$ serait nulle et l'avancement maximal x_{\max} serait tel que $x_{\max} = cV$.

Ici, on a donc : $x_f = [\text{HCO}_3^-]_f \times V < x_{\max} = cV$

La réaction n'est pas totale.

3. D'après les nombres stœchiométriques des équations précédentes, pour consommer simultanément $\text{HO}^-_{(\text{aq})}$ et $\text{CO}_3^{2-}_{(\text{aq})}$, puis $\text{HCO}_3^-_{(\text{aq})}$ (qui a été formé en quantité de matière égale à celle apportée en $\text{CO}_3^{2-}_{(\text{aq})}$), il faut que :

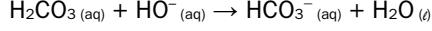
$$c_a V_{a1} = (c_1 + c_2) V_b \quad \text{et} \quad c_2 V_b = c_a V_{a2}$$

$$\text{Donc, d'une part : } c_2 = \frac{c_a V_{a2}}{V_b} = 5,0 \times 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

et d'autre part :

$$c_1 = \frac{c_a V_{a1}}{V_b} - c_2 = \frac{c_a (V_{a1} - V_{a2})}{V_b} = 0,10 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

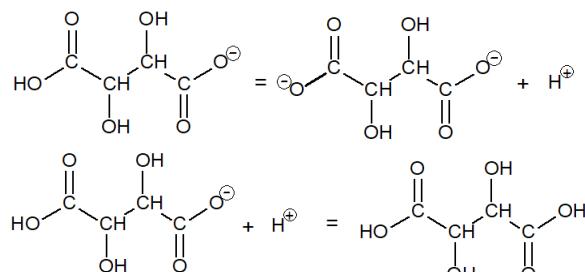
4. Le dioxyde de carbone diffusant dans les pores du béton s'y dissout pour former l'acide carbonique qui peut alors réagir avec les ions hydroxyde du béton :



Cette réaction entraîne une diminution de la quantité de matière d'ions hydroxyde dans le béton, ce qui peut être mis en évidence par une atténuation, voire une disparition de la couleur rose de la phénolphthaleine lors d'un test.

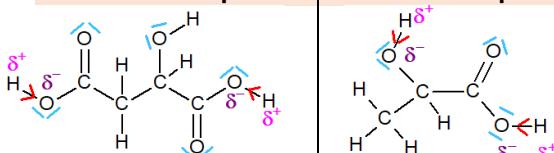
Exercice 49 corrigé à l'adresse hatier-clic.fr/pct050

50 1.1. L'ion bitartrate présente un caractère amphotère car il est à la fois un acide et une base de Brönsted :



1.2. En abaissant la température des vins, les vignerons provoquent la précipitation du tartre car la solubilité de celui-ci dans l'eau décroît quand la température diminue. Ainsi, ils peuvent l'éliminer par filtration avant la mise en bouteille.

2.1. **Acide malique**



Ils pourraient céder des ions hydrogène H^+ .

2.2. L'acide malique est noté AH_2 car il possède deux liaisons O-H susceptibles de se rompre en libérant deux ions hydrogène. L'acide lactique est noté $\text{A}'\text{H}$ car il possède une liaison O-H qui libérerait un ion hydrogène en se cassant. De telles espèces sont donc des acides de Brönsted.

2.3. On parle parfois de désacidification résultant de la fermentation malolactique car on passe d'une espèce susceptible de libérer deux ions hydrogène à une autre qui ne peut en libérer qu'un.

2.4. D'après les nombres stœchiométriques de l'équation, si la fermentation malolactique est totale, la quantité de matière finale de l'acide lactique devrait être égale à la quantité de matière apportée en acide malique.

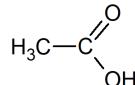
La quantité de matière n_1 apportée en acide malique est $n_1 = \frac{C_{\text{m1}} V_1}{M_{\text{mal}}} = 2,2 \times 10^2 \text{ mol}$.

La quantité de matière n_2 formée en acide lactique est $n_2 = \frac{m_2}{M_{\text{lac}}} = 2,2 \times 10^2 \text{ mol}$.

Il s'agit donc bien d'une transformation totale.

3.1. Acide éthanoïque :

Formule semi-développée



Formule brute



3.2. Deux ions hydrogène sont susceptibles d'être libérés par molécule de H_2SO_4 contre un seul par molécule d'acide acétique.

3.3. Soit c_{sulf} la concentration en quantité de matière apportée en H_2SO_4 correspondant à $C_{\text{m,sulf}} = 0,9 \text{ g} \cdot \text{L}^{-1}$.

$$\text{Elle vaut } c_{\text{sulf}} = \frac{C_{\text{m,sulf}}}{M_{\text{sulf}}} = 9,2 \times 10^{-3} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

donc la concentration apportée en H^+ est :

$$2c_{\text{sulf}} = 1,8 \times 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

Soit $c_{\text{acét}}$ la concentration en quantité de matière apportée en H_2SO_4 correspondant à $C_{\text{m,acér}} = 1,1 \text{ g} \cdot \text{L}^{-1}$.

$$\text{Elle vaut } c_{\text{acét}} = \frac{C_{\text{m,acét}}}{M_{\text{acét}}} = 1,8 \times 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

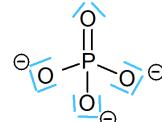
donc la concentration apportée en H^+ est :

$$c_{\text{acét}} = 1,8 \times 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

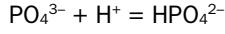
L'équivalence est donc bien vérifiée.

51 1.1. Le phosphate de calcium solide est neutre donc il faut combiner 3 ions calcium avec 2 ions phosphate : $\text{Ca}_3(\text{PO}_4)_2_{(\text{s})}$.

1.2. L'oxygène possède deux doublets liants et deux non liants. Le schéma de Lewis de cet anion est donc :

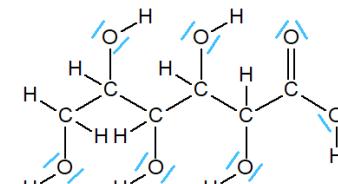


1.3. Cet anion est une base de Brönsted car il peut capter un ion hydrogène : il possède des atomes d'oxygène portant des doublets non liants qui pourraient combler la lacune électronique de l'ion hydrogène.

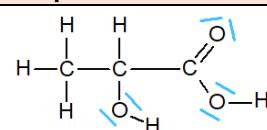


Son acide conjugué est HPO_4^{2-} . Cet acide pourrait également capturer un ion hydrogène et se comporter ainsi comme une base de Brönsted. Il s'agit d'une espèce amphotère.

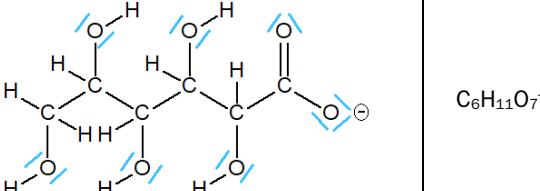
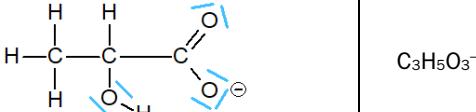
2.1. **Acide gluconique**



Acide lactique



- 2.2. Ce sont des acides de Brönsted car ils possèdent des liaisons O–H polarisées susceptibles de se rompre en libérant un ion hydrogène.
 2.3. Leurs bases conjuguées sont obtenues en rompant ces liaisons O–H polarisées des groupes carboxyle.

Gluconate		
	$C_6H_{11}O_7^-$	
car $C_6H_{12}O_7 = C_6H_{11}O_7^- + H^+$		
Lactate		
	$C_3H_5O_3^-$	
car $C_3H_6O_3 = C_3H_5O_3^- + H^+$		

- 2.4. $C_3H_6O_3 + PO_4^{3-} \rightarrow C_3H_5O_3^- + HPO_4^{2-}$
 Un milieu buccal riche en bactéries présente plus de risques de développer des caries car il y a plus de chances d'y trouver de l'acide lactique qui réagirait avec les ions phosphate de l'émail ce qui fragiliserait celui-ci.

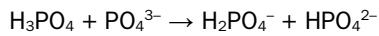
- 2.5. $C_3H_6O_3 + HCO_3^- \rightarrow C_3H_5O_3^- + H_2CO_3$
 Il est parfois conseillé de faire des bains de bouche à l'hydrogénocarbonate de sodium car cela permet ainsi de neutraliser une partie au moins de l'acide lactique formé par les bactéries et d'éviter que cet acide ne réagisse avec les ions phosphate de l'émail.

3.1. La quantité de matière d'acide citrique buée en un jour par Alice est $n_1 = 4c_1V = 5,3 \times 10^{-2}$ mol.

La quantité de matière d'acide malique buée en un jour par Laure est $n_2 = 5c_2V = 7,5 \times 10^{-2}$ mol.

3.2. L'acide citrique, noté AH_3 , est un triacide de Brönsted car il peut libérer trois ions hydrogène et l'acide malique, noté $A'H_2$, est un diacide car il peut en libérer deux.

L'acide bu par Alice peut donc libérer une quantité de matière d'ions hydrogène égale à $3n_1 = 0,16$ mol, tandis que celui bu par Laure peut libérer une quantité de matière d'ions hydrogène égale à $2n_2 = 0,15$ mol. Alice a donc plus d'ions hydrogène libérés en bouche que Laure. Son émail est donc plus susceptible d'être érodé.



2. Méthodes physiques d'analyse d'un système chimique

Activités

p. 58 à 61

① pH et concentration en ions oxonium

1. a. Pour faire une dilution par dix, on utilise une pipette jaugée de 10 mL et une fiole jaugée de 100 mL (ou une pipette jaugée de 5 mL et une fiole jaugée de 50 mL). On prélève, à l'aide d'une pipette, dans un bêcher la solution initiale, puis on l'introduit dans la fiole jaugée. On ajoute de l'eau distillée, on agite, puis on complète jusqu'au trait de jauge. On agite à nouveau. Pour préparer S₃, on utilise une pipette jaugée de 5 mL et une fiole de 100 mL.

Pour préparer S₄, on réalise une dilution par 10 de S₂, on prélève donc S₂ en utilisant une pipette jaugée de 10 mL (ou de 5 mL) et une fiole jaugée de 100 mL (ou de 50 mL).

b.	Solution	S ₁	S ₂	S ₃	S ₄
	c (en mol·L ⁻¹)	$1,0 \times 10^{-2}$	$1,0 \times 10^{-3}$	$5,0 \times 10^{-3}$	$1,0 \times 10^{-4}$
	pH	2,04	2,92	3,24	4,18

c. Le pH augmente de 1 si la concentration est divisée par 10.

Il augmente de 2 si la concentration est divisée par 100.

2. a.	Solution	S ₁	S ₂	S ₃	S ₄
	c (en mol·L ⁻¹)	$1,0 \times 10^{-2}$	$1,0 \times 10^{-3}$	$5,0 \times 10^{-3}$	$1,0 \times 10^{-4}$
	pH calculé	$\text{pH} = -\log \frac{[\text{H}_3\text{O}^+]}{c^0}$ $= -\log \frac{c}{c^0} = 2,00$	$\text{pH} = -\log \frac{[\text{H}_3\text{O}^+]}{c^0}$ $= -\log \frac{c}{c^0} = 3,00$	$\text{pH} = -\log \frac{[\text{H}_3\text{O}^+]}{c^0}$ $= -\log \frac{c}{c^0} = 3,30$	$\text{pH} = -\log \frac{[\text{H}_3\text{O}^+]}{c^0}$ $= -\log \frac{c}{c^0} = 4,00$

b.	Solution	S ₁	S ₂	S ₃	S ₄
	Incertitude	$\frac{ \text{pH}_{\text{mes}} - \text{pH}_{\text{réf}} }{u(\text{pH})}$ $= \frac{ 2,04 - 2,00 }{0,05} = 0,9$	$\frac{ \text{pH}_{\text{mes}} - \text{pH}_{\text{réf}} }{u(\text{pH})}$ $= \frac{ 2,92 - 3,00 }{0,05} = 1,6$	$\frac{ \text{pH}_{\text{mes}} - \text{pH}_{\text{réf}} }{u(\text{pH})}$ $= \frac{ 3,24 - 3,30 }{0,05} = 1,2$	$\frac{ \text{pH}_{\text{mes}} - \text{pH}_{\text{réf}} }{u(\text{pH})}$ $= \frac{ 4,18 - 4,00 }{0,05} = 3,6$

Les mesures restent correctes pour les trois premières solutions, pas pour S₄, mais cela dépend fortement des mesures effectuées. Il semble en tout cas que le manque de précision soit plus important pour les solutions diluées.

Bilan

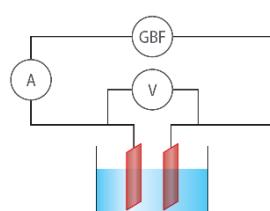
- Si la concentration en ions oxonium diminue, le pH augmente car la relation contient un signe négatif.
- Le pH₁ de la solution avant dilution est $\text{pH}_1 = -\log \left(\frac{[\text{H}_3\text{O}^+]_1}{c^0} \right)$.

Après dilution, la concentration en ions oxonium vaut $[\text{H}_3\text{O}^+]_2 = \frac{[\text{H}_3\text{O}^+]_1}{10}$.

Donc on a $\text{pH}_2 = -\log \left(\frac{[\text{H}_3\text{O}^+]_2}{c^0} \right) = -\log \left(\frac{[\text{H}_3\text{O}^+]_1}{10c^0} \right) = -(-\log(10)) - \log \left(\frac{[\text{H}_3\text{O}^+]}{c^0} \right) = 1 + \text{pH}_1$

② Conductance et conductivité

1. a. On place un ampèremètre en série dans le circuit et un voltmètre en dérivation aux bornes de la cellule de conductimétrie. Les deux appareils sont en mode AC (courant alternatif).



b. Pour une surface de 5,0 cm² et une distance de 2,0 cm, on obtient les mesures suivantes :

Solution	Hydroxyde de sodium	Chlorure de sodium
Conductance G (en mS)	6,2	$3,2 \times 10^{-1}$

La solution la plus conductrice est donc la solution d'hydroxyde de sodium car sa conductance est plus grande.

c. On peut modifier :

- la surface immergée de deux plaques ;
 - la distance entre les deux électrodes ;
 - les ions contenus dans la solution ;
 - la concentration de ces ions en solutions.
- Les réglages du générateur n'ont pas *a priori* d'influence, puisque l'énoncé dit que le dipôle a un comportement de dipôle ohmique mais les élèves peuvent formuler cette hypothèse et la vérifier.

Hypothèses

On peut supposer que :

- plus les plaques sont immergées, plus la conductance est grande ;
- plus la distance entre les électrodes est grande, plus la conductance est faible.

La nature des ions a aussi une influence, comme le montre la question précédente.

Enfin, on peut supposer que plus la concentration des ions est grande, plus la conductance augmente.

Les manipulations ne font varier qu'un seul paramètre à la fois. En particulier, on réalise la dilution d'une des solutions et on utilise une expérience témoin.

d. - La conductance augmente si la surface S augmente.

- La conductance diminue si la distance ℓ entre les deux électrodes augmente.

- La nature des ions modifie aussi la valeur de la conductance.

- La conductance diminue si la concentration en ions diminue.

2. a. La relation exacte est $G = \frac{S}{\ell} \sigma$ car la conductivité G augmente lorsque que la surface S augmente, et G diminue si la distance ℓ augmente.

b. L'unité de la conductance est le siemens donc la conductivité est en $\text{S}\cdot\text{m}^{-1}$ car l'unité de $\frac{S}{\ell}$ est le mètre (m).

c. La conductivité ne dépend que de la nature des ions dans la solution et de leurs concentrations.

Bilan

- La conductance dépend des caractéristiques de la cellule, alors que la conductivité ne dépend que de la solution (nature et concentrations des ions).
- L'intérêt est d'avoir une mesure identique pour toutes les solutions de même nature et de même concentration sans influence de la cellule de conductimétrie.

③ Dosage par étalonnage conductimétrique

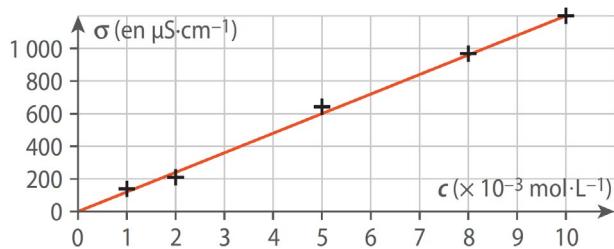
1. a. La concentration en quantité de matière vaut :

$$c = \frac{C_m}{M} = \frac{9}{58,5} = 2 \times 10^{-1} \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$$

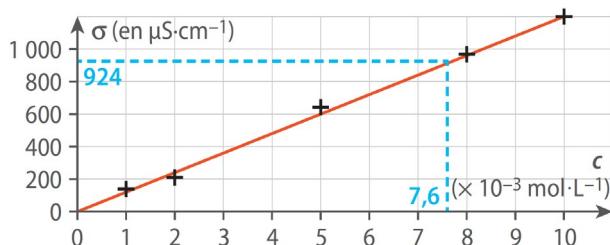
b. Le domaine de validité de la loi de Kohlrausch limite la concentration à $1,0 \times 10^{-2} \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$. D'autre part, il est nécessaire d'avoir une concentration en quantité de matière comprise entre $1,0 \text{ mmol}\cdot\text{L}^{-1}$ et $10,0 \text{ mmol}\cdot\text{L}^{-1}$ (gamme des solutions étalons).

c. On doit réaliser une dilution pour préparer les solutions étalons, mesurer la conductivité de ces solutions et du sérum dilué, déterminer graphiquement la concentration en quantité de matière et en déduire la concentration massique.

	c (en $\text{mol}\cdot\text{L}^{-1}$)	$1,0 \times 10^{-3}$	$2,0 \times 10^{-3}$	$5,0 \times 10^{-3}$	$8,0 \times 10^{-3}$	$10,0 \times 10^{-3}$
σ (en $\mu\text{S}\cdot\text{cm}^{-1}$)	139	210	643	968	1 200	
σ (en $\text{S}\cdot\text{m}^{-1}$)	$1,39 \times 10^{-2}$	$2,10 \times 10^{-2}$	$6,43 \times 10^{-2}$	$9,68 \times 10^{-2}$	$1,20 \times 10^{-1}$	



Le sérum a une conductivité égale à $924 \mu\text{S}\cdot\text{cm}^{-1}$. Par lecture graphique, on obtient :



b. On a $c' = 7,6 \times 10^{-3} \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$. Comme on a dilué 20 fois, on a $c = 1,5 \times 10^{-1} \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$, soit une concentration :

$$C_m = cM = 1,5 \times 10^{-1} \times (35,5 + 23,0) = 8,9 \text{ g}\cdot\text{L}^{-1}$$

c. Le résultat est proche de la valeur de l'étiquette, compte tenu des chiffres significatifs. On peut donc utiliser cette solution.

3. a. Le coefficient directeur vaut :

$$k = 1,2 \times 10^{-2} \text{ S}\cdot\text{m}^2\cdot\text{mol}^{-1}$$

Son unité est le $\text{S}\cdot\text{m}^{-1}$ divisé par des $\text{mol}\cdot\text{L}^{-1}$, donc des $\text{S}\cdot\text{L}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{mol}^{-1}$.

b. La loi de Kohlrausch permet d'écrire :

$$\sigma = \lambda_{\text{Cl}^-}[\text{Cl}^-] + \lambda_{\text{Na}^+}[\text{Na}^+] = \lambda_{\text{Cl}^-}c + \lambda_{\text{Na}^+}c$$

On obtient donc $\sigma = (\lambda_{\text{Cl}^-} + \lambda_{\text{Na}^+})c$.

c. Le coefficient directeur est donc :

$$\lambda_{\text{Cl}^-} + \lambda_{\text{Na}^+} = 7,6 \times 10^{-3} + 5,0 \times 10^{-3}$$

$$\lambda_{\text{Cl}^-} + \lambda_{\text{Na}^+} = 1,26 \times 10^{-2} \text{ S}\cdot\text{m}^2\cdot\text{mol}^{-1}$$

Les deux valeurs sont proches.

Bilan

- Pour réaliser un tel dosage, on doit doser une solution électrolytique, de concentration pas très grande pour avoir une droite et disposer de solutions étalons pour construire la courbe.

- Inconvénients : il faut veiller à ce que la géométrie de la cellule reste fixe.

Avantages : on n'a pas besoin de matériel dédié, un GBF, deux multimètres et deux plaques suffisent.

④ Le jet d'eau

1. Dans le ballon, le gaz disparaît car il se dissout dans l'eau. La pression dans le ballon diminue, le liquide monte dans le ballon.

La couleur de l'indicateur change dans le ballon car le pH est faible pour cette solution. En effet, la dissolution a produit des ions oxonium et le pH diminue. L'indicateur passe du jaune au rouge.

2. a. L'équation d'état du gaz parfait permet d'écrire : $PV = nRT$ donc la quantité de matière de gaz formé

$$\text{est } n = \frac{PV}{RT} = \frac{1,01 \times 10^5 \times 500 \times 10^{-6}}{8,31 \times 298} = 2,04 \times 10^{-2} \text{ mol.}$$

La concentration en ion oxonium est donc :

$$[\text{H}_3\text{O}^+] = c = \frac{n}{V} = \frac{2,04 \times 10^{-2}}{0,500} = 4,08 \times 10^{-2} \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$$

b. Par définition du pH, on peut écrire :

$$[\text{H}_3\text{O}^+] = c^{10^{-\text{pH}}} = 4,4 \times 10^{-2} \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$$

c. La conductivité vaut :

$$\sigma = 1 710 \mu\text{S}\cdot\text{cm}^{-1} = 1,710 \times 10^{-3} \text{ S}\cdot\text{m}^{-1}$$

La relation de Kohlrausch donne :

$$\sigma = \lambda_{\text{Cl}^-}[\text{Cl}^-] + \lambda_{\text{H}_3\text{O}^+}[\text{H}_3\text{O}^+]$$

Comme les concentrations des ions chlorure et oxonium sont égales, on a, dans la solution diluée :

$$[\text{H}_3\text{O}^+] = \frac{\sigma}{\lambda_{\text{Cl}^-} + \lambda_{\text{H}_3\text{O}^+}} = \frac{1,74 \times 10^{-3}}{7,6 \times 10^{-3} + 35,0 \times 10^{-3}}$$

$[\text{H}_3\text{O}^+] = 4,08 \times 10^{-2} \text{ mol}\cdot\text{m}^{-3} = 4,08 \times 10^{-5} \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$
donc comme la solution a été diluée mille fois, on a
 $[\text{H}_3\text{O}^+] = 4,08 \times 10^{-2} \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$ dans la solution non diluée.

3. a. Le calcul de l'incertitude-type avec l'équation d'état des gaz parfaits donne :

$$\frac{u([\text{H}_3\text{O}^+])}{[\text{H}_3\text{O}^+]} = \sqrt{\left(\frac{u(T)}{T}\right)^2 + 4\left(\frac{u(V)}{V}\right)^2 + \left(\frac{u(P)}{P}\right)^2}$$

$$\frac{u([\text{H}_3\text{O}^+])}{[\text{H}_3\text{O}^+]} = \sqrt{\left(\frac{2}{298}\right)^2 + 4\left(\frac{10}{500}\right)^2 + \left(\frac{0,05}{1,01}\right)^2} = 6 \times 10^{-2}$$

donc $u([\text{H}_3\text{O}^+]) = [\text{H}_3\text{O}^+] \times 6 \times 10^{-2}$

$$u([\text{H}_3\text{O}^+]) = 4,08 \times 10^{-2} \times 6 \times 10^{-2}$$

$$u([\text{H}_3\text{O}^+]) = 2 \times 10^{-3} \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$$

- On calcule l'incertitude-type avec la conductivité :

$$\frac{u([\text{H}_3\text{O}^+])}{[\text{H}_3\text{O}^+]} = \frac{u(\sigma)}{\sigma} + 0,01 = \frac{0,05}{1,74} + 0,01 = 0,04 \text{ donc on a :}$$

$$u([\text{H}_3\text{O}^+]) = 0,04 \times [\text{H}_3\text{O}^+] = 0,04 \times 4,08 \times 10^{-2}$$

$$u([\text{H}_3\text{O}^+]) = 1,6 \times 10^{-3} \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$$

- L'incertitude-type avec le pH vérifie $\frac{u([\text{H}_3\text{O}^+])}{[\text{H}_3\text{O}^+]} = 0,1$

donc on a :

$$u([\text{H}_3\text{O}^+]) = 0,1 \times 4,36 \times 10^{-2} = 4 \times 10^{-3} \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$$

b. L'incertitude-type est la plus grande pour la mesure du pH, cette mesure est donc la moins précise.

Bilan

- On peut utiliser :

- la conductivité ou la conductance (relation de Kohlrausch) pour des solutions électrolytiques diluées ;
- le pH pour des solutions contenant des ions oxonium de concentration inférieure à $1,0 \times 10^{-1} \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$;
- l'équation d'état du gaz parfait, pour obtenir une quantité de matière puis, par le calcul, la concentration du gaz dissous.

- On peut aussi utiliser une mesure de l'absorbance (solution colorée) donc on ne peut pas l'utiliser ici.

On peut aussi réaliser un dosage par étalonnage mais la solution ne doit contenir qu'un seul soluté et on doit disposer de solutions étalons.

Exercices

Exercices 1 à 21 corrigés à la fin du manuel de l'élève.

Exercices 22 et 23 corrigés dans le manuel de l'élève.

24 a. D'après l'équation d'état du gaz parfait, on peut écrire :

$$V = \frac{nRT}{P} = \frac{2,86 \times 10^{-2} \times 8,31 \times (273,1 + 30)}{1,01 \times 10^5}$$

$$V = 7,13 \times 10^{-4} \text{ m}^3 = 7,13 \times 10^{-1} \text{ L}$$

b. La concentration en ions oxonium est :

$$[\text{H}_3\text{O}^+] = c^0 10^{-\text{pH}} = 1,3 \times 10^{-4} \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$$

c. La loi de Kohlrausch permet d'écrire :

$$\sigma = \lambda_{\text{H}_3\text{O}^+} [\text{H}_3\text{O}^+] + \lambda_{\text{HCO}_3^-} [\text{HCO}_3^-]$$

$$\text{On a } [\text{H}_3\text{O}^+] = [\text{HCO}_3^-] = 1,3 \times 10^{-4} \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$$

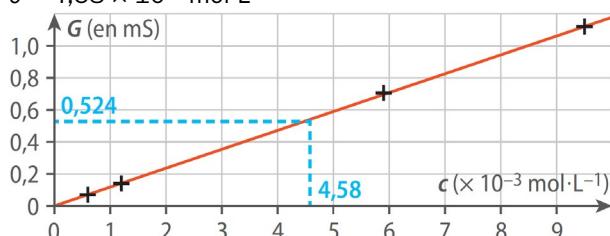
$$\sigma = 5,1 \times 10^{-3} \text{ S}\cdot\text{m}^{-1}$$

Exercice 25 corrigé dans le manuel de l'élève.

26 a. Voir graphique ci-dessous.

b. Par lecture graphique, la concentration vaut :

$$c = 4,58 \times 10^{-3} \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$$



27 La concentration en ions oxonium est :

$$[\text{H}_3\text{O}^+] = c^0 10^{-\text{pH}} = 10^{-6,5} = 3 \times 10^{-7} \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$$

28 a. D'après la définition, le pH vaut :

$$\text{pH} = -\log\left(\frac{[\text{H}_3\text{O}^+]}{c^0}\right) = -\log(1,20 \times 10^{-3}) = 2,92$$

b. Le pH vaut donc :

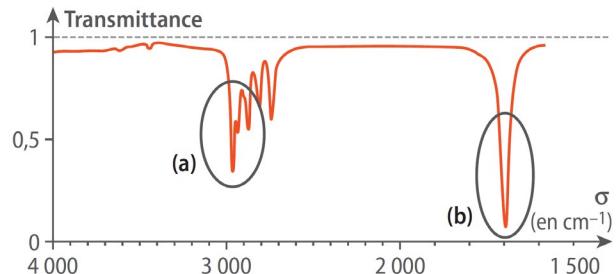
$$\text{pH} = -\log\left(\frac{[\text{H}_3\text{O}^+]}{c^0}\right) = -\log(1,20 \times 10^{-4}) = 3,92$$

Exercice 29 corrigé à la fin du manuel de l'élève.

30

$[\text{H}_3\text{O}^+]$ (en $\text{mol}\cdot\text{L}^{-1}$)	$1,0 \times 10^{-4}$	$1,0 \times 10^{-11}$	$1,0 \times 10^{-10}$
pH	4,00	11,00	10,00

31 On donne le spectre IR d'une molécule :



a. On observe deux bandes : une à $3\ 000 \text{ cm}^{-1}$ (notée a) qui correspond à la liaison C–H et une bande à $1\ 700 \text{ cm}^{-1}$ (notée b) qui correspond à la liaison C=O.

b. La molécule ② est la seule qui ne contient pas de liaison O–H qui produit une bande vers $3\ 300 \text{ cm}^{-1}$.

Exercices 32 et 33 corrigés à la fin du manuel de l'élève.

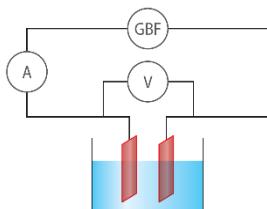
- 49** a. On mesure la tension aux bornes de la cellule avec un voltmètre (en dérivation) et l'intensité du courant dans le circuit à l'aide d'un ampèremètre. Les deux appareils sont en mode AC.
- b. Par définition, on a :

$$G = \frac{i}{u} = \frac{588 \times 10^{-6}}{500 \times 10^{-3}} = 1,18 \times 10^{-3} \text{ S}$$

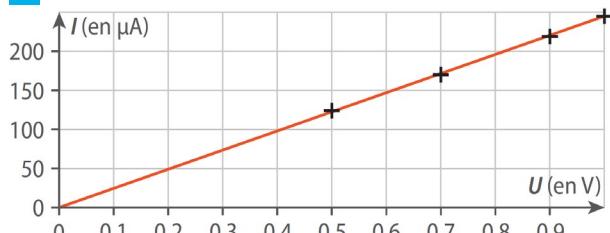
c. La conductivité est donc :

$$\sigma = kG = 20,0 \times 1,18 \times 10^{-3} = 2,36 \times 10^{-2} \text{ S} \cdot \text{m}^{-1}$$

$$\sigma = 23,6 \text{ mS} \cdot \text{m}^{-1}$$



50 a.



- b. On peut écrire la relation d'une fonction linéaire $I = GU$ avec G constante (égale au coefficient directeur).
- c. Pour calculer le coefficient directeur, on utilise deux points de la droite modèle (0,90 V ; 220 μA) et (0 V ; 0 μA). Le coefficient directeur est donc :

$$\frac{220 \times 10^{-6}}{0,90} = 2,4 \times 10^{-4} \text{ S}$$

d. La conductance est égale au coefficient directeur $G = 2,4 \times 10^{-4} \text{ S}$.

e. La conductivité est égale à :

$$\sigma = \lambda_{\text{Na}^+}[\text{Na}^+] + \lambda_{\text{Cl}^-}[\text{Cl}^-] = \lambda_{\text{Na}^+}c + \lambda_{\text{Cl}^-}c$$

$$\sigma = (5,0 \times 10^{-3} + 7,6 \times 10^{-3}) \times 1,00 = 1,26 \times 10^{-2} \text{ S}$$

f. La constante de la cellule vaut donc :

$$k = \frac{\sigma}{G} = \frac{1,26 \times 10^{-2}}{2,4 \times 10^{-4}} = 52 \text{ m}^{-1}$$

51 a. D'après la relation de Kohlrausch :

$$\sigma = \lambda_{\text{K}^+}[\text{K}^+] + \lambda_{\text{Cl}^-}[\text{Cl}^-] \text{ donc } \lambda_{\text{K}^+}c + \lambda_{\text{Cl}^-}c.$$

$$\text{On a } c = \frac{\sigma}{\lambda_{\text{K}^+} + \lambda_{\text{Cl}^-}} = \frac{14,1 \times 10^{-3}}{7,3 \times 10^{-3} + 7,6 \times 10^{-3}}$$

$$c = 9,46 \times 10^{-1} \text{ mol} \cdot \text{m}^{-3} = 9,46 \times 10^{-4} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

b. De même, on peut écrire $\sigma = \lambda_{\text{K}^+}c + \lambda_{\text{Br}^-}c$ donc la conductivité molaire ionique de l'ion bromure est :

$$\lambda_{\text{Br}^-} = \frac{\sigma - \lambda_{\text{K}^+}c}{c} = \frac{15,6 \times 10^{-3} - 7,3 \times 10^{-3} \times 9,46 \times 10^{-1}}{9,46 \times 10^{-1}}$$

$$\lambda_{\text{Br}^-} = 9,19 \times 10^{-3} \text{ S} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{mol}^{-1}$$

52 a. La relation de Kohlrausch donne :

$$\sigma = \lambda_{\text{NO}_3^-}[\text{NO}_3^-] + \lambda_{\text{H}_3\text{O}^+}[\text{H}_3\text{O}^+]$$

Comme les concentrations en ions sont égales à c , on peut écrire $\sigma = \lambda_{\text{NO}_3^-}c + \lambda_{\text{H}_3\text{O}^+}c = (\lambda_{\text{NO}_3^-} + \lambda_{\text{H}_3\text{O}^+})c$.

La concentration est donc :

$$c = \frac{\sigma}{\lambda_{\text{H}_3\text{O}^+} + \lambda_{\text{NO}_3^-}} = \frac{0,105}{35,0 \times 10^{-3} + 7,1 \times 10^{-3}}$$

$$c = 2,50 \text{ mol} \cdot \text{m}^{-3} = 2,50 \times 10^{-3} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

b. Le pH est :

$$\text{pH} = -\log\left(\frac{[\text{H}_3\text{O}^+]}{c_0}\right) = -\log(2,50 \times 10^{-3}) = 2,602$$

- 53** a. D'après la stoechiométrie de la réaction, on a : $[\text{H}_3\text{O}^+] = 2c = 3,0 \times 10^{-3} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$

b. Le pH est :

$$\text{pH} = -\log\left(\frac{[\text{H}_3\text{O}^+]}{c_0}\right) = -\log(3,0 \times 10^{-3}) = 2,52$$

c. La relation de Kohlrausch donne :

$$\sigma = \lambda_{\text{SO}_4^{2-}}[\text{SO}_4^{2-}] + \lambda_{\text{H}_3\text{O}^+}[\text{H}_3\text{O}^+] = \lambda_{\text{H}_3\text{O}^+}2c + \lambda_{\text{SO}_4^{2-}}c$$

$$\sigma = 35,0 \times 10^{-3} \times 3,0 + 16,0 \times 10^{-3} \times 1,5$$

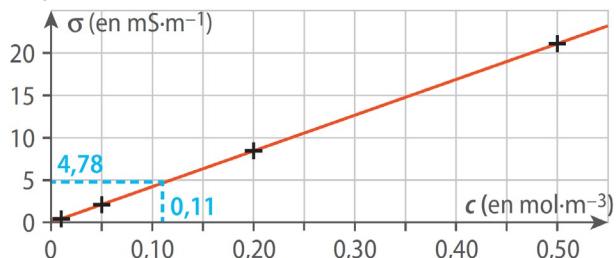
$$\sigma = 1,3 \times 10^{-1} \text{ S} \cdot \text{m}^{-1}$$

Exercice 54 corrigé à la fin du manuel de l'élève.

55 1. Pour réaliser un tel dosage, on doit :

- préparer des solutions étalons par dilution ;
- mesurer de la conductivité σ de chaque solution ;
- tracer la courbe représentative de σ en fonction de c ;
- mesurer la conductivité de la solution à doser ;
- déterminer graphiquement la concentration c en utilisant la courbe.

2. a.



b. Par lecture graphique, on trouve :

$$c = 0,11 \text{ mol} \cdot \text{m}^{-3} = 1,1 \times 10^{-4} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

c. Pour calculer le coefficient directeur, on utilise deux points de la droite modèle (0 mol·m⁻³ ; 0 S·m⁻¹) et (0,50 mol·m⁻³ ; 21 × 10⁻³ S·m⁻¹).

Le coefficient directeur est :

$$k = \frac{21 \times 10^{-3}}{0,50} = 4,2 \times 10^{-2} \text{ S} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{mol}^{-1}$$

$$k = 42 \text{ mS} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{mol}^{-1}$$

Par le calcul on retrouve la concentration correspondant à $A = 4,78 \text{ mS} \cdot \text{m}^{-1}$.

Elle vaut $c = \frac{A}{k} = \frac{4,78}{42} = 0,11 \text{ mol} \cdot \text{m}^{-3}$, soit $1,1 \times 10^{-4} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$.

56 a. En utilisant la relation de Kohlrausch et la relation entre les concentrations, on a :

$$c = \frac{\sigma}{\lambda_{\text{H}_3\text{O}^+} + \lambda_{\text{NO}_3^-}} = \frac{8,42 \times 10^{-2}}{35,0 \times 10^{-3} + 7,1 \times 10^{-3}}$$

$$c = 2,00 \text{ mol} \cdot \text{m}^{-3} = 2,00 \times 10^{-3} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

b. L'incertitude-type se calcule en utilisant la relation suivante :

$$\frac{u(c)}{c} = \sqrt{\left(\frac{u(\sigma)}{\sigma}\right)^2 + 2\left(\frac{u(\lambda)}{\lambda_{\text{H}_3\text{O}^+} + \lambda_{\text{NO}_3^-}}\right)^2}$$

$$\frac{u(c)}{c} = \sqrt{\left(\frac{0,05}{8,42}\right)^2 + 2\left(\frac{2,00 \times 10^{-4}}{35,0 \times 10^{-3} + 7,1 \times 10^{-3}}\right)^2}$$

$$\frac{u(c)}{c} = 9 \times 10^{-3} \text{ Ce quotient n'a pas d'unité.}$$

$$u(c) = 9 \times 10^{-3} \times 2,00 \times 10^{-3} = 2 \times 10^{-5} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

La concentration c est donc égale à :

$$c = (2,00 \pm 0,02) \times 10^{-3} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

57 1. En utilisant l'équation d'état du gaz parfait, on obtient la quantité de matière :

$$n = \frac{PV}{RT} = \frac{1,00 \times 10^5 \times 3,50}{8,31 \times (20,0 + 273,15)} = 1,44 \times 10^2 \text{ mol}$$

2. a. En utilisant la même équation d'état, on a un volume :

$$V_1 = \frac{nRT}{P} = \frac{1,44 \times 10^2 \times 8,31(-56,5 + 273,15)}{2,26 \times 10^4} = 11,5 \text{ m}^3$$

b. Le volume du ballon augmente sous l'effet de la température et de la pression. Lorsque son volume devient trop grand, il explose.

58 1. En utilisant l'équation d'état du gaz parfait, on obtient la quantité de matière pour 12 mL soit $12 \times 10^{-6} \text{ m}^3$.

$$n = \frac{PV}{RT} = \frac{1,0 \times 10^5 \times 12 \times 10^{-6}}{8,31 \times (22 + 273,15)} = 4,9 \times 10^{-4} \text{ mol}$$

2. a. D'après l'équation de la réaction, la quantité de matière de sodium consommée est :

$$n = 2 \times 4,9 \times 10^{-4} = 9,8 \times 10^{-4} \text{ mol}$$

La masse de sodium est donc :

$$m = nM = 9,8 \times 10^{-4} \times 23,0 = 2,3 \times 10^{-2} \text{ g}$$

3. a. D'après la stœchiométrie de la réaction, la quantité de matière d'ions hydroxyde HO^- et d'ions sodium Na^+ formées sont égales à la quantité de sodium disparue soit n , donc :

$$[\text{HO}^-] = [\text{Na}^+] = \frac{9,8 \times 10^{-4}}{0,25} = 3,9 \times 10^{-3} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

b. La relation de Kohlrausch donne :

$$\sigma = \lambda_{\text{Na}^+} [\text{Na}^+] + \lambda_{\text{HO}^-} [\text{HO}^-]$$

$$\sigma = 5,0 \times 10^{-3} \times 3,9 + 19,8 \times 10^{-3} \times 3,9$$

$$\sigma = 9,7 \times 10^{-2} \text{ S} \cdot \text{m}^{-1}$$

59 a. Soient deux valeurs de pH telles que :

$$\text{pH}_2 = \text{pH}_1 + 0,3$$

On a $\text{pH}_1 = -\log\left(\frac{[\text{H}_3\text{O}^+]_1}{c^0}\right)$. De même, on a :

$$\text{pH}_2 = -\log\left(\frac{[\text{H}_3\text{O}^+]_2}{c^0}\right) = \text{pH}_1 + 0,3$$

On utilise une propriété de la fonction logarithme

$$\text{donc } \log\left(\frac{[\text{H}_3\text{O}^+]_1}{[\text{H}_3\text{O}^+]_2}\right) = 0,3 \text{ et } \frac{[\text{H}_3\text{O}^+]_1}{[\text{H}_3\text{O}^+]_2} = 10^{0,3} = 2.$$

Donc la diminution de 0,3 revient à doubler la concentration en ions oxonium.

b. Soient deux valeurs de pH telles que :

$$\text{pH}_2 = \text{pH}_1 + 3,0$$

On peut donc écrire $\log\left(\frac{[\text{H}_3\text{O}^+]_1}{[\text{H}_3\text{O}^+]_2}\right) = 3,0$.

Le quotient des deux concentrations est égal à :

$$\frac{[\text{H}_3\text{O}^+]_1}{[\text{H}_3\text{O}^+]_2} = 10^{3,0} = 1 \times 10^3$$

La concentration est divisée par 1 000, ce qui vaut à peu près $2^{10} = 1 024$.

60 a. En utilisant l'équation d'état du gaz parfait, on calcule la quantité de matière :

$$n_{\text{gaz}} = \frac{PV}{RT} = \frac{1,013 \times 10^2 \times 24,3 \times 10^{-6}}{8,31 \times (25,0 + 273,15)} = 9,94 \times 10^{-4} \text{ mol}$$

b. D'après l'équation de la réaction, la quantité de matière de cuivre apportée est :

$$n_{\text{Cu}} = \frac{n_{\text{gaz}}}{2} = 4,97 \times 10^{-4} \text{ mol}$$

et celle des ions oxonium est :

$$n_{\text{H}_3\text{O}^+} = 2n_{\text{gaz}} = 1,99 \times 10^{-4} \text{ mol}$$

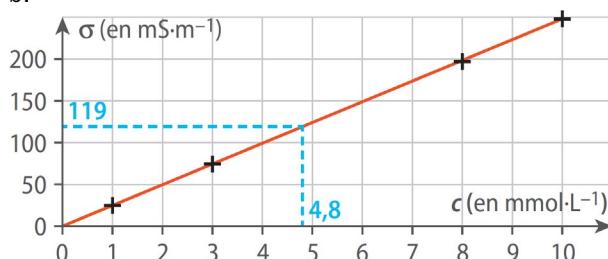
c. La quantité de matière d'ions oxonium consommée est : $n_{\text{H}_3\text{O}^+} = 1,99 \times 10^{-4} \text{ mol}$
La quantité de matière initiale d'ions oxonium est : $c^0 10^{-\text{pH}V} = 10^{-1,30} \times 0,2 = 1,0 \times 10^{-2} \text{ mol}$
donc il reste $8 \times 10^{-3} \text{ mol}$ soit une concentration :

$$[\text{H}_3\text{O}^+] = \frac{8 \times 10^{-3}}{200 \times 10^{-3}} = 4 \times 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

Le pH est $\text{pH} = 1,4$.

61 a. La dilution permet d'être dans le domaine de validité de la loi de Kohlrausch mais aussi d'obtenir une concentration en rapport avec celles des solutions étalons.

b.



c. Par lecture graphique, la concentration vaut $4,8 \text{ mmol} \cdot \text{L}^{-1}$. Avant dilution cette concentration vaut donc $c = 2 000 \times 4,8 \times 10^{-3} = 9,6 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$.

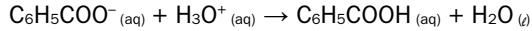
La masse dans un litre est égale à :

$$m = nM = 9,6 \times 40,0 = 3,8 \times 10^2 \text{ g}$$

Un litre de solution pèse 1 330 g. Le pourcentage massique vaut donc $\frac{380}{1\,330} = 29\%$.

Cette valeur est proche de celle de l'étiquette.

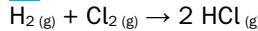
62 1. a. L'équation de la réaction est :



b. La quantité de matière d'ions oxonium apportée est $n = 5,00 \times 20 \times 10^{-3} = 1,0 \times 10^{-1} \text{ mol}$.

2. Ce spectre n'est pas celui de l'acide benzoïque car il ne contient pas de bande correspondant à la liaison O-H vers $3\,500 \text{ cm}^{-1}$.

63 1. a. L'équation de la réaction est :



b. La quantité de dichlore apportée est :

$$n_{\text{Cl}_2} = \frac{PV}{RT} = \frac{2,00 \times 10^5 \times 200 \times 10^{-3}}{8,31 \times (150 + 273,15)} = 11,4 \text{ mol}$$

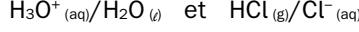
c. D'après l'équation de la réaction, la quantité de matière de chlorure d'hydrogène formée est :

$$n_{\text{HCl}} = 2n_{\text{Cl}_2} = 22,8 \text{ mol}$$

2. a. La concentration est égale à :

$$c = \frac{n_{\text{HCl}}}{V} = \frac{22,8}{2} = 11,4 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

b. Les couples acide-base sont :



c. La stœchiométrie de la réaction permet d'écrire :

$$c = [\text{H}_3\text{O}^+] = 11,7 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

d. Non, on ne peut pas calculer la valeur du pH à l'aide de la relation du cours car la concentration est trop grande. La relation n'est plus valide.

64 À l'aide de la loi de Kohlrausch, on calcule les conductivités de chaque solution.

- Solution ($K^{+}_{(aq)}$, $Cl^{-}_{(aq)}$)

On a $[K^{+}] = [Cl^{-}] = c = 1,00 \times 10^{-4} \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$

$$c = 1,00 \times 10^{-1} \text{ mol}\cdot\text{m}^{-3}$$

$$\sigma = \lambda_{K^{+}}[K^{+}] + \lambda_{Cl^{-}}[Cl^{-}] = \lambda_{K^{+}}c + \lambda_{Cl^{-}}c$$

$$\sigma = 7,3 \times 10^{-3} \times 1,00 \times 10^{-1} + 7,6 \times 10^{-3} \times 1,00 \times 10^{-1}$$

$$\sigma = 1,49 \times 10^{-3} \text{ S}\cdot\text{m}^{-1}$$

- Solution ($Mg^{2+}_{(aq)}$, 2 $Cl^{-}_{(aq)}$)

On a $[Mg^{2+}] = c$ et $[Cl^{-}] = 2c$.

$$\sigma = \lambda_{Mg^{2+}}[Mg^{2+}] + \lambda_{Cl^{-}}[Cl^{-}] = \lambda_{Mg^{2+}}c + \lambda_{Cl^{-}}2c$$

$$\sigma = 10,6 \times 10^{-3} \times 1,00 \times 10^{-1} + 7,6 \times 10^{-3} \times 2,00 \times 10^{-1}$$

$$\sigma = 2,58 \times 10^{-3} \text{ S}\cdot\text{m}^{-1}$$

- Solution ($Al^{3+}_{(aq)}$, 3 $Cl^{-}_{(aq)}$)

On a $[Al^{3+}] = c$ et $[Cl^{-}] = 3c$.

$$\sigma = \lambda_{Al^{3+}}[Al^{3+}] + \lambda_{Cl^{-}}[Cl^{-}] = \lambda_{Al^{3+}}c + \lambda_{Cl^{-}}3c$$

$$\sigma = 18,3 \times 10^{-3} \times 1,00 \times 10^{-1} + 7,6 \times 10^{-3} \times 3,00 \times 10^{-1}$$

$$\sigma = 4,41 \times 10^{-3} \text{ S}\cdot\text{m}^{-1}$$

L'ion inconnu est donc l'ion magnésium car la valeur de la conductivité molaire ionique correspond à celle de l'énoncé.

65 1. a. La couleur absorbée correspond aux maxima d'absorption donc ici la longueur d'onde de 440 nm, soit la couleur bleue, mais aussi un pic pour 710 nm, soit la couleur rouge, la solution apparaît donc verte.
b. On choisit la longueur d'onde correspondant au maximum d'absorbance pour avoir la mesure la plus grande possible. Donc ici, on se place à 440 nm.

c. Les différentes étapes sont :

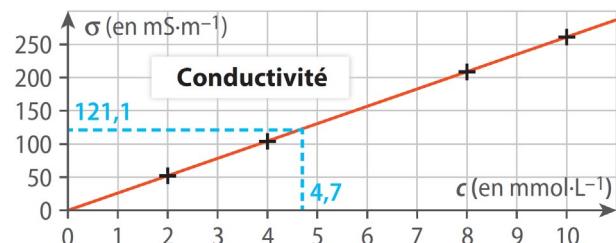
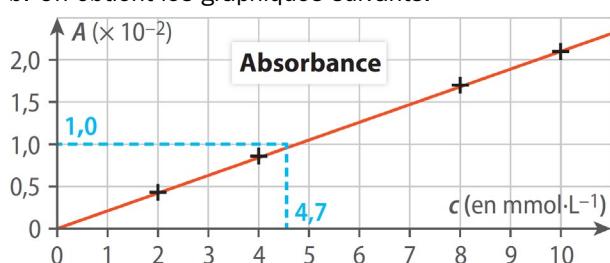
- préparer, par dilution, de solutions étalons ;
- mesurer l'absorbance de toutes ces solutions (sans oublier de faire le zéro et de choisir la longueur d'onde) ;
- tracer la courbe représentative de l'absorbance en fonction de la concentration ;
- tracer la courbe-modèle ;
- mesurer l'absorbance de la solution à doser ;
- déterminer graphiquement la concentration.

d. Si la loi de Beer-Lambert est vérifiée, on obtient une droite qui passe par l'origine.

e. On utilise la loi de Kohlsrausch. La conductivité est donc $\sigma = \lambda_{Ni^{2+}}[Ni^{2+}] + \lambda_{Cl^{-}}[Cl^{-}]$ et on a $[Ni^{2+}] = c$ et $[Cl^{-}] = 2c$ donc $\sigma = \lambda_{Ni^{2+}}c + \lambda_{Cl^{-}}2c = (\lambda_{Ni^{2+}} + 2\lambda_{Cl^{-}})c$

2. a. On réalise une dilution par 2,5 donc on utilise une pipette jaugée de 20 mL et fiole jaugée de 50 mL.

b. On obtient les graphiques suivants.



On obtient deux droites-modèles qui passent par l'origine, les deux lois (Beer-Lambert et Kohlrausch) sont donc vérifiées.

c. Par lecture graphique, on a :

Courbe d'absorbance : on lit $c = 4,7 \text{ mmol}\cdot\text{L}^{-1}$.

Courbe de conductivité : on lit $c = 4,7 \text{ mmol}\cdot\text{L}^{-1}$.

66 a. D'après la relation de Kohlrausch :

$$\sigma = \lambda_{ClO_4^{-}}[ClO_4^{-}] + \lambda_{H_3O^{+}}[H_3O^{+}] \text{ donc } \sigma = \lambda_{ClO_4^{-}}c + \lambda_{H_3O^{+}}c$$

$$\text{On a } \lambda_{ClO_4^{-}} = \frac{\sigma - \lambda_{H_3O^{+}}c}{c} = 6,6 \times 10^{-3} \text{ S}\cdot\text{m}^2\cdot\text{mol}^{-1}.$$

$$\text{b. } \frac{u(\lambda_{ClO_4^{-}})}{\lambda_{ClO_4^{-}}} = \sqrt{\left(\frac{u(c)}{c}\right)^2 + \left(\frac{u(\sigma)}{\sigma}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{0,1}{2,2}\right)^2 + \left(\frac{0,5}{91,5}\right)^2}$$

$$\frac{u(\lambda_{ClO_4^{-}})}{\lambda_{ClO_4^{-}}} = 4,6 \times 10^{-2} \text{ (sans unité)}$$

$$u(\lambda_{ClO_4^{-}}) = \lambda_{ClO_4^{-}} \times 4,6 \times 10^{-2} = 3,0 \times 10^{-4} \text{ S}\cdot\text{m}^2\cdot\text{mol}^{-1}$$

$$\lambda_{ClO_4^{-}} = (6,6 \pm 0,3) \times 10^{-3} \text{ S}\cdot\text{m}^2\cdot\text{mol}^{-1}$$

c. Le quotient est égal à :

$$\frac{|mesure - référence|}{incertitude-type} = \frac{|6,6 \times 10^{-3} - 6,73 \times 10^{-3}|}{3,0 \times 10^{-4}} = 0,43$$

Les deux valeurs sont donc conformes.

67 a. Exemple de l'eau de Perrier :

Ion	Concentration	
	en masse (en mg·L ⁻¹)	en quantité de matière (en mol·m ⁻³)
Ca ²⁺	150	3,75
Mg ²⁺	3,9	0,16
Na ⁺	9,6	0,42
SO ₄ ²⁻	25,3	0,26
HCO ₃ ⁻	420	6,9
Cl ⁻	19,5	0,55
K ⁺	1,0	0,026
NO ₃ ⁻	7,3	0,12

b. On utilise la loi de Kohlrausch :

$$\begin{aligned} \sigma &= 11,9 \times 10^{-3} \times 3,75 + 0,16 \times 10,6 \times 10^{-3} \\ &\quad + 0,42 \times 5,0 \times 10^{-3} + 0,26 \times 16,0 \times 10^{-3} \\ &\quad + 6,9 \times 4,5 \times 10^{-3} + 0,55 \times 7,6 \times 10^{-3} \\ &\quad + 0,026 \times 7,3 \times 10^{-3} + 0,12 \times 7,1 \times 10^{-3} \\ \sigma &= 8,9 \times 10^{-2} \text{ S}\cdot\text{m}^{-1} \end{aligned}$$

68 a. La pression est trop grande, l'équation d'état du gaz parfait n'est pas valable.

b. La quantité de matière d'air est égale à :

$$n = \frac{PV}{RT} = \frac{1,0 \times 10^5 \times 3,000}{8,31 \times (25,0 + 273,15)} = 1,2 \times 10^2 \text{ mol}$$

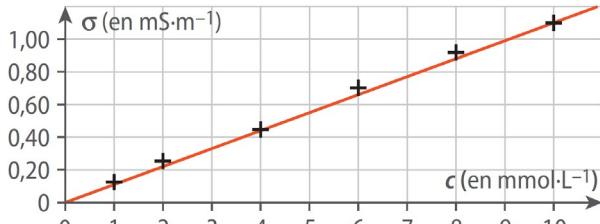
Un plongeur inspire $6,1 \times 10^{-1} \text{ mol}$ en une minute donc on peut utiliser la bouteille :

$$\frac{1,2 \times 10^2}{6,1 \times 10^{-1}} = 2,0 \times 10^2 \text{ minutes, soit 3 h 20 minutes.}$$

Exercice 69 corrigé à l'adresse hatier-clic.fr/pct080b

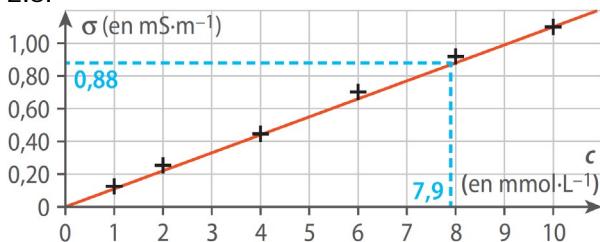
70 1. On réalise une dilution par deux, donc on prélève 25 mL à l'aide d'une pipette jaugée et on utilise une fiole jaugée de 50 mL.

2.1. La courbe est donnée ci-dessous.



2.2. Le graphique obtenu est en accord avec la loi de Kohlrausch car c'est une fonction linéaire.

2.3.



Par lecture graphique, la concentration est :

$c' = 7,9 \text{ mmol}\cdot\text{L}^{-1}$, soit une concentration avant dilution de $c = 20c' = 1,6 \times 10^{-1} \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$.

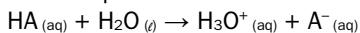
Donc la quantité de matière de chlorure de sodium dans une dose est égale à $n = cV = 8,0 \times 10^{-4} \text{ mol}$. On a donc une masse $m = nM = 4,7 \times 10^{-2} \text{ g}$. La masse donnée par l'étiquette est 0,045 g, les deux valeurs sont proches.

On peut aussi comparer les deux quantités de matière. Dans la larme, la quantité de matière est : $n = \frac{m}{M} = 7,7 \times 10^{-4} \text{ mol}$. Les deux quantités sont proches.

2.4. La concentration doit être comprise entre 1,0 mmol·L⁻¹ et 10,0 mmol·L⁻¹ (gamme des solutions étalons). De plus, la validité de la loi Kohlrausch est valide pour des concentrations faibles.

71 1.1. Une espèce acide est une espèce chimique capable de capter un ion H^+ .

1.2. L'équation de la réaction est :



1.3. La concentration en ions oxonium est :

$$[\text{H}_3\text{O}^+] = c^0 10^{-\text{pH}} = 3,5 \times 10^{-3} \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$$

1.4. On ne peut pas identifier l'acide car deux acides sont possibles : acide chlorhydrique et acide nitrique.

2.1. La relation de Kohlrausch donne :

$$\sigma = \lambda_{\text{A}^-} [\text{A}^-] + \lambda_{\text{H}_3\text{O}^+} [\text{H}_3\text{O}^+]$$

Comme les concentrations en ions sont égales, on peut écrire :

$$\sigma = \lambda_{\text{A}^-} [\text{H}_3\text{O}^+] + \lambda_{\text{H}_3\text{O}^+} [\text{H}_3\text{O}^+] = (\lambda_{\text{A}^-} + \lambda_{\text{H}_3\text{O}^+}) [\text{H}_3\text{O}^+]$$

2.2. La conductivité molaire ionique de l'ion est :

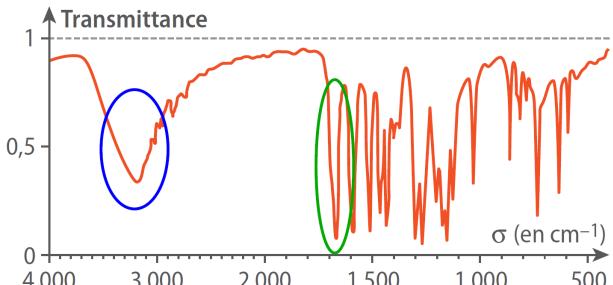
$$\lambda_{\text{A}^-} = \frac{\sigma - \lambda_{\text{H}_3\text{O}^+} [\text{H}_3\text{O}^+]}{[\text{H}_3\text{O}^+]} = \frac{147,3 \times 10^{-3} - 35,0 \times 10^{-3} \times 3,5}{3,5}$$

$$\lambda_{\text{A}^-} = 7,1 \times 10^{-3} \text{ S}\cdot\text{m}^2\cdot\text{mol}^{-1}$$

2.3. La valeur la plus proche est celle de l'ion nitrate NO_3^- .

2.4. L'acide recherché est donc l'acide nitrique.

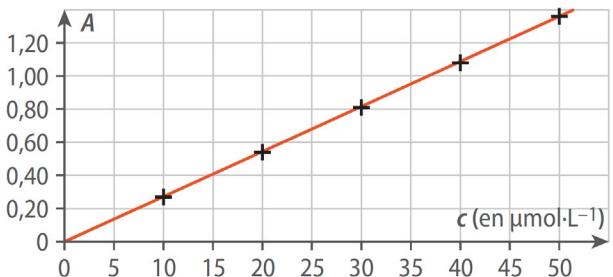
72 1. La molécule de vanilline contient un groupe caractéristique carbonyle $\text{C}=\text{O}$ qui correspond à la bande à 1700 cm^{-1} entourée en vert, mais aussi un groupe hydroxyle OH, bande vers $3200-3300 \text{ cm}^{-1}$ entourée en bleu. Ce spectre IR peut donc correspondre à la vanilline.



2.1. Le maximum d'absorption de la solution est à 350 nm donc elle absorbe dans le domaine UV. Elle n'est donc pas colorée.

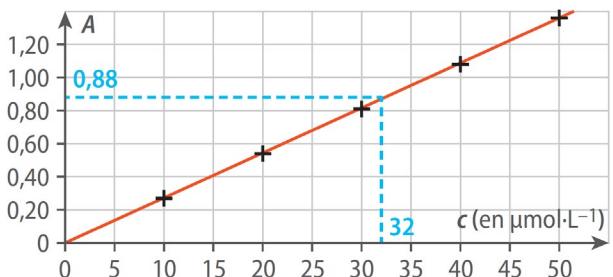
2.2. On utilise une radiation de longueur d'onde $\lambda = 350 \text{ nm}$ pour réaliser des mesures précises car elle correspond à l'absorbance maximale.

3.1.



3.2. La loi de Beer-Lambert est vérifiée car la courbe obtenue est une droite qui passe par l'origine.

3.3. On utilise le graphique, on place le point A = 0,88 et on lit l'abscisse de ce point.



On lit $c = 32 \mu\text{mol}\cdot\text{L}^{-1} = 3,2 \times 10^{-5} \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$.

3.4. Dans 250 mL de solution aqueuse, on a une quantité de matière de vanilline :

$$n = cV = 3,2 \times 10^{-5} \times 250 \times 10^{-3} = 8,0 \times 10^{-6} \text{ mol}$$

Comme la quantité de l'ion phénolate est égale à celle de la vanilline, la masse de vanilline est :

$$m = nM = 8,0 \times 10^{-6} \times 152 = 1,2 \times 10^{-3} \text{ g}$$

La concentration en masse est donc, dans 1 mL :

$$C_m = \frac{m}{V} = \frac{1,2 \times 10^{-3}}{1} = 1 \times 10^{-3} \text{ g}\cdot\text{L}^{-1}$$

73 1. $[\text{H}_3\text{O}^+] = c^0 10^{-\text{pH}} = 4,0 \times 10^{-4} \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$

La conductivité s'écrit $\sigma = (\lambda_{\text{NO}_3^-} [\text{NO}_3^-] + \lambda_{\text{H}_3\text{O}^+} [\text{H}_3\text{O}^+])$.

Comme les concentrations en ions sont égales, on peut écrire :

$$\sigma = \lambda_{\text{NO}_3^-} [\text{H}_3\text{O}^+] + \lambda_{\text{H}_3\text{O}^+} [\text{H}_3\text{O}^+] = (\lambda_{\text{NO}_3^-} + \lambda_{\text{H}_3\text{O}^+}) [\text{H}_3\text{O}^+]$$

Chapitre 2 • Méthodes physiques d'analyse d'un système chimique

La concentration en ions oxonium est donc :

$$[\text{H}_3\text{O}^+] = \frac{\sigma}{\lambda_{\text{NO}_3^-} + \lambda_{\text{H}_3\text{O}^+}} = 4,03 \times 10^{-1} \text{ mol} \cdot \text{m}^{-3} = 4,03 \times 10^{-4} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

2.1. La quantité de matière de dioxyde de carbone est :

$$n = \frac{PV}{RT} = \frac{1,02 \times 10^5 \times 0,89 \times 10^{-6}}{8,31 \times (25,0 + 273,15)} = 3,7 \times 10^{-5} \text{ mol.}$$

2.2.

$\text{HCO}_3^- \text{ (aq)}$ + H_3O^+ → $\text{CO}_2 \text{ (g)}$ + $2 \text{ H}_2\text{O} \text{ (l)}$					
Av.	Quantité de matière...	...de $\text{HCO}_3^- \text{ (aq)}$...de $\text{H}_3\text{O}^+ \text{ (aq)}$...de $\text{CO}_2 \text{ (aq)}$...de $\text{H}_2\text{O} \text{ (l)}$
0	...apportée à l'état initial	excès	n	0	solvant
x	...en cours de réaction	excès	$n - x$	x	solvant
x_f	...présente à l'état final	excès	$n - x_f = 0$	$x_f = n$	solvant

L'avancement maximal vaut $x_f = n$.

2.3. Le volume d'acide chlorhydrique apporté est :

$$V = \frac{n}{c} = \frac{3,7 \times 10^{-5}}{4,0 \times 10^{-4}} = 9,3 \times 10^{-2} \text{ L} = 930 \text{ mL}$$

3. Dosages par titrage

Activités

p. 88 à 93

① Pourcentage massique et concentration

1. a. Pour mesurer la masse volumique de l'acide lactique, on pèse une fiole jaugée de 50,0 mL vide de masse m_1 . On introduit la solution commerciale dans la fiole jaugée jusqu'au trait de jauge. Puis on pèse la fiole jaugée contenant la solution de masse m_2 . On en déduit la masse m de la solution : $m = m_2 - m_1$ (on peut également obtenir cette masse m en mesurant la masse de la fiole jaugée contenant la solution à l'aide d'une balance préalablement tarée). On peut alors calculer la masse volumique ρ de la solution en effectuant le quotient de la masse m des 50,0 mL de solution par le volume V de 50,0 mL.

b. Valeurs obtenues :

$$m_1 = 104,28 \text{ g}, m_2 = 43,84 \text{ g} \quad \text{d'où } m = 60,44 \text{ g.}$$

c. On en déduit la valeur de la masse volumique :

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{60,44}{50,0} = 1,21 \text{ g}\cdot\text{mL}^{-1}$$

D'où la valeur de la densité :

$$d = \frac{\rho}{\rho_{\text{eau}}} = 1,2 \quad \text{car } \rho_{\text{eau}} = 1,0 \text{ g}\cdot\text{mL}^{-1}.$$

2. a. $n = c_1 V_1 = 0,60 \times 100,0 \times 10^{-3} = 6,0 \times 10^{-2} \text{ mol}$
La masse d'acide lactique m à apporter vaut $m = nM$ (où $M = 90 \text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$ est la masse molaire de l'acide lactique). D'où $m = 6,0 \times 10^{-2} \times 90 = 5,4 \text{ g}$.

b. Par définition, le pourcentage massique $P = \frac{m}{m_0} = 0,9$
(lecture sur l'étiquette du doc. 2), d'où $m_0 = \frac{m}{P} = 6 \text{ g}$.

Comme $\rho = \frac{m_0}{V_0} = d\rho_{\text{eau}}$, on en déduit :

$$V_0 = \frac{m_0}{d\rho_{\text{eau}}} = \frac{6}{1,2 \times 1} = 5 \text{ mL}$$

c. Matériel à utiliser : pipette graduée de 5,0 mL (ou 10 mL) avec propipette pour le prélèvement et fiole jaugée de 100,0 mL pour la préparation de la solution.

Protocole de dilution : (Fiche 13 p. 611 (manuel de l'élève))

Bilan

- Pour lier pourcentage massique P et concentration en quantité de matière c d'une solution, il faut connaître la masse molaire M du soluté et la masse volumique ρ de la solution ou sa densité d .
- Le pourcentage massique P peut s'écrire comme le quotient $P = \frac{m}{m_0}$ de la masse m de soluté contenue dans une masse m_0 de solution.

On calcule la quantité de matière n de soluté dans la masse m par $n = \frac{m}{M}$.

On calcule le volume V_0 correspondant à la masse m_0 de solution par $V_0 = \frac{m_0}{\rho}$ (ou on utilise la densité d qui vérifie $d = \frac{\rho}{\rho_{\text{eau}}}$, avec ρ_{eau} masse volumique de l'eau).

La concentration en quantité de matière de la solution est alors $c = \frac{n}{V_0} = \frac{mp}{Mm_0} = \frac{P\rho}{M}$.

Réiproquement, on a $P = \frac{cM}{\rho}$.

② Titrage pH-métrique

1. a. Réactif titrant : ion hydroxyde

Réactif titré : acide lactique

Couples acide base mis en jeu : acide lactique/ion lactate AH/A⁻ et eau/ion hydroxyde H₂O/HO⁻

Réaction support du titrage : AH + HO⁻ → A⁻ + H₂O

b. La quantité de matière d'ions hydroxyde apportée à l'équivalence est $n = cV_E$ et est égale à la quantité de matière en acide lactique initialement présente dans le prélèvement de solution titrée d'après la stoechiométrie de la réaction support du titrage.

D'où $c_1 V_1 = cV_E$ avec $c_1 = 0,60 \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$, $c = 1,00 \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$ et $V_1 = 20,0 \text{ mL}$. On en déduit le volume équivalent attendu $V_E = \frac{c_1 V_1}{c} = 12,0 \text{ mL}$.

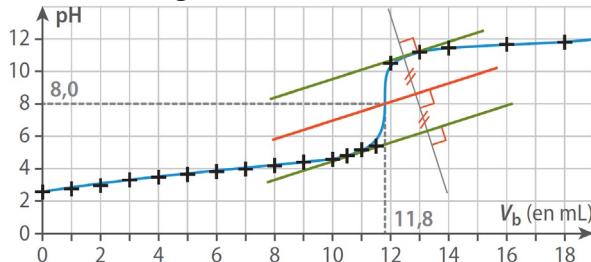
2. On note V_b le volume versé de solution titrante.

V_b (en mL)	0,0	1,0	2,0	3,0	4,0	5,0	6,0
pH	2,56	2,75	2,95	3,30	3,48	3,64	3,82

V_b (en mL)	7,0	8,0	9,0	10,0	10,5	11,0	11,5
pH	3,97	4,18	4,40	4,57	4,79	5,16	5,39

V_b (en mL)	12,0	13,0	14,0	16,0	18,0
pH	10,5	11,19	11,45	11,67	11,8

Courbe de titrage :



Par la méthode des tangentes, on trouve $V_E = 11,8 \text{ mL}$.

$$3. \text{ a. } c_{1\text{exp}} = \frac{1,00 \times 11,8}{20,0} = 5,90 \times 10^{-1} \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$$

b. Dans l'activité 1, on a dilué un volume $V_0 = 5,0 \text{ mL}$ de solution commerciale S_0 pour obtenir un volume $V_1 = 100,0 \text{ mL}$ de solution S_1 de concentration c_1 (dilution au vingtième). On peut en déduire la concentration de la solution commerciale $c_{0\text{exp}}$ telle que : $c_{0\text{exp}} = 20 \times c_{1\text{exp}} = 11,8 \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$

Dans un litre de solution, la masse d'acide lactique vaut $m = nM = 11,8 \times 90 = 1 060 \text{ g}$.
Un litre de solution a également une masse m_0 de 1 200 g (la densité vaut 1,2) d'où le pourcentage

$$\text{massique } P = \frac{m}{m_0} = \frac{1 060}{1 200} = 0,88 = 88 \%$$

$$(On retrouve P = \frac{Mc_{0\text{exp}}}{\rho} = \frac{90 \times 20 \times c_{1\text{exp}}}{1 200} = 1,5 \times c_{1\text{exp}}.)$$

Le pourcentage massique trouvé expérimentalement est proche de celui indiqué sur l'étiquette du doc. 2 de l'activité 1 (90 %).

Bilan

- Sources d'erreur : lors de la dilution de la solution commerciale, lors du prélèvement, de la lecture du volume équivalent et de la détermination graphique du volume équivalent, et erreur possible sur la concentration de la solution titrante.

- Amélioration : bien rincer la verrerie avec les solutions, resserrer les mesures autour du volume équivalent attendu. On peut réaliser un dosage de la solution titrante avant de réaliser le titrage.

③ Titrage conductimétrique

1. Soit V_a le volume versé de solution titrante.

V_a (en mL)	0,0	1,0	2,0	3,0	4,0	5,0
σ (en $\mu\text{S}\cdot\text{cm}^{-1}$)	1 951	1 869	1 736	1 624	1 479	1 368

V_a (en mL)	6,0	7,0	8,0	8,5	9,0	9,5	10,0
σ (en $\mu\text{S}\cdot\text{cm}^{-1}$)	1 253	1 147	1 039	1 012	953	953	951

V_a (en mL)	10,5	11	11,5	12	13	14
σ (en $\mu\text{S}\cdot\text{cm}^{-1}$)	1 078	1 157	1 263	1 568	1 901	2 160

2. a. Réactif titré : $\text{HO}^-_{(\text{aq})}$ Réactif titrant : $\text{H}_3\text{O}^+_{(\text{aq})}$
Équation de la réaction : $\text{HO}^-_{(\text{aq})} + \text{H}_3\text{O}^+_{(\text{aq})} \rightarrow \text{H}_2\text{O}_{(\ell)}$

- b. Avant l'équivalence, le mélange réactionnel contient les ions Na^+ , HO^- et Cl^- .

À l'équivalence, le mélange réactionnel contient les ions Na^+ et Cl^- (on néglige l'autoprotolyse de l'eau).

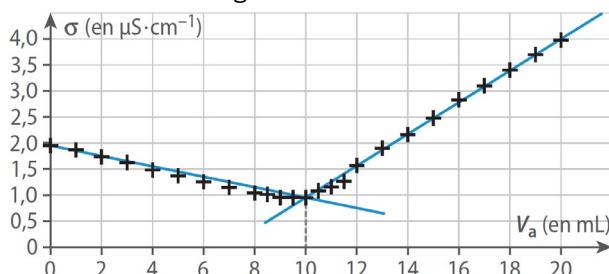
Après l'équivalence, le mélange réactionnel contient les ions Na^+ , H_3O^+ et Cl^- .

- c. Avant l'équivalence, chaque ajout d'un ion H_3O^+ consomme un ion HO^- et apporte un ion Cl^- .

Comme $\lambda_{\text{Cl}^-} < \lambda_{\text{HO}^-}$, la conductivité de la solution diminue (droite décroissante).

Après l'équivalence, on ajoute dans la solution des ions H_3O^+ et Cl^- , la conductivité de la solution augmente (droite croissante).

3. a. Courbe de titrage :



Par lecture graphique, on trouve $V_E = 10,0 \text{ mL}$ (abscisse de l'intersection des 2 droites modélisées).

- b. La quantité de matière d'ions oxonium apportée à l'équivalence est $n = cV_E$ et est égale à la quantité de matière en ions hydroxyde initialement présente dans le prélèvement de solution titrée d'après la stœchiométrie de la réaction support du titrage.

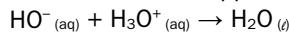
D'où $c_1V_1 = cV_E$ avec $V_E = 10,0 \text{ mL}$, $c = 0,100 \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$ et $V_1 = 10,0 \text{ mL}$. Soit $c_1 = 1,00 \times 10^{-1} \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$.

Bilan

- On peut utiliser un suivi conductimétrique car la réaction support du titrage met en jeu des ions.
- On ajoute de l'eau pour pouvoir négliger la dilution lors de l'ajout de la solution titrante et obtenir des points de mesure proches de droites.

④ Évolutions des quantités de matière lors d'un titrage

1. a. Réactif titré : $\text{HO}^-_{(\text{aq})}$ Réactif titrant : $\text{H}_3\text{O}^+_{(\text{aq})}$
D'où la réaction support du titrage :



La quantité de matière de d'ions oxonium apportée à l'équivalence est $n = cV_E$ et est égale à la quantité de matière d'ions hydroxyde initialement présente dans le prélèvement de solution titrée d'après la stœchiométrie de la réaction support du titrage.

D'où $c_1V_1 = cV_E$ et $V_E = \frac{c_1V_1}{c}$.

- b. Avant l'équivalence, le mélange réactionnel ne contient pas d'ions oxonium (réactif limitant).

Av.	Quantité de matière...	...de HO^-	...de H_3O^+	...de H_2O
	...apportée avant l'équivalence	c_1V_1	cV	solvant
$x_{\max} = cV$présente avant l'équivalence	$c_1V_1 - x_{\max}$	$cV - x_{\max} = 0$	solvant

Donc la quantité de matière en ions hydroxyde avant l'équivalence vaut $n = c_1V_1 - cV$.

Après l'équivalence, l'ion hydroxyde est le réactif limitant, sa quantité de matière dans le mélange réactionnel est nulle.

- c. Après l'équivalence, le mélange réactionnel ne contient plus d'ions hydroxyde (réactif limitant).

Av.	Quantité de matière...	...de HO^-	...de H_3O^+	...de H_2O
	...apportée avant l'équivalence	c_1V_1	$cV - cV_E$	solvant
$x_{\max} = cV_E$présente avant l'équivalence	$c_1V_1 - cV_E = 0$	$cV - cV_E$	solvant

d. La représentation de l'évolution de la quantité de matière n_{titrant} de réactif titrant (ion oxonium) en fonction du volume V est constituée de deux portions de droites :

- pour $0 \text{ mL} \leq V \leq V_E$, une droite constante d'ordonnée nulle (sa quantité de matière est nulle) ;

- pour $V_E \leq V \leq 25 \text{ mL}$, une droite d'équation $n_{\text{titrant}} = -cV_E + cV$ (pour tracer une droite, seuls deux points suffisent, que l'on obtient en calculant les quantités de matière de réactif titrant pour $V = V_E$ et $V = 25 \text{ mL}$).

La représentation de l'évolution de la quantité de matière $n_{\text{titré}}$ de réactif titré (ion hydroxyde) en fonction du volume V est constituée de deux portions de droites :

- pour $0 \text{ mL} \leq V \leq V_E$, une droite d'équation

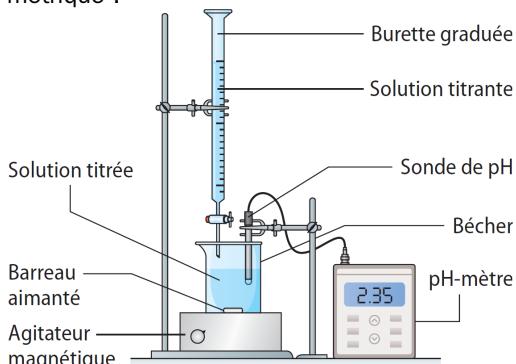
$n_{\text{titré}} = c_1V_1 - cV$ (pour tracer une droite, seuls deux points suffisent, que l'on obtient en calculant les quantités de matière de réactif titrant pour $V = 0 \text{ mL}$ et $V = V_E$) ;

- pour $V_E < V \leq 25 \text{ mL}$, une droite constante d'ordonnée nulle (sa quantité de matière est nulle).

2. et 3. Voir les programmes Python modifiés, accessibles via le manuel numérique **enseignant**.

⑤ Titrage pH-métrique d'un produit ménager

1. a. Schéma légendé du montage du titrage pH-métrique :



a. Solution titrée : solution S_1 de lessive de soude commerciale diluée 100 fois.

Solution titrante : solution S d'acide chlorhydrique de concentration c .

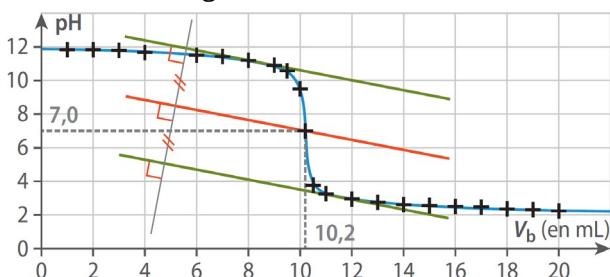
Réactif titré : $\text{HO}^{-\text{(aq)}}$ Réactif titrant : $\text{H}_3\text{O}^{\text{(aq)}}$

Réaction support du titrage : $\text{HO}^{-\text{(aq)}} + \text{H}_3\text{O}^{\text{(aq)}} \rightarrow \text{H}_2\text{O}$

b. À l'aide du simulateur, on peut observer qu'en utilisant une solution titrante dix fois moins concentrée ou en prélevant un volume de solution titrée dix fois plus petit, le volume équivalent attendu n'est pas mesurable expérimentalement (il vaut 100 mL).

c. Il est préférable de diluer la solution d'hydroxyde de sodium pour éviter que la sonde pH-métrique ne trempe dans une solution de soude trop concentrée (doc. 2), ce qui peut donner des valeurs erronées de pH voire endommager l'électrode.

2. Courbe de titrage :



Par la méthode des tangentes, on détermine

$$V_E = 10,2 \text{ mL}$$

3. Soit c'_1 la concentration de la solution titrée de lessive de soude diluée cent fois et c_1 la concentration de la lessive de soude.

La quantité de matière d'ions oxonium apportée à l'équivalence est $n = cV_E$ et est égale à la quantité de matière en ions hydroxyde initialement présents dans le prélèvement de solution titrée d'après la stœchiométrie de la réaction support du titrage.

D'où $c'_1 V_1 = cV_E$ soit $c'_1 = 0,102 \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$.

On en déduit $c_1 = 100 \times c'_1 = 10,2 \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$.

Or $P = \frac{c_1 M}{dp_{\text{eau}}}$ avec $M = 40 \text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$, la masse molaire de l'hydroxyde de sodium.

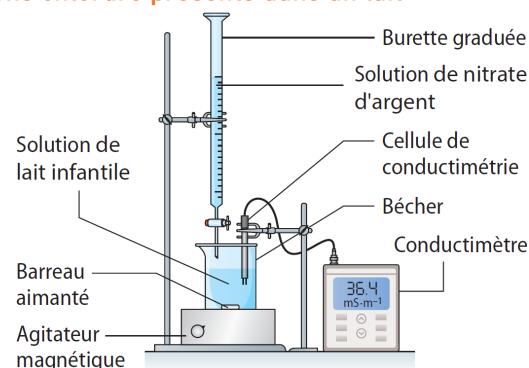
$$P = \frac{10,2 \times 40}{1,3 \times 1000} = 31 \%, \text{ ce qui est conforme à l'indication portée sur l'étiquette.}$$

Bilan

- La réaction support du titrage est une réaction de type acide-base : le suivi pH-métrique est donc possible.
- On aurait pu utiliser un suivi conductimétrique car la réaction support du titrage met en jeu des ions.
- La sonde conductimétrique est moins fragile que la sonde de pH pour des solutions de soude concentrée. La détermination graphique du volume équivalent est plus simple en conductimétrie.

⑥ Ions chlorure présents dans un lait

1. a.



Remarque

Attention à ne pas ajouter trop d'acide nitrique concentré (2 ou 3 gouttes d'une solution d'acide nitrique à 3 mol·L⁻¹).



c. La quantité de matière d'ions argent apportée à l'équivalence est $n = cV_E$ et est égale à la quantité de matière n_1 d'ions chlorure initialement présents dans le prélèvement de solution titrée d'après la stœchiométrie de la réaction support du titrage. Soit $n_1 = cV_E$.

Si $V_E = 12,0 \text{ mL} = 1,20 \times 10^{-2} \text{ L}$ et $c = 2,50 \times 10^{-2} \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$, alors : $n_1 = cV_E = 2,50 \times 10^{-2} \times 1,20 \times 10^{-2}$
 $n_1 = 3,00 \times 10^{-4} \text{ mol}$

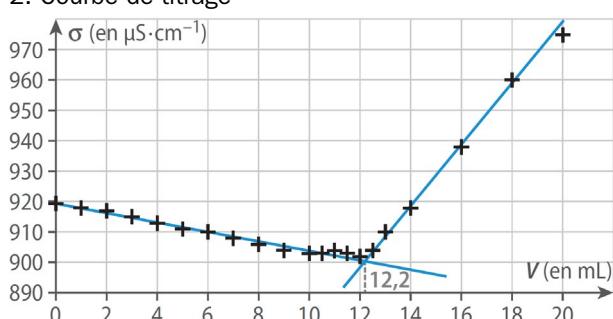
Comme la masse molaire du chlore vaut $M = 35,5 \text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$, on en déduit la masse d'ions chlorure correspondante $m_1 = n_1 M = 1,06 \times 10^{-2} \text{ g}$. Sur l'étiquette du lait étudié, il est noté 0,531 g de chlore pour 100 g de poudre d'où :

$$m_P = \frac{1,06 \times 10^{-2} \times 100}{0,531} = 2,00 \text{ g} \text{ (en considérant que le chlore se trouve uniquement sous forme d'ions chlorure).}$$

Remarque

Cette valeur dépend du lait utilisé et peut aller en moyenne de 2 à 5 g.

2. Courbe de titrage



On détermine $V_E = 12,2 \text{ mL}$.

3. a. Avec le même raisonnement qu'en 2c, on déduit : $n_1 = cV_E = 2,50 \times 10^{-2} \times 12,2 \times 10^{-3} = 3,05 \times 10^{-4}$ mol
On trouve alors la masse d'ions chlorure du prélèvement : $m_1 = n_1 M = 3,05 \times 10^{-4} \times 35,5 = 1,08 \times 10^{-2}$ g dans 2,00 g de lait en poudre.

Par proportionnalité, on en déduit :

$$m' = \frac{1,08 \times 10^{-2} \times 100}{2,00} = 0,540 \text{ g}$$

b. Dans 100 mL d'un lait reconstitué à 12,9 %, il y a 12,9 g de lait en poudre dissous dans 100 mL de lait. Par proportionnalité, on trouve une masse m_L d'ions chlorure dans 100 mL de lait reconstitué :

$$m_L = \frac{12,9 \times 0,540}{100} = 69,7 \text{ mg}, \text{ ce qui est bien dans les normes indiquées dans le doc. 1.}$$

Ce lait est donc consommable.

c. Calcul d'incertitude-type :

$$u(m') = m' \sqrt{\left(\frac{u(V_E)}{V_E}\right)^2 + \left(\frac{u(m_p)}{m_p}\right)^2 + \left(\frac{u(c)}{c}\right)^2}$$

$$u(m') = 0,540 \sqrt{\left(\frac{0,04}{12,2}\right)^2 + \left(\frac{0,03}{2,00}\right)^2 + \left(\frac{0,0008}{0,025}\right)^2}$$

$$u(m') = 2 \times 10^{-2} \text{ g}$$

$$\text{Calcul : } \frac{|m' - m'_{\text{réf}}|}{u(m')} = \frac{|0,540 - 0,531|}{0,02} = 0,4 < 2$$

La mesure est conforme à la valeur de référence.

> Fiche 6 p. 602 (manuel de l'élève)

Bilan

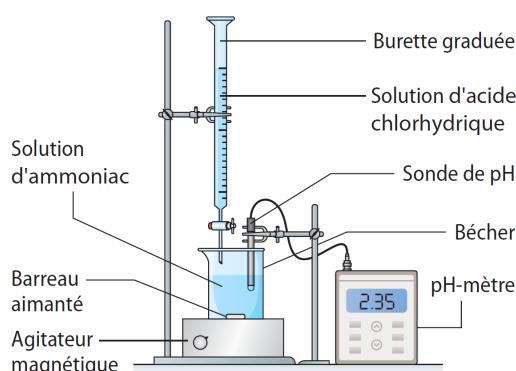
- À partir de l'étiquette, on peut anticiper la quantité de matière attendue en réactif titré et choisir la masse du prélèvement ou modifier la concentration de la solution titrante pour obtenir un volume équivalent mesurable. On réalise ensuite le titrage pour mesurer le volume équivalent expérimentalement et en déduire la masse ou la concentration expérimentale du réactif titré.
- On peut utiliser un titrage conductimétrique car la réaction support met en jeu des ions.

Exercices

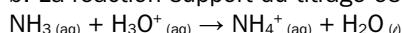
Exercices 1 à 22 corrigés à la fin du manuel de l'élève.

Exercices 23 à 25 corrigés dans le manuel de l'élève.

26 a.



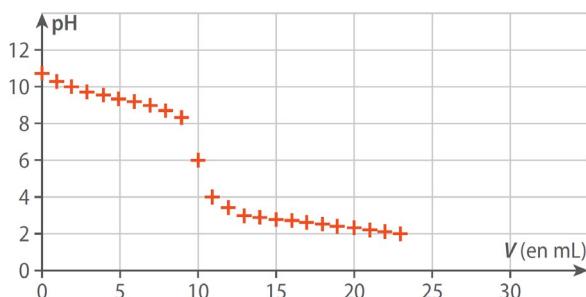
b. La réaction support du titrage est :



Cette réaction doit être totale, rapide et unique pour pouvoir réaliser le titrage.

c. Avant l'équivalence, l'ammoniac qui est une base est le seul réactif présent dans le mélange réactionnel : le mélange a donc un pH basique ($\text{pH} > 7$). Après l'équivalence, c'est l'ion H_3O^+ qui est ajouté en excès donnant un caractère acide au mélange ($\text{pH} < 7$). À l'équivalence, il y a ainsi un saut de pH (baisse de pH importante).

D'où l'allure de la courbe :



d. La quantité de matière d'ions oxonium apportés à l'équivalence est $n = c_A V_E$ et est égale à la quantité de matière d'ammoniac n_B initialement présente dans le prélèvement de solution titrée d'après la stœchiométrie de la réaction support du titrage.

Comme $n_B = c_B V_B$, on a la relation $c_A V_E = c_B V_B$

$$\text{d'où : } c_B = \frac{c_A V_E}{V_B} = 0,116 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

Exercice 27 corrigé à la fin du manuel de l'élève.

28 a. Soit c la concentration en acide sulfurique de la solution et M la masse molaire de l'acide sulfurique ($M = 2M_H + M_S + 4M_O = 98 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$). Le pourcentage massique indique que $m_0 = 100 \text{ g}$ de solution contiennent $m = 36 \text{ g}$ de soluté, soit une quantité de matière de soluté $n = \frac{m}{M}$.

La masse volumique de la solution étant $\rho = 1,27 \times 10^3 \text{ g} \cdot \text{L}^{-1}$, le volume de $m_0 = 100 \text{ g}$ de solution est $V = \frac{m_0}{\rho}$.

La concentration en quantité de matière de la solution est donc $c = \frac{n}{V} = \frac{mp}{m_0 M} = 4,7 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$.

b. La quantité de matière de soluté à introduire dans la solution fille est $n_1 = c_1 V_1$. Le volume de solution mère contenant cette quantité de matière est donc : $V_0 = \frac{c_1 V_1}{c} = \frac{0,010 \times 1,0}{4,7} = 2,1 \times 10^{-3} \text{ L} = 2,1 \text{ mL}$

29 a. Faux. Le suivi conductimétrique est possible lorsque la réaction support met en jeu des ions et le suivi pH-métrique est possible si elle met en jeu des acides et des bases.

b. Faux. Le volume d'eau distillée ne modifie pas le volume équivalent car il ne modifie pas la quantité de matière de réactif titré initialement présent.

c. Vrai.

- d. Faux. Cela dépend des coefficients stœchiométriques de la réaction support du titrage.
 e. Faux. On visualise la variation de la conductivité du mélange réactionnel σ en fonction du volume de solution titrante.
 f. Vrai (abscisse de l'intersection des deux droites modélisées).
 g. Faux. Avant l'équivalence la conductivité ne peut pas diminuer pour un tel titrage vu que le réactif titré n'est pas une espèce ionique.

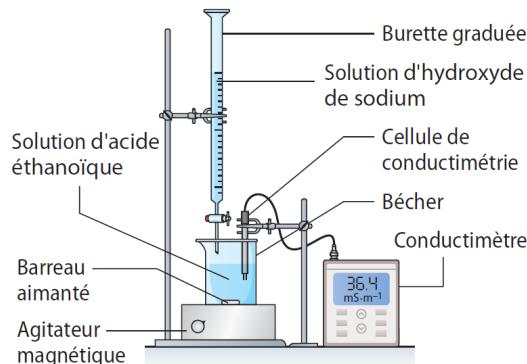
Exercice 30 corrigé à la fin du manuel de l'élève.

- 31** a. Le réactif titrant est l'ion hydroxyde HO^- et le réactif titré est l'acide éthanoïque CH_3COOH .
 b. La réaction support est :

$$\text{CH}_3\text{COOH} + \text{HO}^- \rightarrow \text{CH}_3\text{COO}^- + \text{H}_2\text{O}$$

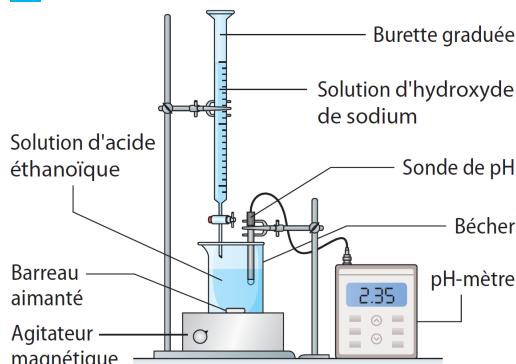
 c. D'après la stœchiométrie de la réaction support du titrage, les quantités de matière de réactif titrant et de réactif titré apportées à l'équivalence sont égales, ce qui s'écrit : $c_A V_A = c_B V_E$
 d'où : $c_A = \frac{0,25 \times 20,0}{20,0} = 0,25 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$

32 a. Schéma légendé du titrage conductimétrique :



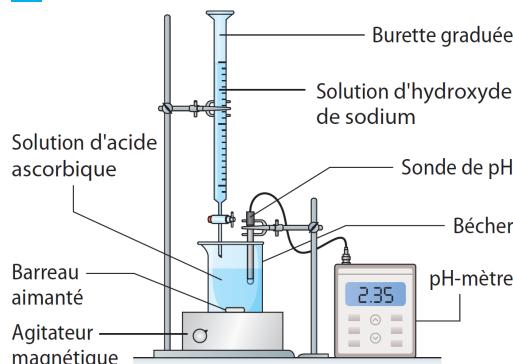
- b. La réaction support met en jeu des ions.
 c. Il est nécessaire d'ajouter de l'eau distillée, afin de négliger l'effet de dilution du mélange réactionnel lors de l'ajout de solution titrante et obtenir des points modélisables par des portions de droite sur la courbe de titrage.
 d. La courbe de titrage lors d'un titrage conductimétrique représente la variation de la conductivité (ou de la conductance) du mélange réactionnel en fonction du volume introduit de solution titrante.

33 a. Schéma légendé du titrage pH-métrique :



- b. C'est la courbe ① car le pH du mélange est acide au début du titrage, comme l'espèce titrée est un acide.

34 a. Schéma légendé du titrage pH-métrique :



- b. $\text{AH} + \text{HO}^- \rightarrow \text{A}^- + \text{H}_2\text{O}$
 c. La quantité de matière d'ions hydroxyde apportée à l'équivalence est $n = c_B V_E$ et est égale à la quantité de matière n_A d'acide ascorbique initialement présente dans le prélèvement de solution titrée d'après la stœchiométrie de la réaction support du titrage.
 $n_A = c_B V_E = 2,50 \times 10^{-1} \times 11,3 \times 10^{-3} = 2,8 \times 10^{-3} \text{ mol}$ et $m_A = n_A M$ avec $M = 6M_c + 8M_H + 6M_O = 176 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$
 d'où $m_A = 2,8 \times 10^{-3} \times 176 = 0,49 \text{ g}$.
 d. Par définition, le pourcentage massique d'acide ascorbique vaut : $P = \frac{m_A}{m_0} = \frac{0,49}{1,00} = 49 \%$

Exercice 35 corrigé à la fin du manuel de l'élève.

- 36** 1. a. $\text{HCOOH}_{(aq)} + \text{HO}^-_{(aq)} \rightarrow \text{HCOO}^-_{(aq)} + \text{H}_2\text{O}_{(l)}$
 b. Lors de ce titrage, on obtient deux portions de droites croissantes. En effet, avant l'équivalence, la conductivité augmente à cause de la formation des ions HCOO^- et de l'accumulation des ions Na^+ dans le mélange réactionnel (la molécule d'acide méthanoïque a une conductivité molaire ionique nulle). Après l'équivalence, la conductivité augmente également mais avec un coefficient directeur plus grand car même si il ne se forme plus d'ions HCOO^- , les ions HO^- s'accumulent et leurs conductivités molaires ioniques sont environ quatre fois plus élevées que celle des ions HCOO^- . Il y a, de plus, toujours accumulation des ions Na^+ .
 c. On modélise les points de mesure par deux portions de droite qui se croisent, l'abscisse de leur intersection correspond à la valeur du volume équivalent V_E .
 d. Il est nécessaire de connaître le volume de la solution titrée et la concentration de la solution titrante.
 2. a. Le volume équivalent ne serait pas modifié en remplaçant l'acide méthanoïque par l'acide éthanoïque et en conservant les mêmes données (concentration, volume de la solution titrée et concentration de la solution titrante) car la stœchiométrie de la réaction support du titrage n'est pas modifiée.
 b. Le volume équivalent ne serait pas modifié puisqu'il ne dépend que de la quantité de matière de réactif titré.

c. La quantité de matière d'ions hydroxyde apportée à l'équivalence est $n = c_B V_E$ et est égale à la quantité de matière n_A d'acide méthanoïque initialement présente dans le prélèvement de solution titrée d'après la stœchiométrie de la réaction support du titrage. D'où $n_A = c_B V_E$. Pour diminuer de moitié le volume équivalent, il faut utiliser une solution titrante de concentration c_B deux fois plus concentrée car

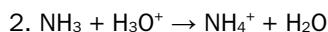
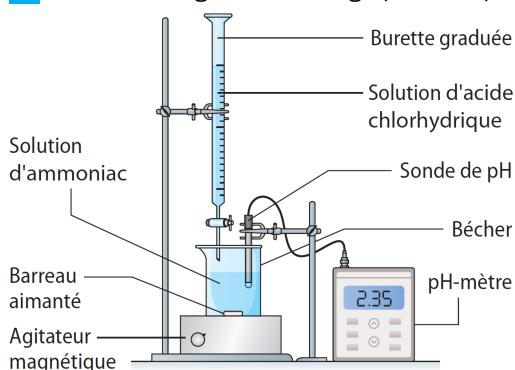
$$n_A = c_B V_E = \frac{2c_B V_E}{2} = c'_B V'_E \quad \text{avec } V'_E = \frac{V_E}{2} \text{ et } c'_B = 2 \times c_B.$$

d. Si la solution titrée est 10 fois plus concentrée, on obtient un volume équivalent 10 fois plus grand. Il faut alors réaliser une dilution au dixième de la solution titrée ou prélever un volume dix fois plus petit de solution titrée.

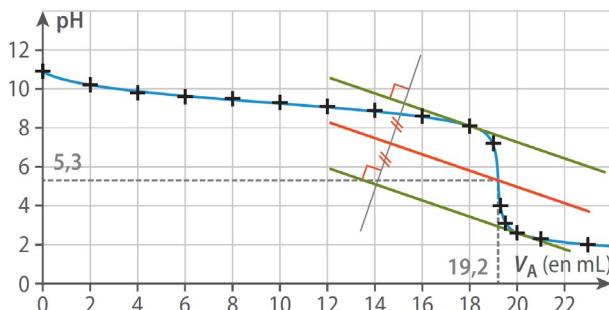
e. Si la solution titrante est 10 fois plus concentrée, on obtient un volume équivalent 10 fois plus petit.

Exercice 37 corrigé à la fin du manuel de l'élève.

38 1. Schéma légendé du titrage pH-métrique :



3. a. Tracé de la courbe de titrage pH en fonction de V_A :



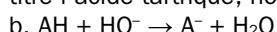
b. Par détermination graphique (méthodes des tangentes), on trouve $V_E = 19,2 \text{ mL}$.

c. La quantité de matière d'ions oxonium apportée à l'équivalence est $n = c_A V_E$ et est égale à la quantité de matière n_B d'ammoniac initialement présente dans le prélèvement de solution titrée d'après la stœchiométrie de la réaction support du titrage.

Comme $n_B = c_B V_B$, on a la relation $c_A V_E = c_B V_B$.

$$\text{D'où } c_B = \frac{c_A V_E}{V_B} = \frac{0,100 \times 19,2}{20,0} = 9,60 \times 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}.$$

39 a. Le réactif titrant est l'ion hydroxyde, le réactif titré l'acide tartrique, noté AH.



c. On réalise un titrage pH-métrique en notant le pH pour chaque volume V de solution titrante versé.

L'équivalence est déterminée en utilisant la méthode des tangentes sur la courbe de titrage pH en fonction de V .

d. La quantité de matière d'ions hydroxyde apportée à l'équivalence est $n = cV_E$ et est égale à la quantité de matière n_A d'acide tartrique initialement présente dans le prélèvement de solution titrée d'après la stœchiométrie de la réaction support du titrage.

Ainsi, $n_A = cV_E$.

Soit c_m la concentration en masse en acide tartrique du vin étudié et M la masse molaire de l'acide tartrique $M = 4M_c + 6M_H + 6M_O = 150 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$.

Par définition : $c_m = \frac{n_A M}{V_1}$

soit $n_A = \frac{c_m V_1}{M}$ d'où $\frac{c_m V_1}{M} = cV_E$

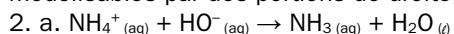
$$\text{soit } c_m = \frac{cV_E M}{V_1} = \frac{1,00 \times 10^{-1} \times 15,5 \times 150}{20,0} = 11,6 \text{ g} \cdot \text{L}^{-1}.$$

Cette valeur est en dessous de la norme autorisée, le vin est donc consommable.

40 1. a. La courbe de titrage représente la variation de la conductivité du mélange réactionnel en fonction du volume de solution titrante ajouté.

L'ordonnée est la conductivité σ du mélange réactionnel et l'abscisse le volume V de solution d'hydroxyde de sodium ajouté dans le mélange.

b. On ajoute de l'eau distillée dans le mélange réactionnel afin de négliger la dilution lors de l'ajout de solution titrante et obtenir des points de mesure modélisables par des portions de droite.



b. $V_E = 14 \text{ mL}$ par lecture graphique : on modélise les deux portions de droite et on prend l'abscisse de leur intersection.

c. La quantité de matière d'ions hydroxyde apportée à l'équivalence est $n = c_B V_E$ et est égale à la quantité de matière n_A d'ions ammonium initialement présente dans le prélèvement de solution titrée d'après la stœchiométrie de la réaction support du titrage. Ainsi, $n_A = c_B V_E$. D'où $c_A = \frac{c_B V_E}{V_A} = \frac{0,100 \times 14}{10,0} = 0,14 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$.

d. Soit m_A la masse de nitrate d'ammonium contenue dans V_A , m'_A la masse de nitrate d'ammonium dans la masse m_0 d'engrais et M la masse molaire du nitrate d'ammonium $M = 80 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$.

D'où $m_A = n_A V A M = 0,14 \times 0,0100 \times 80 = 0,11 \text{ g}$.

On a prélevé $10,0 \text{ mL}$ des $100,0 \text{ mL}$ de solution d'engrais préparé, d'où $m'_A = 10 \times m_A = 1,1 \text{ g}$.

On peut en déduire le pourcentage massique :

$$P = \frac{m'_A}{m_0} = \frac{1,1}{1,50} = 0,73 = 73 \%$$

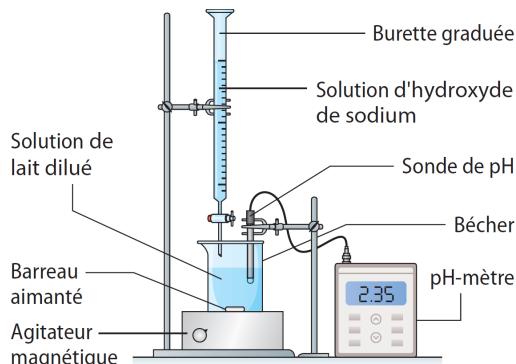
41 1. Il faut trouver le volume V_0 à prélever de la solution d'hydroxyde de sodium commerciale, de pourcentage massique $P = 0,200$ et de densité d , pour préparer $V = 500,0 \text{ mL}$ de solution d'hydroxyde de sodium de concentration c_B .

Soit M la masse molaire d'hydroxyde de sodium, $M = 40 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$. Si la masse volumique est exprimée en $\text{g} \cdot \text{L}^{-1}$, $\rho = 1\,200 \text{ g} \cdot \text{L}^{-1}$ car la masse volumique de l'eau vaut $1\,000 \text{ g} \cdot \text{L}^{-1}$. Soit m la masse d'hydroxyde de sodium à prélever.

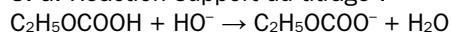
Comme $P = \frac{m}{m_0}$, $p = \frac{m_0}{V_0} = \frac{m}{PV_0}$ avec m_0 la masse de la solution commerciale. D'où $m = pPV_0$. On en déduit la quantité de matière à prélever $n = \frac{m}{M} = \frac{pPV_0}{M}$. Lors d'une dilution, la quantité de matière est conservée, soit $n = \frac{pPV_0}{M} = c_B V$. Le volume V_0 à prélever de la solution d'hydroxyde de sodium commerciale est : $V_0 = \frac{c_B V M}{pP} = \frac{0,0300 \times 0,500 \times 40}{1200 \times 0,2} = 2,5 \text{ mL}$

Il faut prélever 2,5 mL de solution commerciale à l'aide d'une pipette graduée, les placer dans une fiole jaugée de 500,0 mL contenant de l'eau distillée aux trois quarts. Agiter, puis compléter jusqu'au trait de jauge. Puis agiter pour homogénéiser.

2. Schéma du dispositif de titrage pH-métrique :



3. a. Réaction support du titrage :



b. À l'équivalence, les réactifs titrant et titré ont été apportés dans les proportions stœchiométriques.

c. À partir de la courbe (méthode des tangentes), on trouve $V_E = 12,0 \text{ mL}$.

d. La dilution ne modifie pas le volume équivalent car la quantité de matière en réactif titré n'est pas modifiée.

4. a. La quantité de matière d'ions hydroxyde apportée à l'équivalence est $n_1 = c_B V_E$ et est égale à celle des molécules d'acide lactique initialement présentes dans le prélèvement de solution titrée

($n = c'_A V'_L$), d'après la stœchiométrie de la réaction support du titrage, d'où $c'_A V'_L = c_B V_E$ et $c'_A = \frac{c_B V_E}{V'_L}$.

b. La concentration en acide lactique du lait étudié c_A est telle que :

$$c_A = 10 \times c'_A = 10 \times \frac{c_B V_E}{V'_L} = \frac{10 \times 0,030 \times 12,0}{200,0}$$

$$c_A = 1,8 \times 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

c. La masse molaire M' de l'acide lactique valant $90 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$, la concentration en masse en acide lactique du lait vaut :

$$c_{mA} = c_A M' = 1,8 \times 10^{-2} \times 90 = 1,6 \text{ g} \cdot \text{L}^{-1} < 2,0 \text{ g} \cdot \text{L}^{-1}$$

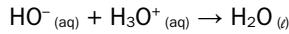
Ce lait est donc propre à la consommation et a été bien conservé.

Exercice 42 corrigé à la fin du manuel de l'élève.

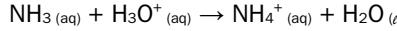
43 1. a. • Cas 1 : titrage d'une solution d'hydroxyde de sodium par la solution d'acide chlorhydrique. Le réactif titré est l'ion HO^- , placé dans le bêcher, et le réactif titrant est l'ion H_3O^+ , placé dans la burette.

• Cas 2 : titrage de la solution d'ammoniac par une solution d'acide chlorhydrique. Le réactif titré est la molécule NH_3 placé dans le bêcher et le réactif titrant est l'ion H_3O^+ (placé dans la burette).

b. • Cas 1. Réaction support du titrage :



• Cas 2. Réaction support du titrage :



2. a. σ est la conductivité du mélange réactionnel et V est le volume de solution titrante ajouté au mélange réactionnel.

b. • Cas 1. Avant l'équivalence, chaque ion H_3O^+ apporté par la solution titrante consomme un ion HO^- et est accompagné d'un ion Cl^- .

Comme $\lambda_{\text{Cl}^-} < \lambda_{\text{HO}^-}$, la conductivité de la solution diminue (droite décroissante).

Après l'équivalence, on ajoute dans la solution des ions H_3O^+ et Cl^- , la conductivité de la solution augmente (droite croissante).

La courbe 1 correspond donc au cas 1.

• Cas 2. Avant l'équivalence, les molécules NH_3 (espèces non ioniques) réagissent avec les ions H_3O^+ apportés par la solution titrante et forment les ions NH_4^+ , entre autres. L'apport de solution titrante ajoute des ions Cl^- qui accompagnent les ions H_3O^+ . La conductivité du mélange réactionnel augmente (droite croissante).

Après l'équivalence, les ions H_3O^+ et Cl^- de la solution titrante s'accumulent dans le mélange réactionnel, la conductivité du mélange réactionnel augmente (droite croissante avec une pente plus élevée car $\lambda_{\text{NH}_4^+} < \lambda_{\text{H}_3\text{O}^+}$).

La courbe 2 correspond donc au cas 2.

3. a. • Courbe 1 : $V_E = 10,0 \text{ mL}$

• Courbe 2 : $V'_E = 15,0 \text{ mL}$

b. • Cas 1. À l'équivalence :

$$c_A V_E = c_B V_B \text{ soit } c_B = 0,375 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

• Cas 2. À l'équivalence :

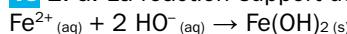
$$c_A V'_E = c'_B V'_B \text{ soit } c'_B = 0,250 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

4. Vérification des courbes par le simulateur en rentrant les valeurs des concentrations.

5. Sans ajout d'eau, les points de mesures de la courbe de titrage sont plus dispersés, il est plus difficile de modéliser la courbe par deux portions de droite et donc de déterminer le volume équivalent.

Exercice 44 corrigé à la fin du manuel de l'élève.

45 1. a. La réaction support du titrage est :



Avant l'équivalence, le mélange réactionnel ne contient pas d'ions hydroxyde (réactif limitant).

Av.	Quantité de matière...	...de HO^-	...de Fe^{2+}	...de $\text{Fe(OH)}_2 \text{(s)}$
	...apportée avant l'équivalence	cV	$c_1 V_1$	0
$x_{\max} = \frac{cV}{2}$...présente avant l'équivalence	$cV - 2x_{\max} = 0$	$c_1 V_1 - x_{\max} = c_1 V_1 - \frac{cV}{2}$	$x_{\max} = \frac{cV}{2}$

Donc la quantité de matière en ions fer (II) avant l'équivalence vaut $n = cV_1 - cV$.

Chapitre 3 • Dosages par titrage

Après l'équivalence, l'ion fer (II) est le réactif limitant, sa quantité de matière dans le mélange réactionnel est nulle.

Après l'équivalence, le mélange réactionnel ne contient plus d'ions fer II (réactif limitant).

Av.	Quantité de matière...	$2\text{HO}^-(\text{aq}) + \text{Fe}^{2+}(\text{aq}) \rightarrow \text{Fe(OH)}_2(\text{s})$		
		...de HO^-	...de Fe^{2+}	...de Fe(OH)_2
	...apportée avant l'équivalence	$cV - cV_E$	c_1V_1	0
$x_{\max} = \frac{cV_E}{2}$...présente avant l'équivalence	$cV - cV_E$	$c_1V_1 - \frac{cV_E}{2} = 0$	$x_{\max} = \frac{cV_E}{2} = c_1V_1$

La représentation de l'évolution de la quantité de matière de réactif titrant (ion hydroxyde) en fonction du volume V est constituée de deux portions de droites :

- pour $0 \text{ mL} \leq V \leq V_E$, une droite constante d'ordonnée nulle (sa quantité de matière est nulle) ;
- pour $V_E \leq V \leq 25 \text{ mL}$, une droite d'équation $n = -cV_E + cV$ (fonction affine).

La représentation de l'évolution de la quantité de matière de réactif titré (ion fer (II)) en fonction du volume V est constituée de deux portions de droites :

- pour $0 \text{ mL} \leq V \leq V_E$, une droite d'équation

$$n_1 = c_1V_1 - \frac{cV}{2} \text{ (fonction affine) ;}$$

- pour $V_E \leq V \leq 25 \text{ mL}$, une droite constante d'ordonnée nulle (sa quantité de matière est nulle).

Un ion sodium Na^+ accompagne chaque ion HO^- de la solution titrante donc la quantité de matière n_2 des ions Na^+ est $n_2 = cV$ (fonction linéaire).

La quantité de matière n_0 des ions sulfate SO_4^{2-} initialement présents dans la solution titrante ne varie pas au cours du titrage $n_0 = c_1V_1$ (fonction constante).

La représentation de l'évolution de la quantité de matière de produit (Fe(OH)_2) en fonction du volume V est constituée de deux portions de droites :

- pour $0 \text{ mL} \leq V \leq V_E$, une droite croissante

$$\text{d'équation } n = \frac{cV}{2} \text{ (fonction linéaire) ;}$$

- pour $V_E \leq V \leq 25 \text{ mL}$, une droite constante à la valeur $\frac{cV_E}{2} = c_1V_1$.

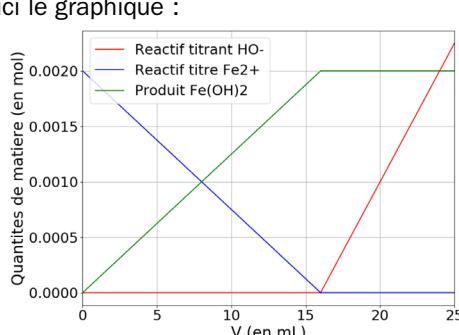
On l'a vu, toutes les quantités de matière sont des fonctions affines du volume de solution titrante versé.

b. Pour le calcul du volume équivalent, il faut compléter le programme ainsi : $V_E = 2 * c_1 * V_1 / c$

c. D'après la réponse à la question 1a, on complète le programme ainsi :

```
hydroxyde=[0, 0, c*(Vmax-Ve)/1000]
nfer=[c1*V1/1000, 0, 0]
nproduit=[0, c1*V1/1000, c1*V1/1000]
```

d. Voici le graphique :



2. Les ions spectateurs sont les ions sulfate, en quantité de matière c_1V_1 constante, et les ions sodium apportés en même temps que les ions hydroxyde, en quantité de matière cV . Il faut ajouter les listes suivantes :

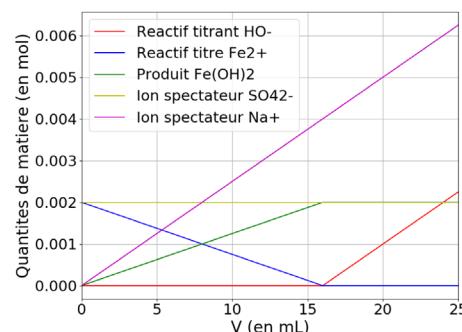
```
nsulfate=[c1*V1/1000, c1*V1/1000, c1*V1/1000]
nsodium=[0, c*Ve/1000, c*Vmax/1000]
```

Et ajouter les tracés suivants :

```
plot(V, nsulfate, "y", label="Ion spectateur SO42-")
```

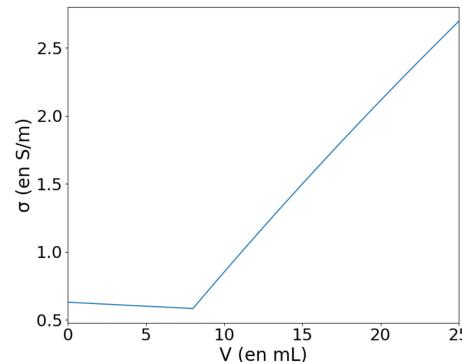
```
plot(V, nsodium, "m", label="Ion spectateur Na+")
```

Voici le graphique obtenu :

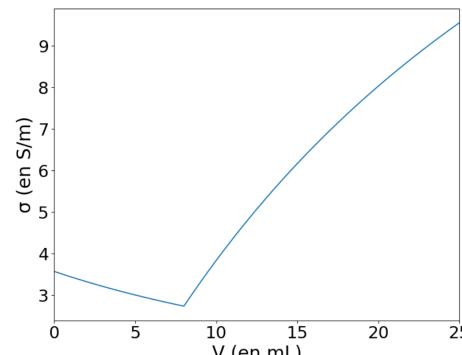


46 a. Voir le programme Python complété, accessible via le manuel numérique **enseignant**.

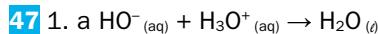
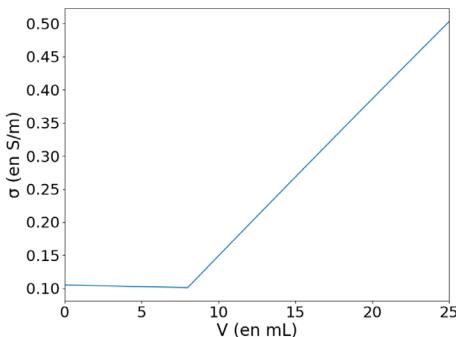
b.



c. Quand le volume d'eau ajouté est très faible, les points de mesure ne peuvent pas être modélisés par deux portions de droite (ci-dessous, 10 mL d'eau ajoutés).



Si le volume d'eau est très grand, la conductivité du mélange est très faible mais on peut facilement modéliser deux portions de droite sur la courbe de titrage (ci-après, 1 L d'eau ajouté).



- b. On peut réaliser un suivi pH-métrique du titrage puisque la base HO^- est titrée par un acide H_3O^+ .
2. a. À l'équivalence, les réactifs titré et titrant ont été introduits dans les proportions stœchiométriques. Le volume équivalent est le volume de solution titrante versé à l'équivalence.
b. La quantité de matière d'ions oxonium apportée à l'équivalence est $n_A = c_A V_E$ et est égale à celle des ions hydroxyde initialement présents dans le prélèvement de solution titrée ($n = cV_B$), d'après la stœchiométrie de la réaction support du titrage. D'où $cV_B = c_A V_E$

$$\text{et } c = \frac{c_A V_E}{V_B} = \frac{5,00 \times 10^{-2} \times 10,8}{100,0} = 5,40 \times 10^{-3} \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$$

3. a. Les sources d'incertitudes du titrage sont la mesure du volume équivalent, le prélèvement de la solution titrée et la concentration de la solution titrante.

b. $u(c) = 5,40 \times 10^{-3} \times \sqrt{\left(\frac{0,2}{10,8}\right)^2 + \left(\frac{0,02}{0,05}\right)^2 + \left(\frac{0,2}{100}\right)^2}$

$$u(c) = 2 \times 10^{-3} \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$$

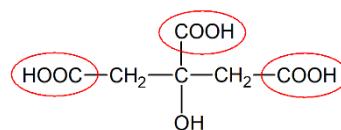
$\frac{|c - c_{\text{réf}}|}{u(c)} = 0,2 < 2$, la mesure est conforme à la valeur de référence.

> Fiche 6 p. 602 (manuel de l'élève)

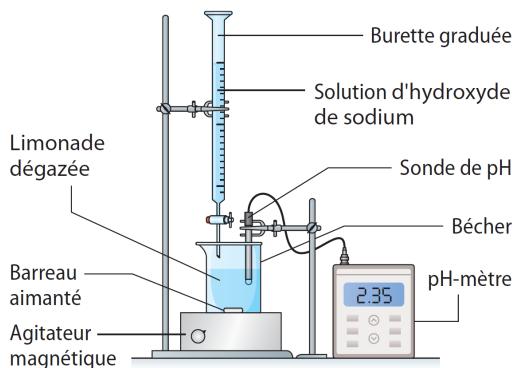
- 48 1. a. Le dioxyde de carbone dissous dans l'eau a des propriétés acides, il peut réagir avec la solution titrante qui est une base. Il est donc nécessaire de dégazer la limonade avant le titrage.

- b. Le réactif titré est l'acide citrique de la limonade et le réactif titrant, l'ion HO^- d'hydroxyde de sodium.

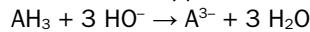
- c. L'acide citrique présente trois fonctions acides carboxyliques, il se comporte comme trois acides distincts.



2. a. Schéma du montage du titrage pH-métrique :



b. Réaction support du titrage :



c. On peut trouver le volume équivalent à l'aide de la méthode de la dérivée : $V_E = 16,5 \text{ mL}$.

d. Soit c la concentration de l'acide citrique et c_m sa concentration en masse.

La quantité de matière d'ions hydroxyde apportée à l'équivalence est $c_B V_E$ et est égale à trois fois celle d'acide citrique initialement présent dans le prélèvement de solution titrée (cV), d'après la stœchiométrie de la réaction support du titrage.

D'où $c_B V_E = 3cV$

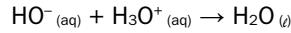
$$\text{soit } c = \frac{c_B V_E}{3V} = \frac{0,030 \times 16,5}{3 \times 10,0} = 1,6 \times 10^{-2} \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$$

$$\text{et } c_m = cM = 1,6 \times 10^{-2} \times 192 = 3,1 \text{ g}\cdot\text{L}^{-1}$$

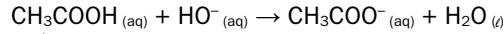
- 49 1. a. Les réactifs titrés sont les ions oxonium H_3O^+ et l'acide éthanoïque CH_3COOH .

Le réactif titrant est l'ion hydroxyde présent dans la solution d'hydroxyde de sodium.

Réaction support du premier titrage :



Réaction support du deuxième titrage :



- b. À la première équivalence, le mélange réactionnel contient des ions chlorures $\text{Cl}^{-\text{(aq)}}$ et sodium $\text{Na}^{+\text{(aq)}}$, de l'eau et de l'acide éthanoïque (on néglige la dissociation de l'acide éthanoïque dans l'eau). À la deuxième équivalence, le mélange réactionnel contient des ions chlorures $\text{Cl}^{-\text{(aq)}}$, des ions sodium $\text{Na}^{+\text{(aq)}}$ et éthanoate $\text{CH}_3\text{COO}^{-\text{(aq)}}$ et de l'eau.

2. a. À l'aide de la méthode des tangentes, on trouve $V_{E1} = 10,0 \text{ mL}$ et $V = 27,6 \text{ mL}$ pour le volume total de solution titrante ajouté pour obtenir la deuxième équivalence : on en déduit $V_{E2} = V - V_{E1} = 17,6 \text{ mL}$.

- b. La quantité de matière d'ions hydroxyde apportés à la première équivalence est $n_1 = c_B V_{E1}$ est égale à celle des ions oxonium initialement présents dans le volume prélevé de solution titrée ($n_{A1} = c_A V_1$), d'après la stœchiométrie de la réaction support du titrage, d'où $c_B V_{E1} = c_A V_1$

$$\text{soit } c_A = \frac{c_B V_{E1}}{V_1} = \frac{0,100 \times 10,0}{25,0} = 4,00 \times 10^{-2} \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$$

La quantité de matière d'ions hydroxyde apportée en plus pour atteindre l'équivalence est $n_2 = c_B V_{E2}$ et est égale à celle de l'acide éthanoïque initialement présent dans le prélèvement de solution titrée ($n_{A2} = c_A V_1$), d'après la stœchiométrie de la réaction support du titrage, d'où $c_B V_{E2} = c_A V_1$

$$\text{soit } c_A = \frac{c_B V_{E2}}{V_1} = \frac{0,100 \times 17,6}{25,0} = 7,04 \times 10^{-2} \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$$

3. a. On ajoute de l'eau distillée dans la solution à titrer pour obtenir une solution plus diluée et pouvoir négliger la dilution lors de l'ajout de solution titrante. Il faut un volume total d'eau au moins 150 mL.

- b. Dans la première partie de la courbe, chaque ion HO^- apporté par la solution titrante est accompagné d'un ion Na^+ et consomme un ion H_3O^+ .

Comme $\lambda_{\text{Na}^+} < \lambda_{\text{H}_3\text{O}^+}$, la conductivité de la solution diminue (droite décroissante) jusqu'à la première équivalence.

Les ions H_3O^+ ayant été tous consommés, lorsqu'on ajoute de la solution titrante (HO^- , Na^+), les ions HO^- réagissent avec les molécules CH_3COOH (espèces non ioniques) et forment les ions CH_3COO^- . La conductivité du mélange réactionnel augmente (droite croissante).

Après la deuxième équivalence, les ions HO^- et Na^+ de la solution titrante s'accumulent dans le mélange réactionnel, la conductivité du mélange réactionnel augmente (droite croissante avec une pente plus élevée car $\lambda_{\text{CH}_3\text{COO}^-} < \lambda_{\text{HO}^-}$).

c. On trace au plus près des points de mesure des portions de droites, l'abscisse du point d'intersection des deux premières droites donne $V_{E1} = 11,0 \text{ mL}$. L'abscisse du point d'intersection de deux droites suivantes donne V : le volume total de solution titrante pour atteindre la deuxième équivalence vaut $28,0 \text{ mL}$. $V_{E2} = V - V_{E1} = 17,0 \text{ mL}$

d. De la même façon qu'en question 2a, on trouve :

- première équivalence, $c_B V_{E1} = c_A V_1$

$$\text{soit } c_A = \frac{c_B V_{E1}}{V_1} = \frac{0,100 \times 11,0}{25,0} = 4,40 \times 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

- deuxième équivalence, $c_B V_{E2} = c_A V_1$

$$\text{soit } c_A = \frac{c_B V_{E2}}{V_1} = \frac{0,100 \times 18,0}{25,0} = 7,20 \times 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

4. Le suivi conductimétrique est une méthode plus précise car on obtient des portions de droites bien marquées (au contraire du saut de pH lors du titrage pH-métrique qui est peu marqué) et plus simple à mettre en œuvre (on a juste à prolonger des droites).

50 • Pour la courbe ①, la conductivité du mélange diminue avant l'équivalence, c'est donc que soit le produit formé est non ionique, soit il a une conductivité molaire ionique plus faible que le réactif titré.

La solution titrée est forcément une solution ionique. Comme la conductivité du mélange augmente après l'équivalence, on peut en déduire que la solution titrante est également ionique et que la conductivité molaire ionique de l'ion spectateur de cette solution est plus faible que celle du réactif titré.

C'est donc le titrage de l'acide chlorhydrique par la solution d'hydroxyde de sodium, dont la réaction support du titrage est : $\text{HO}^-_{(\text{aq})} + \text{H}_3\text{O}^+_{(\text{aq})} \rightarrow \text{H}_2\text{O}_{(l)}$

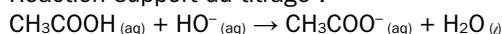
- Pour la courbe ②, la conductivité du mélange augmente avant l'équivalence, c'est donc que le produit formé à une conductivité molaire ionique plus grande que la solution titrée.

La solution titrée peut être non ionique ou composée d'ions de faible conductivité molaire ionique.

Comme la conductivité du mélange augmente après l'équivalence, on peut en déduire que la solution titrante est également ionique et que la conductivité molaire ionique de l'ion spectateur de cette solution est plus élevée que celle du réactif titré.

C'est donc le titrage de l'acide éthanoïque par la solution d'hydroxyde de sodium.

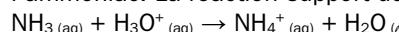
Réaction support du titrage :



- Pour la courbe ③ : la conductivité du mélange ne change pas après l'équivalence malgré l'ajout de solution titrante, on en déduit que la solution titrante est non ionique.

Si la conductivité du mélange diminue avant l'équivalence, c'est que la solution titrée est ionique et que le ou les produits sont non ioniques ou de conductivités molaires ioniques plus faibles que celles des ions constituant la solution titrée.

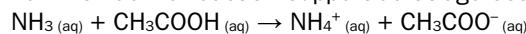
C'est donc le titrage de l'acide chlorhydrique par l'ammoniac. La réaction support de titrage est :



- Pour la courbe ④ : la conductivité du mélange ne change pas après l'équivalence malgré l'ajout de solution titrante, on en déduit que la solution titrante est non ionique.

Si la conductivité du mélange augmente avant l'équivalence, c'est que la solution titrée est non ionique ou que le ou les produits sont de conductivités molaires ioniques plus faibles que celles des ions constituant la solution titrée.

C'est donc le titrage de l'acide éthanoïque par l'ammoniac. La réaction support de titrage est :



Exercice 51 corrigé à l'adresse hatier-clic.fr/pct110

52 1.1. Un volume $V_A = 100,0 \text{ mL}$ de Synthol a une masse $m_S = \rho V_A = 0,950 \times 100,0 = 95,0 \text{ g}$.

Par proportionnalité, on trouve la masse d'acide salicylique m_A dans ces 95,0 g de solution de

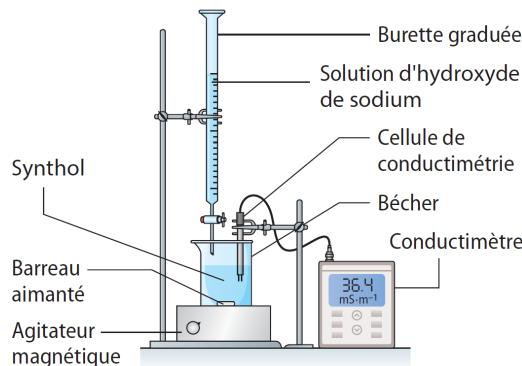
$$\text{Synthol, soit } m_A = \frac{95,0 \times 0,0105}{100} = 9,97 \times 10^{-3} \text{ g.}$$

On en déduit la quantité de matière n_A correspondante :

$$n_A = \frac{m_A}{M_A} = \frac{9,97 \times 10^{-3}}{138} = 7,23 \times 10^{-5} \text{ mol}$$

$$1.2. c_A = \frac{n_A}{V_A} = \frac{7,23 \times 10^{-5}}{0,1000} = 7,23 \times 10^{-4} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

2.1. Schéma légendé du dispositif :



2.2. À l'équivalence, les réactifs titrant et titré ont été introduits dans les proportions stœchiométriques de la réaction support du titrage.

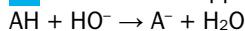
2.3. La conductivité du mélange augmente après l'équivalence car les ions de la solution titrante ajoutée s'accumulent dans le mélange.

2.4. À l'aide de la courbe de titrage, on détermine $V_E = 7,0 \text{ mL}$. On note c la concentration en acide salicylique de la solution titrée de Synthol.

La quantité de matière d'ions hydroxyde apportée à l'équivalence est $n = c_B V_E$ et est égale à celle de l'acide salicylique initialement présent dans le prélèvement de solution titrée ($n = cV_A$), d'après la stœchiométrie de la réaction support du titrage.

D'où $c_B V_E = cV_A$
soit $c = \frac{c_B V_E}{V_A} = \frac{0,0100 \times 7,0}{100,0} = 7,0 \times 10^{-4} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$,
valeur proche de celle trouvée à la question 1.2.
2.5. On ne peut pas utiliser un titrage pH métrique car le Synthol est une solution alcoolique et les électrodes pH-métriques ne peuvent être utilisées qu'en solution aqueuse.

53 1. Réaction support du titrage :



La quantité de matière d'ions hydroxyde apportée à l'équivalence est $n_b = c_b V_E$ et est égale à la quantité de matière n d'ibuprofène initialement présente dans le prélèvement de solution titrée d'après la stœchiométrie de la réaction support du titrage.
D'où $n = c_b V_E$ et $m = nM = c_b V_E M$ avec M , la masse molaire de l'ibuprofène $M = 206 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$.

Par la méthode de la dérivée, on trouve $V_E = 9,7 \text{ mL}$ d'où $m = 0,20 \times 9,7 \times 10^{-3} \times 206 = 0,40 \text{ g} = 400 \text{ mg}$.

$$2. u(m) = 4,0 \times 10^{-1} \times \sqrt{\left(\frac{0,16}{9,7}\right)^2 + \left(\frac{0,01}{0,2}\right)^2} = 2 \times 10^{-2} \text{ g}$$

$\frac{|m - m_{\text{réf}}|}{u(m)} = 0 < 2$, la mesure est conforme à la valeur de référence.

> Fiche 6 p. 602 (manuel de l'élève)

54 1. La réaction support du titrage est acido-basique car il y a transfert d'un proton H^+ de l'acide NH_4^+ vers la base HO^- .

2. Pour trouver le pourcentage massique en chlorure d'ammonium, il est nécessaire de connaître sa concentration apportée. Cette concentration est déterminée à partir du volume équivalent. Or la courbe de titrage ne présente pas un saut de pH suffisamment visible pour que l'on trouve le volume équivalent par la méthode des tangentes ou de la dérivée.

3.1. Avant l'équivalence, chaque ion HO^- apporté consomme un ion NH_4^+ et apporte un ion Na^+ . Comme les ions sodium ont une conductivité molaire ionique plus faible que celle des ions ammonium et que les produits formés sont non ioniques, la conductivité du mélange diminue.

Après l'équivalence, les ions sodium et hydroxyde apportés par la solution titrante s'accumulent dans le mélange, la conductivité molaire augmente. Le volume équivalent V_E est l'abscisse de l'intersections des deux portions de droites modélisées de la courbe de titrage.
On détermine $V_E = 11,5 \text{ mL}$.

3.2. La quantité de matière de réactif titrant (ion HO^-) apportée à l'équivalence est $n_b = cV_E$ (c étant la concentration en ions hydroxyde de la solution titrante) et est égale à la quantité de matière n d'ions ammonium initialement présente dans le prélèvement de solution titrée d'après la stœchiométrie de la réaction support du titrage. On en déduit $n = cV_E$.

Or on a titré 40,0 mL des 250,0 mL de solution préparée, on peut donc en déduire que la quantité de matière n' d'ions ammonium présents dans la solution vaut $n' = \frac{250,0}{40,0}n$.

D'après l'équation de dissolution du chlorure d'ammonium, on peut dire que $n' = n_0$, n_0 étant la quantité de matière de chlorure d'ammonium dans la solution. D'où :

$$m_0 = n_0 M = \frac{250,0}{40,0} \times nM = \frac{250,0}{40,0} \times cV_E M = 3,84 \times 10^{-2} \text{ g},$$

avec M la masse molaire du chlorure d'ammonium.

On peut en déduire le pourcentage massique P en chlorure d'ammonium dans le bonbon :

$$P = \frac{m_0}{\text{masse d'un bonbon}} = \frac{3,84 \times 10^{-2}}{1,0} = 0,038 = 3,8 \%,$$

ce qui est une valeur proche de celle indiquée sur l'étiquette.

3.3. Les principales sources d'erreurs sont :

- erreurs lors de la dissolution du bonbon (mauvaise dissolution) ;
- erreurs lors du prélèvement de S_0 ;
- erreurs lors de l'utilisation de la burette ;
- erreur sur la concentration de la solution titrante.

4. Cinétique chimique

Activités

p. 118 à 121

① Facteurs cinétiques et catalyse

1. a. $\text{S}_2\text{O}_3^{2-}(\text{aq}) + \text{H}_2\text{O}(\ell) = 2 \text{SO}_2(\text{g}) + 2 \text{H}^+(\text{aq}) + 4 \text{e}^-$
 $\text{S}_2\text{O}_3^{2-}(\text{aq}) + 6 \text{H}^+(\text{aq}) + 4 \text{e}^- = 2 \text{S}(\text{s}) + 3 \text{H}_2\text{O}(\ell)$
 $2 \text{S}_2\text{O}_3^{2-}(\text{aq}) + 4 \text{H}^+(\text{aq}) \rightarrow 2 \text{SO}_2(\text{g}) + 2 \text{S}(\text{s}) + 2 \text{H}_2\text{O}(\ell)$
- C'est le soufre solide qui est responsable de l'opacification de la solution.
- b. On a $[\text{S}_2\text{O}_3^{2-}] = \frac{c_0 V_1}{V_1 + V_2 + V_3}$
donc $[\text{S}_2\text{O}_3^{2-}]_1 = 0,12 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$
 $[\text{S}_2\text{O}_3^{2-}]_2 = 0,08 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$ $[\text{S}_2\text{O}_3^{2-}]_3 = 0,04 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$
La durée de la transformation chimique est d'autant plus courte que la concentration en le réactif $\text{S}_2\text{O}_3^{2-}$ est grande.
2. Une augmentation de la température diminue la durée de la transformation.
3. Dans les tubes 2, 3 et 4, on observe un dégagement gazeux de dioxygène. En l'absence (tube 1) d'espèce introduite, il n'y a pas de réaction visible. L'espèce introduite est un catalyseur. Les filaments de radis ne disparaissent pas, la catalase présente dans le radis est régénérée en fin de réaction.

Bilan

- La concentration des réactifs est un facteur cinétique : son augmentation diminue la durée de la transformation. La température est un facteur cinétique : son augmentation diminue la durée de la transformation. L'ajout d'un catalyseur diminue la durée de la transformation.
- L'état physique d'un catalyseur n'est pas nécessairement le même que celui du milieu : il est solide dans les tubes 2 et 3 du protocole 3, c'est une catalyse hétérogène.

② Suivi cinétique par conductimétrie

1. Lancer le protocole et répondre aux questions pendant qu'il se déroule.

2. a. $\sigma = \lambda_{\text{H}^+}[\text{H}^+] + \lambda_{\text{Cl}^-}[\text{Cl}^-]$
b. L'équation du doc. 2 indique que $[\text{H}^+] = [\text{Cl}^-]$
donc $\sigma = [\text{H}^+] (\lambda_{\text{H}^+} + \lambda_{\text{Cl}^-})$.

3. a. $n_0 = \frac{m_{\text{RCl}}}{M_{\text{RCl}}} = \frac{\mu \times V_{\text{RCl}}}{M_{\text{RCl}}} = \frac{850 \times 1,0 \times 10^{-6}}{92,5 \times 10^{-3}}$
 $n_0 = 9,2 \times 10^{-3} \text{ mol}$
 $c_0 = \frac{n_0}{V_{\text{sol}}} = \frac{9,2 \times 10^{-3}}{0,201} = 4,6 \times 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$

- b. On construit le tableau d'avancement :

Av.	Quantité de matière...	...de RCl	+ H ₂ O →	ROH	+ H ⁺	+ Cl ⁻
$x = 0$...apportée à l'état initial	$9,2 \times 10^{-3} \text{ mol}$	excès	0	0	0
x	...en cours de réaction	$9,2 \times 10^{-3} - x$	excès	x	x	x
$= x_{\text{max}}$...présente à l'état final	0	excès	$9,2 \times 10^{-3} \text{ mol}$	$9,2 \times 10^{-3} \text{ mol}$	$9,2 \times 10^{-3} \text{ mol}$

À la date t : $\sigma = \frac{x}{V} (\lambda_{\text{H}^+} + \lambda_{\text{Cl}^-})$

En fin de réaction : $\sigma_f = \frac{x_{\text{max}}}{V} (\lambda_{\text{H}^+} + \lambda_{\text{Cl}^-})$

En divisant ces deux expressions : $\frac{\sigma}{\sigma_f} = \frac{x}{x_{\text{max}}} = \frac{x}{x_{\text{max}}} = \frac{\sigma}{\sigma_f}$

donc $x = x_{\text{max}} \frac{\sigma}{\sigma_f}$.

D'après le tableau d'avancement : $[\text{H}^+] = \frac{x}{V} = \frac{n_0 \sigma}{V \sigma_f} = c_0 \frac{\sigma}{\sigma_f}$

et $[\text{RCl}] = \frac{n_0 - x}{V} = c_0 - c_0 \frac{\sigma}{\sigma_f} = c_0 \left(1 - \frac{\sigma}{\sigma_f}\right)$.

4. a. On dresse un tableau de valeurs qu'on complète avec les valeurs des concentrations calculées grâce aux résultats de la question 3.

t (en min)			
σ			
$[\text{H}^+]$ (en mol · L ⁻¹)			
$[\text{RCl}]$ (en mol · L ⁻¹)			

On trace les courbes qui doivent être symétriques l'une de l'autre ($[\text{H}^+]$ croissante, $[\text{RCl}]$ décroissante).

- b. Le temps de demi-réaction est aussi la date à laquelle les deux courbes se croisent.

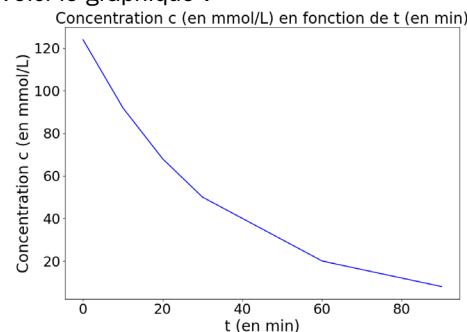
- c. On détermine ces vitesses (la vitesse volumique de disparition de RCl est à toute date égale à celle d'apparition de H⁺) en traçant les tangentes à la courbe et en calculant son coefficient directeur.

Bilan

- On peut suivre l'évolution d'une réaction chimique par conductimétrie si la durée caractéristique de variation de la conductivité est nettement supérieure au temps qu'il faut pour que le conductimètre la mesure et à celui de lecture de la valeur.
- La vitesse de disparition diminue au cours du temps : c'est compatible avec le fait que la concentration des réactifs diminue, et la concentration est bien un facteur cinétique.

③ Tracé de suivi cinétique, test d'ordre 1

1. a. Voici le graphique :



- b. On fait la construction habituelle de la tangente et on détermine le coefficient directeur. On obtient :

$$v_D(0) = 3,2 \text{ mmol} \cdot \text{L}^{-1} \cdot \text{min}^{-1}$$

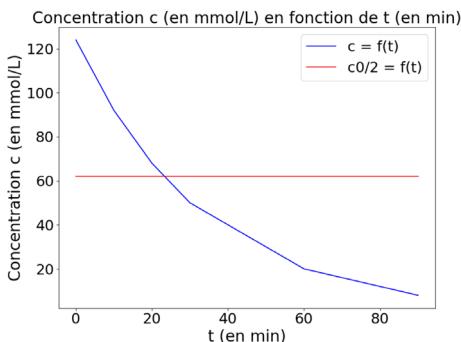
$$v_D(10) = 2,4 \text{ mmol} \cdot \text{L}^{-1} \cdot \text{min}^{-1}$$

$$v_D(30) = 1,4 \text{ mmol} \cdot \text{L}^{-1} \cdot \text{min}^{-1}$$

- c. Voici les deux lignes complétées encadrant la ligne existante :

```
c0sur2=[listec[0]/2,listec[0]/2,listec[0]/2,
listec[0]/2,listec[0]/2,listec[0]/2]
plt.plot(listet,listec,color="blue")
plt.plot(listet,c0sur2,color="red")
```

Voici le graphique obtenu :

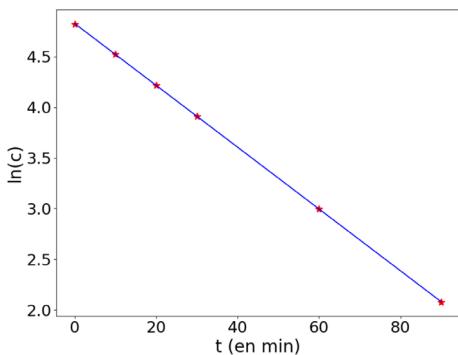


On lit la date du point d'intersection entre la courbe bleue et la droite rouge : $t_{1/2} = 23$ min.

d. Les logarithmes népériens des deux quantités sont égales et $\ln(c) = \ln(c_0 e^{-kt}) = \ln(c_0) - kt$.

e. Le programme Python donne le résultat de la régression linéaire : $\ln(c) = -0.03049 t + 4.825$

Voici le graphique obtenu :



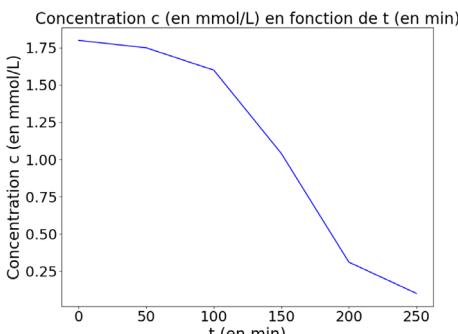
L'alignement des points expérimentaux en rouge prouve que l'ordre 1 est validé, et par identification : $-k = -0,03049$ donc $k = 0,030 \text{ min}^{-1}$.

Remarque

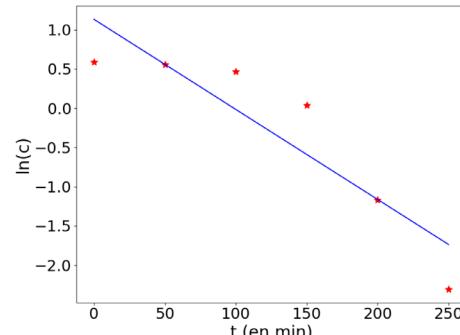
On peut vérifier la relation $t_{1/2} = \frac{\ln(2)}{k} = 23$ min.

f. Le coefficient donné par le programme Python vaut -0.9999954 . Plus sa valeur absolue est proche de 1, plus l'alignement des points est exact, mieux la loi logarithme de la question d est vérifiée, ce qui prouve que la réaction est bien d'ordre 1.

2. a. Voici le graphique obtenu :



b. Le coefficient de corrélation linéaire vaut -0.9066 , cette valeur est trop éloignée de -1 pour valider le modèle linéaire, ce qui est confirmé par le graphique.



La réaction n'est donc pas d'ordre 1.

④ Attaque site donneur – site accepteur

1. a.



Dans la situation (1), le corps M, repoussé par N et attiré par P, se rapproche de P. Dans la situation (2), le dipôle pivote sous l'action de la force d'attraction de P par M et de répulsion de N par M.

b. Dans tous les cas, M et P de charges électriques opposées se rapprochent.

2. a. La différence des électronégativités vaut :

$$\chi_{\text{Br}} - \chi_{\text{C}} = 0,41 > 0,4$$



donc la liaison est polarisée :

Conformément aux définitions du doc. 1, C porte une charge partielle positive donc est un site accepteur de doublets d'électrons et l'ion iodure qui porte une charge entière négative est un site donneur de doublets d'électrons

b. On a vu, à la question 1b, que dans cette situation, M se rapproche de P donc l'ion iodure se rapproche de l'atome de carbone, la flèche indique le déplacement de l'ion iodure vers l'atome de carbone.

3. $\text{R}-\text{CH}_2-\text{Br} + \text{I}^- \rightarrow \text{R}-\text{CH}_2-\text{I} + \text{Br}^-$

Bilan

- Le rapprochement est dû au mouvement des atomes ou molécules sous l'action des forces de Coulomb.
- On représente cette attaque par une flèche courbe dirigée du site donneur vers le site accepteur de doublet d'électrons.

Exercices

Exercices 1 à 21 corrigés à la fin du manuel de l'élève.

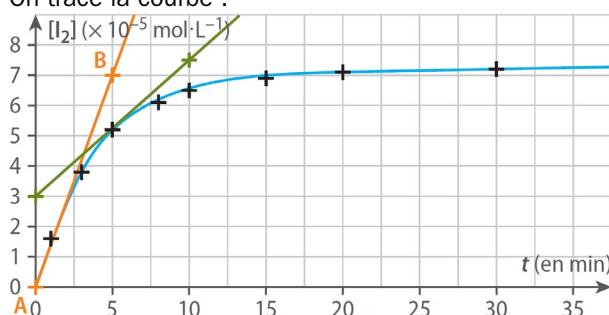
Exercices 22 à 24 corrigés dans le manuel de l'élève.

25 a. $[I_2]_{\max} = \frac{A_{\max}}{2,5 \times 10^4} = 7,2 \times 10^{-5} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$

b. On calcule les valeurs grâce à la relation.

t (en min)	0	1	3	5	8	10	15	20	30
[I ₂] (en μmol·L ⁻¹)	0	16	38	52	61	65	69	71	72

On trace la courbe :



c. On trace les tangentes et on calcule les coefficients directeurs :

$$v_{A(I_2)}(0) = \frac{7 \times 10^{-5} - 0}{5 - 0} = 1,4 \times 10^{-5} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} \cdot \text{min}^{-1}$$

$$v_{A(I_2)}(5 \text{ min}) = \frac{7,5 \times 10^{-5} - 3 \times 10^{-5}}{10 - 0}$$

$$v_{A(I_2)}(5 \text{ min}) = 4,6 \times 10^{-6} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} \cdot \text{min}^{-1}$$

Exercice 26 corrigé à la fin du manuel de l'élève.

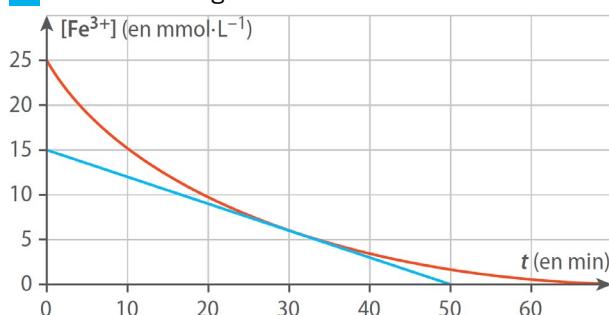
27 a. La teinte bleutée de la solution est créée par les ions Cu²⁺. La décoloration est expliquée par la consommation de ces ions. La couleur rouge de la paille de fer est expliquée par le dépôt de cuivre.
b. La réaction est lente, on peut la suivre à l'œil.

Exercice 28 corrigé à la fin du manuel de l'élève.

29 a. La température est un facteur cinétique donc la disparition du saccharose est plus rapide dans le système (2) que dans le (1), donc la concentration de saccharose sera plus grande dans le (1) que dans le (2).
b. Dans le (3), la décomposition est catalysée, donc plus rapide, donc la concentration de saccharose sera plus grande dans le (1) que dans le (3).

Exercices 30 et 31 corrigés à la fin du manuel de l'élève.

32 On trace la tangente à la date $t = 30 \text{ min}$:



Et on calcule :

$$v_{D(Fe^{3+})}(30) = -\frac{0 - 15}{50 - 0} = 0,30 \text{ mmol} \cdot \text{L}^{-1} \cdot \text{min}^{-1}$$

Exercice 33 corrigé à la fin du manuel de l'élève.

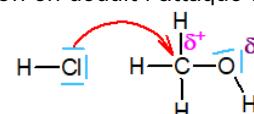
34 C'est la courbe (1), droite de coefficient directeur négatif, égal à $-k$.

Exercice 35 corrigé à la fin du manuel de l'élève.

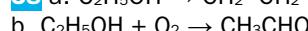
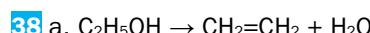
36 La liaison C–O est polarisée car :

$$\chi_O - \chi_C = 3,4 - 2,6 = 1,2 > 0,4$$

Le carbone porte donc une charge partielle positive δ⁺ qui en fait un site accepteur de doublet d'électrons. Un doublet de l'atome de chlore est un site donneur. On en déduit l'attaque :



Exercice 37 corrigé à la fin du manuel de l'élève.



c. Al₂O₃ et Cu jouent le rôle de catalyseur.

39 a. Voici le tableau d'avancement :

		$\text{S}_2\text{O}_8^{2-} \text{(aq)}$ + 2 I ⁻ (aq) \rightarrow 2 SO ₄ ²⁻ (aq) + I ₂ (aq)			
Av.	Quantité de matière...	...de S ₂ O ₈ ²⁻	...de I ⁻	...de SO ₄ ²⁻	...de I ₂
0	...apportée à l'état initial	10 × 10 ⁻³ mol	50 × 10 ⁻³ mol	0	0
x	...en cours de réaction	10 × 10 ⁻³ - x	50 × 10 ⁻³ - 2x	2x	x
$x_f = x_{\max} = 10 \times 10^{-3}$ mol	...présente à l'état final	0	30 × 10 ⁻³ mol	20 × 10 ⁻³ mol	20 × 10 ⁻³ mol

b. On a $[S_2O_8^{2-}] = \frac{10 \times 10^{-3} - x(t)}{V}$

donc $x(t) = 10 \times 10^{-3} - [S_2O_8^{2-}]V$.

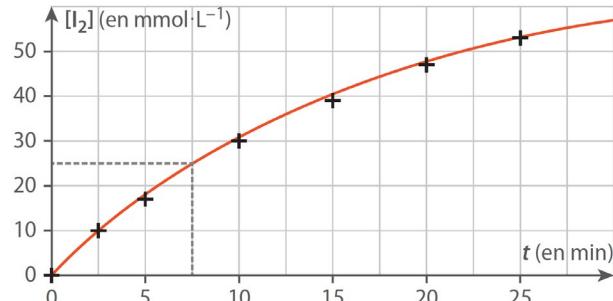
D'autre part, $[I_2] = \frac{x(t)}{V}$

donc $[I_2] = \frac{10 \times 10^{-3}}{V} - [S_2O_8^{2-}] = [S_2O_8^{2-}]_0 - [S_2O_8^{2-}]$.

On en déduit les valeurs :

t (en min)	0	2,5	5,0	10	15	20	25
[I ₂] (en mmol·L ⁻¹)	0	10	17	30	39	47	53

c. Voici l'allure de la courbe :



On lit sur le graphique $[I_2](7,5 \text{ min}) = 25 \text{ mmol} \cdot \text{L}^{-1}$.

On en déduit $\frac{x}{V} = 25 \text{ mmol}\cdot\text{L}^{-1}$
 d'où $[\text{SO}_4^{2-}] = \frac{2x}{V} = 50 \text{ mmol}\cdot\text{L}^{-1}$
 $[\text{S}_2\text{O}_8^{2-}] = 100 \times 10^{-3} - [\text{I}_2] = 75 \text{ mmol}\cdot\text{L}^{-1}$
 et $[\text{I}^-] = 500 \times 10^{-3} - 2[\text{I}_2] = 450 \text{ mmol}\cdot\text{L}^{-1}$.

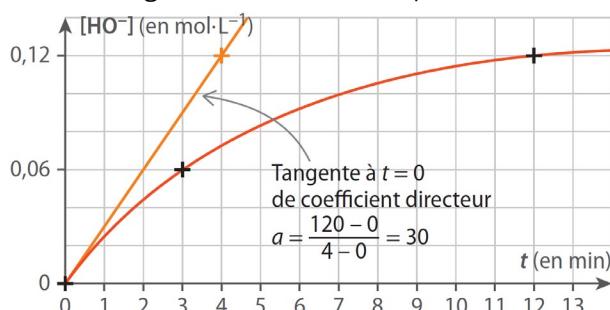
40 a. (1) est la courbe d'une fonction croissante, or A est un réactif, donc sa concentration décroît au cours du temps.

b. $v_{D(A)}$ est la valeur absolue du coefficient directeur de la tangente à la courbe : elle croît puis elle décroît. C'est incompatible avec la définition d'une réaction d'ordre 1 car $v_{D(A)} = k[A]$ et [A] décroît au cours du temps.

c. Il faudrait tracer la courbe d'évolution de $\ln([A](t))$ en fonction de t.

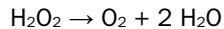
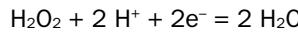
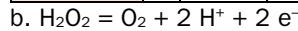
41 L'asymptote horizontale, est atteinte à $t = 12 \text{ min}$, elle a pour ordonnée $0,12 \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$. Au temps de demi-réaction $t_{1/2} = 3 \text{ min}$, $[\text{HO}^-] = \frac{0,12}{2} = 0,06 \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$.

La vitesse d'apparition à l'instant initial permet de tracer la tangente à la courbe en ce point.



42 a.

t (en min)	0	5	10	15	20	30
n_{O_2} (en mol)	0	$0,65 \times 10^{-3}$	$1,1 \times 10^{-3}$	$1,5 \times 10^{-3}$	$1,8 \times 10^{-3}$	$2,2 \times 10^{-3}$



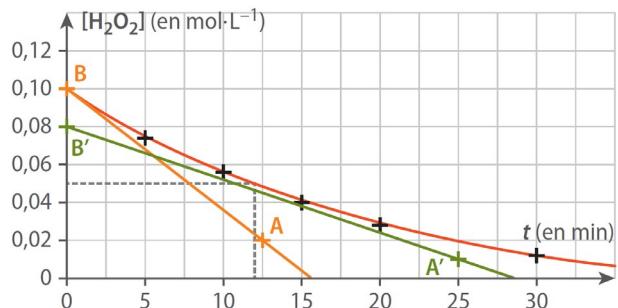
Av.	Quantité de matière...	$\text{H}_2\text{O}_2 \rightarrow \text{O}_2 + \text{H}_2\text{O}$		
		...de H_2O_2	...de O_2	...de H_2O
0	...apportée à l'état initial	$5,0 \times 10^{-3} \text{ mol}$	0	excès
x	...en cours de réaction	$5,0 \times 10^{-3} - 2x$	x	excès
$x_f = x_{\max} = 2,5 \times 10^{-3}$...présente à l'état final	0	$2,5 \times 10^{-3} \text{ mol}$	excès

d. et e. On a $x = n_{\text{O}_2}$

$$\text{et } [\text{H}_2\text{O}_2] = \frac{5,0 \times 10^{-3} - 2x}{V_s} = [\text{H}_2\text{O}_2]_0 - \frac{2x}{V_s}$$

t (en min)	0	5	10	15	20	30
x (en mol)	0	$0,65 \times 10^{-3}$	$1,1 \times 10^{-3}$	$1,5 \times 10^{-3}$	$1,8 \times 10^{-3}$	$2,2 \times 10^{-3}$
[\text{H}_2\text{O}_2] (en mol·L⁻¹)	0,10	0,074	0,056	0,040	0,028	0,012

f.



La date à laquelle $[\text{H}_2\text{O}_2] = \frac{[\text{H}_2\text{O}_2]_0}{2}$ est $t_{1/2} = 12 \text{ min}$.

g. On trace les tangentes, on repère des points particuliers et on calcule :

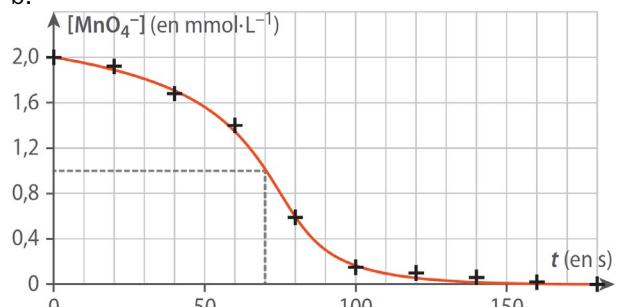
$$v_{D(\text{H}_2\text{O}_2)}(0) = \frac{0,10 - 0,02}{0 - 12,5} = 6,4 \times 10^{-3} \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}\cdot\text{min}^{-1}$$

$$v_{D(\text{H}_2\text{O}_2)}(10 \text{ min}) = \frac{0,08 - 0,01}{0 - 25} = 2,8 \times 10^{-3} \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}\cdot\text{min}^{-1}$$

La vitesse volumique de disparition diminue au cours du temps car les concentrations de réactifs diminuent.

43 a. Les ions MnO_4^- donnent une couleur violette à la solution, on peut donc faire un suivi cinétique par spectrophotométrie.

b.



c. Sa concentration tend vers 0, c'est donc bien un réactif limitant.

d. La date à laquelle $[\text{MnO}_4^-] = \frac{[\text{MnO}_4^-]_0}{2}$ est $t_{1/2} = 70 \text{ s}$.

44 a.

Av.	Quantité de matière...	$\text{HNO}_2 \text{(aq)} \rightarrow \text{NO(g)} + 2\text{H}^+ \text{(aq)} + \text{NO}_3^- \text{(aq)}$			
		...de HNO_2	...de NO	...de H^+	...de NO_3^-
0	...apportée à l'état initial	$6,25 \times 10^{-2} \text{ mol}$	0	0	0
x	...en cours de réaction	$6,25 \times 10^{-2} - 2x$	x	$2x$	x
$x_f = x_{\max} = 3,125 \times 10^{-2} \text{ mol}$...présente à l'état final	0	$3,125 \times 10^{-2} \text{ mol}$	$6,25 \times 10^{-2} \text{ mol}$	$3,125 \times 10^{-2} \text{ mol}$

$$b. v_{D(\text{HNO}_2)} = -\frac{d[\text{HNO}_2]}{dt} \text{ et } v_{A(\text{NO}_3^-)} = \frac{d[\text{NO}_3^-]}{dt}$$

On trace les tangentes à la courbe et on calcule leurs coefficients directeurs :

$$v_{D(\text{HNO}_2)}(0) = -\frac{0,625 - 0}{0 - 31} = 2,0 \times 10^{-2} \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}\cdot\text{h}^{-1}$$

$$v_{A(\text{NO}_3^-)}(0) = \frac{0,40 - 0}{40 - 0} = 1,0 \times 10^{-2} \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}\cdot\text{h}^{-1}$$

c. Les deux courbes se coupent à la date $t_1 = 25 \text{ min}$. À cette date, $[\text{HNO}_2] = [\text{NO}_3^-] = 0,200 \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$ donc $[\text{H}^+] = 2[\text{NO}_3^-] = 0,400 \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$ et il y a eu dégagement de $n_{\text{NO}} = 2,0 \times 10^{-2} \text{ mol}$ de NO.

d. On trace les tangentes et on calcule les coefficients directeurs :

$$v_{D(HNO_2)}(25) = \frac{0,40 - 0}{0 - 50} = 8,0 \times 10^{-3} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} \cdot \text{h}^{-1}$$

$$v_{A(NO_3^-)}(25) = \frac{0,50 - 0,10}{100 - 0} = 4,0 \times 10^{-3} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} \cdot \text{h}^{-1}$$

Exercice 45 corrigé à la fin du manuel de l'élève.

46 Par définition, $[A](t_{1/2}) = \frac{[A]_0}{2}$ et $[A](t_{3/4}) = \frac{[A]_0}{4}$.

(Attention au piège : la réaction étant aux 3/4 de son avancement, il ne reste plus que 1/4 du réactif présent initial.) On en déduit :

$$[A]_0 e^{-kt_{1/2}} = \frac{[A]_0}{2} \quad \text{donc } e^{-kt_{1/2}} = \frac{1}{2}$$

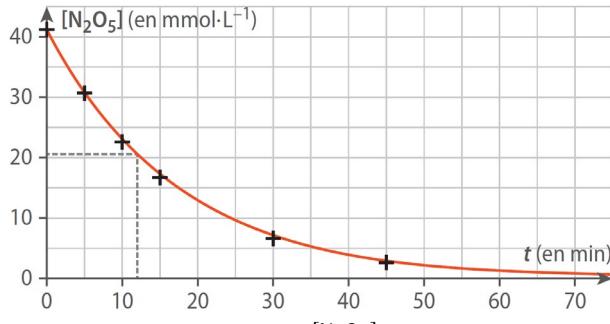
$$\text{donc } -kt_{1/2} = \ln\left(\frac{1}{2}\right) = -\ln(2)$$

$$[A]_0 e^{-kt_{3/4}} = \frac{[A]_0}{4} \quad \text{donc } e^{-kt_{3/4}} = \frac{1}{4}$$

$$\text{donc } -kt_{3/4} = \ln\left(\frac{1}{4}\right) = -\ln(4) = -2\ln(2)$$

et en divisant ces deux égalités, on obtient $t_{3/4} = 2t_{1/2}$.

47 1.



La date à laquelle $[N_2O_5] = \frac{[N_2O_5]_0}{2}$ est $t_{1/2} = 12 \text{ min}$.

2. a. Par définition de la vitesse de disparition :

$$-\frac{d[N_2O_5]}{dt} = k[N_2O_5](t)$$

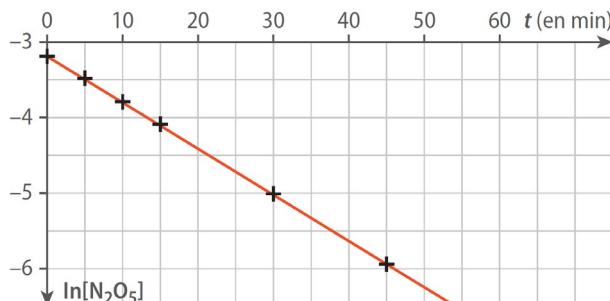
d'où l'équation différentielle $\frac{d[N_2O_5]}{dt} + k[N_2O_5] = 0$.

b. À $t = 0$, $Ae^0 = [N_2O_5](0)$ soit $A = 41,2 \text{ mmol} \cdot \text{L}^{-1}$.

c. On dresse le tableau de valeurs :

t (en min)	0	5	10	15	30	45
ln([N ₂ O ₅])	-3,19	-3,48	-3,79	-4,09	-5,01	-5,94

On trace le graphique :



L'alignement des points permet de valider l'hypothèse d'ordre 1 car $\ln([N_2O_5]) = \ln(A) - kt$ qui est l'équation d'une droite affine de coefficient directeur $-k$.

On calcule ce coefficient à partir du graphique :

$$-k = \frac{-5,94 + 3,19}{45 - 0} = -0,061 \text{ h}^{-1} \quad \text{donc } k = 0,061 \text{ h}^{-1}$$

d. Par définition, $[N_2O_5](t_{1/2}) = \frac{[N_2O_5]_0}{2}$

$$\text{donc } [N_2O_5]_0 e^{-kt_{1/2}} = \frac{[N_2O_5]_0}{2} \quad \text{donc } e^{-kt_{1/2}} = \frac{1}{2}$$

$$\text{donc } -kt_{1/2} = \ln\left(\frac{1}{2}\right) = -\ln(2)$$

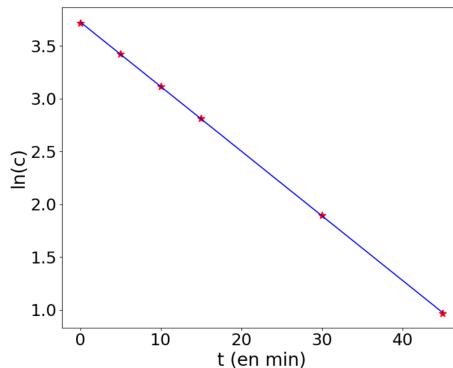
$$\text{donc } t_{1/2} = \frac{\ln(2)}{k} = \frac{\ln(2)}{0,061} = 11,4 \text{ h} \quad \text{qui est bien cohérent avec la valeur trouvée à la question 1.}$$

48 a. Bien penser à entrer les valeurs décimales avec un point comme séparateur (41.2, ...).

b. Le programme donne :

$$\ln(c) = -0.06116171677153437 t + 3.727239261581113 \quad \text{coeff. de corr.} = -0.999986548446035$$

et affiche le graphique :



L'alignement des points est bien confirmé par la valeur du coefficient de corrélation très proche de -1. L'hypothèse d'ordre 1 est donc validée. Le coefficient directeur de la droite est égal à $-k$ car $\ln([N_2O_5]) = \ln(A) - kt$ donc $-k = -0,06116176$ et $k = 0,061 \text{ h}^{-1}$.

c. On insère les deux lignes suivantes :

```
tdemireaction=-log(2)/a
print("temps de demi-réaction : ",
```

tdemireaction,"h")

49 a. On introduit un peu d'eau dans une fiole jaugée de 250 mL, puis 25,0 mL d'eau de Javel prélevées à la pipette. On complète avec de l'eau après agitation.

b.

2 ClO ⁻ (aq) → 2 Cl ⁻ (aq) + O ₂ (g)				
Av.	Quantité de matière...	...de ClO ⁻	...de Cl ⁻	...de O ₂
0	...apportée à l'état initial	n_1	0	n_3
x	...en cours de réaction	$n_1 - 2x$	$2x$	$n_3 + x$
$x_f = x_{max} = \frac{n_1}{2}$...présente à l'état final	0	n_1	$n_3 + \frac{n_1}{2}$

c. La loi des gaz parfaits s'écrit $P(t)V_{gaz} = (n_3 + x(t))RT$ et à l'instant initial $P(0)V_{gaz} = n_3 RT$. En faisant la différence entre ces deux égalités, on obtient :

$$(P(t) - P(0))V_{gaz} = x(t)RT \quad \text{donc } x(t) = \frac{(P(t) - P(0))V_{gaz}}{RT}$$

d. Par application du résultat de la question c :

$$x(1\ 000 \text{ min}) = \frac{(1\ 112 \times 10^2 - 1\ 020 \times 10^2) \times 275 \times 10^{-6}}{8,314 \times 296}$$

$$x(1\ 000 \text{ min}) = 1,03 \times 10^{-3} \text{ mol}$$

On a donc : $n_1 = 1,03 \times 10^{-3} \text{ mol}$;
 $\bullet [HClO^-] = \frac{n_1}{V} = 4,12 \times 10^{-3} \text{ mol} \cdot L^{-1}$ dans la solution S_0 ;
 $\bullet [HClO^-] = 4,12 \times 10^{-2} \text{ mol} \cdot L^{-1}$ dans la solution S_1 .
 e. $x(4 \text{ min}) = \frac{(1,064 \times 10^2 - 1,020 \times 10^2) \times 275 \times 10^{-6}}{8,314 \times 296}$
 $x(4 \text{ min}) = 4,91 \times 10^{-4} \text{ mol}$
 et $x(5 \text{ min}) = \frac{(1,070 \times 10^2 - 1,020 \times 10^2) \times 275 \times 10^{-6}}{8,314 \times 296}$
 $x(5 \text{ min}) = 5,59 \times 10^{-4} \text{ mol}$
 Le temps de demi-réaction est la date à laquelle $x = \frac{x_f}{2} = 5,15 \times 10^{-4} \text{ mol}$, qui est proche de la moyenne des deux valeurs précédentes. On peut donc estimer que $t_{1/2} \approx 4,5 \text{ min}$.

- 50 a. Le temps de demi-réaction est la date à laquelle l'absorbance est égale à $\frac{A_0}{2} = \frac{1,78}{2} = 0,89$.
 On lit graphiquement $t_{1/2} = 220 \text{ s}$.
 b. $v_{D(MnO_4^-)} = -\frac{d([MnO_4^-])}{dt} = -\frac{1}{2200} \frac{da}{dt}$
 c. On trace les tangentes à la courbe aux trois points et on calcule leurs coefficients directeurs :
 $v_{D(MnO_4^-)}(0) = -\frac{1}{2200} \times \frac{1,6 - 1,78}{350 - 0} = 2,3 \times 10^{-7} \text{ mol} \cdot L^{-1} \cdot s^{-1}$
 $v_{D(MnO_4^-)}(200 \text{ s}) = -\frac{1}{2200} \times \frac{0 - 2,0}{275 - 150} = 7,0 \times 10^{-6} \text{ mol} \cdot L^{-1} \cdot s^{-1}$
 $v_{D(MnO_4^-)}(300 \text{ s}) \approx 0 \text{ mol} \cdot L^{-1} \cdot s^{-1}$
 d. La vitesse augmente jusqu'à la date 230 s, puis diminue et tend vers 0.
 e. Le catalyseur est produit par la réaction elle-même.
 f. L'autre est la concentration des réactifs.
 g. À l'instant initial, il n'y a pas de Mn^{2+} produit, il n'y a donc pas de catalyseur et la réaction a une vitesse volumique de disparition du permanganate très petite, jusqu'à environ 100 s. Entre 100 s et 230 s, il y a encore des concentrations fortes en réactif, et la concentration en catalyseur devient importante, la réaction s'accélère, la vitesse volumique de disparition du permanganate augmente fortement. Après 230 s, la quantité de réactifs devient très petite, et la vitesse volumique de disparition du permanganate diminue jusqu'à devenir nulle lorsqu'il y a disparition complète des réactifs.

51 Il suffit de tracer $\frac{1}{c}$ en fonction de t et de vérifier que c'est une droite.

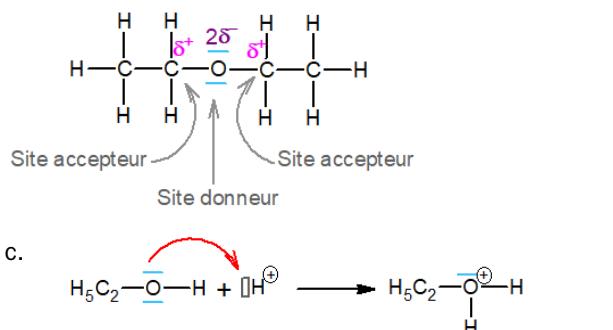
- 52 a. $K_{(s)}$ est présent à l'instant initial et régénéré à l'instant final. C'est le catalyseur.
 b. Les réactifs et produits A, B et AB sont à l'état aqueux, en solution liquide et K à l'état solide, donc dans un état différent.
 2. a. $V = \pi \times 0,015^2 \times 0,015 = 1,06 \times 10^{-5} \text{ m}^3$ et $10V' = 10 \times \frac{4}{3}\pi(6,325 \times 10^{-3})^3 = 1,06 \times 10^{-5} \text{ m}^3$.
 b. $S = 2\pi \times 0,015 \times 0,015 = 1,41 \times 10^{-3} \text{ m}^2$ et $10S' = 10 \times 4 \times \pi \times (6,325 \times 10^{-3})^2 = 5,03 \times 10^{-3} \text{ m}^2$. La surface de contact entre la solution et le catalyseur est donc plus grande avec les billes qu'avec le cylindre, la réaction est donc plus rapide, le temps de demi-réaction est donc plus petit.

3. On peut estimer que le cylindre est de rayon $r = 1,5 \text{ cm}$, de hauteur $H = 10 \text{ cm}$, et qu'il est constitué d'environ 150 petits tubes de rayon $r' = 1,5 \text{ mm}$ et de hauteur $H = 10 \text{ cm}$. La surface d'un cylindre unique vaudrait $S = 2\pi rH \approx 10^{-3} \text{ m}^2$, alors que celle des 150 petits tubes vaut :

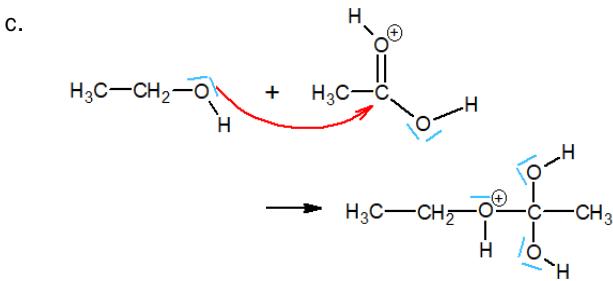
$S' = 150 \times 2\pi r'H = 0,14 \text{ m}^2$. On a donc $\frac{S'}{S} = 140$, la réaction est donc plus rapide, à dimensions extérieures identiques. On peut donc espérer avoir une réaction presque totale au bout du conduit présenté. La **division** du catalyseur est un facteur cinétique.

- 53 a. En sommant et en éliminant les termes qui apparaissent des deux côtés de la flèche, on obtient : $(CH_3)_3Cl + HO^- \rightarrow (CH_3)_3OH + Cl^-$. Le produit $(CH_3)_3OH$ est un alcool.
 b. Le composé $(CH_3)_3^+$ est créé à l'étape 1 et détruit à l'étape 2 : c'est un intermédiaire réactionnel (c'est un carbocation).

- 54 a. Un catalyseur est présent en début et en fin de réaction, c'est le cas de H^+ qui réagit à l'étape 1 et est régénéré à l'étape 3. Un intermédiaire réactionnel est créé à une étape et détruit à une étape suivante : c'est le cas de $C_2H_5-O^+H_2$ et de $C_2H_5-O^+H-C_2H_5$. En sommant et en éliminant les termes qui apparaissent des deux côtés de la flèche, on obtient : $2C_2H_5-OH \rightarrow C_2H_5-O-C_2H_5 + H_2O$
 b. La différence des électronegativités est : $\chi_O - \chi_C = 3,4 - 2,6 = 0,8 > 0,4$ donc l'atome d'oxygène porte une charge partielle négative et les deux atomes de carbone qui l'entourent, des charges partielles positives.

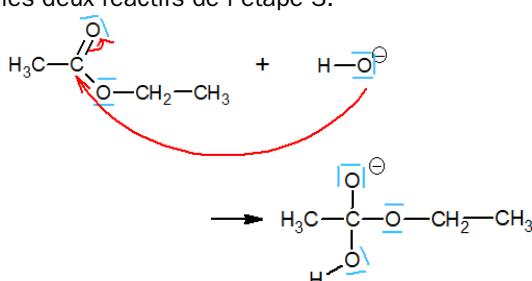


- 55 a. C'est l'atome d'oxygène portant une charge partielle négative, ou un de ses doublets non liants.
 b. C'est l'atome d'oxygène portant une charge partielle positive et l'atome de carbone.



56 a. Un intermédiaire réactionnel est créé à une étape et détruit à une étape suivante : c'est le cas du produit de l'étape 1 qui est aussi le réactif de l'étape 2 et des deux produits de l'étape 2 qui sont aussi les deux réactifs de l'étape 3.

b.

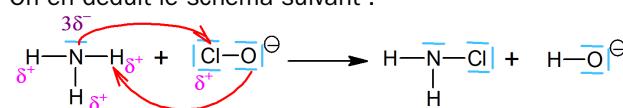


c. Quand la concentration de l'ester diminue, les rencontres avec les ions hydroxydes sont plus rares dans une durée donnée, donc le nombre de « chocs efficaces » diminue, et la vitesse volumique de disparition de l'ester diminue.

57 Au sein de la molécule d'ammoniac, la différence d'électronégativité vaut $\chi_N - \chi_H = 3,0 - 2,2 = 0,8 > 0,4$ donc l'atome d'azote porte une charge partielle négative : c'est un site donneur de doublet d'électrons. Et les atomes d'hydrogène portent des charges partielles positives : ce sont des sites accepteurs de doublet d'électrons.

Dans l'ion ClO_4^- , la charge électrique est portée par l'atome d'oxygène : c'est donc un site donneur de doublet d'électrons. La différence d'électronégativité entre les deux atomes vaut $\chi_O - \chi_{\text{Cl}} = 3,4 - 3,2 = 0,2$. Cette valeur est inférieure à 0,4, on peut toutefois considérer, exceptionnellement, que la liaison est faiblement polarisée et que l'atome de chlore porte une charge partielle positive, c'est donc un site accepteur de doublet d'électrons.

On en déduit le schéma suivant :



Exercice 58 corrigé à l'adresse hatier-clic.fr/pct140

59 1. La réaction a pour équation :



ou $2 \text{ H}_2\text{O}_2 \text{ (aq)} \rightarrow \text{O}_2 \text{ (g)} + 5 \text{ H}_2\text{O} \text{ (l)}$

2. Les quantités initiales de réactifs valent :

$$n_{\text{H}_2\text{O}_2} = c_1 V_1 = 9,0 \times 10^{-2} \text{ mol}$$

$$\text{et } n_{\text{HIO}_3} = \frac{0,70}{1,0 + 126,9 + 3 \times 16,0} = 4,0 \times 10^{-3} \text{ mol.}$$

On construit le tableau d'avancement pour la réaction (1) qui est celle qui forme le diiode :

Av.	Quantité de matière...	...de H_2O_2	...de HIO_3	...de O_2	...de I_2	...de H_2O
0	...apportée à l'état initial	$9,0 \times 10^{-2}$ mol	$4,0 \times 10^{-3}$ mol	0	0	excès
x	...en cours de réaction	$9,0 \times 10^{-2} - 5x$	$4,0 \times 10^{-3} - 2x$	$5x$	x	excès
$x_f = x_{\text{max}} = 2,0 \times 10^{-3}$ mol	...présente à l'état final	$9,0 \times 10^{-2} - 5x_{\text{max}}$	$4,0 \times 10^{-3} - 2x_{\text{max}}$	$5x_{\text{max}}$	x_{max}	excès

L'avancement maximal est déterminé en résolvant les deux équations.

$$9,0 \times 10^{-2} - 5x = 0 \text{ si } x = \frac{9,0 \times 10^{-2}}{5} = 1,8 \times 10^{-2} \text{ mol}$$

$$4,0 \times 10^{-3} - 2x = 0 \text{ si } x = \frac{4,0 \times 10^{-3}}{2} = 2,0 \times 10^{-3} \text{ mol}$$

On prend la valeur minimale soit :

$$x_f = x_{\text{max}} = 2,0 \times 10^{-3} \text{ mol}$$

On en déduit la concentration maximale de diiode :

$$[\text{I}_2]_{\text{max}} = \frac{2,0 \times 10^{-3}}{60 \times 10^{-3}} = 3,3 \times 10^{-2} \text{ mol}$$

3.1. On compte 10 oscillations sur une durée égale à 250 s donc $T = \frac{250}{10} = 25,0 \text{ s.}$

3.2. On lit sur le graphique $A_{\text{max}} = 1,8$ donc $[\text{I}_2]_{\text{max}} = 1,8 \times \frac{2,5}{1,03} = 4,4 \text{ mmol} \cdot \text{L}^{-1}$.

3.3. On remarque que cette valeur est nettement inférieure à celle obtenue à la question 2. La réaction (2) débute donc bien avant que la (1) ne soit achevée, et elle détruit le diiode qui a été formé, en formant du HIO_3 , qui réagit à son tour avec l'eau oxygénée, et ainsi de suite.

3.4. L'eau oxygénée se décompose en eau et en dioxygène d'après le résultat de la question 1, donc les oscillations cesseront lorsque toute l'eau oxygénée aura réagi.

60 1. On construit le tableau d'avancement :

		R-Cl(l) + H ₂ O(l) → R-OH(l) + H ⁺ (aq) + Cl ⁻ (aq)
Av.	Quantité de matière...	...de R-Cl ...de H ₂ O ...de R-OH ...de H ⁺ ...de Cl ⁻
0	...apportée à l'état initial	$1,8 \times 10^{-3}$ mol excès 0 0 0
x	...en cours de réaction	$1,8 \times 10^{-3} - x$ excès x x x
$x_f = x_{\text{max}} = 1,8 \times 10^{-3}$ mol	...présente à l'état final	0 excès $1,8 \times 10^{-3}$ mol $1,8 \times 10^{-3}$ mol $1,8 \times 10^{-3}$ mol

$$2. \text{ On a } \sigma = \lambda_{\text{H}^+}[\text{H}^+] + \lambda_{\text{Cl}^-}[\text{Cl}^-] = \frac{x}{V} (\lambda_{\text{H}^+} + \lambda_{\text{Cl}^-}).$$

$$3. \text{ En fin de réaction, } \sigma_{\infty} = \frac{n_0}{V} (\lambda_{\text{H}^+} + \lambda_{\text{Cl}^-}). \text{ En divisant ces deux expressions, } \frac{\sigma}{\sigma_{\infty}} = \frac{x}{n_0} \text{ donc } x = n_0 \frac{\sigma}{\sigma_{\infty}}.$$

4. D'après le tableau d'avancement :

$$[\text{RCl}] = \frac{n_0 - x}{V} = \frac{n_0}{V} \left(1 - \frac{\sigma}{\sigma_{\infty}} \right)$$

5. On relève les valeurs de σ à différentes dates à partir du graphique fourni et on calcule la valeur de $[\text{RCl}]$:

t (en min)	0	5	10	15	20	25
σ (en mS·cm ⁻¹)	0	4	6	7	8	8,4
[\text{RCl}] (en mmol·L ⁻¹)	18	9,4	5,1	3	0,9	0

6. On trace la courbe et on cherche la date à laquelle

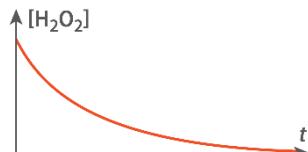
$$[\text{RCl}] = \frac{[\text{RCl}]_0}{2} = 9 \text{ mmol} \cdot \text{L}^{-1}.$$

On lit graphiquement $t_{1/2} = 5,5 \text{ min.}$

61 1.1. L'hypothèse $n_1 < 5n_2$ donne que l'eau oxygénée est le réactif limitant.

5H ₂ O ₂ (aq) + 2H ⁺ (aq) + C ₄ H ₄ O ₆ ²⁻ (aq) → 10H ₂ O(l) + 4CO _{2(g)}					
Av.	Quantité de matière...	...de H ₂ O ₂	...de H ⁺	...de C ₄ H ₄ O ₆ ²⁻	...de H ₂ O
0	...apportée à l'état initial	n_1	excès	n_2	excès
x	...en cours de réaction	$n_1 - 5x$	excès	$n_2 - x$	excès
$x_f = x_{\text{max}} = \frac{n_1}{5}$...présente à l'état final	0	excès	$n_2 - \frac{n_1}{5}$	excès

1.2. C'est une courbe décroissante, et qui tend vers zéro quand t tend vers l'infini car c'est le réactif limitant.



$$1.3. v_{D(H_2O_2)} = -\frac{d[H_2O_2]}{dt}$$

Elle décroît au cours du temps car la concentration des réactifs (facteur cinétique) décroît au cours du temps.

2.1. Les ions Co^{3+} donnant une coloration verte à la solution, distincte de celle (rose) des ions Co^{2+} , on peut faire un suivi spectrophotométrique pour la couleur d'onde correspondant au vert.

2.2. Dans la zone 1, les ions Co^{2+} donnent une couleur rose, ils ont disparu au profit des ions Co^{3+} dans la zone 2 et la solution est verte, et elle redevient rose dans la zone 5.

2.3. Zone 2. Augmentation de Co^{3+} : réaction R₁

Zone 3. Légère diminution de Co^{3+} : réaction R₂

Zone 4. Diminution de Co^{3+} : réaction R₂

2.4. On trace la tangente à la courbe, on calcule son coefficient directeur, la vitesse volumique de disparition est égale à l'opposé de ce coefficient directeur.

2.5. En ajoutant R₁ et R₂, on peut éliminer les ions Co^{2+} : il réagit dans R₁ et est régénéré par R₂, c'est donc bien un catalyseur. La quantité initiale et la quantité finale de Co^{3+} sont nulles, donc Co^{2+} est régénéré.

2.6. Elle est inchangée : une catalyse ne change pas les quantités finales.

2.7. Le catalyseur est en solution aqueuse, comme les réactifs et produits.

2.8. On doit convertir les mmol en mol (d'où le facteur 1 000) et les minutes en secondes (d'où le facteur 60).

$$VCo[i] = ((Cco[i+1] - Cco[i]) / 1000) / 60$$

On remarque que la présence du $i+1$ dans cette formule justifie que la boucle pour la vitesse est faite sur l'intervalle (0, 150), alors que Cco est défini sur l'intervalle (0, 151).

5. Radioactivité

Activités

p. 148 à 151

① Découverte(s) de la radioactivité

1. • Henri Becquerel (1852-1908, français), prix Nobel de physique 1903 (découverte de la radioactivité spontanée).
- Ernest Rutherford (1871-1937, né néo-zélandais, mort britannique), prix Nobel de chimie 1908 (recherches sur les désintégrations des éléments et en chimie des substances radioactives).
- Pierre Curie (1858-1906, français), prix Nobel de physique 1903 (recherches sur les phénomènes radiatifs découverts par Becquerel).
- Marie Curie (1867-1934, née polonaise, morte française), prix Nobel de physique 1903 (idem Pierre Curie) et de chimie 1911 (découverte du radium et du polonium, isolement et étude du radium et de ses composés).
- Irène Joliot-Curie (1897-1956, française), prix Nobel de chimie 1935 (synthèse de nouveaux éléments radioactifs).
- Frédéric Joliot-Curie (1900-1958, français), prix Nobel de chimie 1935 (idem Irène).
2. La radioactivité de la pechblende et de la chalcolite n'est pas due à l'uranium seul vu que l'uranium métallique (pur) a une activité plus petite. Il existe donc un élément radioactif inconnu (sinon, elle l'aurait trouvé dans les autres substances étudiées), présent en très faible quantité dans les minerais en question (s'il était en grande quantité, il serait déjà connu) et très radioactif (s'il est en très faible quantité, pour avoir une activité comparable à celle de l'uranium présent en forte quantité, alors il doit être très radioactif).
3. (Certaines réponses sont sujettes à discussions, entre la prédiction théorique d'une particule ou d'un événement et sa réalisation expérimentale effective.)

Date	Événement ou découverte	Responsable
1896	Radioactivité naturelle	Henri Becquerel
1897	Électron	Joseph John Thomson
1898	Polonium et radium	Marie et Pierre Curie
1899	Particules α et β^-	Ernest Rutherford
1903	Lois de conservation	Frederick Soddy
1911	Existence d'un noyau dans l'atome	Ernest Rutherford
1919	Proton	Ernest Rutherford
1932	Neutron Positron	James Chadwick Carl David Anderson
1934	Radioactivité artificielle	Irène et Frédéric Joliot-Curie

Bilan

- Il s'agit d'une affaire d'opinion. Le bilan collectif le plus raisonnable est de montrer aux élèves qu'il n'y a pas de bonne réponse à une telle question, que la science est avant tout affaire collective et avancée progressive.

② Autour du plomb

1. Les isotopes stables sont $^{206}_{82}\text{Pb}$, $^{207}_{82}\text{Pb}$ et $^{208}_{82}\text{Pb}$. L'isotope $^{210}_{82}\text{Pb}$ est radioactif, de même que l'isotope manquant, $^{209}_{82}\text{Pb}$.
2. a. Une particule α est un noyau d'hélium 4, de symbole ^4_2He .
- b. Le symbole de la particule β^- peut être noté $^0_{-1}\text{e}$ car c'est un électron, ayant un nombre de charge -1 car sa charge est -1 fois la charge élémentaire, et ayant un nombre de masse nul car ne contenant pas de nucléon.
- c. Le symbole de la particule β^+ est $^0_{+1}\text{e}$ car sa charge est 1 fois la charge élémentaire et il ne contient pas de nucléon.
3. • $^{207}_{82}\text{Pb}$ peut être produit par radioactivité β^- de $^{207}_{81}\text{Tl}$ car la particule β^- produite est $^0_{-1}\text{e}$, donc le nombre de masse est inchangé et le nombre de charge augmente de 1 lors de la désintégration.
- $^{207}_{82}\text{Pb}$ peut être produit par désintégration β^+ de $^{207}_{83}\text{Bi}$ car la particule β^+ produite est $^0_{+1}\text{e}$, donc le nombre de masse est inchangé et le nombre de charge diminue de 1 lors de la désintégration.
- $^{207}_{82}\text{Pb}$ peut être produit par désintégration α de $^{211}_{84}\text{Po}$ car la particule α produite est ^4_2He , donc le nombre de masse diminue de 4 et le nombre de charge diminue de 2 lors de la désintégration.
- Désintégration β^- menant au plomb 207 :

$$^{207}_{81}\text{Tl} \rightarrow ^{207}_{82}\text{Pb} + ^0_{-1}\text{e}$$
- Désintégration β^+ menant au plomb 207 :

$$^{207}_{83}\text{Bi} \rightarrow ^{207}_{82}\text{Pb} + ^0_{+1}\text{e}$$
- Désintégration α menant au plomb 207 :

$$^{211}_{84}\text{Po} \rightarrow ^{207}_{82}\text{Pb} + ^4_2\text{He}$$
4. • Désintégration β^- du plomb 210 :

$$^{210}_{82}\text{Pb} \rightarrow ^{210}_{83}\text{Bi} + ^0_{-1}\text{e}$$
- Désintégration β^- du bismuth 210 :

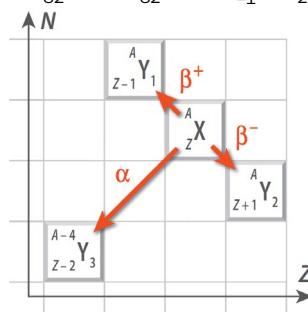
$$^{210}_{83}\text{Bi} \rightarrow ^{210}_{84}\text{Po} + ^0_{-1}\text{e}$$
- Désintégration α du polonium 210 :

$$^{210}_{84}\text{Po} \rightarrow ^{206}_{82}\text{Po} + ^4_2\text{He}$$

Le plomb 206 formé est stable.

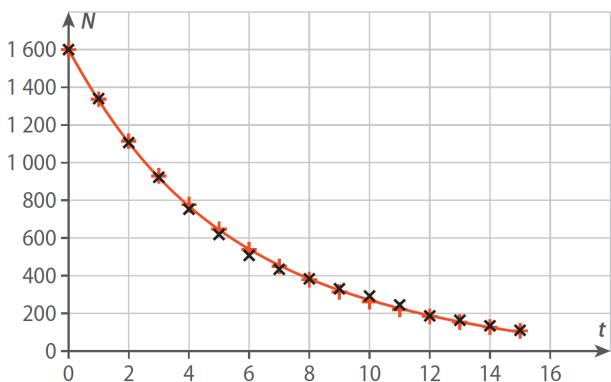
Bilan

- $^{210}_{82}\text{Pb} \rightarrow ^{206}_{82}\text{Pb} + 2 ^0_{-1}\text{e} + ^4_2\text{He}$



③ Simulation de la radioactivité

1. a. Tracé de N en fonction de t :

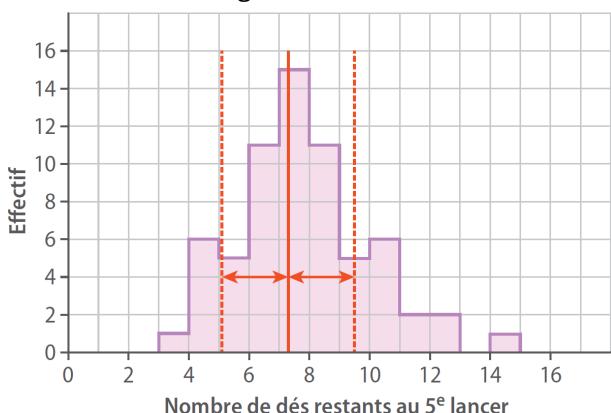


b. Le dé a une probabilité de tomber sur la face spéciale valant $\frac{1}{6}$.

$\frac{N_0}{6}$ dés devraient être éliminés au premier lancer. Le nombre de dés éliminés au premier lancer n'est pas toujours le même, ce qui montre le caractère aléatoire des lancers.

c. Sur le graphique, l'ajout des points de coordonnées $(t ; N_0 e^{-t/6})$ (croix rouges) montre une adéquation assez bonne avec les données expérimentales.

2. a. Tracé de l'histogramme :



b. Calcul et tracé de la moyenne du nombre de dés restants et de l'écart-type :

moyenne : 7,3

écart-type : 2,2

Bilan

- Aléatoire signifie se produisant par hasard, ce qui est le cas de la sortie de la face spéciale. Inéluctable signifie qui arrive nécessairement tôt ou tard, c'est bien le cas aussi. Spontané signifie qui se produit sans intervention extérieure, ce qui est le cas aussi : on ne peut pas forcer la face spéciale à sortir, ni l'en empêcher.
- Les expériences menées ici montrent qu'un phénomène aléatoire peut être décrit avec des lois prédictives, vu qu'on a pu tracer un modèle théorique. La condition semble être une taille suffisante de l'échantillon.

④ Datation au carbone 14

1. Formation : $^{14}_7\text{N} + {}^1_0\text{n} \rightarrow {}^{14}_6\text{C} + {}^1_1\text{p}$

Désintégration : ${}^{14}_6\text{C} \rightarrow {}^{14}_7\text{N} + {}^{-1}_0\text{e}$

2. a. L'activité d'un gramme de carbone pris dans un être vivant est 13,56 désintégrations par minute, soit $A_0 = \frac{13,56}{60} = 0,2260 \text{ Bq}$.

b. Le nombre d'atomes de carbone 14 dans un gramme d'être vivant est donc :

$$N_0 = \frac{t_{1/2} A_0}{\ln(2)} = \frac{5\,730 \times 365,25 \times 24 \times 60 \times 60 \times 0,2260}{\ln(2)}$$

$$N_0 = 5,896 \times 10^{10}$$

c. Comme $m_{\text{tot}} = 1,000 \text{ g}$ d'atomes de carbone contient

$$N_{\text{tot}} = \frac{m_{\text{tot}} N_A}{M_C} = \frac{1,000 \times 6,02 \times 10^{23}}{12,0} = 5,02 \times 10^{22} \text{ atomes}$$

de carbone, la proportion d'atomes de carbone se trouvant sous forme de carbone 14 dans la matière

$$\text{vivante est } \frac{5,896 \times 10^{10}}{5,02 \times 10^{22}} = 1,17 \times 10^{-12}.$$

3. La loi de décroissance radioactive s'écrit :

$$A(t) = A_0 e^{-\lambda t} \quad \text{où } \lambda = \frac{\ln(2)}{t_{1/2}}$$

du carbone 14. On en déduit que $t = -\frac{t_{1/2}}{\ln(2)} \ln\left(\frac{A(t)}{A_0}\right)$.

Cela permet de calculer les âges des échantillons testés en années, puis la date approximative de mort de l'être vivant par soustraction de 2010.

Échantillon	Papier de la Joconde nue	Bois de Gadachrili Gora	Échafaudage arête de poisson	Bois grotte de Bruniquel
Activité (en Bq)	0,213	0,086	0,179	$7,7 \times 10^{-4}$
Âge t (en années)	490	$8,0 \times 10^3$	$1,93 \times 10^3$	$4,7 \times 10^4$
Année approximative de mort	1520	-4 000	80	-45 000

Bilan

- Les incertitudes d'une telle datation sont liées aux trois grandeurs intervenant dans le calcul : $A(t)$, A_0 et $t_{1/2}$. Ici, c'est $A(t)$ qui est connue avec la moins bonne précision. Mais A_0 est aussi entachée d'incertitudes, de même que $t_{1/2}$. (Par exemple, la demi-vie du carbone 14 est 5 734 ans à 40 ans près.) L'incertitude est plus élevée si l'échantillon daté est plus vieux car A est plus petite, donc en proportion de sa valeur plus entachée d'incertitude.

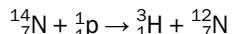
- Cette méthode de datation ne peut dater que la mort d'êtres vivants. Tout le non-vivant ne peut être daté ainsi.

Exercices

Exercices 1 à 24 corrigés à la fin du manuel de l'élève.

Exercices 25 à 27 corrigés dans le manuel de l'élève.

28 a. Équation de la formation du tritium :



Équation de sa désintégration : ${}^3_1\text{H} \rightarrow {}^3_2\text{He} + {}^0_{-1}\text{e}$

b. La loi de décroissance radioactive du tritium s'écrit $A(t) = A_0 e^{-\lambda t}$, où $\lambda = \frac{\ln(2)}{t_{1/2}}$ est la constante radioactive du tritium. La durée passée par l'eau de la cascade du Chaudron dans son parcours souterrain est donc :

$$t = -\frac{t_{1/2}}{\ln(2)} \ln\left(\frac{A(t)}{A_0}\right) = -\frac{12,32}{\ln(2)} \ln\left(\frac{0,0093}{0,63}\right) = 75 \text{ ans}$$

c. Pour une eau ayant passé moins de temps en souterrain, il faudrait modifier la valeur de A_0 .

Exercice 29 corrigé à la fin du manuel de l'élève.

30

	a.	b.	c.	d.	e.	f.
x	139	52	2	2	8	1
y	57	99	3	16	6	1
X	La	Te	He	O	Pb	H

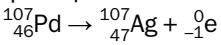
Exercice 31 corrigé à la fin du manuel de l'élève.

32

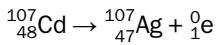
	a.	b.	c.	d.	e.
Noyer fils	${}^{32}_{16}\text{S}$	${}^{30}_{14}\text{Si}$	${}^{60}_{28}\text{Ni}$	${}^{231}_{90}\text{Th}$	${}^{182}_{74}\text{W}$

33 a. Les isotopes radioactifs de l'argent présentés ici sont l'argent 108 et l'argent 106.

b. Désintégration β^- du palladium 107 :



Désintégration β^+ du cadmium 107 :



Exercice 34 corrigé à la fin du manuel de l'élève.

35 L'erreur vient de l'affirmation « la quantité de noyaux a été divisée par 16, donc huit fois par deux ». Certes, $16 = 8 \times 2$, mais $16 = 2^4$: la quantité a été divisée quatre fois par deux, donc il s'est écoulé $4t_{1/2}$ en 10 min, donc $t_{1/2} = 2,5 \text{ min}$.

36 a. La constante radioactive du lanthane 138 est :

$$\lambda = \frac{\ln(2)}{t_{1/2}} = \frac{\ln(2)}{1,02 \times 10^{11} \times 365 \times 24 \times 60 \times 60} = 2,15 \times 10^{-19} \text{ s}^{-1}$$

b. Le nombre de noyaux dans un échantillon

$$\text{d'activité } A = 0,15 \text{ Bq} \text{ est } N = \frac{A}{\lambda} = 7,0 \times 10^{17}.$$

c. En supposant cette activité constante, au bout de $\Delta t = 1,0 \text{ an}$, il a disparu :

$$A\Delta t = 0,15 \times 365 \times 24 \times 60 \times 60 = 4,7 \times 10^6 \text{ noyaux}$$

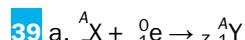
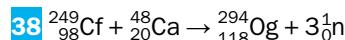
C'est une fraction infime du nombre initial. Le nombre de noyaux de l'échantillon, et donc son activité, est donc quasi constant.

37 a. $N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$

b. Pour $t = 300 \text{ j}$, on obtient $N(t) = 3,6 \times 10^6$ noyaux.

c. Si 99,5 % des noyaux initialement présents sont désintégrés, alors il en reste 0,5 %, donc $\frac{N(t)}{N_0} = 0,005$.

Cela se produit pour une durée $t = -\frac{1}{\lambda} \ln\left(\frac{N(t)}{N_0}\right) = 142 \text{ j}$.



b. La radioactivité β^+ produit le même noyau.

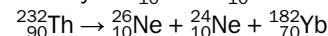
40

	Particule	Émission de...
a.	${}^1_0\text{n}$	neutron
b.	${}^{12}_6\text{C}$	ion lourd
c.	${}^1_1\text{p}$	proton
d.	${}^{28}_{12}\text{Si}$	ion lourd
e.	${}^1_0\text{n}$	neutron

41 • Radioactivité α : ${}^{232}_{90}\text{Th} \rightarrow {}^{228}_{88}\text{Ra} + {}^4_2\text{He}$

• Double β^- : ${}^{232}_{90}\text{Th} \rightarrow {}^{232}_{92}\text{U} + 2 {}^0_{-1}\text{e}$

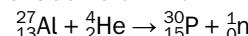
• Émission des noyaux ${}^{26}_{10}\text{Ne}$ et ${}^{24}_{10}\text{Ne}$:



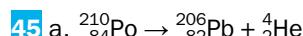
• Fission spontanée : ${}^{232}_{90}\text{Th} \rightarrow {}^{92}_{36}\text{Kr} + {}^{138}_{54}\text{Xe} + 2 {}^1_0\text{n}$

Exercice 42 corrigé à la fin du manuel de l'élève.

43 Bombardement de l'aluminium 27 :



Désintégration du phosphore 30 : ${}^{30}_{15}\text{P} \rightarrow {}^{30}_{14}\text{Si} + {}^0_{-1}\text{e}$



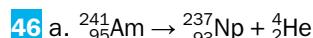
b. $\lambda = \frac{\ln(2)}{t_{1/2}} = 5,7975 \times 10^{-8} \text{ s}^{-1}$

c. Le nombre de noyaux de polonium correspondant à la dose létale est $N_{\text{létale}} = \frac{A_{\text{létale}}}{\lambda} = \frac{A_{\text{létale}}}{\ln(2)/t_{1/2}} = 1,7 \times 10^{14}$ noyaux.

d. La masse d'un noyau de polonium 210 est :

$$m_{\text{Po}} = 210 m_n = 3,51 \times 10^{-25} \text{ kg}$$

La masse de polonium correspondant à la dose létale est $m_{\text{létale}} = N_{\text{létale}} m = 6,0 \times 10^{-11} \text{ kg}$.



b. Avec une activité $A_0 = 37 \times 10^3$ désintégrations

par seconde, en $\Delta t = 20 \text{ ans}$, il se désintègre un nombre de noyaux $N = A_0 \Delta t = 2,3 \times 10^{13}$, soit une masse $m = N m_1 = 9,3 \times 10^{-12} \text{ kg}$. La masse d'américium désintégrée en vingt ans est négligeable par rapport à la masse initiale : au bout de vingt ans, la source est comme neuve (et cela justifie aussi a posteriori le fait d'avoir considéré l'activité comme constante).

47 a. L'activité due à l'uranium est :

$$A_U = 1,2 \times 10^7 \times 881 = 1,1 \times 10^{10} \text{ Bq}$$

L'activité due au radium est :

$$A_{Ra} = 3,7 \times 10^{13} \times 1,0 \times 10^{-4} = 1,4 \times 10^{10} \text{ Bq}$$

L'activité due au polonium est :

$$A_{Po} = 1,7 \times 10^{17} \times 0,10 \times 10^{-6} = 1,7 \times 10^{10} \text{ Bq}$$

La somme est $A_{tot} = A_U + A_{Ra} + A_{Po} = 3,1 \times 10^{10} \text{ Bq}$.

b. Le minerai a une activité supérieure à celle de l'uranium seul. Ce fait a conduit Pierre et Marie Curie à penser que ses impuretés contenaient un élément en quantité infime (si ce n'était pas le cas, il aurait déjà été connu) et extrêmement radioactif (de sorte que son activité soit équivalente à celle de l'uranium). En fait, il s'agissait de deux éléments différents.

48 a. On mesure la durée nécessaire à la désintégration de la moitié des noyaux initialement présents. Pour le bore 13, on trouve 17 ms. Pour le bore 15, 9 ms. Pour le bore 17, 5 ms.

b. La durée τ ainsi mesurée vaut, pour le bore 13, 23 ms, pour le bore 15, 13 ms, pour le bore 17, 8 ms. On calcule ainsi les demi-vies respectives 16 ms, 9 ms, 5 ms.

c. Il n'y a pas adéquation parfaite entre les deux méthodes. La plus simple à mettre en œuvre est la première, car tracer une tangente à l'œil avec précision n'est pas facile.

49 L'activité vérifie la loi de décroissance radioactive

$$A(t) = A_0 e^{-\lambda t}, \text{ où ici } A_0 = 5\,200 \text{ Bq et } \lambda = \frac{\ln(2)}{t_{1/2}}$$

On a $A(t) < A_{lim} = 170 \text{ Bq}$ pour :

$$t > t_{lim} = -\frac{1}{\lambda} \ln\left(\frac{A_{lim}}{A_0}\right) = -\frac{t_{1/2}}{\ln(2)} \ln\left(\frac{A_{lim}}{A_0}\right) = 39 \text{ j}$$

50 1. a. Par définition, l'activité instantanée de l'échantillon est $A(t) = -\frac{dN}{dt}(t)$. Comme l'activité vérifie par ailleurs $A(t) = \lambda N(t)$, on obtient bien l'équation différentielle $\frac{dN}{dt} = -\lambda N$.

b. La solution générale de cette équation différentielle est de la forme $N(t) = K e^{-\lambda t}$. Si N_0 est le nombre de noyaux à $t = 0$ h, alors $N_0 = K e^{-\lambda \times 0}$, d'où $N_0 = K$. On en déduit que $N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$.

c. L'activité radioactive de l'échantillon vérifie $A(t) = \lambda N(t)$, soit $A(t) = \lambda N_0 e^{-\lambda t}$, que l'on peut écrire $A(t) = A_0 e^{-\lambda t}$ en posant $A_0 = \lambda N_0$.

2. a. La demi-vie $t_{1/2}$ d'un noyau radioactif est la durée au bout de laquelle la moitié des noyaux présents initialement dans un échantillon macroscopique de ces noyaux s'est désintégrée.

b. Ainsi, par définition, pour tout t : $N(t + t_{1/2}) = \frac{1}{2}N(t)$

En explicitant l'expression de $N(t)$, il vient :

$$N_0 e^{-\lambda(t+t_{1/2})} = \frac{1}{2}N_0 e^{-\lambda t}$$

qui s'écrit aussi : $N_0 e^{-\lambda t} e^{-\lambda t_{1/2}} = \frac{1}{2}N_0 e^{-\lambda t}$

Puisque $N_0 e^{-\lambda t}$ n'est pas nul, on obtient $e^{-\lambda t_{1/2}} = \frac{1}{2}$.

Cela donne $-\lambda t_{1/2} = \ln\left(\frac{1}{2}\right)$, ou encore $-\lambda t_{1/2} = -\ln(2)$,

$$\text{puis } t_{1/2} = \frac{\ln(2)}{\lambda}$$

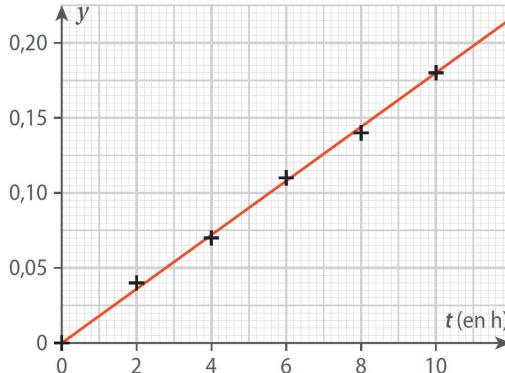
3. a. Les données ne contiennent pas de mesure au-delà de 10 h, donc on ne peut pas directement évaluer au bout de combien de temps l'activité a été divisée par deux.

b. Comme $A(t) = A_0 e^{-\lambda t}$, on a $\frac{A(t)}{A_0} = e^{-\lambda t}$ d'où $\ln\left(\frac{A}{A_0}\right) = -\lambda t$.

c. L'activité A de l'échantillon se calcule en becquerels en divisant le nombre de désintégrations par $\Delta t = 10$ s.

t (en h)	0	2	4	6	8	10
Nombre	786	755	733	701	686	654
A(t) (en Bq)	7,86	7,55	7,33	7,01	6,86	6,54
y ($\times 10^{-2}$)	0	4,02	6,98	11,4	13,6	18,4

d. Voici le graphique :



Le coefficient directeur de la droite-modèle est $\lambda = 0,18 \text{ h}^{-1}$.

e. On en déduit $t_{1/2} = \frac{\ln(2)}{\lambda} = 39 \text{ j}$: il s'agit de l'arsenic 77.

51 L'activité de cet échantillon est $A = \lambda N$, où $\lambda = \frac{\ln(2)}{t_{1/2}}$

est la constante radioactive de ce noyau.

$$\text{On a donc } A = N \frac{\ln(2)}{t_{1/2}}$$

La quantité de matière de noyaux dans l'échantillon est $n = \frac{N}{N_A}$. Comme la masse de l'échantillon est $m = nM$,

$$\text{on en déduit } N = \frac{N_A m}{M}. \text{ Il vient donc } A = \frac{N_A m \ln(2)}{M t_{1/2}}$$

L'activité massique de ce noyau est donc :

$$a = \frac{A}{m} = \frac{N_A \ln(2)}{M t_{1/2}}$$

N_A est en mol^{-1} , $t_{1/2}$ en s, M en $\text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$, a en $\text{Bq} \cdot \text{g}^{-1}$.

52 1. a. ${}^{224}_{88}\text{Ra} \rightarrow {}^{220}_{86}\text{Rn} + {}^4_2\text{He}$

b. La masse disparue est devenue du radon et de l'hélium, qui sont partis dans l'air.

2. a. La masse disparue est $m_{disp} = 0,85 \text{ g}$.

Le nombre de noyaux ayant disparu est donc :

$$N_{disp} = \frac{m_{disp}}{m_{Ra}} = \frac{0,85 \times 10^{-3}}{3,72 \times 10^{-25}} = 2,3 \times 10^{21}$$

b. La durée de l'expérience étant 10 jours soit $\Delta t = 8,6 \times 10^5 \text{ s}$, l'activité moyenne de l'échantillon au cours de cette expérience est :

$$A_{moy} = \frac{N_{disp}}{\Delta t} = 2,6 \times 10^{15} \text{ Bq}$$

3. a. Soit N_0 le nombre de noyaux de radium initial. Le nombre de noyaux restant à la date t est, d'après la loi de décroissance radioactive, $N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$. Comme la masse de l'échantillon est proportionnelle au nombre de noyaux qu'il contient, alors la masse de radium restant après une durée t s'écrit bien $m(t) = m_0 e^{-\lambda t}$.

b. On a $m(\Delta t) = 0,15$ g pour $m_0 = 1,00$ g.

La loi précédente donne $m(\Delta t) = m_0 e^{-\lambda \Delta t}$

$$\text{d'où } -\lambda \Delta t = \ln\left(\frac{m(\Delta t)}{m_0}\right)$$

$$\text{puis } \lambda = -\frac{1}{\Delta t} \ln\left(\frac{m(\Delta t)}{m_0}\right) = 2,2 \times 10^{-6} \text{ s}^{-1}.$$

c. La demi-vie du radium 220 est donc :

$$t_{1/2} = \frac{\ln(2)}{\lambda} = 3,2 \times 10^5 \text{ s} = 3,7 \text{ j}$$

d. En dix jours, l'activité, qui vérifie aussi la loi de décroissance exponentielle, a été divisée par plus de quatre, donc on ne peut pas la considérer comme constante au cours de cette expérience.

53 1. L'activité initiale est :

$$A_{93,0} = \frac{4,7 \times 10^4}{5,0} = 9,4 \times 10^3 \text{ Bq pour } {}^{93}\text{Zr}$$

$$\text{et } A_{95,0} = \frac{4,0 \times 10^{11}}{5,0} = 8,0 \times 10^{10} \text{ Bq pour } {}^{95}\text{Zr}.$$

2. a. La loi de décroissance radioactive s'écrit, pour l'activité, $A(t) = A_0 e^{-\lambda t}$.

b. On en déduit les expressions et les valeurs des constantes radioactives :

$$\lambda_{93} = -\frac{1}{t} \ln\left(\frac{A_{93}}{A_{93,0}}\right) \text{ et } \lambda_{95} = -\frac{1}{t} \ln\left(\frac{A_{95}}{A_{95,0}}\right)$$

c. On peut calculer $\lambda_{95} = 4,2 \text{ an}^{-1}$, puis la demi-vie correspondante : $t_{95} = \frac{\ln(2)}{\lambda_{95}} = 0,17 \text{ an}$, soit 60 j.

d. La précision des données ne montre aucune décroissance de l'activité pour l'échantillon de zirconium 93. Cela signifie que sa demi-vie est très supérieure à 1 an (en l'occurrence, elle vaut 1,5 millions d'années). Pour la calculer, il faudrait une expérience beaucoup plus longue (peu réaliste) et surtout une précision bien supérieure dans les mesures.

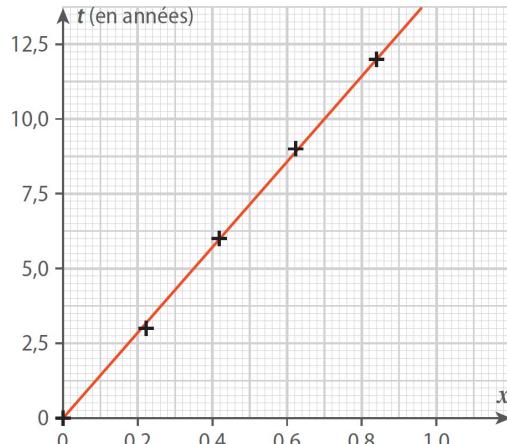
54 a. La demi-vie $t_{1/2}$ du plutonium 241 est la durée au bout de laquelle la moitié des noyaux d'un échantillon s'est désintégrée (ou la durée au bout de laquelle l'activité d'un échantillon est divisée par deux). On ne peut pas déterminer la valeur de $t_{1/2}$ directement sans calcul à l'aide des données car l'activité n'est pas divisée par deux au bout de 12 h. On peut juste dire que cette demi-vie est un peu supérieure à 12 h.

b. D'après le cours, la loi de décroissance radioactive s'écrit, pour l'activité, $A(t) = A_0 e^{-(\ln 2)t/t_{1/2}}$.

$$\text{c. On en déduit que } t = -\frac{t_{1/2}}{\ln(2)} \ln\left(\frac{A(t)}{A_0}\right).$$

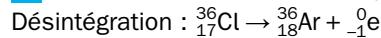
d. Pour que le coefficient directeur soit $t_{1/2}$, il faudrait tracer t en fonction de $x = -\frac{1}{\ln(2)} \ln\left(\frac{A(t)}{A_0}\right)$.

On calcule x , on trace le graphique et la droite-modèle et on détermine son coefficient directeur $t_{1/2} = 14,3$ ans.



t (en années)	0	3	6	9	12
A (en MBq)	3,42	2,93	2,56	2,22	1,91
x	0	0,223	0,418	0,623	0,840

55 1. Formation du chlore 36 : ${}^{36}\text{Ar} + {}_0^1\text{n} \rightarrow {}^{36}\text{Cl} + {}_1^1\text{p}$



2. a. D'après la loi de décroissance radioactive :

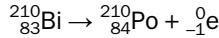
$$N(t) = N_0 e^{-(\ln 2)t/t_{1/2}}$$

$$\text{b. On en déduit } t = -\frac{t_{1/2}}{\ln(2)} \ln\left(\frac{N(t)}{N_0}\right).$$

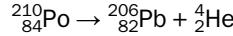
$$\text{c. Ici, } \frac{N(t)}{N_0} = 0,70 \text{ puisque } 30 \% \text{ du chlore 36}$$

initialement présent a disparu. L'échantillon est donc âgé de $t = -\frac{3,01 \times 10^5}{\ln(2)} \ln(0,70) = 1,5 \times 10^5$ ans.

56 1. Désintégration du bismuth 210 :



Désintégration du polonium 210 :



2. La constante radioactive du bismuth 210 est :

$$\lambda_{\text{Bi}} = \frac{\ln(2)}{5,01} = 0,138 \text{ j}^{-1}$$

La constante radioactive du polonium 210 est :

$$\lambda_{\text{Po}} = \frac{\ln(2)}{138,4} = 5,008 \times 10^{-3} \text{ j}^{-1}$$

3. Le bismuth 210 se désintègre en suivant la loi de décroissance radioactive, donc $N_{\text{Bi}}(t) = N_0 e^{-\lambda_{\text{Bi}} t}$.

4. Les N_0 noyaux initialement présents sont, au bout d'une certaine durée, sous forme de l'un des trois noyaux cités. On peut donc écrire :

$$N_0 = N_{\text{Bi}}(t) + N_{\text{Po}}(t) + N_{\text{Pb}}(t)$$

d'où $N_{\text{Pb}}(t) = N_0 - N_{\text{Bi}}(t) - N_{\text{Po}}(t)$.

5. a. La variation du nombre de noyaux de polonium 210 due à sa désintégration pendant cette expérience est égale à l'activité radioactive du polonium 210 à cet instant-là, multipliée par Δt . L'activité étant proportionnelle au nombre de noyaux, la variation du nombre de noyaux de polonium 210 due à sa désintégration est $-\lambda_{\text{Po}} N_{\text{Po}}(t) \Delta t$.

b. Pendant cette même durée, le nombre de noyaux de bismuth 210 qui se sont désintégrés est :

$$N_{\text{Bi}}(t) - N_{\text{Bi}}(t + \Delta t)$$

Comme en se désintégrant ils forment du polonium 210, ce nombre est aussi la variation du nombre de noyaux de polonium 210 due à sa formation par la désintégration du bismuth 210.

c. On en déduit que :

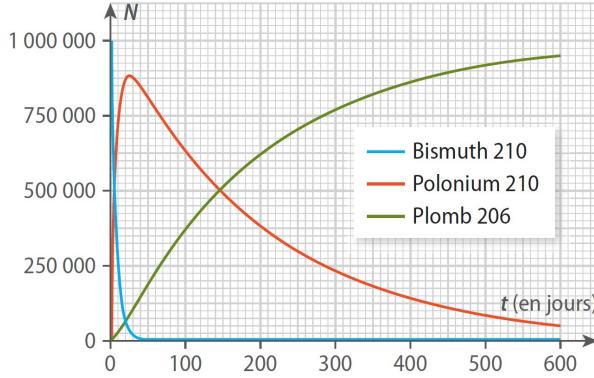
$$N_{\text{Po}}(t + \Delta t) - N_{\text{Po}}(t) = N_{\text{Bi}}(t) - N_{\text{Bi}}(t + \Delta t) - \lambda_{\text{Po}}N_{\text{Po}}(t)\Delta t$$

d. En divisant cela par Δt , on obtient :

$$\frac{N_{\text{Po}}(t + \Delta t) - N_{\text{Po}}(t)}{\Delta t} = -\lambda_{\text{Po}}N_{\text{Po}}(t) - \frac{N_{\text{Bi}}(t + \Delta t) - N_{\text{Bi}}(t)}{\Delta t}$$

Lorsque Δt tend vers zéro, on reconnaît les expressions des dérivées temporelles, et on obtient bien l'équation différentielle $\frac{dN_{\text{Po}}}{dt} = -\lambda_{\text{Po}}N_{\text{Po}} - \frac{dN_{\text{Bi}}}{dt}$.

e.



57 a. La relation obtenue à la question 5c de l'exercice précédent s'écrit :

$$N_{\text{Po}}(t + \Delta t) - N_{\text{Po}}(t) = N_{\text{Bi}}(t) - N_{\text{Bi}}(t + \Delta t) - \lambda_{\text{Po}}N_{\text{Po}}(t)\Delta t$$

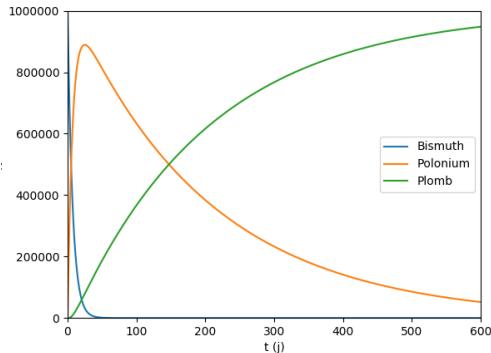
Or $N_{\text{Bi}}(t) - N_{\text{Bi}}(t + \Delta t)$, le nombre de noyaux de bismuth 210 désintégrés pendant cette durée, est proportionnel au nombre de noyaux présents, selon

$$N_{\text{Bi}}(t) - N_{\text{Bi}}(t + \Delta t) = \lambda_{\text{Bi}}N_{\text{Bi}}(t)\Delta t.$$

On obtient bien :

$$N_{\text{Po}}(t + \Delta t) - N_{\text{Po}}(t) = (-\lambda_{\text{Po}}N_{\text{Po}}(t) + \lambda_{\text{Bi}}N_{\text{Bi}}(t))\Delta t$$

b. Voir le programme Python complété, accessible via le manuel numérique **enseignant**.



58 a. $^{238}_{94}\text{Pu} \rightarrow ^{234}_{92}\text{U} + ^4_2\text{He}$

b. La masse disparue lors d'une désintégration du plutonium 238 est :

$$m = (395,2905 - 388,6341 - 6,6465) \times 10^{-27}$$

$$m = 9,9 \times 10^{-30} \text{ kg}$$

c. L'énergie ainsi libérée est $E = mc^2 = 8,9 \times 10^{-13} \text{ J}$.

d. Le nombre de désintégrations par seconde étant A_0 , la puissance nucléaire consommée est

$$P_n = A_0 E = 2,7 \text{ W}. \text{ La puissance électrique initiale de ce générateur est donc } P_0 = 0,070 P_n = 0,19 \text{ W}.$$

e. La puissance électrique délivrée par le générateur est proportionnelle à l'activité de la source, donc suit une loi de décroissance radioactive $P(t) = P_0 e^{-\lambda t}$, où

$$\lambda = \frac{\ln(2)}{t_{1/2}}$$

est la constante radioactive du plutonium 238.

f. $P(t)$ est supérieure à $0,80P_0$ tant que t est inférieure à $t_{\max} = -\frac{1}{\lambda} \ln(0,80) = -\frac{t_{1/2}}{\ln(2)} \ln(0,80) = 28 \text{ ans}$.

Cette durée est donc adaptée aux missions spatiales longues.

59 Soit une expérience entre les dates t et $t + \Delta t$, où Δt est assez grande pour que les fluctuations statistiques soient négligeables, mais assez petite pour que l'on puisse considérer l'activité de l'échantillon comme constante.

Le nombre de noyaux se désintègrant du fait de la radioactivité pendant cette durée est, on l'a vu en cours, $\lambda N(t)\Delta t$, en notant λ la constante radioactive, liée à la demi-vie radioactive par $\lambda = \frac{\ln(2)}{t_{1/2}}$.

D'après l'énoncé, il y a aussi des noyaux qui disparaissent de l'organisme par élimination biologique, en suivant le même genre de loi. Le nombre de noyaux qui, pendant l'expérience, ont disparu ainsi, peut donc être écrit $\lambda' N(t)\Delta t$, où l'on note $\lambda' = \frac{\ln(2)}{t'_{1/2}}$ par analogie. On peut donc écrire :

$$N(t + \Delta t) - N(t) = -\lambda N(t)\Delta t - \lambda' N(t)\Delta t$$

$$\text{Soit : } N(t + \Delta t) - N(t) = -(\lambda + \lambda')N(t)\Delta t$$

$$\text{En divisant par } \Delta t, \text{ il vient } \frac{N(t + \Delta t) - N(t)}{\Delta t} = -(\lambda + \lambda')N(t).$$

Si Δt tend vers zéro, on reconnaît la dérivée temporelle de $N(t)$ et on obtient l'équation

$$\text{différentielle vérifiée par } N(t) : \frac{dN}{dt} = -(\lambda + \lambda')N$$

C'est une équation différentielle du premier ordre à coefficients constants, du même style que celle que l'on obtient avec la radioactivité seule, mais où l'on remplace la constante radioactive par la somme des constantes radioactive et biologique.

Si l'on pose $\Lambda = \lambda + \lambda' = \ln(2) \left(\frac{1}{t_{1/2}} + \frac{1}{t'_{1/2}} \right)$, alors on peut écrire $N(t) = N_0 e^{-\Lambda t}$.

60 1. a. La loi de décroissance radioactive s'écrit

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t}, \text{ où } \lambda = \frac{\ln(2)}{t_{1/2}}$$

du carbone 14.

b. S'il ne reste plus que 93 % du carbone 14 initial, c'est que $\frac{N(t)}{N_0} = 0,93$. La durée écoulée depuis la cueillette du lin ayant servi à fabriquer le linge est donc $t = -\frac{t_{1/2}}{\ln(2)} \ln(0,93) = 6,0 \times 10^2 \text{ ans}$, ce qui correspond bien à une production au XIV^e siècle.

2. a. Le nombre actuel d'atomes de carbone 14 dans le linge est égal au nombre d'atomes de carbone restant depuis la production du linge, supposé créé il y a 2 000 ans : $N_0 e^{-\lambda t}$, auquel on ajoute le nombre d'atomes de carbone 14 issu de la pollution, N_1 . Au total, cela fait donc un nombre d'atomes de carbone 14 : $N_0 e^{-(\ln 2)t/t_{1/2}} + N_1$

b. Le nombre total d'atomes de carbone du linge est, sous les hypothèses effectuées, $N_{\text{tot}0} + N_{\text{tot}1}$.

La proportion actuelle de carbone 14 par rapport au carbone total est donc : $r = \frac{N_0 e^{-(\ln 2)t/t_{1/2}} + N_1}{N_{\text{tot}0} + N_{\text{tot}1}}$

Comme $r_0 = \frac{N_0}{N_{\text{tot}0}} = \frac{N_1}{N_{\text{tot}1}}$, cela s'écrit aussi :

$$r = \frac{N_0 e^{-(\ln 2)t/t_{1/2}} + N_1}{\frac{N_0 + N_1}{r_0}} = r_0$$

Ce qui donne bien : $r = \frac{N_0 e^{-(\ln 2)t/t_{1/2}} + N_1}{N_0 + N_1} r_0$

c. Si $r = 0,93r_0$, on obtient $\frac{N_0 e^{-(\ln 2)t/t_{1/2}} + N_1}{N_0 + N_1} = 0,93$

$$\text{d'où } \frac{N_1}{N_0} = \frac{0,93 - e^{-\ln(2)t/t_{1/2}}}{1 - 0,93} = 2,1.$$

d. On vient de montrer qu'il y a 2,1 fois plus d'atomes de contamination que d'atomes initiaux, donc la proportion d'atomes issus de contamination $\frac{2,1}{3,1} = 0,68$.

Pour expliquer qu'un linge datant de 2 000 ans paraisse dater du XIV^e siècle, il faut que sur 100 atomes de carbone du linge, 68 soient issus de la contamination moderne.

À ce niveau-là, ce n'est plus une pollution mais un remplacement des atomes. On voit mal comment l'aspect du linge ne serait pas modifié par une telle contamination. L'hypothèse n'est donc pas raisonnable.

61 1. Formation du carbone 14 : ${}^{14}_7\text{N} + {}^0_1\text{n} \rightarrow {}^{14}_6\text{C} + {}^1_1\text{p}$

Désintégration : ${}^{14}_6\text{C} \rightarrow {}^{14}_7\text{N} + {}^{-1}_0\text{e}$

2. a. Le nombre de noyaux de carbone 14 désintégrés par unité de temps est l'activité du carbone 14 : $A(t) = \lambda N(t)$

b. Considérons le nombre total de noyaux de carbone 14 entre une date t et une date $t + \Delta t$, où Δt est assez petite pour que l'on puisse considérer cette activité comme constante, mais assez grande pour qu'on puisse utiliser des relations statistiques. Le nombre de noyaux formés par bombardement cosmique pendant cette durée est $k\Delta t$, le nombre de noyaux désintégrés par radioactivité est

$$A(t)\Delta t = \lambda N(t)\Delta t.$$

On en déduit que $N(t + \Delta t) - N(t) = k\Delta t - \lambda N(t)\Delta t$.

En divisant par Δt , cela donne :

$$\frac{N(t + \Delta t) - N(t)}{\Delta t} = k - \lambda N(t)$$

À la limite en zéro de Δt , on reconnaît la dérivée temporelle de $N(t)$, et l'équation différentielle que cette fonction vérifie est bien $\frac{dN}{dt} = k - \lambda N$.

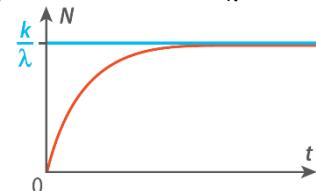
c. La solution générale d'une telle équation différentielle est $N(t) = K e^{-\lambda t} + \frac{k}{\lambda}$.

Si $N(0) = 0$, alors $K = -\frac{k}{\lambda}$ et on obtient $N(t) = \frac{k}{\lambda}(1 - e^{-\lambda t})$.

On constate qu'au bout d'un temps assez grand (un certain nombre de fois la constante de

temps $\frac{1}{\lambda}$), $N(t)$ devient

très proche d'une valeur asymptotique. On peut donc bien considérer le nombre comme constant.



62 a. La demi-vie est la durée au bout de laquelle la moitié des noyaux présents initialement dans un échantillon radioactif s'est désintégrée.

b. Désintégration de l'oxygène 15 : ${}^{15}_8\text{O} \rightarrow {}^{15}_7\text{N} + {}^0_1\text{e}$

c. Il faut préparer l'eau radioactive dans les deux minutes qui précèdent l'examen car la demi-vie de l'oxygène 15 est assez courte (deux minutes) donc si on attend trop il n'y en a plus.

d. L'examen est faisable tant qu'il reste plus de 5 % des noyaux initialement présents, donc pour une durée inférieure à $-\frac{t_{1/2}}{\ln(2)} \ln(0,05) = 5 \times 10^2$ s, soit un peu moins de 9 minutes.

Exercice **63** corrigé à l'adresse hatier-clic.fr/pct170

64 Questions préliminaires

1. La conservation du nombre de masse s'écrit $238 = 206 + 4x$, d'où $x = 8$.

La conservation du nombre de charge s'écrit $92 = 82 + 2x - y$, d'où $y = 6$.

2. L'uranium suit la loi de décroissance radioactive, donc $N_U(t) = N_U(0)e^{-(\ln 2)t/t_{1/2}}$.

Les noyaux d'uranium désintégrés sont devenus du plomb 206, donc, en supposant que le plomb 206 de la roche provient exclusivement de la désintégration de l'uranium 238 :

$$N_{\text{Pb}}(t) = N_U(0) - N_U(t) = N_U(0)(1 - e^{-(\ln 2)t/t_{1/2}})$$

Problème

On déduit de ce qui précède :

$$r = \frac{N_{\text{U}}(t)}{N_{\text{Pb}}(t)} = \frac{N_{\text{U}}(0)e^{-(\ln 2)t/t_{1/2}}}{N_{\text{U}}(0) - N_{\text{U}}(0)e^{-(\ln 2)t/t_{1/2}}} = \frac{e^{-(\ln 2)t/t_{1/2}}}{1 - e^{-(\ln 2)t/t_{1/2}}}$$

$$r = \frac{1}{e^{(\ln 2)t/t_{1/2}} - 1}$$

$$\text{Il vient } e^{(\ln 2)t/t_{1/2}} = \frac{1+r}{r}$$

$$\text{puis } t = \frac{t_{1/2}}{\ln(2)} \frac{\ln(1+r)}{r} = 4,6 \times 10^9 \text{ ans.}$$

65 a. ${}^{241}_{95}\text{Am} + {}^0_1\text{n} \rightarrow {}^{242}_{95}\text{Am}$ (X_1 est l'américium 242.)

${}^{242}_{95}\text{Am} \rightarrow {}^{242}_{96}\text{Cm} + {}^{-1}_0\text{e}$ (X_2 est le curium 242.)

${}^{242}_{96}\text{Cm} \rightarrow {}^{238}_{94}\text{Pu} + {}^4_2\text{He}$ (X_3 est le plutonium 238.)

b. Démonstration : Cours 4 p. 155 (manuel de l'élève)

$$N(t) = N_0 e^{-(\ln 2)t/t_{1/2}}$$

c. Plus la demi-vie est courte, plus les noyaux radioactifs disparaissent vite. Si l'on peut, par transmutation, transformer des déchets à longue vie en déchets à courte vie (ou en isotopes utilisables autrement), alors on réduit le volume de déchets plus rapidement.

66 1. a. L'équation de la désintégration de l'iode 131 est ${}^{131}_{53}\text{I} \rightarrow {}^{131}_{54}\text{Xe} + {}^0_1\text{e}$, d'après la conservation du nombre de masse et la conservation du nombre de charge. Le nombre de masse du noyau formé est $A = 131$, son numéro atomique est $Z = 54$: il s'agit d'un noyau de xénon.

b. La constante radioactive de l'iode 131 est :

$$\lambda = \frac{\ln(2)}{t_{1/2}} = 8,7 \times 10^{-2} \text{ j}^{-1}$$

c. L'activité suit la loi de décroissance radioactive $A(t) = A_0 e^{-\lambda t}$.

Pour que $A(t) < A_1 = 1 \text{ Bq}$, il faut donc que $A_0 e^{-\lambda t} < A_1$ donc que $t > -\frac{1}{\lambda} \ln\left(\frac{A_1}{A_0}\right) = 2 \times 10^2 \text{ ans}$.

2. a. Le nombre N de noyaux de césium correspondant à l'activité $A = 555 \text{ kBq}$ vérifie :

$$A = \lambda N = \frac{\ln(2)}{t_{1/2}} N, \text{ d'où } N = \frac{At_{1/2}}{\ln(2)} = 7,60 \times 10^{14}.$$

b. Il y a eu une contamination à $N_{\text{surf}} = 7,60 \times 10^{14}$ noyaux par mètre carré.

Sur la superficie S , cela fait un nombre de noyaux $N_0 = N_{\text{surf}} S = 7,60 \times 10^{24}$,

$$\text{soit une quantité de matière } n = \frac{N_0}{N_A} = 12,6 \text{ mol.}$$

La masse molaire du césium 137 étant $M = 137 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$, cela représente une masse :

$$m = nM = 1,73 \text{ kg}$$

c. Pour passer de $a_0 = 555 \text{ kBq} \cdot \text{m}^{-2}$ à $a_1 = 37 \text{ kBq} \cdot \text{m}^{-2}$, il faut attendre une durée t vérifiant :

$$a_1 = a_0 e^{-(\ln 2)t/t_{1/2}} \quad \text{c'est-à-dire } t = -\frac{t_{1/2}}{\ln(2)} \ln\left(\frac{a_1}{a_0}\right) = 118 \text{ ans.}$$

67 1. A, C et D 2. C 3. B et C 4. C

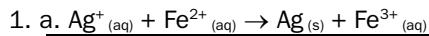
68 1. C 2. B

6. Évolution spontanée d'un système chimique

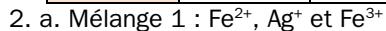
Activités

p. 178 à 181

① Équilibre chimique dynamique



Mé lange	M_1	M_2	M_3
n_{Ag^+} (en moles)	$2,5 \times 10^{-4}$	$1,0 \times 10^{-3}$	$5,0 \times 10^{-4}$
$n_{\text{Fe}^{2+}}$ (en moles)	$5,0 \times 10^{-4}$	$5,0 \times 10^{-4}$	$5,0 \times 10^{-4}$
Réactif limitant	Ion argent	Ion fer (II)	Proportions stœchiométriques



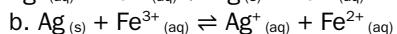
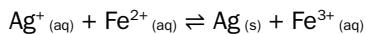
Mélange 2 : Fe^{2+} , Ag^+ et Fe^{3+}

Mélange 3 : Fe^{2+} , Ag^+ et Fe^{3+}

b. Cela n'est pas cohérent avec l'hypothèse d'une réaction totale car les réactifs sont toujours présents à l'état final.

c. La composition n'a pas d'influence sur la nature des espèces présentes à l'état final.

3. a. La transformation n'est pas totale car il reste des réactifs à l'état final :



On peut placer du métal argent dans une solution contenant des ions fer (III) et observer quelles espèces apparaissent. La flèche double indique que les deux réactions peuvent se produire.

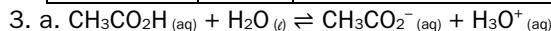
Bilan

- Dans un équilibre chimique, les réactifs sont encore présents à l'état final, alors que dans une réaction totale, au moins un des réactifs a disparu.
- L'avancement à l'état final est égal à l'avancement maximal pour une réaction totale ; il est strictement inférieur à l'avancement maximal dans un équilibre chimique.

② Constante d'équilibre d'une réaction chimique

1. Réalisation des protocoles.

Solution	pH	$[\text{H}_3\text{O}^+]$ (en mol·L ⁻¹)
Solution 1	2,9	$10^{-\text{pH}} = 10^{-2,9} = 1,3 \times 10^{-3}$
Solution 2	3,4	$10^{-\text{pH}} = 10^{-3,4} = 4,0 \times 10^{-4}$
Solution 3	3,6	$10^{-\text{pH}} = 10^{-3,6} = 2,5 \times 10^{-4}$



Av.	Quantité de matière...	...de $\text{CH}_3\text{CO}_2\text{H}$...de H_2O	...de CH_3CO_2^-	...de H_3O^+
0	...apportée à l'état initial	cV	excès	0	0
x	...en cours de réaction	cV - x	excès	x	x
$x_{\text{éq}}$...présente à l'état d'équilibre	cV - $x_{\text{éq}}$	excès	$x_{\text{éq}}$	$x_{\text{éq}}$

On en déduit que $[\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{éq}} = \frac{x_{\text{éq}}}{V}$.

c. Donc on a bien :

$$[\text{CH}_3\text{CO}_2^-] = [\text{H}_3\text{O}^+] \quad \text{et} \quad [\text{CH}_3\text{CO}_2\text{H}] = c - [\text{H}_3\text{O}^+]$$

Solution	$[\text{H}_3\text{O}^+]$ (en mol·L ⁻¹)	$[\text{CH}_3\text{CO}_2^-]_{\text{éq}}$ (en mol·L ⁻¹)	$[\text{CH}_3\text{CO}_2\text{H}]_{\text{éq}}$ (en mol·L ⁻¹)
Solution 1	$1,3 \times 10^{-3}$	$1,3 \times 10^{-3}$	$9,9 \times 10^{-2}$
Solution 2	$4,0 \times 10^{-4}$	$4,0 \times 10^{-4}$	$9,6 \times 10^{-3}$
Solution 3	$2,5 \times 10^{-4}$	$2,5 \times 10^{-4}$	$4,7 \times 10^{-3}$

4. a. $Q_{r,\text{éq}} = \frac{[\text{CH}_3\text{CO}_2^-]_{\text{éq}} \times [\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{éq}}}{[\text{CH}_3\text{CO}_2\text{H}]_{\text{éq}} \times c^0}$

b. Les valeurs sont indiquées dans le tableau.

	Solution 1	Solution 2	Solution 3
$Q_{r,\text{éq}}$	$1,6 \times 10^{-5}$	$1,7 \times 10^{-5}$	$1,3 \times 10^{-5}$

Elles sont proches de la valeur $K = 1,6 \times 10^{-5}$.

Rémarque

La précision du pH à 0,1 près interdit d'avoir des valeurs de K très proches.

5. $\tau = \frac{[\text{H}_3\text{O}^+]}{c}$

Solution 1 : $\tau = \frac{1,26 \times 10^{-3}}{0,10} = 0,013$

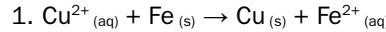
Solution 2 : $\tau = \frac{4,0 \times 10^{-4}}{0,010} = 0,040$

Solution 3 : $\tau = \frac{2,5 \times 10^{-4}}{5,0 \times 10^{-3}} = 0,050$

Bilan

- Dans le tableau de la question 3d, on voit que la composition à l'état final dépend de l'état initial.
- Dans le tableau de la question 4b, on voit que le quotient de réaction dépend très peu de l'état initial.
- Plus la solution est diluée, plus le taux d'avancement est grand.

③ Transfert spontané d'électrons



Les particules échangées sont des électrons.

2. a. Le courant circule du plus vers le moins dans le circuit électrique donc la borne positive est la lame de cuivre. Les électrons circulent dans le sens inverse.

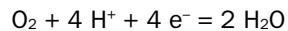
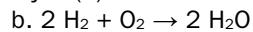
b. Dans la demi-pile de cuivre, $\text{Cu}^{2+} + 2 \text{e}^- = \text{Cu}$: la concentration diminue, ce qui est cohérent avec la décoloration de la solution. Dans la demi-pile de fer, $\text{Fe} = \text{Fe}^{2+} + 2 \text{e}^-$: la concentration augmente.

Bilan

- La réaction est la même, les réactifs sont au contact dans le protocole 1, séparés dans le 2.
- Schéma légendé : ① Cours 3 p. 185 (manuel de l'élève)

④ L'avenir de la pile à combustible

1. a. Les réactifs sont le dihydrogène ou le méthanol et le dioxygène. L'eau ou le dioxyde de carbone est rejeté(e).



2. a. Le dihydrogène provient essentiellement des hydrocarbures ou de l'électrolyse de l'eau.

b. Le dihydrogène est un gaz explosif, son stockage dans le réservoir d'une voiture est donc risqué.

c. La membrane contient des composés fluorés qui peuvent être toxiques et polluants.

d. Il n'y a pas de rejet de dioxyde de carbone si on n'utilise pas de méthanol.

Bilan

- Avantages et inconvénients d'un véhicule utilisant une pile à combustible :

Avantage	Inconvénient
Pas de rejet de gaz à effet de serre	Recyclage de la membrane
Pas d'utilisation de moteur thermique, hydrocarbures	Moindre autonomie
Faible coût du combustible	Utilisation d'hydrocarbure pour produire le dihydrogène
	Coût du véhicule

- Le dispositif est totalement fonctionnel mais son coût est encore élevé et son autonomie faible.

Exercices

Exercices 1 à 24 corrigés à la fin du manuel de l'élève.

Exercices 25 à 28 corrigés dans le manuel de l'élève.

Exercice 29 corrigé à la fin du manuel de l'élève.

30 a. $Q_r = \frac{[\text{NH}_4^+] \times [\text{F}^-]}{[\text{HF}] \times [\text{NH}_3]}$ b. $Q_r = \frac{[\text{SO}_4^{2-}] \times [\text{H}_3\text{O}^+]}{[\text{H}_2\text{SO}_4](c^0)^2}$
 c. $Q_r = \frac{[\text{Fe}^{2+}]}{[\text{Zn}^{2+}]}$

Exercice 31 corrigé à la fin du manuel de l'élève.

32 $Q_{r,i} = \frac{[\text{Cu}^{2+}]}{[\text{Fe}^{2+}]} = 1$

On a $Q_r > K$ donc l'évolution a lieu dans le sens inverse.

33 $Q_{r,\text{éq}} = K = \frac{[\text{CH}_3\text{CO}_2^-] \times [\text{H}_3\text{O}^+]}{[\text{CH}_3\text{CO}_2\text{H}] \times c^0} = \frac{1,26 \times 10^{-4} \times 1,26 \times 10^{-4}}{8,74 \times 10^{-4}}$
 $Q_{r,\text{éq}} = K = 1,82 \times 10^{-5}$

Exercice 34 corrigé à la fin du manuel de l'élève.

35 $K(T) = Q_{r,\text{éq}} = \frac{[\text{Cu}^{2+}]_{\text{éq}} [\text{NH}_3]_{\text{éq}}}{[\text{Cu}(\text{NH}_3)^{2+}]_{\text{éq}} c^0} = 5,2 \times 10^{-3}$

Exercice 36 corrigé à la fin du manuel de l'élève.

37 a. Demi-pile cuivre : $\text{Cu}^{2+}_{(\text{aq})} + 2 \text{e}^- \rightarrow \text{Cu}_{(\text{s})}$ (réduction)
 Demi-pile zinc : $\text{Zn}_{(\text{s})} \rightarrow \text{Zn}^{2+}_{(\text{aq})} + 2 \text{e}^-$ (oxydation)
 b. La borne positive est la lame de cuivre.

Exercice 38 corrigé à la fin du manuel de l'élève.

39 a. $\text{Ag}^+_{(\text{aq})} + \text{e}^- \rightarrow \text{Ag}_{(\text{s})}$ et $\text{Pb}_{(\text{s})} \rightarrow \text{Pb}^{2+}_{(\text{aq})} + 2 \text{e}^-$
 D'après la première demi-équation, on a $n_{\text{e}^-} = n_{\text{Ag}^+}$
 b. Lors du fonctionnement de la pile, il y a eu échange de $n_{\text{e}^-} = n_{\text{Ag}^+} = 2,3 \times 10^{-4}$ mol.
 La capacité de la pile est donc :
 $Q = n_{\text{e}^-} F = 2,3 \times 10^{-4} \times 9,65 \times 10^4 = 22 \text{ C}$

Exercice 40 corrigé à la fin du manuel de l'élève.

41 a. $Q_r = \frac{[\text{Sn}^{2+}]}{[\text{Cu}^{2+}]}$

Mélange 1. $Q_r = \frac{7,8 \times 10^{-3}}{2,1 \times 10^{-4}} = 37 < K$

donc l'évolution a lieu dans le sens direct.

Mélange 2. $Q_r = \frac{8,1 \times 10^{-5}}{1,0 \times 10^{-2}} = 8,1 \times 10^{-3} < K$

donc l'évolution a lieu dans le sens direct.

b. Mélange 3. À l'équilibre, $Q_r = K$, soit :

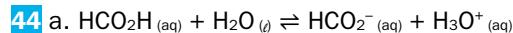
$\frac{1,26 \times 10^{-4}}{c} = 8,1 \times 10^{-15}$ donc $c = 1,6 \times 10^{-20} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$.

Cette valeur est tellement faible qu'il n'y a pratiquement plus aucun ion (de l'ordre de 1 par millilitre).

Exercice 42 corrigé à la fin du manuel de l'élève.



2. a. À l'état initial, on n'a pas d'ion complexe FeSCN^{2+} formé donc $[\text{FeSCN}^{2+}] = 0 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$ et $Q_r = 0$.
 b. Q_r augmente pour atteindre $Q_r = K$.



Av.	Quantité de matière...	...de HCO_2H	...de H_2O	...de HCO_2^-	...de H_3O^+
		$n = cV$	excès	0	0
0	...apportée à l'état initial	$n = cV$	excès	0	0
x	...en cours de réaction	$cV - x$	excès	x	x
$x_{\text{éq}}$...présente à l'état d'équilibre	$cV - x_{\text{éq}}$	excès	$x_{\text{éq}}$	$x_{\text{éq}}$

c. À l'équilibre, $n_{\text{H}_3\text{O}^+} = n_{\text{HCO}_2^-} = x_{\text{éq}}$.

On déduit que $[\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{éq}} = [\text{HCO}_2^-]_{\text{éq}} = \frac{x_{\text{éq}}}{V}$.

À l'équilibre, $n_{\text{HCO}_2\text{H}} = cV - x_{\text{éq}}$.

On déduit que $[\text{HCO}_2\text{H}]_{\text{éq}} = \frac{cV - x_{\text{éq}}}{V} = c - \frac{x_{\text{éq}}}{V}$.

d. À l'équilibre, $\sigma = \lambda_{\text{H}_3\text{O}^+} [\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{éq}} + \lambda_{\text{HCO}_2^-} [\text{HCO}_2^-]_{\text{éq}}$.

$\sigma = \lambda_{\text{H}_3\text{O}^+} \frac{x_{\text{éq}}}{V} + \lambda_{\text{HCO}_2^-} \frac{x_{\text{éq}}}{V} = (\lambda_{\text{H}_3\text{O}^+} + \lambda_{\text{HCO}_2^-}) \frac{x_{\text{éq}}}{V}$

$x_{\text{éq}} = \frac{\lambda_{\text{H}_3\text{O}^+} + \lambda_{\text{HCO}_2^-}}{\sigma V}$

$x_{\text{éq}} = \frac{2,75 \times 10^{-2} \text{ S} \cdot \text{m}^{-1} \times 100,0 \times 10^{-6} \text{ m}^3}{349,8 \times 10^{-4} \text{ S} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{mol}^{-1} + 54,6 \times 10^{-4} \text{ S} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{mol}^{-1}}$

$x_{\text{éq}} = 6,81 \times 10^{-5} \text{ mol}$

e. $K = Q_{r,\text{éq}} = \frac{[\text{HCO}_2^-]_{\text{éq}} \times [\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{éq}}}{[\text{HCO}_2\text{H}]_{\text{éq}} c^0} = \frac{\frac{x_{\text{éq}}}{V} \times \frac{x_{\text{éq}}}{V}}{c - \frac{x_{\text{éq}}}{V}}$

$K = \frac{\frac{6,81 \times 10^{-5}}{0,100} \times \frac{6,81 \times 10^{-5}}{0,100}}{2,5 \times 10^{-3} - \frac{6,81 \times 10^{-5}}{0,100}} = 2,6 \times 10^{-4}$

Chapitre 6 • Evolution spontanée d'un système chimique

45 a. La charge d'un électron est $-e = -1,6 \times 10^{-19}$ C.
 b. $N = 1 \text{ mol} \times N_A = 6,02 \times 10^{23}$
 c. $Q = N \times (-e) = -9,65 \times 10^4$ C
 et $F = 9,65 \times 10^4 \text{ C} \cdot \text{mol}^{-1}$.

46 a. L'acide lactique en solution a réagi avec l'eau :
 $\text{C}_3\text{H}_6\text{O}_3 + \text{H}_2\text{O} \rightleftharpoons \text{C}_3\text{H}_5\text{O}_3^- + \text{H}_3\text{O}^+$

b. On met en jeu :
 $n_0 = cV = 0,10 \times 100 \times 10^{-3} = 0,010 \text{ mol}$

Si la réaction était totale, tout l'acide disparaîtrait et $n - x_{\max} = 0$ soit $x_{\max} = 0,010 \text{ mol}$.

Comme $\text{pH} = 2,1$, on a :

$$n = [\text{H}_3\text{O}^+]V = 10^{-\text{pH}}V = 10^{-2,1} \times 100 \times 10^{-3}$$

$$n = 7,9 \times 10^{-4} \text{ mol}$$

Grâce au tableau d'avancement, on obtient :

$$x_f = n_{\text{H}_3\text{O}^+} = 7,9 \times 10^{-4} \text{ mol}$$

$$\text{c. } \tau_f = \frac{x_f}{x_{\max}} = \frac{7,9 \times 10^{-4}}{0,010} = 0,079 = 7,9 \%$$

d. On a :

$$K = Q_{r,\text{éq}} = \frac{[\text{C}_3\text{H}_5\text{O}_3^-]_{\text{éq}} [\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{éq}}}{[\text{C}_3\text{H}_6\text{O}_3]_{\text{éq}} c^0} = \frac{7,9 \times 10^{-3} \times 7,9 \times 10^{-3}}{0,0921}$$

$$K = 6,8 \times 10^{-4}$$

47 a. $[\text{H}_3\text{O}^+] = c^0 \times 10^{-\text{pH}} = 1,0 \times 10^{-3,1}$

$$[\text{H}_3\text{O}^+] = 7,9 \times 10^{-4} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

b. En construisant un tableau d'avancement, on remarque que, dans l'état final, $[\text{A}^-]_f = [\text{H}_3\text{O}^+]_f$ et $[\text{AH}]_f = c_{\text{initial}} - [\text{H}_3\text{O}^+]_f$. On en déduit que la réaction est totale pour l'acide A_2H car $[\text{AH}]_f = 0 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$.

$$\text{c. } Q_{r,\text{éq}} = K = \frac{[\text{A}_2^-]_f \times [\text{H}_3\text{O}^+]_f}{[\text{A}_2\text{H}]_f c^0} = \frac{7,9 \times 10^{-4} \times 7,9 \times 10^{-4}}{3,7 \times 10^{-3} - 7,9 \times 10^{-4}}$$

$$K = 2,7 \times 10^{-5}$$

48 En ajoutant C sans changer le volume, on augmente [C] donc le quotient de réaction devient supérieur à la constante d'équilibre, et le système évolue dans le sens indirect.

49 a. $\tau = \frac{[\text{H}_3\text{O}^+]}{c}$

$$\text{Solution 1 : } \tau = \frac{10^{-3,4}}{1,0 \times 10^{-2}} = 4,0 \times 10^{-2}$$

$$\text{Solution 2 : } \tau = \frac{10^{-3,9}}{1,0 \times 10^{-3}} = 1,2 \times 10^{-1}$$

$$\text{Solution 3 : } \tau = \frac{10^{-4,5}}{1,0 \times 10^{-4}} = 3,2 \times 10^{-1}$$

Plus la solution est diluée, plus le taux d'avancement est important.

b. $Q_r = \frac{[\text{CH}_3\text{CO}_2^-] \times [\text{H}_3\text{O}^+]}{[\text{CH}_3\text{CO}_2\text{H}] c^0}$

$$\text{Solution 1 : } Q_r = \frac{10^{-3,4} \times 10^{-3,4}}{1,0 \times 10^{-2} - 10^{-3,4}} = 1,7 \times 10^{-5}$$

$$\text{Solution 2 : } Q_r = \frac{10^{-3,9} \times 10^{-3,9}}{1,0 \times 10^{-3} - 10^{-3,9}} = 1,8 \times 10^{-5}$$

$$\text{Solution 3 : } Q_r = \frac{10^{-4,5} \times 10^{-4,5}}{1,0 \times 10^{-4} - 10^{-4,5}} = 1,5 \times 10^{-5}$$

Aux arrondis du pH près, les valeurs ne dépendent pas de la concentration initiale de la solution, elles sont égales à la constante d'équilibre.

50 $\text{Ni}_{(s)} = \text{Ni}^{2+}_{(\text{aq})} + 2 \text{ e}^-$ est une oxydation.
 $\text{Cd}^{2+}_{(\text{aq})} + 2 \text{ e}^- = \text{Cd}_{(s)}$ est une réduction.
 L'équation-bilan s'écrit :
 $\text{Ni}_{(s)} + \text{Cd}^{2+}_{(\text{aq})} \rightarrow \text{Ni}^{2+}_{(\text{aq})} + \text{Cd}_{(s)}$

Exercice **51** corrigé à la fin du manuel de l'élève.

52 a. La demi-pile contenant le cuivre reçoit des électrons donc il y a une réduction, soit :
 $\text{Cu}^{2+}_{(\text{aq})} + 2 \text{ e}^- = \text{Cu}_{(s)}$
 b. La demi-pile contenant le zinc perd des électrons donc il y a une oxydation, soit :
 $\text{Zn}_{(s)} = \text{Zn}^{2+}_{(\text{aq})} + 2 \text{ e}^-$
 c. Quand la pile débite du courant électrique :
 $\text{Cu}^{2+}_{(\text{aq})} + 2 \text{ e}^- = \text{Cu}_{(s)}$
 $\text{Zn}_{(s)} = \text{Zn}^{2+}_{(\text{aq})} + 2 \text{ e}^-$
 donc $\text{Cu}^{2+}_{(\text{aq})} + \text{Zn}_{(s)} \rightarrow \text{Cu}_{(s)} + \text{Zn}^{2+}_{(\text{aq})}$
 d. Cu^{2+} est un réactif donc sa concentration va diminuer. La neutralité électrique, dans le compartiment contenant le cuivre, sera assurée par le pont salin qui y délivrera des cations.

53 On calcule le quotient de réaction initial :

$$Q_r = \frac{[\text{Cu}^{2+}] c^0}{[\text{Ag}^+]^2} = \frac{0,60}{0,15^2} = 27$$

$Q_r < K$ donc le système évolue dans le sens direct.

On observe donc :

- à l'électrode de cuivre : $\text{Cu}_{(s)} = \text{Cu}^{2+}_{(\text{aq})} + 2 \text{ e}^-$
 - à l'électrode d'argent : $\text{Ag}^+_{(\text{aq})} + \text{e}^- = \text{Ag}_{(s)}$

Le pôle positif de la pile est la lame d'argent, ce qui est cohérent avec la photographie, où le fil rouge relie la lame d'argent à la borne V et le fil noir l'électrode de cuivre à la borne COM du voltmètre.

54 a. Les deux espèces sont ioniques, mais une pile nécessite le passage des électrons dans une électrode conductrice de l'électricité.

b. Le fer réagit avec l'ion Fe^{3+} , l'électrode va se dégrader.

c. L'argent réagit « peu » avec l'ion Fe^{3+} , mais il réagit quand même.

d. Le platine ne réagit avec aucun des deux ions.

e. Il faut choisir le fil de platine car c'est un métal « inerte ».

55 Si la totalité du chlorure de sodium se dissout,

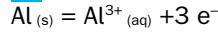
$$[\text{Na}^+] = [\text{Cl}^-] = \frac{\frac{100}{23+35,5}}{1} = 1,71 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

Si on est à l'équilibre, il y a coexistence du solide et des ions. Le quotient de réaction ne peut donc pas dépasser $Q_r = \frac{1,71 \times 1,71}{1^2} = 2,92$ donc il ne peut pas atteindre K .

L'état final n'est donc pas un état d'équilibre.

Exercice **56** corrigé à la fin du manuel de l'élève.

57 a. Comme l'aluminium est oxydé, on a :



Le métal cuivre est donc formé selon la demi-équation : $\text{Cu}^{2+}_{(\text{aq})} + 2 \text{ e}^- = \text{Cu}_{(s)}$

b. D'après la première demi-équation, on a $n_{\text{e}^-} = 3n_{\text{Al}^{3+}}$.

c. Lors du fonctionnement de la pile, on a échangé $n_{e^-} = 3n_{Al^{3+}} = 3 \times 7,5 \times 10^{-2}$ mol = 0,225 mol.

La capacité de la pile est donc :

$$Q = n_{e^-} F = 0,225 \times 9,65 \times 10^4 = 22 \times 10^3 \text{ C}$$

$$d. \Delta t = \frac{Q}{I} = \frac{22 \times 10^3}{0,175} = 1,26 \times 10^5 \text{ s soit 35 heures.}$$

58 a. $Ni^{2+}_{(aq)} + 2 e^- \rightarrow Ni_{(s)}$ et $Zn_{(s)} \rightarrow Zn^{2+}_{(aq)} + 2 e^-$

b. Calcul de la quantité de matière :

$$n_{Zn} = \frac{m_{Zn}}{M_{Zn}} = \frac{0,15}{65,4} = 2,3 \times 10^{-3} \text{ mol}$$

La quantité de matière d'électrons échangés est deux fois plus grande, soit $n_{e^-} = 4,6 \times 10^{-3}$ mol.

c. On a $Q = I \times \Delta t = n_e \times F$

$$\text{donc } I = \frac{n_e \times F}{\Delta t} = \frac{4,6 \times 10^{-3} \times 96\,500}{5\,400} = 8,2 \times 10^{-2} \text{ A.}$$

59 1. a. $[A]_i = [B]_i = \frac{c_0 V}{V + V} = \frac{c_0}{2}$

b. Il n'y a pas encore de produit formé donc $Q_{r,i} = 0$. Il est donc inférieur à $K(T)$ donc le système évolue dans le sens direct.

c. On construit le tableau d'avancement et on en déduit $\frac{x_{\text{éq}} c^0}{(c_0 V - x_{\text{éq}})^2} = K$. On doit donc résoudre une

équation du second degré $x^2 - \left(2c_0 V + \frac{1}{K}\right)x + c_0^2 V^2 = 0$, soit $x^2 - 0,225x + 0,01 = 0$ qui a pour solutions : $x_1 = 0,061$ et $x_2 = 0,275$.

Mais la valeur x_2 donnerait une quantité de matière finale négative en A et B, ce qui est exclu. On en déduit $n_{C,1} = 0,061$ mol et $[C]_{\text{éq}} = 0,061 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$. 2. À partir d'un équilibre où $Q_r = K(27^\circ\text{C})$, si on augmente la température jusqu'à $\theta > 27^\circ\text{C}$, $K(\theta) < K(27^\circ\text{C})$, donc Q_r se retrouve supérieure à $K(\theta)$, le système évolue donc dans le sens indirect de disparition de C. Si on diminue la température jusqu'à $\theta < 27^\circ\text{C}$, $K(\theta) > K(27^\circ\text{C})$, donc Q_r se retrouve inférieure à $K(\theta)$, le système évolue donc dans le sens direct de formation de C.

On doit donc diminuer la température.

3. a. En supposant que les deux équilibres sont réalisés simultanément, on a :

$$K' = \frac{1}{[A]_{\text{éq}}[B]_{\text{éq}}[D]_{\text{éq}}} = \frac{[C]_{\text{éq}}}{[A]_{\text{éq}}[B]_{\text{éq}}[C]_{\text{éq}}[D]_{\text{éq}}}$$

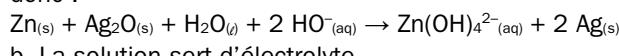
$$K' = \frac{[C]_{\text{éq}}}{[A]_{\text{éq}}[B]_{\text{éq}}} \times \frac{1}{[C]_{\text{éq}}[D]_{\text{éq}}} = \frac{L}{K} = 3,75 \times 10^{38}$$

b. La réaction est totale, on récupère donc 0,100 mol de E qui contient les 0,100 mol de C, qui est bien supérieur à $1,5n_{C,1} = 0,091$ mol.

60 a. $Zn_{(s)} + 4 HO^-_{(aq)} \rightarrow Zn(OH)_4^{2-}_{(aq)} + 2 e^-$

et $Ag_2O_{(s)} + H_2O_{(l)} + 2 e^- \rightarrow 2 Ag_{(s)} + 2 HO^-_{(aq)}$

donc :



b. La solution sert d'électrolyte.

61 Lors du fonctionnement de la pile, la réaction qui se produit est : $Zn_{(s)} + Fe^{2+}_{(aq)} \rightarrow Zn^{2+}_{(aq)} + Fe_{(s)}$

Lorsque des ions $Fe^{2+}_{(aq)}$ sont en présence de métal zinc, le métal zinc est oxydé de façon à former du métal fer. Ainsi, le fer est protégé par la présence du zinc qui réagit.

62 a. $NH_4^+_{(aq)} + ClO^-_{(aq)} \rightleftharpoons NH_3_{(aq)} + HClO_{(aq)}$

b.

Av.	Quantité de matière...	...de NH_4^+	...de ClO^-	...de NH_3	...de $HClO$
0	...apportée à l'état initial	$2,0 \times 10^{-4}$	$2,0 \times 10^{-4}$	0	0
x	...en cours de réaction	$2,0 \times 10^{-4} - x$	$2,0 \times 10^{-4} - x$	x	x
$x_{\text{éq}}$...présente à l'état final	$2,0 \times 10^{-4} - x_{\text{éq}}$	$2,0 \times 10^{-4} - x_{\text{éq}}$	$x_{\text{éq}}$	$x_{\text{éq}}$

$$\text{On a } \sigma = \lambda_{NH_4^+} \times [NH_4^+] + \lambda_{ClO^-} \times [ClO^-]$$

D'après le tableau d'avancement :

$$[NH_4^+] = [ClO^-] = \frac{2,0 \times 10^{-4} - x_{\text{éq}}}{V_1 + V_2}$$

$$\text{D'où } [NH_4^+] = \frac{\sigma}{\lambda_{NH_4^+} + \lambda_{ClO^-}} = \frac{83,4}{7,34 + 6,74} = 5,92 \text{ mol} \cdot \text{m}^{-3}$$

$$[NH_4^+] = 5,92 \times 10^{-3} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

$$\text{donc } [NH_4^+] = [ClO^-] = 5,92 \times 10^{-3} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

$$\text{d'où } x_{\text{éq}} = 2,0 \times 10^{-4} - 5,92 \times 10^{-3} \times 30 \times 10^{-3}$$

$$x_{\text{éq}} = 2,24 \times 10^{-5} \text{ mol}$$

$$\text{et } [NH_3] = [ClO^-] = \frac{2,24 \times 10^{-5}}{30 \times 10^{-3}} = 7,47 \times 10^{-4} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

$$c. \text{On en déduit que } K_2 = \frac{[NH_3]_{\text{éq}}[HClO]_{\text{éq}}}{[NH_4^+]_{\text{éq}}[ClO^-]_{\text{éq}}} = 1,59 \times 10^{-2}.$$

$$d. \text{On a } K_1 = \frac{[NH_3]_{\text{éq}}[H_3O^+]_{\text{éq}}}{[NH_4^+]_{\text{éq}}c^0} \text{ donc } \frac{[NH_4^+]_{\text{éq}}}{[NH_3]_{\text{éq}}} = \frac{[H_3O^+]_{\text{éq}}}{c^0 K_1}$$

$$\text{soit } [H_3O^+]_{\text{éq}} = c^0 K_1 \times \frac{[NH_4^+]_{\text{éq}}}{[NH_3]_{\text{éq}}} = 6,3 \times 10^{-10} \times \frac{5,92 \times 10^{-3}}{7,47 \times 10^{-4}}$$

$$[H_3O^+]_{\text{éq}} = 5,0 \times 10^{-9} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

$$\text{donc pH} = -\log([H_3O^+]) = -\log(5,0 \times 10^{-9}) = 8,3.$$

63 a. $Fe_{(s)} + Cd^{2+}_{(aq)} \rightleftharpoons Cd_{(s)} + Fe^{2+}_{(aq)}$

b.

Av.	Quantité de matière...	...de Fe	...de Cd^{2+}	...de Cd	...de Fe^{2+}
0	...apportée à l'état initial	n	$3,0 \times 10^{-4}$	0	$1,0 \times 10^{-4}$
x	...en cours de réaction	$n - x$	$3,0 \times 10^{-4} - x$	x	$1,0 \times 10^{-4} + x$
$x_{\text{éq}}$...présente à l'état final	$n - x_{\text{éq}}$	$3,0 \times 10^{-4} - x_{\text{éq}}$	$x_{\text{éq}}$	$1,0 \times 10^{-4} + x_{\text{éq}}$

$$c. K = \frac{[Fe^{2+}]_{\text{éq}}}{[Cd^{2+}]_{\text{éq}}} = \frac{1,0 \times 10^{-4} + x_{\text{éq}}}{3,0 \times 10^{-4} - x_{\text{éq}}}$$

d. On doit résoudre l'équation :

$$1,0 \times 10^{-4} + x_{\text{éq}} = 23 \times (3,0 \times 10^{-4} - x_{\text{éq}})$$

$$\text{soit } x_{\text{éq}} = \frac{23 \times 3,0 \times 10^{-4} - 1,0 \times 10^{-4}}{1 + 23} = 2,83 \times 10^{-4} \text{ mol}$$

e. D'après le tableau d'avancement :

$$n_{Cd} = x_{\text{éq}} = 2,83 \times 10^{-4} \text{ mol}$$

$$\text{donc } m_{Cd} = n_{Cd} \times M_{Cd} = 2,83 \times 10^{-4} \times 112,4$$

$$m_{Cd} = 3,2 \times 10^{-2} \text{ g}$$

64 Voici les équations traduisant les réactions pour chaque expérience :

a. $Cu^{2+}_{(aq)} + 2 e^- \rightarrow Cu_{(s)}$ et $Fe_{(s)} \rightarrow Fe^{2+}_{(aq)} + 2 e^-$
donc $Cu^{2+}_{(aq)} + Fe_{(s)} \rightarrow Cu_{(s)} + Fe^{2+}_{(aq)}$

b. $Cu_{(s)} \rightarrow Cu^{2+}_{(aq)} + 2 e^-$ et $Ag^+_{(aq)} + e^- \rightarrow Ag_{(s)}$
donc $2 Ag^+_{(aq)} + Cu_{(s)} \rightarrow 2 Ag_{(s)} + Cu^{2+}_{(aq)}$

c. $Au^{3+}_{(aq)} + 3 e^- \rightarrow Au_{(s)}$

d. $Zn_{(s)} \rightarrow Zn^{2+}_{(aq)} + 2 e^-$

Chapitre 6 • Évolution spontanée d'un système chimique

On en déduit :

Au^{3+}	Au
Ag^+	Ag
Cu^{2+}	Cu
Fe^{2+}	Fe
Zn^{2+}	Zn

Pouvoir oxydant

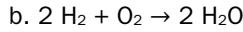
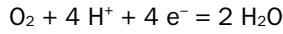
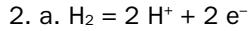
Pouvoir réducteur

Le fer est un fort réducteur, il cède facilement des électrons, donc s'oxyde beaucoup plus facilement que le cuivre, qui lui-même s'oxyde plus facilement que l'argent, qui lui-même s'oxyde plus facilement que l'or. Les métaux les plus précieux sont ceux qui s'oxydent difficilement, qui résistent donc aux agressions des oxydants (en particulier, ceux dans l'air et dans l'eau). Le zinc est le métal le plus réducteur du classement, il réagit donc de façon préférentielle par rapport au fer (et donc il le protège, c'est le principe de l'anode sacrificielle).

Exercice 61 p. 198 (manuel de l'élève)

65 1. a. À l'extérieur de la pile, les porteurs de charges sont les électrons.

b. Schéma de la pile : Cours 3 p. 185



3. a. L'espèce réduite est le dioxygène, c'est donc le combustible.

b. La réduction se produit sur l'électrode au contact du dioxygène, c'est la borne positive.

4. a. $n_{\text{H}_2} = \frac{m}{M} = \frac{1500}{2} = 750 \text{ mol}$

$n = \frac{V}{V_m}$ d'où $V = 750 \times 24 = 18 \times 10^3 \text{ L} = 18 \text{ m}^3$

b. Pour diminuer le volume, il est possible d'augmenter la pression du gaz.

5. a. $Q = I \times \Delta t = 200 \times 24 \times 3600 = 1,73 \times 10^7 \text{ C}$

b. $n_e = \frac{Q}{F} = \frac{1,73 \times 10^7}{9,65 \times 10^4} = 179,3 \text{ mol}$

donc $n_{\text{H}_2} = \frac{n_e}{2} = 89,6 \text{ mol.}$

Exercice 66 corrigé à l'adresse hatier-clic.fr/pct200

67 1.1. Un acide de Brönsted est une espèce susceptible de perdre un proton H^+ .

1.2. Le produit est corrosif, il faut porter des gants et des lunettes de protection.

2.1. Conservation de la quantité de matière lors de la dilution : $n_1 = n_0$

$c_1 = \frac{c_0 \times V_0}{V_1} = \frac{17,5 \times 1,00}{500} = 3,50 \times 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$

2.2.

	$\text{AH}_{(\text{aq})} + \text{H}_2\text{O}_{(\ell)} \rightleftharpoons \text{A}^{-}_{(\text{aq})} + \text{H}_3\text{O}^{+}_{(\text{aq})}$			
Av.	Quantité de matière...	...de AH	...de H_2O	...de A^-
0	...apportée à l'état initial	$n = cV$	excès	0
x	...en cours de réaction	$cV - x$	excès	x
$x_{\text{éq}}$...présente à l'état d'équilibre	$cV - x_{\text{max}}$	excès	x_{max}
x_{max}	...présente à l'état final	$cV - x_f$	excès	x_f

2.3. La réaction est totale, alors $cV - x_{\text{max}} = 0$ d'où $x_{\text{max}} = 1,75 \times 10^{-2} \text{ mol.}$

2.4. $[\text{H}_3\text{O}^+] = c_0 \times 10^{-\text{pH}} = 10^{-3,1} = 7,94 \times 10^{-4} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$ donc $x_{1,f} = [\text{H}_3\text{O}^+] \times V = 3,97 \times 10^{-4} \text{ mol.}$

2.5. L'avancement à l'état final est inférieur à l'avancement maximal donc la réaction n'est pas totale.

2.6. $\tau_{1,f} = \frac{x_{1,f}}{x_{\text{max}}} = \frac{3,97 \times 10^{-4}}{1,75 \times 10^{-2}} = 2,3 \times 10^{-2}$

3. Il s'agit de l'acide éthanoïque.

4.1. $\sigma = \lambda_{\text{H}_3\text{O}^+} \times [\text{H}_3\text{O}^+] + \lambda_{\text{A}^-} \times [\text{A}^-]$

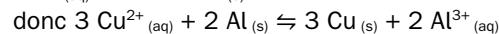
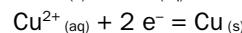
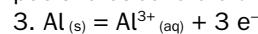
4.2. $[\text{H}_3\text{O}^+] = \frac{\sigma}{\lambda_{\text{H}_3\text{O}^+} + \lambda_{\text{A}^-}} = \frac{1,07 \times 10^{-2}}{35 \times 10^{-3} + 4,1 \times 10^{-3}} = 0,27 \text{ mol} \cdot \text{m}^{-3} = 2,7 \times 10^{-4} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$

4.3. $\tau_{2,f} = \frac{x_{\text{éq}}}{x_{\text{max}}} = \frac{[\text{H}_3\text{O}^+]_{2,f}}{c_2} = \frac{2,7 \times 10^{-4}}{5,0 \times 10^{-3}} = 5,4 \times 10^{-2}$

4.4. Le taux d'avancement est plus grand car la solution est plus diluée.

68 1. Schéma de la pile : Cours 3 p. 185

2. Le courant circule de la borne positive vers la borne négative : la plaque de cuivre est la borne positive et celle d'aluminium, la borne négative.



4. $Q_{r,i} = \frac{[\text{Al}^{3+}]^2 c^0}{[\text{Cu}^{2+}]^3} = \frac{(5,0 \times 10^{-1})^2}{(5,0 \times 10^{-1})^3} = 2$

$Q_{r,i}$ est inférieur à K , le système évolue dans le sens direct, ce qui est cohérent.

5. On calcule les quantités de matière en présence :

$n_{\text{Cu}^{2+}} = n_{\text{Al}^{3+}} = C \times V = 2,5 \times 10^{-2} \text{ mol}$

$n_{\text{Cu}} = \frac{m}{M} = \frac{8,9}{63,5} = 1,4 \times 10^{-1} \text{ mol}$

$n_{\text{Al}} = \frac{m}{M} = \frac{1,0}{27} = 3,7 \times 10^{-2} \text{ mol}$

On construit le tableau d'avancement :

Av.	Quantité de matière...	...de Cu^{2+}	...de Al	...de Cu	...de Al^{3+}
0	...apportée à l'état initial	$2,5 \times 10^{-2}$	$3,7 \times 10^{-2}$	$1,4 \times 10^{-2}$	$2,5 \times 10^{-2}$
x	...en cours de réaction	$2,5 \times 10^{-2} - 3x$	$3,7 \times 10^{-2} - 2x$	$1,4 \times 10^{-2} + 3x$	$2,5 \times 10^{-2} + 2x$
$x_{\text{éq}}$...présente à l'état final	$2,5 \times 10^{-2} - 3x_{\text{max}}$	$3,7 \times 10^{-2} - 2x_{\text{max}}$	$1,4 \times 10^{-2} + 3x_{\text{max}}$	$2,5 \times 10^{-2} + 2x_{\text{max}}$

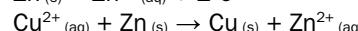
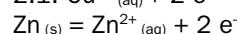
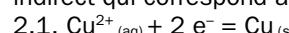
On en déduit que $x_{\text{max}} = 8,3 \times 10^{-3} \text{ mol.}$

La capacité vaut donc : $Q = 6 \times x_{\text{max}} \times Q_m$ soit $Q = 6 \times 8,3 \times 10^{-3} \times 96\,500 = 4,8 \times 10^3 \text{ C}$

69 1.1. $\text{Cu}^{2+}_{(\text{aq})} + \text{Zn}_{(\text{s})} \rightarrow \text{Cu}_{(\text{s})} + \text{Zn}^{2+}_{(\text{aq})}$

1.2. $Q_{r,i} = \frac{[\text{Zn}^{2+}]}{[\text{Cu}^{2+}]} = \frac{0,20}{0,20} = 1$

1.3. Q_r est supérieure à K , le système évolue en sens indirect qui correspond à l'équation écrite en 1.1.



2.2. Le courant circule de la lame de cuivre vers la lame de zinc et les ions circulent dans le pont salin, pour assurer la neutralité électrique des solutions et fermer le circuit électrique.

2.3. La pile est un système hors équilibre pour permettre la circulation des charges (électrons et ions).

7. Forces des acides et des bases

Activités

p. 208 à 211

① Fort ou faible ?

Travail préliminaire Préparation d'une solution d'acide sulfamique

Soit M la masse molaire de l'acide sulfamique. La masse à peser est $m = cV_3M = 0,49$ g.
Si on dispose d'une balance au 1/100^e de gramme, on pèse 0,49 g d'acide sulfamique que l'on introduit dans une fiole jaugée de 100,0 mL. On prend soin de rincer la coupelle de pesée et de récupérer les eaux de rinçage dans la fiole. On complète ensuite la fiole aux trois quarts avec de l'eau distillée avant de boucher et d'homogénéiser.
Puis on complète jusqu'au trait de jauge avant de boucher et d'homogénéiser à nouveau.
Si on ne dispose que d'une balance au 1/10^e de gramme, on ne peut pas peser précisément une si petite masse. Pour préparer la solution demandée, il va falloir préparer une solution dix fois plus concentrée par dissolution puis la diluer dix fois.

On pèse 4,9 g d'acide sulfamique que l'on introduit dans une fiole jaugée de 100,0 mL. On prend soin de rincer la coupelle de pesée et de récupérer les eaux de rinçage dans la fiole. On complète ensuite la fiole aux trois quarts avec de l'eau distillée avant de boucher et d'homogénéiser.

Puis on complète jusqu'au trait de jauge avant de boucher et d'homogénéiser à nouveau.

Ensuite, on prélève 10 mL de cette solution au moyen d'une pipette jaugée. On les transvase dans une fiole de 100,0 mL que l'on complète aux trois quarts avec de l'eau distillée avant de boucher et d'homogénéiser. Puis on complète jusqu'au trait de jauge (éventuellement à l'aide d'une pipette simple). On bouche et on homogénéise.

1.	Solution	S_1 Acide chlorhydrique (H_3O^{+} (aq), Cl^{-} (aq))	S_2 Acide éthanoïque CH_3COOH (aq)	S_3 Acide sulfamique NH_2SO_3H (aq)	S_4 Hydroxyde de sodium (Na^{+} (aq), HO^{-} (aq))	S_5 Ammoniac NH_3 (aq)
	pH mesuré	1,30	3,11	1,73	12,70	11,00
	$[H_3O^{+}]_{\text{éq}}$	$5,0 \times 10^{-2}$	$7,9 \times 10^{-3}$	$2,0 \times 10^{-2}$	$2,0 \times 10^{-13}$	$1,0 \times 10^{-11}$
	$[HO^{-}]_{\text{éq}}$				$5,0 \times 10^{-2}$	$1,0 \times 10^{-3}$

2. a. Soit V le volume de la solution.

Avancement	Quantité de matière...	AH (aq)	+	H_2O (l)	→	A^{-} (aq)	+	H_3O^{+} (aq)
		...de AH (aq)	...de H₂O (l)	...de A⁻ (aq)	...de H₃O⁺ (aq)			
0	...apportée à l'état initial	cV		solvant		0		0
$x_{\text{éq}}$...présente à l'état final	$cV - x_{\text{éq}}$		solvant		$0 + x_{\text{éq}}$		$0 + x_{\text{éq}}$
x_{max}	...qui serait présente à l'état d'avancement maximal	$cV - x_{\text{max}} = 0$		solvant		$0 + x_{\text{max}} = cV$		$0 + x_{\text{max}} = cV$

Puisque l'acide AH est le réactif limitant, on a :

$$cV - x_{\text{max}} = 0 \text{ soit } x_{\text{max}} = cV.$$

Par conséquent, $[H_3O^{+}]_{\text{max}} = \frac{cv}{V} = c$.

b. Les valeurs mesurées $[H_3O^{+}]_{\text{éq}}$ ne correspondent pas aux valeurs prévues $[H_3O^{+}]_{\text{max}}$ pour les acides éthanoïque et sulfamique et sont inférieures à $[H_3O^{+}]_{\text{max}}$.

Pour ces acides, l'écart entre ces deux valeurs est trop grand pour pouvoir être dû aux incertitudes de mesures.

3. L'équation de la réaction entre la base A^{-} et l'eau est : A^{-} (aq) + H_2O (l) → AH (aq) + HO^{-} (aq)

Par analogie avec ce qui précède, $[HO^{-}]_{\text{max}} = c$.

La valeur mesurée $[HO^{-}]_{\text{éq}}$ est inférieure à la valeur prévue $[HO^{-}]_{\text{max}}$ pour la solution d'ammoniac.

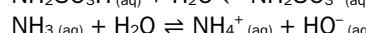
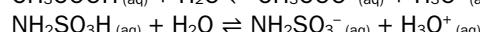
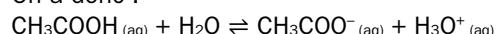
Pour cette base, l'écart entre ces deux valeurs est également trop grand pour pouvoir être dû aux incertitudes de mesures.

Bilan

- La réaction de l'eau avec l'acide chlorhydrique et celle de l'eau avec l'hydroxyde de sodium sont totales car $[H_3O^{+}]_{\text{éq}} = [H_3O^{+}]_{\text{max}}$ pour la première et $[HO^{-}]_{\text{éq}} = [HO^{-}]_{\text{max}}$ pour la deuxième.

Les réactions des acides éthanoïque et sulfamique d'une part, et d'ammoniac d'autre part ne sont pas totales car $[H_3O^{+}]_{\text{éq}} < [H_3O^{+}]_{\text{max}}$ pour les acides et $[HO^{-}]_{\text{éq}} < [HO^{-}]_{\text{max}}$ pour la base.

On a donc :



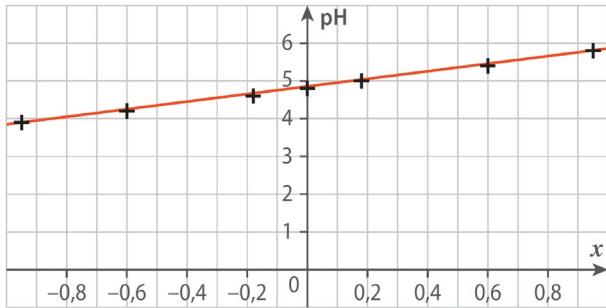
- Si la réaction d'un acide AH avec l'eau est quasi totale, l'acide AH est dit fort. Il ne peut alors pas exister tel quel en solution aqueuse. Dans le cas contraire, l'acide est dit faible.

Si la réaction d'une base A^{-} avec l'eau est quasi totale, la base A^{-} est dite forte. Elle ne peut alors pas exister telle quelle en solution aqueuse. Dans le cas contraire, la base est dite faible.

② Détermination d'une constante d'acidité

1.

Volume V_A de solution A (en mL)	5,0	10,0	20,0	25,0	30,0	40,0	45,0
Volume V_B de solution B (en mL)	45,0	40,0	30,0	25,0	20,0	10,0	5,0
pH	5,8	5,4	5,0	4,8	4,6	4,2	3,9
$x = \log\left(\frac{V_B}{V_A}\right)$	0,95	0,60	0,18	0	-0,18	-0,60	-0,95



2. a. $[\text{CH}_3\text{COOH}]_{\text{éq}} = \frac{cV_A}{V_A + V_B}$ et $[\text{CH}_3\text{COO}^-]_{\text{éq}} = \frac{cV_B}{V_A + V_B}$

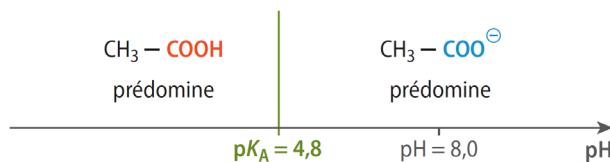
b. $\log\left(\frac{[\text{CH}_3\text{COO}^-]_{\text{éq}}}{[\text{CH}_3\text{COOH}]_{\text{éq}}}\right) = \log\left(\frac{\frac{cV_B}{V_A + V_B}}{\frac{cV_A}{V_A + V_B}}\right) = \log\left(\frac{V_B}{V_A}\right)$

3. Le graphique obtenu est une droite affine d'équation $\text{pH} = 4,8 + x$.

Or $x = \log\left(\frac{V_B}{V_A}\right) = \log\left(\frac{[\text{CH}_3\text{COO}^-]_{\text{éq}}}{[\text{CH}_3\text{COOH}]_{\text{éq}}}\right)$ d'après ce qui précède, donc c'est bien en accord avec l'expression $\text{pH} = \text{p}K_A + \log\left(\frac{[\text{CH}_3\text{COO}^-]_{\text{éq}}}{[\text{CH}_3\text{COOH}]_{\text{éq}}}\right)$ et par identification, on trouve que $\text{p}K_A = 4,8$ pour le couple de l'acide éthanoïque.

Bilan

- Le diagramme de prédominance du couple de l'acide éthanoïque est :



- Cette méthode qui repose sur plusieurs mesures de pH est vraisemblablement plus précise qu'une méthode s'appuyant sur une seule mesure de pH avec un unique mélange d'acide et de base conjugués.

③ Acides faibles dans l'eau

- Équation de la réaction : $\text{AH} + \text{H}_2\text{O} \rightleftharpoons \text{A}^- + \text{H}_3\text{O}^+$
- D'après la réaction, comme on néglige les ions oxonium issus de l'autoprotolyse de l'eau, $[\text{A}^-]_{\text{éq}} = h$ et

$$[\text{AH}]_{\text{éq}} = c_a - h. \text{ On en déduit } K_A = \frac{h^2}{(c_a - h)c^0}.$$

$$\text{c. On en déduit } h^2 + K_{\text{Ac}}c^0h - K_{\text{Ac}}c^0 = 0 \\ \text{donc } a = 1, b = K_{\text{Ac}}c^0 \text{ et } c = -K_{\text{Ac}}c^0.$$

$$\text{d. La solution positive est } h = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

```
e. pKa=float(input("pKa du couple : "))
concentration=float(input("Concentration en mol/L : "))
Ka=10**(-pKa)
### A MODIFIER ####
### Coefficients du polynome du deuxième degré
a=1
b=Ka
c=-Ka*concentration
### Discriminant
Delta=b**2-4*a*c
### Solution pour [H3O+]
h=(-b+sqrt(Delta))/(2*a)
### Taux d'avancement final
tau=h/concentration
### pH final
pH=-log10(h)
```

Cela fonctionne avec l'exemple.

f. Si c_a est très faible, alors la concentration des ions oxonium issus de la réaction entre AH et l'eau n'est pas très grande par rapport à la concentration des ions oxonium issus de l'autoprotolyse de l'eau. On ne peut donc plus faire l'hypothèse $[\text{A}^-]_{\text{éq}} = h$.

2. a. Cela fonctionne.

b. On fait 120 itérations, en commençant à $\text{pH} = 1$ et en augmentant de $1/10$ unité à chaque itération, donc entre $\text{pH} = 1$ et $\text{pH} = 13$. C'est cohérent avec le cours où on a appris à calculer le pH pour des concentrations en ions oxonium et en ions hydroxyde inférieures à $1 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$.

c. D'après l'expression de la constante d'acidité, on

$$10^{-\text{p}K_A} = \frac{10^{-\text{pH}} [\text{A}^-]_{\text{éq}}}{[\text{AH}]_{\text{éq}}}, \text{ qui donne bien}$$

l'expression proposée.

d. La proportion d'espèce sous forme basique est $\frac{[\text{A}^-]_{\text{éq}}}{c_a}$,

la proportion d'espèce sous forme acide $\frac{[\text{AH}]_{\text{éq}}}{c_a}$, donc en divisant l'expression de la question c par c_a , on obtient bien l'expression de la question d. En outre, l'espèce étant soit sous forme acide, soit sous forme basique, la somme des deux proportions fait bien 100 %.

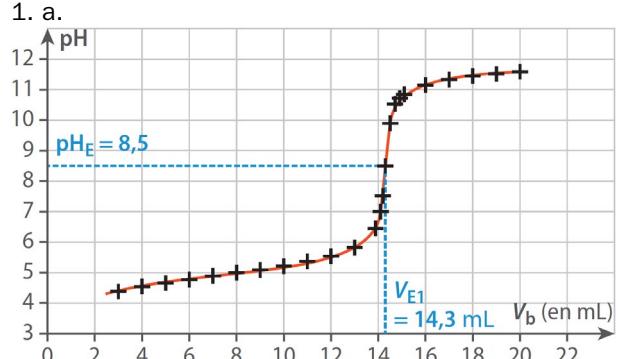
e. En résolvant le système de deux équations donné en question d, on obtient $P_a 10^{\text{pH} - \text{p}K_A} + P_a = 100\%$, ce

$$\text{qui donne } P_a = \frac{100\%}{1 + 10^{\text{pH} - \text{p}K_A}} : \text{ c'est bien ce qui est inscrit dans la construction de la liste P_a.}$$

Pour la liste P_b, on utilise $P_b = 100\% - P_a$.

④ Titrages d'un vinaigre

1. a.



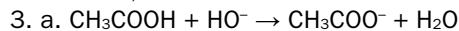
On détermine les coordonnées du point équivalent grâce à la méthode de la dérivée (ou des tangentes, si on trace la courbe sur papier millimétré) :

$$V_{E1} = 14,3 \text{ mL} \quad \text{pH}_E = 8,5$$

b. Le pH à la demi-équivalence du titrage et donc le pK_A du couple de l'acide éthanoïque valent 4,8.

2. a. Un indicateur coloré peut être choisi pour repérer l'équivalence de ce titrage si sa zone de virage inclut le pH à l'équivalence. C'est le cas de la phénolphthaléine (zone de virage : 8,2-10,0). Cette zone de virage correspond à un intervalle de 0,2 mL.

b. $V_{E2} = 14,5 \text{ mL}$. Les résultats sont donc cohérents.



b. La quantité de matière de réactif titrant HO^- apporté à l'équivalence est $c_b V_E$. D'après la stœchiométrie de la réaction de titrage, la quantité de matière de réactif titré initialement présente est identique. La concentration d'acide éthanoïque dans la solution titrée est donc $c' = \frac{c_b V_E}{V_a}$.

On calcule $c' = 1,43 \times 10^{-1} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$ avec le volume équivalent obtenu sur le graphique ou encore $1,45 \times 10^{-1} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$ avec le volume équivalent issu du titrage colorimétrique.

Par conséquent, la concentration c du vinaigre commercial est telle que $c = 10c' = 1,43 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$ ou $1,45 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$.

Le degré d'acidité d correspond à la masse m d'acide éthanoïque dissoute dans $V = 100,0 \text{ mL}$ de vinaigre donc $m = cVM = 8,58 \text{ g}$ (respectivement 8,70 g) et le vinaigre commercial titre à $d = 8,58^\circ$ (respectivement 8,70° selon la méthode).

Bilan

- $d_{\text{réf}} = 8^\circ$

$|d - d_{\text{réf}}| = 3$: les résultats expérimentaux ne sont pas cohérents avec l'indication de l'étiquette.

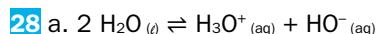
- Le titrage colorimétrique présente l'avantage d'être rapide à réaliser et à exploiter puisque le dispositif de titrage est plus simple mais le repérage de l'équivalence par le virage de l'indicateur peut être un peu délicat.

Le titrage pH-métrique permet un repérage aisément de l'équivalence mais le titrage demande plus de temps et le dispositif de titrage comporte plus de matériel.

Exercices

Exercices 1 à 24 corrigés à la fin du manuel de l'élève.

Exercices 25 à 27 corrigés dans le manuel de l'élève.



b. K_e est le produit ionique de l'eau.

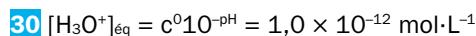
$$K_e = \frac{[\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{éq}} [\text{HO}^-]_{\text{éq}}}{(c^0)^2}$$

c. $K_e = 1,0 \times 10^{-14}$

$\text{p}K_e = -\log(K_e) = 14,00$

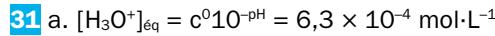
$[\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{éq}} > [\text{HO}^-]_{\text{éq}}$ donc la solution est acide.

Exercice 29 corrigé à la fin du manuel de l'élève.



$$[\text{HO}^-]_{\text{éq}} = \frac{K_e(c^0)^2}{[\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{éq}}} = \frac{10^{-\text{p}K_e}(c^0)^2}{c^0 10^{-\text{pH}}} = c^0 10^{-\text{p}K_e + \text{pH}}$$

$[\text{HO}^-]_{\text{éq}} = 1,0 \times 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$



$$[\text{HO}^-]_{\text{éq}} = \frac{K_e(c^0)^2}{[\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{éq}}} = \frac{10^{-\text{p}K_e}(c^0)^2}{c^0 10^{-\text{pH}}} = c^0 10^{-\text{p}K_e + \text{pH}}$$

$[\text{HO}^-]_{\text{éq}} = 1,6 \times 10^{-11} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$

b. $[\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{éq}} < c$ donc l'acide cinnamique n'est pas un acide fort.

32 a. L'acide butanoïque est un acide faible donc une solution de concentration $c = 0,10 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$ de cet acide a un pH supérieur à $-\log\left(\frac{c}{c^0}\right) = 1,00$.

b. Une solution d'acide fort de pH = 2,50 contient des ions oxonium à la concentration :

$$[\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{éq}} = c^0 10^{-\text{pH}} = 3,2 \times 10^{-3} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

c. La réaction d'une base faible avec l'eau est une réaction limitée qui forme son acide conjugué et des ions hydroxyde.

d. L'hydroxyde de sodium est une base forte donc la concentration en ions hydroxyde d'une solution d'hydroxyde de sodium de concentration

$c = 2,5 \times 10^{-6} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$ est :

$[\text{HO}^-]_{\text{éq}} = c = 2,5 \times 10^{-6} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$. Par conséquent :

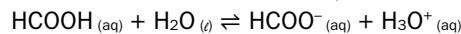
$$[\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{éq}} = \frac{K_e(c^0)^2}{[\text{HO}^-]_{\text{éq}}} \quad \text{et} \quad \text{pH} = \text{p}K_e + \log\left(\frac{c}{c^0}\right) = 8,40.$$

33 a.

Couple	K_A	$\text{p}K_A$
$\text{HCOOH}/\text{HCOO}^-$	$1,8 \times 10^{-4}$	3,74
$\text{CH}_3\text{NH}_3^+/\text{CH}_3\text{NH}_2$	$2,5 \times 10^{-11}$	10,63
$\text{C}_6\text{H}_5\text{COOH}/\text{C}_6\text{H}_5\text{COO}^-$	$6,3 \times 10^{-5}$	4,20
$\text{H}_2\text{CO}_3/\text{HCO}_3^-$	$4,0 \times 10^{-7}$	6,37
$\text{HCO}_3^-/\text{CO}_3^{2-}$	$4,8 \times 10^{-11}$	10,32

b. L'acide le plus fort parmi ceux cités ci-dessus appartient au couple ayant le plus petit $\text{p}K_A$: il s'agit donc de HCOOH . La base la plus forte appartient au couple ayant le plus grand $\text{p}K_A$: il s'agit donc de CH_3NH_2 .

34 a. L'acide méthanoïque étant un acide, l'eau réagit en tant que base. Le couple de l'eau qui intervient ici est donc $\text{H}_3\text{O}^{+}_{(\text{aq})}/\text{H}_2\text{O}_{(l)}$.



b. Dans l'état final, les réactifs coexistent avec les produits : la réaction est donc limitée et l'acide méthanoïque est un acide faible.

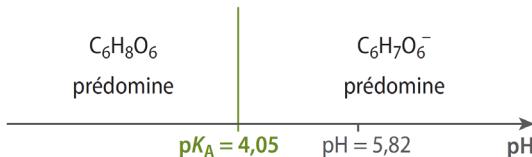
c. K_A correspond à la constante d'équilibre associée à la réaction de l'acide du couple avec l'eau.

$$K_A = \frac{[\text{HCOO}^-]_{\text{éq}} [\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{éq}}}{[\text{HCOOH}]_{\text{éq}} c^0}$$

Chapitre 7 • Force des acides et des bases

Exercice 35 corrigé à la fin du manuel de l'élève.

36 a.



b. $pH > pK_A$ donc la forme prédominante dans la solution considérée est la forme basique $C_6H_7O_6^-$.

37 1. a. Faux. La forme acide est prépondérante : sa concentration est égale à 80 % de la concentration apportée.

b. Faux. Il y a quatre fois moins de forme basique (20 %) que de forme acide (80 %).

c. Vrai. La solution est basique.

2. a. Faux. Une solution qui contient 90 % de forme acide a un pH de 8,2.

b. Faux. Une solution de $pH = 9,3$ contient autant de forme acide que de forme basique donc le pK_A du couple vaut 9,3.

c. Vrai. Une solution de $pH = 7,0$ ne contient presque que de la forme acide.

Exercice 38 corrigé à la fin du manuel de l'élève.

39

	S ₁	S ₂	S ₃	S ₄
pH	1,00	2,30	11,70	7,00
[H ₃ O ⁺] _{éq} (en mol·L ⁻¹)	1,0 × 10 ⁻¹	5,0 × 10 ⁻³	2,0 × 10 ⁻¹²	1,0 × 10 ⁻⁷
[HO ⁻] _{éq} (en mol·L ⁻¹)	1,0 × 10 ⁻¹³	2,0 × 10 ⁻¹²	5,0 × 10 ⁻³	1,0 × 10 ⁻⁷
Caractère acide, basique ou neutre	acide	acide	basique	solution neutre

40 a. Une base forte réagit de manière quasi totale avec l'eau, tandis que la réaction d'une base faible avec l'eau est limitée.

b. Par définition, $[HO^-]_{\text{éq}} = c = 4,5 \times 10^{-3} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$.

Par conséquent :

$$[H_3O^+]_{\text{éq}} = \frac{K_e(c^0)^2}{[HO^-]_{\text{éq}}} \quad \text{et} \quad pH = pK_e + \log\left(\frac{c}{c^0}\right) = 11,70.$$

c. Le pH de la solution de méthylamine est inférieur à celui-ci. En effet, la concentration en ions hydroxyde est plus petite dans la solution de base faible que dans celle de base forte de même concentration apportée, si bien que la concentration en ions oxonium est plus grande dans la solution de base faible que dans celle de base forte et le pH y sera plus petit.

41 a. $[H_3O^+]_{\text{éq}} = c^0 10^{-pH} = 2,0 \times 10^{-3} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$

Pour l'acide chlorhydrique, $[H_3O^+]_{\text{éq}} = c_1$: c'est donc un acide fort.

b. $C_2H_4O_2(aq) + H_2O(l) \rightleftharpoons C_2H_3O_2^-(aq) + H_3O^+(aq)$

$C_2H_3O_2Cl(aq) + H_2O(l) \rightleftharpoons C_2H_2O_2Cl^-(aq) + H_3O^+(aq)$

C.		$C_2H_4O_2(aq) + H_2O(l) \rightleftharpoons C_2H_3O_2^-(aq) + H_3O^+(aq)$			
Av.	Quantité de matière...	...de $C_2H_4O_2(aq)$...de $H_2O(l)$...de $C_2H_3O_2^-(aq)$...de $H_3O^+(aq)$
0	...apportée à l'état initial	c_2V	solvant	0	0
$x_{\text{éq}2}$...présente à l'état final	$c_2V - x_{\text{éq}2}$	solvant	$0 + x_{\text{éq}2}$	$0 + x_{\text{éq}2}$
$x_{\text{max}2}$...qui serait présente à l'état d'avancement maximal	$c_2V - x_{\text{max}2} = 0$	solvant	$0 + x_{\text{max}2} = c_2V$	$0 + x_{\text{max}2} = c_2V$

$$[C_2H_3O_2^-]_{\text{éq}} = [H_3O^+]_{\text{éq}} = \frac{x_{\text{éq}2}}{V} = 2,0 \times 10^{-3} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

$$[C_2H_4O_2]_{\text{éq}} = \frac{c_2V - x_{\text{éq}2}}{V} = c_2 - \frac{x_{\text{éq}2}}{V} = c_2 - [H_3O^+]_{\text{éq}}$$

$$[C_2H_4O_2]_{\text{éq}} = 0,25 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

$C_2H_3O_2Cl(aq) + H_2O(l) \rightleftharpoons C_2H_2O_2Cl^-(aq) + H_3O^+(aq)$					
Av.	Quantité de matière...	...de $C_2H_3O_2Cl(aq)$...de $H_2O(l)$...de $C_2H_2O_2Cl^-(aq)$...de $H_3O^+(aq)$
0	...apportée à l'état initial	c_3V	solvant	0	0
$x_{\text{éq}3}$...présente à l'état final	$c_3V - x_{\text{éq}3}$	solvant	$0 + x_{\text{éq}3}$	$0 + x_{\text{éq}3}$
$x_{\text{max}3}$...qui serait présente à l'état d'avancement maximal	$c_3V - x_{\text{max}3} = 0$	solvant	$0 + x_{\text{max}3} = c_3V$	$0 + x_{\text{max}3} = c_3V$

$$[C_2H_2O_2Cl^-]_{\text{éq}} = [H_3O^+]_{\text{éq}} = \frac{x_{\text{éq}3}}{V} = 2,0 \times 10^{-3} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

$$[C_2H_3O_2Cl]_{\text{éq}} = \frac{c_3V - x_{\text{éq}3}}{V} = c_3 - \frac{x_{\text{éq}3}}{V} = c_3 - [H_3O^+]_{\text{éq}}$$

$$[C_2H_3O_2Cl]_{\text{éq}} = 3,0 \times 10^{-3} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

$$d. \tau_{f2} = \frac{x_{\text{éq}2}}{x_{\text{max}2}} = \frac{c^0 10^{-pH}}{c_2} = 0,8 \%$$

$$\tau_{f3} = \frac{x_{\text{éq}3}}{x_{\text{max}3}} = \frac{c^0 10^{-pH}}{c_3} = 40 \%$$

Plus le taux d'avancement final est grand, plus la force de l'acide est grande. Par ordre croissant de force d'acide, on a donc l'acide éthanoïque puis l'acide chloroéthanoïque et enfin, l'acide chlorhydrique.

Exercice 42 corrigé à la fin du manuel de l'élève.

43 a. Si l'acide AH était fort, on aurait :

$$pH = -\log\left(\frac{c}{c^0}\right) = 1,80.$$

b. $AH + H_2O \rightleftharpoons A^- + H_3O^+$

$AH(aq) + H_2O(l) \rightleftharpoons A^-(aq) + H_3O^+(aq)$					
Av.	Quantité de matière...	...de $AH(aq)$...de $H_2O(l)$...de $A^-(aq)$...de $H_3O^+(aq)$
0	...apportée à l'état initial	cV	solvant	0	0
$x_{\text{éq}}$...présente à l'état final	$cV - x_{\text{éq}}$	solvant	$0 + x_{\text{éq}}$	$0 + x_{\text{éq}}$
x_{max}	...qui serait présente à l'état d'avancement maximal	$cV - x_{\text{max}} = 0$	solvant	$0 + x_{\text{max}} = cV$	$0 + x_{\text{max}} = cV$

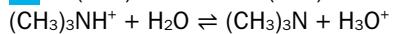
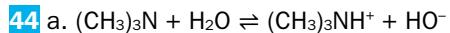
$$d. [A^-]_{\text{éq}} = [H_3O^+]_{\text{éq}} = \frac{x_{\text{éq}}}{V} = c^0 10^{-pH} = 1,6 \times 10^{-3} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

$$[AH]_{\text{éq}} = \frac{cV - x_{\text{éq}}}{V} = c - \frac{x_{\text{éq}}}{V} = c - [H_3O^+]_{\text{éq}} = 1,4 \times 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

$$e. \tau_f = \frac{x_{\text{éq}}}{x_{\text{max}}} = 9,9 \%. \text{ Il ne s'agit donc pas d'une réaction totale : l'acide AH est un acide faible.}$$

$$f. K_A = \frac{[A^-]_{\text{éq}}[H_3O^+]_{\text{éq}}}{[AH]_{\text{éq}}c^0} = 1,8 \times 10^{-4}$$

Cette détermination ne repose que sur une seule mesure de pH, elle n'est donc pas très précise.



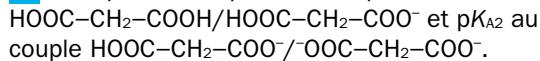
$$b. K_A = \frac{[(\text{CH}_3)_3\text{N}]_{\text{éq}} [\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{éq}}}{[(\text{CH}_3)_3\text{NH}^+]_{\text{éq}} c^0}$$

c. Sachant que $K_A = 1,4 \times 10^{-10}$, $\text{p}K_A = -\log(K_A) = 9,85$.

À pH = 12 > pK_A, c'est la forme basique, odorante, qui prédomine donc la solution est malodorante.

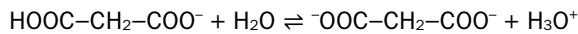
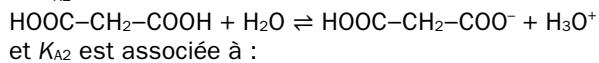
d. Pour rendre la solution inodore, il faudrait que ce soit la forme acide qui prédomine : il faut donc faire diminuer le pH de la solution en y ajoutant un acide.

45 1. a. pK_{A1} correspond au couple



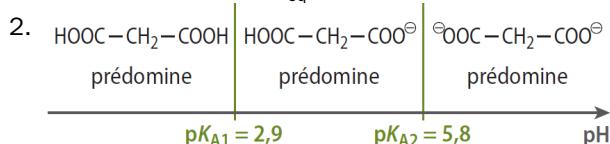
Une espèce possède un caractère amphotère si elle se comporte comme un acide et une base de Brönsted. C'est le cas de $\text{HOOC}-\text{CH}_2-\text{COO}^-$.

b. K_{A1} est associée à :



$$K_{A1} = \frac{[\text{HOOC}-\text{CH}_2-\text{COO}^-]_{\text{éq}} [\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{éq}}}{[\text{HOOC}-\text{CH}_2-\text{COOH}]_{\text{éq}} c^0}$$

$$K_{A2} = \frac{[\text{OOC}-\text{CH}_2-\text{COO}^-]_{\text{éq}} [\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{éq}}}{[\text{HOOC}-\text{CH}_2-\text{COO}^-]_{\text{éq}} c^0}$$



3. a. À pH = 4,2, on a $\text{p}K_{A1} < \text{pH} < \text{p}K_{A2}$ donc c'est la forme amphotère HOOC-CH₂-COO⁻ qui prédomine.

b. Si $[\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{éq}} = 1,0 \times 10^{-2} \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$

$$\text{pH} = -\log\left(\frac{[\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{éq}}}{c^0}\right) = 2,0 < \text{p}K_{A1}$$

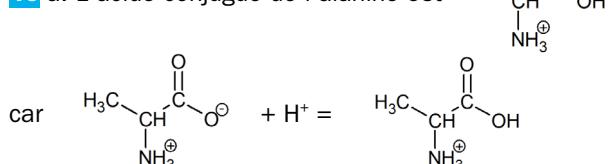
donc c'est HOOC-CH₂-COOH qui prédomine.

c. Si $[\text{HO}^-]_{\text{éq}} = c = 1,0 \times 10^{-5} \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$

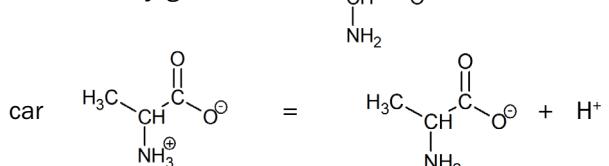
$$[\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{éq}} = \frac{K_e(c^0)^2}{[\text{HO}^-]_{\text{éq}}} \quad \text{et} \quad \text{pH} = \text{p}K_e + \log\left(\frac{c}{c^0}\right) = 9,0 > \text{p}K_{A2}$$

donc c'est OOC-CH₂-COO⁻ qui prédomine.

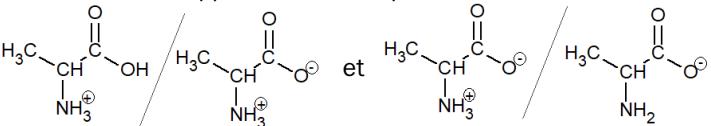
46 a. L'acide conjugué de lalanine est



Sa base conjuguée est

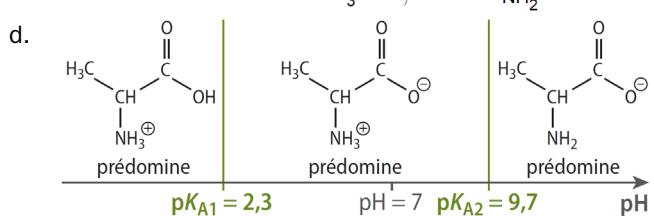
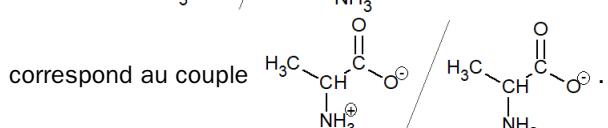
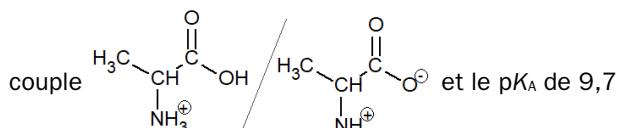


b. Le zwitterion appartient aux couples :



Une telle espèce qui se comporte comme un acide et une base de Brönsted est amphotère.

c. Plus le pK_A est petit, plus la force de l'acide du couple est grande donc le pK_A de 2,3 correspond au



Le zwitterion est donc bien la forme prédominante à pH = 7 (pK_{A1} = 2,3 < pH < pK_{A2} = 9,7).

Exercice 47 corrigé à la fin du manuel de l'élève.

48 a. On a $[\text{In}^-] + [\text{HIn}] = c$, avec c la concentration totale en indicateur.

$$\text{Si } \frac{[\text{In}^-]}{[\text{HIn}]} = \frac{1}{10}, \text{ alors } 10[\text{In}^-] = [\text{HIn}]$$

$$\text{donc } 11[\text{In}^-] = c \text{ et } [\text{In}^-] = \frac{c}{11} = 0,25 \times 10^{-5} \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$$

et $[\text{HIn}] = 2,5 \times 10^{-5} \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$, ce qui est atteint à pH = 6,4.

$$\text{De même, si } \frac{[\text{In}^-]}{[\text{HIn}]} = 10, \text{ alors } 10[\text{HIn}] = [\text{In}^-]$$

$$\text{donc } 11[\text{HIn}] = c \text{ et } [\text{HIn}] = \frac{c}{11} = 0,25 \times 10^{-5} \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$$

et $[\text{In}^-] = 2,5 \times 10^{-5} \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$, ce qui est atteint à pH = 7,9.

La zone de virage de l'indicateur est donc comprise entre pH = 6,4 et pH = 7,9.

b. À l'intersection des deux courbes, il y a autant de forme acide que de forme basique de l'indicateur : pH = 7,2.

Or $\text{pH} = \text{p}K_A + \log\left(\frac{[\text{In}^-]}{[\text{HIn}]}\right) = \text{p}K_A + \log(1) = \text{p}K_A$ lorsqu'il y a autant de forme acide que de forme basique donc $\text{p}K_A = 7,2$.

49 a. $\text{H}_3\text{A}/\text{H}_2\text{A}^- \quad \text{H}_2\text{A}^-/\text{HA}^{2-} \quad \text{HA}^{2-}/\text{A}^{3-}$

Aux pH les plus bas, c'est donc la forme H₃A qui prédomine (courbe ①), puis c'est H₂A⁻ (courbe ②), HA²⁻ (courbe ③) et A³⁻ (courbe ④).

b. Une espèce possède un caractère amphotère si elle se comporte comme un acide et une base de Brönsted. C'est le cas de H₂A⁻ et HA²⁻.

c. À l'intersection de deux courbes, il y a autant des deux formes.

Or, par exemple :

$$\text{pH} = \text{p}K_{\text{A}1} + \log\left(\frac{[\text{H}_2\text{A}^-]_{\text{éq}}}{[\text{AH}]_{\text{éq}}}\right) = \text{p}K_{\text{A}1} + \log(1) = \text{p}K_{\text{A}1}$$

Pour $\text{H}_3\text{PO}_4/\text{H}_2\text{PO}_4^-$, $\text{p}K_{\text{A}1} = 2,1$; pour $\text{H}_2\text{PO}_4^-/\text{HPO}_4^{2-}$, $\text{p}K_{\text{A}2} = 7,2$ et pour $\text{HPO}_4^{2-}/\text{PO}_4^{3-}$, $\text{p}K_{\text{A}3} = 12,3$.

d. Graphiquement, on détermine qu'une solution contient 90 % de la forme HA^{2-} à $\text{pH} = 8,2$ et 11,4.

e. Une solution de $\text{pH} = 3,0$ contient 90 % de H_2A^- et 10 % de H_3A , donc $[\text{H}_2\text{A}^-] = 0,90c = 0,090 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$ et $[\text{H}_3\text{A}] = 0,10c = 0,010 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$.

f. Dans le sérum de $\text{pH} = 7,4$, HA^{2-} prédomine ; dans l'urine de pH voisin de 6,0, c'est H_2A^- et dans des boissons au cola de pH proche de 2,5, c'est H_3A .

50 Soit n la quantité de matière, m la masse et M la masse molaire de l'acide chloroacétique :

$$n = \frac{m}{M} = 0,10 \text{ mol}$$

Soit n' la quantité de matière, c' la concentration et V' le volume de la solution d'ions hydroxyde :

$$n' = c'V' = 1,2 \times 10^{-2} \text{ mol}$$

L'acide monochloroacétique réagit avec les ions hydroxyde suivant l'équation :



Par conséquent, si V est le volume de la solution, la concentration finale de $\text{C}_2\text{H}_3\text{O}_2\text{Cl}$ est :

$$[\text{C}_2\text{H}_3\text{O}_2\text{Cl}]_{\text{éq}} = \frac{n - n'}{V} = 0,88 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} \text{ et la concentration finale de } \text{C}_2\text{H}_2\text{O}_2\text{Cl}^- \text{ est } [\text{C}_2\text{H}_2\text{O}_2\text{Cl}^-]_{\text{éq}} = \frac{n'}{V} = 0,12 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}.$$

Or $\text{pH} = \text{p}K_{\text{A}} + \log\left(\frac{[\text{C}_2\text{H}_2\text{O}_2\text{Cl}^-]_{\text{éq}}}{[\text{C}_2\text{H}_3\text{O}_2\text{Cl}]_{\text{éq}}}\right)$

$$\text{pH} = -\log(K_{\text{A}}) + \log\left(\frac{[\text{C}_2\text{H}_2\text{O}_2\text{Cl}^-]_{\text{éq}}}{[\text{C}_2\text{H}_3\text{O}_2\text{Cl}]_{\text{éq}}}\right) = 2,0$$

donc le pH de la solution tampon ainsi préparée est bien celui annoncé par l'ANSM.

51 1. a. Pour que le pH de la solution soit égal au $\text{p}K_{\text{A}}$ du couple, les concentrations en forme acide et en forme basique, et donc leurs quantités de matière doivent être égales : $c_1V_1 = c_2V_2$

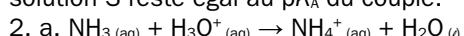
D'autre part, il faut que $V_1 + V_2 = V$.

On a donc : $c_1V_1 = c_2(V - V_1)$

$$\text{soit } V_1 = \frac{c_2V}{c_1 + c_2} = 120 \text{ mL et } V_2 = 80 \text{ mL.}$$

b. Le pH de S doit peu varier par ajout modéré de bases ou d'acides, ou par dilution modérée.

c. Si les concentrations des formes acide et basique sont toutes deux divisées par 10, elles restent égales l'une à l'autre, si bien que le pH de la solution S reste égal au $\text{p}K_{\text{A}}$ du couple.



Les nouvelles concentrations en $\text{NH}_3 \text{ (aq)}$ et $\text{NH}_4^+ \text{ (aq)}$ sont :

$$[\text{NH}_3] = \frac{c_1V_1 - n}{V} = 6,0 \times 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

$$[\text{NH}_4^+] = \frac{c_2V_2 + n}{V} = 6,1 \times 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

Or $\text{pH} = \text{p}K_{\text{A}} + \log\left(\frac{[\text{NH}_3]_{\text{éq}}}{[\text{NH}_4^+]_{\text{éq}}}\right) = 9,22$. Cet ajout n'a pas occasionné de variation notable de pH.

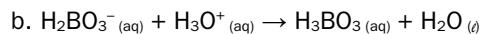
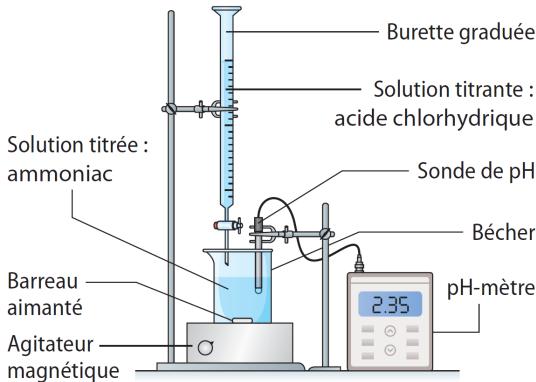
b. La concentration en ions oxonium de la solution qui aurait été obtenue en faisant cet ajout dans de l'eau est $[\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{éq}} = \frac{n}{V} = 5,0 \times 10^{-4} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$.

Le pH final aurait donc été $\text{pH} = -\log\left(\frac{[\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{éq}}}{c^0}\right) = 3,30$.

Le pH aurait donc varié de $3,30 - 7,00 = -3,70$.

La solution S a donc bien réagi comme une solution tampon contrairement à de l'eau.

52 a.



c. D'après la méthode de la dérivée, le volume V_E de solution d'acide chlorhydrique versée à l'équivalence est $V_E = 20,0 \text{ mL}$.

À l'équivalence, les réactifs titré et titrant ont été introduits dans les proportions stœchiométriques, ce qui correspond ici, d'après les nombres stœchiométriques de l'équation à des quantités de matière égales, soit $cV_E = c_1V_1$

$$\text{donc } c_1 = \frac{cV_E}{V_1} = 0,10 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}.$$

d. Pour un titrage colorimétrique, l'indicateur choisi doit avoir sa zone de virage qui inclut le pH à l'équivalence, donc ici, le rouge de méthyle dont la zone de virage est comprise entre $\text{pH} = 4,8$ et 6,0 peut être utilisé.

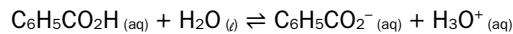
e. Les concentrations des formes acide et basique du couple à la demi-équivalence sont égales : il reste la moitié de la forme basique qui n'a pas encore été consommée et on a formé autant de forme acide que d'ions oxonium consommés, ce qui correspond donc à la moitié de la quantité de base à titrer.

Par conséquent, le pH de la solution à la demi-équivalence est égal au $\text{p}K_{\text{A}}$ du couple de l'ammoniac : pour $V = 10,0 \text{ mL}$, $\text{pH} = 9,2 = \text{p}K_{\text{A}}$.

53 1. Soit $V = 1,00 \text{ L}$ le volume de solution saturée.

$$c = \frac{m}{MV} = 2,80 \times 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

2. a. Un acide faible est un acide qui ne réagit pas totalement avec l'eau.



b. La constante d'acidité K_{A} est la constante d'équilibre associée à la réaction précédente.

$$K_{\text{A}} = \frac{[\text{C}_6\text{H}_5\text{CO}_2^-]_{\text{éq}} [\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{éq}}}{[\text{C}_6\text{H}_5\text{CO}_2\text{H}]_{\text{éq}} c^0} \text{ et } K_{\text{A}} = 10^{-\text{p}K_{\text{A}}} = 6,5 \times 10^{-5}$$

3. a.

		$\text{C}_6\text{H}_5\text{CO}_2\text{H}_{(\text{aq})} + \text{H}_2\text{O}_{(\ell)} \rightleftharpoons \text{C}_6\text{H}_5\text{CO}_2^{\text{-}}_{(\text{aq})} + \text{H}_3\text{O}^+_{(\text{aq})}$			
Av.	Quantité de matière...	...de $\text{C}_6\text{H}_5\text{CO}_2\text{H}_{(\text{aq})}$...de $\text{H}_2\text{O}_{(\ell)}$...de $\text{C}_6\text{H}_5\text{CO}_2^{\text{-}}_{(\text{aq})}$...de $\text{H}_3\text{O}^+_{(\text{aq})}$
0	...apportée à l'état initial	cV	solvant	0	0
x_f	...présente à l'état final	$cV - x_f$	solvant	$0 + x_f$	$0 + x_f$
x_{\max}	...qui serait présente à l'état d'avancement maximal	$cV - x_{\max} = 0$	solvant	$0 + x_{\max} = cV$	$0 + x_{\max} = cV$

$$cV - x_{\max} = 0 \text{ donc } x_{\max} = cV = 5,6 \times 10^{-4} \text{ mol}$$

$$\text{b. } [\text{C}_6\text{H}_5\text{CO}_2^-]_{\text{éq}} = [\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{éq}} = \frac{x_f}{V}$$

$$[\text{C}_6\text{H}_5\text{CO}_2\text{H}]_{\text{éq}} = \frac{cV - x_f}{V} = c - \frac{x_f}{V}$$

c. On injecte les relations précédentes dans

$$\text{l'expression du } K_A \text{ (cf 2b)} : K_A = \frac{x_f^2}{(cV - x_f)c^0V}$$

$$\text{d. L'équation du second degré vérifiée par } x_f \text{ est donc : } x_f^2 + K_A c^0 V x_f - K_{\text{AC}} c^0 V^2 = 0$$

On ne retient pour x_f que la valeur positive :

$$x_f = \frac{-K_A c^0 V + \sqrt{(K_A c^0 V)^2 + 4 K_{\text{AC}} c^0 V^2}}{2} = 2,6 \times 10^{-5} \text{ mol}$$

e. Le système chimique contient donc finalement $x_f = 2,6 \times 10^{-5} \text{ mol}$ d'ions oxonium et benzoate, ainsi que $cV - x_f = 5,3 \times 10^{-4} \text{ mol}$ d'acide benzoïque.

Son pH final est tel que $\text{pH} = -\log\left(\frac{x_f}{Vc^0}\right) = 2,9$.

f. τ_f est le quotient de l'avancement final par l'avancement maximal : $\tau_f = \frac{x_f}{x_{\max}} = 4,6 \%$. La réaction de l'acide benzoïque avec l'eau est donc très limitée.

4. a. D'après la loi de Kohlrausch, la solution d'acide benzoïque contenant des ions benzoate et oxonium :

$$\sigma = \lambda_{\text{H}_3\text{O}^+} \times [\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{éq}} + \lambda_{\text{C}_6\text{H}_5\text{CO}_2^-} \times [\text{C}_6\text{H}_5\text{CO}_2^-]_{\text{éq}}$$

$$\sigma = (\lambda_{\text{H}_3\text{O}^+} + \lambda_{\text{C}_6\text{H}_5\text{CO}_2^-}) \times \frac{x_f}{V} \text{ d'après 3b. Donc } \sigma = a \frac{x_f}{V}.$$

$$\text{b. D'après 3c, } K_A = \frac{x_f^2}{(cV - x_f)c^0V}$$

$$\text{donc } K_A = \frac{\left(\frac{\sigma V}{a}\right)^2}{\left(cV - \frac{\sigma V}{a}\right)c^0V} = \frac{\left(\frac{\sigma}{a}\right)^2}{\left(c - \frac{\sigma}{a}\right)c^0} = \frac{\sigma^2}{a^2 c c^0 - a \sigma c^0}$$

$$K_A = \frac{\sigma^2}{a^2 c^0 - \frac{\sigma}{c} a^0} \quad \text{soit } \frac{\sigma^2}{c} = -K_A a c^0 + K_A a^2 c^0$$

Le coefficient directeur de la droite est donc égal à $-K_A a c^0$, tandis que son ordonnée à l'origine est $K_A a^2 c^0$.

On a donc :

$$a = -\frac{K_A a^2 c^0}{-K_A a c^0} = \frac{5,81 \times 10^{-8}}{1,52 \times 10^{-6}} = 38,2 \times 10^{-3} \text{ S} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{mol}^{-1}$$

$$\text{et } K_A = \frac{1,52 \times 10^{-6}}{38,2 \times 10^{-3}} = 3,98 \times 10^{-5}.$$

À 25 °C, $K_A = 10^{-pK_A} = 6,46 \times 10^{-5}$ donc la constante d'acidité augmente avec la température.

$$54 \text{ 1. a. } [\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{éq}} = c^0 10^{-\text{pH}} = 4 \times 10^{-8} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

$$\text{et } [\text{HO}^-]_{\text{éq}} = \frac{K_e(c^0)^2}{[\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{éq}}} = \frac{10^{-pK_e}(c^0)^2}{c^0 10^{-\text{pH}}} = c^0 10^{-pK_e + \text{pH}}$$

$$[\text{HO}^-]_{\text{éq}} = 6 \times 10^{-7} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

Par conséquent, $[\text{HO}^-]_{\text{éq}} > [\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{éq}}$: le sang est basique.

$$\text{b. } \text{pH} = \text{p}K_A + \log\left(\frac{[\text{A}^-]_{\text{éq}}}{[\text{AH}]_{\text{éq}}}\right) \text{ donc } \frac{[\text{A}^-]_{\text{éq}}}{[\text{AH}]_{\text{éq}}} = 10^{\text{pH}-\text{p}K_A} = 40$$

Soit P_A le pourcentage de la forme acide et P_B celui de la forme basique :

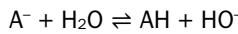
$$P_A = \frac{[\text{AH}]_{\text{éq}}}{[\text{A}^-]_{\text{éq}} + [\text{AH}]_{\text{éq}}} = \frac{1}{\frac{[\text{A}^-]_{\text{éq}}}{[\text{AH}]_{\text{éq}}} + 1} = 2 \%$$

$$P_B = \frac{[\text{A}^-]_{\text{éq}}}{[\text{A}^-]_{\text{éq}} + [\text{AH}]_{\text{éq}}} = \frac{\frac{[\text{A}^-]_{\text{éq}}}{[\text{AH}]_{\text{éq}}}}{\frac{[\text{A}^-]_{\text{éq}}}{[\text{AH}]_{\text{éq}}} + 1} = 98 \%$$

La forme basique est donc prédominante dans le sang.

c. Si le pH des urines diminue, le rapport $\frac{[\text{A}^-]_{\text{éq}}}{[\text{AH}]_{\text{éq}}}$ diminue également, ce qui veut dire que le pourcentage de forme acide augmente au détriment de celui de la forme basique. Or l'acide urique est beaucoup moins soluble que sa forme basique donc, si sa quantité augmente, des calculs risquent de se former.

2. a. Une base faible donne une réaction limitée avec l'eau.



$$\text{b. } K = \frac{\left(\frac{[\text{AH}]_{\text{éq}}}{c^0}\right)^1 \times \left(\frac{[\text{HO}^-]_{\text{éq}}}{c^0}\right)^1}{\left(\frac{[\text{A}^-]_{\text{éq}}}{c^0}\right)^1 \times 1} = \frac{[\text{AH}]_{\text{éq}} \times [\text{HO}^-]_{\text{éq}}}{[\text{A}^-]_{\text{éq}} \times c^0} = \frac{K_e}{K_A}$$

$$K = \frac{[\text{AH}]_{\text{éq}} \times [\text{HO}^-]_{\text{éq}} \times [\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{éq}}}{[\text{A}^-]_{\text{éq}} \times c^0 \times [\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{éq}}} = \frac{K_e}{K_A} = 1,5 \times 10^{-8}$$

$$55 \text{ 1. a. } [\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{éq}} = c^0 10^{-\text{pH}} = 8 \times 10^{-12} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

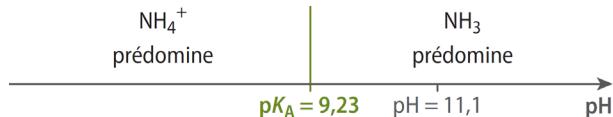
$$\text{et } [\text{HO}^-]_{\text{éq}} = \frac{K_e(c^0)^2}{[\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{éq}}} = \frac{10^{-pK_e}(c^0)^2}{c^0 10^{-\text{pH}}} = c^0 10^{-pK_e + \text{pH}}$$

$$[\text{HO}^-]_{\text{éq}} = 1 \times 10^{-3} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

Par conséquent, $[\text{HO}^-]_{\text{éq}} > [\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{éq}}$ et la solution est basique.

b. $\text{NH}_3_{(\text{aq})}$ est la base conjuguée de $\text{NH}_4^+_{(\text{aq})}$. En effet, $\text{NH}_3_{(\text{aq})} + \text{H}^+ = \text{NH}_4^+_{(\text{aq})}$ donc le couple est $\text{NH}_4^+_{(\text{aq})}/\text{NH}_3_{(\text{aq})}$.

c. À pH = 11,1 > p K_A , l'espèce prédominante est $\text{NH}_3_{(\text{aq})}$.



$$2. \text{ a. } \text{NH}_3_{(\text{aq})} + \text{H}_3\text{O}^+_{(\text{aq})} \rightarrow \text{NH}_4^+_{(\text{aq})} + \text{H}_2\text{O}_{(\ell)}$$

$$K = \frac{\left(\frac{[\text{NH}_4^+]_{\text{éq}}}{c^0}\right)^1 \times 1}{\left(\frac{[\text{NH}_3]_{\text{éq}}}{c^0}\right)^1 \times \left(\frac{[\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{éq}}}{c^0}\right)^1} = \frac{[\text{NH}_4^+]_{\text{éq}} \times c^0}{[\text{NH}_3]_{\text{éq}} \times [\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{éq}}} = \frac{1}{K_A}$$

$$K = 10^{\text{p}K_A} = 1,6 \times 10^9$$

Cette constante étant très grande, la réaction peut être considérée comme totale.

b. $V_A = 6,0 \text{ mL} < V_{AE} = 10,4 \text{ mL}$: avant l'équivalence, le réactif limitant est le réactif titrant, $\text{H}_3\text{O}^+_{(\text{aq})}$.

	$\text{NH}_3 \text{(aq)} + \text{H}_3\text{O}^+ \text{(aq)} \rightarrow \text{NH}_4^+ \text{(aq)} + \text{H}_2\text{O} \text{(l)}$				
Av.	Quantité de matière...	...de $\text{NH}_3 \text{(aq)}$...de $\text{H}_3\text{O}^+ \text{(aq)}$...de $\text{NH}_4^+ \text{(aq)}$	
0	...apportée à l'état initial	cV_B	$c_A V_A$	0	solvant
x_f	...présente à l'état final	$cV_B - x_f$	$c_A V_A - x_f$	$0 + x_f$	solvant
x_{\max}	...qui serait présente à l'état d'avancement maximal	$cV_B - x_{\max}$ $= 0$	$c_A V_A - x_{\max}$ $= c_A V_A$	$0 + x_{\max}$ $= c_A V_A$	solvant

$$[\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{éq}} = c^0 10^{-\text{pH}} = \frac{c_A V_A - x_f}{V_A + V}$$

Donc $x_f = c_A V_A - c^0 10^{-\text{pH}}(V_A + V) = 3,0 \times 10^{-4} \text{ mol}$
et $x_{\max} = c_A V_A = 3,0 \times 10^{-4} \text{ mol}$

Par conséquent, $\tau_f = \frac{x_f}{x_{\max}} = 1,0$: la réaction est totale.

3. a. Grâce au simulateur, on retrouve $V_{AE} = 18,7 \text{ mL}$. Avant l'équivalence, le BBT est bleu, tandis qu'après l'équivalence, il est jaune : l'équivalence est repérée par le virage au vert du BBT.

b. Si on suppose que le choix d'indicateur était justifié, on peut dire que le pH à l'équivalence est compris entre 6,0 et 7,6. En effet, un indicateur est adapté à un titrage acido-basique si le pH à l'équivalence est inclus dans la zone de virage de l'indicateur.

c. À l'équivalence, les réactifs titré et titrant ont été introduits dans les proportions stœchiométriques, ce qui correspond ici à des quantités de matière égales puisque leurs nombres stœchiométriques sont égaux :

$$cV_B = c_A V_{AE} \text{ donc } c = \frac{c_A V_{AE}}{V_B} = 9,4 \times 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

$$c_0 = 100c = 9,4 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

d. Si V est le volume de la solution commerciale :

$$p_{\text{exp}} = \frac{c_0 V M}{\rho_0 V} = \frac{c_0 M}{\rho_0} = 17,4 \%$$

$$\text{e. } \frac{|p_{\text{exp}} - p_{\text{réf}}|}{u(p)} = \frac{0,6}{0,5} = 1,2$$

La valeur p_{exp} est conforme à la valeur de référence.

56 1. a. Le pH d'une solution tampon doit peu varier par ajout modéré de bases ou d'acides, ou par dilution modérée.

b. La variation de pH occasionnée par l'ajout de solutions d'hydroxyde de sodium de volumes V compris entre 3 et 8 mL est de 1 et de 0,8 pour des volumes entre 11 et 15 mL.

c. Les solutions obtenues lors du mélange des solutions d'acide éthanoïque avec des solutions d'hydroxyde de sodium de volumes compris entre 3 et 8 mL constituent des solutions tampons car leur pH ne varie quasiment pas par ajout de base (cf question précédente) et ne varie pas par dilution (les courbes obtenues pour différentes concentrations sont confondues).

Pour des volumes compris entre 11 et 15 mL, on parle de pseudo-tampons car le pH de ces solutions ne varie que très peu par ajout de base mais est sensible à la dilution (les courbes obtenues pour différentes concentrations ne sont pas confondues).

2. a. Pour $V = 6,0 \text{ mL}$ d'une solution d'hydroxyde de sodium à $0,10 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$, on lit (courbe rouge) que $\text{pH} = 5,0$.

$$\text{b. } \text{pH} = \text{p}K_A + \log\left(\frac{[\text{A}^-]_{\text{éq}}}{[\text{AH}]_{\text{éq}}}\right) \text{ donc } \frac{[\text{A}^-]_{\text{éq}}}{[\text{AH}]_{\text{éq}}} = 10^{\text{pH}-\text{p}K_A}$$

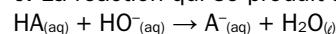
Or $c = [\text{HA}]_{\text{éq}} + [\text{A}^-]_{\text{éq}}$

$$\text{donc } c = [\text{HA}]_{\text{éq}} \left(1 + \frac{[\text{A}^-]_{\text{éq}}}{[\text{AH}]_{\text{éq}}}\right) = [\text{HA}]_{\text{éq}}(1 + 10^{\text{pH}-\text{p}K_A})$$

$$\text{donc } [\text{HA}]_{\text{éq}} = \frac{c}{1 + 10^{\text{pH}-\text{p}K_A}} = 3,9 \times 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} \text{ et}$$

$$[\text{A}^-]_{\text{éq}} = [\text{AH}]_{\text{éq}} 10^{\text{pH}-\text{p}K_A} = \frac{c 10^{\text{pH}-\text{p}K_A}}{1 + 10^{\text{pH}-\text{p}K_A}} = 6,1 \times 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

c. La réaction qui se produit a pour équation :



Soit $[\text{HA}]'$ et $[\text{A}^-]'$ les nouvelles concentrations des espèces :

$$[\text{HA}]'_{\text{éq}} = \frac{[\text{HA}]_{\text{éq}} V - n}{V} = [\text{HA}]_{\text{éq}} - \frac{n}{V} = 2,9 \times 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

$$[\text{A}^-]'_{\text{éq}} = \frac{[\text{A}^-]_{\text{éq}} V + n}{V} = [\text{A}^-]_{\text{éq}} + \frac{n}{V} = 7,1 \times 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

Le nouveau pH est donc :

$$\text{pH}' = \text{p}K_A + \log\left(\frac{[\text{A}^-]'}{[\text{HA}]'}\right) = 5,15$$

Le pH a donc varié de 0,15.

d. Si on avait ajouté cette quantité d'hydroxyde de sodium au même volume d'eau pure, la concentration des ions hydroxyde en solution aurait été :

$$[\text{HO}^-]_{\text{éq}} = \frac{n}{V} = 1,0 \times 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

Donc celle des ions oxonium aurait été égale à :

$$[\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{éq}} = \frac{K_e(c^0)^2}{[\text{HO}^-]_{\text{éq}}} = 1,0 \times 10^{-12} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

Et le pH de la solution aurait été égal à :

$$\text{pH} = -\log\left(\frac{[\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{éq}}}{c^0}\right) = 12,00$$

La variation de pH aurait donc été égale à :

$12,00 - 7,00 = 5,00$ ce qui est largement supérieur à la variation de 0,15 obtenue avec la solution tampon.

e. Soit $[\text{HA}]''$ et $[\text{A}^-]''_{\text{éq}}$ les nouvelles concentrations des espèces :

$$[\text{HA}]''_{\text{éq}} = \frac{[\text{HA}]_{\text{éq}} V + n'}{V} = [\text{HA}]_{\text{éq}} + \frac{n'}{V} = 4,9 \times 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

$$[\text{A}^-]''_{\text{éq}} = \frac{[\text{A}^-]_{\text{éq}} V - n'}{V} = [\text{A}^-]_{\text{éq}} - \frac{n'}{V} = 6,1 \times 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

Le nouveau pH est donc :

$$\text{pH}'' = \text{p}K_A + \log\left(\frac{[\text{A}^-]''}{[\text{HA}]''}\right) = 4,86$$

Le pH a donc varié en valeur absolue de 0,10.

Si on avait ajouté cette quantité d'acide chlorhydrique au même volume d'eau pure, la concentration des ions oxonium en solution aurait été :

$$[\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{éq}} = \frac{n'}{V} = 1,0 \times 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

Et le pH de la solution aurait été égal à :

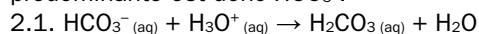
$$\text{pH} = -\log\left(\frac{[\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{éq}}}{c^0}\right) = 2,00$$

La variation de pH aurait donc été égale en valeur absolue à $7,00 - 2,00 = 5,00$, ce qui est largement supérieur à la variation de 0,10 obtenue avec la solution tampon.

Exercice 57 corrigé à l'adresse hatier-clic.fr/pct230b

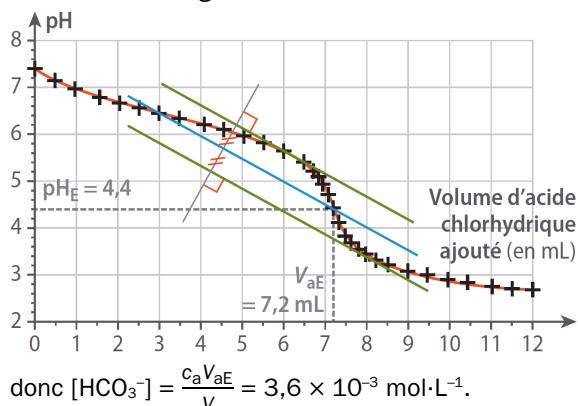
- 58** 1.1. À l'intersection de deux courbes du diagramme de distribution, les concentrations des espèces conjuguées représentées sont égales, si bien que le pH est alors égal au pK_A du couple. Par conséquent, à l'intersection des courbes représentant les pourcentages de H_2CO_3 et HCO_3^- , la valeur du pH est égale à pK_{A1} : $pK_{A1} = 6,4$. De même, à l'intersection des courbes représentant les pourcentages de HCO_3^- et CO_3^{2-} , on lit $pK_{A2} = 10,3$.
- 1.2.
- | | | |
|---|--|--|
| $\text{H}_2\text{CO}_3 \text{ (aq)}$
prédomine | $\text{HCO}_3^- \text{ (aq)}$
prédomine | $\text{CO}_3^{2-} \text{ (aq)}$
prédomine |
| $pK_{A1} = 6,4$ | $pK_{A2} = 10,3$ | pH |

1.3. Le pH d'une eau vaut 7,4. Lorsqu'on y introduit du dioxyde de carbone, celui-forme, en se dissolvant, H_2CO_3 . Cet acide réagit avec l'eau suivant l'équation : $\text{H}_2\text{CO}_3 \text{ (aq)} + \text{H}_2\text{O} \rightleftharpoons \text{HCO}_3^- \text{ (aq)} + \text{H}_3\text{O}^+ \text{ (aq)}$ Il y a donc formation d'ions oxonium : le pH diminue. À pH = 7,4 ($pK_{A1} = 6,4 < \text{pH} < pK_{A2} = 10,3$), sa forme prédominante est donc HCO_3^- .



2.2. À l'équivalence, les réactifs titré et titrant ont été introduits dans les proportions stœchiométriques, ce qui correspond ici à des quantités de matière égales puisque leurs nombres stœchiométriques sont égaux : $[\text{HCO}_3^-]V = c_a V_{aE}$ si V_{aE} est le volume d'acide chlorhydrique versé à l'équivalence.

Ce volume est déterminé graphiquement par la méthode des tangentes :



2.3. $\text{pH} = pK_{A1} + \log\left(\frac{[\text{HCO}_3^-]}{[\text{H}_2\text{CO}_3]}\right)$ donc :

$$[\text{H}_2\text{CO}_3] = [\text{HCO}_3^-] \times 10^{(pK_{A1}-\text{pH})} = 3,6 \times 10^{-4} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

2.4. $C_m = [\text{H}_2\text{CO}_3]M = 22 \text{ mg} \cdot \text{L}^{-1}$

2.5. À pH = 7,4 et $C_m = 22 \text{ mg} \cdot \text{L}^{-1}$, les conditions pour les plantes et les poissons sont optimales d'après le tableau fourni. En effet, à ce pH, les concentrations en masse optimales sont comprises entre 11 et 23 mg·L⁻¹.

59 1.1. Un acide de Brönsted est une espèce susceptible de céder un ion hydrogène H^+ . L'acide citrique est qualifié de « triacide » car il est susceptible de libérer successivement trois ions hydrogène.

1.2. Si l'acide citrique est noté H_3A , les couples de l'acide citrique peuvent être notés $\text{H}_3\text{A}/\text{H}_2\text{A}^-$ (**d/a**) ; $\text{H}_2\text{A}^-/\text{HA}^{2-}$ (**a/c**) ; $\text{HA}^{2-}/\text{CO}_3^{2-}$ (**c/b**). Aux pH les plus acides, c'est l'acide citrique **d** qui prédomine, puis sa base conjuguée **a**, etc.

La courbe **①** correspond donc à la forme **d**, la courbe **②** à la forme **a**, la courbe **③** à la forme **c** et la courbe **④** à la forme **b**.

1.3. À pH = 3,2, les courbes **①** et **②** se coupent, ce qui signifie que les concentrations des formes représentées, **d** et **a**, sont identiques. Par conséquent, le pH est alors égal au pK_A de ce couple : $pK_{A1} = 3,2$.

1.4. À pH = 2,5, le diagramme de distribution montre que seules les formes **d** et **a** sont présentes en quantité non négligeable. Il y a alors 80 % de la forme **d** et 20 % de la forme **a**.

Soit c la concentration en acide citrique apporté :

$$c = [\text{H}_3\text{A}]_{\text{éq}} + [\text{H}_2\text{A}^-]_{\text{éq}}$$

$$\text{pH} = pK_{A1} + \log\left(\frac{[\text{H}_2\text{A}^-]_{\text{éq}}}{[\text{H}_3\text{A}]_{\text{éq}}}\right) \text{ donc } \frac{[\text{H}_2\text{A}^-]_{\text{éq}}}{[\text{H}_3\text{A}]_{\text{éq}}} = 10^{\text{pH}-pK_{A1}}$$

$$\text{donc } c = [\text{H}_3\text{A}]_{\text{éq}} \left(1 + \frac{[\text{H}_2\text{A}^-]_{\text{éq}}}{[\text{H}_3\text{A}]_{\text{éq}}}\right) = [\text{H}_3\text{A}]_{\text{éq}}(1 + 10^{\text{pH}-pK_{A1}})$$

$$\text{donc } [\text{H}_3\text{A}]_{\text{éq}} = \frac{c}{1 + 10^{\text{pH}-pK_{A1}}} = 13 \text{ mmol} \cdot \text{L}^{-1} \text{ et}$$

$$[\text{H}_2\text{A}^-]_{\text{éq}} = [\text{H}_3\text{A}]_{\text{éq}} 10^{\text{pH}-pK_{A1}} = \frac{c 10^{\text{pH}-pK_{A1}}}{1 + 10^{\text{pH}-pK_{A1}}} = 2 \text{ mmol} \cdot \text{L}^{-1}.$$

2.1. D'après la méthode de la dérivée, $V_E = 16,4 \text{ mL}$ pour un pH de 8,4.

2.2. L'indicateur coloré que l'on pourrait utiliser pour réaliser ce titrage doit avoir sa zone de virage qui inclut le pH à l'équivalence. Il pourrait donc s'agir de la phénolphthaleine. L'équivalence serait donc détectée par le virage au rose pâle de la solution, initialement incolore.

2.3. Calculons la quantité de matière n_a d'acide citrique de la solution titrée. À l'équivalence, les réactifs titré et titrant ont été introduits dans les proportions

stœchiométriques, ce qui correspond ici à $\frac{n_a}{1} = \frac{cV_E}{3}$ si n_a est la quantité de matière d'acide citrique titré.

$$\text{Cela correspond à une masse } m_1 = n_a M_1 = \frac{cV_E M_1}{3}$$

si l'acide citrique est anhydre et $m_2 = n_a M_2 = \frac{cV_E M_2}{3}$ s'il est hydraté.

$m_1 = 0,051 \text{ g}$ et $m_2 = 0,056 \text{ g}$. Comme $m_2 > m_1$, ce n'est pas possible que l'acide citrique soit hydraté.

Pour estimer la pureté de l'acide citrique, on calcule le pourcentage massique de l'acide citrique dans le détartrant, soit le quotient de la masse d'acide citrique anhydre m_1 sur la masse de détartrant m : $\frac{m_1}{m} = 96 \%$.

Le détartrant est de l'acide tartrique quasiment pur.

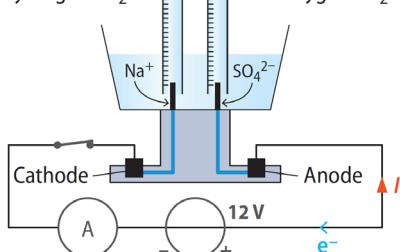
8. Évolution forcée d'un système chimique

Activités

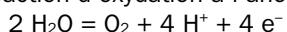
p. 238 à 240

① Électrolyse de l'eau

1. On réalise le protocole indiqué.

2. a. Dihydrogène H₂ — Dioxigène O₂

b. Il y a une réaction d'oxydation à l'anode :



et une réaction de réduction à la cathode :

On en déduit l'équation bilan : $2 \text{H}_2\text{O} \rightleftharpoons 2 \text{H}_2 + \text{O}_2$ 3. a. Calcul des quantités de matière pour $V_A = 50 \text{ mL}$,

$$V_c = 100 \text{ mL} \text{ et sachant que } n = \frac{V}{V_m} :$$

$$n_{\text{O}_2} = \frac{0,05}{24} = 2,1 \times 10^{-3} \text{ mol}$$

$$n_{\text{H}_2} = \frac{0,10}{24} = 4,2 \times 10^{-3} \text{ mol}$$

Il se forme bien deux fois plus de dihydrogène que de dioxygène.

$$\text{b. } n_{\text{e}^-} = 2 \times n_{\text{H}_2} = 2 \times 4,2 \times 10^{-3} = 8,4 \times 10^{-3} \text{ mol}$$

$$Q = n_{\text{e}^-} \times F = 8,4 \times 10^{-3} \times 9,65 \times 10^4 = 811 \text{ C}$$

Avec $I = 1,5 \text{ A}$ et $\Delta t = 9 \text{ min} = 540 \text{ s}$:

$$Q = I \times \Delta t = 1,5 \times 540 = 810 \text{ C}$$

Les deux valeurs obtenues sont très proches.

4. L'équation est $2 \text{H}_2 + \text{O}_2 \rightarrow 2 \text{H}_2\text{O}$, c'est donc la réaction inverse de celle de l'électrolyse.

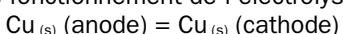
Bilan

- La réaction d'électrolyse ne se produit que lorsque de l'énergie électrique est fournie, elle n'est donc pas spontanée, alors que la réaction inverse se produit spontanément.
- L'oxydation se produit à l'anode, la réduction à la cathode.
- Les ions permettent le passage du courant dans la solution en assurant le mouvement des porteurs de charges.

② Raffinage électrolytique du cuivre

1. a. Anode : $\text{Cu}_{(s)} = \text{Cu}^{2+}_{(aq)} + 2 \text{e}^- \quad (1)$ Cathode : $\text{Cu}^{2+}_{(aq)} + 2 \text{e}^- = \text{Cu}_{(s)} \quad (2)$

Équation de fonctionnement de l'électrolyseur :



b. La quantité d'ions cuivre (II) est constante lors de l'électrolyse.

c. $K = 1$ car les deux espèces, réactif et produit, sont des solides (leurs activités sont donc égales à 1).2. a. $\Delta m_1 < 0$ et $\Delta m_2 > 0$ | $\Delta m_1| \approx \Delta m_2$ b. $Q = I \times \Delta t = 0,5 \times 600 = 300 \text{ C}$

$$n_{\text{e}^-} = \frac{Q}{F} = \frac{300}{9,65 \times 10^4} = 3,1 \times 10^{-3} \text{ mol}$$

D'après l'équation :

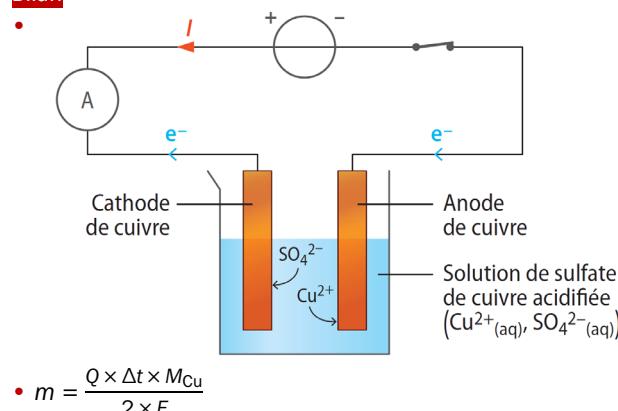
$$n_{\text{Cu}} = \frac{n_{\text{e}^-}}{2} = \frac{3,1 \times 10^{-3}}{2} = 1,6 \times 10^{-3} \text{ mol}$$

$$m_{\text{Cu}} = n_{\text{Cu}} \times M_{\text{Cu}} = 1,6 \times 10^{-3} \times 63,5 = 0,10 \text{ g}$$

Les valeurs sont proches.

3. La masse de l'anode diminue et le cuivre passe en solution sous forme ionique, d'où le terme « soluble ». Il n'y a que les ions cuivre qui se déposent sur la cathode et les impuretés se déposent au fond de l'électrolyseur.

Bilan



③ Électrozingage avec anode soluble

1. Les deux électrodes de zinc permettent de recouvrir de façon plus homogène la pièce en acier.

2. a. Aux électrodes de zinc : $\text{Zn}_{(s)} = \text{Zn}^{2+}_{(aq)} + 2 \text{e}^-$

b. Ils se déplacent vers la lame d'acier qui est l'électrode négative.

c. Sur la lame d'acier : $\text{Zn}^{2+}_{(aq)} + 2 \text{e}^- = \text{Zn}_{(s)}$

d. La concentration en ions zinc ne change pas pendant la transformation.

3. a. $Q = I \times \Delta t = 0,4 \times 600 = 240 \text{ C}$

$$n_{\text{e}^-} = \frac{Q}{F} = \frac{240}{9,65 \times 10^4} = 2,5 \times 10^{-3} \text{ mol}$$

$$b. n_{\text{Zn}} = \frac{n_{\text{e}^-}}{2} = \frac{2,5 \times 10^{-3}}{2} = 1,3 \times 10^{-3} \text{ mol}$$

$$m_{\text{théo}} = n_{\text{Zn}} \times M_{\text{Zn}} = 1,3 \times 10^{-3} \times 65,4 = 0,085 \text{ g}$$

$$c. r = \frac{0,07}{0,085} = 82 \%$$

$$d. S = 2 \times (1 \text{ cm} \times 2,5 \text{ cm}) = 5 \text{ cm}^2$$

$$\epsilon = \frac{V}{S} = \frac{m}{\rho \times S} = \frac{0,07 \times 10^{-3}}{7,134 \times 5 \times 10^{-4}} = 2,0 \times 10^{-5} \text{ m} = 20 \mu\text{m}$$

4. Dès que le métal fer est oxydé, il se transforme en ions fer Fe²⁺ qui réagissent immédiatement avec le métal zinc pour reformer du métal fer, c'est comme s'il n'avait pas réagi, il est donc intact, protégé par le zinc.

Bilan

- Si la pièce à protéger ne conduit pas le courant, les ions Zn²⁺ ne seront pas attirés par la pièce et ne pourront pas se déposer à sa surface.

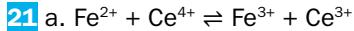
$$\bullet \epsilon = \frac{V}{S} = \frac{m}{\rho_{\text{Zn}} \times S} = \frac{Q \times M_{\text{Zn}}}{2 \times F \times \rho_{\text{Zn}} \times S} = \frac{I \times \Delta t \times M_{\text{Zn}}}{2 \times F \times \rho_{\text{Zn}} \times S}$$

Exercices

Exercices 1 à 17 corrigés à la fin du manuel de l'élève.

Exercices 18 et 19 corrigés dans le manuel de l'élève.

Exercice 20 corrigé à la fin du manuel de l'élève.



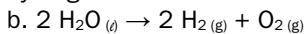
b. $Q_r = \frac{\left[\text{Fe}^{3+}\right]_i \left[\text{Ce}^{3+}\right]_i}{\left[\text{Fe}^{2+}\right]_i \left[\text{Ce}^{4+}\right]_i} = 0$ car il n'y a pas de produits.

c. $Q_r < K$ donc le sens d'évolution spontanée est le sens direct : il se forme des ions fer (III) et des ions Ce (III).

d. L'électrolyse permet de forcer la réaction dans le sens inverse.

Exercice 22 corrigé à la fin du manuel de l'élève.

23 a. Les espèces présentes sont l'eau, les ions hydrogène et les ions sulfate.



c. Les ions H^+ subissent une réduction, alors que l'eau subit une oxydation. Les ions sulfate sont chimiquement inertes.

Exercice 24 corrigé à la fin du manuel de l'élève.

25 a. $I = \frac{Q}{\Delta t} = \frac{3,5 \times 10^4}{1,5 \times 3600} = 6,5 \text{ A}$

b. On a $n_{e^-} = \frac{Q}{F} = \frac{3,5 \times 10^4}{9,65 \times 10^4} = 0,36 \text{ mol}$

D'après la demi-équation de réduction de l'ion Pb^{2+} :

$$n_{\text{Pb}} = \frac{n_{e^-}}{2} = 0,18 \text{ mol}$$

donc $m_{\text{Pb}} = n_{\text{Pb}} M_{\text{Pb}} = 0,18 \times 207,2 = 37 \text{ g}$.

Le plomb se dépose sur la cathode.

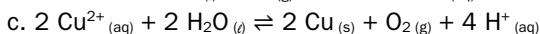
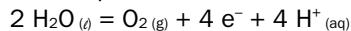
Exercice 26 corrigé à la fin du manuel de l'élève.

27 La réaction de charge est la réaction inverse de celle donnée à l'exercice 26.

On a $\Delta t_c = \frac{Q}{I_c} = \frac{3,46 \times 10^3}{100 \times 10^{-3}} = 34,6 \times 10^3 \text{ s} = 9,6 \text{ h}$

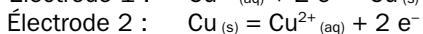
28 a. Le dépôt métallique rouge est du cuivre solide.

b. Électrode reliée au pôle - : $\text{Cu}^{2+}_{(aq)} + 2e^- \rightarrow \text{Cu}_{(s)}$
Électrode reliée au pôle + :



29 Il faut utiliser un générateur de courant continu pour avoir un mouvement de porteur de charges toujours dans le même sens.

30 a. Électrode 1 : $\text{Cu}^{2+}_{(aq)} + 2e^- \rightarrow \text{Cu}_{(s)}$



b. $Q = I \times \Delta t = 0,311 \times 30 \times 60 = 5,60 \times 10^2 \text{ C}$

c. $n_{\text{Cu}} = \frac{m}{M_{\text{Cu}}} = \frac{0,185}{63,5} = 2,91 \times 10^{-3} \text{ mol}$

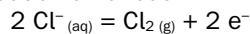
et $n_{e^-} = 2n_{\text{Cu}} = 2 \times 2,91 \times 10^{-3} = 5,82 \times 10^{-3} \text{ mol}$

d. $Q = n_{e^-} \times F$

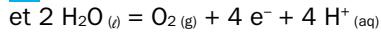
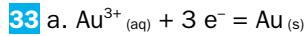
d'où $F = \frac{Q}{n_{e^-}} = \frac{5,60 \times 10^2}{5,82 \times 10^{-3}} = 9,62 \times 10^4 \text{ C} \cdot \text{mol}^{-1}$.

Exercice 31 corrigé à la fin du manuel de l'élève.

32 a. Il y a oxydation à l'anode :



b. Sur le schéma, les électrons arrivent à la cathode (pôle - du générateur, où il y a dégagement de H_2) et repartent de l'anode (pôle + du générateur, où il y a dégagement de dichlore), le sens du courant est le sens imposé par le générateur, opposé du sens de déplacement des électrons.



On en déduit :



b. La bague doit être reliée à la borne négative, où il y a réduction (c'est la cathode) de $\text{Au}^{3+}_{(aq)}$ en $\text{Au}_{(s)}$.

c. La bague est reliée au générateur en la serrant avec une pince crocodile.

d. $n_{\text{Au}} = \frac{m_{\text{Au}}}{M_{\text{Au}}} = \frac{54 \times 10^{-6}}{197} = 2,74 \times 10^{-7} \text{ mol}$

et $n_{e^-} = 3n_{\text{Au}} = 3 \times 2,74 \times 10^{-7} = 8,22 \times 10^{-7} \text{ mol}$

e. $I \times \Delta t = n_{e^-} \times F$

d'où $\Delta t = \frac{n_{e^-} \times F}{I} = \frac{8,22 \times 10^{-7} \times 96\,500}{20 \times 10^{-3}} = 4 \text{ s}$

Exercice 34 corrigé à la fin du manuel de l'élève.

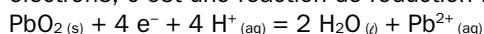
35 a. $Q_{r,i} = \frac{1}{\left[\text{Cu}^{2+}\right]_i \left[\text{Br}^-\right]_i^2} = \frac{1}{0,50 \times 1^2} = 2$

b. À l'équilibre, on aura $Q_r = K$.

c. Comme $Q_r > K$, Q_r diminue pour tendre vers K donc la réaction spontanée a lieu en sens inverse de celle donnée soit $\text{Cu}_{(s)} + \text{Br}_2_{(aq)} \rightarrow \text{Cu}^{2+}_{(aq)} + 2 \text{Br}^-_{(aq)}$. Cette réaction a pour constante d'équilibre l'inverse de K , soit environ 10^{25} , elle est donc totale et l'ion bromure est stable, car s'il s'oxydait en dibrome, la réaction le retransformerait immédiatement en bromure.

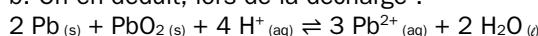
d. L'électrolyse force la transformation inverse de la réaction spontanée, donc c'est celle donnée par l'énoncé.

36 1. a. À la cathode (borne -), on capte les électrons, c'est une réaction de réduction :



À l'anode (borne +), il y a libération d'électrons donc oxydation : $\text{Pb}_{(s)} \rightarrow \text{Pb}^{2+}_{(aq)} + 2e^-$

b. On en déduit, lors de la décharge :



$$\text{Le quotient de réaction a pour expression } Q_r = \frac{\left(\frac{\left[\text{Pb}^{2+}\right]}{c^0}\right)^3}{\left(\frac{\left[\text{H}^+\right]}{c^0}\right)^4}.$$

Chapitre 8 • Évolution forcée d'un système chimique

Il est égal à la constante d'équilibre lorsque la pile s'arrête.

2. a. Il faut réaliser une électrolyse fournissant un courant qui circule en sens inverse du fonctionnement en générateur.

b. C'est la réaction inverse :



c. Pour recharger l'accumulateur, il faut restituer la charge perdue lors de la décharge soit $Q = 400 \text{ kC}$.

$$\text{d. } n_{e^-} = \frac{Q}{F} = 2n_{\text{Pb}} = 2 \frac{m_{\text{Pb}}}{M_{\text{Pb}}}$$

$$\text{donc } m_{\text{Pb}} = \frac{QM_{\text{Pb}}}{2F} = \frac{400 \times 10^3 \times 207,2}{2 \times 9,65 \times 10^4} = 430 \text{ g}$$

37 a. Dans les deux demi-équations, l'oxydant et le réducteur sont des solides. L'ion HO^- s'élimine dans l'équation de la réaction.

b. La quantité d'électricité emmagasinée dans un accumulateur vaut :

$$Q = I \times \Delta t = 3,2 \times 15 \times 60 = 2,88 \text{ kC}$$

Pour les trois accumulateurs, on peut écrire $3Q = I' \Delta t'$

$$\text{donc } \Delta t' = \frac{3Q}{I'} = \frac{3 \times 2,88 \times 10^3}{0,27} = 3,2 \times 10^4 \text{ s} \approx 9 \text{ h.}$$

38 a. C'est la capacité de la batterie :

$$Q = 80 \times 3 \ 600 = 2,88 \times 10^5 \text{ C}$$

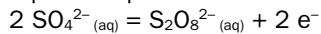
b. Un démarrage consomme $Q = 5 \times 200 = 1 \ 000 \text{ C}$ donc on peut effectuer 288 démarrages.

$$\text{c. } n_{\text{Pb}} = \frac{n_{e^-}}{2} = \frac{Q}{2F} = \frac{1 \ 000}{2 \times 96 \ 500} = 5,18 \times 10^{-3} \text{ mol}$$

On en déduit $m_{\text{Pb}} = 5,18 \times 10^{-3} \times 207,2 = 1,07 \text{ g.}$

d. C'est un dépôt de sulfat de plomb.

39 a. À l'anode, électrode reliée au pôle +, il y a libération d'électrons, donc oxydation. Les deux équations possibles sont :

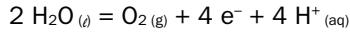


et $2 \text{ H}_2\text{O} \text{(l)} = \text{O}_2 \text{(g)} + 4 \text{ e}^- + 4 \text{ H}^+ \text{(aq)}$

À la cathode, électrode reliée au pôle -, il y a arrivée d'électrons, donc réduction. Les deux équations possibles sont :

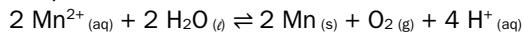


b. Les deux demi-équations sont donc :



et $\text{Mn}^{2+} \text{(aq)} + 2 \text{ e}^- = \text{Mn} \text{(s)}$

L'équation est donc :



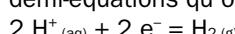
c. $Q = I \times \Delta t = 1 \ 000 \times 1 \times 3 \ 600 = 3,60 \times 10^6 \text{ C}$

$$\text{et } n_{e^-} = \frac{Q}{F} = \frac{3,60 \times 10^6}{9,65 \times 10^4} = 37,3 \text{ mol}$$

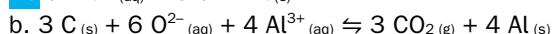
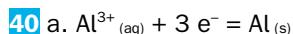
d. On a $n_{e^-} = 2n_{\text{Mn}}$

$$\text{donc } m_{\text{Mn}} = \frac{37,3}{2} \times 54,9 = 1,02 \times 10^3 \text{ g} = 1,02 \text{ kg.}$$

e. La réaction parasite est traduite par l'une des demi-équations qu'on a rejetée, par exemple :



Cette réaction consomme une partie de la quantité de matière d'électrons, la quantité de matière, donc la masse de manganèse déposée est donc inférieure à celle prévue et il y a production parasite de dihydrogène.



c. D'après la relation donnée :

$I = 0,80 \times 4 \ 500 = 3,6 \times 10^3 \text{ A}$ pour une paire d'électrode donc, au total, $I_{20} = 20I = 7,2 \times 10^4 \text{ A.}$

La demi-équation de formation de l'aluminium donne :

$$n_{e^-} = 3n_{\text{Al}} = \frac{3m}{M_{\text{Al}}}$$

De plus :

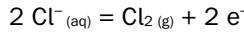
$$Q = n_{e^-}F = \frac{3mF}{M_{\text{Al}}} \text{ et } Q = I \times \Delta t = n_{e^-}F = 3n_{\text{Al}}Q_m = 3 \frac{m}{M}Q_m$$

$$\text{donc } \Delta t = \frac{3 \times Q_m \times \frac{m}{M}}{I_{20}} = \frac{3 \times 9,65 \times 10^4 \times \frac{1,0 \times 10^6}{27,0}}{7,2 \times 10^4}$$

$$\Delta t = 1,49 \times 10^5 \text{ s} = 41,4 \text{ h}$$

41 a. L'ion chlorure, responsable de l'oxydation du fer dans la première réaction, est régénéré dans la deuxième. Le dioxygène réactif dans la deuxième équation est apporté par l'air atmosphérique. La désagrégation du fer est donc inexorable.

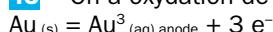
b. Il faut donc éliminer l'ion chlorure présent dans l'eau de mer qui baigne le vestige. On peut procéder à une électrolyse forçant la réaction :



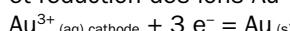
On place la pièce baignant dans l'eau de mer dans la cuve d'un électrolyseur à électrodes de graphite, il y a : réduction à la cathode : $2 \text{ H}_2\text{O} \text{(l)} + 2 \text{ e}^- = \text{H}_2 \text{(g)} + 2 \text{ HO}^- \text{(aq)}$ et oxydation à l'anode : $2 \text{ Cl}^- \text{(aq)} = \text{Cl}_2 \text{(g)} + 2 \text{ e}^-$

Exercice 42 corrigé à l'adresse hatier-clic.fr/pct252

43 • On a oxydation de l'or à l'anode à purifier :



et réduction des ions $\text{Au}^{3+} \text{(aq)}$ à la cathode :



• Pour chaque tonne de boue, on a $0,3 \text{ g}$ d'or à purifier donc, globalement, la masse d'or à purifier vaut $m = 1,74 \times 10^6 \times 0,3 \text{ g} = 5,2 \times 10^5 \text{ g.}$

• L'or étant pur à 98,5 %, la masse d'or pur vaut :

$$m_{\text{Au}} = 5,2 \times 10^5 \times 0,985 = 5,1 \times 10^5 \text{ g}$$

• On en déduit la quantité de matière d'or :

$$n_{\text{Au}} = \frac{m_{\text{Au}}}{M_{\text{Au}}} = \frac{5,1 \times 10^5}{197} = 2,6 \times 10^3 \text{ mol}$$

• L'équation étant $\text{Au} \text{(s)} = \text{Au}^{3+} \text{(aq)} + 3 \text{ e}^-$, la quantité de matière d'électrons échangés vaut :

$$n_{e^-} = 3n_{\text{Au}} = 7,8 \times 10^3 \text{ mol}$$

• La quantité d'électricité correspondante vaut :

$$Q = n_{e^-} \times F = 7,8 \times 10^3 \times 9,65 \times 10^4 = 7,5 \times 10^8 \text{ C}$$

• La durée de l'électrolyse est :

$$\Delta t = 2 \text{ semaines} = 14 \text{ j} = 14 \times 24 \times 3 \ 600$$

$$\Delta t = 1,21 \times 10^6 \text{ s}$$

L'intensité du courant vaut :

$$I = \frac{Q}{\Delta t} = \frac{7,5 \times 10^8}{1,21 \times 10^6} = 6,2 \times 10^2 \text{ A}$$

• On en déduit la densité de courant :

$$J = \frac{I}{S} = \frac{600 \text{ A} \cdot \text{m}^{-2}}{600} \text{ donc } S = \frac{I}{J} = \frac{6,2 \times 10^2}{600} = 1,0 \text{ m}^2.$$

44 1. La réaction s'écrit : $2 \text{H}^{+ \text{(aq)}} + 2 \text{e}^{-} \rightarrow \text{H}_2 \text{(g)}$
La quantité de matière d'électrons échangés vaut donc $n_{\text{e}^{-}} = 2n_{\text{H}_2 \text{(g)}}$.

On en déduit que $Q = I \times \Delta t = n_{\text{e}^{-}} \times F$ d'où :

$$I = \frac{n_{\text{e}^{-}} \times F}{\Delta t} = \frac{2n_{\text{H}_2}F}{\Delta t} = \frac{2 \times 5,0 \times 10^3 \times 96\,500}{24 \times 3\,600} = 1,1 \times 10^4 \text{ A}$$

2. L'énergie électrique est convertie en énergie chimique au sein du dihydrogène, puis restituée sous forme électrique dans la pile à combustible de l'automobile.

45 1.1. On a oxydation à l'anode formée de la plaque de zinc : cette anode (dite « soluble ») se désagrège et produit des ions zinc (II) dans la solution : $\text{Zn}_{(\text{s})} = \text{Zn}^{2+ \text{(aq)}} + 2 \text{e}^{-}$
Il y a réduction à la cathode, le zinc solide se dépose à la surface de la lame de fer : $\text{Zn}^{2+ \text{(aq)}} + 2 \text{e}^{-} = \text{Zn}_{(\text{s})}$

1.2. Le fer n'est pas attaqué, les ions Fe^{2+} éventuellement formés oxydent Zn pour reformer $\text{Fe}_{(\text{s})}$ et $\text{Zn}^{2+ \text{(aq)}}$. Le zinc se comporte comme une anode sacrificielle.

2.1. En notant S l'aire de la plaque et ρ la masse volumique de l'or, on a $m = \rho S \varepsilon$.

2.2. L'or étant inoxydable, c'est le fer qui s'oxyde. La corrosion se fait sous la couche d'or (on parle de corrosion perforante), et peut détruire la plaque de fer de façon invisible.

46 1. A. Faux. Il y a réduction du chrome à la cathode : $\text{Cr}^{3+ \text{(aq)}} + 3 \text{e}^{-} = \text{Cr}_{(\text{s})}$

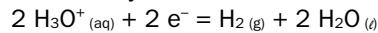
$$\text{B. Vrai. } n_{\text{Cr}} = \frac{m_{\text{Cr}}}{M_{\text{Cr}}} = \frac{1,04}{52} = 0,020 \text{ mol}$$

C. Faux. Il y a $z = 3$ électrons échangés dans la demi-réaction donc $Q = 3Fn_{\text{Cr}}$.

$$\text{D. Faux. } \Delta t = \frac{Q}{I} = \frac{3 \times 10^5 \times 0,020}{10} = 600 \text{ s}$$

2. A. Vrai. Le gaz est le dihydrogène et la coloration jaune est celle du diiode.

B. Faux. Il y a réduction à la cathode :



$$\text{C. Faux. } n_{\text{e}^{-}} = \frac{I\Delta t}{F} = \frac{0,20 \times 30 \times 60}{10^5} = 3,6 \text{ mmol}$$

D. Vrai. La quantité de matière de $\text{H}_3\text{O}^{+ \text{(aq)}}$ consommée vaut $n_c = n_{\text{e}^{-}} = 3,6 \text{ mmol}$.

La quantité initiale vaut $n_i = 0,05 \times 200 = 10 \text{ mmol}$. Il en reste donc $n = n_i - n_c = 6,4 \text{ mmol}$.

Donc sa concentration finale vaut :

$$[\text{H}_3\text{O}^{+}]_f = \frac{6,4}{200} = 3,2 \times 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

On en déduit :

$$\text{pH} = -\log(3,2 \times 10^{-2}) = -\log(3,2) - \log(10^{-2})$$

$$\text{pH} = -0,50 + 2 = 1,5$$

9. Stratégies en synthèse organique

Activités

p. 260 à 263

① Facteurs cinétiques et catalyse

1. Les volumes à l'équivalence doivent être proches des valeurs suivantes :

$$V_{E1} = 14,3 \text{ mL} \quad V_{E2} = 14,1 \text{ mL}$$

$$V_{E3} = 13,9 \text{ mL} \quad V_{E4} = 8,2 \text{ mL}$$

2. a. Il s'agit d'une trempe, elle permet de bloquer la réaction.

b. En utilisant les expressions fournies, on calcule les volumes équivalents réels et on en déduit :

$$n_{ac\ eth} = C_B V_{E(réel)}$$

	Volume équivalent	Quantité de matière d'acide éthanoïque restant
Tube 1	$V_{E1(réel)} = 14,3 \text{ mL}$	7,2 mmol
Tube 2	$V_{E2(réel)} = 12,7 \text{ mL}$	6,4 mmol
Tube 3	$V_{E3(réel)} = 13,9 \text{ mL}$	7,0 mmol
Tube 4	$V_{E4(réel)} = 4,3 \text{ mL}$	2,2 mmol

3. En comparant les tubes 1 et 2, ou 3 et 4, on constate que, à durée de réaction égale, la quantité d'acide éthanoïque restant est plus faible quand on ajoute de l'acide sulfurique : il joue donc le rôle de catalyseur et accélère la réaction.

En comparant 1 et 3, ou 2 et 4, on constate que, à durée de réaction égale, la quantité d'acide éthanoïque restant est plus faible quand la température du mélange est plus élevée : la température est un facteur cinétique.

Bilan

- L'augmentation de la température diminue la durée de la réaction.
- La quantité d'acide sulfurique reste constante au cours du temps car c'est un catalyseur.
- La meilleure stratégie de synthèse est de chauffer et d'ajouter du catalyseur, les deux effets se combinent et la réaction est beaucoup plus rapide (tube 4).

② Déplacement d'équilibre

1. On réalise le protocole en classe ou, si le matériel est indisponible dans le laboratoire, on peut transformer cette activité en activité documentaire, en utilisant les données ci-dessous.

2. a. Calcul des quantités de matière :

$$n_{ae} = \frac{\rho V}{M} = \frac{1,05 \times 8,5}{60} = 0,15 \text{ mol}$$

$$\text{et } n_{ac,coo} = \frac{\rho V}{M} = \frac{0,81 \times 13}{88} = 0,12 \text{ mol}$$

b. L'avancement maximal vaut 0,12 mol et le réactif limitant est l'alcool.

c. Le liquide recueilli sous le cyclohexane est l'eau car c'est le composé qui a la température d'ébullition la plus basse. Le volume recueilli vaut $V_{eau} = 2,2 \text{ mL}$

$$\text{donc } m_{eau} = 2,2 \text{ g et } n_{f,ext} = \frac{m_{eau}}{M_{eau}} = \frac{2,2}{18} = 0,12 \text{ mol.}$$

$$\text{Le rendement vaut donc } \eta_{ext} = \frac{n_{f,ext}}{n_{max}} = \frac{0,12}{0,12} = 1.$$

3. a. On construit un tableau d'avancement :

Av.	Quantité de matière...	$C_2H_4O_{2(l)} + C_5H_{12}O_{(l)} \rightleftharpoons C_7H_{14}O_{2(l)} + H_2O_{(l)}$			
		...de $C_2H_4O_2$...de $C_5H_{12}O$...de $C_7H_{14}O_2$...de H_2O
0	...apportée à l'état initial	0,15	0,12	0	0
x	...en cours de réaction	0,15 - x	0,12 - x	x	x
x _f	...présente à l'état final	0,15 - x _f	0,12 - x _f	x _f	x _f

À l'équilibre, le quotient de réaction est égal à la constante d'équilibre.

$$\frac{x_f^2}{(0,15 - x_f) \times (0,12 - x_f)} = K = 4,0$$

$$\text{soit } 3x_f^2 - 1,08x_f + 0,072 = 0$$

Le discriminant de cette équation du second degré vaut $\Delta = (-1,08)^2 - 4,0 \times 3 \times 0,072 = 0,3024$ et les deux solutions valent :

$$x_{f1} = \frac{1,08 - \sqrt{0,3024}}{2 \times 3} = 0,0883 \text{ mol}$$

$$\text{et } x_{f2} = \frac{1,08 + \sqrt{0,3024}}{2 \times 3} = 0,815 \text{ mol.}$$

Cette seconde solution donnerait des quantités de matière finales de réactifs négatives. La solution est donc $x_f = 0,088 \text{ mol}$.

$$\text{b. On en déduit } \eta = \frac{x_f}{x_{max}} = \frac{0,088}{0,12} = 0,73.$$

On a donc $\eta < \eta_{ext}$.

Bilan

- Le produit eau étant extrait, le quotient de réaction reste égal à 0, donc ne pourra jamais être égal à K : on n'atteint jamais l'équilibre. Il y a donc déplacement d'équilibre car on empêche qu'il soit réalisé en extrayant l'eau du mélange réactionnel.
- On provoque le déséquilibre et on rend la réaction totale, le rendement vaut donc 1.

③ Synthèse du paracétamol

1. On réalise les protocoles.

2. Le fait que la température de fusion, mesurée au banc Kofler, soit comprise entre 168 °C et 172 °C permet de valider que le produit obtenu est bien le paracétamol.

3. Le groupe amine ($-NH_2$) du 4-aminophénol est transformé en groupe amide dans le paracétamol.

Bilan

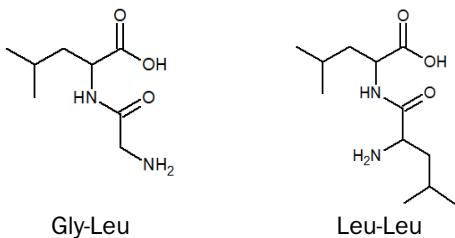
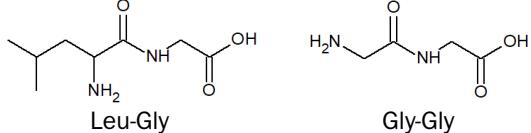
- Transformation, extraction, purification et identification.
- C'est une modification de groupe.

④ Étude de la synthèse d'une hormone

1. Les deux molécules possèdent un groupe carboxyle et un groupe amine.

2. Le groupe carboxyle de la S-leucine et le groupe amine de la glycine se sont couplés pour former le dipeptide Leu-Gly. Le groupe carboxyle de la glycine et le groupe amine de la S-leucine ne se sont pas couplés.

3. a.



b. Le mélange réactionnel est constitué de 4 molécules différentes.

4. L'étape 1 concerne le carboxyle de la glycine et l'étape 2, le groupe amine de la S-leucine. Elles permettent d'éviter la réaction des groupes considérés. On peut les nommer étapes de protection.

5. a. Le groupe modifié est celui qui s'est formé lors de l'étape 2. On retrouve le groupe amine de la molécule de S-leucine.

b. Le groupe modifié est celui qui s'est formé lors de l'étape 1. On retrouve le groupe carboxyle de la molécule de glycine.

c. Il s'agit d'étapes de déprotection.

Bilan

- Il est possible d'obtenir un composé unique en privilégiant soit un réactif chimiosélectif ou en empêchant la réaction de certains groupes.

- On ajoute alors 4 étapes : 2 de protection et 2 de déprotection.

Exercices

Exercices 1 à 19 corrigés à la fin du manuel de l'élève.

Exercices 20 à 22 corrigés dans le manuel de l'élève.

Exercice 23 corrigé à la fin du manuel de l'élève.

24 a. Famille : halogénoalcane

Nom : iodo-fluorométhane

b. Famille : ester

Nom : 3-méthylbutanoate de méthyle

c. Famille : amide

Nom : N-éthyl N-méthylméthanamide

d. Famille : amine Nom : N-méthyléthanamine

e. Famille : cétone Nom : butan-2-one

Exercice 25 corrigé à la fin du manuel de l'élève.

26 a. N-méthylméthanamine

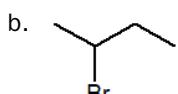
b. 3-méthyl-pentanoate de méthyle

c. 2-bromopropane

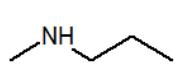
d. propan-2-amine

Exercices 27 et 28 corrigés à la fin du manuel de l'élève.

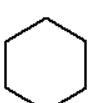
29 a.



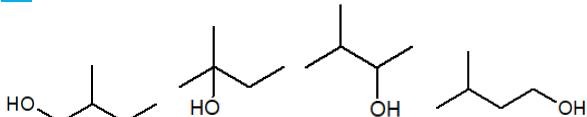
c.



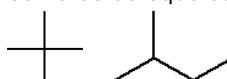
d.



30 Isomères de position du 2-méthylbutan-1-ol :



Isomères de squelette du pentane :



Exercices 31 et 32 corrigés à la fin du manuel de l'élève.

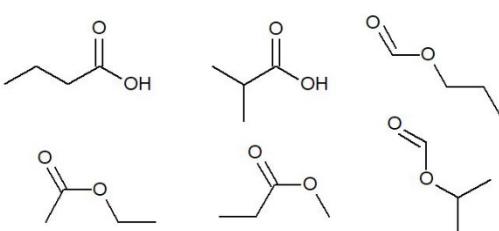
33 a. Addition

b. Substitution

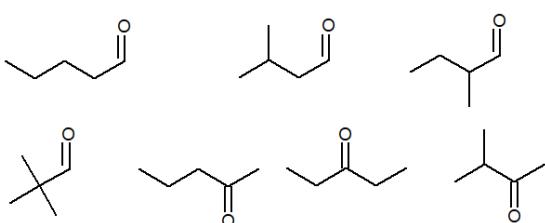
c. Addition

Exercices 34 et 35 corrigés à la fin du manuel de l'élève.

36 a.



b.



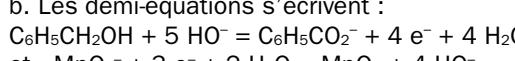
- 37** a. Substitution b. Élimination
c. Acide-base d. Addition

38 a. HO-[$\text{CO}-(\text{CH}_2)_4-\text{CO-NH-}$] $_N\text{-H}$
b. Le motif est : $-\text{CO}-(\text{CH}_2)_4-\text{CO-NH-}(\text{CH}_2)_6-\text{NH-}$
c. Sa masse molaire est :
 $M = 12M_c + 2M_0 + 22M_H + 2M_N$
 $M = 12 \times 12,0 + 2 \times 16,0 + 22 \times 1,0 + 2 \times 14,0$
 $M = 226 \text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$
d. $N = \frac{1,2 \times 10^5}{226} = 5,3 \times 10^2$

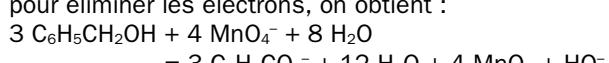
Exercice 39 corrigé à la fin du manuel de l'élève.

40 a. Transformation (passage des réactifs aux produits) puis extraction (isolement du produit-cible par élimination des autres espèces).

b. Les demi-équations s'écrivent :



On multiplie la première par 3 et la seconde par 4 pour éliminer les électrons, on obtient :



c. C'est une réaction acide-base :
 $\text{C}_6\text{H}_5\text{CO}_2^- + \text{H}_3\text{O}^+ = \text{C}_6\text{H}_5\text{CO}_2\text{H} + \text{H}_2\text{O}$

41 a. (1) $EA = \frac{218}{136 + 100} = \frac{218}{236} = 0,924 = 92,4\%$

(2) $EA' = \frac{218}{136 + 82} = \frac{218}{218} = 1,00 = 100\%$

b. On priviliege le second procédé car $EA' > EA$.
On a moins de déchets (intérêt écologique : pas de produits rejetés ; intérêt économique : pas de retraitement à envisager).

42 a. Acide éthanoïque : groupe carboxyle, famille acide carboxylique.

Éthanol : groupe hydroxyle, famille alcool.

Éthanoate d'éthyle : groupe carboxyle, famille ester.

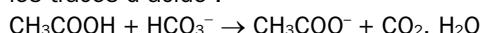
b. Transformation, séparation et purification.

c. • Chauffage à reflux : permet d'accélérer la transformation sans perte de réactifs et de produits.

• Ajout d'acide sulfurique concentré : catalyseur permettant d'accélérer la transformation.

• Mélange avec de l'eau salée : permet la séparation de l'éthanoate d'éthyle car sa solubilité est presque nulle, alors que les réactifs y sont très solubles.

• Ajout d'une solution aqueuse d'hydrogénocarbonate de sodium. Réaction acide-base permettant d'éliminer les traces d'acide :



d. La quantité maximale vaut $n_{\max} = 0,10 \text{ mol}$.

La quantité formée vaut :

$$n_{\text{obtenue}} = \frac{m}{M} = \frac{\rho V}{M} = \frac{0,925 \times 5,9}{88,1} = 0,062 \text{ mol}$$

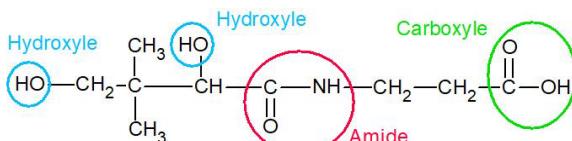
$$\text{Le rendement vaut donc } \eta = \frac{0,062}{0,10} = 0,62 = 62\%.$$

Exercice 43 corrigé à la fin du manuel de l'élève.

44 a. Un polymère est une macromolécule qui résulte de la réaction d'un grand nombre de monomères.
b. Le catalyseur permet d'accélérer la réaction.

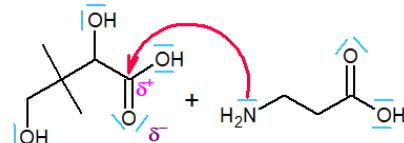
c. Cela permet d'augmenter le rendement, par déplacement d'équilibre, le rendement peut ainsi atteindre 100 %.

45 1.



2. a. La liaison C=O de l'acide pantioïque est polarisée car $\chi_o - \chi_c = 3,4 - 2,6 = 1,2 > 0,4$. L'atome de carbone porte donc une charge partielle positive et est un site accepteur de doublet d'électrons. Le doublet non liant de l'atome d'azote de la β-alanine est un site donneur de doublet d'électrons. On dessine la flèche courbe.

④ Cours 6b p. 127 (chapitre 4, manuel de l'élève)



b. Les deux autres atomes de carbone liés aux groupes hydroxyles portent eux aussi une charge partielle positive. On aura donc d'autres produits de réaction.

c. Pour obtenir uniquement l'acide pantothénique, il faut protéger les groupes hydroxyle de l'acide pantioïque pour éviter ces réactions parasites.

46 a. On a un groupe carboxyle et un groupe carbonyle. C'est un composé bifonctionnel.

b. NaBH_4 ne réduit que le carbone portant le groupe carbonyle, alors que LiAlH_4 réduit ce carbone et celui portant le groupe carboxyle.

c. L'étape 1 est une étape de protection. L'ajout du groupe acétal sur le haut de la molécule A rend cette partie de molécule non réactive.

d. À l'inverse, l'étape 3 est une déprotection.

e. L'action réductrice de LiAlH_4 n'est pas sélective : il attaque tous les sites. En protégeant une partie de la molécule, LiAlH_4 attaquera un site sur les deux, le site non protégé.

47 1. a. L'acide sulfurique est un catalyseur, il accélère la réaction.

b. $Q_{r,i} = 0$ à $t = 0 \text{ s}$ car on n'a pas de produit à l'état initial.

c. Q_r augmente pour tendre vers K donc la réaction évolue dans le sens direct.

2. La quantité de linalol introduite vaut :

$$n_l = \frac{\rho_l V_l}{M_l} = \frac{0,87 \times 40}{154} = 0,226 \text{ mol}$$

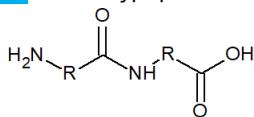
On devrait obtenir $n_{\max} = 0,226 \text{ mol}$ d'éthanoate de linalyle si la réaction était totale.

$$\text{On en obtient } n_a = \frac{\rho_a V_a}{M_a} = \frac{0,89 \times 2,5}{196} = 0,011 \text{ mol}$$

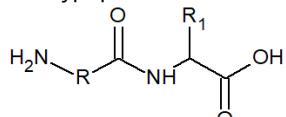
$$\text{donc le rendement vaut } \eta = \frac{0,011}{0,226} = 0,049 = 4,9\%.$$

3. On pourrait augmenter le rendement en mettant l'acide éthanoïque, second réactif, en excès, ou en procédant à l'extraction de l'éthanoate de linalyle au fur et à mesure de sa formation.

48 a. • Polypeptide 3

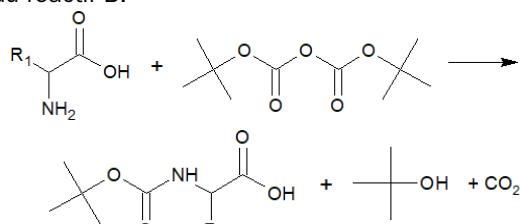


• Polypeptide 4

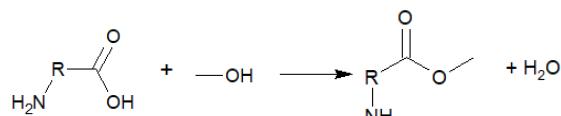


b. Pour obtenir la Met-enképhaline, il faut protéger la fonction acide carboxylique du réactif A et la fonction amine du réactif B.

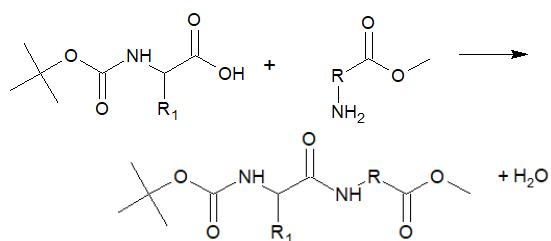
c. ①



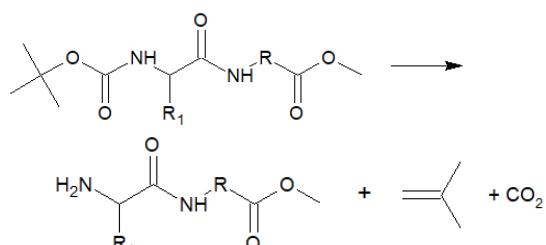
②



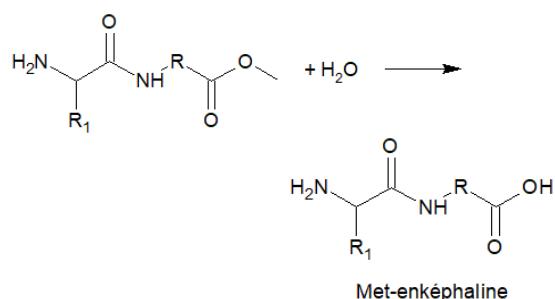
③



④



⑤



49 1. SN est une substitution. E est une élimination. AHB est une addition. E (DHL) est une élimination.

AE (M) est une addition. AE (Z) est une addition.

2. a. A : 2-chloro-3-méthylpentan-4-ol

B : 3-méthylpentan-2,4-diol

C : 3-méthyl-2,4-dichloropentane

D : 4-chloro-3-méthylpent-2-ène

E : 4-hydroxy-3-méthylpent-2-ène

F : 3-méthylpentan-2,3-diol

b. - de A à B : SN - de A à D : E

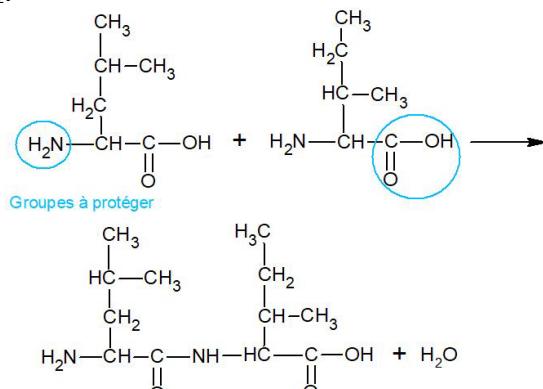
- de A à E : E (DHL)

- de A à C : E puis AE (Z) puis SN

- de A à F : E (DHL) puis AE (M)

50 a. En notant R₁ le groupe 2-méthylpropyl et R₂ le groupe 1-méthylpropyl, on peut obtenir 4 dipeptides, avec pour substituants respectifs R₁R₁, R₁R₂, R₂R₁ et R₂R₂.

b.



Il faut protéger la fonction amine de la leucine et la fonction acide carboxylique de l'isoleucine.

c. On ne peut procéder qu'étape par étape, en protégeant à chaque fois de nombreux groupes fonctionnels pour qu'un seul réagisse.

d. C₉H₆O₄

Exercice 51 corrigé à l'adresse hatier-clic.fr/pct282

52 1. Il y a les dangers associés aux diverses espèces chimiques, réactifs et produits, et les dangers physiques habituels, en particulier associés aux hautes températures de certaines étapes.

2. Si tous les réactifs utilisés se transforment en les produits désirés, il n'y a aucun déchet donc l'économie d'atomes vaut 100 %.

3. Procédé 1 : C₆H₆ + C₃H₆ + O₂ → C₆H₆O + C₃H₆O

Procédé 2 : 2 C₆H₆ + O₂ → 2 C₆H₆O

4. Procédé 1 : EA₁ = $\frac{M_{C_6H_6O}}{M_{C_6H_6} + M_{C_3H_6} + M_{O_2}} = \frac{94,0}{152,0} = 61,8 \%$

Procédé 1 :

- Il utilise des catalyseurs.
- Son EA est assez faible.
- Le propène réactif et la propanone produite sont dangereux.
- Le travail en milieu basique à chaud est dangereux.

Procédé 2 :

- Il utilise des catalyseurs.
 - L'économie d'atome est proche de 100 % car l'acide éthanoïque est régénéré, seul le dioxygène (gratuit) est consommé.
 - L'étape 2, à 600 °C, est coûteuse en énergie de chauffage.
- Le procédé 2 respecte mieux les principes de la chimie verte.

53 1. Le nickel et le palladium sont des catalyseurs. Ils permettent de réduire la durée de réaction.

2. L'étape 1 des procédés Boots et BHC est une substitution (H par COCH₃).

Le produit A est l'acide éthanoïque.

3. Il n'y a pas de modification de chaîne carbonée mais modification de groupe.

4. Lors de l'étape 5, il se produit une réaction d'élimination d'eau, c'est une déshydratation.

10. Cinématique du point

Activités

p. 260 à 263

① Vecteur accélération

1. a. D'après le doc. 1 :

« Les deux premières positions de la voiture sont si proches qu'elles semblent confondues sur le schéma. »

Il y a donc 10 intervalles de temps dans la phase 1 et dans la phase 2.

Les phases 1 et 2 durent 10,0 s. On en déduit donc que la durée entre 2 positions successives correspond à 1,00 s.

Pour vérifier que la norme de la vitesse reste inchangée au cours de la phase 2 et de la phase 3, on mesure (avec sa règle) la distance entre deux positions successives à différents moments. Cette distance étant toujours la même, on en déduit que la vitesse est toujours identique en norme.

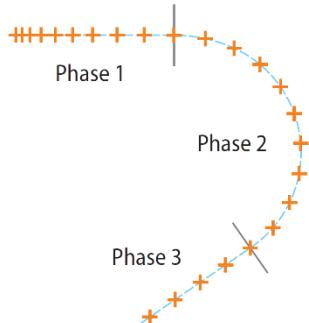
b. Il s'agit du point de vue de l'élève. Normalement, l'élève sait qu'il n'y a pas d'accélération en phase 3. Il peut aussi dire (de manière erronée) qu'il n'y en a pas en phase 2.

2. a. $v_x(t) = \frac{dx}{dt}(t)$ Ainsi, $v_x(t)$ est le coefficient directeur de la tangente à la courbe au point considéré. La courbe est une fonction croissante, le coefficient directeur est positif, donc $v_x(t)$ est positif. La courbe n'est pas une fonction linéaire et devient de plus en plus pentue. Ainsi, au fur et à mesure, $v_x(t)$ augmente.

b. $x(t) = \frac{1}{2}kt^2$ Ainsi, $v_x(t) = \frac{dx}{dt}(t) = kt$.

D'après le doc. 1, $k > 0$. $v_x(t)$ est donc positive.

$\frac{dv_x}{dt}(t) = k > 0$ donc $v_x(t)$ augmente avec le temps.



Ces constatations sont en accord avec la question 2a.

c. Comme $v_x(t) = kt$, $a_x(t) = \frac{dv_x}{dt}(t) = k$.

De plus, y est nulle à tout moment.

$v_y(t) = \frac{dy}{dt}(t) = 0$ et $a_y(t) = \frac{dv_y}{dt}(t) = 0$.

Le vecteur accélération est donc constant. Il est dirigé selon l'axe des x dans le sens des x croissant.

3. La norme de la vitesse est inchangée (1a) mais comme le vecteur vitesse est toujours tangent à la trajectoire, on en déduit que la direction du vecteur vitesse change. Le vecteur vitesse n'est donc pas constant.

Le vecteur accélération ne peut donc pas être nul.

4. Dans cette phase la norme de la vitesse est inchangée (1a). La trajectoire est, cette fois-ci, une droite, la direction du vecteur vitesse reste identique. Le vecteur vitesse est donc constant sur cette phase 3. Le vecteur accélération est nul dans cette troisième phase.

Bilan

- Si on dispose des coordonnées de la position d'un point au cours du temps (ses équations horaires), en dérivant par rapport au temps ces coordonnées, on détermine les coordonnées du vecteur vitesse.

En dérivant par rapport au temps les coordonnées du vecteur vitesse, on détermine les coordonnées du vecteur accélération.

- Pour que le vecteur accélération soit nul, il faut que la norme du vecteur vitesse soit constante (mouvement uniforme) mais aussi sa direction et son sens (mouvement rectiligne).

Ainsi, le vecteur accélération ne peut être nul que pour des mouvements rectilignes uniformes.

② Étude d'une chronophotographique

1. a. Les enregistrements 1 et 2 montrent des mouvements circulaires. Les enregistrements 3 et 4 montrent des mouvements rectilignes.

b. Les mouvements uniformes sont les mouvements des enregistrements 1 et 3. En effet, la distance parcourue entre deux points successifs semble la même à tout instant.

2. Traçons le vecteur vitesse au point 3.

Pour tracer le vecteur vitesse au point M_3 , on détermine la vitesse moyenne entre le point d'avant et le point d'après :

$$v_3 = \frac{M_2 M_4}{2\Delta t}$$

Sur la figure, $M_2 M_4$ mesure 4,0 cm.

$$v_3 = \frac{4,0 \times 10^{-2}}{2 \times 100 \times 10^{-3}} = 0,20 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

Sur le schéma le vecteur vitesse \vec{v}_3 est tangent à la trajectoire, a le sens du mouvement et sa longueur, compte tenu de l'échelle, est 4,0 cm.

De même, au point 5 : $v_5 = 0,20 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$

Sur le schéma le vecteur vitesse \vec{v}_5 a une longueur de 4,0 cm.

3. Pour tracer les vecteurs accélération :

- au point 3 et au point 6 pour l'**enregistrement 2** :

Point considéré i	Point où est mesurée la vitesse n	Mesure de la distance $M_{n-1}M_{n+1}$ (en cm)	Norme de la vitesse en ce point v_n (en $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$)	Longueur de la flèche \vec{v}_n compte tenu de l'échelle (en cm)	Mesure de la longueur de la flèche $\Delta\vec{v}_1$ (en cm)	Norme de la variation du vecteur vitesse Δv_i (en $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$)	Norme de l'accélération a_i (en $\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$)	Longueur de la flèche \vec{a}_1 compte tenu de l'échelle (en cm)
$i = 3$	$n = i - 1 = 2$	6,5	0,33	6,5	3,9	0,20	0,98	9,8
	$n = i + 1 = 4$	4,9	0,25	4,9				
$i = 6$	$n = i - 1 = 5$	4,1	0,21	4,1	2,8	0,14	0,70	7,0
	$n = i + 1 = 7$	2,5	0,13	2,5				

- au point 3 et au point 7 pour l'**enregistrement 3** :

Point considéré i	Point où est mesurée la vitesse n	Mesure de la distance $M_{n-1}M_{n+1}$ (en cm)	Norme de la vitesse en ce point v_n (en $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$)	Longueur de la flèche \vec{v}_n compte tenu de l'échelle (en cm)	Mesure de la longueur de la flèche $\Delta\vec{v}_1$ (en cm)	Norme de la variation du vecteur vitesse Δv_i (en $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$)	Norme de l'accélération a_i (en $\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$)	Longueur de la flèche \vec{a}_1 compte tenu de l'échelle (en cm)
$i = 3$	$n = i - 1 = 2$	2,15	0,11	2,15	0	0	0	0
	$n = i + 1 = 4$	2,15	0,11	2,15				
$i = 7$	$n = i - 1 = 6$	2,15	0,11	2,15	0	0	0	0
	$n = i + 1 = 8$	2,15	0,11	2,15				

- au point 5 et au point 8 pour l'**enregistrement 4** :

Point considéré i	Point où est mesurée la vitesse n	Mesure de la distance $M_{n-1}M_{n+1}$ (en cm)	Norme de la vitesse en ce point v_n (en $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$)	Longueur de la flèche \vec{v}_n compte tenu de l'échelle (en cm)	Mesure de la longueur de la flèche $\Delta\vec{v}_1$ (en cm)	Norme de la variation du vecteur vitesse Δv_i (en $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$)	Norme de l'accélération a_i (en $\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$)	Longueur de la flèche \vec{a}_1 compte tenu de l'échelle (en cm)
$i = 5$	$n = i - 1 = 4$	1,8	0,090	1,8	1,1	0,055	0,28	2,8
	$n = i + 1 = 6$	2,9	0,15	2,9				
$i = 8$	$n = i - 1 = 7$	3,5	0,18	3,5	1,2	0,060	0,30	3,0
	$n = i + 1 = 9$	4,7	0,24	4,7				

Bilan

- Pour l'enregistrement 1, l'accélération est non nulle. Elle est centripète.

Pour l'enregistrement 2, l'accélération est non nulle, mais du fait du freinage elle n'est pas uniquement centripète.

Pour l'enregistrement 3, l'accélération est nulle.

On construit $\vec{\Delta v}_4$. On mesure sa norme. Sur le schéma, le vecteur a une longueur de 2,0 cm.

$$\text{Ainsi : } \vec{\Delta v}_4 = 0,10 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

La norme du vecteur accélération est :

$$a_4 = \frac{\Delta v_4}{2\Delta t} = \frac{0,10}{2 \times 100 \times 10^{-3}} = 0,50 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$$

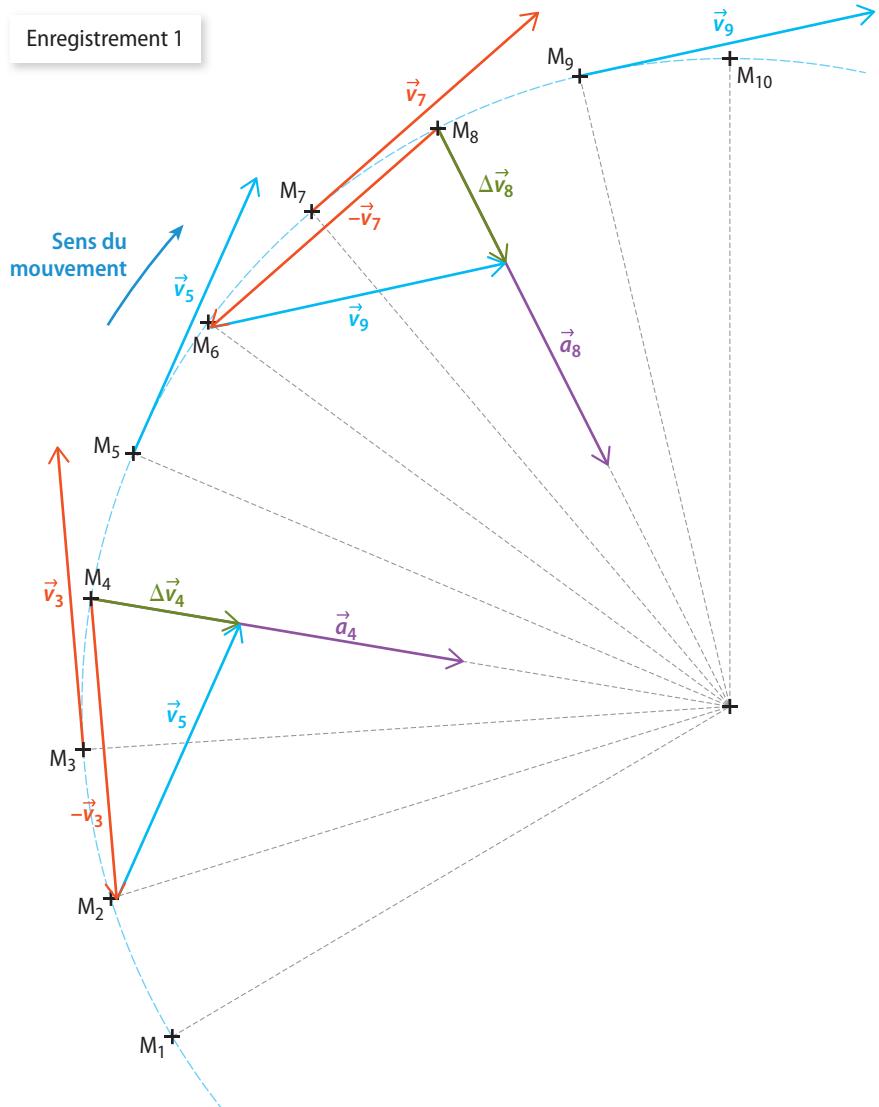
Sur le schéma, le vecteur accélération \vec{a}_4 a même sens et même direction que le vecteur $\vec{\Delta v}_4$. Sa longueur, compte tenu de l'échelle, est 5,0 cm. Vecteur vitesse au point 7 : $v_7 = 0,20 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ (4,0 cm sur le schéma).

Vecteur vitesse au point 9 : $v_9 = 0,20 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ (4,0 cm sur le schéma).

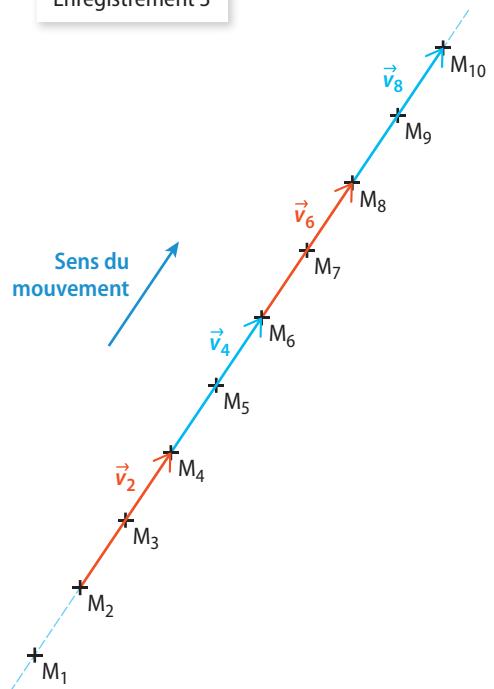
La construction de $\vec{\Delta v}_8$ a une longueur de 2,0 cm sur le schéma, soit $\Delta v_8 = 0,10 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. On en déduit que $a_8 = 0,50 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$. \vec{a}_8 a même sens et même direction que le vecteur $\vec{\Delta v}_8$ (5,0 cm sur le schéma).

Les deux vecteurs \vec{a}_4 et \vec{a}_8 ont même norme, mais leurs directions ne sont pas les mêmes.

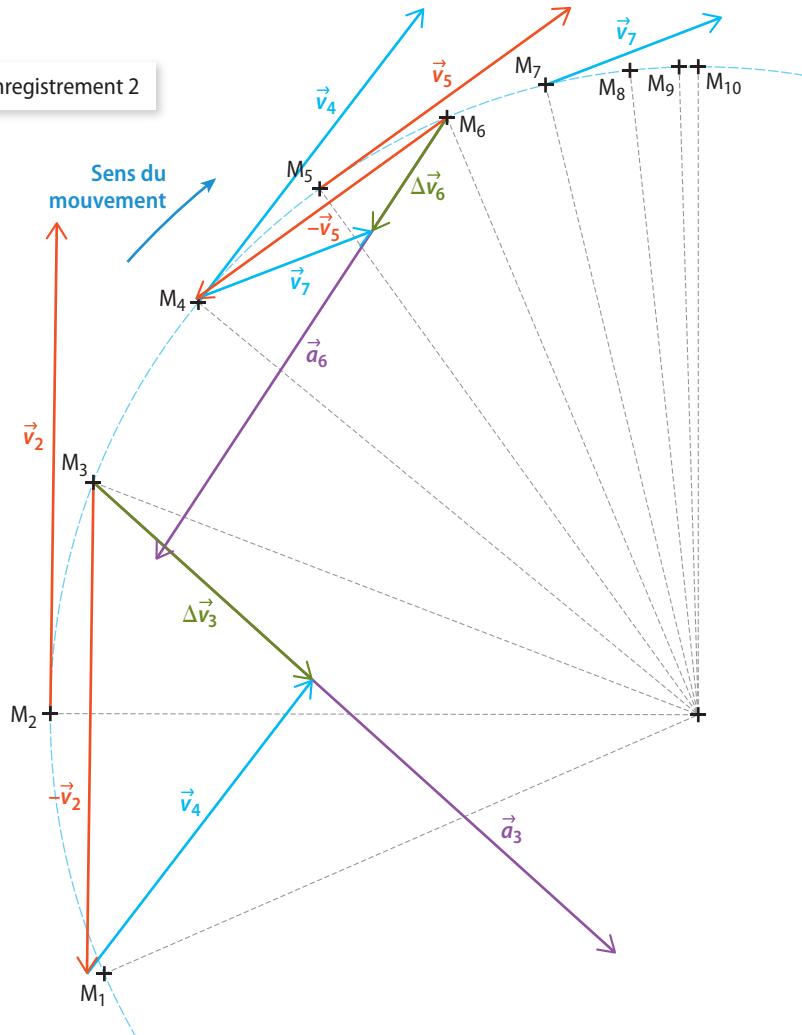
Enregistrement 1



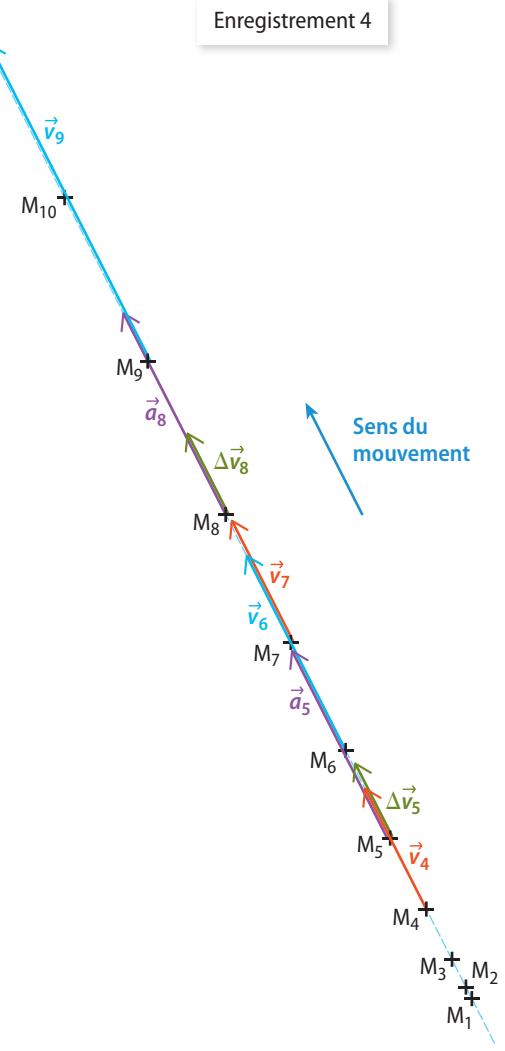
Enregistrement 3



Enregistrement 2



Enregistrement 4

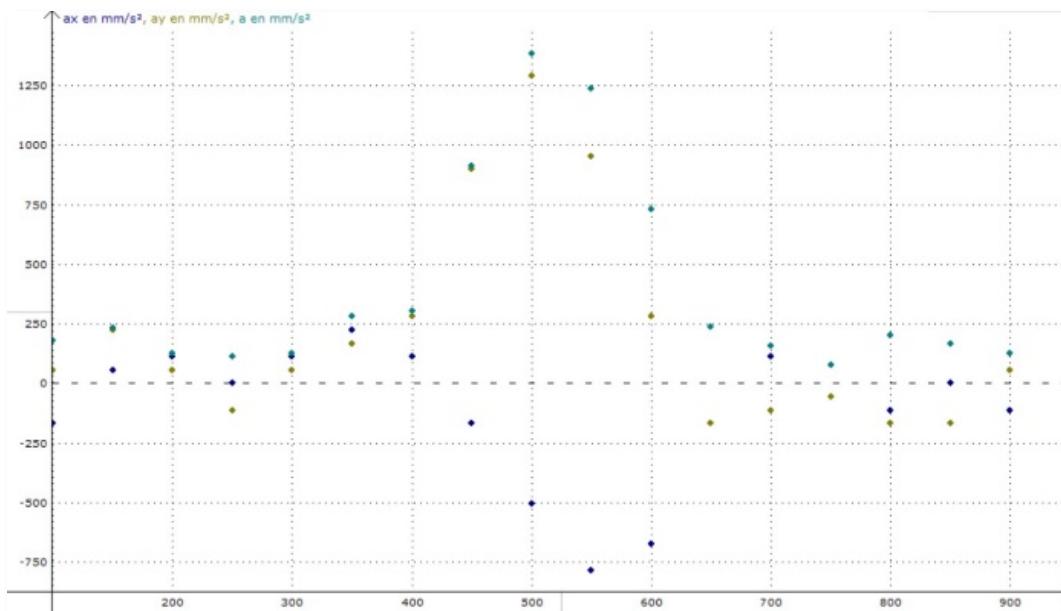
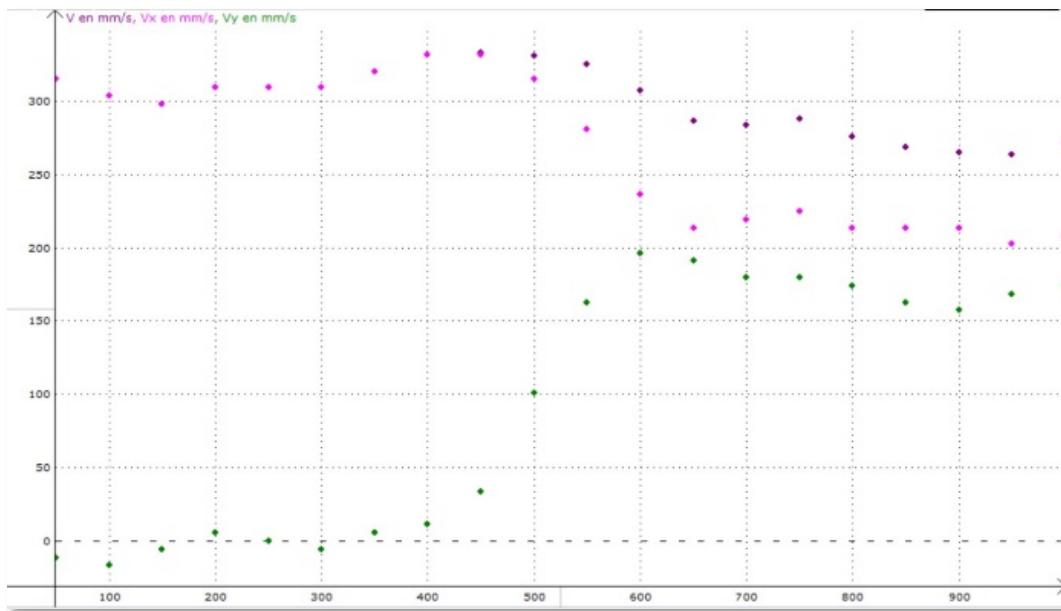


③ Étude d'un mouvement filmé

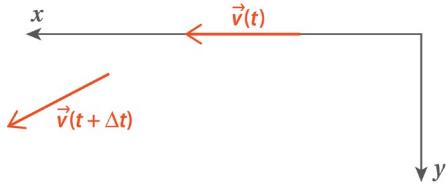
Exemples de calculs réalisés avec Latis-Pro :

Temps (Mouvement Y)	Mouvement Y	Vx	Vy	V	ax	ay	a
	m	m/s	m/s	m/s	m/s ²	m/s ²	m/s ²
0 s	803,074 µm						
50 ms	241,974 µm	0,315 m/s	-11,222 mm/s	0,315 m/s			
1,1 s	-319,125 µm	0,303 m/s	-16,833 mm/s	0,304 m/s	-0,169 m/s ²	56,11 mm/s ²	0,178 m/s ²
1,15 s	-1,441 mm	0,298 m/s	-5,611 mm/s	0,298 m/s	56,173 mm/s ²	0,224 m/s ²	0,231 m/s ²

Exemples de courbes obtenues :



- Compte tenu des erreurs de pointage, la vitesse semble constante, en norme.
- v_x diminue, sans devenir négative. v_y , au début nulle, devient positive.
- Le vecteur vitesse, au départ entièrement dirigé selon l'axe des abscisses, est dévié dans la direction des ordonnées croissantes.



Ces constatations sont en accord avec le mouvement de la bille.

- L'accélération semble non nulle entre $t_1 = 400$ ms et $t_2 = 700$ ms.

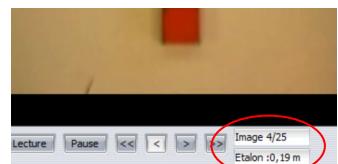
Attention pour comparer clairement ces mesures avec les positions sur la vidéo, il faut (avec le logiciel Latis-Pro) repérer à quelles images les instants correspondent (en regardant par exemple dans le tableau).

6	0,25 s	76,388 mm	0,25 s
7	0,3 s	91,554 mm	0,3 s
8	0,35 s	0,107 m	0,35 s
9	0,4 s	0,124 m	0,4 s
10	0,45 s	0,14 m	0,45 s
11	0,5 s	0,157 m	0,5 s

Dans ce cas, l'instant $t_1 = 400$ ms correspond à la 9^e ligne du tableau.

Il faut ensuite prendre en compte le fait que l'image 1 du tableau correspond à la première image sur laquelle la position de la bille a été repérée (la position du premier « clic »).

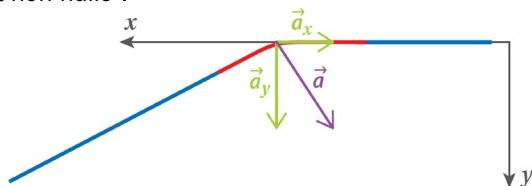
Dans le cas envisagé, la balle se trouve à la première position cliquée (la 1^e ligne du tableau) à la 4^e image de la vidéo.



C'est donc l'image 12 de la vidéo qui correspond à la 9^e ligne du tableau, c'est-à-dire à l'instant $t_1 = 400$ ms.

Une fois ces précautions prises, on s'aperçoit que l'accélération devient non nulle au moment de la déviation de la bille.

- En rouge, la partie de la trajectoire où l'accélération est non nulle :



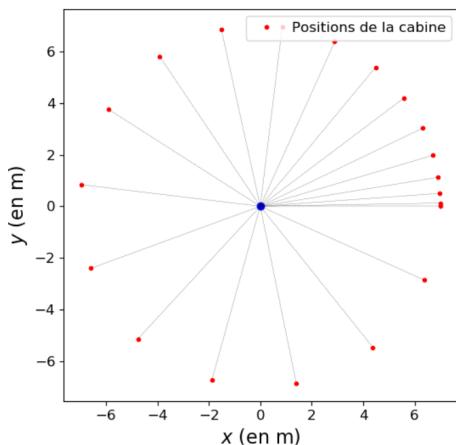
Au moment de la déviation, la coordonnée a_x devient négative, tandis que la coordonnée a_y est positive. On en déduit l'orientation approximative du vecteur accélération \vec{a} .

Bilan

- C'est au moment de la déviation que l'accélération de la bille devient non nulle (et ce, alors même que la norme de la vitesse est constante). Alors même que la norme du vecteur vitesse est constante, l'accélération est non nulle au moment de la déviation.
- En généralisant la construction réalisée ci-dessus, on peut dire que l'accélération est dirigée vers l'intérieur de la courbure de la trajectoire.

④ Mouvement circulaire

1.



- Le mouvement de la cabine est tout d'abord circulaire accéléré (phase 1).

Il devient ensuite circulaire uniforme.

Pour la deuxième sous-question, l'idée est de laisser émerger la conception trop souvent partagée par les élèves qu'un point subit une accélération lorsque sa vitesse varie. On peut ainsi s'attendre à ce que les élèves disent que l'accélération sera non nulle dans la première phase du mouvement uniquement.

- Calculs approchés des coordonnées des vitesses
for i in range(1, N-2):
 vx[i] = (x[i+1]-x[i-1]) / (2*Dt)
 vy[i] = (y[i+1]-y[i-1]) / (2*Dt)

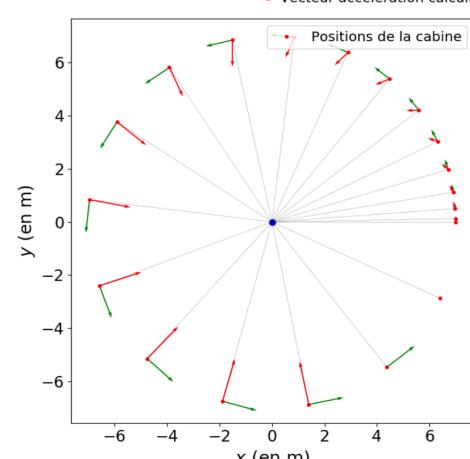
#Calculs approchés des coordonnées des accélérations
for i in range(2, N-3):

$$ax[i] = (vx[i+1]-vx[i-1]) / (2*Dt)$$

$$ay[i] = (vy[i+1]-vy[i-1]) / (2*Dt)$$

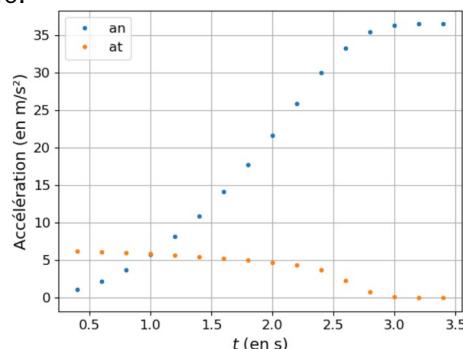
→ Vecteur vitesse calculé

→ Vecteur accélération calculée



Le vecteur accélération n'est nul à aucun moment. Au départ, il n'est pas centripète. Ensuite, dans la deuxième phase du mouvement, il devient centripète. Il est à tout moment dirigé vers l'intérieur de la courbure.

2. a.



Le vecteur accélération s'exprime dans la base de

$$\text{Frenet : } \vec{a} = a_t \vec{u}_t + a_n \vec{u}_n = \frac{dv}{dt} \vec{u}_t + \frac{v^2}{R} \vec{u}_n$$

$$\text{Ainsi, } a_t = \frac{dv}{dt} \text{ et } a_n = \frac{v^2}{R}.$$

On sait que dans la première partie du mouvement, le mouvement de la cabine est accéléré, sa vitesse augmente. $\frac{dv}{dt} > 0$ et ainsi, $a_t = \frac{dv}{dt} > 0$.

b. Comme, dans la deuxième partie du mouvement, la vitesse de la cabine devient constante, $\frac{dv}{dt} = 0$.

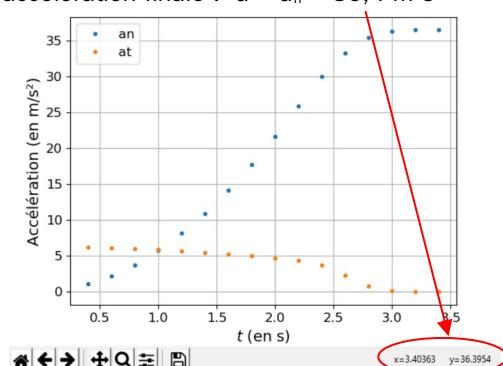
$$\text{Ainsi, } a_t = \frac{dv}{dt} = 0.$$

c. Lorsque la cabine ralentira, sa vitesse diminuera :

$\frac{dv}{dt} < 0$ et ainsi, $a_t = \frac{dv}{dt} < 0$. La courbe prendra des valeurs négatives, puis s'annulera lorsque la cabine sera arrêtée : $\frac{dv}{dt} = 0$ implique $a_t = \frac{dv}{dt} = 0$. La courbe représentant a_t en fonction de t aura l'allure suivante.



d. Lorsque la cabine a une vitesse stabilisée (en norme), l'accélération a seulement une composante normale, selon \vec{u}_n . Ainsi, l'accélération totale subie par la cabine correspond à la coordonnée a_n de l'accélération. Sur le graphique obtenu par le programme (en utilisant les coordonnées du réticule qui s'affiche en bas à droite de la fenêtre), on mesure une accélération finale : $a = a_n = 36,4 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$



Cette accélération correspond à $3,71g$.

$$\text{En effet : } \frac{a}{g} = \frac{36,4}{9,81} = 3,71$$

Cette valeur est donc assez proche de la valeur attendue ($4g$).

3. a. Lorsque $t \in [0 \text{ s} ; 2,65 \text{ s}]$:

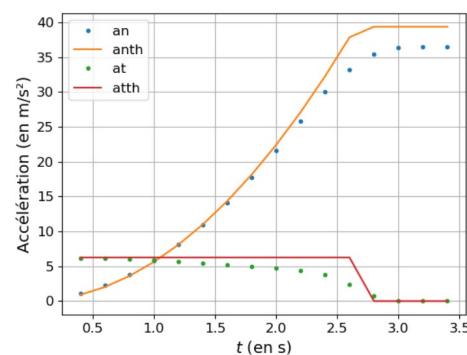
$$v(t) = kt \quad a_t = \frac{dv}{dt} = k \quad a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{(kt)^2}{R}$$

À partir du demi-tour suivant, la norme de la vitesse est constante. Lorsque $t \in]2,65 \text{ s} ; +\infty[$:

$$v_t = v_0 \quad a_t = \frac{dv}{dt} = 0 \quad a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{(v_0)^2}{R}$$

#Calculs théoriques de l'accélération

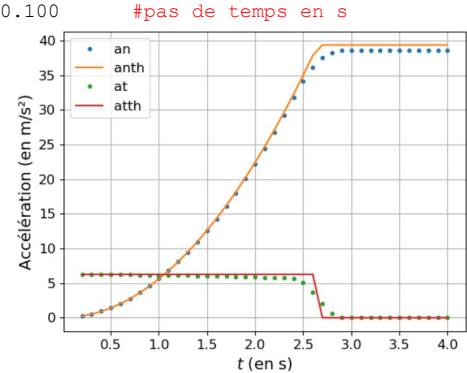
```
for i in range(1,N-1):
    if temps[i] <= 2.65 :
        anth[i] = (k*temps[i])**2/R
        atth[i] = k
    else :
        anth[i] = v0**2/R
        atth[i] = 0
```



3. b.

#Le fichier csv d'où l'importation des valeurs est effectuée

```
fichier_importe = 'pointage_centrifugeuse_2.csv'
#Ne pas modifier les 4 lignes suivantes
with open(fichier_importe, newline='') as csvfile:
    spamreader = csv.reader(csvfile,
    delimiter=';', quotechar='|')
    for row in spamreader:
        table.append(row)
Dt = 0.100 #pas de temps en s
```



Avec davantage de points, les courbes calculées se rapprochent des courbes théoriques.

Exercices

Exercices 1 à 17 corrigés à la fin du manuel de l'élève.

Exercices 18 à 20 corrigés dans le manuel de l'élève.

21 a. Tracé du vecteur vitesse

$$\text{au point } M_3 : v_3 = \frac{M_2 M_4}{2\Delta t}$$

$M_2 M_4 = 5,0 \text{ m}$ (sur la figure, 2,5 cm).

$$v_3 = \frac{5,0}{2 \times 0,500} = 5,0 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

Sur le schéma, le vecteur vitesse \vec{v}_3 a une longueur de 2,5 cm.

On fait de même pour v_5 et v_{11} :

$M_4 M_6 = 5,0 \text{ m}$ implique

$$v_5 = \frac{M_4 M_6}{2\Delta t} = 5,0 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}.$$

Sur le schéma, le vecteur vitesse est tangent à la trajectoire, a le sens du mouvement et sa longueur, compte tenu de l'échelle, est de 2,5 cm.

$M_{10} M_{12} = 5,0 \text{ m}$ implique

$$v_{11} = \frac{M_{10} M_{12}}{2\Delta t} = 5,0 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}.$$

Sur le schéma \vec{v}_5 et \vec{v}_{11} ont tous deux une longueur de 2,5 cm.

b. Voir la figure ci-contre.

Le vecteur correspondant à la variation du vecteur vitesse est représenté par une flèche de longueur 0,55 cm : $\Delta v_4 = 1,1 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$

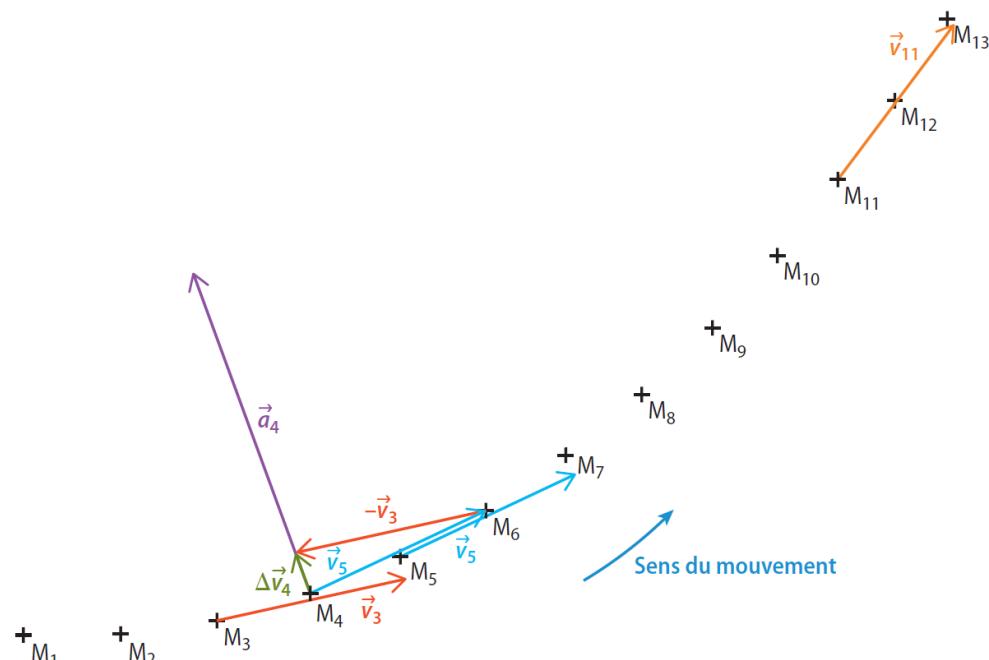
c. La norme du vecteur accélération est : $a_4 = \frac{\Delta v_4}{2\Delta t} = \frac{1,1}{2 \times 0,500} = 1,1 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$

Voir la figure ci-dessus.

Sur le schéma, le vecteur accélération \vec{a}_3 a le même sens et la même direction que $\Delta \vec{v}_4$.

Sa longueur, compte tenu de l'échelle, est de 4,4 cm.

d. Le mouvement est uniforme.



22 1. t : le temps en secondes (s)

Δt : une durée en secondes (s)

$x(t)$: l'abscisse du point en mètres (m)

$v(t)$: la norme du vecteur vitesse en mètres par seconde ($\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$)

$v_x(t)$: la coordonnée selon l'axe (Ox) du vecteur vitesse en mètres par seconde ($\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$)

R : une distance qui s'exprime en mètres (m)

Une accélération s'exprime en mètres par seconde carré ($\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$).

2. a. $\frac{v(t)^2}{R}$ est en $\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$. C'est une formule compatible avec une accélération.

b. $\frac{dx}{dt}(t)$ est en $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$. Ce n'est pas une formule compatible avec une accélération.

c. $\frac{d^2 v_x}{dt^2}(t)$ est en $\text{m}\cdot\text{s}^{-3}$. Ce n'est pas une formule compatible avec une accélération.

d. $v_x(t + \Delta t) - v_x(t - \Delta t)$ est en $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$. Ce n'est pas une formule compatible avec une accélération.

e. $\frac{d^2 x}{dt^2}(t)$ est en $\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$. C'est une formule compatible avec une accélération.

f. $\frac{v(t)}{R^2}$ est en $\text{m}^{-1}\cdot\text{s}^{-1}$. Ce n'est pas une formule compatible avec une accélération.

g. $\frac{v_x(t + \Delta t) - v_x(t - \Delta t)}{2\Delta t}$ est en $\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$. C'est une formule compatible avec une accélération.

h. $\frac{v(t)}{R}$ est en s^{-1} . Ce n'est pas une formule compatible avec une accélération.

i. $\frac{dv_x}{dt}(t)$ est en $\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$. C'est une formule compatible avec une accélération.

- 23** a. $x(t)$ et $y(t)$ sont en mètres. Ainsi :
- 1,50 est en mètres par secondes carré ($\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$).
 - 8,33 est en mètres (m).
 - 2,50 est en mètres par secondes au cube ($\text{m}\cdot\text{s}^{-3}$).
 - 5,72 est en mètres par secondes ($\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$).
- b. À $t = 0$ s, $x(t = 0) = 8,33$ m et $y(t = 0) = 0$ m.
- c. $v_x(t) = 3,0t$ $v_y(t) = 7,50t^2 - 5,72$
- d. $a_x(t) = 3,0$ $a_y(t) = 15,0t$

- 24** a. Le mouvement 1 est rectiligne uniforme.
Le mouvement 2 est rectiligne accéléré (la norme de la vitesse augmente).
Le mouvement 3 est rectiligne décéléré (la norme de la vitesse diminue).
b. Le mouvement 1 est rectiligne uniforme : $a_x(t) = 0$
Le mouvement 2 est rectiligne accéléré (la norme de la vitesse augmente) : $a_x(t) > 0$
Le mouvement 3 est rectiligne décéléré (la norme de la vitesse diminue) : $a_x(t) < 0$
c. Le vecteur accélération :
- pour le mouvement 1 (rectiligne uniforme), est nul ;
 - pour le mouvement 2 (rectiligne accéléré), est dans le sens du mouvement (de gauche à droite) ;
 - pour le mouvement 3 (rectiligne décéléré), est dans le sens opposé du mouvement (de droite à gauche).

- 25** a. Un mouvement rectiligne désigne la trajectoire (droite) d'un mouvement. Un mouvement uniforme désigne la norme de la vitesse (constante). Les deux termes sont donc indépendants l'un de l'autre. L'un n'implique donc pas l'autre.
b. L'accélération est nulle uniquement pour les mouvements rectilignes uniformes. Pour les mouvements autres (circulaires ou curvilignes) l'accélération sera non nulle même si le mouvement est uniforme.
c. Un mouvement accéléré se fait avec une accélération non nulle. Uniformément accéléré implique, en plus, que cette accélération reste constante.
d. Un point qui ralentit, n'a pas un mouvement rectiligne uniforme. Il subit donc une accélération. Il est donc accéléré. Le sens de l'accélération est opposé au sens du mouvement.
e. La composante selon \vec{u}_n ne peut pas être nulle (si le mouvement est circulaire). Ainsi, un mouvement circulaire se fait nécessairement avec une accélération.
f. Il y a deux termes à l'accélération donnée dans le repère de Frenet. Si le mouvement circulaire n'est pas uniforme, la composante selon \vec{u}_t n'est pas nulle.

Exercice 26 corrigé à la fin du manuel de l'élève.

27	a.	b.	c.	d.
v_x (en $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$)	1,50	1,50	-2,0	2,0
v_y (en $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$)	-1,50	3,00	4,0	4,0
v (en $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$)	2,12	3,35	4,5	4,5

En effet, $v = \sqrt{(v_x)^2 + (v_y)^2}$.

28 a. $\vec{a}(t) = \frac{dv}{dt}(t) \vec{u}_t + \frac{v(t)^2}{R} \vec{u}_n$

\vec{u}_t est tangent à la trajectoire, son sens correspond au sens du mouvement. \vec{u}_n est dirigé selon le rayon du cercle, vers le centre de celui-ci.

b. Compte tenu de l'expression de l'accélération, le premier terme peut s'annuler si $\frac{dv}{dt}(t) = 0$, c'est-à-dire si le mouvement devient uniforme.

Le deuxième terme ne peut s'annuler que si $v(t)$ devient nulle (absence de mouvement) ou si R devient infini (le mouvement devient alors rectiligne). Ainsi, il ne peut y avoir de mouvement circulaire sans accélération.

c. L'expression de l'accélération dans le repère de Frenet montre que le terme selon \vec{u}_n est nécessairement positif. Le vecteur accélération sera donc toujours dirigé vers l'intérieur de la courbure, ce qui exclut le schéma 4, indépendamment de la situation physique envisagée.

Situation 1. La vitesse augmente en norme : $\frac{dv}{dt}(t) > 0$.

Ainsi, la partie de l'accélération dirigée selon \vec{u}_t est dans le sens de \vec{u}_t .

Le schéma correspondant est le schéma 2.

Situation 2. La vitesse diminue en norme : $\frac{dv}{dt}(t) < 0$.

Ainsi, la partie de l'accélération dirigée selon \vec{u}_t est dans le sens opposé à \vec{u}_t .

Le schéma correspondant est le schéma 1.

Situation 3. La vitesse est constante en norme :

$\frac{dv}{dt}(t) = 0$. Ainsi, la partie de l'accélération dirigée selon \vec{u}_t est nulle. L'accélération est dirigée uniquement selon \vec{u}_n .

Le schéma correspondant est le schéma 3.

29 a. Si la vitesse est multipliée par 2, l'accélération est multipliée par 4 :

$$\text{si } v' = 2v, \text{ alors } a' = \frac{(2v)^2}{R} = \frac{4v^2}{R} = 4a.$$

b. Si le rayon est multiplié par 2, l'accélération est divisée par 2 :

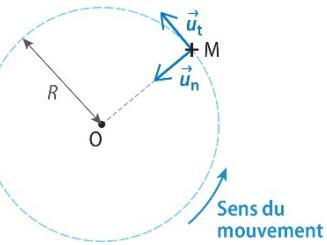
$$\text{si } R' = 2R, \text{ alors } a' = \frac{v^2}{2R} = \frac{a}{2}.$$

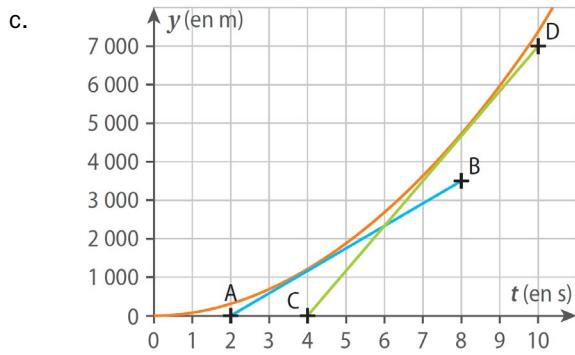
c. Si le rayon est divisé par 2, l'accélération est multipliée par 2 :

$$\text{si } R' = \frac{R}{2}, \text{ alors } a' = \frac{v^2}{\frac{R}{2}} = \frac{2v^2}{R} = 2a.$$

30 a. La tangente à la courbe est horizontale à l'instant initial. On en déduit que la vitesse de la fusée est nulle à l'instant initial.

b. On observe que le coefficient directeur des tangentes à la courbe augmente au cours du temps. La vitesse de la fusée augmente au fur et à mesure que le temps passe.





$$\text{À } t_1 = 4,0 \text{ s}, v_x(t_1) = \frac{x_B - x_A}{t_B - t_A} = \frac{3500 - 0}{8,0 - 2,0} = 5,8 \times 10^2 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}.$$

$$\text{À } t_2 = 8,0 \text{ s}, v_x(t_2) = \frac{x_D - x_C}{t_D - t_C} = \frac{7000 - 0}{10,0 - 4,0} = 1,2 \times 10^3 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}.$$

d. Vérifions s'il y a proportionnalité entre $v_x(t)$ et t :

$v_x(t)$ (en $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$)	0	$5,8 \times 10^2$	$1,2 \times 10^3$
t (en s)	0	4,0	8,0
$k = \frac{v_x(t)}{t}$ (en $\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$)	Compatible avec tous les coefficients de proportionnalité	$1,5 \times 10^2$	$1,5 \times 10^2$

$v_x(t)$ et t semblent proportionnels. Le coefficient de proportionnalité (égal à l'accélération de la fusée) est $k = 1,5 \times 10^2 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2} = 15 \text{ g}$.

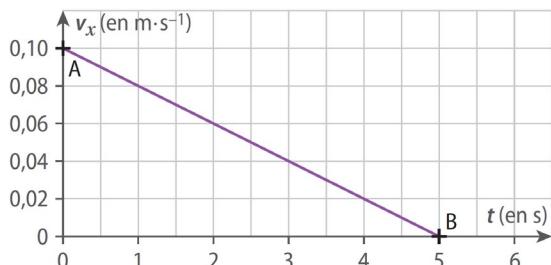
31. a. Le mouvement est rectiligne (énoncé). On choisit l'axe (Ox) comme correspondant à la direction et au sens du mouvement. La courbe représentant $v_x(t)$ pour l'enregistrement 1 est une droite (décroissante), son coefficient directeur est une constante (négative). $a_x(t)$ sera constante tout au long du mouvement. On a affaire à un mouvement rectiligne uniformément accéléré.

b. Le mouvement est rectiligne (énoncé). On choisit l'axe (Ox) comme correspondant à la direction et au sens du mouvement. La courbe représentant $v_x(t)$ pour l'enregistrement 2 n'est pas une droite, le coefficient directeur de sa tangente en chaque point varie au cours du mouvement. $a_x(t)$ ne sera pas constante tout au long du mouvement. On a affaire à un mouvement rectiligne accéléré (non uniformément).

c. Pour l'enregistrement 1 :

$$a_x(t_1) = \frac{v_{xB} - v_{xA}}{t_B - t_A} = \frac{0 - 0,10}{5,0 - 0} = -2,0 \times 10^{-2} \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$$

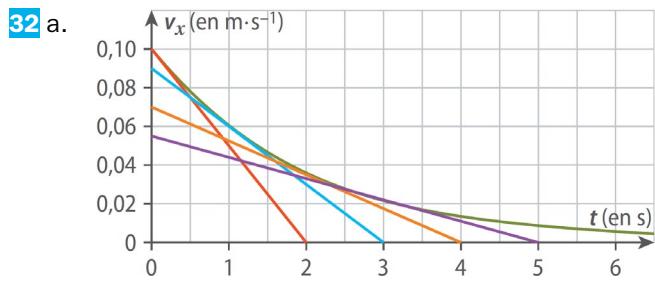
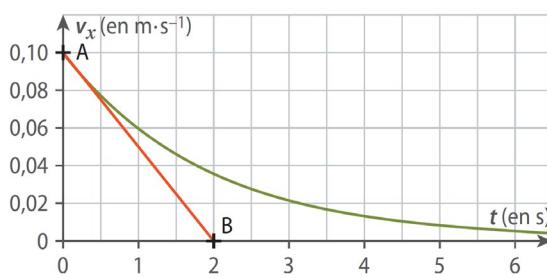
En norme, $a(t_1) = 2,0 \times 10^{-2} \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$.



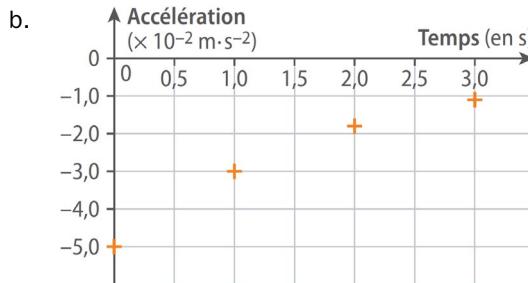
Pour l'enregistrement 2 :

$$a_x(t_1) = \frac{v_{xB} - v_{xA}}{t_B - t_A} = \frac{0 - 0,10}{2,0 - 0} = -5,0 \times 10^{-2} \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}.$$

En norme, $a(t_1) = 5,0 \times 10^{-2} \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$.



Instant	0	1	2	3
Accélération (en $\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$)	$\frac{a_x}{= 0 - 0,10} = -5,0 \times 10^{-2}$	$\frac{a_x}{= 0 - 0,09} = -3,0 \times 10^{-2}$	$\frac{a_x}{= 0 - 0,07} = -1,8 \times 10^{-2}$	$\frac{a_x}{= 0 - 0,055} = -1,1 \times 10^{-2}$



c. L'accélération n'étant pas constante, le mouvement n'est pas uniformément accéléré.

33. a. Voir schéma ci-contre.

$$b. \vec{a}(t) = \frac{dv}{dt}(t) \vec{u}_t + \frac{v(t)^2}{R} \vec{u}_n$$

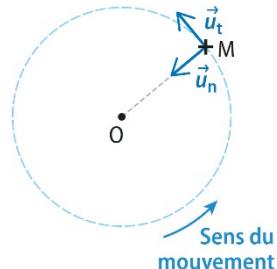
Si le mouvement est

$$\text{uniforme, } \frac{dv}{dt}(t) = 0.$$

L'accélération est dans ce

cas dirigée selon le vecteur

$$\text{normal } \vec{u}_n : \quad \vec{a}(t) = \frac{v^2}{R} \vec{u}_n$$



34. 1. Les données de la troisième colonne correspondent à l'explicitation de combien la norme de la vitesse va augmenter et en combien de temps. Ce n'est pas une donnée directe de la norme de l'accélération qui s'exprime en $\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$.

2. a. Un mouvement est rectiligne uniformément accéléré, si sa trajectoire est une droite (rectiligne) et si l'accélération $\vec{a}(t)$ du point est constante au cours du mouvement.

b. Si le mouvement est rectiligne uniformément accéléré, le mouvement se fera selon un seul axe ((Ox), par exemple). Ainsi, $a(t) = a_x(t) = \frac{dv_x}{dt}(t) = \frac{dv}{dt}(t)$.

Si la norme de l'accélération est constante, alors $a(t) = a = \frac{dv}{dt} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$. Dans ce calcul, Δv doit être en $m \cdot s^{-1}$ et Δt en secondes.

Montagnes russes	Vitesse maximale	Accélération maximale	Accélération (en $m \cdot s^{-2}$)
Formula Rossa	240 km·h ⁻¹	0-240 km·h ⁻¹ en 4 s	17
Ring Racer	217 km·h ⁻¹	0-217 km·h ⁻¹ en 2,5 s	24
Top Thrill Dragster	193 km·h ⁻¹	0-193 km·h ⁻¹ en 4 s	13
Dodonpa	172 km·h ⁻¹	0-172 km·h ⁻¹ en 1,8 s	26

3. Le passager aura le plus de sensations dans le parc Dodonpa. Malgré sa quatrième place au classement des vitesses maximales, c'est lui qui offre l'accélération la plus grande.

35 a. Le point peut avoir une vitesse constante en norme mais avoir une vitesse qui ne serait pas constante vectoriellement. Ainsi, le point pourrait subir une accélération avec un mouvement uniforme.

b. Dans le repère de Frenet : $\vec{a}(t) = \frac{dv}{dt}(t) \vec{u}_t + \frac{v(t)^2}{R} \vec{u}_n$

Si la norme de la vitesse $v(t)$ est constante $\frac{dv}{dt}(t) = 0$.

Ainsi, l'accélération sera : $\vec{a}(t) = \frac{v^2}{R} \vec{u}_n$

Elle sera portée par le vecteur unitaire \vec{u}_n (dirigé du point vers le centre de la courbure).

c. $\vec{a}(t) = \frac{v^2}{R} \vec{u}_n$

En norme, $a = \frac{v^2}{R}$. Si $v = 300 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1} = 83,3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ et $a = 10g = 10 \times 9,81 = 98,1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$, on obtiendrait

$$R = \frac{v^2}{a} = \frac{83,3^2}{98,1} = 70,7 \text{ m. La trajectoire de l'avion seraient un cercle de rayon } R = 70,7 \text{ m.}$$

Exercice 36 corrigé à la fin du manuel de l'élève.

37 a. $v_x(t) = \frac{dx}{dt}(t) = 5,76 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

$v_y(t) = \frac{dy}{dt}(t) = 1,95 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

b. Les coordonnées du vecteur vitesse sont constantes, le vecteur vitesse est constant. Si le vecteur vitesse est constant, sa norme l'est aussi. Si, à tout moment, le vecteur vitesse est constant, alors le mouvement est rectiligne. Le mouvement est rectiligne uniforme, son accélération est donc nulle.

$a_x(t) = \frac{dv_x}{dt}(t) = 0 \quad a_y(t) = \frac{dv_y}{dt}(t) = 0$

Le vecteur accélération est nul.

c. $v_x(t) = 5,76 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \quad v_y(t) = 1,95 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

La norme de la vitesse est $v(t) = \sqrt{(v_x(t))^2 + (v_y(t))^2}$.

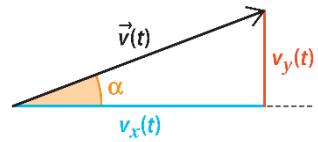
$v(t) = \sqrt{(5,76)^2 + (1,95)^2} = 6,08 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

Pour déterminer l'angle entre l'horizontal et la direction du mouvement, nous allons déterminer l'angle entre l'horizontale et le vecteur vitesse.

Le triangle est rectangle, on peut utiliser les relations trigonométriques :

$$\tan(\alpha) = \frac{v_y}{v_x} = \frac{1,95}{5,76}$$

$$\alpha = 18,7^\circ$$



- 38** a. Le vecteur vitesse $\vec{v}(t)$ ne pourrait pas être constant. En effet, la direction du mouvement change au cours du mouvement.
b. Le vecteur vitesse n'est pas constant implique que le vecteur accélération ne peut pas être nul.
c. Le mouvement serait alors circulaire uniforme.
d. Dans le repère de Frenet :

$$\vec{a}(t) = \frac{dv}{dt}(t) \vec{u}_t + \frac{v(t)^2}{R} \vec{u}_n$$

Si la norme de la vitesse $v(t)$ est constante, alors $\frac{dv}{dt}(t) = 0$. Ainsi, l'accélération sera : $\vec{a}(t) = \frac{v^2}{R} \vec{u}_n$

e. $\vec{a}(t) = \frac{v^2}{R} \vec{u}_n \quad \text{En norme, } a = \frac{v^2}{R} \text{ avec :}$

$$R = 6\,371 + 8,848 = 6\,380 \text{ km} = 6,380 \times 10^6 \text{ m}$$

$$\text{Or } v = \sqrt{aR} = \sqrt{9,80 \times 6,380 \times 10^6}$$

$$v = 7,91 \times 10^3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} = 2,85 \times 10^4 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$$

Cette vitesse correspondrait à $\frac{2,85 \times 10^4}{1\,235} = 23,0$ fois la vitesse du son (Mach 23,0).

39 a. $v_x(t) = \frac{dx}{dt}(t) = 20,0t - 2,00t^2$

b. $a_x(t) = \frac{dv_x}{dt}(t) = 20,0 - 4,00t$

c. Le mouvement est rectiligne (énoncé) et accéléré. Le mouvement n'est pas uniformément accéléré car la norme de l'accélération n'est pas constante.

d. À $t_0 = 0 \text{ s}$: $a(t_0) = 20,0 - 4,00t_0 = 20,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$

À $t_1 = 5,0 \text{ s}$: $a(t_1) = 20,0 - 4,00t_1 = 0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$

e. $v(t_1) = 20,0t_1 - 2,00t_1^2 = 50 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} = 1,8 \times 10^2 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$

f. $x(t_1) = 10,0t_1^2 - 0,667t_1^3 = 1,7 \times 10^2 \text{ m}$

40 a. $a_x(t) = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ or $a_x(t) = \frac{dv_x}{dt}(t)$

donc $v_x(t) = 10t + K$ avec K une constante.

Or à $t = 0$, $v_x(0) = K = 0$. Ainsi, $v_x(t) = 10t$.

b. $v_x(t) = \frac{dx}{dt}(t)$

donc $x(t) = 5,0t^2 + K'$ avec K' une constante.

Or, si on choisit $x(0) = 0$, $x(t) = 5,0t^2$.

c. L'instant t_1 correspond à l'instant où :

$$v(t_1) = v_{\max} = 306,1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \quad \text{or } v(t_1) = 10t_1$$

Ainsi, $t_1 = \frac{v_{\max}}{10} = 31 \text{ s}$.

La distance parcourue pendant cette phase est :

$$x(t_1) = 5,0t_1^2 = 4,8 \times 10^3 \text{ m}$$

d. Pour permettre à la capsule d'atteindre sa vitesse maximale, il faudrait donc un trajet minimum de $9,6 \times 10^3 \text{ m}$ soit environ 9,6 km.

Sur de grands trajets (Paris-Marseille, par exemple) cette phase d'accélération serait négligeable devant la distance à parcourir.

41 a. $v_x(t) = \frac{dx}{dt}(t) = \omega R \cos(\omega t)$

$$v_y(t) = \frac{dy}{dt}(t) = -\omega R \sin(\omega t)$$

b. Le mouvement est uniforme si la norme de sa vitesse est constante : $v(t) = \sqrt{(v_x(t))^2 + (v_y(t))^2}$

$$\text{Ici, } v(t) = \sqrt{(\omega R \cos(\omega t))^2 + (-\omega R \sin(\omega t))^2}$$

$$v(t) = \sqrt{\omega^2 R^2 (\cos^2(\omega t) + \sin^2(\omega t))}$$

$$\text{Or } \cos^2(x) + \sin^2(x) = 1 \text{ donc } v(t) = \sqrt{\omega^2 R^2} = \omega R.$$

Le mouvement est uniforme, mais le mouvement n'est pas rectiligne.

c. $a_x(t) = \frac{dv_x}{dt}(t) = -\omega^2 R \sin(\omega t)$

$$a_y(t) = \frac{dv_y}{dt}(t) = -\omega^2 R \cos(\omega t)$$

d. Comme les valeurs de $a_x(t)$ et $a_y(t)$ changent au cours du mouvement, l'accélération de la voiture n'est pas constante.

Norme de l'accélération : $a(t) = \sqrt{(a_x(t))^2 + (a_y(t))^2}$

$$a(t) = \sqrt{(-\omega^2 R \sin(\omega t))^2 + (-\omega^2 R \cos(\omega t))^2}$$

$$a(t) = \sqrt{\omega^4 R^2 (\sin^2(\omega t) + \cos^2(\omega t))}$$

$$\text{Or } \cos^2(x) + \sin^2(x) = 1 \text{ donc } a(t) = \sqrt{\omega^4 R^2} = \omega^2 R.$$

La norme de l'accélération est constante.

e. Réalisons le produit scalaire entre les vecteurs $\vec{a}(t)$ et $\vec{v}(t)$: $\vec{a}(t) \cdot \vec{v}(t) = a_x(t) \times v_x(t) + a_y(t) \times v_y(t)$

$$\begin{aligned} \vec{a}(t) \cdot \vec{v}(t) &= -\omega^2 R \sin(\omega t) \times \omega R \cos(\omega t) \\ &\quad + (-\omega^2 R \cos(\omega t)) \times (-\omega R \sin(\omega t)) \end{aligned}$$

$$\vec{a}(t) \cdot \vec{v}(t) = -\omega^3 R^2 \sin(\omega t) \cos(\omega t) + \omega^3 R^2 \sin(\omega t) \cos(\omega t)$$

$$\vec{a}(t) \cdot \vec{v}(t) = 0 : \text{les vecteurs } \vec{a}(t) \text{ et } \vec{v}(t) \text{ sont orthogonaux.}$$

f. Dans le repère de Frenet :

$$\vec{v}(t) = v(t) \vec{u}_t \quad \vec{a}(t) = \frac{dv}{dt}(t) \vec{u}_t + \frac{v(t)^2}{R} \vec{u}_n$$

Ici, le mouvement est uniforme : $v(t) = v$ et $\frac{dv}{dt}(t) = 0$

$$\text{On obtient dans ce cas : } \vec{v}(t) = v \vec{u}_t \text{ et } \vec{a}(t) = \frac{v^2}{R} \vec{u}_n$$

Le vecteur $\vec{v}(t)$ est dirigé selon le vecteur unitaire \vec{u}_t , tandis que le vecteur $\vec{a}(t)$ est dirigé selon le vecteur unitaire \vec{u}_n . Les deux vecteurs sont donc orthogonaux.

42 Le mouvement est supposé rectiligne uniformément accéléré. Cela implique que l'accélération de l'avion se fait selon un axe unique (ici, (Ox)) et est constante vectoriellement.

Cela implique que $a(t) = \begin{pmatrix} a_x \\ 0 \end{pmatrix}$ a_x étant constante.

Comme $a_x = \frac{dx}{dt}(t)$, cela implique que :

$$v_x(t) = a_x t + k \text{ avec } k \text{ une constante.}$$

$$\text{À } t = 0 \text{ s, } v_x(0) = 0 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}. \text{ Ainsi, } v_x(t) = a_x t.$$

Comme $v_x(t) = \frac{dx}{dt}(t)$, on obtient :

$$x(t) = \frac{1}{2} a_x t^2 + k' \text{ avec } k' \text{ une constante.}$$

$$\text{À } t = 0 \text{ s, } x(0) = 0 \text{ m. Ainsi, } x(t) = \frac{1}{2} a_x t^2.$$

Voyons à présent le texte. Lorsque l'avion parcourt 75 m ($x(t_1) = 75$ m), l'avion passe de 0 à $250 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$ ($v_x(t_1) = 69,4 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$). Ainsi :

$$x(t_1) = \frac{1}{2} a_x t_1^2 \quad v_x(t_1) = a_x t_1$$

Trouvons l'expression de t_1 grâce à la deuxième égalité : $t_1 = \frac{v_x(t_1)}{a_x}$ d'où $x(t_1) = \frac{1}{2} \frac{v_x(t_1)^2}{a_x}$

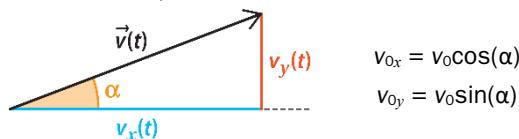
$$\text{Et enfin : } a_x = \frac{1}{2} \frac{v_x(t_1)^2}{x(t_1)}$$

$$\text{Application numérique : } a_x = \frac{1}{2} \frac{69,4^2}{75} = 32 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2} = 3,3g$$

Exercice 43 corrigé à l'adresse hatier-clic.fr/pct308

44 1.1. $v_{0x} = \frac{x_1}{\Delta t} = \frac{1,0 \times 0,50}{0,10} = 5,0 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ $v_{0y} = \frac{y_1}{\Delta t} = \frac{1,7 \times 0,50}{0,10} = 8,5 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$

1.2.



$$v_{0x} = v_0 \cos(\alpha)$$

$$v_{0y} = v_0 \sin(\alpha)$$

Ainsi, $\frac{v_{0y}}{v_{0x}} = \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)} = \tan(\alpha)$.

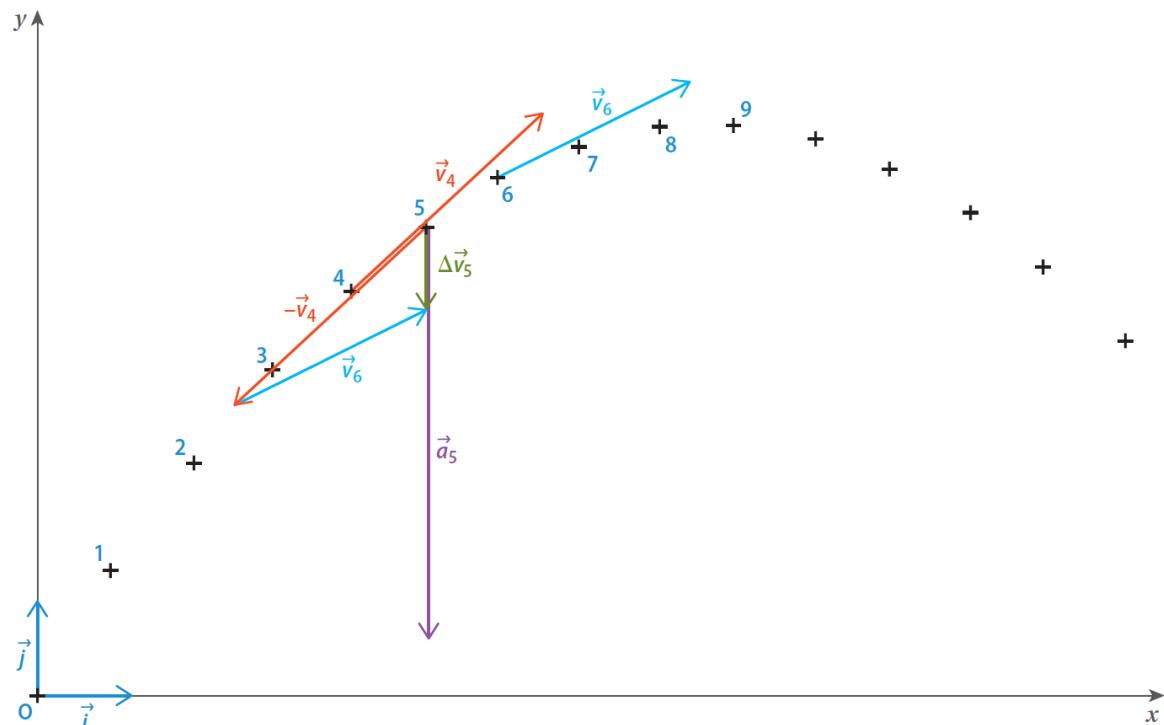
Application numérique : $\tan(\alpha) = \frac{8,5}{5,0} = 1,7$ $\alpha = 60^\circ$

De plus, la norme de la vitesse à l'instant initial est : $v_0 = \sqrt{(v_{0x})^2 + (v_{0y})^2} = \sqrt{(5,0)^2 + (8,5)^2} = 10 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$

2.1. $M_3M_5 = 1,4 \text{ m}$ (2,8 cm sur la figure) : $v_4 = \frac{M_3M_5}{2\Delta t} = \frac{1,4}{2 \times 0,10} = 7,0 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$

$M_5M_7 = 1,15 \text{ m}$ (2,3 cm sur la figure) : $v_6 = \frac{M_5M_7}{2\Delta t} = \frac{1,15}{2 \times 0,10} = 5,8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$

2.2. Sur le schéma le vecteur vitesse \vec{v}_4 a une longueur de 3,5 cm, \vec{v}_6 a une longueur de 2,9 cm.



2.3. Sur le schéma la variation du vecteur vitesse a une longueur de 1,1 cm : $\Delta v_5 = 2,2 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$

2.4. La norme du vecteur accélération est :

$$a_5 = \frac{\Delta v_5}{2\Delta t} = \frac{1,8}{2 \times 0,10} = 11 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$$

Sur le schéma le vecteur accélération \vec{a}_5 a même sens et même direction que le vecteur $\Delta \vec{v}_5$. Sa longueur, compte tenu de l'échelle, est de 5,5 cm. 3. Le vecteur accélération est vertical, dirigé vers le bas. Sa norme est assez proche de l'accélération théorique ($9,81 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$). Compte tenu des erreurs de mesures et de constructions possibles, il semble que le vecteur accélération \vec{a}_5 correspond au vecteur champ de pesanteur terrestre \vec{g} .

4.1. La durée entre deux positions est nommée Δt .

4.2. La vitesse instantanée est calculée, pour une position donnée, comme la vitesse moyenne entre la position d'avant et la position d'après.

4.3. Pour la première position, nous ne disposons pas de la position d'avant ; pour la dernière position, nous ne disposons pas de la position d'après. Ainsi, la méthode précédente ne peut être utilisée pour calculer les coordonnées de la vitesse.

4.4. `for i in range(2, n-2) :`
`ax.append((vx[i+1]-vx[i-1])/(2*dt))`
`ay.append((vy[i+1]-vy[i-1])/(2*dt))`

4.5. N'ayant pu calculer les premières et les dernières coordonnées de la vitesse, nous ne pouvons, en utilisant le code de la question 4.4., calculer les coordonnées des deux premières et deux dernières coordonnées de l'accélération.

45 A. 1.1. $\vec{a}_1 = \frac{d\vec{v}}{dt}(t)$

L'accélération de la voiture se fait selon un axe unique (ici, (Ox)). Cela implique que :

$$\vec{a}(t) = a_x(t)\vec{i} \text{ et } \vec{v}(t) = v_x(t)\vec{i}$$

$$\text{Ainsi, } a_x(t) = \frac{dv_x}{dt}.$$

Le mouvement étant dirigé selon (Ox), v_x est positif à tout moment du mouvement.

La voiture accélérant, le vecteur accélération est dirigé aussi selon (Ox), a_x est donc positif à tout moment. En norme, $a_1(t) = \frac{dv}{dt}(t)$ or a_1 est constante : $v(t) = a_1 t + k$ avec k une constante.

Or à $t = 0$, on a $v(t=0) = k = v_0$. Ainsi, $v(t) = a_1 t + v_0$.

1.2. À $t = t_1 = 5,4$ s, $v(t_1) = v_A$.

Soit $v(t_1) = a_1 t_1 + v_0 = v_A$.

$$\text{Ainsi, } a_1 = \frac{v_A - v_0}{t_1} = \frac{\frac{70}{3,6} - \frac{30}{3,6}}{5,4} = 2,1 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}.$$

2.1. $v_x(t) = \frac{dx}{dt}(t) = a_1 t + v_0$

$$x(t) = \frac{1}{2}a_1 t^2 + v_0 t + k' \text{ avec } k' \text{ une constante.}$$

$$\text{Or à } t = 0, x(0) = k' = 0. \text{ Ainsi, } x(t) = \frac{1}{2}a_1 t^2 + v_0 t.$$

2.2. La distance D parcourue par la Logan

$$\text{correspond à } x(t_1) : x(t_1) = \frac{1}{2}a_1 t_1^2 + v_0 t_1 = D$$

$$D = \frac{1}{2} \times 2,1 \times 5,4^2 + \frac{30}{3,6} \times 5,4 = 76 \text{ m}$$

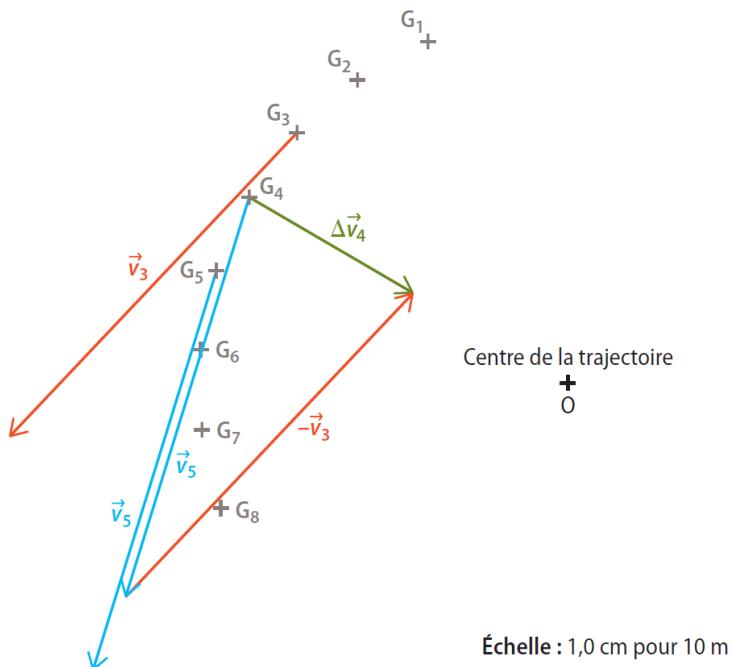
B. 1.1. Les normes des vitesses sont :

$$v_3 = \frac{G_2 G_4}{2\tau} \text{ et } v_5 = \frac{G_4 G_6}{2\tau}$$

1.2. $G_2 G_4$ et $G_4 G_6$ sont égales à 21 m (2,1 cm sur la figure). Donc $v_3 = v_5 = \frac{21}{2 \times 1,00} = 11 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1} = 40 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$.

1.3. En tenant compte de l'échelle proposée, les vecteurs auront une taille de 5,5 cm.

1.4. Sur le schéma, la variation du vecteur vitesse au point 4 mesure 2,5 cm. Ainsi, $\Delta v_4 = 5,0 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$.



2.1. On peut calculer le vecteur accélération approchée : $\vec{a}_4 = \frac{\Delta \vec{v}_4}{2\tau}$

$$2.2. \text{ En norme : } a_4 = \frac{\Delta v_4}{2\tau} = \frac{5,0}{2 \times 1,00} = 2,5 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$$

3.1. En physique, on utilise plutôt le terme d'accélération radiale.

(On peut même ajouter centripète car le sens de l'accélération est orienté vers le centre du cercle.)

3.2. Comparons la valeur de l'accélération obtenue et l'accélération de pesanteur : $\frac{a_4}{g} = \frac{2,5}{9,81} = 0,26$

Cette accélération est donc négligeable devant l'accélération de pesanteur.

11. Mouvement et forces

Activités

p. 316 à 319

① Les Principia

1. Voir les biographies sur Wikipédia, par exemple.
2. a. Dans la première loi de Newton moderne, il y a équivalence entre le fait pour un système d'être au repos ou en mouvement rectiligne et uniforme dans un référentiel galiléen et le fait de n'être soumis à aucune force ou à des forces de somme nulle. C'est bien ce qui est dit dans l'énoncé historique, avec « à moins que... ». S'il n'y a pas de force, alors l'état de repos ou de mouvement rectiligne et uniforme persévérent. S'il y a une force, alors cet état change.
- b. La notion de référentiel galiléen est absente de l'énoncé historique.
- c. La deuxième loi de Newton figure en filigrane, puisque les commentaires introduisent le fait que les changements sont liés aux forces (gravité, frottements).
3. a. On retrouve la notion de variation de vitesse (changement dans le mouvement), somme des forces (force motrice), collinéaires (dans la ligne droite).
- b. La notion d'accélération n'est pas formulée clairement, non plus que le fait que c'est la masse qui lie force et accélération. La notion de référentiel galiléen n'est pas non plus présente.
- c. Ces commentaires pourraient se traduire ainsi : le vecteur force et la variation du vecteur vitesse sont proportionnels.

Bilan

- Dans la vision de Newton, la force est la cause des modifications du mouvement, pas du mouvement lui-même.

② Première loi de Newton

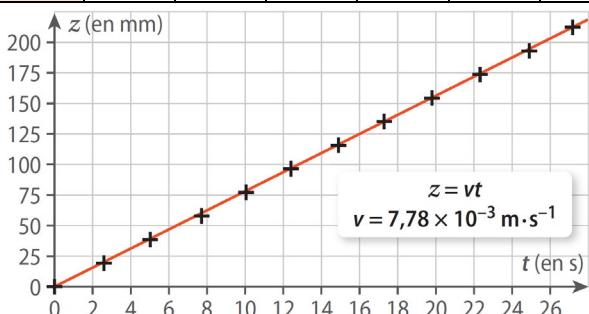
1. a. On réalise l'étape 2 du protocole plusieurs fois, afin d'en faire une moyenne. On mesure 28 gouttes pour 1 mL.

Le volume d'une goutte est donc $V = 3,6 \times 10^{-8} \text{ m}^3$. Le rayon d'une goutte est donc $r = 2,0 \times 10^{-3} \text{ m}$.

- b. On obtient les valeurs et le graphique suivants.

z (en m)	0	0,0193	0,0386	0,0579	0,0772	0,0965
t (en s)	0	2,59	5,02	7,72	10,05	12,4

z (en m)	0,1158	0,1351	0,1544	0,1737	0,193	0,2123
t (en s)	14,89	17,29	19,8	22,32	24,9	27,17



C'est un mouvement rectiligne et uniforme, d'équation $z = vt$. On trouve $v = 7,78 \times 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

2. a. La goutte subit :

- son poids \vec{P} de direction verticale et dirigé vers le bas ;
- la poussée d'Archimède \vec{F} de direction verticale et dirigée vers le haut ;
- la force de frottements fluides \vec{f} de direction verticale et dirigée vers le haut.



b. $P = \rho_g Vg$

$$P = 1,0 \times 10^3 \times 3,6 \times 10^{-8} \times 9,81$$

$$P = 3,5 \times 10^{-4} \text{ N}$$

$$F = \rho_h Vg = 9,0 \times 10^2 \times 3,6 \times 10^{-8} \times 9,81$$

$$F = 3,2 \times 10^{-4} \text{ N}$$

c. La vitesse est constante et la trajectoire est rectiligne. D'après la première loi de Newton, la somme vectorielle des forces est nulle.

On en déduit : $\vec{P} + \vec{F} + \vec{f} = \vec{0}$

soit : $P = F + f$ d'où $f = P - F = 3 \times 10^{-5} \text{ N}$

$$f = 6\pi\eta rv \text{ donc } \eta = \frac{f}{6\pi rv} = 10 \times 10^{-2} \text{ Pa} \cdot \text{s}$$

Théoriquement, $\eta = 8 \times 10^{-2} \text{ Pa} \cdot \text{s}$, l'écart est assez élevé. La mesure effectuée peut donc être considérée comme non fiable (mais comme la donnée n'a qu'un chiffre significatif, on peut imaginer que la valeur de la viscosité est mal connue ; en tout cas, l'ordre de grandeur est bon).

3. Le volume de la goutte est la principale source d'erreur : le volume d'une goutte n'est probablement pas le même à chaque manipulation. Le volume mesuré à l'étape 2 du protocole ne correspond probablement pas au volume de la goutte utilisée lors des mesures dans l'éprouvette.

Il y a également une source d'erreur sur la masse volumique et la viscosité de l'huile utilisée : les valeurs données dans l'activité ne sont pas précisément celles de l'huile utilisée ; de plus, ces valeurs dépendent de la température.

La prise de mesures sur les temps de passage de la goutte aux différentes positions constitue également une source d'erreur pour le calcul de la vitesse.

Bilan

- Après avoir fait le bilan des forces s'exerçant sur le système étudié, la première loi de Newton nous donne une relation vectorielle entre ces forces. Après projections sur les différents axes, il est possible de calculer la norme d'une force, connaissant la norme des autres forces à partir des données du problème.

③ Deuxième loi de Newton

1. On utilise une balle de ping-pong et un plan incliné.

On mesure $m = 2,7 \text{ g}$; $h = 13 \text{ cm}$, $d = 90 \text{ cm}$ donc $\theta = 8,2^\circ$.

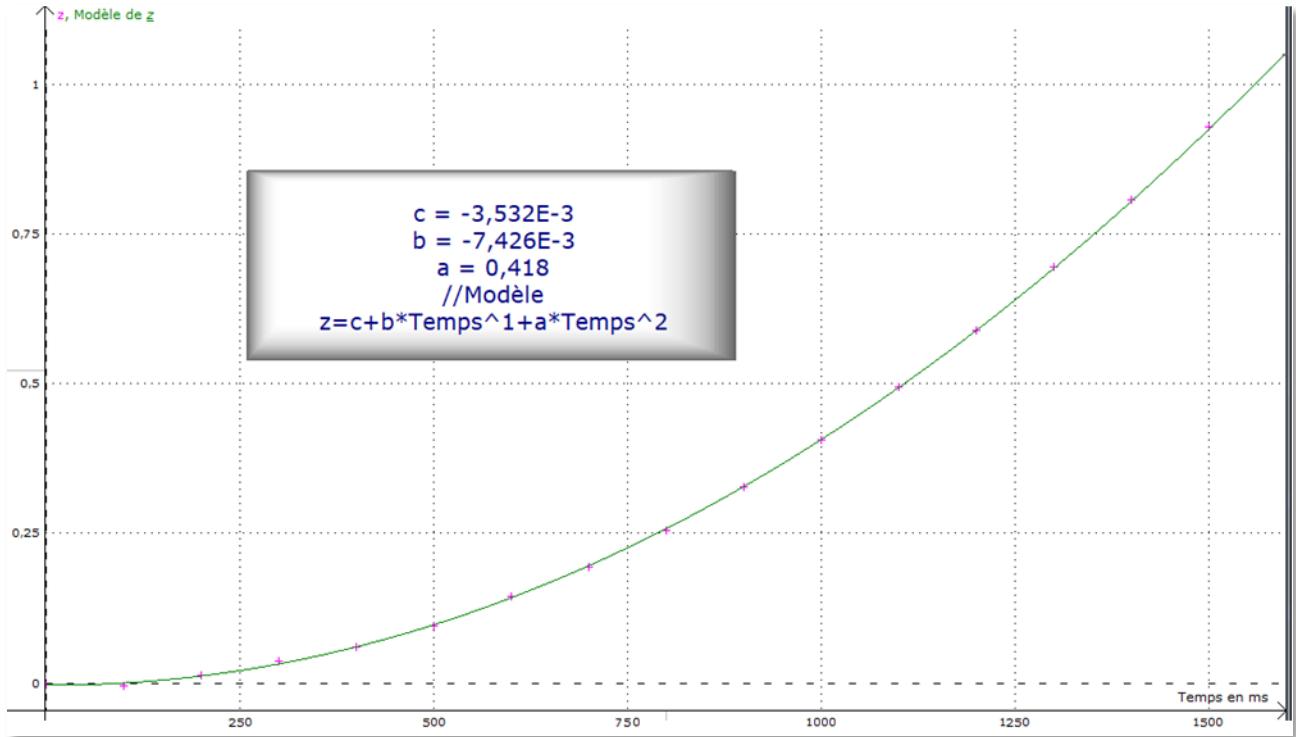
La courbe obtenue après pointage est donnée ci-dessous.

La modélisation avec une équation d'ordre 2 de la forme $z = at^2 + bt + c$ donne :

$$a = 0,418 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$$

$$b = -7,426 \times 10^{-3} \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

$$c = -3,532 \times 10^{-3} \text{ m}$$



2. a. Le système {balle} subit :

- son poids \vec{P} de direction verticale et dirigé vers le bas ;

- la réaction normale du support \vec{N} de direction perpendiculaire au banc et dirigée vers le haut ;

- la force de frottement

avec le support \vec{f} de direction parallèle au banc et dirigée dans le sens opposé au mouvement.

b. Voir schéma ci-contre.

c. La deuxième loi de Newton s'écrit : $\vec{P} + \vec{N} + \vec{f} = m\vec{a}$. En projection le long de l'axe (Oz), on obtient :

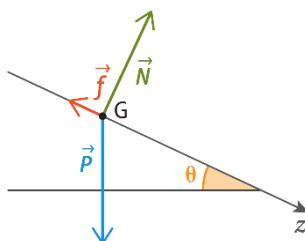
$$mgsin\theta - f = ma_z$$

$$\text{soit } a_z = \frac{mgsin\theta - f}{m} = gsin\theta - \frac{f}{m}$$

d. Par définition, l'accélération \vec{a} est liée à la vitesse \vec{v} du système par $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$ soit, en projection sur l'axe (Oz), $a_z = \frac{dv_z}{dt}$. Cela donne $\frac{dv_z}{dt} = gsin\theta - \frac{f}{m}$.

Par intégration, on obtient : $v_z(t) = \left(gsin\theta - \frac{f}{m}\right)t$

(La constante d'intégration est nulle car on lâche la balle sans vitesse initiale.)



On a donc $v_z = \frac{dz}{dt}$ soit $z(t) = \frac{1}{2} \left(g \sin \theta - \frac{f}{m} \right) t^2$.

(La constante d'intégration est nulle car on lâche la balle depuis $z = 0$).

3. a. D'après la modélisation, on voit que les paramètres b et c sont négligeables devant le paramètre a . On en déduit que la courbe obtenue est de la forme $z = at^2$ où $a = 0,418 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$.

Théoriquement, on trouve $z(t) = \frac{1}{2} (g \sin \theta) t^2$.

Ces deux expressions sont en adéquation pour $a = \frac{1}{2} \left(g \sin \theta - \frac{f}{m} \right)$.

Les hypothèses effectuées sont bien valables ici.

b. Par comparaison, on en déduit l'expression de f : $f = m(gs \sin \theta - 2a) = 1,5 \times 10^{-3} \text{ N}$

Bilan

- On réalise le pointage vidéo du mouvement étudié. On modélise la courbe (ou les courbes si plusieurs dimensions) avec une fonction adaptée et on récupère la valeur des paramètres. Par ailleurs, on utilise la deuxième loi de Newton pour relier la somme vectorielle des forces avec le vecteur accélération. Par intégrations successives, on obtient les coordonnées du vecteur position. Par identification avec les courbes modélisées après pointage, on peut déterminer les valeurs manquantes du problème.

④ Mouvement d'un pendule

$$1. \text{ a. Pour le point } 3, \text{ on mesure } M_2M_4 = 0,135 \text{ m} \\ \text{donc } v_3 = \frac{M_2M_4}{2At} = \frac{0,135}{2 \times 0,067} = 1,01 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}.$$

De même, pour le point 5, $M_4M_6 = 0,24 \text{ m}$
 donc $v_5 = \frac{M_4M_6}{2\Delta t} = \frac{0,24}{2 \times 0,067} = 1,78 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

Pour le point 9, on mesure $M_8M_{10} = 0,32$ m

$$\text{donc } v_9 = \frac{M_8 M_{10}}{2\Delta t} = \frac{0,32}{2 \times 0,067} = 2,37 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}.$$

De même, pour le point 11, $M_{10}M_{12} = 0,28 \text{ m}$

$$\text{donc } v_{11} = \frac{M_{10}M_{12}}{2\Delta t} = \frac{0,28}{2 \times 0,067} = 2,11 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}.$$

b. Voir schéma ci-dessous. Le tracé des vecteurs donne $\Delta v_4 = 0,9 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ et $\Delta v_{10} = 0,65 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$.

c. On calcule la norme de l'accélération :

$$a_4 = \frac{\Delta v_4}{2\Delta t} = \frac{0,9}{2 \times 0,067} = 6,7 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$$

$$\text{et } a_{10} = \frac{\Delta v_{10}}{2 \times \Delta t} = \frac{0,65}{2 \times 0,067} = 4,9 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

Donc $ma_4 \equiv 0,67$ N et $ma_{10} \equiv 0,49$ N

d. Voir schéma ci-dessous

$$e. P = mg = 0,100 \times 9,81 = 0,981 \text{ N}$$

$$2. a. \vec{P} + \vec{T} = m\vec{a} \quad \text{donc } \vec{T} = m\vec{a} - \vec{P}$$

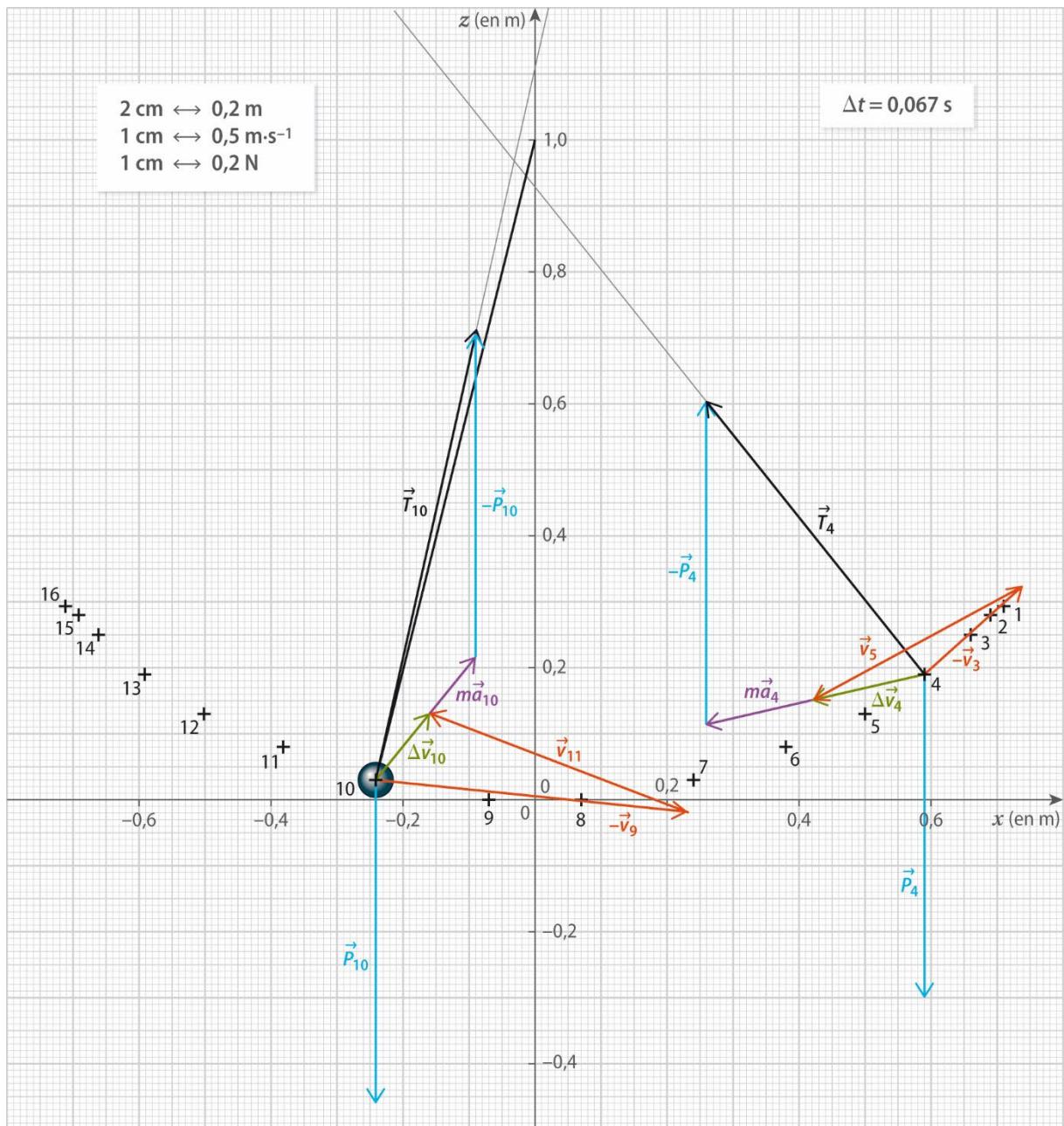
b. Voir schéma ci-dessous.

On mesure $T_4 = 1,1 \text{ N}$ et $T_{10} = 1,4 \text{ N}$.

c. Oui, les vecteurs \vec{T} sont orientés vers les points d'attache, aux imprécisions de mesures et de tracés près : la mauvaise appréciation d'une longueur ou d'un parallélisme peut changer la direction donnée par le vecteur drastiquement.

Bilan

- Connaissant le mouvement du système étudié, il est possible de déterminer le vecteur accélération à partir des différentes positions sur la chronophotographie. Il faut pour cela déterminer les vitesses en différents points, puis tracer les variations des vecteurs vitesse. En utilisant la deuxième loi de Newton, on peut faire le lien entre le vecteur accélération, multiplié par la masse du système, et les vecteurs forces s'appliquant sur le système.



Exercices

Exercices 1 à 23 corrigés à la fin du manuel de l'élève.

Exercices 24 à 26 corrigés dans le manuel de l'élève.

27 a. Le système {drone} est soumis à :

- son poids \vec{P} , vertical et orienté vers le bas de norme $P = mg$;
- la force de poussée \vec{F} , verticale et orientée vers le haut de norme $F = 0,80 \text{ N}$.

On applique la deuxième loi de Newton au système {drone} dans le référentiel terrestre supposé galiléen :

$$\vec{P} + \vec{F} = \vec{m}\vec{a}$$

En projection sur l'axe (Oy), cela donne $-P + F = ma_y$.

$$\text{On en déduit } a_y = \frac{F - P}{m} = \frac{F - mg}{m} = \frac{F}{m} - g$$

Par intégration par rapport au temps, on obtient :

$$v_y(t) = \left(\frac{F}{m} - g\right)t + A \quad \text{où } A \text{ est une constante.}$$

D'après les conditions initiales, $v_y(0) = 0 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ donc $A = 0 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$.

L'expression de v_y est alors $v_y(t) = \left(\frac{F}{m} - g\right)t$.

On intègre de nouveau par rapport au temps, et on obtient $y(t) = \frac{1}{2} \left(\frac{F}{m} - g\right)t^2 + B$ où B est une constante.

D'après les conditions initiales, $y(0) = h$.

On en déduit $B = h$ et donc l'expression de y devient :

$$y(t) = \frac{1}{2} \left(\frac{F}{m} - g\right)t^2 + h$$

b. Soit τ la durée au bout de laquelle le drone touche le sol. On peut écrire : $y(\tau) = \frac{1}{2} \left(\frac{F}{m} - g\right)\tau^2 + h = 0$

$$\text{soit : } \frac{1}{2} \left(g - \frac{F}{m}\right)\tau^2 = h \quad \text{puis } \tau^2 = \frac{2h}{g - \frac{F}{m}}$$

$$\text{On en conclut : } \tau = \sqrt{\frac{2h}{g - \frac{F}{m}}} = 5,6 \text{ s}$$

c. Sachant que $v_y(t) = \left(\frac{F}{m} - g\right)t$, la vitesse du drone à l'instant où le drone touche le sol est :

$$v_y(\tau) = \left(\frac{F}{m} - g\right)\tau = -14 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

Le signe négatif signifie que la vitesse est orientée dans le sens opposé à l'axe (Oy).

Sa norme vaut $14 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$.

28 a. La masse de l'air est négligeable devant la masse de l'eau. Le centre de masse est donc situé dans l'eau.

b. La masse des voiles et du mât est négligeable devant la masse de la partie basse du bateau (coque, machinerie, équipage, etc.). Le centre de masse est donc situé dans la partie basse.

c. La masse est principalement contenue dans les anneaux extérieurs plutôt que dans la barre centrale. Par symétrie, le centre de masse correspond au centre géométrique de l'haltère.

Exercice 29 corrigé à la fin du manuel de l'élève.

30 1. a. La norme de la force électrostatique qu'exerce le proton sur l'électron vaut :

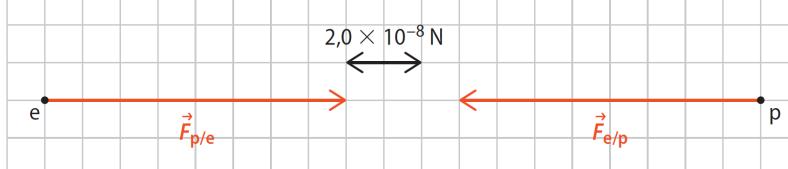
$$F_{p/e,\text{élec}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{|q_p q_e|}{d^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{d^2} = 8,99 \times 10^9 \times \frac{(1,602 \times 10^{-19})^2}{(53 \times 10^{-12})^2} = 8,2 \times 10^{-8} \text{ N}$$

Cette force est dirigée selon l'axe passant par le proton et l'électron et est orientée de l'électron vers le proton. Cette force est attractive.

b. La norme qu'exerce l'électron sur le proton est la même que celle calculée précédemment :

$F_{e/p,\text{élec}} = F_{p/e,\text{élec}} = 8,2 \times 10^{-8} \text{ N}$ Cette force est dirigée selon le même axe mais orientée du proton vers l'électron. Elle est attractive.

c.



2. a. La norme de la force gravitationnelle qu'exerce le proton sur l'électron vaut :

$$F_{p/e,\text{grav}} = G \frac{m_p m_e}{d^2} = 6,67 \times 10^{-11} \times \frac{1,67 \times 10^{-27} \times 9,11 \times 10^{-31}}{(53 \times 10^{-12})^2} = 3,6 \times 10^{-47} \text{ N}$$

Cette force est dirigée selon l'axe passant par le proton et l'électron et est orientée de l'électron vers le proton. Cette force est attractive.

b. La norme qu'exerce l'électron sur le proton est la même que celle calculée précédemment :

$F_{e/p,\text{grav}} = F_{p/e,\text{grav}} = 3,6 \times 10^{-47} \text{ N}$ Cette force est dirigée selon le même axe mais orientée du proton vers l'électron. Elle est attractive.

On ne peut pas représenter cette force sur le même schéma étant donné que la force gravitationnelle est de l'ordre de 10^{-47} N , tandis que la force électrique est de l'ordre de 10^{-8} N .

On ne peut pas représenter avec la même échelle deux grandeurs dont l'une est 10^{40} fois l'autre.

3. Un atome d'hydrogène est composé d'un proton et d'un électron.

Sa masse vaut $m = m_p + m_e = m_p = 1,67 \times 10^{-27} \text{ kg}$, comme la masse de l'électron est négligeable devant la masse du proton. Le poids de l'atome d'hydrogène est donc : $P = mg = 1,64 \times 10^{-26} \text{ kg}$

- 31** 1. Un référentiel galiléen est un référentiel dans lequel un système, qui n'est soumis à aucune force ou à des forces dont la somme est nulle, est au repos ou en mouvement rectiligne uniforme.
 2. a. Le référentiel ne peut pas être considéré comme galiléen car le mouvement est accéléré.
 b. Le référentiel ne peut pas être considéré comme galiléen car le mouvement est ralenti.
 c. Le référentiel peut être considéré comme galiléen car le mouvement est rectiligne et uniforme.

- 32** a. La table est immobile par rapport au référentiel terrestre qui est galiléen. La table peut donc, elle aussi, être considérée comme un référentiel galiléen.
 b. La trousse est soumise à son poids \vec{P} , dirigé selon l'axe vertical et orienté vers le bas, et la réaction normale de la table \vec{R} , dirigée selon l'axe vertical et orientée vers le haut.
 c. La trousse est immobile donc on peut appliquer la première loi de Newton.
 d. On en déduit : $\vec{P} + \vec{R} = \vec{0}$
 soit, en projection verticale : $R - P = 0$
 d'où $P = R = mg = 0,300 \times 9,81 = 2,94 \text{ N}$.



- 33** a. La pierre de curling est soumise à son poids \vec{P} , dirigé selon l'axe vertical et orienté vers le bas, et la réaction normale du sol \vec{R} , dirigée selon l'axe vertical et orientée vers le haut.
 b. Les deux forces s'exerçant sur la pierre sont dirigées selon l'axe vertical. Comme la pierre ne s'élève pas ou ne s'enfonce pas dans le sol, on en déduit que la somme vectorielle de ces deux forces est nulle, d'après la première loi de Newton. On a donc $\vec{P} + \vec{R} = \vec{0}$ soit, en projection verticale $R - P = 0$ d'où $P = R = mg = 177 \text{ N}$.
 c. La somme vectorielle des forces est nulle. Comme la pierre a été lancée, elle possède une vitesse initiale non nulle, d'après le principe d'inertie, elle est donc animé d'un mouvement rectiligne et uniforme.

Exercice 34 corrigé à la fin du manuel de l'élève.

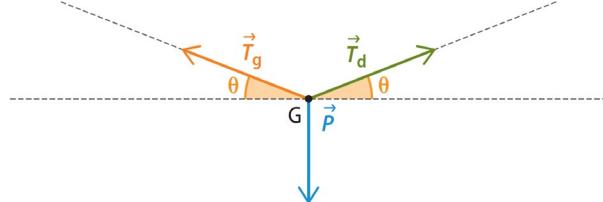
- 35** a. On se place dans le référentiel géocentrique supposé galiléen. Le satellite est animé d'un mouvement circulaire et uniforme.
 b. Le satellite n'est soumis qu'à une seule force, la force d'interaction gravitationnelle exercée par la Terre $\vec{F}_{T/S}$ avec :
- $$F_{T/S} = G \frac{m_T m_S}{(r_T + h)^2} = 6,67 \times 10^{-11} \times \frac{5,97 \times 10^{24} \times 200 \times 10^3}{(6\ 378 \times 10^3 + 250 \times 10^3)^2}$$
- $$F_{T/S} = 1,81 \times 10^6 \text{ N}$$
- Cette force est dirigée selon l'axe Terre-satellite et orienté du satellite vers la Terre donc selon $-\vec{u}$.
 On peut écrire $\vec{F}_{T/S} = -F_{T/S} \vec{u}$.
 c. D'après la deuxième loi de Newton appliquée au satellite, on peut écrire $\vec{F}_{T/S} = m\vec{a}$, où \vec{a} est le vecteur accélération du centre de masse du satellite.
 La norme du vecteur accélération vaut alors :
- $$a = \frac{F_{T/S}}{m} = \frac{1,81 \times 10^6}{200 \times 10^3} = 9,06 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$$
- Le vecteur accélération est dirigée selon $-\vec{u}$.

Exercice 36 corrigé à la fin du manuel de l'élève.

- 37** Pour les systèmes suivants, le point qui représente le mieux le centre de masse est :
 1. Situation 1 : le point A qui est le centre géométrique du cube.
 2. Situation 2 :
 a. le point E qui est le centre géométrique du cerf-volant ;
 b. le point C qui est le centre de masse du surfeur muni de sa planche ;
 c. le point D qui est le centre de masse de l'ensemble.
 3. Situation 3 : le point G qui est situé à proximité de la tête beaucoup plus lourde que le manche.

Exercice 38 corrigé à la fin du manuel de l'élève.

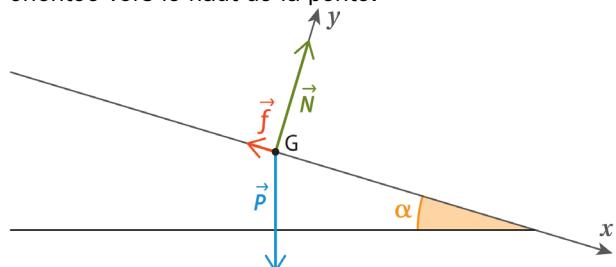
- 39** a. Le système est soumis :
 - à son poids \vec{P} , dirigé selon l'axe vertical et orienté vers le bas, de norme $P = mg = 4,8 \times 9,81 = 47 \text{ N}$;
 - à la force de tension de la corde de gauche \vec{T}_g , dirigée selon l'axe de la corde de gauche formant un angle θ avec l'horizontale et orientée vers la gauche ;
 - à la force de tension de la corde de droite \vec{T}_d , dirigée selon l'axe de la corde de droite formant un angle θ avec l'horizontale et orientée vers la droite.



- b. Le système est immobile, donc d'après la première loi de Newton, on peut écrire $\vec{T}_g + \vec{T}_d + \vec{P} = \vec{0}$.
 On projette selon l'axe horizontal : $T_d \cos \theta - T_g \cos \theta = 0$
 On peut en déduire que la force de tension de la corde est la même : $T_d = T_g = T$
 On projette selon l'axe vertical : $T \sin \theta + T \sin \theta - P = 0$
 donc $T = \frac{P}{2 \sin \theta} = \frac{mg}{2 \sin \theta} = \frac{4,8 \times 9,81}{2 \sin(8,0^\circ)} = 1,7 \times 10^2 \text{ N}$.
 c. Quand θ tend vers 0, la force T tend vers l'infini.

- 40** 1. a. La voiture est soumise :

- à son poids \vec{P} , dirigé selon l'axe vertical et orienté vers le bas, de norme $P = mg = 1,23 \times 10^4 \text{ N}$;
- à la réaction normale du sol \vec{N} , dirigée selon (Oy) et orientée vers le haut ;
- à la force de frottement \vec{f} , dirigée selon (Ox) et orientée vers le haut de la pente.



- b. La voiture est immobile donc d'après la première loi de Newton, on peut écrire : $\vec{P} + \vec{N} + \vec{f} = \vec{0}$

On projette selon l'axe (Ox) : $-f + Psin\alpha = 0$

On en déduit :

$$f = Psin\alpha = mgsin\alpha = 1250 \times 9,81 \times \sin(16,7^\circ)$$

$$f = 3,52 \times 10^3 \text{ N}$$

On projette selon l'axe (Oy) : $N - Pcos\alpha = 0$

On en déduit :

$$N = Pcos\alpha = mgcos\alpha = 1250 \times 9,81 \times \cos(16,7^\circ)$$

$$N = 1,17 \times 10^4 \text{ N}$$

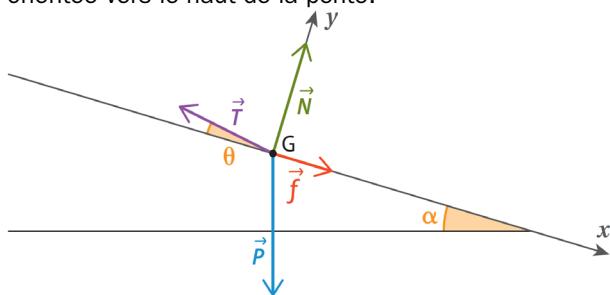
2. La voiture est désormais soumise :

- à son poids \vec{P} , dirigé selon l'axe vertical et orienté vers le bas, de norme $P = mg = 1,23 \times 10^4 \text{ N}$;

- à la réaction normale du sol \vec{N} , dirigée selon (Oy) et orientée vers le haut ;

- à la force de frottement \vec{f} , dirigée selon (Ox) et orientée vers le bas de la pente ;

- à la force de tension du câble \vec{T} , dirigée selon l'axe du câble formant un angle θ avec l'axe (Ox) et orientée vers le haut de la pente.



La voiture est animée d'un mouvement rectiligne et uniforme donc d'après la première loi de Newton, on peut écrire : $\vec{P} + \vec{N} + \vec{f} + \vec{T} = \vec{0}$

On projette selon l'axe (Ox) : $f + Psin\alpha - Tcos\theta = 0$

On en déduit : $f = Tcos\theta - mgsin\alpha$

$$f = 6,60 \times 10^3 \times \cos(10,0^\circ) - 1250 \times 9,81 \times \sin(16,7^\circ)$$

$$f = 2,98 \times 10^3 \text{ N}$$

On projette selon l'axe (Oy) : $N + Tsin\theta - Pcos\alpha = 0$

On en déduit : $N = mgcos\alpha - Tsin\theta$

$$N = 1250 \times 9,81 \times \cos(16,7^\circ) - 6,60 \times 10^3 \times \sin(10,0^\circ)$$

$$N = 1,06 \times 10^4 \text{ N}$$

41 a. Le lustre est soumis :

- à son poids \vec{P} , dirigé selon l'axe vertical et orienté vers le bas, de norme $P = mg = 3,5 \times 9,81 = 34 \text{ N}$;

- à la force de tension du câble de gauche \vec{T}_g , dirigée selon l'axe du câble de gauche formant un angle α avec la verticale et orientée vers le haut ;

- à la force de tension du câble de droite \vec{T}_d , dirigée selon l'axe du câble de droite formant un angle α avec la verticale et orientée vers le haut.

b. Le lustre est immobile donc, d'après la première loi de Newton, on peut écrire : $\vec{T}_g + \vec{T}_d + \vec{P} = \vec{0}$

On projette selon l'axe (Ox) : $T_g sin\alpha - T_d sin\alpha = 0$

On peut en déduire que la force de tension de la corde est la même : $T_d = T_g = T$

On projette selon l'axe (Oy) : $Tcos\alpha + Tcos\alpha - P = 0$

$$\text{donc } T = \frac{P}{2cos\alpha} = \frac{mg}{2cos\alpha} = \frac{3,5 \times 9,81}{2 \times \cos(5,0^\circ)} = 17 \text{ N.}$$

42 a. Le ballon est soumis :

- à son poids \vec{P} , dirigé selon l'axe vertical et orienté vers le bas, de norme : $P = mg = 10 \times 10^{-3} \times 9,81 = 0,10 \text{ N}$;

- à la force de tension du fil \vec{T} , dirigée selon l'axe vertical et orientée vers le bas ;

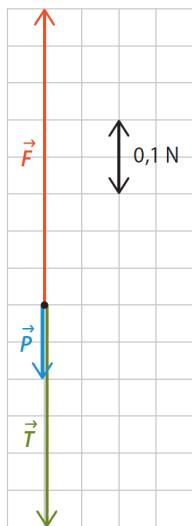
- à la somme des forces pressantes \vec{F}_A , dirigée selon l'axe vertical et orientée vers le haut, de norme $F_A = 0,4 \text{ N}$.

b. Le ballon est immobile donc d'après la première loi de Newton, on peut écrire : $\vec{P} + \vec{T} + \vec{F}_A = \vec{0}$

En projetant selon l'axe vertical, cette expression donne : $-mg - T + F_A = 0$ donc $T = F_A - mg$

$$T = 0,4 - 10 \times 10^{-3} \times 9,81 = 0,3 \text{ N}$$

c. Voir schéma ci-contre.



43 1. a. Le parachutiste est soumis :

- à son poids \vec{P}_1 , dirigé selon l'axe vertical et orienté vers le bas, de norme :

$$P_1 = m_1 g = 70,0 \times 9,81 = 687 \text{ N} ;$$

- à la force de tension du parachute \vec{T}_1 , dirigée selon l'axe vertical et orientée vers le haut.

b. Le parachutiste est animé d'un mouvement rectiligne et uniforme donc d'après la première loi de Newton, on peut écrire : $\vec{P}_1 + \vec{T}_1 = \vec{0}$

En projetant selon l'axe vertical, cette expression donne $-P_1 + T_1 = 0$ donc $T_1 = P_1 = 687 \text{ N}$.

2. a. Le parachute est soumis :

- à son poids \vec{P}_2 , dirigé selon l'axe vertical et orienté vers le bas, de norme :

$$P_2 = m_2 g = 15,0 \times 9,81 = 147 \text{ N} ;$$

- à la force de tension du parachutiste \vec{T}_2 , dirigée selon l'axe vertical et orientée vers le bas ;

- à la force de frottement avec l'air \vec{f}_2 , dirigée selon l'axe vertical et orientée vers le haut (opposée au mouvement).

b. D'après la troisième loi de Newton, la force exercée par le parachute sur le parachutiste est opposée à la force exercée par le parachutiste sur le parachute et est de même norme : $\vec{T}_2 = -\vec{T}_1$

Donc la force exercée par le parachutiste sur le parachute vaut $T_2 = T_1 = 687 \text{ N}$. Cette force est orientée selon l'axe vertical et vers le bas.

c. Le parachute est animé d'un mouvement rectiligne et uniforme donc d'après la première loi de Newton, on peut écrire : $\vec{P}_2 + \vec{T}_2 + \vec{f}_2 = \vec{0}$

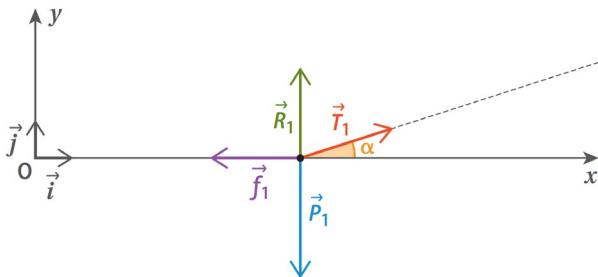
En projetant selon l'axe vertical, cette expression donne : $-P_2 - T_2 + f_2 = 0$ donc $f_2 = P_2 + T_2 = 687 + 147 = 834 \text{ N}$.

44 1. a. Le système est soumis :

- à son poids \vec{P}_1 , dirigé selon l'axe vertical et orienté vers le bas, de norme :

$$P_1 = m_1 g = 65,0 \times 9,81 = 638 \text{ N} ;$$

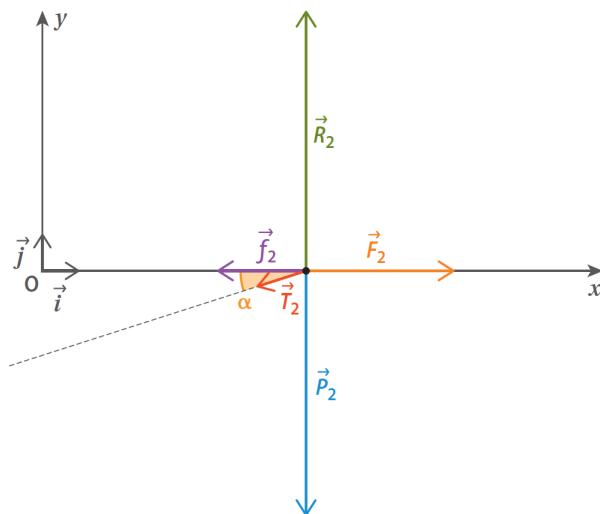
- à la réaction normale de l'eau \vec{R}_1 , dirigée selon l'axe vertical et orientée vers le haut ;
- à la force de frottement \vec{f}_1 , dirigée selon l'axe horizontal et orientée dans le sens opposé au mouvement, de norme $f_1 = 500 \text{ N}$;
- à la force de tension du câble \vec{T}_1 , dirigée selon l'axe du câble formant un angle α avec l'axe horizontal et orientée dans le sens du mouvement.



b. Le système est animé d'un mouvement rectiligne et uniforme donc d'après la première loi de Newton, on peut écrire : $\vec{P}_1 + \vec{R}_1 + \vec{f}_1 + \vec{T}_1 = \vec{0}$
 On projette selon l'axe (Ox) : $-f_1 + T_1 \cos \alpha = 0$
 On en déduit : $T_1 = \frac{f_1}{\cos \alpha} = \frac{500}{\cos(10,0^\circ)} = 508 \text{ N}$
 Ainsi, la force \vec{T}_1 est dirigée selon l'axe du câble, orientée de Laurence vers le bateau et a pour norme $T_1 = 508 \text{ N}$.

2. a. Le système est soumis :

- à son poids \vec{P}_2 , dirigé selon l'axe vertical et orienté vers le bas, de norme : $P_2 = m_2 g = 700 \times 9,81 = 6,87 \times 10^3 \text{ N}$;
- à la réaction normale de l'eau \vec{R}_2 , dirigée selon l'axe vertical et orientée vers le haut ;
- à la force de frottement \vec{f}_2 , dirigée selon l'axe horizontal et orientée dans le sens opposé au mouvement, de norme $f_2 = 2,50 \times 10^3 \text{ N}$;
- à la force de tension du câble \vec{T}_2 , dirigée selon l'axe du câble formant un angle α avec l'axe horizontal et orientée dans le sens opposé au mouvement ;
- à la force de poussée du bateau \vec{F}_2 , dirigée selon l'axe horizontal et orientée dans le sens du mouvement.



b. D'après la 3^e loi de newton, la force qu'exerce Laurence sur le câble est opposée à la force qu'exerce le câble sur Laurence mais de même norme : $\vec{T}_2 = -\vec{T}_1$

Ainsi, la force \vec{T}_2 est dirigée selon l'axe du câble, orientée du bateau vers Laurence et a pour norme $T_2 = T_1 = 508 \text{ N}$.

c. Le système {bateau} est animé d'un mouvement rectiligne et uniforme donc d'après la première loi de Newton, on peut écrire : $\vec{P}_2 + \vec{R}_2 + \vec{f}_2 + \vec{T}_2 + \vec{F}_2 = \vec{0}$
 On projette selon l'axe (Ox) : $-f_2 - T_2 \cos \alpha + F_2 = 0$
 On en déduit : $F_2 = f_2 + T_2 \cos \alpha$
 $F_2 = 2,50 \times 10^3 + 508 \times \cos(10,0^\circ) = 3,00 \times 10^3 \text{ N}$
 Ainsi, la force \vec{F}_2 est dirigée selon l'axe horizontal, orientée dans le sens du mouvement et a pour norme $F_2 = 3,00 \times 10^3 \text{ N}$.

45 1. a. Le poids de la bille d'acier vaut :

$$P = mg = 1,1 \times 10^{-1} \times 9,81 = 1,1 \text{ N}$$

b. Au moment où on lâche la bille, elle est soumise :

- à son poids \vec{P} , dirigé selon l'axe vertical et orienté vers le bas, de norme $P = 1,1 \text{ N}$;
- à la somme des forces pressantes \vec{F}_A , dirigée selon l'axe vertical et orientée vers le haut, de norme $F_A = 0,14 \text{ N}$;
- à cet instant, il n'y a pas de forces de frottement. Voir schéma en page suivante.

c. D'après la deuxième loi de Newton, on peut écrire, après avoir lâché la bille : $\vec{P} + \vec{F}_A = m\vec{a}$
 On projette selon l'axe (Oy) : $-P + F_A = ma$
 d'où $a = \frac{-P + F_A}{m} = \frac{-1,1 + 0,14}{1,1 \times 10^{-1}} = -8,5 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$.

L'accélération est non nulle et négative. Elle est donc dirigée vers le bas et la bille coule.

2. a. Le poids de la bille de liège vaut :

$$P' = m'g = 2,8 \times 10^{-3} \times 9,81 = 2,7 \times 10^{-2} \text{ N}$$

b. Après avoir lâché la bille, elle est soumise :

- à son poids \vec{P} , dirigé selon l'axe vertical et orienté vers le bas, de norme $P = 2,7 \times 10^{-2} \text{ N}$;
- à la somme des forces pressantes \vec{F}_A , dirigée selon l'axe vertical et orientée vers le haut, de norme $F_A = 0,14 \text{ N}$;
- à cet instant, il n'y a pas de forces de frottement. Voir schéma en page suivante.

c. D'après la deuxième loi de Newton, on peut écrire, au moment où on lâche la bille : $\vec{P} + \vec{F}_A = m\vec{a}$
 On projette selon l'axe (Oy) : $-P + F_A = ma$
 d'où $a = \frac{-P + F_A}{m} = \frac{-0,027 + 0,14}{2,8 \times 10^{-3}} = 40 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$.

L'accélération est non nulle et positive. Elle est donc dirigée vers le haut et la bille remonte.

3. Pour que la bille reste immobile, il faudrait une accélération nulle.

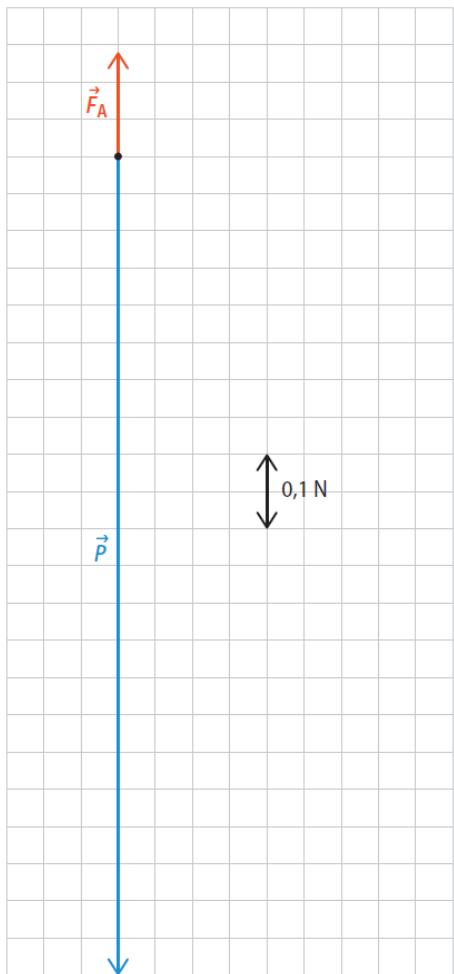
D'après la première loi de Newton :

$$\vec{P} + \vec{F}_A = \vec{0} \text{ soit } -P + F_A = 0$$

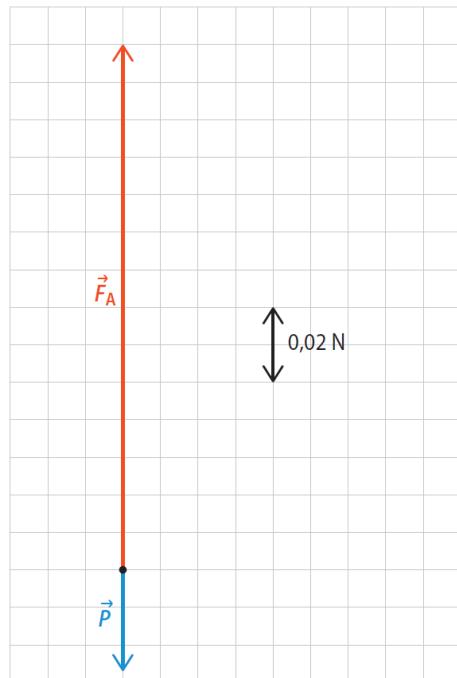
$$\text{donc } P = mg = F_A = 0,14 \text{ N.}$$

$$\text{On en déduit : } m = \frac{F_A}{g} = \frac{0,14}{9,81} = 1,4 \times 10^{-2} \text{ kg} = 14 \text{ g.}$$

1. b.



2. b.



46 D'après la deuxième loi de Newton : $\sum \vec{F} = m\vec{a}$

a. $m\vec{a} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$ soit $\begin{cases} a_x = \frac{F_{1x} + F_{2x}}{m} = \frac{2-1}{1} = 1 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2} \\ a_y = \frac{F_{1y} + F_{2y}}{m} = 0 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2} \end{cases}$

b. $m\vec{a} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$ soit $\begin{cases} a_x = \frac{F_{1x} + F_{2x} + F_{3x}}{m} = \frac{-1}{1} = -1 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2} \\ a_y = \frac{F_{1y} + F_{2y} + F_{3y}}{m} = \frac{1,5-0,5}{1} = 1 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2} \end{cases}$

c. $m\vec{a} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$ soit $\begin{cases} a_x = \frac{F_{1x} + F_{2x}}{m} = \frac{-1-1}{1} = -2 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2} \\ a_y = \frac{F_{1y} + F_{2y}}{m} = \frac{0,5-1,5}{1} = -1 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2} \end{cases}$

Exercice **47** corrigé à la fin du manuel de l'élève.

48 a. Par définition, une accélération est une variation de vitesse en une durée donnée.

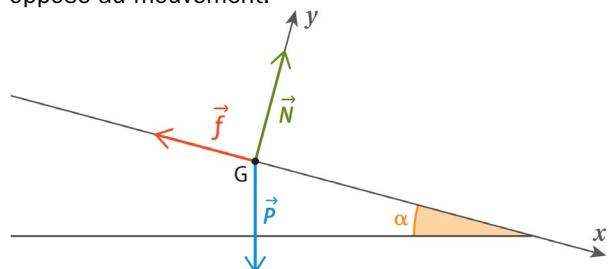
Ici, $a = \frac{v_f - v_0}{\Delta t} = \frac{-v_0}{\Delta t} = \frac{-9,0}{3,0} = -3,0 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$.

Le vecteur accélération est dirigé selon l'axe de la pente, orienté vers le haut de la pente, dans le sens opposé à (Ox) et a pour norme $3,0 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$.

On a donc $a_x = -3,0 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$ et $a_y = 0 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$.

b. Le skieur est soumis :

- à son poids \vec{P} , dirigé selon l'axe vertical et orienté vers le bas, de norme $P = mg = 785 \text{ N}$;
- à la réaction normale du sol \vec{N} , dirigée selon (Oy) et orientée vers le haut ;
- à la force de frottement \vec{f} , dirigée selon (Ox) et orientée vers le haut de la pente, dans le sens opposé au mouvement.



On utilise la deuxième loi de Newton dans le référentiel terrestre supposé galiléen, sur le système {skieur} : $\vec{P} + \vec{f} + \vec{N} = m\vec{a}$

On projette selon l'axe (Ox) : $-f + Psin\alpha = ma_x$

On en déduit :

$$f = mgsin\alpha - m a_x = 80 \times 9,81 \times \sin(15^\circ) + 80 \times 3,0$$

$$f = 4,4 \times 10^2 \text{ N}$$

49 a. La voiture est soumise :

- à son poids \vec{P} , force verticale dirigée vers le bas de norme $P = mg$;
- à la réaction normale du sol \vec{N} , force verticale dirigée vers le haut ;
- à la force de frottement des roues avec le sol \vec{F} , force horizontale dirigée dans le sens du mouvement.

b. La deuxième loi de Newton s'écrit :

$$\vec{P} + \vec{N} + \vec{F} = m\vec{a}$$

Selon l'axe vertical, on peut écrire $-P + N = 0$ puisqu'il n'y a pas d'accélération verticale. Les forces \vec{P} et \vec{N} se compensent.

On projette selon l'axe horizontal : $F = ma$ donc $F = 950 \times 3,2 = 3,04 \times 10^3$ N. Cette force est horizontale et dirigée dans le sens du mouvement.

c. $a_x = \frac{dv_x}{dt}$ donc par intégration :

$$v_x = \frac{F}{m}t + A \quad \text{où } A \text{ est une constante.}$$

D'après les conditions initiales, $v_x(t=0) = A = 0$

$$\text{donc } v_x(t) = \frac{F}{m}t.$$

Au bout de $t_1 = 5$ s, la vitesse vaut :

$$v_x(t_1) = \frac{F}{m}t_1 = \frac{3,04 \times 10^3}{950} \times 5,0 = 16 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

d. De même, $v_x = \frac{dx}{dt}$ donc par intégration :

$$x = \frac{F}{2m}t^2 + B \quad \text{où } B \text{ est une constante.}$$

D'après les conditions initiales, $x(t=0) = B = 0$

$$\text{donc } x(t) = \frac{F}{2m}t^2.$$

Au bout de $t_1 = 5$ s, la distance parcourue vaut :

$$x(t_1) = \frac{F}{2m}t_1^2 = \frac{3,04 \times 10^3}{2 \times 950} \times 5,0^2 = 40 \text{ m}$$

50 a. Le système est soumis :

- à son poids \vec{P} , dirigé selon l'axe vertical et orienté vers le bas, de norme :

$$P = mg = 120 \times 9,81 = 1,18 \times 10^3 \text{ N} ;$$

- à la force de poussée \vec{F} , dirigée selon l'axe vertical et orientée vers le haut.

On applique la deuxième loi de Newton : $\vec{P} + \vec{F} = m\vec{a}$. Pour que le système décolle, il faut que l'accélération soit positive le long de l'axe vertical ascendant. Il faut donc $a_y > 0$ ce qui implique $P_y + F_y > 0$. En projection le long de l'axe vertical, cette expression donne $F > P$ soit $F > 1,18 \times 10^3$ N. La norme de la force de poussée doit donc être supérieure à $1,18 \times 10^3$ N.

b. D'après la deuxième loi de Newton, on peut écrire $\vec{P} + \vec{F} = m\vec{a}$. On projette cette équation le long de l'axe vertical : $-P + F = ma$

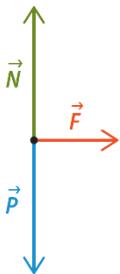
On en déduit :

$$a = \frac{F - P}{m} = \frac{1,66 \times 10^3 - 1,18 \times 10^3}{120} = 4,00 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$$

c. $a_y = \frac{dv_y}{dt} = a$ donc par intégration :

$$v_y(t) = at + A \quad \text{où } A \text{ est une constante.}$$

D'après les conditions initiales, $v_y(t=0) = A = 0$ donc $v_y(t) = at$.



De même, $v_y = \frac{dy}{dt}$ donc par intégration :

$$y(t) = \frac{a}{2}t^2 + B \quad \text{où } B \text{ est une constante.}$$

D'après les conditions initiales, $y(t=0) = B = 0$

$$\text{donc } y(t) = \frac{a}{2}t^2.$$

d. L'ascension est terminée au bout d'un temps $t_1 = 3,0$ s. À cet instant, l'altitude atteinte vaut

$$y_1(t_1) = \frac{a}{2}t_1^2 = \frac{4,00}{2} \times 3,0^2 = 18 \text{ m et la vitesse vaut}$$

$$v_y(t_1) = v_1 = at_1 = 12 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}.$$

51 a. Le système est soumis :

- à son poids \vec{P} , force verticale dirigée vers le bas de norme $P = mg$;

- à la réaction normale de la route \vec{N} , force verticale dirigée vers le haut ;

- à la force de frottement \vec{F} , force horizontale dirigée dans le sens opposé au mouvement.

On néglige les frottements avec l'air.

b. La deuxième loi de Newton s'écrit :

$$\vec{P} + \vec{N} + \vec{F} = m\vec{a}$$

Selon l'axe (Oy), on peut écrire $-P + N = 0$ puisqu'il n'y a pas d'accélération verticale. Les forces \vec{P} et \vec{N} se compensent. On projette selon l'axe (Ox) :

$$-F = ma_x \quad \text{soit } a_x = \frac{-F}{m}.$$

$a_x = \frac{dv_x}{dt}$ et $v_x = \frac{dx}{dt}$ donc par intégration :

$$v_x = \frac{-F}{m}t + A \quad \text{et } x = \frac{-F}{2m}t^2 + At + B$$

où A et B sont des constantes.

D'après les conditions initiales :

$$v_x(t=0) = A = v_0 \quad \text{et } x(t=0) = B = 0$$

Les équations horaires de la vitesse et de la position sont donc : $v_x = \frac{-F}{m}t + v_0$ et $x(t) = \frac{-F}{2m}t^2 + v_0 t$

c. Le vélo est à l'arrêt après une durée τ au bout de laquelle la vitesse est nulle, soit $v_x(\tau) = \frac{-F}{m}\tau + v_0 = 0$ et donc $\tau = \frac{mv_0}{F}$.

d. On remplace dans l'équation de x , on obtient :

$$x(\tau) = d = \frac{-F}{2m} \left(\frac{mv_0}{F} \right)^2 + v_0 \times \frac{mv_0}{F} = \frac{mv_0^2}{2F}$$

On peut donc en déduire l'expression $F = \frac{mv_0^2}{2d}$.

En utilisant les valeurs données dans l'énoncé, la norme de la force de frottement vaut alors :

$$F = \frac{mv_0^2}{2d} = \frac{1,0 \times 10^2 \times 10^2}{2 \times 5,0} = 1,0 \times 10^3 \text{ N}$$

52 a. Le système est soumis :

- à son poids \vec{P} , force verticale dirigée vers le bas de norme $P = mg$;

- à la réaction normale du support \vec{N} , force verticale dirigée vers le haut ;

- à la force de frottement \vec{f} , force horizontale dirigée dans le sens opposé au mouvement (selon $-(Ox)$, ici).

b. La deuxième loi de Newton s'écrit $\vec{P} + \vec{N} + \vec{f} = m\vec{a}$. Selon l'axe (Oy), on peut écrire $-P + N = 0$ puisqu'il n'y a pas d'accélération verticale. Les forces \vec{P} et \vec{N} se compensent.

On projette selon l'axe (Ox) : $-f = ma_x$ soit $a_x = \frac{-f}{m}$.

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} \text{ et } v_x = \frac{dx}{dt} \text{ donc par intégration :}$$

$$v_x = \frac{-f}{m}t + A \text{ et } x = \frac{-F}{2m}t^2 + At + B$$

où A et B sont des constantes.

D'après les conditions initiales :

$$v_x(t=0) = A = v_0 \text{ et } x(t=0) = B = 0$$

Les équations horaires de la vitesse et de la position sont donc : $v_x = \frac{-f}{m}t + v_0$ et $x(t) = \frac{-F}{2m}t^2 + vot$

c. Par comparaison, on en déduit $\frac{-F}{2m} = -0,6 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$

d'où $f = 0,6 \times 2 \times m = 0,25 \text{ N}$ et $v_0 = 5,0 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$.

d. D'après le graphique, la boule touche la paroi au bout d'un temps $t_1 = 0,4 \text{ s}$.

À cet instant, la vitesse de la boule vaut :

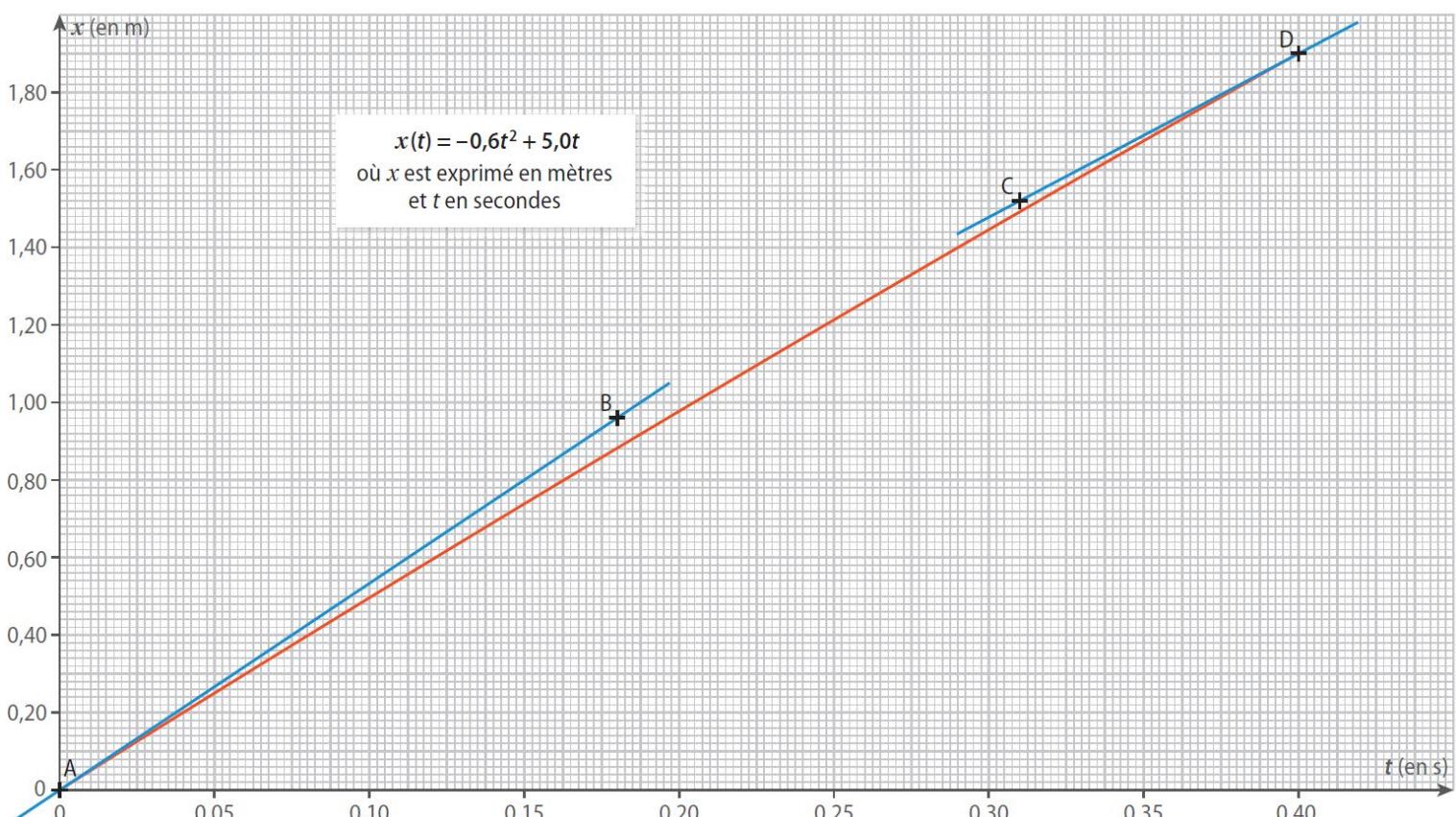
$$v_1 = v_x(t_1) = \frac{-f}{m}t_1 + v_0 = \frac{-0,25}{0,209} \times 0,4 + 5,0 = 4,5 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

e. Graphiquement, on retrouve les valeurs de v_0 et v_1 grâce à leur tangente :

$$v_0 = \frac{x_B - x_A}{t_B - t_A} = \frac{0,96}{0,18} = 5,3 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

$$\text{et } v_1 = \frac{x_D - x_C}{t_D - t_C} = \frac{1,90 - 1,52}{0,40 - 0,31} = 4,2 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

On retrouve les résultats attendus aux incertitudes de mesure près.



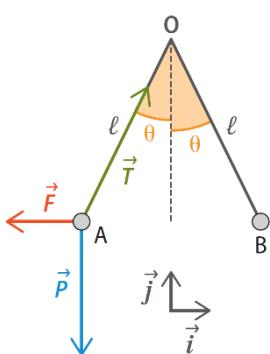
53 a. La bille A subit :

- son poids $\vec{P} = mg$;
- la tension du fil \vec{T} ;
- la force électrique

$$\vec{F} = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{AB^2} \vec{i}$$

avec $AB = 2\ell\sin\theta$.

b. D'après la première loi de Newton, comme le système est au repos dans le référentiel terrestre supposé galiléen, $\vec{P} + \vec{T} + \vec{F} = \vec{0}$.



En projection sur \vec{i} , cela donne :

$$-\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{4\ell^2 \sin^2 \theta} + T \sin \theta = 0 \quad \text{d'où } T = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{4\ell^2 \sin^3 \theta}.$$

En projection sur \vec{j} , on a :

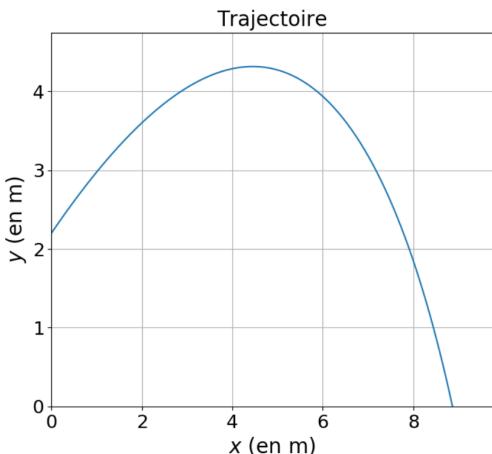
$$-mg + T \cos \theta = 0, \quad \text{d'où } T = \frac{mg}{\cos \theta}.$$

$$\text{Cela donne : } \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{4\ell^2 \sin^3 \theta} = \frac{mg}{\cos \theta}$$

$$\text{d'où } q = \pm \sqrt{\frac{4mg\ell^2 \sin^3 \theta}{\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cos \theta}}.$$

c. On calcule $|q| = 4,3 \times 10^{-8} \text{ C}$.

54



- a. • Calcul de la variation du vecteur vitesse : c'est la deuxième loi de Newton qui est utilisée, dans sa version discrète $\Delta \vec{v} = \frac{\Delta t}{m} \vec{F}$, où \vec{F} est la somme des forces subies.
- Calcul du vecteur vitesse à la date $t + \Delta t$: on utilise $\vec{v}(t) = \vec{v}(t + \Delta t) - \vec{v}(t)$.
- Calcul de la position à la date $t + \Delta t$: on utilise $\vec{v}(t) = \frac{\overrightarrow{OM}(t + \Delta t) - \overrightarrow{OM}(t)}{\Delta t}$.
- b. `while y[p] >= 0 :` assure que la boucle tourne tant que le projectile est au-dessus du sol.
- c. On ajoute `portee=max(x)`.

- 55 On étudie le skieur modélisé par son centre de masse G dans le référentiel terrestre supposé galiléen. Il subit son poids \vec{P} , la réaction normale de la piste \vec{N} et les frottements de la piste \vec{f} .

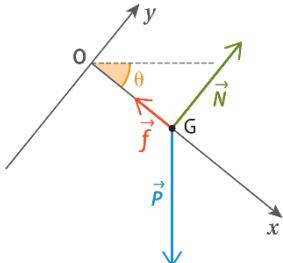
En notant \vec{a} l'accélération du système dans le référentiel d'étude, la deuxième loi de Newton s'écrit $\vec{ma} = \vec{P} + \vec{N} + \vec{f}$. En projection sur l'axe (Ox), cela donne $ma_x = -f + mg\sin\theta$.

Si le skieur démarre immobile, alors on peut écrire l'équation horaire de sa vitesse sur l'axe parallèle à la pente, $v_x = \left(g \sin \theta - \frac{f}{m}\right)t$, puis sa position sur cet axe en prenant comme origine la position de démarrage, $x = \frac{1}{2} \left(g \sin \theta - \frac{f}{m}\right)t^2$.

La longueur L est parcourue au bout de la durée t_f telle que $L = \frac{1}{2} \left(g \sin \theta - \frac{f}{m}\right) t_f^2$, d'où $t_f = \sqrt{\frac{2L}{g \sin \theta - \frac{f}{m}}}$.

La vitesse à cette date-là est $v_f = \left(g \sin \theta - \frac{f}{m}\right)t_f$, soit $v_f = \sqrt{2L \left(g \sin \theta - \frac{f}{m}\right)}$.

La norme de la force de frottements de la piste est donc $f = mg\sin\theta - \frac{v_f^2}{2L} = 4,9 \times 10^2 \text{ N}$.



- 56 1. On étudie le sapin modélisé par un point dans le référentiel terrestre supposé galiléen. Il subit son poids $\vec{P} = mg$ et la tension du fil \vec{T} . D'après la deuxième loi de Newton, $\vec{ma} = \vec{P} + \vec{T}$, où \vec{a} est l'accélération du sapin dans le référentiel terrestre. En projection sur un axe vertical ascendant, cela donne $0 = -mg + T\cos\theta = 0$, d'où $T = \frac{mg}{\cos\theta}$.

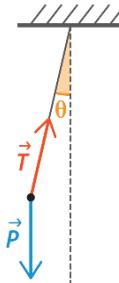
a. L'accélération a pour norme, dans ce cas, $a = \frac{100}{3,6 \times 12} = 2,3 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$.

En projection sur un axe horizontal dans le sens de la marche, la deuxième loi de Newton donne :

$$ma_x = T\sin\theta \quad \text{avec } a_x = a.$$

$$\text{On obtient donc } ma = \frac{mg}{\cos\theta} \sin\theta$$

$$\text{d'où } \tan\theta = \frac{a}{g} \quad \text{puis } \theta = 13^\circ.$$



b. En projection sur un axe horizontal dans le sens de la marche, la deuxième loi de Newton donne :

$$ma_x = -T\sin\theta \quad \text{avec } a_x = -a.$$

$$\text{On peut obtenir } v_x = -at + v_0 \quad \text{avec } v_0 = 100 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1} = 27,8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}.$$

Puis $x = -\frac{1}{2}at^2 + v_0 t$, distance parcourue pendant le freinage.

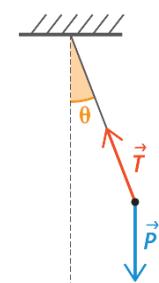
L'arrêt a lieu à la date t_f telle que $v_x(t_f) = 0$

$$\text{d'où } t_f = \frac{v_0}{a}. \quad \text{La distance d'arrêt est donc :}$$

$$L = x(t_f) = -\frac{1}{2}at_f^2 + v_0 t_f = \frac{v_0^2}{2a}.$$

$$\text{Comme } L = 100 \text{ m, on en déduit } a = \frac{v_0^2}{2L} = 3,9 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}.$$

$$\text{On obtient, comme précédemment, } -ma = -\frac{mg}{\cos\theta} \sin\theta \quad \text{d'où } \tan\theta = \frac{a}{g} \quad \text{puis } \theta = 21^\circ.$$



2. L'accélération est alors centripète, de norme $a = \frac{v^2}{R}$ avec $v = 70 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1} = 19 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$.

Le même raisonnement que précédemment en projetant la deuxième loi de Newton sur le vecteur normal du repère de Frenet donne de même $\tan\theta = \frac{a}{g}$ puis $\theta = 21^\circ$.

- 57 1. On étudie la personne dans le référentiel terrestre supposé galiléen. Elle subit son poids $\vec{P} = mg$ et la réaction normale du support \vec{N} . La personne étant immobile dans un référentiel galiléen, $\vec{P} + \vec{N} = \vec{0}$, d'où $\vec{N} = -\vec{P}$. D'après la troisième loi de Newton, la force exercée par la personne sur le pèse-personne est $-\vec{N} = \vec{P}$. La norme de cette force est donc mg , ce qui fait que le pèse-personne affiche bien la masse m de la personne.

2. a. Cette fois-ci, on applique la deuxième loi de Newton : $\vec{P} + \vec{N} = \vec{ma}$ d'où $\vec{N} = \vec{ma}_1 - \vec{P}$.

Le pèse-personne subit donc la force $-\vec{N} = -\vec{ma}_1 + \vec{P}$, de norme $m(g + a_1)$.

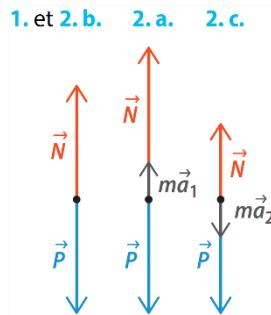
La masse affichée est donc $\frac{m(g + a_1)}{g} = 1,0 \times 10^2 \text{ kg}$.

b. Quand l'ascenseur est en mouvement rectiligne et uniforme, tout se passe comme s'il était à l'arrêt, donc le pèse-personne affiche bien m .

c. Lorsque l'ascenseur freine en arrivant en haut, avec une accélération $\vec{a}_2 = -\vec{a}_1$, on procède de la même façon qu'à la question 2a : le pèse-personne subit la force $-\vec{N} = -m\vec{a}_2 + \vec{P}$, de norme $m(g - a_2)$.

La masse affichée est donc $\frac{m(g - a_2)}{g} = 85 \text{ kg}$.

d. Lorsque le câble est rompu, si l'accélération est $\vec{a}_3 = \vec{g}$, alors $\vec{P} + \vec{N} = m\vec{a}_3 = m\vec{g}$ donne $\vec{N} = \vec{0}$: la balance affiche 0 kg.



58 a. L'accélération du

système est : $\vec{a} = \frac{v^2}{R} \vec{u}_n$ où R est le rayon de la trajectoire et v la norme de la vitesse de la moto.

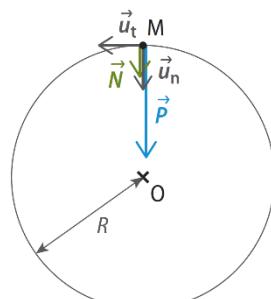
b. Le système subit son poids $\vec{P} = m\vec{g}$ et la réaction normale du support \vec{N} .

La deuxième loi de Newton dans le référentiel terrestre s'écrit $m\vec{a} = \vec{P} + \vec{N}$, d'où $\vec{N} = m\vec{a} - \vec{P} = m(\vec{a} - \vec{g})$. En projection sur \vec{u}_n , cela

donne : $N = m(a - g) = m\left(\frac{v^2}{R} - g\right)$

Le contact existe tant que $N > 0$, c'est-à-dire tant que $\frac{v^2}{R} > g$. La vitesse minimale à laquelle doit rouler le motard est donc $v_{\min} = \sqrt{Rg}$.

c. Le rayon de la trajectoire semble voisin de $R = 2 \text{ m}$. On calcule donc $v_{\min} = 4 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$, voisine de $16 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$.



59 1. a. On étudie la bille ramenée à son centre de masse G dans le référentiel terrestre supposé galiléen. Elle subit son poids $\vec{P} = m\vec{g}$ et la force de frottement \vec{f} .

La deuxième loi de Newton s'écrit donc :

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{P} + \vec{f} \text{ soit } \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{g} - \frac{k}{m} \vec{v}.$$

$$\text{On peut écrire aussi ceci : } \frac{d\vec{v}}{dt} = -\frac{k}{m} \left(\vec{v} - \frac{m}{k} \vec{g} \right),$$

qui est bien de la forme proposée avec $\tau = \frac{m}{k}$

$$\text{et } \vec{v}_t = \frac{m}{k} \vec{g}.$$

τ est en secondes puisque $\frac{1}{\tau} \vec{v}$ est homogène à une accélération. Et v_t est en mètres par seconde puisque c'est homogène à une vitesse.

b. D'après les expressions du cours, on en déduit $\vec{v} = \vec{v}_t + \vec{A} e^{-t/\tau}$.

$$\text{À } t = 0 \text{ s}, \vec{v} = \vec{0}, \text{ d'où } \vec{A} = -\vec{v}_t \text{ puis } \vec{v} = \vec{v}_t (1 - e^{-t/\tau}).$$

2. a. On détermine graphiquement τ comme l'abscisse de l'intersection de la tangente à l'origine avec l'asymptote horizontale : $\tau = 0,09 \text{ s}$
On détermine v_t comme l'ordonnée de l'asymptote horizontale : $v_t = 0,9 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$

$$\text{b. On en déduit } k = \frac{m}{\tau} = 2 \times 10^{-2} \text{ kg}\cdot\text{s}^{-1}.$$

60 1. La goutte subit son poids $\vec{P} = m\vec{g} = \frac{4}{3}\pi\rho_h r^3 \vec{g}$, la force de frottement $\vec{f} = -6\pi\eta rv$ et la force électrique $\vec{F} = q\vec{E}$.

2. Si la goutte est en mouvement rectiligne et uniforme dans le référentiel du laboratoire supposé galiléen, alors : $\vec{P} + \vec{f} + \vec{F} = \vec{0}$ d'où $\frac{4}{3}\pi\rho_h r^3 \vec{g} - 6\pi\eta rv + q\vec{E} = \vec{0}$.

En projection sur l'axe (Oz), cela donne :

$$\frac{4}{3}\pi\rho_h r^3 g - 6\pi\eta rv_z + qE_z = 0$$

$$\text{d'où } v_z = \frac{1}{6\pi\eta r} \left(\frac{4}{3}\pi r^3 \rho_h g + qE_z \right)$$

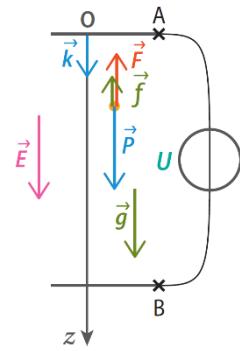
3. a. Si le champ électrostatique est nul, alors la vitesse s'écrit $v_0 = \frac{1}{6\pi\eta r} \left(\frac{4}{3}\pi r^3 \rho_h g \right)$, d'où l'on déduit :

$$r = \sqrt{\frac{9v_0}{2\rho_h g}}$$

b. La goutte est immobile si la force électrostatique est vers le haut. Comme elle est chargée négativement, cela impose que \vec{E} soit orienté vers le bas. La borne A doit donc être la borne positive du générateur.

La relation de la question 2 avec $v_z = 0$ donne :

$$\frac{4}{3}\pi r^3 \rho_h g + qE_0 \text{ d'où } q = -\frac{\frac{4}{3}\pi r^3 \rho_h g}{E_0}.$$



4. Posons, pour fixer les idées, $\vec{E}_1 = E_1 \vec{k}$, vertical vers le bas. La relation de la question 2 donne :

$$v_{1z} = \frac{1}{6\pi\eta r} \left(\frac{4}{3}\pi r^3 \rho_h g + qE_1 \right) \text{ et } v_{2z} = \frac{1}{6\pi\eta r} \left(\frac{4}{3}\pi r^3 \rho_h g - qE_1 \right)$$

En additionnant ces deux relations, il vient :

$$v_{1z} + v_{2z} = \frac{2}{6\pi\eta r} \left(\frac{4}{3}\pi r^3 \rho_h g \right) \text{ d'où } r = \sqrt{\frac{9\eta(v_{1z} + v_{2z})}{4\rho_h g}}.$$

En soustrayant la deuxième relation à la première, il vient :

$$v_{1z} - v_{2z} = \frac{1}{6\pi\eta r} (2qE_1)$$

$$\text{On en déduit : } q = \frac{3\pi\eta r(v_{1z} - v_{2z})}{E_1}$$

Exercice 61 corrigé à l'adresse hatier-clic.fr/pct338

62 1.1. D'après la deuxième loi de Newton, la somme vectorielle des forces subies par un système est égale au produit de sa masse par son accélération dans un référentiel galiléen. Appliquée à la balle dans le référentiel terrestre, ne subissant que la force \vec{F} dans son trajet entre A et B, cela s'écrit $m\vec{a} = \vec{F}$, où \vec{a} est l'accélération de la balle.

1.2. Entre A et B, l'accélération de la balle est un vecteur constant et sa trajectoire une ligne droite, donc la balle est en mouvement rectiligne et uniformément accéléré.

2.1. En notant \vec{v} le vecteur vitesse de la balle, on peut écrire $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$.

2.2. L'accélération étant constante, elle est égale à l'accélération moyenne entre A et B, de norme :

$$a = \frac{v_B}{\Delta t} = \frac{14}{0,11} = 1,3 \times 10^2 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$$

3. On en déduit $F = ma = 20 \text{ N}$.

Le poids de la balle ayant pour norme $P = mg = 1,6 \text{ N}$, il est inférieur en norme au dixième de F , ce qui peut justifier qu'on le néglige.

63 On étudie le solide de masse m dans le référentiel terrestre supposé galiléen. Il subit son poids $\vec{P} = mg$ et la force de rappel du ressort \vec{F} de norme $F = k\ell_0$. Le système étant à l'équilibre, on applique la première loi de Newton : $\vec{F} + \vec{P} = \vec{0}$ d'où l'on déduit, en projection verticale :

$$k\ell_0 - mg = 0 \quad \text{puis } \ell_0 = \frac{mg}{k}.$$

Le tracé de ℓ_0 en fonction de m donne donc une droite qui passe par l'origine, de coefficient directeur $\frac{g}{k}$.

Sur le graphique, on détermine ce coefficient directeur :

$$a = \frac{g}{k} = \frac{20,5 \times 10^{-2}}{100 \times 10^{-3}} = 2,05 \text{ m}\cdot\text{kg}^{-1}$$

$$\text{On en déduit } k = \frac{g}{a} = \frac{9,8}{2,05} = 4,8 \text{ N}\cdot\text{kg}^{-1}.$$

64 1. Le débit massique total est :

$$D = 270 + 2 \times 1,8 \times 10^3 = 3,87 \times 10^3 \text{ kg}\cdot\text{s}^{-1}$$

Pendant $\Delta t = 2,4 \text{ s}$, la masse éjectée est donc : $m_{\text{ej}} = D\Delta t = 9,3 \times 10^3 \text{ kg}$ soit 9,3 tonnes.

La masse au décollage étant $m = 750 \text{ à } 780 \text{ tonnes}$, cette masse éjectée est donc négligeable devant la masse initiale de la fusée. On peut donc considérer que la masse totale de la fusée est constante pendant la durée de l'étude.

2. On mesure sur la photo $y_1 = 2,0 \text{ cm}$, puis $y_5 = 2,7 \text{ cm}$. Comme $y_1 = 30,1 \text{ m}$ en réalité, on en déduit $y_5 = 30,1 \times \frac{2,7}{2,0} = 41 \text{ m}$.

$$3.1. \text{ On peut écrire } v_2 = \frac{33,3 - 30,1}{1,00 - 0,20} = 4,00 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}.$$

C'est bien ce qu'on lit sur le graphique à 0,6 s.
3.2. On modélise les points du graphique par une droite. L'accélération de la fusée est le coefficient directeur de la droite et vaut $\frac{15}{2,2} = 6,8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$, voisin de $7 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$.

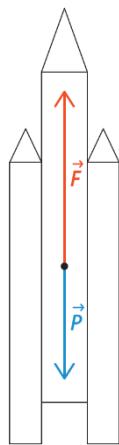
3.3. Le vecteur accélération est vertical car le mouvement est vertical, et orienté vers le haut car la vitesse verticale croît au cours du temps.

4. Voir schéma ci-contre.

5. La fusée subit son poids \vec{P} , vertical et vers le bas, de norme $P = mg$, et la force de poussée \vec{F} , verticale et vers le haut.

La deuxième loi de Newton s'écrit :

$\vec{m}\vec{a} = \vec{P} + \vec{F}$ d'où l'on déduit $\vec{F} = \vec{m}\vec{a} - \vec{P}$, de norme $F = ma + mg = 1,3 \times 10^7 \text{ N}$. C'est bien cohérent avec les 13 000 kN de poussée annoncés.



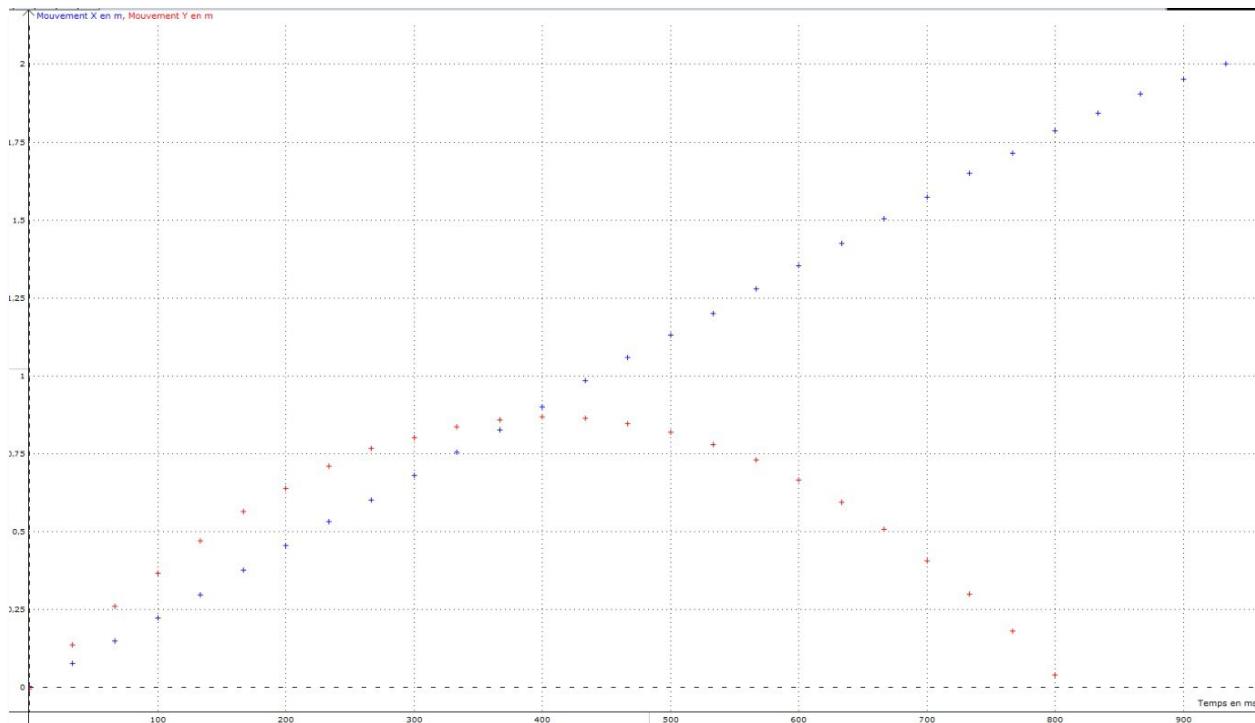
12. Mouvement dans un champ uniforme

Activités

p. 346 à 349

① Étude dynamique d'un mouvement plan

Voici des exemples de courbes obtenues :



Dans cet exemple la modélisation linéaire de la courbe $x(t)$ donne : $x(t) = 2,213t$

La modélisation parabolique de la courbe $y(t)$ donne : $y(t) = -5,098t^2 + 4,155t + 9,874 \times 10^{-3}$

1. On choisit le modèle linéaire car à l'instant initial, l'origine a été placée au niveau de la position de la balle. Les coordonnées de la balle sont donc nulles à cet instant.

2. En utilisant le tableur, on détermine les coordonnées du premier point (indice 0) et du deuxième point (indice 1) : $v_{0x} = \frac{x_1 - x_0}{\Delta t} = 2,244 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$
et $v_{0y} = \frac{y_1 - y_0}{\Delta t} = 4,225 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ dans notre exemple.

3. Les coordonnées théoriques du mouvement sont :

$$\begin{cases} x(t) = v_{0x}t \\ y(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + v_{0y}t \end{cases}$$

Les coordonnées numériques théoriques du mouvement (sur cet exemple) sont :

$$\begin{cases} x(t) = 2,244t \\ y(t) = -4,91t^2 + 4,225t \end{cases}$$

Les coordonnées numériques des modèles numériques (sur cet exemple) obtenues précédemment sont :

$$\begin{cases} x(t) = 2,213t \\ y(t) = -5,098t^2 + 4,155t + 9,874 \times 10^{-3} \end{cases}$$

Les valeurs sont très proches :

$$\begin{array}{ll} 2,244 \approx 2,213 & -4,91 \approx -5,098 \\ 4,225 \approx 4,155 & 0 \approx 9,874 \times 10^{-3} \end{array}$$

La deuxième loi de Newton permet donc de retrouver les coordonnées du mouvement.

Bilan

- Si on compare les solutions obtenues avec la deuxième loi de Newton avec les modèles numériques obtenus grâce au logiciel de pointage, on s'aperçoit que les équations horaires sont très proches. On en déduit que la deuxième loi de Newton permet de prévoir convenablement le mouvement du ballon.

- On peut entrevoir deux sources d'erreurs entre théorie et expérience.

La première est d'ordre expérimental. Le pointage est une chose délicate à réaliser sans erreur de pointage. Pour se rendre compte de cette erreur, il suffit de regarder les équations horaires obtenues par les autres groupes. Avec le même enregistrement, sans erreur de pointage, chaque binôme devrait trouver les mêmes résultats.

La deuxième est liée au modèle choisi et, plus exactement, à l'absence de frottement de toute nature. Même si le ballon se déplace doucement, l'air agit sur le ballon et le freine

② Étude énergétique d'un mouvement plan

Le pointage de la vidéo donne des tableaux de mesures. Dans le tableur, on crée les variables v_x et v_y , puis la norme v . On calcule v_x en faisant le calcul $v_x(t) = \frac{v_x(t + \Delta t) - v_x(t - \Delta t)}{2\Delta t}$. En langage Latis-Pro, cela donne, dans l'exemple utilisé :

	3,48	Fx	fx	= (Mouvement X[n+1]-Mouvement X[n-1])/(2*0,033)		
X)	Mouvement X	Mouvement Y	vx	vy	v	Ec
m	m	m/s	m/s	m/s	m/s	J
3,081 mm	-3,686 mm					
77,896 mm	0,137 m	= (Mouvement X[n+1]-Mouvement X[n-1])/(2*0,033)	0,26 m			
0,148 m						

On fait de même pour v_y . Pour la norme de la vitesse v , on calcule $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$.

En langage Latis-Pro, cela donne, dans notre exemple :

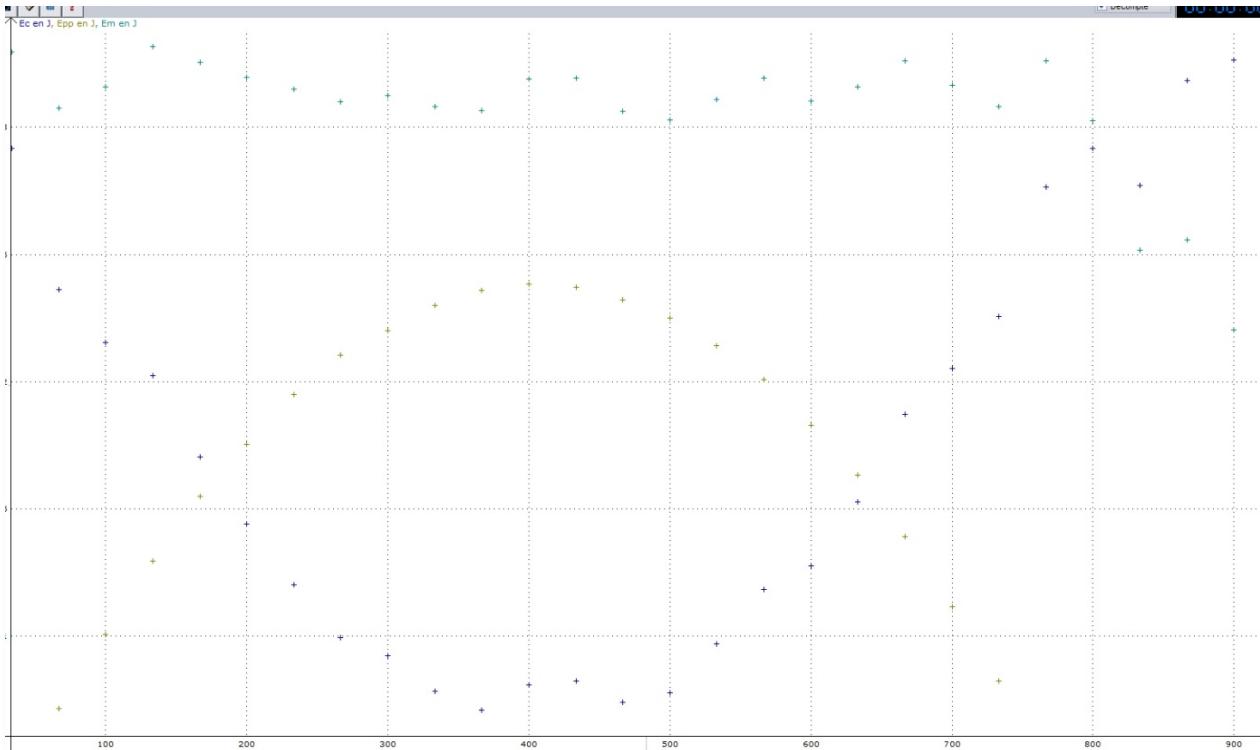
	3,48	Fx	fx	= (vx^2+vy^2)^0,5	
	Mouvement X	Mouvement Y	vx	vy	v
	m	m	m/s	m/s	m/s
	3,081 mm	-3,686 mm			

On créer les variables E_{pp} ; E_c puis E_m .

Pour E_{pp} , la variable y représente l'altitude de la balle et la masse de la balle utilisée dans notre exemple est $m = 0,280 \text{ kg}$. On calcule avec le tableur $E_{pp} = mg\bar{y}$.

Pour E_c , la masse de la balle utilisée dans notre exemple est $m = 0,280 \text{ kg}$. On calcule avec le tableur $E_c = \frac{1}{2}mv^2$ en utilisant la norme de la vitesse calculée précédemment.

Pour E_m , on calcule $E_m = E_c + E_{pp}$. On obtient, dans notre exemple, les courbes suivantes.



1. a. L'origine de l'énergie potentielle de pesanteur est implicitement choisie à l'endroit correspondant à l'altitude nulle. Ici, l'origine a été choisie à la position initiale du ballon. On en déduit que la position initiale est la position choisie comme origine de l'énergie potentielle de pesanteur.

b. À l'instant initial, comme l'énergie potentielle de pesanteur est nulle, l'énergie de la balle se trouve uniquement sous la forme d'une énergie cinétique. Sur le graphique, ce n'est pas le cas, car il nous a été impossible de calculer la vitesse à l'instant initial, et ainsi nous n'avons pas les énergies à cet instant.

2. a. Compte tenu de la précision dans le pointage, on s'aperçoit qu'en dehors de la fin du mouvement,

l'énergie mécanique semble constante. Cette chute soudaine d'énergie est sans doute à chercher dans le fait qu'à ce moment, la vitesse de la balle devient suffisamment grande pour que les effets des frottements de l'air commencent à se faire sentir. La courbe de l'énergie potentielle semble continuer comme attendu, mais la courbe de l'énergie cinétique semble stagner. Toute l'énergie potentielle n'est plus entièrement convertie en énergie cinétique. Une partie de cette énergie disparaît sous forme de chaleur.

b. D'un point de vu énergétique, au cours du mouvement de la balle, l'énergie cinétique de la balle s'est transformée en énergie potentielle pendant la montée, puis la transformation s'est inversée au cours de la descente.

3. a. On peut repérer le sommet de la trajectoire à l'aide des courbes énergétiques en se rappelant l'expression de l'énergie potentielle de pesanteur : $E_{pp} = mgy$. L'altitude du ballon devient maximale lorsque l'énergie potentielle de pesanteur devient maximale aussi.

On utilise alors le réticule de la fenêtre graphique pour obtenir l'instant correspondant au maximum de l'énergie potentielle de pesanteur. Dans l'enregistrement utilisé, cela correspondait à la position telle que $t = 400$ ms.

b. Au sommet de la trajectoire, l'énergie cinétique n'est pas nulle car la balle n'est pas immobile, mais a toujours une vitesse horizontale. Sa vitesse n'est donc pas nulle, son énergie cinétique non plus. On obtient l'énergie cinétique de la balle à cet instant, en utilisant le réticule de la fenêtre graphique. Dans notre exemple, l'énergie cinétique minimale était $E_{cmin} = 697$ mJ. Comme $E_{cmin} = \frac{1}{2}mv_{min}^2$, où v_{min} est la vitesse minimale, on obtient :

$$v_{min} = \sqrt{\frac{2E_{cmin}}{m}} = \sqrt{\frac{2 \times 697 \times 10^{-3}}{0,280}} = 2,23 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}.$$

On compare cette valeur en allant chercher, dans le tableau, la valeur de la norme de la vitesse v à cet instant. Pour notre exemple, dans le tableau : à $t = 400$ ms, on a $v = 2,227 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$, ce qui correspond tout à fait à la valeur calculée.

c. Grâce au réticule de la fenêtre graphique, on mesure l'énergie potentielle maximale.

Dans notre exemple, on mesure $E_{ppmax} = 2,389$ J. Comme $E_{ppmax} = mg y_{max}$, on obtient :

$$y_{max} = \frac{E_{ppmax}}{mg} = \frac{2,389}{0,280 \times 9,81} = 8,70 \times 10^{-1} \text{ m}$$

On peut comparer cette valeur à la valeur de y dans le tableau. Dans notre exemple : à $t = 400$ ms, on a $y = 0,868$ m ce qui correspond tout à fait à la valeur calculée. La mesure et le calcul correspondent.

4. Cette chute soudaine d'énergie est sans doute à chercher dans le fait qu'à ce moment, la vitesse de la balle devient suffisamment grande pour que les effets des frottements de l'air commencent à se faire sentir. La courbe de l'énergie potentielle semble continuer, comme attendu, mais la courbe de l'énergie cinétique semble stagner. Toute l'énergie potentielle n'est plus entièrement convertie en énergie cinétique. Une partie de cette énergie disparaît sous forme de chaleur.

Bilan

- En utilisant la conservation de l'énergie mécanique entre deux points, on peut connaître la norme de la vitesse du système en n'importe quel point. On peut aussi déterminer son altitude maximale.

Cette constatation nécessite de disposer d'un point (origine, par exemple) où le mouvement est parfaitement connu. On peut alors calculer l'énergie mécanique du système et en déduire les informations citées précédemment.

Ce travail ne dépend pas du choix de l'origine de l'énergie potentielle, même si, selon le choix, l'énergie mécanique du système sera différente. Comme l'utilisation de la conservation de l'énergie suppose de raisonner sur deux points, le décalage de l'énergie potentielle dû à un changement d'origine n'aura aucune incidence sur les résultats tirés de cette conservation.

③ Le condensateur plan

Enregistrement réalisé avec une alimentation de 3,0 V. On mesure une longueur entre les deux plaques $L = 14$ cm.

En faisant varier x en maintenant $y = 0$, on obtient le tableau de mesures suivant.

x (en m)	U_{OM} (en V)
0	0
0,01	0,28
0,02	0,448
0,03	0,64
0,04	0,834
0,05	1,026
0,06	1,234
0,07	1,444
0,08	1,645
0,09	1,846
0,1	2,046
0,11	2,25
0,12	2,457
0,13	2,656
0,14	3,012

En faisant varier y en maintenant $x = 7,0$ cm, on obtient le tableau de mesures suivant.

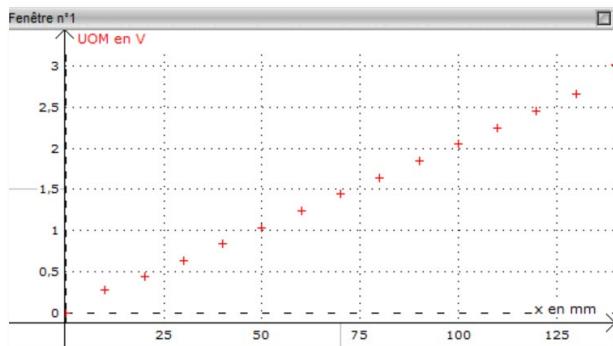
y (en m)	U_{OM} (en V)
-0,04	1,445
-0,03	1,446
-0,02	1,446
-0,01	1,445
0	1,447
0,01	1,449
0,02	1,448
0,03	1,45
0,04	1,449

La tension U_{OM} ne varie pas lorsque l'on se déplace en maintenant x constant.

1. a. Les mesures montrent que la tension est constante lorsque l'on se déplace en maintenant x constant.

b. La droite représentant U_{OM} en fonction de y est une droite horizontale, son coefficient directeur est nul. Cela implique que E_y est nulle. Ainsi, le champ électrique est dirigé uniquement selon (Ox).

2. a. En utilisant le tableur-grapheur de Latis-Pro dans notre exemple :



b. La modélisation affine de notre exemple donne une pente égale à $20,54 \text{ V}\cdot\text{m}^{-1}$ et a une ordonnée à l'origine de $16,7 \text{ mV}$. L'ordonnée à l'origine est très faible (au regard des mesures réalisées). On peut considérer que la relation entre la tension et x est une fonction linéaire.

c. Le coefficient directeur de la droite correspond à E_x . On en déduit donc que $E_x = 20,54 \text{ V}\cdot\text{m}^{-1}$.

Calculons le rapport $\frac{U}{L}$ dans notre exemple :

$$\frac{U}{L} = \frac{3,0}{14 \times 10^{-2}} = 21,43 \text{ V}\cdot\text{m}^{-1}$$

Les deux valeurs sont suffisamment proches pour considérer que $E_x = \frac{U}{L}$.

3. a. Si on augmente U , E_x augmente aussi car E_x est proportionnelle à U .

Si L diminue, E_x augmente car E_x est inversement proportionnelle à L .

b. Il ne sera pas toujours simple de vérifier la prévision de l'influence de L , la plupart des cuves rhéographiques étant fabriquées pour avoir des armatures fixes. On peut cependant, avec l'encadrement de l'enseignant, introduire une plaque de cuivre (qu'on utilise en générale pour les TP pile) et la fixer d'une manière ou d'une autre ou même la tenir avec la pince crocodile qui permettra de la relier au générateur.

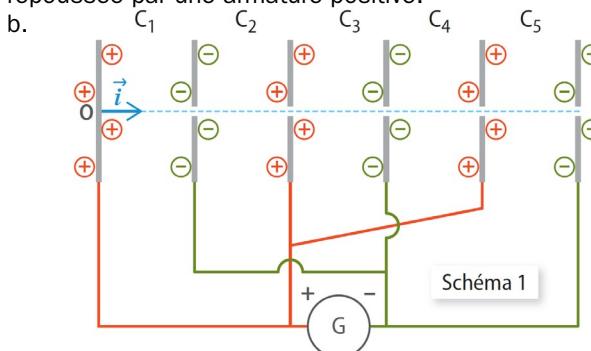
Bilan

- Le champ électrique est modifié si on change la distance entre les armatures et la tension imposée à la cuve.
- On peut faire le calcul de la valeur maximale du champ électrique avec un générateur allant jusqu'à

$$12\text{V} : E_x = \frac{U}{L} = \frac{12}{14 \times 10^{-2}} = 86 \text{ V}\cdot\text{m}^{-1}$$

④ Accélérateur linéaire

1. a. La particule est chargée positivement, elle doit se déplacer vers une armature négative et être repoussée par une armature positive.



$$c. v_1 = \frac{q}{m L_1} t_1 + v_0 \quad \text{et} \quad x(t_1) = L_1 = \frac{1}{2} \frac{q}{m L_1} t_1^2 + v_0 t_1$$

$$\text{Comme } v_0 = 0 : \quad v_1 = \frac{q}{m L_1} t_1 \quad \text{et} \quad L_1 = \frac{1}{2} \frac{q}{m L_1} t_1^2$$

On obtient :

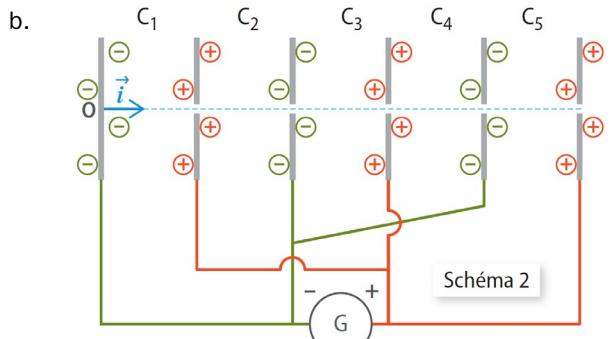
$$t_1 = L_1 \sqrt{\frac{2m}{qU}} = 2,7 \times 10^{-2} \times \sqrt{\frac{2 \times 1,67 \times 10^{-27}}{1,60 \times 10^{-19} \times 24}}$$

$$t_1 = 8,0 \times 10^{-7} \text{ s}$$

$$v_1 = \frac{q}{m L_1} t_1 = \sqrt{\frac{2qU}{m}} = \sqrt{\frac{2 \times 1,60 \times 10^{-19} \times 24}{1,67 \times 10^{-27}}}$$

$$v_1 = 6,8 \times 10^4 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

2. a. Si rien n'est fait, le proton rentrera dans une zone où il sera ralenti. Le champ électrique est en effet orienté dans le sens opposé à son mouvement. Comme il a une charge positive, la force qui s'applique sur lui est aussi opposée au mouvement.



$$c. \text{À la sortie de } C_2 : \quad v_2 = \frac{q}{m L} t_2 + v_1 \quad \text{et} \quad E_c(2) = 2qU$$

$$\frac{1}{2} m v_2^2 = 2qU$$

$$v_2 = \sqrt{\frac{4qU}{m}} = \sqrt{\frac{4 \times 1,60 \times 10^{-19} \times 24}{1,67 \times 10^{-27}}} = 9,6 \times 10^4 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

Ainsi, comme $v_2 = \frac{q}{m L} t_2 + v_1$:

$$t_2 = (v_2 - v_1) \frac{mL}{qU}$$

$$t_2 = (9,6 \times 10^4 - 6,8 \times 10^4) \times \frac{1,67 \times 10^{-27} \times 2,7 \times 10^{-2}}{1,60 \times 10^{-19} \times 24}$$

$$t_2 = 3,3 \times 10^{-7} \text{ s}$$

t_2 est inférieur à la moitié de t_1 .

3. a. Si on veut que la particule passe le même temps dans chaque condensateur, on est obligé de modifier les tailles des condensateurs C_2 , C_3 , C_4 et C_5 en augmentant leurs tailles.

b. Le point énergétique indique : $E_c(n) = nqU$

$$\text{soit } \frac{1}{2}mv_n^2 = nqU \quad \text{soit } v_n = \sqrt{\frac{2nqU}{m}}$$

Si on veut que $v_n = 0,1c$, on doit avoir $\sqrt{\frac{2nqU}{m}} = 0,1c$.

$$\text{Soit } n = \frac{0,01c^2m}{2qU} \frac{0,01 \times (2,998 \times 10^8)^2 \times 1,67 \times 10^{-27}}{2 \times 1,60 \times 10^{-19} \times 24}$$

$$n = 2,0 \times 10^5 \text{ condensateurs}$$

$$c. L_n = \frac{\frac{T}{2}\sqrt{\frac{qU}{2m}}}{\sqrt{n} - \sqrt{n-1}}$$

Application numérique :

$$\frac{T}{2}\sqrt{\frac{qU}{2m}} = 8,0 \times 10^{-7} \times \sqrt{\frac{1,60 \times 10^{-19} \times 24}{2 \times 1,67 \times 10^{-27}}} = 2,7 \times 10^{-2} \text{ m} = L_1$$

n	2	3	4	5
1	2,4	3,1	3,7	4,2
L_n (en cm)	6,5	8,5	10	11

Bilan

- Le fait de disposer d'une succession de condensateurs permet d'augmenter fortement l'énergie cinétique ($E_c(n) = nqU$) en manipulant des tensions « faibles ». On obtient alors le même résultat énergétique qu'un seul condensateur avec une tension nU .

- Si un proton suit le premier proton avec deux condensateurs plans d'écart, il se trouve lui-aussi dans une situation où il est sans arrêt accéléré par le dispositif. L'accélérateur linéaire permet d'accélérer des flux de particules « en continu ».

- Si on veut fortement augmenter l'énergie de la particule, même en augmentant fortement la tension U , on sera obligé de faire des successions de condensateurs plans qui seront de plus en plus grands. Les condensateurs seront donc nécessairement très grands en « bout » d'accélérateur. L'accélérateur linéaire ne pourra donc pas être compact.

Exercices

Exercices 1 à 17 corrigés à la fin du manuel de l'élève.

Exercices 18 à 20 corrigés dans le manuel de l'élève.

21 a. Lorsque $x = L$, cela correspond à l'instant (que nous noterons t_1) : $L = v_0 \cos(\alpha)t_1$ soit $t_1 = \frac{L}{v_0 \cos(\alpha)}$. L'ordonnée correspondante est donc :

$$y(t_1) = -\frac{1}{2}gt_1^2 + v_0 \sin(\alpha)t_1$$

Soit, en remplaçant t_1 par son expression, on obtient :

$$y(t_1) = -\frac{1}{2}g \frac{L^2}{v_0^2 \cos^2(\alpha)} + Lt \tan(\alpha)$$

Si à cet instant $y(t_1) < -H$, cela impliquera que le système est arrivé en $y = -H$ avant d'atteindre l'abscisse $x = L$ et le crash aura donc eu lieu au fond du canyon. Faisons l'application numérique :

$$v_0 = 150 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1} = 41,7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$y(t_1) = -\frac{1}{2} \times 9,81 \times \frac{(1,25 \times 10^3)^2}{41,7^2 \times \cos^2(30,0^\circ)} + 1,25 \times 10^3 \times \tan(30,0^\circ)$$

$$y(t_1) = -5,15 \times 10^3 \text{ m}$$

Or $H = 1,70 \times 10^3 \text{ m}$. Le crash a donc bien lieu au fond du canyon.

b. Le crash ayant lieu au fond du canyon, cela implique qu'il a lieu à l'instant (noté t_1) où $y(t_1) = -H$.

$$-H = -\frac{1}{2}gt_2^2 + v_0 \sin(\alpha)t_2 \quad \text{soit } 0 = -\frac{1}{2}gt_2^2 + v_0 \sin(\alpha)t_2 + H$$

On doit résoudre un trinôme dont le discriminant est

$$\Delta = b^2 - 4ac : \quad \Delta = (v_0 \sin(\alpha))^2 + 2gH$$

Ce discriminant est positif, il existe deux solutions.

Nous ne nous intéressons qu'à la solution positive (la seconde solution n'ayant pas de sens physique) :

$$t_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \quad \text{soit } t_2 = \frac{v_0 \sin(\alpha) + \sqrt{(v_0 \sin(\alpha))^2 + 2gH}}{g}$$

Application numérique :

$$T_2 = \frac{41,7 \times \sin(30,0^\circ) + \sqrt{(41,7 \times \sin(30,0^\circ))^2 + 2 \times 9,81 \times 1,70 \times 10^3}}{9,81}$$

$$T_2 = 20,9 \text{ s}$$

À cet instant, l'abscisse est :

$$x_c = v_0 \cos(\alpha)t_2 = 41,7 \times \cos(30,0^\circ) \times 20,9 = 755 \text{ m}$$

On remarque que x_c est inférieur à L , ce qui confirme le fait que le crash se fait au fond du canyon.

Les coordonnées du crash sont donc :

$$x_c = 755 \text{ m} \quad \text{et} \quad y_c = 1,70 \times 10^3 \text{ m}$$

Exercice 22 corrigé à la fin du manuel de l'élève.

23 1. La norme du champ \vec{E} est :

$$E = \frac{|U|}{L} = \frac{300}{1,5 \times 10^{-2}} = 2,0 \times 10^4 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1}$$

2. a. La norme de la force électrique est :

$$F = |q|E = 3,20 \times 10^{-19} \times 2,0 \times 10^4 = 6,4 \times 10^{-15} \text{ N}$$

$\vec{F} = q\vec{E}$. Comme $q < 0$, alors \vec{F} a le sens opposé et la même direction que \vec{E} .

$$3. a. \vec{a} = \frac{q}{m} \vec{E}$$

q est négative, mais \vec{E} est dans le sens de \vec{F} .

$$\vec{a} = \frac{q U}{m L} \vec{i} \quad \text{En norme :} \quad a = \frac{q U}{m L}$$

$$a = \frac{3,20 \times 10^{-19} \times 300}{1,60 \times 10^{-25} \times 1,5 \times 10^{-2}} = 4,0 \times 10^{10} \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

$$b. v_x(t) = \frac{qU}{mL}t \quad \text{et} \quad x(t) = \frac{1}{2} \frac{qU}{mL}t^2$$

c. Notons $t = t_1$ l'instant où le proton se trouve à $x(t_1) = L$.

$$\text{Soit } v_x(t_1) = \sqrt{\frac{2qU}{m}} = \sqrt{\frac{2 \times 3,20 \times 10^{-19} \times 300}{1,60 \times 10^{-25}}}$$

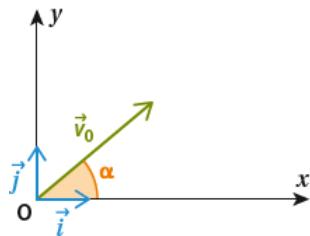
$$v_x(t_1) = 3,5 \times 10^4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

24 a. Dans le triangle rectangle :

$$\cos(\alpha) = \frac{v_{0x}}{v_0} \text{ et } \sin(\alpha) = \frac{v_{0y}}{v_0}$$

On en déduit :

$$\begin{cases} v_{0x} = v_0 \cos(\alpha) \\ v_{0y} = v_0 \sin(\alpha) \end{cases}$$



b. À l'instant initial (point O) : $E_{pp}(O) = mgv_0 = 0$ puisqu'à l'instant initial, le système se trouve au niveau de l'origine.

$$E_c(O) = \frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2} \times 4,50 \times 4,80^2 = 51,8 \text{ J}$$

Ainsi : $E_m(O) = E_{pp}(O) + E_c(O) = 51,8 \text{ J}$

c. L'énergie mécanique du système est conservée pendant tout le vol du système car le système n'est soumis qu'au poids qui est une force conservative.

d. En un point quelconque de la trajectoire, cette conservation s'écrit : $E_m(O) = E_m(M)$

$$\text{soit } \frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}mv_2 + E_{pp} = mgv$$

En simplifiant les m de chaque côté de l'égalité, on obtient la vitesse à l'altitude y : $v = \sqrt{v_0^2 - 2gy}$

Pour $y = 0,15 \text{ m}$, on obtient :

$$v = \sqrt{4,8^2 - 2 \times 9,81 \times 0,15} = 4,5 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

25 Le référentiel d'étude est considéré comme galiléen. Le système étant soumis uniquement à son poids, la deuxième loi de Newton s'écrit $m\vec{a} = \vec{P}$.

Comme $\vec{P} = m\vec{g}$, soit $\vec{a} = \vec{g} = -g\vec{j}$, le mouvement du système est uniformément accéléré.

Sachant que $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$ et que $\vec{a} = \vec{g}$, on a en projection

$$\text{sur les axes : } \begin{cases} \frac{dv_x}{dt} = 0 \\ \frac{dv_y}{dt} = -g \end{cases}$$

En cherchant les primitives et en utilisant les conditions initiales ($\vec{v}(0) = \vec{v}_0$), on en déduit que :

$$\begin{cases} v_x(t) = v_0 \cos(\alpha) \\ v_y(t) = -gt + v_0 \sin(\alpha) \end{cases}$$

Sachant que $\vec{v}(t) = \frac{d\vec{OM}}{dt}(t)$, on a donc :

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = v_0 \cos(\alpha) \\ \frac{dy}{dt} = -gt + v_0 \sin(\alpha) \end{cases}$$

En cherchant les primitives et en utilisant les conditions initiales (le système est à l'origine), on en déduit :

$$\begin{cases} x(t) = v_0 \cos(\alpha)t \\ y(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 \sin(\alpha)t \end{cases}$$

Exercice 26 corrigé à la fin du manuel de l'élève.

27 a. La position à tout instant :

$$\begin{cases} x(t) = v_0 \cos(\alpha)t \\ y(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 \sin(\alpha)t \end{cases}$$

On peut isoler la variable t et trouver l'équation du mouvement : $t = \frac{x}{v_0 \cos(\alpha)}$

Ainsi, en remplaçant t dans l'expression de y , on obtient :

$$y = -\frac{1}{2}g \frac{x^2}{v_0^2 \cos^2(\alpha)} + x \tan(\alpha)$$

b. La portée du tir correspond à $y = 0$.

$$\text{Soit } 0 = -\frac{1}{2}g \frac{x^2}{v_0^2 \cos^2(\alpha)} + x \tan(\alpha)$$

$$\text{En factorisant par } x : 0 = x \left(-\frac{1}{2}g \frac{x}{v_0^2 \cos^2(\alpha)} + \tan(\alpha) \right)$$

Il existe deux solutions à cette égalité :

- la solution $x = 0$ qui correspond à l'origine (la position initiale du système) ;

- la solution de $-\frac{1}{2}g \frac{x}{v_0^2 \cos^2(\alpha)} + \tan(\alpha) = 0$ qui correspond à la portée du tir.

$$\text{Ainsi, } x_p = \frac{2v_0^2 \cos^2(\alpha) \tan(\alpha)}{g}$$

Comme $\tan(\alpha) = \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)}$, en simplifiant par $\cos(\alpha)$:

$$x_p = \frac{2v_0^2 \cos(\alpha) \sin(\alpha)}{g}$$

Application numérique :

$$x_p = \frac{2 \times 4,8^2 \times \cos(40^\circ) \sin(40^\circ)}{9,81} = 2,3 \text{ m}$$

28 a. Les coordonnées de la position initiale ($t = 0$)

$$\begin{cases} x_0 = 0 \text{ m} \\ v_0 = 2,5 \text{ m} \end{cases}$$

b. L'instant d'arrivée au sommet (au moment où y est maximum) est $t_s = 1,4 \text{ s}$. À cet instant, la hauteur atteinte (l'ordonnée y) est $h = y_s = 11,75 \text{ m}$.

c. L'instant d'arrivée au sommet (au moment où y devient nulle) est $t_f = 2,95 \text{ s}$. À cet instant, la distance parcourue (l'abscisse x) est $L = x_f = 17,25 \text{ m}$

29 a. Les coordonnées de la vitesse initiale ($t = 0$)

$$\text{sont : } \begin{cases} v_{0x} = 6,5 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1} \\ v_{0y} = 10,0 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1} \end{cases}$$

b. La norme v_0 est :

$$v_0 = \sqrt{v_{0x}^2 + v_{0y}^2}$$

$$v_0 = \sqrt{6,5^2 + 10,0^2}$$

$$v_0 = 11,9 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

Comme $\begin{cases} v_{0x} = v_0 \cos(\alpha) \\ v_{0y} = v_0 \sin(\alpha) \end{cases}$, on en déduit que $\cos(\alpha) = \frac{v_{0x}}{v_0}$.

$$\alpha = \arccos\left(\frac{v_{0x}}{v_0}\right) = \arccos\left(\frac{6,5}{11,9}\right) = 57^\circ$$

c. L'instant d'arrivée au sommet (au moment où v_y devient nulle) est $t_s = 1,0 \text{ s}$. À cet instant, la norme de la vitesse correspond à v_x qui est lui-même constant tout au long du mouvement :

$$v(t_s) = v_{0x} = 6,5 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

30 a. Le référentiel est supposé galiléen. Le système étant soumis uniquement à son poids, la deuxième loi de Newton s'écrit $m\vec{a} = \vec{P}$. Comme $\vec{P} = m\vec{g}$, cela donne $\vec{a} = \vec{g} = -g\vec{j}$: le mouvement du système est uniformément accéléré.

$$\text{b. } \begin{cases} v_{0x} = 0 \\ v_{0y} = v_0 \end{cases}$$

$\vec{a} = \vec{g}$, on a en projection sur les axes :

$$\begin{cases} \frac{dv_x}{dt} = 0 \\ \frac{dv_y}{dt} = -g \end{cases}$$

En cherchant les primitives et en utilisant les conditions initiales ($\vec{v}(0) = \vec{v}_0$), on en déduit que :

$$\begin{cases} v_x(t) = 0 \\ v_y(t) = -gt + v_0 \end{cases}$$

Sachant que $\vec{v}(t) = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt}(t)$, on a donc : $\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 0 \\ \frac{dy}{dt} = -gt + v_0 \end{cases}$

En cherchant les primitives et en utilisant les conditions initiales (le système est à l'origine), on en

déduit : $\begin{cases} x(t) = 0 \\ y(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 t \end{cases}$

c. Le système atteint le sommet lorsque v_y devient nulle : $v_y(t_s) = -gt_s + v_0 = 0$ soit $t_s = \frac{v_0}{g}$.

L'altitude du sommet est donc : $y(t_s) = -\frac{1}{2}gt_s^2 + v_0 t_s$

soit, en remplaçant : $y(t_s) = \frac{1}{2} \frac{v_0^2}{g}$

Application numérique avec $v_0 = 97 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1} = 27 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$:

$$y(t_s) = \frac{1}{2} \times \frac{27^2}{9,81} = 37 \text{ m}$$

Un oiseau qui passe à une altitude de 100 m n'a donc rien à craindre.

d. Le carreau retombe au sol lorsque son ordonnée devient nulle ($y = 0$) : $y(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 t = 0$

En factorisant par t : $t\left(-\frac{1}{2}gt + v_0\right) = 0$

Deux solutions :

• $t = 0$: c'est l'origine ;

• $-\frac{1}{2}gt + v_0 = 0$: c'est l'instant où le carreau retombe au sol.

$$\text{Ainsi, } t_f = \frac{2v_0}{g} = \frac{2 \times 27}{9,81} = 5,5 \text{ s.}$$

Exercice 31 corrigé à la fin du manuel de l'élève.

32 Sur la Lune, la mise en équations est la même, mais g est remplacée par g_L :

$$t_{\text{chute}} = \sqrt{\frac{2h}{g}} \quad \text{et} \quad v_{\text{sol}} = \sqrt{2hg}$$

Ainsi :

	Sur la Terre	Sur la Lune
$h = 1,90 \text{ m}$	$t_{\text{chute}} = 0,622 \text{ s}$ $v_{\text{sol}} = 6,11 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$	$t_{\text{chute}} = 1,53 \text{ s}$ $v_{\text{sol}} = 2,48 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$
$h = 16,0 \text{ m}$	$t_{\text{chute}} = 1,81 \text{ s}$ $v_{\text{sol}} = 17,7 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$	$t_{\text{chute}} = 4,44 \text{ s}$ $v_{\text{sol}} = 7,20 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$

33 a La deuxième loi de Newton dit : $\vec{m}\vec{a} = \vec{P}$

Ainsi, l'unité de la force (le newton N) est égale à l'unité de la masse multipliée par l'unité de l'accélération : $1 \text{ N} = 1 \text{ kg}\cdot\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$

b. $P = mg$ indique que g s'exprime en $\text{N}\cdot\text{kg}^{-1}$.

$m\vec{a} = \vec{P}$ implique $\vec{a} = \vec{g}$: g s'exprime aussi en $\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$.

c. L'instant d'arrivée au sommet de la trajectoire

s'écrit $t_s = \frac{v_0 \sin \alpha}{g}$. Le terme de gauche t_s s'exprime

en secondes (s). Le terme de droite $\frac{v_0 \sin \alpha}{g}$ s'exprime

en $\frac{\text{m}\cdot\text{s}^{-1} \times 1}{\text{m}\cdot\text{s}^{-2}} = \text{s}$. Les deux termes ont la même unité, l'égalité est homogène.

d. La trajectoire du projectile a pour équation :

$$y(x) = -\frac{1}{2} g \frac{x^2}{v_0^2 \cos^2(\alpha)} + \tan(\alpha)x$$

y s'exprime en m. Le terme $-\frac{1}{2} g \frac{x^2}{v_0^2 \cos^2(\alpha)}$ s'exprime en $\text{m}\cdot\text{s}^{-2} \times \frac{\text{m}^2}{(\text{m}\cdot\text{s}^{-1})^2 \times 1} = \frac{\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-2}}{\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2}} = \text{m}$. Le deuxième terme $\tan(\alpha)x$ s'exprime en $1 \times \text{m} = \text{m}$.

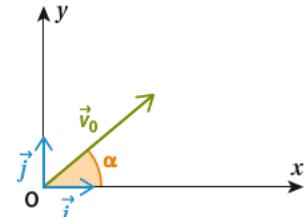
Tous les termes de l'égalité s'expriment dans la même unité. L'équation est homogène.

Exercices 34 et 35 corrigés à la fin du manuel de l'élève.

36 a. Dans le triangle rectangle :

$$\cos(\alpha) = \frac{v_{0x}}{v_0} \quad \text{et} \quad \sin(\alpha) = \frac{v_{0y}}{v_0}$$

$$\text{On en déduit : } \begin{cases} v_{0x} = v_0 \cos(\alpha) \\ v_{0y} = v_0 \sin(\alpha) \end{cases}$$



b. Le système étant soumis uniquement à son poids, la deuxième loi de Newton s'écrit $m\vec{a} = \vec{P}$.

Comme $\vec{P} = m\vec{g}$, ainsi $\vec{a} = \vec{g} = -g\vec{j}$: le mouvement du système est uniformément accéléré.

Sachant que $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$ et que $\vec{a} = \vec{g}$, on a en projection

$$\begin{cases} \frac{dv_x}{dt} = 0 \\ \frac{dv_y}{dt} = -g \end{cases}$$

En cherchant les primitives et en utilisant les conditions initiales ($\vec{v}(0) = \vec{v}_0$), on en déduit que :

$$\begin{cases} v_x(t) = v_0 \cos(\alpha) \\ v_y(t) = -gt + v_0 \sin(\alpha) \end{cases}$$

Sachant que $\vec{v}(t) = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt}(t)$, on a donc : $\begin{cases} \frac{dx}{dt} = v_0 \cos(\alpha) \\ \frac{dy}{dt} = -gt + v_0 \sin(\alpha) \end{cases}$

En cherchant les primitives et en utilisant les conditions initiales (le système est à l'origine).

$$\text{On en déduit : } \begin{cases} x(t) = v_0 \cos(\alpha)t \\ y(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 \sin(\alpha)t \end{cases}$$

c. Lorsque $y = 0$, cela correspond au moment où le système décolle (à $t = 0$), puis au moment de la réception du saut (à $t = t_1$). Ainsi, $0 = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 \sin(\alpha)t$.

En factorisant par t : $0 = t\left(-\frac{1}{2}gt + v_0 \sin(\alpha)\right)$

Cette équation est vraie :

• si $t = 0$;

• si $-\frac{1}{2}gt_1 + v_0 \sin(\alpha) = 0$ soit $t_1 = \frac{2v_0 \sin(\alpha)}{g}$.

d. La portée du saut correspond à l'abscisse de ce point, soit $x(t_1)$: $x(t_1) = v_0 \cos(\alpha)t_1$

En replaçant et en simplifiant : $x(t_1) = \frac{2v_0^2 \cos(\alpha) \sin(\alpha)}{g}$

e. À partir de la précédente relation, on obtient :

$$v_0 = \sqrt{\frac{x(t_1)g}{2 \cos(\alpha) \sin(\alpha)}}$$

Application numérique :

$$v_0 = \sqrt{\frac{15 \times 9,81}{2 \times \cos(45^\circ) \times \sin(45^\circ)}} = 12 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1} = 43 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$$

37 Faisons l'hypothèse d'une chute sans vitesse initiale. Déterminons l'altitude maximale h_{\max} correspondant à l'absorption maximale du choc, c'est-à-dire correspondant à une énergie cinétique égale à 0,50 J. La conservation de l'énergie mécanique implique : $E_m(I) = E_m(F)$ $E_c(I) + E_{pp}(I) = E_c(F) + E_{pp}(F)$ Comme la vitesse initiale est nulle, $E_c(I) = 0$. En prenant comme origine des altitudes le sol, $E_{pp}(F) = 0$. On obtient : $E_{pp}(I) = E_c(F)$ soit $mgh_{\max} = E_c(F)$ soit $h_{\max} = \frac{E_c(F)}{mg} = \frac{0,50}{0,188 \times 9,81} = 0,27 \text{ m} = 27 \text{ cm}$.

38 a. Le système étant soumis uniquement à son poids, la deuxième loi de Newton s'écrit $m\vec{a} = \vec{P}$. Comme $\vec{P} = mg\vec{j}$, ainsi $\vec{a} = \vec{g} = -g\vec{j}$: le mouvement du système est uniformément accéléré. Comme la vitesse est nulle à l'instant initial, le vecteur vitesse \vec{v} aura la même direction que le vecteur accélération \vec{a} , à tout moment de la chute. Le mouvement sera donc rectiligne uniquement selon (Oy) (mouvement unidirectionnel). Ainsi, $\frac{dv_y}{dt} = -g$. En cherchant la primitive et en utilisant les conditions initiales ($\vec{v}(0) = \vec{0}$), on en déduit : $v_y(t) = -gt$

Sachant que $\vec{v}(t) = \frac{d\vec{OM}}{dt}(t)$, on a donc $\frac{dy}{dt} = -gt$.

En cherchant les primitives et en utilisant les conditions initiales (le système est à l'origine), on en déduit : $y(t) = -\frac{1}{2}gt^2$

b. L'instant t_1 correspondant à la fin de sa chute : $y(t_1) = -7\ 620 + 76 = -7\ 544 \text{ m}$

$$y(t_1) = -\frac{1}{2}gt_1^2$$

$$t_1 = \sqrt{-\frac{2y(t_1)}{g}} = \sqrt{-\frac{2 \times (-7\ 544)}{9,81}} = 39,2 \text{ s}$$

La norme de la vitesse du système à ce moment-là est : $v(t_1) = |-gt_1| = |-9,81 \times 39,2| = 385 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$

c. Le système ne subit que son poids, son énergie mécanique est conservée : $E_{mi} = E_{mf}$

$$E_{ppi} + E_{ci} = E_{ppf} + E_{cf}$$

L'origine du repère est prise au point de départ ($y = 0$). Ainsi, l'énergie potentielle de pesanteur est nulle au point de départ ($E_{ppi} = 0$).

À l'instant initial, la vitesse du système est nulle, son énergie cinétique sera donc nulle aussi ($E_{ci} = 0$). On obtient donc : $0 = E_{ppf} + E_{cf}$

$$\text{soit } -E_{ppf} = E_{cf} \quad \text{d'où } \frac{1}{2}mv^2 = -mgv_f = -mgv(t_1)$$

$$\text{Soit } v = \sqrt{-2gy(t_1)} = \sqrt{-2 \times 9,81 \times (-7\ 544)} = 385 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

On retrouve le résultat précédent.

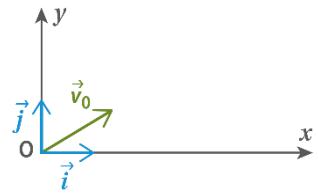
d. $t_1 = 39,2 \text{ s}$ est très inférieur à $\Delta t = 120 \text{ s}$. De plus, la vitesse calculée ($v = 385 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$) est très supérieure à la vitesse mesurée ($53,6 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$). L'hypothèse erronée utilisée est le fait que le système ne subisse que son poids. À partir d'une certaine vitesse, les forces de frottement de l'air ne sont en effet plus négligeables.

39 a. Dans le triangle rectangle :

$$\cos(\alpha) = \frac{v_{0x}}{v_0} \text{ et } \sin(\alpha) = \frac{v_{0y}}{v_0}$$

On en déduit :

$$\begin{cases} v_{0x} = v_0 \cos(\alpha) \\ v_{0y} = v_0 \sin(\alpha) \end{cases}$$



b. Le système étant soumis uniquement à son poids, la deuxième loi de Newton s'écrit $m\vec{a} = \vec{P}$.

Comme $\vec{P} = mg\vec{j}$, ainsi $\vec{a} = \vec{g} = -g\vec{j}$: le mouvement du système est uniformément accéléré.

Sachant que $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$ et que $\vec{a} = \vec{g}$, on a en projection

$$\begin{cases} \frac{dv_x}{dt} = 0 \\ \frac{dv_y}{dt} = -g \end{cases}$$

En cherchant les primitives et en utilisant les conditions initiales ($\vec{v}(0) = \vec{v}_0$), on en déduit que :

$$\begin{cases} v_x(t) = v_0 \cos(\alpha) \\ v_y(t) = -gt + v_0 \sin(\alpha) \end{cases}$$

$$\text{Sachant que } \vec{v}(t) = \frac{d\vec{OM}}{dt}(t), \text{ on a donc : } \begin{cases} \frac{dx}{dt} = v_0 \cos(\alpha) \\ \frac{dy}{dt} = -gt + v_0 \sin(\alpha) \end{cases}$$

En cherchant les primitives et en utilisant les conditions initiales (le système est à l'origine), on en

$$\text{déduit : } \begin{cases} x(t) = v_0 \cos(\alpha)t \\ y(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 \sin(\alpha)t \end{cases}$$

c. Les coordonnées du système au moment de

l'atterrissement sont : $\begin{cases} x_f = 85,0 \text{ m} \\ y_f = 2,00 \text{ m} \end{cases}$

d. On peut isoler la variable t et trouver l'équation du mouvement : $t = \frac{x}{v_0 \cos(\alpha)}$

Ainsi, en remplaçant dans l'expression de y :

$$y = -\frac{1}{2}g \frac{x^2}{v_0^2 \cos^2(\alpha)} + x \tan(\alpha)$$

La norme de la vitesse initiale v_0 :

$$y_f = -\frac{1}{2}g \frac{x_f^2}{v_0^2 \cos^2(\alpha)} + x_f \tan(\alpha)$$

$$\text{soit } v_0 = \sqrt{\frac{1}{2}g \frac{x_f^2}{(x_f \tan(\alpha) - y_f) \cos^2(\alpha)}}$$

Application numérique :

$$v_0 = \sqrt{\frac{1}{2} \times 9,81 \times \frac{85,0^2}{(85,0 \times \tan(35,0^\circ) - 2,00) \cos^2(35,0^\circ)}} = 30,3 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1} = 109 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$$

40 a. Cette affirmation est fausse. Si la particule subit une force, elle sera accélérée (elle subira une accélération non nulle). Ici, elle se trouve dans un champ électrique et elle porte une charge électrique. Elle subit donc une force ($\vec{F} = q\vec{E}$).

b. Cette affirmation est fausse. L'accélération aura même sens et même direction que la force électrique \vec{F} . Or $\vec{F} = q\vec{E}$. Ainsi, l'accélération aura le même sens et la même direction que \vec{E} seulement si la charge portée par la particule est positive.

- c. Si cette particule est freinée, cela implique que l'accélération subie et donc la force subie est opposée à la vitesse initiale. Mais encore une fois, $\vec{F} = q\vec{E}$. La particule est freinée si \vec{E} est de sens opposé à sa vitesse initiale, uniquement si la charge portée par la particule est positive.
- d. Cette affirmation est fausse. Si on utilise la deuxième loi de Newton, on obtient : $\vec{a} = \frac{q}{m}\vec{E}$. L'accélération est inversement proportionnelle à la masse.

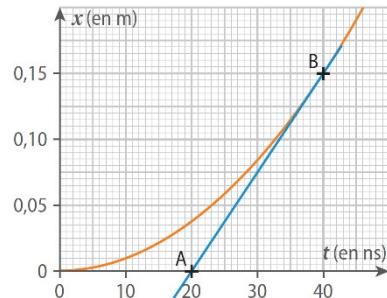
41 a. La vitesse de l'ion est la dérivée par rapport à t de l'abscisse (le mouvement est unidirectionnel). Celle-ci correspond à la pente de la tangente au point considéré.

Si on s'intéresse à l'instant initial, on remarque sur la courbe que la tangente à la courbe est l'axe du temps. Cette droite a une pente nulle.

La vitesse à l'instant initial est donc $v_0 = 0$.

b. Deux possibilités s'offrent à nous pour déterminer sa vitesse en sortie du condensateur ($x = 15 \text{ cm}$) :

1. Déterminer la pente à cet instant-là. Cette pente passe par deux points mesurables aisément :



$$v = \frac{x_B - x_A}{t_B - t_A} = \frac{0,15 - 0}{40 \times 10^{-9} - 20 \times 10^{-9}} = 7,5 \times 10^6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

2. Utiliser la solution littérale : $v_x(t) = \frac{qU}{mL}t$ et $x(t) = \frac{1}{2} \frac{qU}{mL}t^2$

$$\text{Comme à } t = 40 \times 10^{-9} \text{ s}, x = 0,15 \text{ m} : \frac{qU}{mL} = \frac{2x(t)}{t^2}$$

Application numérique :

$$\frac{qU}{mL} = \frac{2 \times 0,15}{(40 \times 10^{-9})^2} = 1,9 \times 10^{14} \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

La vitesse à l'instant $t = 40 \times 10^{-9} \text{ s}$ vaut :

$$v_x(t) = \frac{qU}{mL}t = 1,9 \times 10^{14} \times 40 \times 10^{-9} = 7,5 \times 10^6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

c. On en déduit la tension aux bornes du

condensateur : $\frac{qU}{mL} = \frac{2x(t)}{t^2}$

$$U = \frac{2x(t)}{t^2} \times \frac{mL}{q} = \frac{2 \times 0,15}{(40 \times 10^{-9})^2} \times \frac{4,49 \times 10^{-26} \times 0,15}{3 \times 1,60 \times 10^{-19}}$$

$$U = 2,6 \times 10^6 \text{ V} = 2,6 \text{ MV}$$

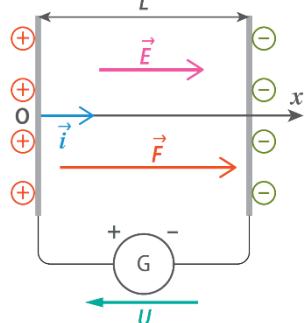
42 a. On suppose que le référentiel d'étude est galiléen. Le système étant soumis uniquement à la force électrique, la

deuxième loi de Newton s'écrit $m\vec{a} = \vec{F}$. Comme $\vec{F} = q\vec{E}$, cela donne

$m\vec{a} = q\vec{E}$. Ainsi, $\vec{a} = \frac{q}{m}\vec{E}$.

\vec{i} est orienté de la même manière que $q\vec{E}$ et q est positive : $\vec{a} = \frac{qU}{mL}\vec{i}$

b. Voir schéma ci-contre.



c. En norme : $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$ Ainsi, $\vec{a} = \frac{qU}{mL}\vec{i}$. Il vient, en projection sur \vec{i} :

$$\frac{dv_x}{dt} = \frac{qU}{mL}$$

La primitive est $v_x(t) = \frac{qU}{mL}t + C_1$ avec C_1 constante.

Or la vitesse initiale est nulle : $v_x(0) = C_1 = 0$

Ainsi, $v_x(t) = \frac{qU}{mL}t$. Ceci s'écrit aussi $\frac{dx}{dt} = \frac{qU}{mL}$.

La primitive est $x(t) = \frac{1}{2} \frac{qU}{mL}t^2 + C_2$ avec C_2 constante.

Or la position initiale du proton est l'origine de l'axe : $x(0) = C_2 = 0$. On en déduit que $x(t) = \frac{1}{2} \frac{qU}{mL}t^2$.

$$d. v_x(t) = \frac{qU}{mL}t$$

Et la norme du champ électrique est $E = \frac{U}{L}$.

$$\text{On a donc } v_x(t) = \frac{qE}{m}t \text{ soit } E = \frac{mv_x(t)}{qt}.$$

Application numérique :

$$E = \frac{3,44 \times 10^{-25} \times 3,0 \times 10^6}{3,20 \times 10^{-19} \times 1,0} = 3,2 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1}$$

e. La distance parcourue à cet instant :

$$x(t) = \frac{1}{2} \frac{qU}{mL}t^2 = \frac{1}{2} \frac{qE}{m}t^2$$

Application numérique :

$$x(t) = \frac{3,20 \times 10^{-19} \times 3,2}{2 \times 3,44 \times 10^{-25}} \times 1,0 = 1,5 \times 10^6 \text{ m}$$

43 a. La particule étant positive, l'armature A doit être chargée positivement (et B négativement) pour qu'il y ait accélération. On en déduit que l'armature A est reliée à la borne positive du générateur.

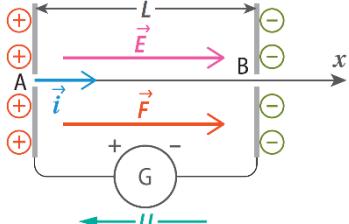
b. La norme du champ \vec{E} est :

$$E = \frac{|U|}{L} = \frac{4,0 \times 10^6}{7,62} = 5,2 \times 10^5 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1}$$

La force électrique a pour norme $F = qE$.

$$F = 1,60 \times 10^{-19} \times 5,2 \times 10^5 = 8,3 \times 10^{-14} \text{ N}$$

c. En choisissant comme échelle pour le champ électrique 1 cm correspond à $2,5 \times 10^5 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1}$, on obtient une flèche de longueur 2,1 cm pour le vecteur champ électrique.



En choisissant comme échelle pour la force 1 cm correspond à $4 \times 10^{-14} \text{ N}$, on obtient une flèche de longueur 2,1 cm pour le vecteur force.

d. On suppose que le référentiel d'étude est galiléen. Le système étant soumis uniquement à la force

électrique, la deuxième loi de Newton s'écrit $m\vec{a} = \vec{F}$. Comme $\vec{F} = q\vec{E}$, cela donne $m\vec{a} = q\vec{E}$. Ainsi $\vec{a} = \frac{q}{m}\vec{E}$.

q est positive : $\vec{a} = \frac{qU}{mL}\vec{i}$

En norme, $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$ et $q = e$. Ainsi $\vec{a} = \frac{eU}{mL}\vec{i}$.

Il vient, en projection sur \vec{i} : $\frac{dv_x}{dt} = \frac{eU}{mL}$

La primitive est $v_x(t) = \frac{eU}{mL}t + C_1$ avec C_1 constante.

Or la vitesse initiale est nulle : $v_x(0) = C_1 = 0$

Ainsi, $v_x(t) = \frac{eU}{mL}t$. Cela s'écrit aussi $\frac{dx}{dt} = \frac{eU}{mL}$.

La primitive est $x(t) = \frac{1}{2}\frac{eU}{mL}t^2 + C_2$ avec C_2 constante.

Or la position initiale du proton est l'origine de l'axe : $x(0) = C_2 = 0$. On en déduit que $x(t) = \frac{1}{2}\frac{eU}{mL}t^2$.

e. Notons $t = t_1$, l'instant où le proton se trouve à $x(t_1) = L$ (en B).

Ainsi, $x(t_1) = L = \frac{1}{2}\frac{eU}{mL}t_1^2$. On en déduit $t_1^2 = \frac{2mL^2}{eU}$.

À cet instant, la vitesse du proton est :

$$v_x(t_1) = \frac{eU}{mL}t_1 = \frac{eU}{mL} \times L \sqrt{\frac{2m}{eU}}$$

$$\text{soit } v_x(t_1) = \sqrt{\frac{2eU}{m}} = \sqrt{\frac{2 \times 1,60 \times 10^{-19} \times 4,0 \times 10^6}{1,67 \times 10^{-27}}} = 2,8 \times 10^7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

Cette vitesse finale ne dépend pas de la distance entre les armatures.

f. À l'instant initial, la vitesse du proton est nulle.

Son énergie cinétique $E_c(I) = \frac{1}{2}mv_0^2$ est nulle.

D'après le théorème de l'énergie cinétique :

$$E_c(F) - E_c(I) = qU_F$$

$$\text{Or } q = e, \quad U_{IF} = U \text{ et } E_c(I) = 0.$$

On en déduit : $E_c(F) = eU$

$$\frac{1}{2}mv_F^2 = eU \quad \text{soit } v_F = \sqrt{\frac{2eU}{m}}$$

On retrouve l'expression obtenue précédemment.

44 a. On suppose que le référentiel d'étude est galiléen. Le système étant soumis uniquement à la force électrique, la deuxième loi de Newton s'écrit $m\vec{a} = \vec{F}$. Comme $\vec{F} = q\vec{E}$, cela donne $m\vec{a} = q\vec{E}$.

$$\text{Ainsi } \vec{a} = \frac{q}{m}\vec{E}.$$

$$q \text{ est négative : } \vec{a} = \frac{-e}{m}\vec{E}$$

b. Pour que l'antiproton soit décéléré, il faut que l'accélération soit dirigée selon le sens inverse du mouvement. Comme $\vec{a} = \frac{-e}{m}\vec{E}$, \vec{E} est dirigé dans le sens inverse de \vec{a} .

Cela implique que le champ électrique doit être dirigé dans le sens du mouvement.

c. En choisissant l'orientation de \vec{i} comme correspondant à l'orientation du mouvement, $\vec{E} = \vec{E}\vec{i}$.

Ainsi, $\vec{a} = \frac{-e}{m}\vec{E}\vec{i}$. Il vient, en projection sur \vec{i} , $\frac{dv_x}{dt} = -\frac{eE}{m}$.

La primitive est $v_x(t) = -\frac{eE}{m}t + C_1$ avec C_1 constante.

Or la vitesse initiale est nulle : $v_x(0) = C_1 = v_0$

Ainsi, $v_x(t) = -\frac{eE}{m}t + v_0$. Cela s'écrit aussi $\frac{dx}{dt} = -\frac{eE}{m}t + v_0$.

La primitive est $x(t) = -\frac{1}{2}\frac{eE}{m}t^2 + v_0t + C_2$ avec C_2

constante. Or la position initiale du proton est

l'origine de l'axe : $x(0) = C_2 = 0$

On en déduit que $x(t) = -\frac{1}{2}\frac{eE}{m}t^2 + v_0t$.

d. L'antiproton est à l'arrêt après avoir parcouru une distance $D = 15$ m. À ce moment-là, $v_x(t_f) = 0$,

$$\text{soit } -\frac{eE}{m}t_f + v_0 = 0 \quad \text{soit } t_f = \frac{mv_0}{eE}.$$

Et à ce moment-là, $x(t_f) = 15$ m.

$$x(t_f) = -\frac{1}{2}\frac{eE}{m}t_f^2 + v_0t_f$$

Soit, en remplaçant l'expression de t_f : $x(t_f) = \frac{1}{2}\frac{mv_0^2}{eE}$

$$\text{On arrive à isoler } E : \quad E = \frac{1}{2}\frac{mv_0^2}{e x(t_f)}$$

Application numérique :

$$E = \frac{1}{2} \times \frac{1,67 \times 10^{-27} \times (2,5 \times 10^6)^2}{1,60 \times 10^{-19} \times 15} = 2,2 \times 10^3 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1}$$

$$\text{45} \quad \text{a. La norme de } E \text{ est } E = \frac{U}{L}.$$

La tension à appliquer correspond à $U = EL$.

Application numérique :

$$U = 1000 \times 10^3 \times 2,0 \times 10^{-2} = 2,0 \times 10^4 \text{ V}$$

b. On suppose que le référentiel d'étude est galiléen. Le système étant soumis uniquement à la force électrique, la deuxième loi de Newton s'écrit $m\vec{a} = \vec{F}$.

Comme $\vec{F} = q\vec{E}$, cela donne $m\vec{a} = q\vec{E}$. Ainsi, $\vec{a} = \frac{q}{m}\vec{E}$.

q est négative : $\vec{a} = \frac{-e}{m}\vec{E}$ en choisissant l'orientation de \vec{i} comme correspondant à l'orientation de $q\vec{E}$.

$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$ et $q = -e$. Ainsi, $\vec{a} = \frac{eU}{mL}\vec{i}$ (ce qui implique que $\vec{E} = -\vec{E}\vec{i}$). Il vient, en projection sur \vec{i} : $\frac{dv_x}{dt} = \frac{eE}{m}$

La primitive est $v_x(t) = \frac{eE}{m}t + C_1$ avec C_1 constante.

Or la vitesse initiale est nulle : $v_x(0) = C_1 = 0$

Ainsi, $v_x(t) = \frac{eE}{m}t$. Ceci s'écrit aussi $\frac{dx}{dt} = \frac{eE}{m}$.

La primitive est $x(t) = \frac{1}{2}\frac{eE}{m}t^2 + C_2$ avec C_2 constante.

Or la position initiale du proton est l'origine de l'axe : $x(0) = C_2 = 0$. On en déduit que $x(t) = \frac{1}{2}\frac{eE}{m}t^2$.

c. L'électron atteint l'armature positive, lorsque $x(t_f) = L$:

$$\frac{1}{2}\frac{eE}{m}t_f^2 = L \quad \text{soit } t_f = \sqrt{\frac{2mL}{eE}}$$

Application numérique :

$$t_f = \sqrt{\frac{2 \times 9,11 \times 10^{-31} \times 2,0 \times 10^{-2}}{1,60 \times 10^{-19} \times 1000 \times 10^3}} = 4,8 \times 10^{-10} \text{ s}$$

Cette durée n'est pas perceptible par l'œil humain. Il observera donc l'arc électrique mais ne pourra en aucun cas observer sa formation.

46 a. À la sortie du moteur, l'énergie cinétique d'un ion xénon est $E_c(F) = \frac{1}{2}mv_0^2$.

Avec $v_0 = 50 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1} = 5,0 \times 10^4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$:

$$E_c(F) = \frac{1}{2} \times 2,18 \times 10^{-25} \times (5,0 \times 10^4)^2 = 2,7 \times 10^{-16} \text{ J}$$

b. Au cours de l'accélération, le travail de la force électrique (constante) est moteur et vaut :

$$W_{IF}(\vec{F}) = \vec{F} \cdot \vec{I}F = FL$$

Comme $\vec{F} = q\vec{E}$ et que q est positif, $W_{IF}(\vec{F}) = qEL$.

Comme la norme du champ électrique est $E = \frac{U}{L}$:

$$W_{IF}(\vec{F}) = q\frac{U}{L}L = qU$$

D'après le théorème de l'énergie cinétique :

$$E_c(F) - E_c(I) = W_{IF}(\vec{F}) = qU$$

Or à l'instant initial la vitesse des ions est nulle, l'énergie cinétique aussi : $E_c(F) = qU$

$$\text{On en déduit : } U = \frac{E_c(F)}{q} = \frac{2,7 \times 10^{-16}}{1,60 \times 10^{-19}} = 1,7 \times 10^3 \text{ V}$$

$$\text{c. } I = \frac{Q}{\Delta t} \quad \text{soit } Q = I\Delta t$$

Comme la charge apportée est la charge des N ions xénon émis : $Nq = I\Delta t$

$$\text{Soit } N = \frac{I\Delta t}{q} = \frac{3,52 \times 1}{1,60 \times 10^{-19}} = 2,20 \times 10^{19}$$

d. L'énergie cinétique de l'ensemble des ions xénon émis, en une seconde est : $E_c = NE_c(F)$

$$E_c = 2,20 \times 10^{19} \times 2,7 \times 10^{-16} = 5,9 \times 10^3 \text{ J}$$

La puissance du moteur sera donc : $P = \frac{E_c}{\Delta t} = \frac{NE_c(F)}{\Delta t}$

Application numérique :

$$P = \frac{2,2 \times 10^{19} \times 2,7 \times 10^{-16}}{1} = 5,9 \times 10^3 \text{ W} = 5,9 \text{ kW}$$

47 a. Le référentiel est supposé galiléen. Le système étant soumis à son poids et à la force électrique, la deuxième loi de Newton s'écrit $\vec{m} = \vec{P} + \vec{F}$.

Comme $\vec{P} = m\vec{g}$ et $\vec{F} = q\vec{E}$, cela donne $\vec{m} = m\vec{g} + q\vec{E}$.

Comme $\vec{g} = -g\vec{j}$ et $\vec{E} = -E\vec{i}$, et comme $q = -e$:

$$\vec{a} = \vec{g} + \frac{q}{m}\vec{E} = -g\vec{j} - \frac{e}{m}(-E\vec{i}) \quad \text{soit } \vec{a} = -g\vec{j} + \frac{e}{m}E\vec{i}$$

Sachant que $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$, on a en projection sur les axes :

$$\begin{cases} \frac{dv_x}{dt} = \frac{e}{m}E \\ \frac{dv_y}{dt} = -g \end{cases}$$

En cherchant les primitives et en utilisant les conditions initiales ($\vec{v}(0) = \vec{0}$), on en déduit que :

$$\begin{cases} v_x(t) = \frac{e}{m}Et \\ v_y(t) = -gt \end{cases}$$

Sachant que $\vec{v}(t) = \frac{d\vec{v}}{dt}(t)$, on a donc : $\begin{cases} \frac{dx}{dt} = \frac{e}{m}Et \\ \frac{dy}{dt} = -gt \end{cases}$

En cherchant les primitives et en utilisant les conditions initiales (le système est à l'origine), on en déduit :

$$\begin{cases} x(t) = \frac{1}{2}\frac{e}{m}Et^2 \\ y(t) = -\frac{1}{2}gt^2 \end{cases}$$

b. L'électron arrive à l'armature positive lorsque $x(t_f) = L$.

$$\text{À ce moment-là, } y(t_f) = d : \quad x(t_f) = \frac{1}{2}\frac{e}{m}Et_f^2 = L$$

$$\text{Comme } E = \frac{U}{L} : \quad \frac{1}{2}\frac{e}{m}\frac{U}{L}t_f^2 = L \quad \text{soit } t_f = L\sqrt{\frac{2m}{eU}}$$

Application numérique :

$$t_f = 5,00 \times 10^{-2} \times \sqrt{\frac{2 \times 9,11 \times 10^{-31}}{1,60 \times 10^{-19} \times 5000}} = 2,39 \times 10^{-9} \text{ s}$$

$$\text{À cet instant : } y(t_f) = -\frac{1}{2}gt_f^2 = d$$

$$d = -\frac{1}{2}g\frac{2mL^2}{eU} \quad \text{soit } d = -g\frac{mL^2}{eU}$$

Application numérique :

$$d = -9,81 \times \frac{9,11 \times 10^{-31} \times (5,00 \times 10^{-2})^2}{1,60 \times 10^{-19} \times 5000}$$

$$d = -2,79 \times 10^{-17} \text{ m}$$

c. À cet instant-là, on peut écrire les coordonnées du vecteur vitesse de la manière suivante :

$$\vec{v}(t_f) \left(\begin{array}{l} v_x(t_f) = v(t_f) \cos(\alpha) \\ v_y(t_f) = -v(t_f) \sin(\alpha) \end{array} \right) \quad \text{comme} \quad \begin{cases} v_x(t_f) = \frac{e}{m}Et_f \\ v_y(t_f) = -gt_f \end{cases}$$

Application numérique :

$$\begin{cases} v_x(t_f) = \frac{1,60 \times 10^{-19}}{9,11 \times 10^{-31}} \times \frac{5000}{5,00 \times 10^{-2}} \times 2,39 \times 10^{-9} = 4,20 \times 10^7 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1} \\ v_y(t_f) = -9,81 \times 2,39 \times 10^{-9} = 2,34 \times 10^{-8} \text{ m}\cdot\text{s}^{-1} \end{cases}$$

Calculons tout d'abord la norme de la vitesse :

$$v(t_f) = \sqrt{(v_x(t_f))^2 + (v_y(t_f))^2}$$

Application numérique :

$$v(t_f) = \sqrt{(4,20 \times 10^7)^2 + (2,34 \times 10^{-8})^2}$$

$$v(t_f) = 4,20 \times 10^7 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

Comme $\cos(\alpha) = \frac{v_x(t_f)}{v(t_f)}$, l'application numérique donne $\alpha = 0,00^\circ$ avec la précision des calculs.

d. L'angle est, en tenant compte de la précision des données, inexistant. Le décalage $d = -2,8 \times 10^{-17} \text{ m}$ est 10^2 fois plus petit que le noyau d'un atome.

La prise en compte du poids dans cet exemple est totalement inutile.

e. La déviation $d = -g\frac{mL^2}{eU}$ est proportionnelle à la masse. Dans le cas du proton, cette déviation sera donc de l'ordre de :

$$d' = -2000 \times 2,79 \times 10^{-17} = 6 \times 10^{-14} \text{ m}$$

Cette déviation est encore 1 000 fois plus petite que la taille d'un atome.

La prise en compte du poids dans cet exemple est, une nouvelle fois, totalement inutile.

48 Faisons l'hypothèse d'une chute sans vitesse initiale. Notons l'altitude de départ h (pour être en accord avec les notations de l'énoncé) et v la vitesse atteinte au moment du choc sur le sol.

On choisit comme origine des altitudes le sol. La conservation de l'énergie mécanique implique :

$$E_m(I) = E_m(F)$$

$$E_c(I) + E_{pp}(I) = E_c(F) + E_{pp}(F)$$

Comme la vitesse initiale est nulle, $E_c(I) = 0$ et comme l'altitude finale de la voiture est nulle, $E_{pp}(F) = 0$.

$$\text{On obtient : } E_{pp}(I) = E_c(F)$$

$$\text{soit } mgh = \frac{1}{2}mv^2 \quad \text{soit } h = \frac{1}{2}\frac{v^2}{g}$$

Applications numériques

$$\text{À } 50 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1} = 14 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1} : h = \frac{14^2}{2 \times 9,81} = 10 \text{ m}$$

$$\text{À } 70 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1} = 19 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1} : h = \frac{19^2}{2 \times 9,81} = 18 \text{ m}$$

$$\text{À } 80 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1} = 22 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1} : h = \frac{25^2}{2 \times 9,81} = 25 \text{ m}$$

$$\text{À } 130 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1} = 36 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1} : h = \frac{25^2}{2 \times 9,81} = 66 \text{ m}$$

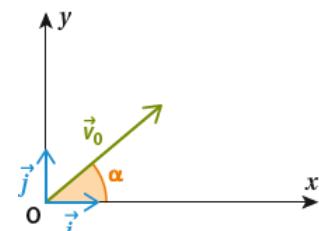
En suivant les indications de l'exercice :

$$\frac{10}{3} = 3,3 \text{ m} ; \frac{18}{7} = 2,6 \text{ m} ; \frac{32}{11} = 2,9 \text{ m} ; \frac{66}{23} = 2,9 \text{ m.}$$

On peut imaginer une hauteur d'étage choisie de l'ordre de 3 m.
La comparaison entre vitesse et nombre d'étages semble convenable.
La première critique que nous pouvons faire, c'est de confondre « impact » avec une énergie d'impact.
La deuxième critique que nous pouvons faire est d'associer « impact » avec « chute du... », ce qui laisserait à penser que cet « impact » mesurerait une hauteur de chute.
Enfin, lorsque l'on écrit une égalité, les deux membres doivent avoir la même unité, ce qui n'est pas le cas ici.
Il semble que ce « VITESSE = IMPACT² » évoquerait plutôt la formule de l'énergie cinétique : $E_c = \frac{1}{2}mv^2$
L'image confond l'énergie cinétique avec le terme « vitesse » et la vitesse avec le terme « impact ».

49 a. On déduit du schéma ci-contre :

$$\begin{cases} v_{0x} = v_0 \cos(\alpha) \\ v_{0y} = v_0 \sin(\alpha) \end{cases}$$



Le système étant soumis uniquement à son poids, la deuxième loi de Newton s'écrit $\vec{m} = \vec{P}$.

Comme $\vec{P} = m\vec{g}$, ainsi $\vec{a} = \vec{g}_L = -g_L \vec{j}$: le mouvement du système est uniformément accéléré.

Sachant que $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$ et que $\vec{a} = \vec{g}_L$, on a en projection

$$\text{sur les axes : } \begin{cases} \frac{dv_x}{dt} = 0 \\ \frac{dv_y}{dt} = -g_L \end{cases}$$

En cherchant les primitives et en utilisant les conditions initiales ($\vec{v}(0) = \vec{v}_0$), on en déduit que :

$$\begin{cases} v_x(t) = v_0 \cos(\alpha) \\ v_y(t) = -g_L t + v_0 \sin(\alpha) \end{cases}$$

Sachant que $\vec{v}(t) = \frac{d\vec{OM}}{dt}(t)$, on a donc :

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = v_0 \cos(\alpha) \\ \frac{dy}{dt} = -g_L t + v_0 \sin(\alpha) \end{cases}$$

En cherchant les primitives et en utilisant les conditions initiales (le système est à l'origine), on en

$$\text{déduit : } \begin{cases} x(t) = v_0 \cos(\alpha)t \\ y(t) = -\frac{1}{2}g_L t^2 + v_0 \sin(\alpha)t \end{cases}$$

Lorsque $y = 0$, cela correspond au moment où le système décolle (à $t = 0$) et au moment de

l'alunissage $t = t_1$. Ainsi, $0 = -\frac{1}{2}g_L t_1^2 + v_0 \sin(\alpha)t_1$.

En factorisant par t : $0 = t \left(-\frac{1}{2}g_L t + v_0 \sin(\alpha) \right)$

Cette équation est vraie :

- si $t = 0$;
- si $-\frac{1}{2}g_L t_1 + v_0 \sin(\alpha) = 0$ soit $t_1 = \frac{2v_0 \sin(\alpha)}{g_L}$.

La portée correspond à l'abscisse de ce point, soit

$$x(t_1) : x(t_1) = v_0 \cos(\alpha) t_1$$

En remplaçant dans cette expression l'expression de t_1 , on obtient : $x(t_1) = \frac{2v_0^2 \cos(\alpha) \sin(\alpha)}{g_L}$

$$\text{d'où } v_0 = \sqrt{\frac{x(t_1) g_L}{2 \cos(\alpha) \sin(\alpha)}}$$

Application numérique :

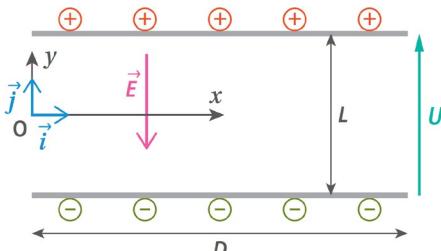
$$v_0 = \sqrt{\frac{400 \times 1,62}{2 \times \cos(45,0^\circ) \times \sin(45,0^\circ)}} = 21,4 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

b. Sur Terre, un tel tir aurait eu une portée de :

$$x(t_1) = \frac{2v_0^2 \cos(\alpha) \sin(\alpha)}{g} = \frac{2 \times 21,4^2 \times \cos(45,0^\circ) \times \sin(45,0^\circ)}{9,81}$$

$$x(t_1) = 46,7 \text{ m}$$

50 a.



b. Le système étant soumis uniquement à la force électrique, la deuxième loi de Newton s'écrit $\vec{m} = \vec{F}$. Comme $\vec{F} = q\vec{E}$, cela donne $\vec{m} = q\vec{E}$.

$q = -e$ et $\vec{E} = -E\vec{j}$. Ainsi, $\vec{a} = \frac{q}{m} \vec{E} = \frac{eE}{m} \vec{j}$: le mouvement du système est uniformément accéléré.

Sachant que $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$ et que $\vec{a} = \frac{eE}{m} \vec{j}$, on a en projection sur les axes :

$$\begin{cases} \frac{dv_x}{dt} = 0 \\ \frac{dv_y}{dt} = \frac{eE}{m} \end{cases}$$

En cherchant les primitives et en utilisant les conditions initiales ($\vec{v}(0) = \vec{v}_0$), on en déduit que :

$$\begin{cases} v_x(t) = v_0 \\ v_y(t) = \frac{eE}{m} t \end{cases}$$

Sachant que $\vec{v}(t) = \frac{d\vec{OM}}{dt}(t)$, on a donc :

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = v_0 \\ \frac{dy}{dt} = \frac{eE}{m} t \end{cases}$$

En cherchant les primitives et en utilisant les conditions initiales (le système est à l'origine), on en

déduit :

$$\begin{cases} x(t) = v_0 t \\ y(t) = \frac{1}{2} \frac{eE}{m} t^2 \end{cases}$$

En isolant t dans la première égalité : $t = \frac{x}{v_0}$

On obtient l'équation de la trajectoire de l'électron :

$$y = \frac{1}{2} \frac{eE}{m} \left(\frac{x}{v_0} \right)^2$$

soit, comme $E = \frac{U}{L}$:

$$y(x) = \frac{eU}{2mL} \frac{x^2}{v_0^2}$$

c. L'ordonnée de l'électron au moment de sa sortie du condensateur est $y_s = 14 \text{ mm}$, cela correspond à

$$x_s = D. \text{ On en déduit que } y_s = \frac{eU}{2mL} \frac{D^2}{v_0^2} \text{ soit } \frac{e}{m} = \frac{2Lv_0^2 y_s}{UD^2}.$$

Application numérique :

$$\frac{e}{m} = \frac{2 \times 4,0 \times 10^{-2} \times (2,50 \times 10^7)^2 \times 14 \times 10^{-3}}{400 \times (10,0 \times 10^{-2})^2}$$

$$\frac{e}{m} = 1,8 \times 10^{11} \text{ C} \cdot \text{kg}^{-1}$$

On en déduit la masse de l'électron : $m = \frac{e}{2L\nu_0^2 y_s / UD^2}$

Application numérique :

$$m = \frac{1,60 \times 10^{-19}}{1,8 \times 10^{11}} = 9,2 \times 10^{-31} \text{ kg}$$

La valeur retenue étant $9,11 \times 10^{-31} \text{ kg}$, on constate que les deux valeurs sont très proches.

51 Au moment de la bascule, l'énergie cinétique est transférée entièrement. Ce transfert se faisant au niveau du sol (que nous prendrons comme origine des altitudes), cela implique que ce transfert se fait à un moment où les deux athlètes ont des altitudes nulles. Ainsi, c'est l'énergie mécanique dans sa totalité qui se transfert, au moment de la bascule, d'un athlète à l'autre.

L'altitude maximale s'obtient au moment où la vitesse est nulle (sommet de la trajectoire verticale). À ce moment, l'énergie du système est une énergie entièrement potentielle (de pesanteur) :

$$E_{m1} = E_{pp} \text{ (sommet 1)} = m_1 g y_1$$

De même pour l'athlète 2 :

$$E_{m2} = E_{pp} \text{ (sommet 2)} = m_2 g y_2$$

L'énergie mécanique est entièrement transférée :

$$E_{m1} = E_{m2}$$

$$m_1 g y_1 = m_2 g y_2 \text{ soit } m_1 y_1 = m_2 y_2 \text{ d'où } y_2 = \frac{m_1 y_1}{m_2}.$$

a. Si les deux athlètes ont la même masse : $y_2 = y_1$. Les deux athlètes vont à la même altitude maximale.

b. Si $m_2 = 2m_1$, alors $y_2 = \frac{y_1}{2}$. L'athlète 2 aura une altitude maximale deux fois plus faible.

c. Si $m_2 = \frac{m_1}{2}$, alors $y_2 = 2y_1$. L'athlète 2 aura une altitude maximale deux fois plus grande.

52 a. Sur le schéma, l'ion est accéléré en étant repoussé par des charges positives (et attiré par des négatives), il porte donc une charge positive.

b. À l'instant initial, la vitesse de l'ion est nulle, son énergie cinétique aussi : $E_c(I) = 0$. À la sortie du condensateur accélérateur, l'énergie

cinétique de l'ion est : $E_c(F) = \frac{1}{2}mv_0^2$

Au cours de l'accélération, le travail de la force électrique (constante) est moteur et vaut :

$$W_{IF}(\vec{F}) = \vec{F} \cdot \vec{I}F = FL$$

Comme $\vec{F} = q\vec{E}$ et que q est positif, $W_{IF}(\vec{F}) = qE_{acc}L$.

Comme la norme du champ électrique est $E_{acc} = \frac{U_{acc}}{L}$:

$$W_{IF}(\vec{F}) = q \frac{U_{acc}}{L} L = qU_{acc}$$

D'après le théorème de l'énergie cinétique :

$$E_c(F) - E_c(I) = W_{IF}(\vec{F}) = qU_{acc}$$

$$\text{Soit } E_c(F) = qU_{acc} \text{ d'où } \frac{1}{2}mv_0^2 = qU_{acc}$$

On obtient $v_0 = \sqrt{\frac{2qU_{acc}}{m}}$.

c. Le système étant soumis uniquement à la force électrique, la deuxième loi de Newton s'écrit $m\vec{a} = \vec{F}$. Comme $\vec{F} = q\vec{E}$, cela donne $m\vec{a} = q\vec{E}$.

q est positif et $\vec{E} = -E\vec{j}$. Ainsi, $\vec{a} = \frac{q}{m}\vec{E} = -\frac{qE}{m}\vec{j}$: le mouvement du système est uniformément accéléré.

Sachant que $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$ et que $\vec{a} = -\frac{qE}{m}\vec{j}$, on a en

$$\text{projection sur les axes : } \begin{cases} \frac{dv_x}{dt} = 0 \\ \frac{dv_y}{dt} = -\frac{qE}{m} \end{cases}$$

En cherchant les primitives et en utilisant les conditions initiales ($\vec{v}(0) = \vec{v}_0$), on en déduit que :

$$\begin{cases} v_x(t) = v_0 \\ v_y(t) = -\frac{qE}{m}t \end{cases}$$

Sachant que $\vec{v}(t) = \frac{d\vec{OM}}{dt}(t)$, on a donc : $\begin{cases} \frac{dx}{dt} = v_0 \\ \frac{dy}{dt} = -\frac{qE}{m}t \end{cases}$

En cherchant les primitives et en utilisant les conditions initiales (le système est à l'origine), on en

$$\text{déduit : } \begin{cases} x(t) = v_0 t \\ y(t) = -\frac{1}{2} \frac{qE}{m} t^2 \end{cases}$$

d. En isolant t dans la première égalité : $t = \frac{x}{v_0}$

On obtient l'équation de la trajectoire de l'électron :

$$y = -\frac{1}{2} \frac{qE}{m} \left(\frac{x}{v_0} \right)^2$$

$$\text{Soit, comme } E = \frac{U_{dev}}{L'} : \quad y(x) = -\frac{qU_{dev}}{2mL'} \frac{x^2}{v_0^2}$$

On peut alors remplacer l'expression de $v_0 = \sqrt{\frac{2qU_{acc}}{m}}$.

$$\text{On obtient : } y(x) = -\frac{qU_{dev}}{2mL'} \frac{m}{2qU_{acc}} x^2$$

$$\text{En simplifiant : } y(x) = -\frac{U_{dev}}{4L'U_{acc}} x^2$$

Lorsque $x = D$, en sortie du condensateur déviateur, $y(D) = -\frac{U_{dev}}{4L'U_{acc}} D^2$. D'où la déviation : $d = \frac{U_{dev}}{4L'U_{acc}} D^2$

Cette déviation dépend des dimensions du condensateur déviateur, et des deux tensions utilisées. Cette déviation ne dépend pas de la masse de l'ion (ni de sa charge).

En mesurant cette déviation, on ne peut accéder aux grandeurs caractéristiques de l'ion.

Exercice 53 corrigé à l'adresse hatier-clic.fr/pct368

54 1. Le proton subit la force électrique : $\vec{F} = q\vec{E}$

Comme $q = e$, on obtient : $\vec{F} = e\vec{E}$

$$\text{En norme : } F = eE = \frac{eU}{d}$$

Application numérique :

$$F = \frac{1,60 \times 10^{-19} \times 2 \times 10^6}{4} = 8 \times 10^{-14} \text{ N}$$

2. La norme du poids est $P = mg$.

$$P = 1,67 \times 10^{-27} \times 9,81 = 1,64 \times 10^{-26} \text{ N}$$

$$\frac{F}{P} = \frac{8 \times 10^{-14}}{1,64 \times 10^{-26}} = 5 \times 10^{12}$$

La force électrique est 10^{12} fois plus grande, en norme, que le poids. Le poids est donc négligeable.
3. La particule étant positive, l'armature A doit être chargée positivement (et B négativement) pour qu'il y ait accélération. On en déduit que l'armature A est reliée à la borne positive du générateur.

4.1. À l'instant initial, la vitesse de l'ion est nulle, son énergie cinétique aussi $E_c(I) = 0$.

À la sortie de l'accélérateur, l'énergie cinétique de l'ion est $E_c(F)$.

Au cours de l'accélération, le travail de la force électrique (constante) est moteur et vaut :

$$W_{IF}(\vec{F}) = \vec{F} \cdot \vec{I} = Fd$$

Comme $\vec{F} = q\vec{E}$ et que $q = e$ est positif, $W_{IF}(\vec{F}) = eEd$.

Comme la norme du champ électrique est $E = \frac{U}{d}$:

$$W_{IF}(\vec{F}) = e \frac{U}{d} d = eU$$

D'après le théorème de l'énergie cinétique :

$$E_c(F) - E_c(I) = W_{IF}(\vec{F}) = eU \text{ soit } E_c(F) = eU.$$

Avec $U = 2 \text{ MV}$, $E_c(F) = 2 \text{ MeV}$.

Cette énergie est bien située entre 1,4 et 4 MeV.

$$4.2. E_c(F) = \frac{1}{2}mv_f^2 \text{ d'où } \frac{1}{2}mv_f^2 = eU$$

On obtient :

$$v_f = \sqrt{\frac{2eU}{m}} = \sqrt{\frac{2 \times 1,60 \times 10^{-19} \times 2 \times 10^6}{1,67 \times 10^{-27}}} = 2 \times 10^7 \text{ m.s}^{-1}$$

5.1. On suppose que le référentiel d'étude est galiléen. Le système étant soumis uniquement à la force électrique, la deuxième loi de Newton s'écrit $m\vec{a} = \vec{F}$.

Comme $\vec{F} = q\vec{E}$, cela donne $m\vec{a} = q\vec{E}$. Ainsi, $\vec{a} = \frac{q}{m}\vec{E}$.

$$q = e \text{ et } \vec{E} = E\vec{i} \text{ donc } \vec{a} = \frac{e}{m}E\vec{i} \text{ soit } \vec{a} = \frac{eU}{md}\vec{i}.$$

On en déduit que l'accélération est uniquement dirigée selon l'axe (Ox) : $a_x = \frac{eU}{md}$

$$5.2. \vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} \text{ et } \vec{a} = \frac{eU}{md}\vec{i}$$

$$\text{Il vient, en projection sur } \vec{i} : \frac{dv_x}{dt} = \frac{eU}{md}$$

La primitive est $v_x(t) = \frac{eU}{md}t + C_1$, avec C_1 constante.

Or la vitesse initiale est nulle : $v_x(0) = C_1 = 0$

$$\text{Ainsi, } v_x(t) = \frac{eU}{md}t. \text{ Cela s'écrit aussi } \frac{dx}{dt} = \frac{eU}{md}t.$$

La primitive est $x(t) = \frac{1}{2}\frac{eU}{md}t^2 + C_2$ avec C_2 constante.

Or la position initiale du proton est l'origine de l'axe : $x(0) = C_2 = 0$. On en déduit que $x(t) = \frac{1}{2}\frac{eU}{md}t^2$.

On peut trouver la vitesse finale atteinte en cherchant la vitesse atteinte lorsque $x(t_f) = d$.

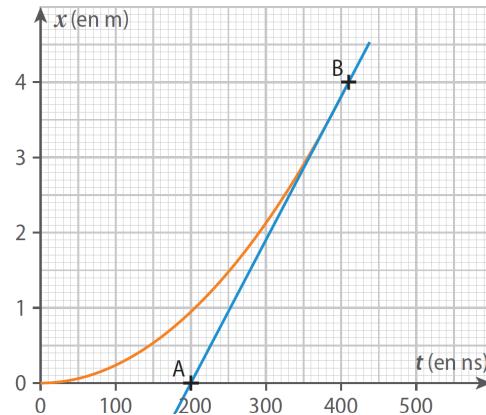
$$\text{Dans ce cas : } \frac{1}{2}\frac{eU}{md}t_f^2 = d \text{ soit } t_f = d\sqrt{\frac{2m}{eU}}$$

En remplaçant cette expression dans l'expression de la

$$\text{vitesse, on obtient : } v_f = v_x(t_f) = \frac{eU}{md}t_f \text{ soit } v_f = \sqrt{\frac{2eU}{m}}$$

On retrouve l'expression (et donc la valeur) du 4.2.

5.3.



Le graphique montre la distance x parcourue par l'ion en fonction du temps t .

La vitesse est la dérivée par rapport à t de l'abscisse (le mouvement est unidirectionnel). Celle-ci correspond à la pente de la tangente au point considéré. Cette pente passe par deux points mesurables aisément :

$$v = \frac{x_B - x_A}{t_B - t_A} = \frac{4,0 - 0}{410 \times 10^{-9} - 200 \times 10^{-9}} = 1,9 \times 10^7 \text{ m.s}^{-1}$$

On retrouve la valeur calculée, à la précision de la mesure près.

$$6. L'intensité est : I = \frac{Q}{\Delta t} \text{ d'où } Q = I\Delta t$$

Comme la charge apportée est la charge des N protons émis : $Nq = Q$ soit $N = \frac{I\Delta t}{q}$

Application numérique pour une minute de fonctionnement :

$$N = \frac{50 \times 10^{-9} \times 1 \times 60}{1,60 \times 10^{-19}} = 1,9 \times 10^{13}$$

Soit une quantité de matière de protons :

$$n = \frac{N}{N_A} = \frac{1,9 \times 10^{13}}{6,02 \times 10^{23}} = 3,2 \times 10^{-11} \text{ mol}$$

55. 1. Le référentiel est supposé galiléen. Le système étant soumis uniquement à son poids, la deuxième loi de Newton s'écrit $m\vec{a} = \vec{P}$. Comme $\vec{P} = mg\vec{j}$, cela donne $m\vec{a} = mg\vec{j}$. Ainsi, $\vec{a} = \vec{g} = -g\vec{j}$: le mouvement du système est uniformément accéléré. D'où : $a_x(t) = 0$ et $a_y(t) = -g$

2. Sachant que $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$ et que $\vec{a} = \vec{g}$, on a en

$$\begin{cases} \frac{dv_x}{dt} = 0 \\ \frac{dv_y}{dt} = -g \end{cases}$$

En cherchant les primitives et en utilisant les conditions initiales ($\vec{v}(0) = \vec{v}_0$), on en déduit que :

$$\begin{cases} v_x(t) = v_0 \\ v_y(t) = -gt \end{cases}$$

Sachant que $\vec{r}(t) = \frac{d\vec{OM}}{dt}(t)$, on a donc :

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = v_0 \\ \frac{dy}{dt} = -gt \end{cases}$$

En cherchant les primitives et en utilisant les conditions initiales (le système est à $x = 0$ et $y = h$),

$$\text{on en déduit : } \begin{cases} x(t) = v_0t \\ y(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + h \end{cases}$$

En isolant t : $t = \frac{x}{v_0}$

On obtient l'équation de la trajectoire :

$$y(t) = -\frac{g}{2v_0^2} x^2 + h$$

3. Déterminons la portée du tir. Pour cela, cherchons la solution correspondant à $y = 0$:

$$y(x) = -\frac{g}{2v_0^2} x^2 + h = 0$$

On obtient $x^2 = \frac{2v_0^2 h}{g}$. Comme le x cherché est

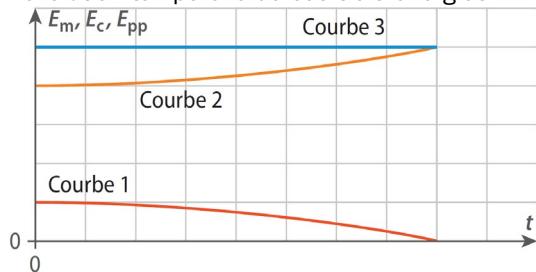
$$\text{positif : } x = v_0 \sqrt{\frac{2h}{g}} = 21,0 \times \sqrt{\frac{2 \times 3,50}{9,81}} = 17,7 \text{ m}$$

x est inférieur à 18 m. Le ballon touche le sol avant la ligne de fond.

4.1. Les expressions des énergies cinétique E_c , potentielle de pesanteur E_{pp} et mécanique E_m du ballon en un point quelconque de la trajectoire sont :

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2 \quad E_{pp} = mgy \quad E_m = E_c + E_{pp}$$

4.2. Le graphique de la figure suivante représente l'évolution temporelle de ces trois énergies :



L'énergie mécanique du système est conservée, car le système ne subit que son poids (qui est une force conservative). E_m correspond donc à la courbe 3. Le ballon part d'une altitude élevée (3,50 m) pour arriver au sol. Son énergie potentielle de pesanteur va donc diminuer au cours du mouvement. E_{pp} correspond à la courbe 1.

La vitesse de la balle va augmenter en arrivant au sol. E_c correspond donc à la courbe 2.

4.3. L'énergie mécanique est conservée entre le point de départ et d'arrivée : $E_m(I) = E_m(F)$

$$\text{Soit } \frac{1}{2}mv_0^2 + mgh = \frac{1}{2}mv_{sol}^2$$

En simplifiant les m de chaque côté de l'égalité, on

$$\text{obtient : } \frac{1}{2}v_0^2 + gh = \frac{1}{2}v_{sol}^2$$

d'où l'on déduit $v_{sol} = \sqrt{v_0^2 + 2gh}$

Application numérique :

$$v_{sol} = \sqrt{21,0^2 + 2 \times 9,81 \times 3,50} = 22,6 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

5. Au cours du mouvement, nous avons considéré que le poids agissait seule sur le ballon.

Or des forces de frottement de l'air agissent.

Ainsi l'énergie mécanique n'est pas constante et va diminuer légèrement au cours du mouvement.

L'énergie cinétique finale sera donc moins élevée que prévu et la vitesse au sol fera de même.

6. La réception se fera lorsque $y = h' = 80 \text{ cm}$

$$\text{Or } y(x) = -\frac{g}{2v_0^2} x^2 + h$$

Ainsi, on peut déterminer l'abscisse x_r du ballon au moment de la réception : $h' = -\frac{g}{2v_0^2} x_r^2 + h$

$$\text{Soit } x_r = v_0 \sqrt{\frac{2(h-h')}{g}} = 21,0 \times \sqrt{\frac{2 \times (3,50 - 0,80)}{9,81}}$$

$$x_r = 15,6 \text{ m}$$

Cette intersection se fera à l'instant t_r :

$$t_r = \frac{x_r}{v_0} = \frac{15,6}{21,0} = 0,74 \text{ s}$$

Le défenseur devra donc parcourir une distance $d = L - x_r$ en une durée t_r .

$$\text{Sa vitesse moyenne devra être : } v_{moyenne} = \frac{L - x_r}{t_r}$$

Application numérique :

$$v_{moyenne} = \frac{18,0 - 15,6}{0,74} = 3,2 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

Cette vitesse semble réaliste pour un athlète de haut niveau.

13. Mécanique céleste et satellites

Activités

p. 376 à 379

① À l'assaut de l'espace

1. Ptolémée (100-168, Grec) : compilation de savoirs de plusieurs siècles avant lui.

Copernic (1473-1543, Polonais) : proposition d'un modèle héliocentrique.

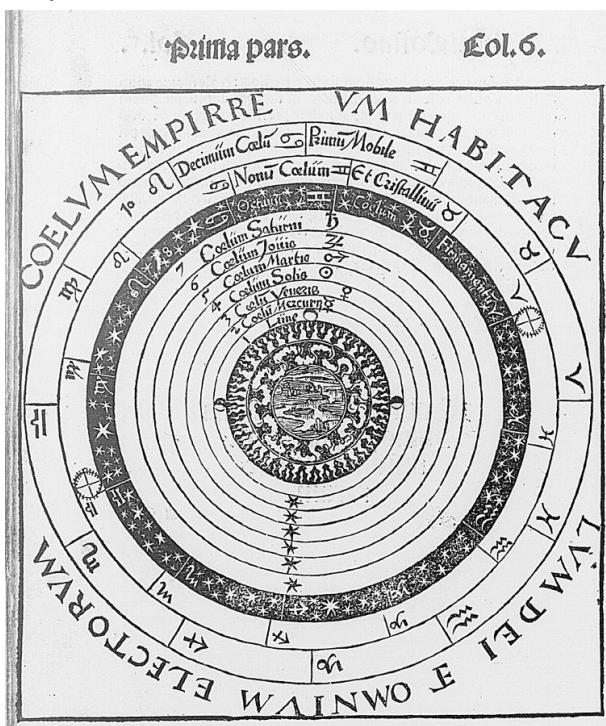
Tycho Brahé (1546-1601, Danois) : observations de grande qualité.

Kepler (1571-1630, Allemand) : formulation des lois portant son nom.

Galilée (1564-1642, Italien) : reprise de l'héliocentrisme après observation des satellites de Jupiter.

2. a. Du centre vers la périphérie : Mercure, Vénus, Terre (autour de laquelle tourne la Lune), Mars, Jupiter, Saturne, étoiles fixes.

b. Système de Ptolémée :



Doc. Archives Hatier.

c. Les erreurs du système de Copernic sont l'oubli de planètes (qu'il ne connaissait pas) et le fait que toutes les orbites sont circulaires (en plus de ne pas être à l'échelle).

3. • Nicolas Copernic, *De Revolutionibus orbium coelestium*, paru en 1543, propose un modèle héliocentrique.

• Johannes Kepler, *Astronomia nova*, paru en 1609, énonce les deux premières lois de Kepler.

• Galilée, *Dialogo sopra i due massimi sistemi del mondo*, paru en 1632, discute de manière accessible du système héliocentrique.

• Jules Verne, *De la Terre à la Lune*, paru en 1865, envisage de manière scientifique un voyage Terre-Lune dans un roman populaire.

• Hergé, *Objectif Lune* et *On a marché sur la Lune*, parus en 1953 et 1954, présente un voyage Terre-Lune en bande dessinée.

4. • Détermination de la distance Terre-Lune (et du diamètre de la Lune) : Aristarque de Samos, III^e siècle avant notre ère.

• Observation des satellites de Jupiter : Galilée, 1609.

• Dessin précis des anneaux de Saturne : Christian Huygens, 1659.

• Mise en orbite d'un satellite artificiel : agence spatiale russe, 1957.

• Pose d'un pied humain sur la Lune : Neil Armstrong, 1969.

• Envoi d'une sonde hors du système solaire : Nasa, 1977.

• Exploration d'une planète autre que la Terre par un robot : Nasa, 1996.

• Arrimage d'un objet sur une comète : Agence spatiale européenne, 2014.

Bilan

• Il n'y a pas de réponse unique à cette affaire d'opinion. Le but est d'attirer l'attention sur le fait qu'une découverte, une observation, un progrès technique, n'arrivent pas seuls et s'inscrivent dans une évolution globale des sciences et techniques.

② Deuxième loi de Kepler

2. Voir le programme Python complété, accessible via le manuel numérique **enseignant**.

Voici les instructions complétant le programme :

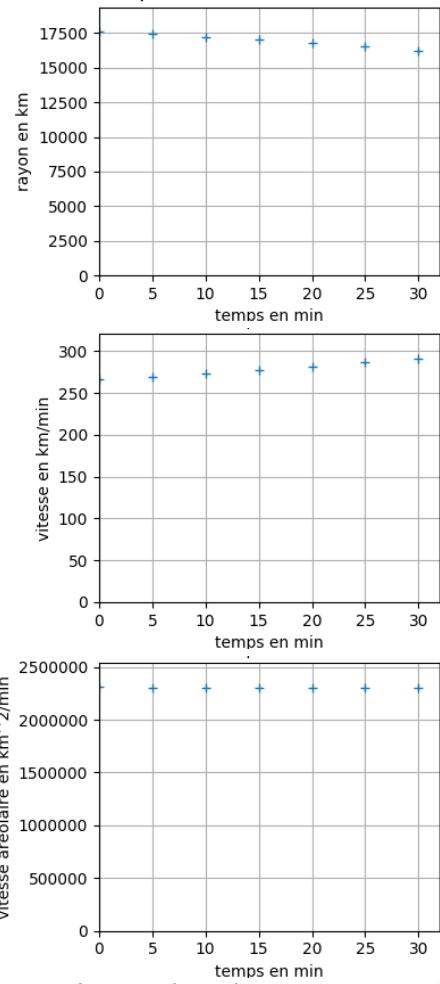
```
## Distance parcourue entre i et i+1, en km
d[i]=((x[i+1]-x[i])**2+(y[i+1]-y[i])**2+(z[i+1]-z[i])**2)**0.5

## vitesse en km/min
v[i]=d[i]/(t[i+1]-t[i])

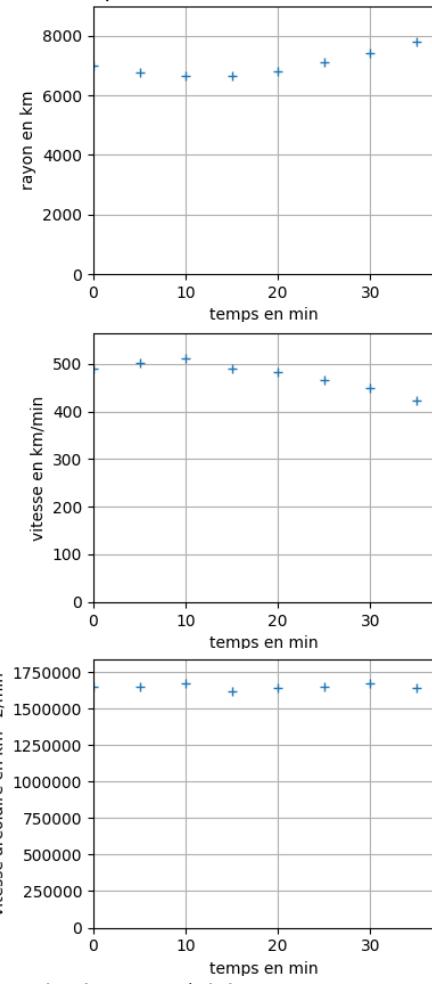
## aire balayee en km2
S[i]=aire(r[i],r[i+1],d[i])

## vitesse areolaire en km2/min
s[i]=S[i]/(t[i+1]-t[i])
```

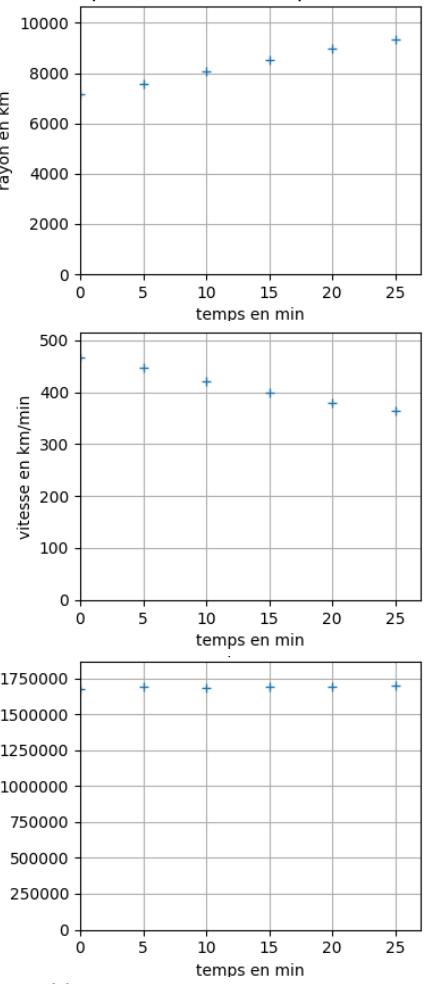
b. Résultats pour le satellite DSX :



Résultats pour le satellite Akebono :



Résultats pour le satellite Express-MD2 :



Les courbes obtenues montrent bien que la vitesse aréolaire est constante, alors que ni la vitesse du satellite, ni le rayon de son orbite ne le sont. Cela confirme la deuxième loi de Kepler.

③ Peser un astre

1. Voir le programme Python complété, accessible via le manuel numérique **enseignant**.

Exemple avec Jupiter :

```
### Nom de l'astre attracteur
nomastre="Jupiter"
### Masse tabulée de l'astre attracteur en kg
M=1.898e27

### Liste des noms des satellites (entre "")
satellites=["Io","Europe","Ganymède","Callisto",
"Himalia","Carme","Hégemone"]
### Liste des demi-grands axes en km
a=[421800,671100,1070400,1882700,11461000,1698
9000,23947000]
### Liste des périodes orbitales en j
T=[1.769,3.551,7.155,16.689,251.73,456.1,769.6]
2. a. Tracer  $T$  en fonction de  $a$  ne donne pas une loi linéaire, donc pas exploitable directement par un élève de Terminale.
```

On complète le programme en prenant garde aux unités :

```
### Liste des  $T$  carres et des  $a$  cubes en USI
for i in range(len(a)):
    x[i]=float((a[i]*1000)**3)
    y[i]=(T[i]**86400)**2
```

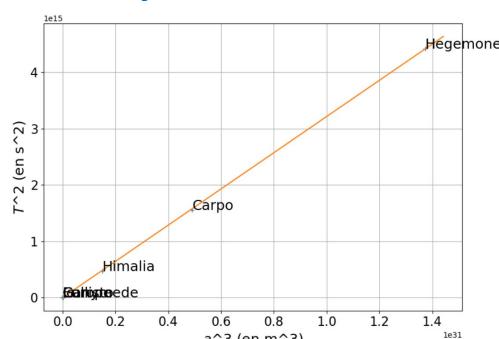
b. Calcul de la masse de l'astre attracteur :

$$M_{\text{calc}} = 4 \cdot \pi^{1/2} / (G \cdot m)$$

c. Exécution du programme.

```
**** Astre étudié: Jupiter ****
**** Trace de  $T^2$  en fonction de  $a^3$  ****
Coefficient directeur de la régression
m= 3.213E-16 USI
```

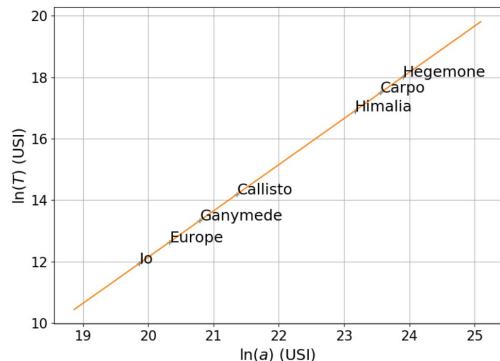
Masse tabulée de l'astre attracteur
 $M = 1.898E+27$ kg
Masse calculée de l'astre attracteur
 $M = 1.842E+27$ kg



3. Exécution avec échelle logarithmique :

```
**** Astre étudié: Jupiter ****
**** Trace de ln(T) en fonction de ln(a) ****
Coefficient directeur de la régression
m= 1.503E+00 USI
Ordonnée à l'origine de la régression
p= -1.792E+01 USI

Masse tabulée de l'astre attracteur
M= 1.898E+27 kg
Masse calculée de l'astre attracteur
M= 2.176E+27 kg
```



Le résultat paraît plus proche de la valeur attendue avec le tracé non logarithmique.

Bilan

- La loi est vérifiée par le fait que le tracé de T^2 en fonction de a^3 donne bien une droite, ou par le fait que le tracé de $\ln(T)$ en fonction de $\ln(a)$ est une fonction affine de coefficient directeur $\frac{3}{2}$ exactement.

La deuxième méthode est meilleure pour vérifier cette loi, vu que les points ne sont pas accumulés au même endroit sur le graphique.

- La masse M est déterminée par le coefficient directeur pour la première méthode, par l'ordonnée à l'origine pour la deuxième. Les deux méthodes sont sujettes à caution : dans la première, le coefficient directeur est beaucoup influencé par les points éloignés ; dans la deuxième, l'ordonnée à l'origine apparaît dans une puissance de dix, donc une petite fluctuation sur sa détermination implique une grosse erreur sur la masse.

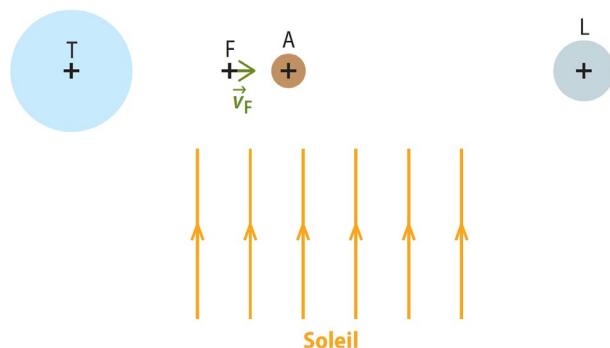
④ Rendez-vous avec Adonis

1. a. Si la fusée a effectué un quart de son trajet vers la Lune, alors sa distance à la Lune est $d = 1 \times 10^5$ km. Vu qu'Adonis mesure censément 700 m de diamètre et est vu sous le même angle approximativement que la Lune, de diamètre $2R_L = 3\,474$ km, on en déduit qu'il est à la distance :

$$1 \times 10^5 \times \frac{700}{3\,474 \times 10^3} = 2 \times 10^1 \text{ km}$$

b. Puisque l'aphélie et le périhélie d'Adonis encadrent la distance Terre-Soleil, alors Adonis peut en théorie passer très près de la Terre, donc entre la Terre et la Lune.

La fusée va de la Terre à la Lune. Sur la vue du doc. 1, Adonis est à peu près dans le même axe, et les rayons du Soleil viennent de la droite, éclairant à peu près la moitié de la Lune. D'où la représentation ci-dessous, où T est le centre de la Terre, F celui de la fusée, A celui d'Adonis et L celui de la Lune. La vitesse de la fusée est \vec{v}_F .



2. a. Vu qu'Adonis fait environ 700 m de diamètre, on peut estimer, en tenant compte de cette échelle, la trajectoire de Haddock comme ayant un rayon $r = 1,3$ km.

b. Si Adonis est une boule de rayon $R = 350$ m, composée de roches de masse volumique $\rho = 2 \times 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$, alors sa masse est :

$$M = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho = 4 \times 10^{11} \text{ kg}$$

c. La vitesse de révolution de Haddock est donc :

$$v = \sqrt{\frac{GM}{r}} = 0,1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

Sa période de révolution est :

$$T = \frac{2\pi r}{v} = 6 \times 10^4 \text{ s}, \text{ soit plus de seize heures.}$$

Bilan

- Si la fusée est à une vingtaine de kilomètres d'Adonis lorsque la vue du doc. 1 est prise et si elle va à plus de $13 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$, alors cette vingtaine de kilomètres est parcourue en quelques secondes, donc Adonis est dépassé. Au lieu de cela, tout se passe comme si la fusée restait longtemps au voisinage d'Adonis.

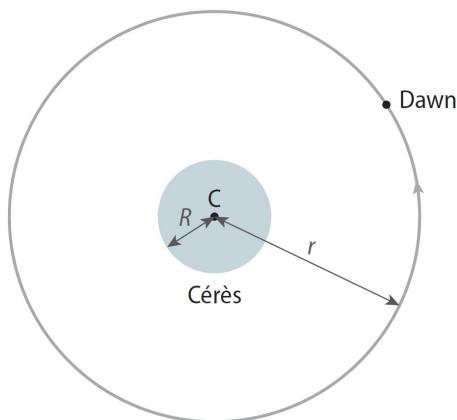
L'image du doc. 2, elle aussi, présente une contradiction entre la rapidité de la fusée, le caractère rapide de la manœuvre envisagée, d'une part, et la faible vitesse de Haddock, satellite d'Adonis, d'autre part.

Exercices

Exercices 1 à 25 corrigés à la fin du manuel de l'élève.

Exercices 26, 27 et 29 corrigés dans le manuel de l'élève.

28 a.



b. L'altitude de la sonde étant $h = 13\ 500$ km, le rayon de son orbite est $r = R + h = 13\ 970$ km.

D'après la relation fournie, la masse de Cérès est :

$$M_C = \frac{4\pi^2 r^3}{GT^2} = 9,6 \times 10^{20} \text{ kg}$$

Exercice 30 corrigé à la fin du manuel de l'élève.

31 On mène l'étude de Triton dans le référentiel neptunocentrique. Comme dans l'exercice 30, on détermine la vitesse de Triton :

$$v_T = \sqrt{\frac{Gm_N}{r_T}} = 4,38 \times 10^3 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

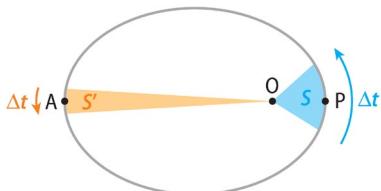
et sa période de révolution :

$$T_T = \frac{2\pi r_T}{v_T} = 5,10 \times 10^5 \text{ s} \text{ soit } 5,90 \text{ jours.}$$

32 La trajectoire rouge ne peut pas être celle d'un satellite de la Terre car la Terre est à un centre et non à un foyer.

La trajectoire verte ne peut pas être celle d'un satellite de la Terre car le point le plus proche de la Terre n'appartient pas au grand axe.

33 a.



D'après la deuxième loi de Kepler, si l'aire balayée pendant la même durée reste la même, alors la vitesse du satellite est la plus élevée au périastre, P sur le schéma, et la plus faible à l'apoastre, A sur le schéma.

b. Si l'orbite est circulaire, alors le rayon a toujours la même taille et les aires balayées sont des portions de disques, donc les distances parcourues pour de mêmes aires sont identiques, donc le mouvement est uniforme.

34

Satellite	Ariel	Umbriel	Titania	Obéron
a (en km)	193 020	266 300	$4,41 \times 10^5$	$5,90 \times 10^5$
T (en j)	2,52	4,08	8,71	13,46

35 Avec la période T en années et le demi-grand axe a en ua, comme, pour la Terre, ces deux grandeurs valent 1, le quotient $\frac{T^2}{a^3}$ vaut 1 pour tous les satellites du Soleil.

- a. Si $a = 4$ ua, alors $T^2 = 4^3$ donc $T = 2^3 = 8$ années.
- b. Si $T = 27$ ans, alors $a^3 = 27^2$ donc $a = 3^2 = 9$ ua.

36

M (en kg)	$2,0 \times 10^{30}$	$2,0 \times 10^{30}$	$3,6 \times 10^{30}$	$4,4 \times 10^{30}$
a (en km)	$7,8 \times 10^8$	$1,4 \times 10^9$	$2,3 \times 10^8$	$1,2 \times 10^8$
T (en j)	$4,3 \times 10^3$	10 754	516,22	185,84

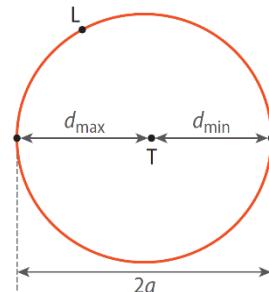
37 a. Voir schéma ci-contre.

b. On voit que $2a = d_{\min} + d_{\max}$, d'où $a = 3,815 \times 10^5$ km.

c. La longueur de l'orbite lunaire est :

$$L = 2\pi a = 2,397 \times 10^6 \text{ km}$$

La vitesse de la Lune est donc $v = \frac{L}{T} = 1,01 \text{ km}\cdot\text{s}^{-1}$.



38 a. La vitesse et l'accélération d'un satellite en mouvement circulaire sont constantes en norme, puisque le satellite est en mouvement uniforme, mais pas en direction.

b. La norme de l'accélération d'un satellite en orbite non circulaire est variable, puisque la distance entre le satellite et l'astre attracteur varie.

c. L'accélération d'un satellite n'est colinéaire au vecteur normal de la base de Frenet que si le satellite est en mouvement uniforme.

d. Un satellite dont la période de révolution est égale à la période de rotation de la Terre sur elle-même n'est pas forcément géostationnaire ; il faut en plus que son orbite soit équatoriale et que le satellite tourne dans le même sens que la Terre.

e. Il n'existe pas de satellite fixe à la verticale d'un point du sol français, vu que l'équateur ne passe pas sur le sol français.

f. Un satellite terrestre passe plus de temps au-dessus d'une région de la Terre lorsqu'il est près de son apogée, puisque c'est là qu'il va le moins vite.

39 a. D'après la troisième loi de Kepler, $\frac{T^2}{r^3} = \frac{T_L^2}{(60R_T)^3}$.

b. Pour $r = R_T$, cela donne $T = \frac{T_L}{60^{3/2}} = 5,9 \times 10^{-2} \text{ j}$, soit 1,4 h. Un tel satellite ferait 17 tours par jour.

Exercice 40 corrigé à la fin du manuel de l'élève.

41 a. Deimos est plus loin de Mars que Phobos, puisque sa période est plus grande.

b. La troisième loi de Kepler s'écrit $\frac{T_P^2}{a_P^3} = \frac{T_D^2}{a_D^3}$

d'où l'on déduit $a_D = a_P \sqrt[3]{\frac{T_D^2}{T_P^2}} = 2,35 \times 10^4$ km.

42 a. Si la trajectoire d'un satellite est circulaire, alors la distance entre le satellite et l'astre attracteur est constante, donc pour une même aire balayée, la distance parcourue sur l'orbite est la même.
D'après la deuxième loi de Kepler, on en déduit que son mouvement est uniforme.

b. et c. [Cours 2a, b et c p. 380-381 \(manuel de l'élève\)](#)

43 a. Un satellite géostationnaire est un satellite fixe dans le référentiel terrestre.

b. Si la période d'un satellite GPS est T , alors celle d'un satellite géostationnaire est $2T$ d'après l'énoncé.
D'après la troisième loi de Kepler, on a donc :

$$\frac{(2T)^2}{(R_T + h)^3} = \frac{T^2}{(R_T + h_{GPS})^3}$$

d'où l'on déduit : $(R_T + h_{GPS})^3 = \frac{(R_T + h)^3}{4}$

puis : $h_{GPS} = \sqrt[3]{\frac{(R_T + h)^3}{4}} - R_T = 20,2 \times 10^3$ km

c. On peut affirmer au contraire qu'un satellite GPS ne passe pas tous les jours à la même heure au-dessus d'un même point du sol : en 24h exactement, il fait un peu plus de deux tours de la Terre, donc il n'est pas au-dessus d'un même point du sol à la même heure tous les jours.

d. Pour la même raison, on ne peut pas affirmer que chacun des satellites GPS passe deux fois par jour au-dessus d'un point donné du sol. Au bout d'un jour sidéral, le satellite reprend la même position, en revanche.

44 a. La période de révolution de (53319) 1999 JM₈ est supérieure à un an, vu que le demi-grand axe de son orbite est supérieur à celui de l'orbite terrestre.

b. D'après la troisième loi de Kepler, $\frac{T^2}{a^3} = \frac{T_T^2}{a_T^3}$

d'où $T = T_T \sqrt{\frac{a^3}{a_T^3}} = 4,44$ ans.

c. Un objet astral est dit géocroiseur si son orbite croise celle de la Terre ou, du moins, s'approche près de la Terre. Un objet potentiellement dangereux est donc nécessairement géocroiseur, par définition.

Exercice 45 corrigé à la fin du manuel de l'élève.

46 Les altitudes de Spoutnik 1 étaient au minimum $h_{\min} = 227$ km et au maximum $h_{\max} = 941$ km au-dessus du sol terrestre. La durée totale de sa mission entre le 4 octobre et le 4 janvier était $t_{\text{tot}} = 92$ jours.

Le demi-grand axe de l'orbite de Spoutnik 1 est :

$$a = \frac{2R_T + h_{\min} + h_{\max}}{2} = 6\,962$$
 km

Sa période de révolution est donc, d'après la relation

fournie : $T = \sqrt{\frac{4\pi^2 a^3}{GM_T}} = 5,78 \times 10^3$ s

En 92 jours, il a donc fait $\frac{92 \times 86\,400}{5,78 \times 10^3} = 1,38 \times 10^3$ tours de la Terre.

47 a. D'après la première loi de Kepler, le Soleil est sur un des foyers de l'ellipse.

b. D'après la deuxième loi de Kepler, si la durée de parcours est la même entre M_1 et M'_1 qu'entre M_2 et M'_2 alors les deux aires A_1 et A_2 des surfaces balayées sont égales.

c. La vitesse moyenne est la plus élevée entre M_2 et M'_2 puisque la distance parcourue est plus grande.

d. Sur cette figure, le point de l'orbite le plus proche du Soleil n'est pas sur le grand axe de l'ellipse. On peut donc en conclure que les foyers sont mal placés.

48 1. D'après la deuxième loi de Newton, l'unité de force newton est $1\text{ N} = 1\text{ kg}\cdot\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$.

D'après l'expression de la force gravitationnelle, G s'exprime en $\text{N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{kg}^{-2}$. On en déduit que G est en $\text{kg}\cdot\text{m}\cdot\text{s}^{-2}\cdot\text{m}^2\cdot\text{kg}^{-2}$, donc bien en $\text{m}^3\cdot\text{s}^{-2}\cdot\text{kg}^{-1}$.

2. On vient de voir que $[G] = \text{L}^3\cdot\text{T}^{-2}\cdot\text{M}^{-1}$.

a. $\left[\frac{GM}{r}\right] = \frac{\text{L}^3\cdot\text{T}^{-2}\cdot\text{M}^{-1}\cdot\text{M}}{\text{L}} = \text{L}^2\cdot\text{T}^{-2}$ d'où $\left[\sqrt{\frac{GM}{r}}\right] = \text{L}\cdot\text{T}^{-1}$

qui est bien la dimension d'une vitesse.

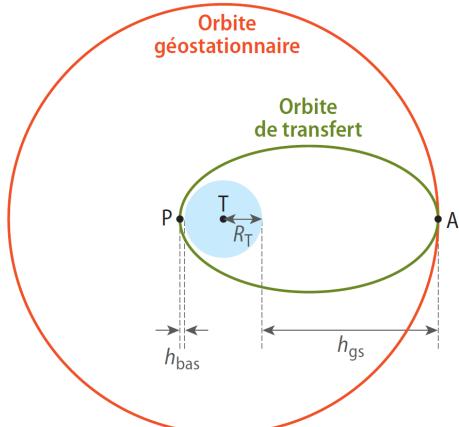
b. $\left[\frac{P^3}{GM}\right] = \frac{\text{L}^3}{\text{L}^3\cdot\text{T}^{-2}\cdot\text{M}^{-1}\cdot\text{M}} = \text{T}^2$, d'où $\left[\sqrt{\frac{P^3}{GM}}\right] = \text{T}$ qui est bien la dimension d'une durée.

c. D'une part, $\left[\frac{T^2}{r^3}\right] = \text{T}^2\cdot\text{L}^{-3}$.

D'autre part, $\left[\frac{4\pi^2}{GM}\right] = \frac{1}{\text{L}^3\cdot\text{T}^{-2}\cdot\text{M}^{-1}\cdot\text{M}} = \text{T}^2\cdot\text{L}^{-3}$.

La relation est bien homogène.

49 1. a.



b. Le demi-grand axe de l'orbite de transfert est :

$$a = \frac{2R_T + h_{\text{bas}} + h_{\text{gs}}}{2} = 2,44 \times 10^4$$
 km

c. D'après la troisième loi de Kepler, $\frac{T_{\text{sid}}^2}{(R_T + h_{\text{gs}})^3} = \frac{T_{\text{trans}}^2}{a^3}$

d'où l'on déduit $T_{\text{trans}} = T_{\text{sid}} \sqrt{\frac{a^3}{(R_T + h_{\text{gs}})^3}} = 3,79 \times 10^4$ s.

d. Le satellite passe au minimum une demi-période sur son orbite de transfert, soit $1,89 \times 10^4$ s, soit 5,26 h.

2. L'orbite cimetière est à l'altitude $h_{\text{cim}} = h_{\text{gs}} + 300$ km. La période de révolution d'un déchet sur l'orbite cimetière est donc :

$$T_{\text{cim}} = T_{\text{sid}} \sqrt{\frac{(R_T + h_{\text{cim}})^3}{(R_T + h_{\text{gs}})^3}} = 8,71 \times 10^4 \text{ s}$$

50 1. a.  Cours 1b p. 380 (manuel de l'élève)

b.  Cours 2b p. 381 (manuel de l'élève)

2. L'altitude de ce satellite étant $h = 810$ km, le rayon de son orbite est $r = R_T + h$. La période de révolution d'un tel satellite est donc :

$$T = \sqrt{\frac{4\pi^2 r^3}{GM_T}} = 6,06 \times 10^3 \text{ s}$$

En un jour, soit 86 400 s, il fait donc :

$$\frac{86\,400}{6,06 \times 10^3} = 14,3 \text{ tours de la Terre}$$

51 1. a. Voir schéma ci-contre.

b. Seule la force $\vec{F}_{0/S}$ est supposée s'appliquer

sur le Soleil, donc la

deuxième loi de Newton s'écrit : $m_S \vec{a}_S = \vec{F}_{0/S}$

soit $m_S \vec{a}_S = -G \frac{m_S M_G}{r^2} \vec{u}$.

On en déduit $\vec{a}_S = -G \frac{M_G}{r^2} \vec{u}$

c. Le mouvement du Soleil peut être considéré comme circulaire, puisque la distance OS est constante.

d. En repère de Frenet : $\vec{a}_S = \frac{v_S^2}{r} \vec{u}_n + \frac{dv_S}{dt} \vec{u}_t$

où v_S est la norme de la vitesse du Soleil dans le référentiel d'étude et où les vecteurs unitaires ont été définis plus haut.

e. Les deux expressions de l'accélération donnent

$\frac{v_S^2}{r} \vec{u}_n + \frac{dv_S}{dt} \vec{u}_t = -G \frac{M_G}{r^2} \vec{u}$ avec $\vec{u} = -\vec{u}_n$ puisque le mouvement est circulaire. On en déduit, en projection

sur le vecteur tangentiel, $\frac{dv_S}{dt} = 0$, donc v_S est constante : le mouvement est bien uniforme.

Et en projection sur le vecteur normal, il vient :

$$\frac{v_S^2}{r} = G \frac{M_G}{r^2} \quad \text{d'où } v_S = \sqrt{\frac{GM_G}{r}}$$

f. La période de révolution du Soleil autour du centre galactique est $T_S = \frac{2\pi r}{v_S}$, ce qui donne bien :

$$T_S = 2\pi \sqrt{\frac{r^3}{GM_G}}$$

2. a. $T_S = 250 \times 10^6 \times 365 \times 24 \times 60 \times 60$

$$T_S = 7,88 \times 10^{15} \text{ s}$$

$$r = 2,7 \times 10^4 \times 3,00 \times 10^8 \times 365 \times 24 \times 60 \times 60$$

$$r = 2,6 \times 10^{20} \text{ m}$$

b. De l'expression de T_S , on déduit :

$$M_G = \frac{4\pi^2 r^3}{GT_S^2} = 1,6 \times 10^{41} \text{ kg}$$

c. 10^{12} fois la masse solaire, c'est environ 2×10^{42} kg. Ce modèle sous-estime la masse totale de la galaxie d'un facteur 10. Il fait comme si toute la masse de la galaxie était concentrée en son centre, ce qui est probablement abusif.

52 a. $T_{\text{sol}} = 24 \times 60 \times 60 = 86\,400 \text{ s}$

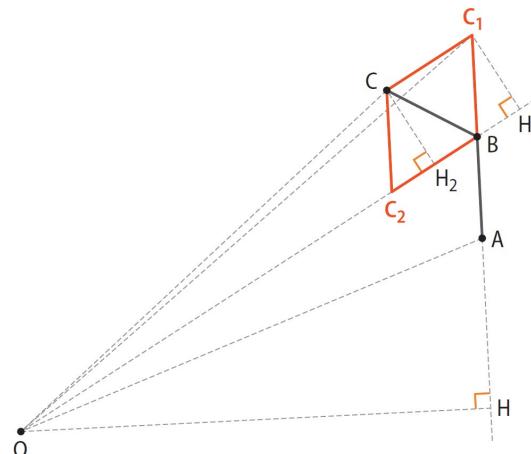
b. En un jour solaire, la Terre fait un peu plus d'un tour sur elle-même. Au bout de 365 jours solaires, elle aura donc fait 366 tours sur elle-même.

c. On en déduit que $365T_{\text{sol}} = 366T_{\text{sid}}$

$$\text{d'où } T_{\text{sid}} = \frac{365 \times 86\,400}{366} = 86\,164 \text{ s} = 23 \text{ h } 56 \text{ min } 4 \text{ s.}$$

53 a. Si aucune force ne s'appliquait, le satellite irait de B en C_1 avec un mouvement rectiligne et uniforme, d'après la première loi de Newton, donc $BC_1 = AB$.

b. Sur le schéma, on voit que les deux triangles OAB et $OB C_1$ ont une hauteur de même longueur OH et des bases de même longueur, donc ont la même aire.



c. On matérialise les hauteurs des triangles $OB C_1$ et $OB C$ parvenant sur la base (OB). Ces deux hauteurs ont une longueur identique vu que $(CC_1) \parallel (OB)$. Les deux triangles $OB C_1$ et $OB C$ ont donc la même aire.

d. On vient de montrer que OAB et OBC ont la même aire. Les aires balayées par le segment reliant O au satellite sont donc égales pendant des durées égales : c'est la deuxième loi de Kepler.

Remarquons que la démonstration ne fait pas d'hypothèse sur l'expression de la force subie : c'est la traduction du fait que la deuxième loi de Kepler est vraie quelle que soit la force du moment qu'elle est dirigée vers un point fixe.

54 1. a. Pour que le satellite soit à l'équilibre sur l'orbite géostationnaire il faut que son accélération sur cette orbite soit nulle, ce qui se produit aux longitudes 75° , 165° , 255° et 345° , approximativement.

b. Prenons le satellite à la longitude 75° et perturbons-le un peu pour l'envoyer vers l'est. Sa longitude augmente un peu, donc son accélération longitudinale est un peu négative, ce qui revient à dire qu'il est freiné puis ramené vers sa position initiale. Le raisonnement inverse s'applique si on l'envoie vers l'ouest. Cette position est donc stable. Il en va de même pour la position à 255° .

En revanche, le même raisonnement à 165° ou à 345° donne le résultat inverse : si on perturbe le satellite placé là en l'envoyant vers l'est, son accélération est positive, donc l'éloigne encore de sa position initiale. Ces deux positions sont donc instables.

- Pour la longitude de stationnement de ce satellite, l'accélération longitudinale est négative, donc le satellite dérive vers l'ouest.
- Si l'on veut le ramener vers l'est, il faut augmenter sa vitesse, donc diminuer son altitude.

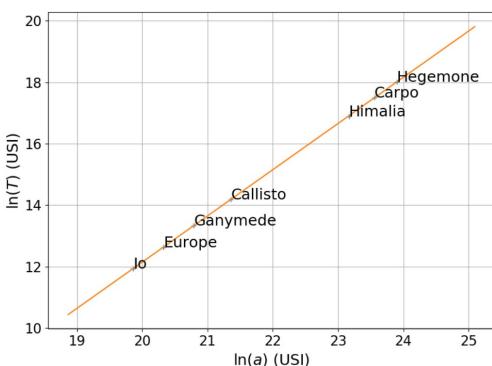
55 La relation $\frac{T^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{GM}$ s'écrit aussi $T^2 = \frac{4\pi^2}{GM} a^3$.

En prenant le logarithme népérien des deux membres de cette égalité, il vient $2\ln(T) = 3\ln(a) + \ln\left(\frac{4\pi^2}{GM}\right)$, puis $\ln(T) = \frac{3}{2}\ln(a) + \frac{1}{2}\ln\left(\frac{4\pi^2}{GM}\right)$.

L'ordonnée à l'origine est $p = \frac{1}{2}\ln\left(\frac{4\pi^2}{GM}\right)$

d'où l'on extrait $\frac{4\pi^2}{GM} = e^{2p}$ puis $M = \frac{4\pi^2}{Ge^{2p}}$.

On relève les masses et fait le tracé demandé.



Le coefficient directeur de la droite obtenue est 1,50 USI (valeur attendue $\frac{3}{2}$ exactement) et l'ordonnée à l'origine, $p = -17,9$ USI. La masse de Jupiter calculée est ainsi $M = 2,18 \times 10^{27}$ kg. L'écart relatif est de 15 %, ce qui est assez important : la méthode fait intervenir dix puissance une grandeur déterminée graphiquement, donc la moindre petite erreur sur la détermination graphique induit une très grande erreur sur la masse calculée.

56 a. D'après la troisième loi de Kepler, la période de révolution d'un point de l'anneau dépend de la distance entre ce point et le centre de Saturne. L'anneau ne tourne donc pas en bloc.

b. Soit T_{int} la période de révolution de l'intérieur de l'anneau B, de rayon $r_{\text{int}} = 9,2 \times 10^4$ km.

Soit T_{ext} la période de révolution de l'extérieur de l'anneau, de rayon $r_{\text{ext}} = 1,18 \times 10^5$ km.

D'après la troisième loi de Kepler, $\frac{T_{\text{int}}^2}{r_{\text{int}}^3} = \frac{T_{\text{ext}}^2}{r_{\text{ext}}^3}$

d'où l'on déduit $\frac{T_{\text{ext}}}{T_{\text{int}}} = \left(\frac{r_{\text{ext}}}{r_{\text{int}}}\right)^{3/2} = 1,5$

Lorsque le bord externe fait un tour, le bord interne en fait un et demi.

57 a. Le référentiel saturnocentrique est supposé galiléen pour l'étude de la sonde. La sonde est fixe dans le référentiel de Saturne.

b. La sonde doit aussi se trouver sur l'équateur de Saturne, sinon la sonde passera d'un hémisphère à l'autre.

c. Reprendre le cours pour montrer que :

$$h = \sqrt[3]{\frac{T_{\text{Sat}}^2 GM_S}{4\pi^2}} - R_S$$

On calcule $h = 5,121 \times 10^4$ km.

58 a. On fait l'étude dans le référentiel géocentrique supposé galiléen.

b. On a $\vec{P} = m\vec{g}$. D'après la deuxième loi de Newton, $m\vec{a} = \vec{P} + \vec{T}$ d'où $\vec{a} = \vec{g} + \frac{\vec{T}}{m}$.

c. On étudie à présent l'ISS, de masse m_{ISS} , dans le référentiel géocentrique supposé galiléen. Elle ne subit que la force gravitationnelle de la Terre s'écrivant $m_{\text{ISS}}\vec{g}$. La deuxième loi de Newton appliquée à l'ISS s'écrit $m_{\text{ISS}}\vec{a} = m_{\text{ISS}}\vec{g}$, puisque l'accélération de l'ISS, nous dit l'énoncé, est la même que celle de l'objet étudié précédemment. On en déduit bien que $\vec{a} = \vec{g}$.

d. Or, on a montré que $\vec{a} = \vec{g} + \frac{\vec{T}}{m}$. Cela implique donc que $\vec{T} = \vec{0}$: l'objet ne tend pas le fil, donc est bien en impesanteur.

Exercice 59 corrigé à l'adresse hatier-clic.fr/pct396

60 1. Le demi-grand axe de l'orbite de Hohmann est $a = \frac{R_1 + R_2}{2} = 1,89 \times 10^8$ km.

2.1. La période s'écrit : $T = \sqrt{\frac{4\pi^2 a^3}{GM_S}}$

$$\text{donc } \Delta t = \frac{T}{2} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{4\pi^2 a^3}{GM_S}}.$$

D'après l'unité de G, la grandeur GM_S est en $\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-2}$.

Le quotient $\frac{4\pi^2 a^3}{GM_S}$ est donc en s^2 , et Δt est bien en s : la relation est homogène.

(Exercice 48 p. 392 (manuel de l'élève))

2.2. On calcule $\Delta t = 2,24 \times 10^7$ s, soit 259 j. Entre le 26 novembre 2011 et le 6 août 2012, il s'écoule : $30 - 26 + 31 + 31 + 28 + 31 + 30 + 31$

$$+ 30 + 31 + 6 = 253 \text{ j}$$

Ces grandeurs ne sont pas très cohérentes, vu que la mission inclut aussi la mise en orbite basse et les manœuvres de mise en place du robot, donc devrait être plus longue que la demi-orbite.

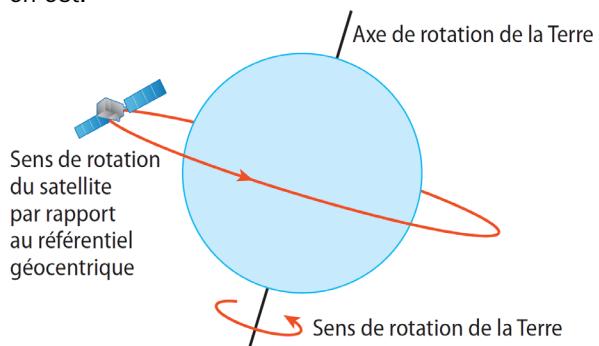
3. Pendant les 259 j du parcours de l'orbite, Mars parcourt la portion d'orbite repérée par l'angle β . Et il fait 360° sur son orbite en 1,88 an.

On a donc $\beta = 360^\circ \times \frac{259}{1,88 \times 365} = 136^\circ$

donc $\alpha = 180^\circ - \beta = 44^\circ$.

61 1.1. Énoncé et schéma de la deuxième loi de Kepler : Cours 3b p. 382 (manuel de l'élève)

1.2. Les satellites SPOT et Météosat étant en mouvement circulaire dans le référentiel géocentrique, leur mouvement est donc uniforme.
1.3. Météosat tourne autour de la Terre dans le même sens que la Terre sur elle-même, donc d'ouest en est.



1.4. La période de SPOT est $T_S = 101,4$ min. Sa vitesse par rapport au référentiel géocentrique a donc pour norme $v = \frac{2\pi(R_T + h_S)}{T_S} = 7,45 \times 10^3 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$.

1.5. Énoncé de la troisième loi de Kepler : Cours 3c p. 383 (manuel de l'élève)

1.6. D'après la troisième loi de Kepler :

$\frac{T_M^2}{(R_T + h_M)^3} = \frac{T_S^2}{(R_T + h_S)^3}$ où T_M est la période de révolution du satellite Météosat, qui est géostationnaire.

L'énoncé ne donnant pas le jour sidéral, on est conduit à prendre $T_M = 24$ h exactement.

On en déduit finalement :

$$h_M = (R_T + h_S) \sqrt[3]{\frac{T_M^2}{T_S^2}} - R_T = 3,59 \times 10^4 \text{ km.}$$

2.1. Puisqu'il y a 6 000 détecteurs et que chacun couvre 10 m, la fauchée vaut 60 km.

2.2. Puisque la Terre tourne vers l'est pendant que le satellite fait un tour, la fauchée correspondant à la n^{e} révolution de SPOT est plus à l'ouest que celle de la $(n-1)^{\text{e}}$ révolution.

2.3. En 24 h environ, la Terre tourne de 360° donc, en 101,4 min, elle tourne de $360^\circ \times \frac{101,4}{24 \times 60} = 25^\circ$.

La fauchée se déplace donc de :

$$\frac{25^\circ}{360^\circ} \times 2\pi R_T = 2,83 \times 10^3 \text{ km}$$

2.4. Les parties du globe les plus fréquemment couvertes par SPOT sont les pôles.

2.5. Le doc. 1 indique que le satellite observe la même région tous les 26 jours. En 26 jours, le satellite réalise $\frac{26 \times 24 \times 60}{101,4} = 369$ tours. C'est bien plus que le strict nécessaire si les fauchées ne se recouvraient pas (il suffirait de $\frac{360^\circ}{25^\circ} = 15$ tours).

14. Mécanique des fluides

Activités

p. 404 à 407

① Poussée d'Archimède

1. La norme du poids du solide est égale à la force indiquée par le dynamomètre. Sa masse est égale au quotient de la norme du poids par g .

On doit trouver une masse volumique de l'eau proche de $1,0 \times 10^3 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$.

- On peut faire un tableau de mesures.
- Dans le référentiel terrestre galiléen, le solide est en équilibre et $\vec{P} + \vec{F} + \vec{A} = \vec{0}$ donc $A = Mg - F$. On calcule, à partir des mesures expérimentales, la valeur de $Mg - F$ et celle de $\rho V g$ et on vérifie qu'elles coïncident.
- On raisonne comme à la question b.
- Il y a une force exercée par le solide sur l'eau, et cette force est dirigée vers le bas car $m_4 > 0$. La troisième loi de Newton (principe d'action-réaction) permet d'en déduire que l'eau exerce une force dirigée vers le haut sur le solide.

Bilan

- Le volume immergé V_i est égal au volume V du solide.
- Grâce aux résultats des questions 2c et 2d :

$$\vec{A} = \rho V_i g \vec{k}$$

Le plateau de la balance exerce sur l'éprouvette une force égale à l'opposé du poids $\vec{P}_{\text{épr,eau}}$ de l'éprouvette et de l'eau qu'il contient (au moment où on appuie sur tare) augmenté de $m_4 g \vec{k}$. Le système {éprouvette ; eau ; solide} est en équilibre. On peut donc écrire :

$$-\vec{P}_{\text{épr,eau}} + m_4 g \vec{k} + F \vec{k} + \vec{P}_{\text{épr,eau}} - Mg \vec{k} = \vec{0}$$

donc $m_4 \vec{g} = (F - Mg) \vec{k} = -\vec{A}$.

② Écoulement d'un fluide

1. a. On fait le tableau de mesures. On doit constater une diminution du débit car la hauteur de la colonne d'eau diminue.

b. On mesure Δt_{eau} et on calcule $D_{V,\text{eau}} = \frac{V}{\Delta t_{\text{eau}}}$ avec $V = 10 \text{ mL}$.

c. On mesure Δt_{huile} et on calcule $D_{V,\text{huile}} = \frac{V}{\Delta t_{\text{huile}}}$ avec $V = 10 \text{ mL}$. On doit constater $D_{V,\text{huile}} < D_{V,\text{eau}}$.

2. a. La loi de la statique des fluides incompressibles entre A et B s'écrit : $P_A - P_{B,s} = \rho_{\text{eau}} g (0 - H_s)$ donc $P_{B,s} = P_0 + \rho_{\text{eau}} g H_s$. On calcule sa valeur.

En appliquant la même loi entre le point à la surface du tube et le point B, on obtient $P_{B,s} = P_0 + \rho_{\text{eau}} g h_s$ donc $H_s = h_s$ (c'est le principe des vases communicants).

b. On calcule $D_V = \frac{V}{\Delta t}$ avec $V = 10 \text{ mL}$.

En appliquant la loi de la statique des fluides entre le bas et le haut du tube : $P_{B,d} = P_0 + \rho_{\text{eau}} g h_d$

On doit vérifier que $h_d < h_s$ donc $P_{B,d} < P_{B,s}$.

Bilan

- La première expérience du protocole 1 prouve que le débit volumique dépend de la hauteur d'eau dans le réservoir.

La deuxième expérience du protocole 1 prouve que le débit volumique dépend de la nature du fluide (l'huile est visqueuse).

- Dans la 2^e expérience du protocole 2, la loi de la statique des fluides appliquée dans le tube prouve que la pression dépend de l'altitude. Dans les deux expériences du protocole 2, on observe que $h_d < h_s$ donc $P_{B,d} < P_{B,s}$, ce qui prouve que la pression dépend de la vitesse du fluide.

③ Relation de Bernoulli

Complément : démonstration de la loi admise.

Après simplification des pressions et en négligeant le terme en v_A^2 devant celui en v_B^2 , on obtient :

$$\frac{\rho v_B^2}{2} = \rho g(z_A - z_B) = \rho gH \quad \text{donc } v_B = \sqrt{2gH}.$$

La deuxième loi de Newton appliquée à la particule de fluide soumise à son poids dans le référentiel galiléen terrestre donne : $\vec{P} = m\vec{a}$

donc $m\vec{g} = m\vec{a}$ donc $\vec{a} = \vec{g}$

$$\text{donc } \frac{d^2x}{dt^2}(t) = 0 \quad \text{et } \frac{d^2z}{dt^2}(t) = -g$$

$$\text{donc } \frac{dx}{dt}(t) = v_B \quad \text{et } \frac{dz}{dt}(t) = -gt$$

$$\text{et enfin, } x(t) = v_B t \quad \text{et } z(t) = -\frac{1}{2}gt^2.$$

En exprimant $t = \frac{x}{v_B}$ et en remplaçant, on obtient :

$$z = -\frac{g}{2v_B^2} x^2$$

Le point K est le point de la trajectoire d'altitude $z_K = -h$

$$\text{donc } -h = -\frac{g}{2v_B^2} x_K^2 \quad \text{et } x_K = \sqrt{\frac{2v_B^2 h}{g}} = 2\sqrt{Hh}.$$

1. On mesure H , h et p , éventuellement plusieurs fois et on vérifie l'accord avec la loi fournie. H diminue au cours du temps donc la portée diminue.

2. Après simplification des pressions et en négligeant le terme en v_A^2 devant celui en v_B^2 , on obtient :

$$\frac{\rho v_B^2}{2} = \rho g(z_A - z_B) = \rho gH \quad \text{donc } v_B = \sqrt{2gH}.$$

3. a. On remplit le tableau.

b. On doit obtenir une droite passant par l'origine, de coefficient directeur proche de $\sqrt{2g} = 4,4 \text{ m}^{1/2}\cdot\text{s}^{-1}$.

Bilan

- La vitesse v_A s'identifie à la vitesse de descente du niveau de l'eau dans le réservoir, elle est très petite devant la vitesse v_B . On peut l'estimer en mesurant en combien de temps le niveau de l'eau dans le réservoir diminue de 1 cm (de l'ordre de la seconde), donc v_B est de l'ordre du centimètre par seconde, alors que v_A est de l'ordre du mètre par seconde).
- L'huile est visqueuse, l'énergie mécanique de la particule d'huile n'est pas constante, il y a des frottements à l'écoulement.

④ Effet de portance

- Les lignes de courant sont parallèles entre elles. La section droite reste constante au cours de l'écoulement. Par conservation du débit volumique, la vitesse reste donc constante, donc par application de la relation de Bernoulli, $P_B = P_A = P_0$.
- La force pressante est donc dirigée vers le haut et vaut : $F_i = P_0 S = P_0 L d = 2,0 \text{ MN}$
- On mesure $h_C = 1,0 \text{ cm}$ donc $S_C = 0,080 \text{ m}^2$ et de même, $h_D = 0,7 \text{ cm}$ donc $S_D = 0,056 \text{ m}^2$.
- La relation s'écrit : $v_C S_C = v_D S_D$
donc $v_D = \frac{S_C}{S_D} v = 1,4 \times 10^2 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$.
- La relation de Bernoulli donne :
 $P_0 = P_C + \rho(v^2 - v_D^2) = 9,0 \times 10^4 \text{ Pa}$
- La force pressante est donc dirigée vers le bas et vaut $F_e = P_D S = P_0 L d = 1,8 \text{ MN}$.
- La somme des forces est dirigée vers le haut, comme une force qui porterait l'aile.

Bilan

- Le resserrement des lignes de courant au-dessus de l'aile entraîne la diminution de l'aire de la section, donc l'augmentation de la vitesse, donc la diminution de la pression : c'est l'effet Venturi.
- La dépression au-dessus et l'absence de dépression en dessous de l'aile assurent la portance.
- La force de portance vaut (il y a deux ailes) :
 $F = 2(F_i - F_e) = 4,0 \times 10^5 \text{ N}$
Le poids de l'avion vaut $P = Mg = 1,5 \times 10^5 \text{ N}$ donc la portance est assurée, elle peut même assurer la montée en altitude de l'avion.

Exercices

Exercices 1 à 16 corrigés à la fin du manuel de l'élève.

Exercices 17 à 20 corrigés dans le manuel de l'élève.

- 21 Notons P_0 la pression atmosphérique loin de la maison, en A et C. Les lignes de courant se resserrent au-dessus du toit de la maison. Il y a donc une dépression de l'air au-dessus des tuiles par effet Venturi entre C et D : $P_D < P_0$. L'application de la relation de Bernoulli sur la ligne de courant horizontale qui entre dans la maison donne, en supposant que la vitesse de l'air est nulle en B et en notant v la vitesse du vent loin de la maison :

$$P_B = P_0 + \frac{1}{2} \rho v^2 > P_0$$

Donc la pression de l'air à l'intérieur de la maison est supérieure à P_0 . La force pressante de l'air en dessous des tuiles est donc supérieure à celle de l'air au-dessus des tuiles : celles-ci risquent donc de s'enlever.

Exercice 22 corrigé à la fin du manuel de l'élève.

- 23 1. $V = c^3 = 3,0 \times 10^{-5} \text{ m}^3$

$$\text{et } \rho_{pp} = \frac{m}{V} = 9,0 \times 10^2 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$$

2. a. Le poids \vec{P} est vertical dirigé vers le bas et $P = mg = 0,26 \text{ N}$.

La poussée d'Archimède \vec{A} est verticale dirigée vers le haut et $A = \rho_{eau} V g = 0,29 \text{ N}$.

b. $A > P$ donc le cube remonte.

Exercice 24 corrigé à la fin du manuel de l'élève.

- 25 Première erreur : il faut convertir les unités :

$$Dv = \frac{V}{\Delta t} = \frac{12 \times 10^{-3}}{60} = 2,0 \times 10^{-4} \text{ m}^3\cdot\text{s}^{-1}$$

Deuxième erreur : la formule est inversée :

$$v = \frac{Dv}{A} = \frac{2,0 \times 10^{-4}}{12 \times 10^{-4}} = 0,17 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

Exercice 26 corrigé à la fin du manuel de l'élève.

27 La relation de Bernoulli s'écrit :

$$P_0 + \frac{\rho_{eau} v_A^2}{2} + \rho_{eau} g z_A = P_0 + \frac{\rho_{eau} v_B^2}{2} + \rho_{eau} g z_B$$

$$\text{donc } v_B = \sqrt{2g(z_A - z_B)} = 1,5 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}.$$

Exercice 28 corrigé à la fin du manuel de l'élève.

29 a. $v_A = \frac{Dv}{S_A} = 1,3 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ et $v_B = \frac{Dv}{S_B} = 5,0 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$

b. $P_B = P_A + \frac{\rho(v_A^2 - v_B^2)}{2} = 8,0 \times 10^4 \text{ Pa}$

c. C'est l'effet Venturi.

Exercices 30 et 31 corrigés dans le manuel de l'élève.

- 32 L'aire de la section à travers laquelle l'air passe est plus petite au niveau du détroit de Gibraltar. La loi de conservation du débit volumique entraîne que la vitesse de l'air augmente au niveau du détroit (c'est un « vent de couloir ») : les vents sont rapides à Tarifa.

- 33 a. \vec{A} est verticale dirigée vers le haut et $A = \rho_{air \text{ frais}} V g = 26,5 \text{ kN}$.

- b. À l'équilibre, $P = A = 26,5 \text{ kN}$

$$\text{donc } m_{totale} = \frac{A}{g} = 2,7 \times 10^3 \text{ kg.}$$

- c. Par différence, $m_{ac} = m_{totale} - m = 2,2 \times 10^3 \text{ kg}$

$$\text{donc } \rho_{ac} = \frac{m_{ac}}{V} = 1,0 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}.$$

$$\text{d. } T = \frac{1,0 \times 10^5 \times 29 \times 10^{-3}}{1,0 \times 8,3} = 350 \text{ K}$$

34 Lorsque le filet d'eau glisse sur le dos de la cuillère, l'aire de la section droite de l'écoulement diminue donc, d'après la relation de Bernoulli, sa pression diminue, devient inférieure à la pression atmosphérique, ce qui provoque son aspiration par effet Venturi.

35 1. a. En appliquant la relation de Bernoulli (les hypothèses sont bien vérifiées) entre A et B, on a : $P_A = P_0$, $v_A = 0$ et $z_A = H - h$ et lorsque le robinet B est ouvert, $P_B = P_0$

$$\text{donc } P_0 + \frac{1}{2}\rho \times 0^2 + \rho g(H + h) = P_0 + \frac{1}{2}\rho v_B^2 + \rho g \times 0$$

$$\text{donc } v_B = \sqrt{2g(H - h)}.$$

On en déduit : $D_{V,B} = v_B s = s\sqrt{2g(H - h)}$.

b. Le débit vaut $D_{V,B} = \frac{V}{\Delta t_B}$ donc $2g(H - h) = \frac{V^2}{s^2 \Delta t_B^2}$

$$\text{et } h = H - \frac{V^2}{2gs^2 \Delta t_B^2} = 45 \text{ m.}$$

c. On entre les valeurs de H et h dans le simulateur et on vérifie le résultat.

2. a. On doit obtenir un débit proche de :

$$D_{V,C} = 3,8 \times 10^{-4} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1} = 0,38 \text{ L} \cdot \text{s}^{-1}$$

b. Le remplissage du seau dure donc $\Delta t_C = \frac{V}{D_{V,C}} = 13 \text{ s.}$

3. a. $P_0 + \frac{1}{2}\rho \times 0^2 + \rho g(H - h) = P_0 + \frac{1}{2}\rho v_D^2 + \rho gH$
donc $v_D^2 = -2gh < 0$.

b. Un carré ne peut être négatif : l'eau ne coule donc pas par le robinet D.

36 a. Le volume d'une coupelle vaut $\frac{2}{3}\pi r_{\text{ext}}^3 - \frac{2}{3}\pi r_{\text{int}}^3$.

On vérifie que la masse $\frac{2}{3}\rho\pi(r_{\text{ext}}^3 - r_{\text{int}}^3)$ vaut 1,00 kg dans chaque cas.

b. La norme de la poussée d'Archimède est égal au poids de l'eau déplacée, soit $A = \rho_{\text{eau}} \times \frac{2}{3}\pi r_{\text{ext}}^3 g$.

On calcule les trois valeurs :

$$A_1 = 0,865 \text{ N} \quad A_2 = 2,57 \text{ N} \quad A_3 = 12,6 \text{ N}$$

Le poids de chaque coupelle vaut $mg = 9,8 \text{ N}$.

Seule la troisième coupelle remonte et flotte.

37 L'air chaud possède une masse volumique inférieure à celle de l'air frais. Une particule d'air chaud va donc s'élever sous l'action de la poussée d'Archimède. L'air frais va prendre sa place à la base de la paroi, et l'air chaud redescendra à sa place. Le bon schéma est donc celui de la figure 1.

38 a. $P_A + \frac{1}{2}\rho_{\text{air}} \times 0^2 = P_0 + \frac{1}{2}\rho_{\text{air}}v^2$

$$\text{donc } P_A = P_0 + \frac{1}{2}\rho_{\text{air}}v^2.$$

b. $P_B + \frac{1}{2}\rho_{\text{air}}v^2 = P_0 + \frac{1}{2}\rho_{\text{air}}v^2$ donc $P_B = P_0$.

c. $P_{A'} + \frac{1}{2}\rho_{\text{Hg}} \times 0^2 + \rho_{\text{Hg}}gZ_{A'} = P_{B'} + \frac{1}{2}\rho_{\text{Hg}} \times 0^2 + \rho_{\text{Hg}}gZ_{B'}$
donc $P_{A'} - P_{B'} = \rho_{\text{Hg}}gh$.

d. On en déduit $P_0 + \frac{1}{2}\rho_{\text{air}}v^2 - P_0 = \rho_{\text{Hg}}gh$

$$\text{donc } \frac{1}{2}\rho_{\text{air}}v^2 = \rho_{\text{Hg}}gh \text{ et } v = \sqrt{2 \frac{\rho_{\text{Hg}}}{\rho_{\text{air}}} gh} = 130 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}.$$

39 a. La relation de Bernoulli prouve que tant qu'on peut tracer une ligne de courant entre E et S, donc tant que le siphon est rempli d'eau, la vitesse de sortie de l'eau en S est non nulle. Elle est donnée par la loi de Torricelli, si on peut considérer la vitesse en surface assez faible pour qu'on soit en régime permanent et pour qu'on puisse la négliger devant celle en E.

Lorsque le niveau de l'eau atteint et passe en dessous de $\frac{H}{3}$, le siphon se désamorce, il se vide de son eau et on se retrouve à la figure a.

b. Lorsque la hauteur d'eau dans le verre atteint $\frac{2H}{3}$, le siphon s'amorce et la vidange commence (figure c). Le verre ne peut donc pas contenir une hauteur supérieure à $\frac{2H}{3}$ sans se vider.

c. En voulant remplir le verre le plus possible (tentation), le verre se vide (assèchement).

Tantale est une figure de la mythologie : fils de Zeus, il fut condamné à supporter la faim et la soif pour l'éternité. Lorsqu'il s'approchait d'un fruit, il se transformait en pierre, lorsqu'il s'approchait d'une source, elle disparaissait. Ainsi, ce vase se vide quand on veut trop le remplir.

Exercice 40 corrigé à l'adresse hatier-clic.fr/pct422

41 La figure des lignes de courant est vue du dessus. L'air allant de droite à gauche dans le référentiel du ballon, le ballon va de gauche à droite dans le référentiel de l'air immobile et donc dans celui du stade. Le tireur est donc à gauche. On adopte son point de vue dans ce qui suit. Les lignes de courant se resserrent sur la figure à gauche du ballon et s'écartent à droite. L'effet Venturi crée donc une dépression à gauche et une surpression à droite. La somme des forces pressantes sur le ballon fera donc dévier le ballon vers la gauche. C'est bien ce qu'on voit sur le dessin de la scène : l'effet permet de contourner le mur et de marquer le but.

42 1.1. $\vec{P} = \rho_{\text{glace}} SH \vec{g}$ et $\vec{A} = -\rho_{\text{eau de mer}} Sh \vec{g}$

1.2. À l'équilibre de l'iceberg : $\vec{P} + \vec{A} = \vec{0}$

$$\text{donc } P = A \text{ et } \frac{h_g}{H_g} = \frac{\rho_{\text{glace}}}{\rho_{\text{eau de mer}}} = 0,898.$$

1.3. $\frac{V_i}{V_g} = \frac{Sh_g}{SH_g} = 0,898$

1.4. Le volume émergé de l'iceberg valant environ 10 % du volume total, il est possible qu'un éperon de glace soit caché sous la surface de l'eau. Le capitaine aurait donc dû passer beaucoup plus loin de l'iceberg. L'éperon de glace est assez solide pour résister à l'impact avec la coque du navire, et si le navire passe vite, l'éventration est possible.

2.1. $\vec{P} = (M + \rho_{\text{eau de mer}} Sh) \vec{g}$

2.2. $\vec{A} = -\rho_{\text{eau de mer}} SH \vec{g}$

2.3. $A > P$ nécessite $h < H - \frac{M}{\rho_{\text{eau de mer}} S} = 12 \text{ m.}$

3.1. Par application de la relation de Bernoulli :

$$P_0 + \frac{1}{2} \rho_{\text{eau de mer}} v_A^2 + \rho_{\text{eau de mer}} g \times 0 = P_0 + \frac{1}{2} \rho_{\text{eau de mer}} v_C^2 + \rho_{\text{eau de mer}} g(-U)$$

soit $v_C = \sqrt{2gU} = 14 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$.

3.2. $D_V = v_C S = 25 \text{ m}^3\cdot\text{s}^{-1}$

3.3. $V(t) = D_V t$ soit $S h(t) = D_V t$ donc $h(t) = \frac{D_V}{S} t$.

3.4. On résout l'équation $h(t) = h_{\max}$

$$\text{donc } t = \frac{Sh_{\max}}{D_V} = 1,9 \times 10^3 \text{ s} \text{ soit environ 32 min.}$$

43 1.1. La conservation de l'aire de la section et celle du débit entraînent celle de la vitesse.

1.2. L'application de la relation de Bernoulli entre C et B donne :

$$P_C + \frac{1}{2} \rho_{\text{eau}} v_C^2 + \rho_{\text{eau}} g z_C = P_0 + \frac{1}{2} \rho_{\text{eau}} v_S^2 + \rho_{\text{eau}} g \times 0$$

$$\text{donc } P_C = P_0 - \rho_{\text{eau}} g z_C = 0 \text{ Pa.}$$

1.3. La cavitation crée des bulles de vapeur qui perturbent l'écoulement.

2. Cette fois-ci, la relation entre les vitesses s'écrit

$$S v_C = \frac{S}{4} v_S \text{ donc } v_C = \frac{v_S}{4}.$$

Dans la relation de Bernoulli, la pression en C est donc plus importante et la cavitation peut être empêchée.

44 1. $S_E = \pi \frac{R^2}{4}$

2. $S_S = 2\pi R \times h = \pi \frac{R^2}{5}$

3. La loi de conservation du débit donne $v_E S_E = v_S S_S$
donc $v_S = v_E \frac{S_E}{S_S} = \frac{5}{4} v_E$.

4. Considérons la ligne de courant joignant un point de la surface rouge d'entrée et un point de la surface verte de sortie. Dans la partie horizontale entre les deux plaques, la vitesse en tout point est supérieure à la vitesse d'entrée v_E . On en déduit que la pression est inférieure à la pression d'entrée par application de la relation de Bernoulli (effet Venturi). Si on suppose que $P_E = P_0$ (pression atmosphérique), alors la norme de la force pressante de l'air entre les deux plaques sur la plaque (U) est inférieure à celle de l'air en dessous de (U).

La somme des forces pressantes est donc dirigée vers le haut, d'où l'aspiration.

15. Thermodynamique

Activités

p. 430 à 433

① Équation d'état du gaz parfait

- On doit obtenir des points alignés avec l'origine.
 - Le coefficient directeur de la droite est de l'ordre de $k_1 = 3 \text{ Pa} \cdot \text{m}^3$ pour un volume d'air initial de 30 mL. Pour une température ambiante de 19 °C, $T_0 = 292 \text{ K}$. On en déduit $K_1 = 1,0 \times 10^{-2} \text{ Pa} \cdot \text{m}^3 \cdot \text{K}^{-1}$.
 - On doit obtenir des points alignés avec l'origine.
 - Le coefficient directeur de la droite est de l'ordre de $k_2 = 350 \text{ Pa} \cdot \text{K}^{-1}$. On en déduit $K_2 = 1,0 \times 10^{-2} \text{ Pa} \cdot \text{m}^3 \cdot \text{K}^{-1}$.
 - Vérification de l'égalité.
- On peut remarquer que $\text{Pa} = \text{N} \cdot \text{m}^{-2}$ (car $F = P \times S$) et que $J = \text{N} \cdot \text{m}$ (car $W = F \times d$) donc l'unité de la constante est $\text{Pa} \cdot \text{m}^3 \cdot \text{K}^{-1} = \text{J} \cdot \text{K}^{-1}$.

b. On a simultanément $P = KT_1 \frac{1}{V}$ et $P = \frac{K}{V_0}T$.

Ces deux relations sont compatibles avec la relation donnée.

Bilan

- Par identification, $nR = K$ donc $n = \frac{K}{R} = 1,2 \times 10^{-3} \text{ mol}$.
- Le produit PV s'exprime en $\text{Pa} \cdot \text{m}^3$. Le produit nRT s'exprime en $\text{mol} \cdot \text{J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K} = J$.

Or l'expression de la pression $P = \frac{F}{S}$ prouve que $\text{Pa} = \text{N} \cdot \text{m}^2$ donc $\text{Pa} \cdot \text{m}^3 = \text{N} \cdot \text{m}$. De plus, l'expression du travail $W = F \cdot d$ prouve que $J = \text{N} \cdot \text{m}$. Les deux produits sont donc de même dimension.

② Étude énergétique d'un système thermodynamique

1. Mesures et construction du tableau.

2. a. $C_{\text{total}} = C + mc_{\text{eau}}$

b. $P_J = RI^2$

c. Par application du premier principe de la thermodynamique au système {vase, eau}, qui ne reçoit aucun travail car il n'y a pas de mouvement macroscopique en son sein :

$\Delta U = Q + 0$ soit $(C + mc_{\text{eau}})(\theta(t) - \theta_f) = RI^2t$

3. a. En inversant la relation, on trouve :

$$C = \frac{RI^2t_1}{20} - mc_{\text{eau}}$$

b. On peut écrire $\theta(t) = \theta_f + \frac{RI^2}{C + mc_{\text{eau}}} \times t$ donc on doit obtenir une droite d'ordonnée à l'origine θ_f .

c. Le coefficient directeur vaut $k = \frac{RI^2}{C + mc_{\text{eau}}}$.

On en déduit $C = \frac{RI^2}{k} - mc_{\text{eau}}$.

Bilan

- Les différents transferts thermiques sont :
 - par conduction à travers les parois du vase ;
 - par conducto-convection avec l'air ambiant.
- De plus, il y a échange de matière car le couvercle n'est pas étanche.

- On peut supposer que, le système étant plus chaud que l'air extérieur, les transferts thermiques sont dirigés du système vers l'extérieur, ce qui est modélisé par une énergie thermique cédée. Dans la « convention du banquier », on ajoute donc $Q_{\text{pertes}} \leq 0$ dans le bilan thermique :

$$(C + mc_{\text{eau}})(\theta(t) - \theta_f) = RI^2t + Q_{\text{pertes}} \leq RI^2t$$

- En introduisant le bloc de métal dans l'eau du vase et en reprenant le même protocole, on aura accès à $C + C_{\text{bloc}}$ et, par différence, on en déduira C_{bloc} .

③ Température d'équilibre du sol terrestre

1. a. $P_{\text{ray,S}} = \sigma T_S^4 \times 4\pi R_S^2 = 3,85 \times 10^{26} \text{ W}$

b. $P'_{\text{ray,S}} = \frac{\pi R_T^2}{4\pi r^2} P_{\text{ray,S}} = 1,74 \times 10^{17} \text{ W}$
et $p_S = 340 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$

2. a. $P_a = (1 - A)P_{\text{ray,i}} = 1,15 \times 10^{17} \text{ W}$

b. $P_{\text{ray,T}} = \sigma T_T^4 \times 4\pi R_T^2$

c. $P_e = (1 - a)P_{\text{ray,T}} = (1 - a)\sigma T_T^4 \times 4\pi R_T^2$

3. $(1 - a)\sigma T_T^4 \times 4\pi R_T^2 = P_a$

donc $T_T = \sqrt[4]{\frac{P_a}{(1 - a)\sigma \times 4\pi R_T^2}} = 291 \text{ K}$

donc $\theta_T = 18^\circ \text{C}$.

Bilan

- On peut calculer la puissance émise et les autres puissances :

- réfléchie : $1,74 \times 10^{17} - 1,15 \times 10^{17} = 0,59 \times 10^{17} \text{ W}$;

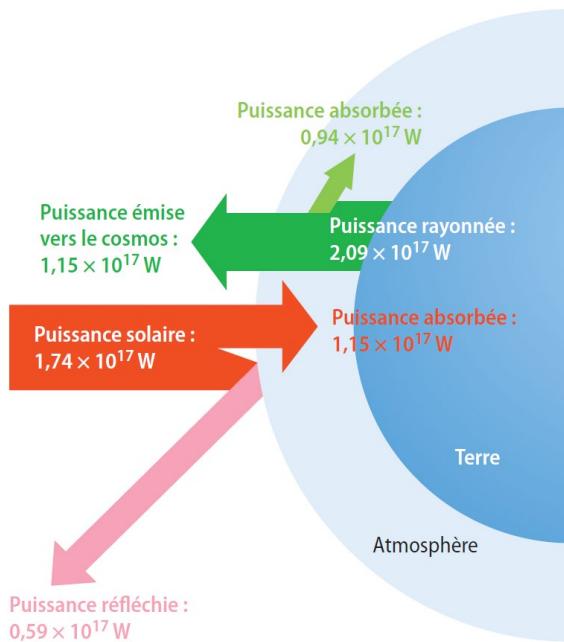
- rayonnée par la surface de la Terre :

$$P_{\text{ray,T}} = 2,09 \times 10^{17} \text{ W} ;$$

- émise vers le cosmos : $P_e = 1,15 \times 10^{17} \text{ W}$, qui est bien égale à celle absorbée venant du Soleil ;

- et absorbée par l'atmosphère : $0,94 \times 10^{17} \text{ W}$.

On reporte ces valeurs sur le diagramme du cours.



④ Évolution d'un système au contact d'un thermostat

1. Mesure et tableau.
2. On doit obtenir une forme d'exponentielle décroissante.
3. On a $\theta(t) = \theta_{th} + (\theta_0 - \theta_{th})e^{-t/\tau} = \theta_{th} + 0,37(\theta_0 - \theta_{th})$. On calcule la valeur de cette température, on reporte sur le graphique et on lit τ en abscisses. On en déduit $h_{nat} = \frac{C\tau}{S}$ par le calcul.
4. La limite vaut θ_{th} .
5. Il est possible de faire les mesures par différents postes de TP pour gagner du temps.

Bilan

- On doit obtenir $h_{emp} < h_{nat} < h_{for}$.
- Le brassage est naturel dans la première manipulation ; c'est la poussée d'Archimède qui imprime les mouvements de convection. Dans la deuxième, l'apport d'air frais est très difficile et l'air chaud stagne autour de la plaque : le coefficient h est donc plus faible. Dans la troisième manipulation, le ventilateur augmente la vitesse de l'air et h augmente.

Exercices

Exercices 1 à 20 corrigés à la fin du manuel de l'élève.

Exercices 21 à 23 corrigés dans le manuel de l'élève.

Exercice 24 corrigé à la fin du manuel de l'élève.

25 a. $n = \frac{PV}{RT} = \frac{2,3 \times 10^5 \times 50 \times 10^{-3}}{8,31 \times (273,15 + 65)} = 4,1 \text{ mol}$
 b. $P_2 = \frac{nRT_2}{V_2} = \frac{4,1 \times 8,31 \times (273,15 + 15)}{50 \times 10^{-3}} = 2,0 \text{ bar}$

26 La pression doit être exprimée en pascals, la température en kelvins et le volume obtenu est exprimé en mètres cubes. De plus, le résultat doit être donné avec 3 chiffres significatifs. On obtient :

$$V = \frac{2,50 \times 8,31 \times (273,15 + 25,0)}{1,01 \times 10^5} = 0,0613 \text{ m}^3$$

Exercice 27 corrigé à la fin du manuel de l'élève.

28 $Q = C\Delta T = 900 \times 420 = 378 \text{ kJ}$

Exercice 29 corrigé à la fin du manuel de l'élève.

30 $\Delta U = W + Q$ donne $mc_{eau}\Delta T = W + Q$
 donc $Q = 0,10 \times 4,18 \times 10^3 \times (-5) - 250 = -2,34 \text{ kJ}$.

Exercice 31 corrigé à la fin du manuel de l'élève.

32 a. $\Phi_{th} = \frac{\theta_{2i} - \theta_{1i}}{R_{th}} = 1,6 \text{ kW}$

b. Le transfert thermique s'opère de la face chaude vers la face froide : le système chaud se refroidit, le système froid se réchauffe.

Exercice 33 corrigé à la fin du manuel de l'élève.

34 a. $P_{th,ray} = \sigma T^4 S = \sigma(273,15 + \theta)^4 S = 2,3 \times 10^5 \text{ W}$
 b. $P_{th,cc} = 1,7 \times 10^5 \text{ W}$

35 $\tau = \frac{mc}{hS} = \frac{0,100 \times 790}{100 \times 20 \times 10^{-4}} = 395 \text{ s}$

Exercice 36 corrigé à la fin du manuel de l'élève.

37 a. Coefficient = 0,5 b. Coefficient = 2

Exercice 38 corrigé à la fin du manuel de l'élève.

39 a. En estimant la masse du corps à $m = 75 \text{ kg}$, on a $\tau = \frac{mc_{eau}}{hS} \approx 1500 \text{ s}$.

b. Le lac étant gelé en surface, la température de l'eau vaut 0 °C. La température évolue selon la loi $\theta(t) = 0 + 37e^{-t/\tau}$ donc, à la date $t = 10 \text{ s}$, elle vaut environ 36,8 °C. On est donc loin de l'hypothermie.

Exercice 40 corrigé à la fin du manuel de l'élève.

41 a. En régime permanent, en notant Q l'énergie thermique traversant les parois par conduction thermique, le bilan thermique pour les aliments s'écrit $0 = Q - Q_{cong}$ donc $Q = 1,43 \text{ MJ}$.

b. On a $\Phi_{th} = \frac{Q}{\Delta t_0} = 397 \text{ W}$. La loi des résistances thermiques s'écrit $R_{th} = \frac{(\theta_2 - \theta_1)}{\Phi_{th}} = 0,13 \text{ K}\cdot\text{W}^{-1}$.

Exercice 42 corrigé à la fin du manuel de l'élève.

43 La masse totale est égale à la somme des deux masses : $m_{totale} = m_1 + m_2 = 280 \text{ g}$
 Le bilan thermique pour chaque système s'écrit : $m_1 c_{eau}(\theta_{finale} - \theta_1) = Q_1$ et $m_2 c_{eau}(\theta_{finale} - \theta_2) = Q_2$
 Le système n'échange pas d'énergie thermique avec l'extérieur donc $Q_1 + Q_2 = 0$
 donc $\theta_{finale} = \frac{m_1 \theta_1 + m_2 \theta_2}{m_1 + m_2} = 42 \text{ °C}$.

44 a. $S = 6 \times a^2 = 5,4 \times 10^{-3} \text{ m}^2$

b. $V = a^3 = 2,7 \times 10^{-5} \text{ m}^3$

c. $m = \rho V = 71,3 \times 10^{-3} \text{ kg}$ et $C = mc_{gr} = 56 \text{ J}\cdot\text{K}^{-1}$

d. $\Delta U = W + Q$ soit $C(\theta(t + \Delta t) - \theta(t)) = Q$

e. On divise par Δt : $\frac{C(\theta(t + \Delta t) - \theta(t))}{\Delta t} = \frac{Q}{\Delta t}$

et on fait tendre Δt vers 0 :

$$C \frac{d\theta}{dt}(t) = P_{th,cc} = hs(\theta_\infty - \theta(t))$$

soit : $\frac{d\theta}{dt}(t) + \frac{hs}{C}\theta(t) = \frac{hs}{C}\theta_\infty$

Par identification : $\tau = \frac{C}{hs} = 1,0 \times 10^3$ s

f. À l'instant initial, $\theta_0 = \theta_\infty + A$ donc $A = \theta_0 - \theta_\infty = 40$ °C.

g. On pose $\theta_g = 0$ °C et on résout l'équation

$$\theta_g = \theta_\infty + Ae^{-t/\tau} \text{ soit } e^{-t/\tau} = \frac{\theta_g - \theta_\infty}{A}$$

donc $-\frac{t}{\tau} = \ln\left(\frac{\theta_g - \theta_\infty}{A}\right)$ et $t = -\tau \ln\left(\frac{\theta_g - \theta_\infty}{A}\right) = 470$ s.

45 Lorsque le volume tend vers l'infini, le volume propre des entités devient négligeable devant celui de l'enceinte, donc l'hypothèse H1 est vérifiée. La distance entre les entités tend vers l'infini, donc les forces d'interaction, dont la norme décroît avec la distance entre les entités, deviennent nulles et l'hypothèse H2 est vérifiée.

Le gaz tend donc vers un gaz parfait.

46 a. Le mur contre lequel les volets sont installés est bien isolé et sa température de surface est presque égale à la température de l'air. De plus, il n'y a presque pas de contact entre les volets et la façade de la maison, le transfert conductif est donc impossible.

La température des volets est donc presque égale à celle de l'air, soit 5 °C environ.

b. La température de surface des fenêtres vaut environ 10 °C. L'écart de 5 °C avec la température de l'air permet donc un transfert conducto-convectif important (loi de Newton), il y a donc une perte thermique importante, et la facture de chauffage du propriétaire sera élevée.

Il a donc intérêt à remplacer ses fenêtres par des fenêtres de résistance thermique plus importante.

47 D'après le cours, l'écart de température entre le canon et le milieu ambiant est égal à un pourcent de l'écart initial après une durée égale à 5τ .

Dans ce cas, l'écart initial est de l'ordre de :

$$1427 - 25 = 1400$$
 °C

Un écart de 14 °C permet de marcher sur la fonte refroidie. On peut donc estimer que :

$$5\tau = (30 + 31 + 22) = 83 \text{ jours } \approx 7,2 \times 10^6 \text{ s}$$

donc $\tau \approx 1,4 \times 10^6$ s.

$$\text{Or } \tau = \frac{C}{hs} \text{ donc } C = hSt.$$

On doit donc évaluer la surface du canon. Sur la gravure, on voit (les hommes permettent de déterminer l'échelle) que la hauteur du canon vaut environ $H = 50$ m et $R = 5$ m donc, avec la formule fournie $S = 1700 \text{ m}^2$. On en déduit $C \approx 1 \times 10^{10} \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$. La capacité thermique massique de la fonte vaut $c = 500 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$.

La masse du canon vaut donc $m = \frac{C}{c} = 2 \times 10^4$ tonnes.

La masse volumique de la fonte vaut $\rho = 7$ tonnes par mètre cube, le volume de fonte vaut donc environ $V = 3000 \text{ m}^3$.

Le volume d'un cylindre vaut $\pi R^2 H = 4000 \text{ m}^3$.

Il y a donc une bonne cohérence entre le résultat expérimental et le résultat théorique.

48 Le glaçon fond quand il reçoit de l'énergie thermique de la part de l'air ambiant. Le glaçon protégé par la fourrure ne reçoit pas d'énergie thermique, il fondera donc beaucoup moins vite que celui laissé à l'air libre.

L'expression « pull bien chaud » est donc très maladroite.

49 a. $Q = hS(\theta_p - \theta_{th}) \times \Delta t = 3,4 \times 10^8 \text{ J}$

b. En divisant par $4,18 \times 10^6$, on obtient :

$$Q = 82 \text{ kilocalories}$$

c. La dépense totale vaut $600 + 82 = 682$ kilocalories, ce qui correspond à 8 bananes environ, réparties ainsi : une banane pour le maintien de la température corporelle (thermique), 7 pour la nage.

d. On a $Q' = Q \frac{33 - 18}{33 - 28} = 3Q = 10,2 \times 10^8 \text{ J}$ et il faudra donc environ 2 bananes de plus.

50 a. $C_{total} = C + C' + mc_{eau} = 4,30 \text{ kJ} \cdot \text{K}^{-1}$

b. La puissance électrique vaut :

$$P_{elec} = U_0 \times I = U_0 \times \frac{U_0}{R} = \frac{U_0^2}{R} \text{ donc } Q = \frac{U_0^2}{R} \times \Delta t.$$

c. Le bilan thermique pour le système complet s'écrit :

$$C_{total}(\theta_1 - \theta_0) = Q \text{ donc } \Delta t = \frac{RC_{total}(\theta_1 - \theta_0)}{U_0^2}$$

soit $\Delta t = 191$ s.

51 1. Il n'y a pas d'atmosphère, le bilan thermique est donc un peu plus simple que celui fait dans le cours. La surface reçoit la puissance solaire $p_s \times S_{Lune}$. Elle en réfléchit la fraction A_L donc en absorbe la fraction $(1 - A_L)$, soit $P_{solaire \text{ absorbée}} = (1 - A_L)p_s S_{Lune}$.

À l'équilibre thermique, cette puissance est égale à la puissance rayonnée soit :

$$(1 - A_L)p_s S_{Lune} = \sigma T_L^4 S_{Lune} \text{ donc } (1 - A_L)p_s = \sigma T_L^4.$$

2. a. On lit la température moyenne sur le graphique : $\theta_L = -20$ °C soit $T_L = 253$ K.

On en déduit : $A_L = 1 - \frac{\sigma T_L^4}{p_s}$ soit $A_L = 0,32$.

Cette valeur est surestimée. En fait, la température de surface est très difficile à mesurer car il y a une très forte variation avec la profondeur ; la valeur donnée par le graphique correspond à la température à 2 mètres de profondeur.

b. On mesure la durée du signal : $2,5 \times 10^6$ s, soit 29 jours environ. C'est bien la période de révolution de la Lune, on observe donc une phase de jour et une phase de nuit. Les variations de température sont nettement plus importantes que sur Terre. La phase de jour est 29 fois plus longue que sur Terre, le sol s'échauffe beaucoup plus, puis la phase de nuit est aussi 29 fois plus longue et le refroidissement est beaucoup plus marqué.

52 a. La quantité de matière vaut :

$$n = \frac{P_0 V_0}{RT} = 0,042 \text{ mol}$$

Cela représente $n \times N_A = 2,5 \times 10^{22}$ molécules, parmi lesquelles un cinquième sont des molécules de dioxygène, soit $5,1 \times 10^{21}$ molécules.

Chaque molécule comporte deux atomes d'oxygène donc $N = 1,0 \times 10^{22}$ atomes.

Dans l'atmosphère, $n_T = \frac{m}{M} = 1,8 \times 10^{20}$ mol

soit $N_T = 2 \times 0,20 \times n_T \times N_A = 4,3 \times 10^{43}$ atomes d'oxygène.

b. La fraction d'atomes « historiques » de

l'inspiration d'Archimède est $\alpha = \frac{N}{N_T} = 2,3 \times 10^{-22}$.

Il y a donc en moyenne $\alpha N = 2,3$ atomes historiques dans chaque inspiration d'un élève.

53 1. a. $P_0 = \frac{nRT_0}{V_0} = 1,8 \times 10^{10} \text{ Pa}$

b. $T_1 = \frac{P_1 V_1}{nR} = 523 \text{ K}$ donc $\theta_1 = 250^\circ \text{C}$.

c. $\Delta U = C(T_1 - T_0) = -1,2 \times 10^4 \text{ J}$

2. a. Le premier principe de la thermodynamique s'écrit $\Delta U = 0 + W$ donc $W = -1,2 \times 10^4 \text{ J}$.

b. Ce travail, négatif pour le gaz, est fourni à la charge. En appliquant le théorème de l'énergie cinétique à la balle :

$$-W = \frac{1}{2}mv^2 - 0 \quad \text{donc } v = \sqrt{\frac{-2W}{m}} = 1,3 \text{ km}\cdot\text{s}^{-1}$$

54 1. a. La deuxième loi de Newton appliquée au piston soumis aux deux forces pressantes prouve que le piston se déplace vers la gauche.

b. Le piston s'immobilise dans une position d'équilibre mécanique quand la somme des forces pressantes qui s'exercent sur lui est nulle, donc quand $P_1 = P_e$.

c. Notons L_1 la longueur du cylindre occupé par le gaz dans l'état final.

La force pressante est constante et colinéaire au déplacement du piston donc son travail vaut :

$$W = P_e S(L_0 - L_1) = P_e(SL_0 - SL_1) = P_e(V_0 - V_1)$$

d. Le travail reçu est positif et l'énergie thermique transférée est nulle, donc par application du premier principe de la thermodynamique $\Delta U > 0$ donc l'énergie interne du gaz augmente.

Remarquons que cela se traduit par l'augmentation de la température du gaz : on illustre ainsi le principe d'équivalence.

2. $Q = 0$, d'après l'énoncé. La pression du vide est nulle, donc sa force pressante est nulle, ainsi que le travail reçu par le gaz : $W = 0$.

Le premier principe de la thermodynamique s'écrit $\Delta U = 0 + 0 = 0$ donc l'énergie interne ne varie pas.

3. a. La température du gaz augmente, alors que son volume reste constant, donc sa pression augmente.

b. La deuxième loi de Newton appliquée au piston soumis aux deux forces pressantes prouve que le piston se déplace vers la droite.

55 a. $I = \frac{E}{R_{\text{élec}}}$

b. $P_{\text{Joule}} = E \times I = E \times \frac{E}{R_{\text{élec}}} = \frac{E^2}{R_{\text{élec}}}$

c. C'est une conséquence du bilan thermique sur le barreau.

d. La surface de contact entre le barreau et le fluide est formée des deux faces en forme de disque et de la surface latérale, son aire vaut donc :

$$S = 2\pi b^2 + 2\pi bL$$

Or L est très grand devant b donc $S \approx 2\pi bL$.

On en déduit : $P_{\text{th,cc}} = h \times 2\pi bL(T_{\text{éq}} - T_\infty)$

À l'équilibre thermique : $P_{\text{Joule}} = P_{\text{th,cc}}$

$$\text{soit : } \frac{\gamma\pi b^2 E^2}{L} = h \times 2\pi bL(T_{\text{éq}} - T_\infty)$$

$$\text{soit encore : } T_{\text{éq}} - T_\infty = \frac{\gamma b E^2}{2hL^2} \quad \text{donc } \beta = \frac{\gamma b E^2}{2h}$$

e. On a $T'_{\text{éq}} - T_\infty = \frac{\beta}{L'^2}$. En divisant les égalités

$$\text{membre à membre, on obtient } \frac{T_{\text{éq}} - T_\infty}{T'_{\text{éq}} - T_\infty} = \frac{L'^2}{L^2} = \frac{4}{9}$$

$$\text{donc } T'_{\text{éq}} - T_\infty = \frac{9}{4} \times (T_{\text{éq}} - T_\infty) = 9 \text{ K}$$

$$\text{donc } T'_{\text{éq}} = 299 \text{ K.}$$

f. Le barreau cède de l'énergie thermique à l'eau.

56 1. a. $x(t) = v_0 t$

b. Le volume de la particule vaut $\ell \times \pi a^2$, sa masse $\rho \ell \times \pi a^2$ et sa capacité thermique $C = \rho \ell c \pi a^2$.

c. Pendant la durée Δt , le bilan thermique pour la particule s'écrit :

$$C \times (\theta(t + \Delta t) - \theta(t)) = \ell h \times 2\pi a(\theta_{\text{th}} - \theta(t)) \times \Delta t$$

soit, en divisant par Δt :

$$C \times \frac{\theta(t + \Delta t) - \theta(t)}{\Delta t} = \ell h \times 2\pi a(\theta_{\text{th}} - \theta(t))$$

En faisant tendre Δt vers 0, on reconnaît à gauche la dérivée de la fonction $\theta(t)$ et, en remplaçant C par

$$\text{son expression : } \rho \ell c \pi a^2 \times \frac{d\theta}{dt}(t) = \ell h \times 2\pi a(\theta_{\text{th}} - \theta(t))$$

$$\text{soit } \frac{d\theta}{dt}(t) + \frac{2h}{\rho ca} \theta(t) = \frac{2h}{\rho ca} \theta_{\text{th}}.$$

$$\text{Le temps caractéristique vaut donc } \tau = \frac{\rho ca}{2h} = 29,4 \text{ s.}$$

d. En utilisant le résultat de la question 1a, $L_1 = v_0 \times 5\tau$

$$\text{donc } v_0 = \frac{L_1}{5\tau} = 1,4 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}.$$

2. a. • La quantité $v_0 \pi a^2$ est le volume de liquide qui passe à travers une section de la canalisation par seconde, c'est le débit volumique de liquide dans la canalisation.

- La quantité $\rho v_0 \pi a^2$ est la masse de liquide qui passe à travers une section de la canalisation par seconde, c'est le débit massique.

- La quantité $\rho v_0 \pi a^2 c$ est la capacité thermique du liquide correspondant.

b. Le bilan thermique pour l'eau du chauffe-eau s'écrit : $m_{\text{e}} c_{\text{eau}}(\theta_f - \theta_i) = \delta \rho v_0 \pi a^2 c \times \Delta t$

$$\text{donc } \Delta t = \frac{m_{\text{e}} c_{\text{eau}}(\theta_f - \theta_i)}{\delta \rho v_0 \pi a^2 c} = 1\ 080 \text{ s}$$

soit environ 18 min.

Exercice 57 corrigé à l'adresse hatier-clic.fr/pct452

58 1. Par analogie avec la loi du transfert conductif :

$$R_{cc} = \frac{1}{hS}$$

2.1. Les fibres forment un réseau labyrinthique qui bloque les mouvements de l'air. De plus, la conduction thermique par conduction le long de ces fibres est très difficile car leur section est très petite, et le chemin très long. On peut donc assimiler cette couche à une couche d'air immobile.

2.2. On exprime le quotient $\frac{R_{cd}}{R_{cc}} = \frac{\frac{e}{\frac{1}{hS}}}{\frac{1}{hS}} = \frac{eh}{\lambda}$ et ce rapport est supérieur à 100 si $e > \frac{100\lambda}{h} = 0,25 \text{ cm}$.

2.3. Quand les êtres humains étaient beaucoup plus poilus, l'horripilation provoquait le développement d'une couche de fourrure d'épaisseur importante, formant ainsi une couche thermiquement isolante.

3.1. Il faut éviter l'écrasement de la cavité à cause de la pression extérieure sur les vitres, qui pourrait les faire se toucher ou se briser.

De plus, on choisit un gaz inerte pour éviter la formation de condensation de la vapeur d'eau.

3.2. L'énergie thermique traverse une couche simple de verre dans le cas de la fenêtre simple vitrage.

Dans le cas de la fenêtre double-vitrage, elle traverse une couche de verre, puis une couche d'air immobile à cause de la très faible épaisseur de la cavité, empêchant les mouvements de convection du gaz, puis une seconde couche de verre.

$$3.3. \frac{R_2}{R_1} = \frac{0,12875}{1,875 \times 10^{-3}} = 69$$

3.4. La puissance thermique perdue doit être compensée par le système de chauffage. On a donc :

$$Q_1 = \frac{\theta_i - \theta_e}{R_1} \times \Delta t = 1,1 \times 10^9 \text{ J}$$

$$Q_2 = \frac{\theta_i - \theta_e}{R_2} \times \Delta t = 1,6 \times 10^7 \text{ J}$$

ce qui est parfaitement en accord avec les valeurs mesurées.

$$59 \quad 1.1. P_{th} = RI^2 = 12,3 \text{ W}$$

$$1.2. Q = P_{th} \times \Delta t = 22,1 \text{ kJ}$$

1.3. Le bilan thermique pour le système s'écrit :

$$(C_0 + mc)(\theta_1 - \theta_0) = Q$$

$$\text{donc } c = \frac{\frac{Q}{(\theta_1 - \theta_0)} - C_0}{m} = 4,66 \text{ kJ} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}.$$

2.1. La valeur de c est surestimée, l'énergie thermique reçue par le système est donc inférieure à l'énergie fournie par effet Joule, une partie a été cédée à l'extérieur par fuite thermique à travers les parois de l'enceinte.

2.2. En appliquant la loi de la résistance thermique, on a $-P_{fuite} = \frac{\theta_i - \theta_a}{R_{th}}$. En appliquant le premier principe de la thermodynamique au système vase-eau, on peut écrire : $(C_0 + mc) \times \Delta T = -P_{fuite} \times \Delta t'$

$$\text{donc } R_{th} = \frac{(\theta_i - \theta_a)\Delta t'}{(C_0 + mc)\Delta T} = 135 \text{ K} \cdot \text{W}^{-1}.$$

3.1. Pendant la première moitié de l'expérience, le système est plus froid que l'air extérieur, et pendant la seconde moitié, il est plus chaud. De plus, les écarts de température sont presque symétriques (14 degrés de moins au début, 16 de plus à la fin), on peut donc estimer que les pertes et les gains d'énergie thermique échangée avec l'air extérieur se compensent exactement.

3.2. En reprenant l'expression littérale obtenue à la

$$\text{question 1, on a : } c = \frac{\frac{Q}{(\theta'_1 - \theta'_0)} - C_0}{m} = 4,11 \text{ kJ} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$$

ce qui est en très bon accord avec la valeur tabulée.

60 1. La puissance incidente sur les héliostats vaut : $P_i = 63 \times 45 \times 720 = 2,04 \text{ MW}$

La puissance réfléchie vers le concentrateur vaut :

$$P_r = 0,70 \times P_i = 1,43 \text{ MW}$$

La puissance qu'il réfléchit à son tour vers le foyer vaut : $P = 0,70 \times P_r = 1,00 \text{ MW}$

$$2.1. m = \rho \times \pi \left(\frac{D}{2} \right)^2 e = 9,0 \text{ kg}$$

2.2. Le bilan thermique pour l'échauffement de la plaque jusqu'à sa température de fusion s'écrit :

$$Q = mc(\theta_f - \theta_i) = 6,1 \text{ MJ}$$

$$2.3. Q' = m \times \ell_f = 2,25 \text{ MJ}$$

2.4. L'énergie thermique totale de percement du trou vaut $Q + Q' = 2,26 \text{ GJ}$ donc $\Delta t = \frac{Q + Q'}{P} = 8,4 \text{ s}$.

Cette valeur est environ 10 fois plus faible que la valeur expérimentale.

Voici quelques explications possibles :

- le disque a réfléchi une partie du rayonnement ;
- une partie de l'acier liquide a atteint la température de vaporisation, puis s'est vaporisé, ce qui est très coûteux en énergie thermique ;
- des pertes par transfert conducto-convectif avec l'air ambiant ont dissipé une partie de l'énergie thermique.

16. Caractériser les phénomènes ondulatoires

Activités

p. 460 à 465

① Atténuation acoustique

1. a. Exemple de tableau de mesures pour les différents matériaux :

Atténuation en dB en fonction de la fréquence en Hz et de la nature du matériau

f (en Hz)	125	250	500	1 000	2 000	4 000
Bois	-9	-9	-14	-14,5	-2	-2
Liège	-5	-5,5	-6	-7	-1	-2
Polystyrène	-1	-1,5	-2	-0,5	0	0
PVC	-5	-5	-7	-8	-1,5	-2

- b. On trace le graphique donnant A en fonction de f pour les différents matériaux.

c. Tous les matériaux présentent une atténuation des sons médium (entre 500 et 1 000 Hz). Les sons aigus sont très peu atténués.
Le bois est le matériau qui absorbe le mieux les sons, suivis du liège et du PVC.
Le polystyrène absorbe très peu les sons.

d. À 3 000 Hz, c'est le bois qui absorbe le mieux les sons (-2 dB).

2. a. On doit constater une atténuation qui décroît avec la distance.

b. On trace le graphique de U_m en fonction de d .

c. On doit avoir une décroissance en $U_m = \frac{K}{d^2}$.
La relation n'est pas affine.

Bilan

- L'atténuation sonore est $A = L - L'$, exprimée en décibels (dB).
 - L'atténuation d'un signal dépend de la distance, de la fréquence et des matériaux traversés.
 - Plus la distance est grande, plus l'aire de la surface sur laquelle le son se répartit est grande, plus l'intensité sonore perçue est petite, plus l'atténuation est grande.

② Diffraction et mesure du diamètre d'un cheveu

1. a. Une fente verticale donne une figure de diffraction horizontale.
b. Un cheveu orienté verticalement se comporte comme une fente et donne une figure diffraction horizontale.



- c. Une fente horizontale donne une figure de diffraction verticale.



- d. Un trou circulaire donne une tâche d'Airy, cercles concentriques alternativement brillants et sombres.



2. a. On réalise le protocole.
 b. Dans le triangle rectangle qui relie le centre de la fente, celui de la tache centrale et le bord de cette tache, on a : $\tan \theta = \frac{\ell}{2D}$ d'où $\theta = \frac{\ell}{2D}$
 c. Voici un exemple de tableau de mesures :

c. Voir un exemple de tableau de mesures :				
$\ell (\times 10^{-2} \text{ m})$	12,5	7,5	5,4	3,8
$\theta (\times 10^{-3} \text{ rad})$	20,8	12,0	9,0	6,3
a (en μm)	30	50	70	100
$\frac{1}{a} (\times 10^4 \text{ m}^{-1})$	3,3	2,0	1,4	1,0
				0,67

- d. On observe l'alignement des points avec l'origine.
 La courbe obtenue est une fonction linéaire de la forme $\theta = k \times \frac{1}{a}$.
 Par analyse dimensionnelle, le coefficient k s'exprime en m et est homogène à une distance.

e. $k = \frac{12,5 \times 10^{-3} - 0}{2,0 \times 10^4 - 0} = 6,25 \times 10^{-7} \text{ m} = 625 \times 10^{-9} \text{ m}$

$k = 625 \text{ nm}$ proche de 633 nm, valeur de la longueur d'onde.

On en déduit que $\lambda = k$ et donc $\theta = \frac{\pi}{2}$.

3. a. Pour le cheveu, on trouve par exemple $\ell = 4,5 \text{ cm}$

b. Pour déterminer d, on calcule :

$$\theta = \frac{\ell}{2D} = \frac{4,5 \times 10^{-2}}{2 \times 3} = 7,5 \times 10^{-3} \text{ rad}$$

On reporte la valeur de θ en ordonnées sur la droite d'étalonnage et on trouve $\frac{1}{\theta} = 1.2 \times 10^4 \text{ m}^{-1}$.

$$a = \frac{1}{12 \times 10^4} = 8,3 \times 10^{-5} \text{ m} = 83 \text{ } \mu\text{m}$$

Incertitude sur le diamètre du cheveu :

$$u(d) = d \sqrt{\left(\frac{u(\ell)}{\ell}\right)^2 + \left(\frac{u(D)}{D}\right)^2}$$

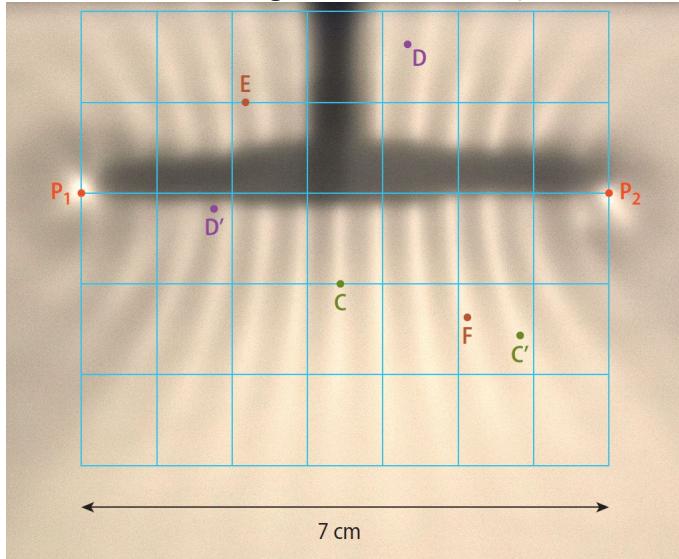
$$u(d) = 83 \sqrt{\left(\frac{1}{45}\right)^2 + \left(\frac{0,002}{3}\right)^2} = 83 \times 0,022 = 2 \mu\text{m}$$

Bilan

- $\theta = \frac{\lambda}{a}$ avec a et λ en mètres et θ en radians.
 - $\ell = \frac{2\lambda D}{a}$ donc si la largeur de la pupille diminue, la largeur de la tache augmente.
 - Un obstacle et une ouverture donnent la même figure de diffraction. La figure de diffraction a la même forme que la fente qui lui a donné naissance et elle est perpendiculaire à celle-ci.

③ Interférences dans une cuve à ondes

1. a. On a l'équivalent d'une lentille divergente à l'instant t_1 et convergente à l'instant t_2 .
 - b. En C, la zone est brillante pendant la moitié du temps. En D et E, ce n'est jamais le cas.
 2. Entre deux traits blancs sur l'axe P_1 et P_2 , on a une demi-longueur d'onde.
- On observe 14 demi-longueurs entre les deux points donc $\lambda = 1,0 \text{ cm}$.



a. $P_1C = P_2C = 3,6 \text{ cm}$ donc $\delta_C = 0 \text{ cm}$ et $\frac{\delta_C}{\lambda} = 0$ qui est bien un entier relatif.

$P_1C' = 6,0 \text{ cm}$ et $P_2C' = 2,0 \text{ cm}$ donc $\delta_{C'} = -4,0 \text{ cm}$ et $\frac{\delta_{C'}}{\lambda} = -2$ qui est bien un entier relatif.

$P_1D = 4,6 \text{ cm}$ et $P_2D = 3,1 \text{ cm}$ donc $\delta_D = 1,5 \text{ cm}$ et $\frac{\delta_D}{\lambda} = -1,5$ qui est bien un demi-entier.

$P_1D' = 1,7 \text{ cm}$ et $P_2D' = 5,2 \text{ cm}$ donc $\delta_{D'} = 3,5 \text{ cm}$ et $\frac{\delta_{D'}}{\lambda} = 3,5$ qui est bien un demi-entier relatif.

b. On a $\frac{\delta_E}{\lambda} = 2,5$, demi-entier et on vérifie que E est sur une zone sombre, où il y a interférence destructive.

On a $\frac{\delta_F}{\lambda} = -3$, entier et on vérifie que F est sur une zone brillante, où il y a interférence constructive.

Bilan

- Interférence constructive : $\delta = k\lambda$, k entier relatif.
- Interférence destructive : $\delta = \left(k + \frac{1}{2}\right)\lambda$, k entier relatif.

④ Interférences lumineuses

1. Réalisation du protocole. Il faut mesurer la distance pour plusieurs interfranges et diviser par le nombre mesuré.
2. Quand λ et D augmentent, l'interfrange augmente et quand b augmente, i diminue.

3. C'est cohérent avec la relation $i = \frac{\lambda D}{b}$ qui est bien homogène et qui est une fonction croissante de λ , une fonction croissante de D et une fonction décroissante de b .

4. On réalise un tableau de mesures

b			
1			
$\frac{1}{b}$			
i			

La courbe est une droite qui modélise une fonction linéaire, on calcule le coefficient directeur k .

5. On vérifie que $k \approx \lambda D$ et on valide la relation.

Bilan

- Relation $i = \frac{\lambda D}{b}$: les trois grandeurs sont exprimées en mètres (m).
- Grâce à un laser de référence dont on connaît la longueur d'onde, on mesure l'interfrange et on en déduit la distance b entre les fentes. Avec le laser inconnu, et la même bifente, on mesure l'interfrange et on en déduit λ .

⑤ Effet Doppler

1. a. Voici un exemple de tableau :

Δt (en s)	1,940	2,440	2,840	3,690
Δf (en Hz)	17,40	14,97	12,53	9,45
v_E (en $m \cdot s^{-1}$)	0,1546	0,1230	0,1056	0,0813

b. On trace le graphique et on obtient ici $k = 8,57 \text{ mm}$.

On a $\frac{c}{f_r} = \frac{340}{40\ 000} = 8,50 \text{ mm}$. Les valeurs sont proches.

D'après la question précédente :

$$v_E = k \times \Delta f = \frac{c}{f_r} \times \Delta f = c \times \frac{f_R - f_E}{f_R}$$

2. a. Exemple de mesures :

$$D = 30 \text{ cm} \quad \Delta f = 26,2 \text{ Hz} \quad \Delta t = 2,62 \text{ s}$$

$$\text{donc } v_{\text{mes}} = \frac{d}{\Delta t} = \frac{0,30}{2,62} = 0,11 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}.$$

$$\text{b. Par le calcul : } v = \frac{c \times \Delta f}{2 \times f_E} = \frac{340 \times 26,2}{2 \times 40\ 000} = 0,11 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

qui est identique à $v_{\text{mes}} = 0,11 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

Bilan

- On inverse la relation : $f_R = \frac{c}{c - v_E} f_E > f_E$

- À l'éloignement, on change le signe devant v_E :

$$f_R = \frac{c}{c + v_E} f_E$$

⑥ L'effet Doppler-Fizeau

1. La sirène d'une ambulance en mouvement : le son perçu se modifie quand elle s'approche et s'éloigne. Si elle s'éloigne le son est plus grave, sa fréquence diminue car sa longueur d'onde augmente. C'est donc cohérent.

2. La raie d'hydrogène de la galaxie a une longueur d'onde supérieure à celle mesurée sur Terre : la galaxie s'éloigne.

3. D'après le doc. 3, la vitesse est proportionnelle à la distance.

$$4. H_0 = \frac{26\ 500}{400} = 66,3 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{Mpc}^{-1}$$

On en déduit $\frac{1}{H_0} = 4,66 \times 10^{17} \text{ s}$ et, en divisant par

$$365,25 \times 24 \times 3\ 600 : \frac{1}{H_0} = 14,8 \text{ milliards d'années.}$$

5. À la date t , un éclat qui vole à la vitesse v a parcouru la distance $d = vt$ donc $\frac{d}{v}$ est indépendant de l'éclat et est égal à la date mesurée depuis l'explosion initiale. $\frac{1}{H_0}$ est donc l'âge de l'univers depuis le big bang.

Bilan

- C'est la relation de Doppler : $\lambda_R = \lambda_E \left(1 + \frac{v}{c}\right)$

- La vitesse de la voiture est tellement petite devant la vitesse de la lumière que le décalage Doppler-Fizeau est imperceptible.

Exercices

Exercices 1 à 24 corrigés à la fin du manuel de l'élève.

Exercices 25 à 27 corrigés dans le manuel de l'élève.

Exercice 28 corrigé à la fin du manuel de l'élève.

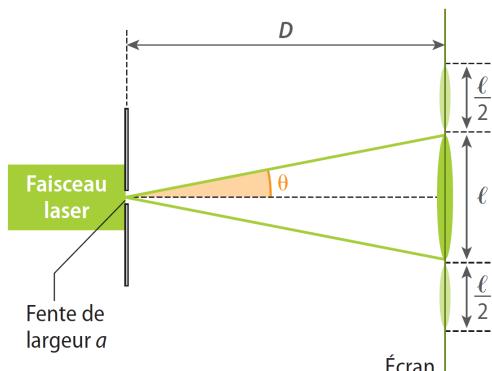
29 $I = I_0 \times 10^{L/10} = 1,0 \times 10^{-12} \times 10^{75/10}$
 $I = 3,2 \times 10^{-5} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$

Exercice 30 corrigé à la fin du manuel de l'élève.

31 $A = L - L' = 10 \log \left(\frac{I}{I_0} \right) - 10 \log \left(\frac{I'}{I_0} \right)$
 $A = 109 - 94 = 15 \text{ dB}$

Exercice 32 corrigé à la fin du manuel de l'élève.

33 a.



b. $\theta = \frac{\lambda}{a} = \frac{532 \times 10^{-9}}{40 \times 10^{-6}} = 1,33 \times 10^{-2} \text{ rad}$

34 $\theta = \frac{\lambda}{a} = \frac{d}{2D}$ donc le fil a un diamètre :

$$a = \frac{2\lambda D}{d} = \frac{2 \times 473 \times 10^{-9} \times 3,0}{3,8 \times 10^{-2}} = 7,5 \times 10^{-5} \text{ m}$$

$$a = 75 \times 10^{-6} \text{ m} = 75 \mu\text{m}$$

Exercice 35 corrigé à la fin du manuel de l'élève.

36 On utilise la formule $i = \frac{\lambda D}{b}$ avec $D = 4,0\text{ m}$

Longueur d'onde	632,8 nm	589 nm	$4,75 \times 10^{-7}\text{ m} = 475\text{ nm}$
Écart entre les trous d'Young	100 µm	$3,0 \times 10^{-4}\text{ m}$	0,5 mm
Interfrange	$0,025\text{ m} = 2,5\text{ cm}$	7,9 mm	$3,8 \times 10^{-3}\text{ m}$

37 a. Figure du haut : bifentes d'Young

Figure du bas : trous d'Young.

b. Figure du haut : $i = 5\text{ mm}$

Figure du bas : $i = 0,4\text{ mm}$

c. Plus les ouvertures sont proches, plus i est grand, donc c'est dans le second cas qu'elles sont les plus proches.

Exercice 38 corrigé à la fin du manuel de l'élève.

39 $v = c_{\text{son}} \left(1 - \frac{f_E}{f_R}\right) = 340 \times \left(1 - \frac{300}{315}\right)$
 $v = 16,2\text{ m}\cdot\text{s}^{-1} = 58,3\text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$

40 $v = \frac{c\delta f}{f_E} = 1,3 \times 10^7\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$

Exercice 41 corrigé à la fin du manuel de l'élève.

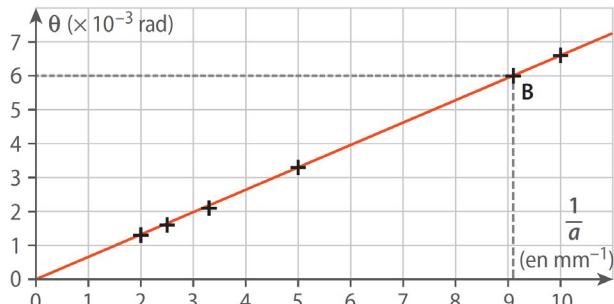
- 42 a. $I = I_0 \times 10^{L/10} = 1,0 \times 10^{-12} \times 10^{115/10}$
 $I = 0,316\text{ W}\cdot\text{m}^{-2}$
- b. On peut assister à seulement 28 s de concert !
c. $115 - 30 = 85\text{ dB}$, on est en dessous du seuil de danger.

Exercice 43 corrigé à la fin du manuel de l'élève.

44 $\theta = \frac{\lambda}{a}$
donc $a = \frac{\lambda}{\theta} = \frac{632 \times 10^{-9}}{7,00 \times 10^{-3}} = 9,03 \times 10^{-5}\text{ m} = 90,3\text{ µm}$

45 a. On complète le tableau et on trace le graphique.

a (en mm)	0,10	0,20	0,30	0,40	0,50
$\theta (\times 10^{-3}\text{ rad})$	6,6	3,3	2,1	1,6	1,3
$\frac{1}{a} (\text{en m}^{-1})$	$1,0 \times 10^4$	$5,0 \times 10^3$	$3,3 \times 10^3$	$2,5 \times 10^3$	$2,0 \times 10^3$



b. La courbe obtenue est une droite passant par l'origine ce qui montre que θ est proportionnel à $\frac{1}{a}$.

On a donc $\theta = k \times \frac{1}{a}$, k étant le coefficient directeur de la droite-modèle.

c. $k = \frac{y_B - y_0}{x_B - x_0} = \frac{6,6 \times 10^{-3}}{9,1 \times 10^{-3}}$
 $k = 6,6 \times 10^{-7}\text{ m} = 6,6 \times 10^2\text{ nm}$

Comme $\theta = k \times \frac{1}{a}$, alors $a = \frac{k}{\theta} = \frac{6,6 \times 10^{-7}}{2,5 \times 10^{-3}}$

$a = 2,6 \times 10^{-4}\text{ m} = 0,26 \times 10^{-3}\text{ m} = 0,26\text{ mm}$

d. Écart relatif = $\frac{|0,26 - 0,25|}{0,25} = 0,040 = 4,0\%$

Les résultats sont bien cohérents, cette technique de mesure de l'épaisseur est assez fiable.

46 a. La longueur d'onde émise par le laser vert est inférieure à celle émise par le laser rouge. La largeur de la tache centrale est proportionnelle à la longueur d'onde qui diminue donc elle diminue.

b. La largeur de la tache centrale est proportionnelle à la distance D donc elle augmente.

c. La largeur de la tache centrale est inversement proportionnelle à la largeur de la fente. Si la largeur de la fente diminue, alors la largeur de la tache centrale augmente.

47 On peut éliminer $i = \frac{\lambda D}{b}$ qui est homogène à une surface et $i = \frac{D}{b}$ qui est sans unité. Comme i est proportionnel à D et λ , ils sont donc au numérateur et b est au dénominateur soit $i = \frac{\lambda D}{b}$.

48 La différence de marche entre les ondes synchrones issues des deux haut-parleurs vaut : $\delta = H_1O - H_2O = 1\text{ m}$

Or la longueur d'onde vaut $\lambda = \frac{c}{f} = 2,0\text{ m}$ donc $\frac{\delta}{\lambda} = 0,5$ qui est un demi-entier. Il y a donc interférences destructives et on ne perçoit aucun son.

49 a. L'angle θ est l'écart angulaire.

b. $\theta = \frac{\lambda}{a}$ avec a et λ en mètres et θ en radians.

c. $\tan \theta \approx \theta = \frac{\ell}{2D}$

d. $a = \frac{2\lambda D}{\ell}$

e. $d = \frac{2\lambda D}{\ell} = \frac{2 \times 632,8 \times 10^{-9} \times 5,00}{5,4 \times 10^{-2}} = 1,17 \times 10^{-4}\text{ m}$

$u(d) = 1,17 \times 10^{-4} \times \sqrt{\left(\frac{0,1}{5,4}\right)^2 + \left(\frac{0,02}{5,00}\right)^2} = 2 \times 10^{-6}\text{ m}$

donc $d = (1,17 \pm 0,02) \times 10^{-4}\text{ m}$.

50 a. Les sources doivent être synchrones, ce qui n'est possible qu'en divisant un faisceau laser en deux.

b. La formule $i = \frac{\lambda D}{b}$ fait apparaître la distance b entre les fentes mais pas leur largeur.

c. C'est parce qu'il y a diffraction au niveau de chaque fente que sur une certaine largeur de l'écran interfèrent les lumières issues des deux fentes.

51 a. $i = \frac{\lambda D}{b} = \frac{520 \times 10^{-9} \times 2,50}{300 \times 10^{-6}} = 4,33 \times 10^{-3} \text{ m}$
 $i = 4,33 \text{ mm}$

b. La largeur de la figure de diffraction est :

$$\ell = \frac{2\lambda D}{a} = \frac{2 \times 520 \times 10^{-9} \times 2,50}{60 \times 10^{-6}} = 0,043 \text{ m} = 4,3 \text{ cm}$$

c. On divise : $\frac{\ell}{i} = 9,9$

donc on observe 9 (presque 10) franges.

52 a. Le bip se déplace verticalement vers le haut à la vitesse c_{son} donc $z_1(t) = c_{\text{son}}t$.

b. Au point de rencontre, le bip et le parachutiste sont à la même altitude.

En résolvant $D - vt = c_{\text{son}}t$, on obtient $t_1 = \frac{D}{c_{\text{son}} + v}$.

c. À la date t , le deuxième bip voyage depuis $(t - T_E)$ à la vitesse c_{son} donc $z_2(t) = c_{\text{son}}(t - T_E)$. En résolvant

$D - vt = c_{\text{son}}(t - T_E)$, on obtient $t_2 = \frac{D + c_{\text{son}}T_E}{c_{\text{son}} + v}$.

d. À la date t , le k -ième bip voyage depuis $(t - kT_E)$ à la vitesse c_{son} donc $z_k(t) = c_{\text{son}}(t - kT_E)$. En résolvant

$D - vt = c_{\text{son}}(t - kT_E)$, on obtient $t_k = \frac{D + c_{\text{son}} + kT_E}{c_{\text{son}} + v}$.

e. $T_R = \frac{c_{\text{son}}}{c_{\text{son}} + v} T_E$

et $f_R = \frac{c_{\text{son}} + v}{c_{\text{son}}} f_E = \frac{340 + \frac{150}{3,6}}{340} \times 115 = 129 \text{ Hz}$

f. $f_R > f_E$, il y a bien mouvement relatif d'approchement.

53 a. $f_R < f_E$, la fréquence reçue est inférieure à la fréquence émise. Cela correspond à un éloignement.

b. Comme $\frac{\delta f}{f_E} = 1,47 \times 10^{-2}$, on a :

$$v = c \frac{\delta f}{f_E} = 340 \times (1,47 \times 10^{-2}) = 5,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

54 a. $\frac{c}{c + v} < 1$ donc $f_R < f_E$.

b. La fréquence diminue donc la longueur d'onde augmente et $\lambda_R > \lambda_E$.

c. La valeur de la longueur d'onde augmente, elle se décale vers les grandes longueurs d'onde, c'est-à-dire le rouge, d'où le terme de redshift.

55 a. C'est l'effet Doppler.

$$b. v = c_{\text{son}} \left(1 - \frac{f_E}{f_R}\right) = 340 \times \left(1 - \frac{440}{466}\right) = 19 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

c. Quand le train se déplace, la fréquence apparente est plus petite que celle du *la*.

56 a. $v = \frac{f_{\text{r,ap}} - f_E}{f_E} c = 41,6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} = 150 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$.

La moto est en infraction.

b. On entre les valeurs de v et de f_E et on vérifie que $f_{\text{r,ap}} = 440 \text{ Hz}$.

c. On entre les valeurs de v et de f_E et on obtient $f_{\text{r,ap}} = 344 \text{ Hz}$. En musique, diminuer la hauteur d'un son revient à diviser sa fréquence par la racine douzième de 2, soit 1,0595. En partant du *fa* # de fréquence 392 Hz, on obtient que le *fa* a pour fréquence 370 Hz, le *mi* 349 Hz. On entend donc un *mi* un peu grave.

57 a. Les taches d'Airy se superposent et on ne peut pas distinguer les deux étoiles.
b. Il faut augmenter le diamètre du miroir.

58 a. À 4,0 kHz, sans implant, Francis reçoit le son avec une perte de 80 dB donc avec un niveau d'intensité sonore $L = 100 \text{ dB} - 80 \text{ dB} = 20 \text{ dB}$. Avec implant, il reçoit le son avec une perte de 55 dB donc avec un niveau d'intensité sonore :

$$L_{\text{implant}} = 100 \text{ dB} - 55 \text{ dB} = 45 \text{ dB}$$

b. Calcul de l'intensité sonore : $I = I_0 \times 10^{L/10}$

$$\text{Sans implant : } I = 1,0 \times 10^{-12} \times 10^{20/10}$$

$$I = 1,0 \times 10^{-10} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$$

$$\text{Avec implant : } I_{\text{implant}} = 1,0 \times 10^{-12} \times 10^{45/10}$$

$$I_{\text{implant}} = 3,2 \times 10^{-8} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$$

59 a. $\lambda = \frac{v}{f} = \frac{336}{1\,600} = 0,210 \text{ m} = 21,0 \text{ cm}$

b. On a $H_1M = x$ et $H_2M = d - x$
donc $\delta = d - x - x = d - 2x$.

c. Les interférences sont constructives si :
 $\delta = k\lambda = 0,21k$ (avec k entier relatif).

Les interférences sont destructives si :

$$\delta = \left(k + \frac{1}{2}\right)\lambda = 0,21\left(k + \frac{1}{2}\right) \text{ (avec } k \text{ entier relatif).}$$

d. • Pour $x = 39 \text{ cm}$, on calcule $\delta = 0,42 \text{ m} = 0,21k$ avec $k = 2$ qui est entier. On est dans le cas d'interférences constructives et le signal est donc à une amplitude maximale.

• Pour $x = 86,25 \text{ cm}$, $\delta = -0,525 \text{ m} = 0,21k$ avec $k = -2,5$ qui est demi-entier, il y a interférences destructives.

• Pour $x = 63,5 \text{ cm}$, $\delta = -0,07 \text{ m} = 0,21k$ avec $k = -0,33$ qui n'est ni entier ni demi-entier, il n'y a donc pas interférence constructive ni destructive.

• Pour $x = 107 \text{ cm}$, $\delta = -0,94 \text{ m} = 0,21k$ avec $k \approx -4,5$ qui est demi-entier, il y a interférences (presque) destructives.

60 a. Télécharger le programme *superpo_corrige.py* accessible via le manuel numérique **enseignant**.

```
# début des lignes à modifier
abscisse=float(input('x = '))
delta=abscisse-(1.20-abscisse)
# fin des lignes à modifier
```

b. On entre la valeur de x et on voit si la courbe rouge a une amplitude double (interférences constructives) ou nulle (destructives).

61 a. On a $\sin \alpha \approx \alpha = \frac{\lambda}{a}$ et $\tan \alpha \approx \alpha = \frac{L}{D}$.

On en déduit que $\frac{\lambda}{a} = \frac{L}{D}$ soit $L = \frac{\lambda D}{a}$.

b. On a $\lambda_{\text{rouge}} > \lambda_{\text{bleu}}$ donc $L_{\text{rouge}} > L_{\text{bleue}}$.

Les franges rouges seront plus décalées par rapport à la tache centrale que les franges bleues. En partant du centre, on verra d'abord les franges bleues, puis les rouges.

62 La lumière blanche est polychromatique. Au centre de la tache centrale, on observe du blanc, par superposition de toutes les taches centrales brillantes pour chaque radiation.

Comme la largeur de la tache est proportionnelle à la longueur d'onde, la tache la plus étroite est la violette et sur les bords de la tache blanche, on a disparition du violet, puis du bleu, du vert, du rouge. Cela explique l'irisation, ou iridescence, par décomposition de la lumière blanche.

63 a. Le maillage est carré, donc la figure est invariante quand on échange les axes x et y .

b. $i = \frac{d}{10}$ d'où $i = (5,8 \pm 0,1)$ mm.

c. $b = \frac{\lambda D}{i} = \frac{632,8 \times 10^{-9} \times 4,00}{5,8 \times 10^{-3}} = 4,36 \times 10^{-4}$ m

$$u(b) = 4,36 \times 10^{-4} \times \sqrt{\left(\frac{0,01}{4,00}\right)^2 + \left(\frac{0,1}{5,8}\right)^2} = 8 \times 10^{-6}$$
 m

$b = (436 \pm 8) \times 10^{-6}$ m

d. La figure serait, à l'inverse, formée de points deux fois plus espacés verticalement qu'horizontalement.

64 a. C'est la diffraction.

b. $r = 1,22 \times \frac{550 \times 10^{-9} \times 19,4}{1,02} = 1,28 \times 10^{-5}$ m

c. $r' = 2 \times r = 2 \times 1,28 \times 10^{-5} = 2,56 \times 10^{-5}$ mm

Il faut doubler le diamètre de la lentille soit 2,04 m, ce qui n'est pas facilement réalisable.

d. Le rayon est une fonction croissante de la longueur d'onde, donc Bételgeuse donne une tache plus large que Rigel.

e. La tache d'Airy est blanche au centre. La plus petite étant la bleue et la plus grande la rouge, on aura d'abord la disparition de la couleur bleue, et la dernière couleur qui disparaîtra sera le rouge. Le centre est donc blanc, cerclé de la couleur complémentaire du bleu, c'est-à-dire le jaune, et le bord extérieur est rouge.

Exercice 65 corrigé à l'adresse hatier-clic.fr/pct484

66 1. La différence de chemin optique vaut :

$\delta = c \times \frac{T}{2} = \frac{\lambda}{2}$ donc il y a interférences destructives pour les faisceaux issus de l'étoile.

2. Le retard est la somme du retard réel et du retard artificiel $\frac{T}{2}$. On aura des interférences constructives si $\delta = ct'$ est un multiple entier de la longueur d'onde

donc si $ds \sin \alpha + c \times \frac{T}{2} = k\lambda$ soit $ds \sin \alpha = \left(k - \frac{1}{2}\right)\lambda$

où k est un entier naturel non nul.

3. En remplaçant $\sin \alpha$ par son expression, on trouve bien la condition donnée.

4. La plus petite valeur possible pour l'entier est

$$k = 1 \text{ donc } d = \frac{D\lambda}{2r} = 1,3 \text{ m.}$$

67 1. 1,0 cm sur le schéma correspondent à 1,0 m. Pour l'onde perçue lorsque l'hélicoptère est immobile, cinq longueurs d'onde soit $5\lambda_0$ correspondent à 21 mm sur le schéma donc à 2,1 m et $\lambda_0 = \frac{2,1}{5} = 0,42$ m.

Lorsque l'hélicoptère est en mouvement, de même,

$$\lambda' = \frac{1,75}{5} = 0,35 \text{ m.}$$

2. $c_{\text{son}} = \lambda_0 f_E = 0,42 \times 810 = 3,4 \times 10^2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

3. $f_R = \frac{c_{\text{son}}}{\lambda'} = \frac{3,4 \times 10^2}{0,35} = 9,7 \times 10^2 \text{ Hz}$

La fréquence augmente, ce qui signifie que l'hélicoptère s'approche.

4. La relation donnée par l'énoncé s'écrit :

$$\frac{1}{f_R} = \frac{1}{f_E} \left(1 - \frac{v}{c_{\text{son}}}\right) \text{ donc } (c_{\text{son}} - v)f_R = f_E$$

$$\text{donc } v = c_{\text{son}} \left(1 - \frac{f_E}{f_R}\right) = 56 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \text{ soit } v \approx 200 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}.$$

68 1.1. La lumière visible a une longueur d'onde comprise entre 400 et 800 nm soit un ordre de grandeur de 10^{-6} m. Le miroir, pour avoir un pouvoir diffractant, doit avoir une dimension comparable à la longueur d'onde, soit 10^{-6} m.

1.2. $\theta = \frac{\lambda}{a}$ avec θ en radians, λ et a en mètres.

1.3. L'écart angulaire est proportionnel à la longueur d'onde. La largeur de la tache centrale est proportionnelle à l'écart angulaire. Sur l'image, pour le vert, $L = 1,5$ cm et pour le rouge, $L = 1,8$ cm

d'où $\lambda_{\text{vert}} = \frac{1,5 \times 632,8}{1,8} = 5,3 \times 10^{-7}$ m.

2.1. Sur l'écran $6i = 9$ cm d'où $i = \frac{9}{6} = 1,5$ cm.

2.2. $b = \frac{\lambda D}{i} = \frac{632,8 \times 10^{-9} \times 1,74}{1,5 \times 10^{-2}} = 7,34 \times 10^{-5}$ m

$b = 73,4 \mu\text{m}$ ce qui est proche de 75 μm .

2.3. $N = \frac{6 \times 10^{-2} \times 11 \times 10^{-2}}{(75 \times 10^{-6})^2} = 1,2$ millions

17. Lunette astronomique

Activités

p. 492 et 493

① Réalisation d'une lunette astronomique

$$1. \text{ a. } f'_0 = \frac{1}{c_0} = 10,0 \text{ cm}$$

$$f'_1 = \frac{1}{c_1} = 50 \text{ cm}$$

$$f'_2 = \frac{1}{c_2} = 12,5 \text{ cm}$$

$$f'_3 = \frac{1}{c_3} = 10,0 \text{ cm}$$

b. Pour simuler l'objet à l'infini, il faut placer l'objet dans le plan focal objet de la lentille (L_0), donc à la distance $d_0 = f'_0 = 10,0 \text{ cm}$ de celle-ci (protocole 1). Pour simuler l'œil observant l'infini, il faut placer l'écran dans le plan focal image de la lentille (L_3), donc à distance $d_3 = f'_3 = 10,0 \text{ cm}$ de celle-ci. La lentille (L_1) forme une image A_1B_1 dans son plan focal image, donc à distance f'_1 de la lentille. Pour que A_1B_1 soit dans le plan focal objet de la lentille (L_2), il doit être placé à distance f'_2 de cette lentille. Ainsi, la distance d entre ces deux lentilles est $d = f'_1 + f'_2$.

2. L'image définitive est telle que $A'B' = AB \frac{f'_3}{f'_0}$ soit, avec les valeurs suggérées ici, $A'B' = AB$ (dépendant de la taille de l'objet initial). L'image est renversée par rapport à l'objet initial.

3. a. L'image intermédiaire est bien dans le plan focal image de l'objectif et le plan focal objet de l'oculaire : $O_1A_1 = f'_1$ et $A_1O_2 = f'_2$.

b. La taille de l'image définitive est cette fois-ci

$$A'B' = AB \frac{f'_3 f'_1}{f'_0 f'_2} \text{ soit, avec les valeurs proposées, } A'B' = 4,0 AB.$$

L'image est dans le même sens que l'objet initial, donc renversée par rapport à l'image sans la lunette.

c. Le grossissement G de la lunette peut être calculé comme le quotient de la taille de l'image avec la lunette par la taille de l'image sans la lunette. On obtient avec un montage fait avec les valeurs suggérées ici $G = 4,0$.

$$d. G = \frac{c_2}{c_1} = 4,0 \text{ avec les valeurs théoriques.}$$

En général, le résultat expérimental est proche à 10 % près de la valeur théorique.

e. On observe bien l'objet grossi et renversé.

Bilan

• Schéma sans la lunette

Échelles :

$\frac{1}{10}$ pour les longueurs longitudinales

$\frac{1}{5}$ pour les distances transversales

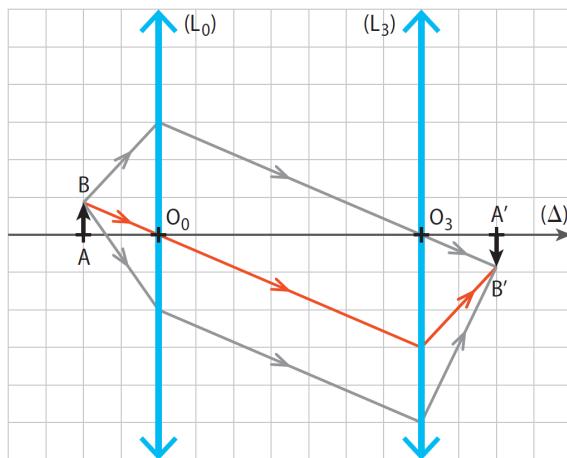
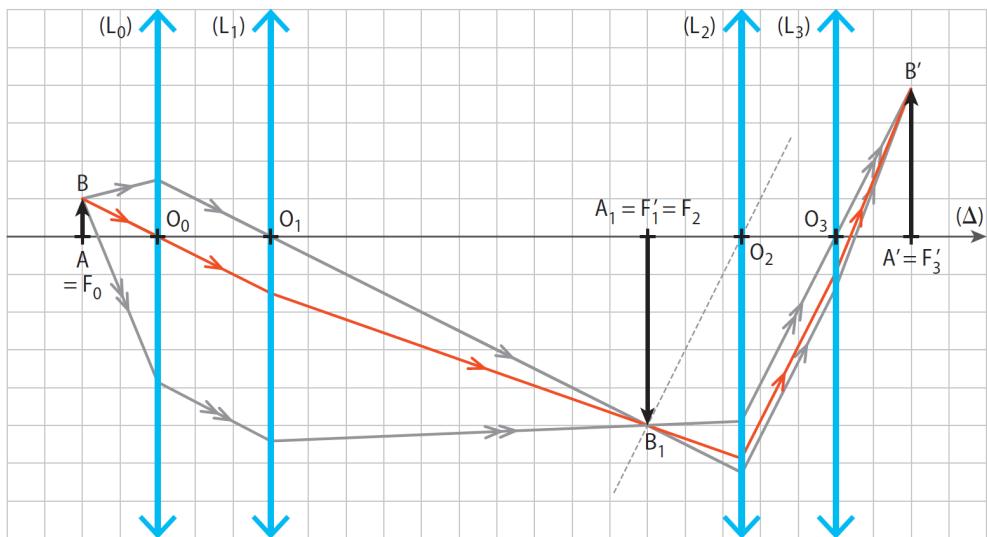


Schéma avec la lunette

Échelles :

$\frac{1}{10}$ pour les longueurs longitudinales

$\frac{1}{5}$ pour les distances transversales



② Lunettes astronomiques commerciales

1. Pour la lunette du modèle 1, les grossissements possibles sont $\frac{600}{20} = 30$, $\frac{600}{12} = 50$ et $\frac{600}{4} = 150$ (sans tenir compte des chiffres significatifs).

Pour la lunette du modèle 2, l'unique grossissement possible est $\frac{1\,000}{25} = 40$.

2. a. Avec les oculaires du doc. 2, on obtiendrait les grossissements :

$$\begin{array}{lll} \frac{1\,000}{6} = 167 & \frac{1\,000}{9} = 111 & \frac{1\,000}{12,5} = 80 \\ \frac{1\,000}{18} = 56 & \frac{1\,000}{25} = 40 & \frac{1\,000}{32} = 31 \end{array}$$

b. Les tailles différentes viennent du fait que, quelle que soit leur distance focale, leur plan focal objet doit se trouver au même endroit pour que la lunette soit afocale. Ils sont donc montés sur des cylindres de sorte que la lentille soit à une distance du plan contenant l'image intermédiaire égale à leur distance focale.

3. a. D'après le théorème de Thalès et le doc. 3, le diamètre d du cercle oculaire et le diamètre D de l'objectif sont liés par la relation $\frac{d}{D} = \frac{f'_1}{f'_2}$ d'où

l'on tire bien $d = \frac{D}{G}$ avec $G = \frac{f'_1}{f'_2}$ d'après le cours.

b. Le diamètre de la pupille d'un œil est voisin de 5 mm.

c. Le diamètre du cercle oculaire doit être inférieur au diamètre de la pupille de l'œil pour que toute la lumière sortant de la lunette entre dans l'œil et que l'œil n'ait pas à se déplacer latéralement pour l'observation. Pour les deux lunettes du doc. 1, on calcule le quotient du diamètre de l'objectif par le grossissement, pour chaque grossissement.

- Pour la lunette du modèle 1, on obtient :

$$\frac{50}{30} = 1,7 \text{ mm} \quad \frac{50}{50} = 1,0 \text{ mm} \quad \frac{50}{150} = 0,33 \text{ mm}$$

- Pour la lunette du modèle 2, on obtient :

$$\frac{102}{40} = 2,6 \text{ mm}$$

Tous ces cercles sont plus petits que la pupille de l'œil.

Bilan

- Les grossissements des deux lunettes présentées sont de même ordre de grandeur, alors que la lunette du modèle 2 est deux fois plus chère que celle du modèle 1. Le critère du grossissement n'est donc pas le seul critère de prix.
- Il vaut mieux un objectif de diamètre élevé, car plus de lumière est collectée et donc l'image obtenue est plus lumineuse. Mais comme le diamètre du cercle oculaire ne peut pas être aussi élevé que l'on veut sinon le cercle oculaire ne tient pas dans la pupille de l'œil, cela implique que le grossissement ait une valeur minimale.

Exercices

Exercices 1 à 13 corrigés à la fin du manuel de l'élève.

Exercices 14 et 15 corrigés dans le manuel de l'élève.

16 a. Pour passer de 0,6 seconde d'arc à une minute d'arc (soit 60 secondes d'arc), le grossissement minimal doit être de $\frac{60}{0,6} = 1 \times 10^2$.

b. L'objectif a une distance focale de 35 pieds, soit $35 \times 313,5 = 1,1 \times 10^4$ mm, soit 11 m. Pour que le grossissement soit de 100, il faut que l'oculaire ait une distance focale maximale de 11 cm. Avec un oculaire de 8 cm, le grossissement est supérieur et l'observation est possible.

17 1. a. La lentille nommée objectif est celle qui est du côté de l'objet, donc des étoiles.

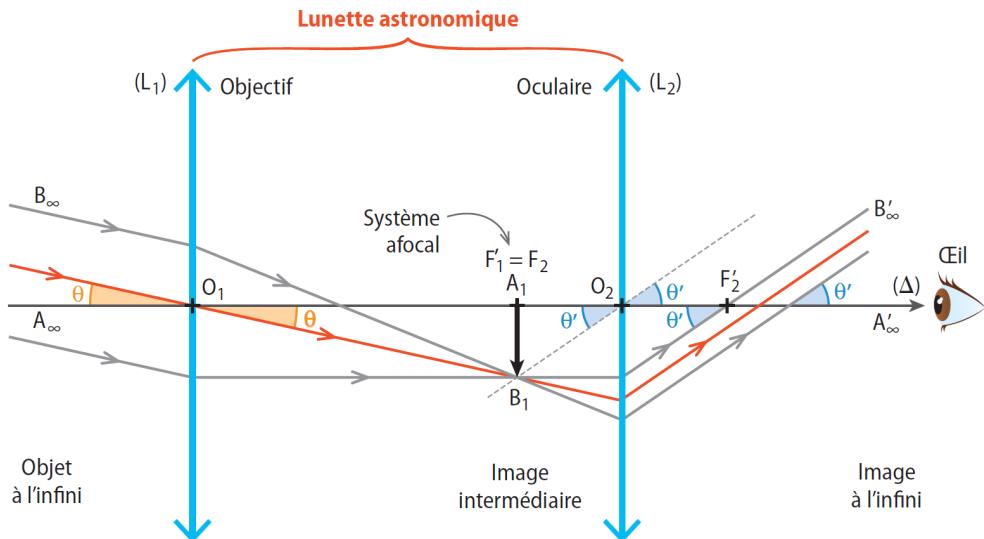
b. L'autre lentille est nommée oculaire.

c. L'image A_1B_1 de l'objet à l'infini par l'objectif est dans le plan focal image de l'objectif, donc à distance f'_1 de son centre optique.

d. Pour que l'œil ne se fatigue pas pendant l'observation, il ne doit pas accommoder, donc observer l'infini. L'image intermédiaire A_1B_1 doit donc être placée dans le plan focal objet de l'oculaire, donc à distance de celui-ci égale à f'_2 . Un tel système est qualifié d'afocal.

e. La longueur du tube en carton utilisé pour construire la lunette doit donc être $L = f'_1 + f'_2$.

2. a. et b.



c. Le grossissement de la lunette est $G = \frac{\theta'}{\theta}$.

d. D'après le schéma, $\tan\theta = \frac{A_1 B_1}{f'_1}$ et $\tan\theta' = \frac{A_1 B_1}{f'_2}$.

D'après l'approximation des petits angles, on obtient donc $G = \frac{\theta'}{\theta} \approx \frac{\tan\theta'}{\tan\theta} = \frac{f'_1}{f'_2} = \frac{c_2}{c_1}$.

3. a. Pour réaliser une lunette qui grossit 25 fois, il faut un couple de lentilles ayant un rapport de vergences de 25, donc ici 50,0 δ pour l'oculaire et 2,0 δ pour l'objectif.

b. Les distances focales des lentilles sont 2,00 cm et 50,0 cm, donc l'encombrement est 52 cm.

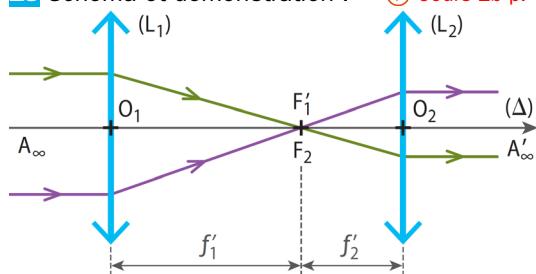
c. Si on utilise cette lunette dans le mauvais sens, on observe une diminution de taille par un facteur 25.

4. Le diamètre apparent de Mars sans la lunette est $\alpha = \frac{d}{D}$.

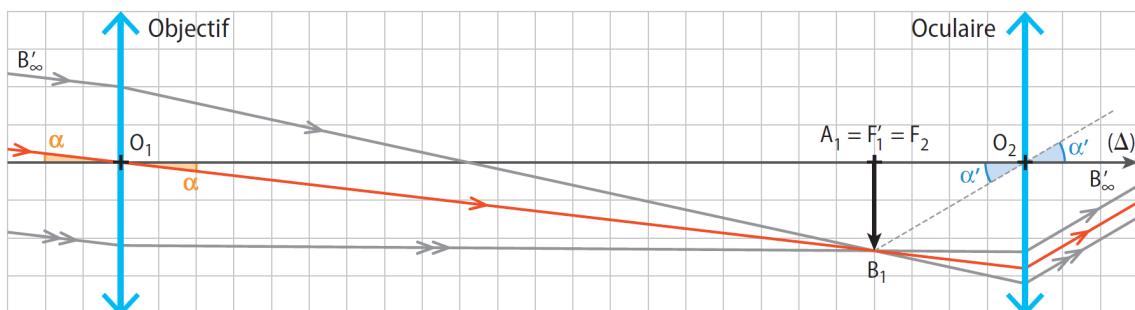
Avec la lunette, il est $\alpha' = \frac{Gd}{D} = 25 \times \frac{6,8 \times 10^3}{78 \times 10^6}$, voisin de 2×10^{-3} rad, donc supérieur à la limite de résolution de l'œil humain.

18 Schéma et démonstration :

Cours 2b p. 495 (manuel de l'élève)



19



20 Les grossissements disponibles sont :

$$\frac{500}{6,0} = 83$$

$$\frac{500}{9,0} = 56$$

$$\frac{500}{15} = 33$$

$$\frac{500}{20} = 25$$

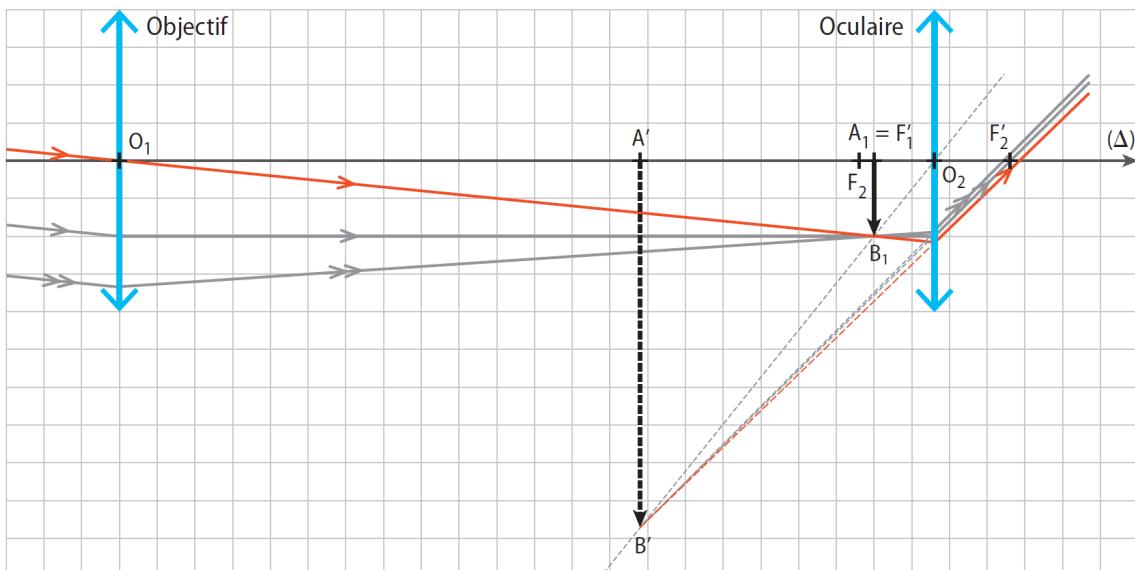
Exercice 21 corrigé à la fin du manuel de l'élève.

22	G	400	20	1 000	250
	C₁ (en δ)	0,50	2,0	0,0500	0,400
	C₂ (en δ)	$2,0 \times 10^2$	40,0	50,0	100,0

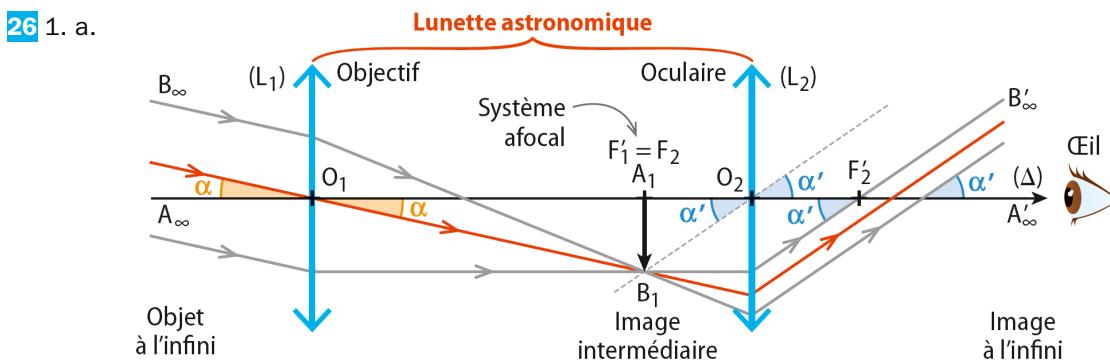
- 23** a. À l'aide de la photographie, on évalue la longueur de cette lunette à 20 m environ.
 b. Si le grossissement est 2 250, alors la distance focale de l'oculaire est 2 250 fois plus petite que celle de l'objectif, donc leur somme est environ égale à la distance focale de l'objectif. La longueur de la lunette est donc approximativement la distance focale de son objectif.
 c. Si la distance focale de l'objectif est voisine de $f'_1 = 20$ m, alors pour un grossissement $G = 2 250$, la distance focale de l'oculaire est voisine de $f'_2 = \frac{f'_1}{G} = 9$ mm.

- 24** 1. a. La distance focale de l'oculaire à utiliser est $f'_2 = \frac{f'_1}{G} = 10$ cm. Il faut le positionner de sorte que l'image intermédiaire soit dans son plan focal objet.
 b. On vérifie un grossissement de 5,0.
 2. Si la distance objectif-oculaire est trop courte, l'image intermédiaire est entre le foyer objet et le centre optique de l'oculaire, donc l'image définitive n'est pas à l'infini mais est virtuelle, à distance finie.

- 25** a. Pour que cette lunette soit afocale, il faut que $d = f'_1 + f'_2 = 55,0$ cm.
 Ainsi, le plan focal image de l'objectif est confondu avec le plan focal objet de l'oculaire.
 b. L'image intermédiaire est entre le plan focal objet de l'oculaire et l'oculaire, donc l'image définitive est une image virtuelle.
 c. Schéma à l'échelle $\frac{1}{5}$:



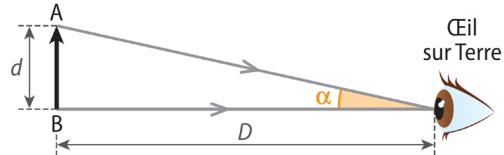
- d. L'œil, d'après la construction, voit l'image à environ 20 cm derrière l'oculaire.
 C'est proche, mais il la voit nette. Si elle était plus près, il ne la verrait pas nette.



D'après le schéma, dans le triangle $O_1A_1B_1$, on voit que $\tan\alpha = \frac{A_1B_1}{f'_1}$.

b. À l'aide du schéma, on a $\tan \alpha = \frac{d}{D}$ soit, d'après l'approximation des petits angles, $\alpha = \frac{d}{D}$.

c. On a $\alpha = \frac{A_1 B_1}{f'_1} = \frac{d}{D}$ d'où $d = \frac{A_1 B_1 D}{f'_1}$.



2. a. Une estimation (grossière) de la mesure de D et de son incertitude-type peut être réalisée à l'aide des valeurs extrêmes possibles : entre $3,567 \times 10^5 - 6\ 378 - 1\ 737 = 3,486 \times 10^5$ km et $4,063 \times 10^5 - 6\ 378 - 1\ 737 = 3,982 \times 10^5$ km.

La valeur médiane de l'intervalle est $3,734 \times 10^5$ km, l'incertitude-type est 2×10^4 km.

On écrit donc $D = (3,7 \pm 0,2) \times 10^5$ km.

b. On calcule $d = \frac{A_1 B_1 D}{f'_1} = \frac{253 \times 10^{-6} \times 3,7 \times 10^8}{60 \times 10^{-2}} = 1,56 \times 10^5$ m, soit 156 km.

c. On calcule :

$$u(d) = d \sqrt{\left(\frac{u(f'_1)}{f'_1}\right)^2 + \left(\frac{u(D)}{D}\right)^2 + \left(\frac{u(A_1 B_1)}{A_1 B_1}\right)^2} = 156 \times \sqrt{\left(\frac{1}{60}\right)^2 + \left(\frac{0,2}{3,7}\right)^2 + \left(\frac{2}{253}\right)^2} = 9 \text{ km}$$

On en déduit finalement $d = 156 \text{ km} \pm 9 \text{ km}$.

d. Le quotient $\frac{|d - d_{\text{réf}}|}{u(d)} = \frac{156 - 150}{9} = 0,7$.

Il est inférieur à 2, donc la qualité de la mesure est satisfaisante.

27 1. a. La lunette est afocale, donc $\overline{O_2 O_1} = -(f'_1 + f'_2) = -1,10 \text{ m}$.

La relation de conjugaison de Descartes s'écrit : $-\frac{1}{\overline{O_2 O_1}} + \frac{1}{\overline{O_2 O'_1}} = \frac{1}{f'_2}$ d'où $\frac{1}{\overline{O_2 O'_1}} = \frac{1}{f'_2} + \frac{1}{\overline{O_2 O_1}}$

puis $\overline{O_2 O'_1} = \frac{1}{\frac{1}{f'_2} + \frac{1}{\overline{O_2 O_1}}} = \frac{1}{\frac{1}{0,100} + \frac{1}{-1,10}} = 0,11 \text{ m}$.

b. Le dégagement oculaire vaut 11 cm. C'est peut-être un peu élevé, on a tendance naturellement à placer l'œil plus près de l'oculaire.

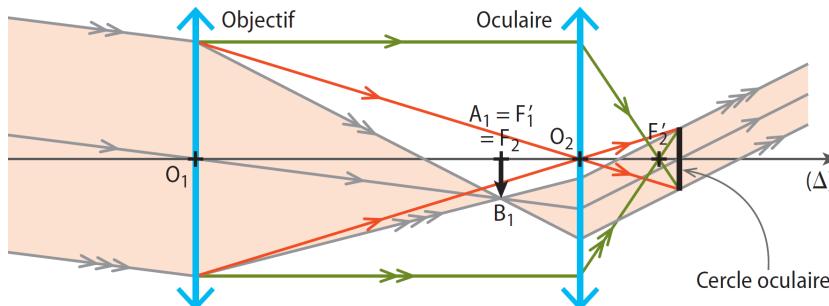
2. a. D'après les expressions du grossissement :

$$\frac{\overline{O'_1 I'}}{\overline{O_1 I'}} = \frac{\overline{O_2 O'_1}}{\overline{O_2 O_1}} \text{ d'où } \overline{O'_1 I'} = \overline{O_1 I'} \times \frac{\overline{O_2 O'_1}}{\overline{O_2 O_1}} = 10 \times \frac{0,11}{-1,10} = -1,0 \text{ cm.}$$

On a donc $O'_1 I' = 1,0 \text{ cm}$. Le diamètre du cercle oculaire est donc 2,0 cm.

b. Dans l'idéal, le diamètre du cercle oculaire devrait être inférieur au diamètre de la pupille de l'œil, pour que toute la lumière sortant de la lunette entre dans l'œil. Ce n'est pas le cas ici, la pupille de l'œil faisant environ 5 mm.

3. a. et b.



Tous les rayons sortant de l'oculaire passent à l'intérieur du cercle oculaire, c'est là que le faisceau est le plus étroit.

28 1. a. L'image $A_1 B_1$ donnée par (L_1) se trouve dans le plan focal image de (L_1).

b. et c. Voir figure 1, ci-après.

2. a. Voir figure 2 ci-après.

On trace d'abord le rayon allant de B_1 à B_2 sans être dévié : il passe par le centre optique O_2 . Cela montre que O_2 est le milieu de $[A_1 A_2]$. Ensuite, on trace les rayons arrivant ou émergeant parallèles à l'axe optique : ils positionnent les foyers. On voit ainsi que $A_1 F_2 = F_2 O_2 = O_2 F'_2 = F'_2 A_2$ donc les distances $A_1 O$ et $O A_2$ sont bien égales à $2f'_2$.

b. Voir figure 1 ci-après. La lentille (L_2) sert à redresser l'image.

3. a. Pour une observation sans fatigue, l'image intermédiaire $A_2 B_2$ doit se trouver dans le plan focal objet de (L_3), donc (L_3) doit se trouver à la distance $f'_3 = 2,0 \text{ cm}$ de $A_2 B_2$.

b. et c. Voir figure 1 ci-après.

Figure 1

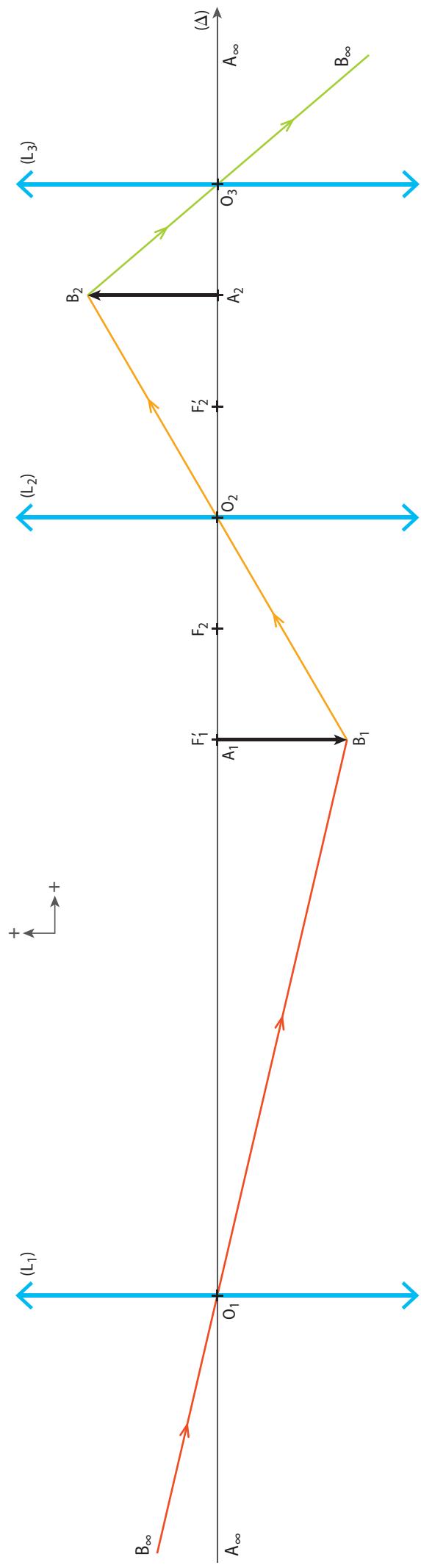
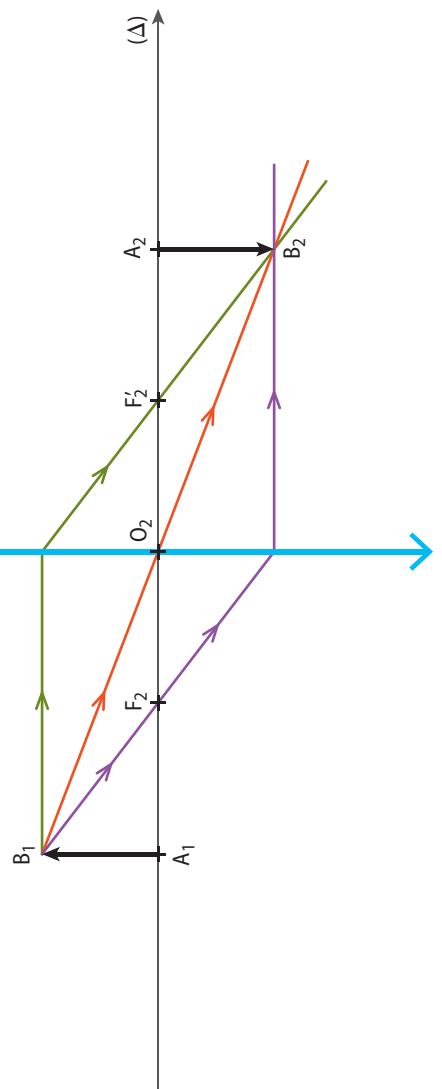


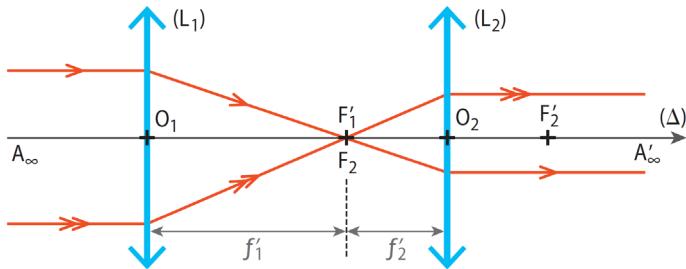
Figure 2



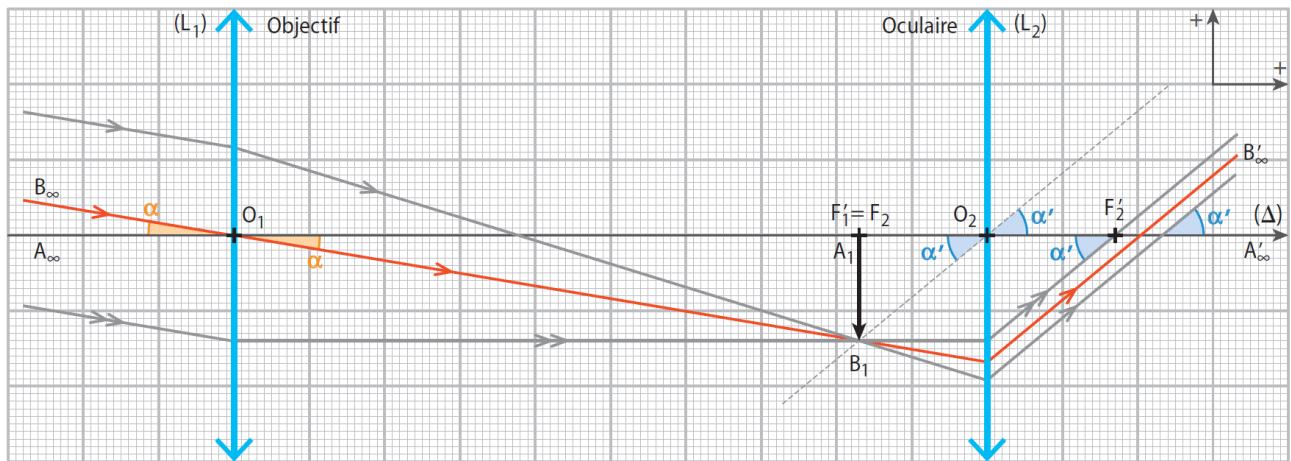
Exercice 29 corrigé à l'adresse hatier-clic.fr/pct502

30 1.1. Cette lunette est afocale vu que le foyer image de l'objectif est confondu avec le foyer objet de l'oculaire (puisque la distance entre les centres optiques est la somme des distances focales), donc l'image par la lunette d'un objet à l'infini est envoyée à l'infini.

1.2.



2.1.



2.2. D'après l'approximation des petits angles : $\alpha \approx \tan\alpha = \frac{A_1 B_1}{f'_1}$

3.1. La lunette étant afocale, l'image A'B' est à l'infini car l'image intermédiaire est dans le plan focal objet de l'oculaire.

3.2. Voir schéma.

4.1. D'après l'approximation des petits angles : $\alpha' \approx \tan\alpha' = \frac{A_1 B_1}{f'_2}$

4.2. Par définition : $G = \frac{\alpha'}{\alpha}$

On en déduit : $G = \frac{\frac{A_1 B_1}{f'_2}}{\frac{A_1 B_1}{f'_1}} = \frac{f'_1}{f'_2} = \frac{6,80}{4,0 \times 10^{-2}} = 1,7 \times 10^2$

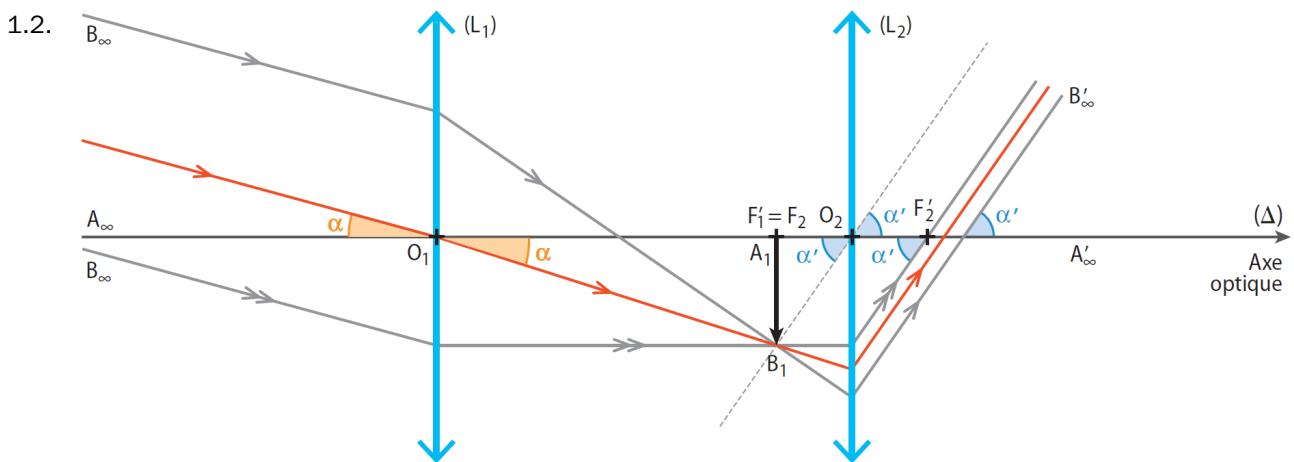
5.1. Le diamètre apparent de la nébuleuse à l'œil nu est $\alpha = \frac{D}{L} = \frac{1,3}{2\,600} = 5,0 \times 10^{-4}$ rad, supérieur à la limite de résolution de l'œil, donc on devrait pouvoir la voir à l'œil nu.

5.2. Si la nébuleuse M57 n'est pas observable à l'œil nu, c'est peut-être parce que l'œil n'en reçoit pas assez de lumière pour qu'elle soit distinguée parmi les autres objets lumineux du ciel.

La lunette collecte plus de lumière que l'œil vu que le diamètre de l'objectif est plus grand que celui de l'œil. C'est l'intérêt d'avoir des objectifs très grands : collecter plus de lumière pour avoir des images plus lumineuses.

5.3. Le diamètre apparent de cette nébuleuse vue à travers la lunette de l'observatoire de Harvard est : $\alpha' = G\alpha = 1,7 \times 10^2 \times 5,0 \times 10^{-4} = 8,5 \times 10^{-2}$ rad

31 A.1.1. L'image intermédiaire A_1B_1 de l'objet AB est formée dans le plan focal image de l'objectif, à la distance f'_1 de celui-ci.



1.3. La taille de A_1B_1 est $A_1B_1 = f'_1\alpha = 8,40 \text{ mm}$.

2.1. A_1B_1 doit être dans le plan focal objet de l'oculaire pour que l'image $A'B'$ soit rejetée à l'infini.

2.2. Le foyer objet F_2 de l'oculaire doit donc être confondu avec le foyer image F'_1 de l'objectif pour que la lunette soit afocale.

3. Voir schéma.

4. Le diamètre apparent image α' est l'angle sous lequel on voit l'objet à travers la lunette.

Voir schéma.

$$\text{Il vaut } \alpha' = \frac{A_1B_1}{f'_2} = 0,42 \text{ rad.}$$

$$5. \text{ Le grossissement de cette lunette est donc : } G = \frac{\alpha'}{\alpha} = 45.$$

$$B.1. \overline{O_2A'} = \overline{O_2F'_2} + \overline{F'_2A'} = 30 + 2,0 = 32 \text{ cm}$$

$$2. \text{ D'après la relation de conjugaison : } -\frac{1}{\overline{O_2A_1}} + \frac{1}{\overline{O_2A'}} = \frac{1}{f'_2} \quad \text{d'où } \frac{1}{\overline{O_2A_1}} = \frac{1}{\overline{O_2A'}} - \frac{1}{f'_2}$$

$$\text{Puis } \overline{O_2A_1} = \frac{1}{\frac{1}{\overline{O_2A'}} - \frac{1}{f'_2}} = \frac{1}{\frac{1}{32} - \frac{1}{2,0}} = -2,1 \text{ cm}$$

On a éloigné l'oculaire de l'objectif pour observer l'image du Soleil sur l'écran puisqu'avant cette opération, on avait $\overline{O_2A_1} = -f'_2 = -2,0 \text{ cm}$.

$$3. \text{ Par proportion, le diamètre de la tache solaire est : } d = \frac{d'D}{D'} = 6 \times 10^4 \text{ km}$$

18. Interaction lumière-matière

Activités

p. 510 à 513

① À la découverte de l'effet photoélectrique

1. (OE1) Les tiges se rapprochent, la charge tend vers 0 : on enlève des électrons.
- (OE2) Les plaquent s'écartent : des électrons sont arrachés à la plaque, la rendant encore plus positive.
2. Dans le modèle ondulatoire, une énergie proportionnelle à ϵ est transmise, et devrait finir par arracher des électrons. Ce n'est pas le cas ici.
3. $v_s = \frac{W_{\text{ext}}}{h}$
4. $E_c = h(v - v_s)$: si v augmente, E_c augmente.

Bilan

- Si on considère la lumière comme une onde, en augmentant l'intensité et en attendant assez longtemps, on devrait fournir assez d'énergie au matériau pour arracher des électrons. Or le phénomène dépend aussi de la fréquence, qui impose l'énergie des photons. Le phénomène de l'effet photoélectrique n'est observable que si la fréquence des photons incidents est supérieure à une fréquence seuil.
- v est en hertz (Hz), E_c et W_{ext} en joules (J) et h en J·s.

② Modèle particulaire et travail d'extraction

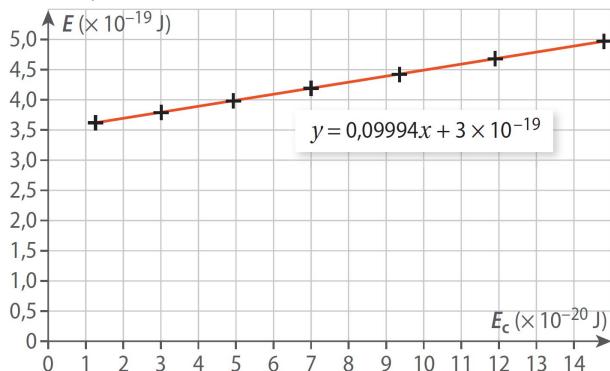
1. $E_{\text{photon}} > W_{\text{ext}}$
« mesure impossible » : l'énergie apportée n'est pas suffisante pour arracher un électron.
2. L'énergie du photon, hv , sert à arracher un électron au métal (W_{ext}). Le surplus d'énergie est transféré sous forme d'énergie cinétique à l'électron émis.

$$3. hv = W_{\text{ext}} + E_c \quad E_c = \frac{1}{2}mv^2 \quad E_{\text{photon}} = \frac{hc}{\lambda}$$

λ (en nm)	400	425	450	475
v (en m·s ⁻¹)	$5,71 \times 10^5$	$5,12 \times 10^5$	$4,53 \times 10^5$	$3,92 \times 10^5$
E_{photon} (en J)	$4,97 \times 10^{-19}$	$4,68 \times 10^{-19}$	$4,42 \times 10^{-19}$	$4,19 \times 10^{-19}$
E_c (en J)	$1,48 \times 10^{-19}$	$1,19 \times 10^{-19}$	$9,35 \times 10^{-20}$	$7,0 \times 10^{-20}$

λ (en nm)	500	525	550	575
v (en m·s ⁻¹)	$3,29 \times 10^5$	$2,57 \times 10^5$	$1,66 \times 10^5$	mesure impossible
E_{photon} (en J)	$3,98 \times 10^{-19}$	$3,79 \times 10^{-19}$	$3,62 \times 10^{-19}$	$3,46 \times 10^{-19}$
E_c (en J)	$4,93 \times 10^{-20}$	$3,01 \times 10^{-20}$	$1,26 \times 10^{-20}$	

$$4. v = \frac{c}{\lambda}$$



L'alignement des points prouve que la loi est vérifiée et $W_{\text{ext}} = 3,0 \times 10^{-19} \text{ J}$.

$$5. \text{ On a } v_s = \frac{W_{\text{ext}}}{h} = \frac{3 \times 10^{-19}}{6,63 \times 10^{-34}} = 4,52 \times 10^{14} \text{ Hz.}$$

Bilan

- $v = \sqrt{\frac{2}{m}(hv - W_{\text{ext}})}$
- La racine n'est définie que si $v - v_s > 0$.

③ Effet photovoltaïque

1. Voir schéma ci-contre.
2. $E = E_2 - E_1 = 10,2 \text{ eV}$

$$3. v_{12} = \frac{E}{h} = \frac{10,2 \times 1,6 \times 10^{-19}}{6,63 \times 10^{-34}} \quad v_{12} = 2,43 \times 10^{15} \text{ Hz}$$

Si $v < v_{12}$, il n'y a aucun effet sur l'atome, qui reste dans son état fondamental.

$$4. E_{\text{gap}} = hv_{\text{gap}}$$

$$\text{donc } v_{\text{gap}} = \frac{E}{h} = \frac{0,6 \times 1,6 \times 10^{-19}}{6,63 \times 10^{-34}}$$

$$v_{\text{gap}} = 1,45 \times 10^{15} \text{ Hz}$$

5. Si $v < v_{\text{gap}}$, il n'y a aucun effet sur l'électron, qui reste dans la bande de valence, le semi-conducteur reste isolant.

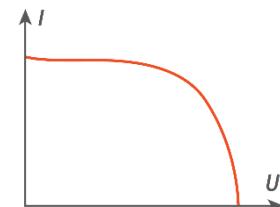
Bilan

- L'électron est porté dans la bande de conduction, le semi-conducteur devient conducteur de l'électricité, d'où son nom.

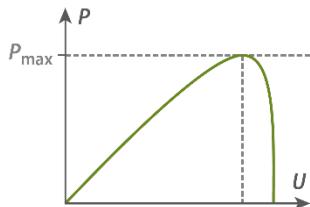
Transition énergétique	de l'atome	de l'électron (semi-conducteur)
Niveau bas	E_1 , état fondamental	BV, isolant
Niveau haut	E_2 , état excité	BC, conducteur
Absorption d'un photon	excitation	franchissement du gap
Énergie du photon		$E = hv$

④ Rendement d'une cellule photovoltaïque

1. Il faut concentrer le maximum de lumière sur la cellule et l'éclairer sous incidence normale.
2. On doit obtenir une courbe proche de la courbe rouge ci-contre.
3. C'est un récepteur de lumière et un générateur électrique.
4. On calcule $P = UI$ pour les différentes valeurs du tableau.



5. On obtient une courbe proche de la courbe verte ci-contre. On lit au sommet de la courbe la puissance maximale en ordonnées.
 6. On relève dans les notices les valeurs de ΔU et ΔI .
 7. On en déduit celle de ΔP et on en déduit l'encadrement $[P_{\max} - \Delta P ; P_{\max} + \Delta P]$.

**Bilan**

- Le panneau convertit l'énergie lumineuse en énergie électrique.
- On calcule le rendement en utilisant l'expression donnée au doc. 2, en prenant la valeur maximale (P_{\max}) de $P_{\text{é}}\text{l}$ (question 5), en mesurant l'éclairement ε grâce au luxmètre et en estimant l'aire S grâce à un double décimètre. Il est en général de l'ordre de 20 %.

Exercices

Exercices 1 à 22 corrigés à la fin du manuel de l'élève.

Exercices 23 et 24 corrigés dans le manuel de l'élève.

25 a. On lit sur le graphique $I = 2,25 \text{ A}$.

b. $P = UI = 22,5 \text{ W}$

c. $\eta = \frac{P}{\varepsilon S} = \frac{22,5}{1\,000 \times 1\,900 \times 10^{-4}} = 0,118$

Exercices 26 et 27 corrigés dans le manuel de l'élève.

Exercice 28 corrigé à la fin du manuel de l'élève.

29 a. $v = \frac{c}{\lambda} = \frac{3,00 \times 10^8}{400 \times 10^{-9}} = 7,5 \times 10^{14} \text{ Hz}$

$v_s = \frac{W_{\text{ext}}(\text{Na})}{h} = \frac{3,78 \times 10^{-19}}{6,63 \times 10^{-34}} = 5,7 \times 10^{14} \text{ Hz}$

On a $v > v_s$: l'effet photoélectrique est observable.

b. $v = \sqrt{\frac{2h \times (v - v_s)}{m}}$

$$v = \sqrt{\frac{2 \times 6,63 \times 10^{-34} \times (7,5 \times 10^{14} - 5,7 \times 10^{14})}{9,11 \times 10^{-31}}} = 5,12 \times 10^5 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

Exercice 30 corrigé à la fin du manuel de l'élève.

31 $v_s = \frac{W_{\text{ext}}(\text{Sm})}{h} = \frac{2,71 \times 1,6 \times 10^{-19}}{6,63 \times 10^{-34}} = 6,54 \times 10^{14} \text{ Hz}$

32 a. $W_{\text{ext}}(\text{Zn}) = h \times v_s = \frac{h \times c}{\lambda_s} = \frac{6,63 \times 10^{-34} \times 3,00 \times 10^8}{0,37 \times 10^{-6}} = 5,38 \times 10^{-19} \text{ J} = 3,36 \text{ eV}$

b. $v_s = \frac{c}{\lambda_s} = 8,11 \times 10^{14} \text{ Hz}$ et $v = \frac{c}{\lambda} = 1,5 \times 10^{15} \text{ Hz}$.
 On a $v > v_s$ donc l'effet photoélectrique est observable.

c. $E_c = h \times (v - v_s)$

AN : $E_c = 6,63 \times 10^{-34} \times (1,5 \times 10^{15} - 8,11 \times 10^{14}) = 4,57 \times 10^{-19} \text{ J}$

Exercice 33 corrigé à la fin du manuel de l'élève.

34 a. $P = U \times I = 500 \times 10^{-3} \times 0,050 = 0,025 \text{ W}$

b. $\varepsilon = \frac{2\,300}{100} = 23 \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}$

c. $\eta = \frac{P}{\varepsilon \times S} = \frac{0,025}{23 \times 5,4 \times 10^{-2} \times 10 \times 10^{-2}} = 20 \%$

35 a. $P_s = \frac{P_{\text{é}}\text{l}}{\eta} = \frac{60}{0,12} = 500 \text{ W}$

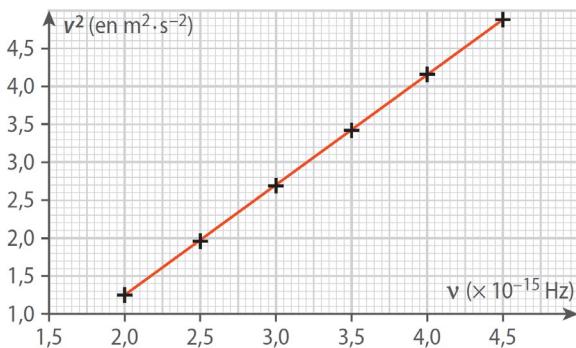
b. $S = \frac{\varepsilon}{P_s} = \frac{1\,000}{500} = 2 \text{ m}^2$

36 a. $v_s = \frac{W_{\text{ext}}(\text{Cu})}{h} = \frac{4,71 \times 1,6 \times 10^{-19}}{6,63 \times 10^{-34}} = 1,14 \times 10^{15} \text{ Hz}$

b. En procédant au bilan d'énergie du cours, on

obtient : $v^2 = \frac{2h \times (v - v_s)}{m}$

c. On trace $v^2 = f(v)$.



d. C'est une droite de coefficient directeur :

$$1,45 \times 10^{-3} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1} = \frac{2h}{m}$$

On en déduit $m = 9,1 \times 10^{-31} \text{ kg}$.

37 a. Le travail d'extraction est le travail, l'énergie, nécessaire pour arracher un électron au métal.

L'énergie de première ionisation est l'énergie nécessaire pour arracher un électron à l'atome. Les deux sont donc équivalentes.

b. $W_{\text{ext}}(\text{Zn}) = 9,394 \text{ eV} = 1,505 \times 10^{-18} \text{ J}$

On en déduit :

$$v_s = \frac{W_{\text{ext}}(\text{Zn})}{h} = \frac{1,505 \times 10^{-18}}{6,63 \times 10^{-34}} = 2,27 \times 10^{15} \text{ Hz}$$

c. C'est le domaine des UV.

d. Dans le domaine visible, $\lambda > \lambda_{\text{UV}}$, ce qui correspond donc à une énergie inférieure. L'énergie apportée n'est pas suffisante pour arracher un électron au métal, on ne peut donc pas observer l'effet photoélectrique.

e. Il faut que le zinc soit dans son état atomique. En ponçant la plaque, on la débarrasse des ions et oxydes qui se forment à sa surface à cause de l'oxydation par le dioxygène de l'air.

Exercice 38 corrigé à la fin du manuel de l'élève.

39 Le travail d'extraction de l'électron vaut :

$$W_{\text{ext}} = h\nu - E_c = \frac{hc}{\lambda} - \frac{1}{2}m_e v^2$$

$$W_{\text{ext}} = \frac{6,63 \times 10^{-34} \times 3,00 \times 10^8}{355 \times 10^{-9}} - \frac{1}{2} \times 9,1 \times 10^{-31} \times (6,25 \times 10^5)^2$$

$$W_{\text{ext}} = 3,83 \times 10^{-19} \text{ J} = 2,39 \text{ eV}$$

Le métal est le lithium.

40 a. Schéma du cours.

(D) Cours 3a p. 516 (manuel de l'élève)

$$\text{b. } v = \frac{c}{\lambda} = \frac{3,00 \times 10^8}{910 \times 10^{-9}} = 3,30 \times 10^{14} \text{ Hz}$$

$$\text{c. } \lambda = \frac{c}{v} = \frac{3,00 \times 10^8}{5,36 \times 10^{14}} = 560 \text{ nm : c'est donc le semi-conducteur GaP (Gallium Phosphore).}$$

$$\text{d. } \Delta E = \frac{hc}{\lambda} = \frac{6,63 \times 10^{-34} \times 3,00 \times 10^8}{590 \times 10^{-9}} = 3,37 \times 10^{-19} \text{ J}$$

e. C'est l'effet photoélectrique. Il est utilisé pour convertir une impulsion lumineuse en impulsion électrique dans une cellule photoélectrique.

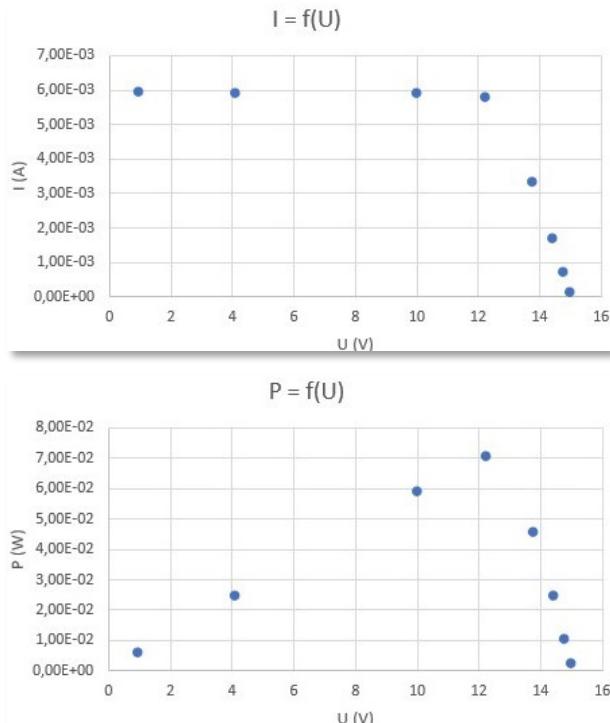
Exercice 41 corrigé à la fin du manuel de l'élève.

42 1. a. $P = 7 \text{ W}$

b. $P = U \times I = 6 \times 1,17 = 7,02 \text{ W} : \text{c'est cohérent.}$

$$\text{2. } \Delta t = \frac{E}{P} = \frac{20 \times 10^3}{7} = 2,9 \times 10^3 \text{ s}$$

43 1. a. et b. On calcule $P = UI$ et on trace les courbes.



c. On relève $P_{\text{max}} = 7,2 \times 10^{-2} \text{ W}$.

$$\text{d. } \eta = \frac{P_{\text{max}}}{\varepsilon S} = \frac{7,2 \times 10^{-2}}{21,5 \times 205 \times 10^{-3} \times 352 \times 10^{-3}} = 4,5 \%$$

$$\text{2. } \eta = \frac{P'_{\text{max}}}{\varepsilon S} = \frac{50,25 \times 10^{-3}}{21,5 \times 300 \times 10^{-3} \times 150 \times 10^{-3}} = 5,2 \%$$

3. Il faut choisir le panneau avec le meilleur rendement, soit le panneau au silicium amorphe.

44 On peut tracer point par point la courbe donnant la puissance à partir d'un échantillon de points ($U ; I$) en calculant à chaque fois $P = UI$ et en déduire que le point où la puissance est maximale est (35 V ; 4,3 mA).

$$\text{On en déduit } \eta = \frac{P_{\text{max}}}{\varepsilon S} = \frac{UI}{\varepsilon S} = \frac{35 \times 4,3}{700 \times 0,92} = 23 \text{ %.}$$

45 1. Sur le schéma, le sens du courant est celui imposé par le générateur et le sens des électrons est le sens opposé.

$$\text{2. } v_s = \frac{W_{\text{ext}}(\text{Zn})}{h} = \frac{4,3 \times 1,60 \times 10^{-19}}{6,63 \times 10^{-34}} = 1,0 \times 10^{15} \text{ Hz}$$

$$\text{On en déduit } \lambda = \frac{c}{v_s} = \frac{3,00 \times 10^8}{1,0 \times 10^{15}} = 300 \text{ nm : domaine des UV.}$$

$$\text{3. a. } v = \frac{c}{\lambda} = \frac{3,00 \times 10^8}{200 \times 10^{-9}} = 1,5 \times 10^{15} \text{ Hz}$$

$v > v_s$: l'effet photoélectrique est observable et $E_c = h(v - v_s) = 6,63 \times 10^{-34} \times (1,5 \times 10^{15} - 1,0 \times 10^{15})$

$$E_c = 3,3 \times 10^{-19} \text{ J}$$

b. Par application du théorème de l'énergie cinétique :

$$\Delta E_c = E'_c - E_c = W_{\text{éi}} = eU$$

$$\text{donc } E'_c = W_{\text{éi}} + E_c = eU + E_c$$

c. Si $U < 0$, E'_c étant nécessairement positive, il faut

$$\text{que } eU + E_c \geq 0 \quad \text{donc } U \geq -\frac{E_c}{e}$$

$$\text{soit } U \geq -\frac{3,3 \times 10^{-19}}{1,6 \times 10^{-19}} \quad \text{soit } U \geq -2,1 \text{ V.}$$

On a donc $U_0 = 2,1 \text{ V}$.

46 1. a. $E_b = m_b \times \text{densité} = 633 \times 936 = 592,5 \text{ MJ}$

$$\text{b. } P = \frac{E_b}{\Delta t} = \frac{592,5 \times 10^3}{12 \times 3600} = 13,7 \text{ kW}$$

c. Cette valeur est 3,5 fois plus faible que la puissance maximale, on n'alimente donc pas le moteur à pleine puissance pendant toute la nuit, on se contente de faire une suite de vols planés séparés par des phases de relance.

$$\text{2. a. } S = 0,125 \times 0,125 = 15,6 \times 10^{-3} \text{ m}^2$$

$$\text{b. } P_1 = \varepsilon S = 7,81 \text{ W}$$

$$P_{\text{totale}} = 17\,248 \times 7,81 = 135 \text{ kW}$$

$$\text{c. } P_c = 0,227 \times P_{\text{totale}} = 30,6 \text{ kW}$$

$$\text{d. } P_r = P_c - P = 16,9 \text{ kW}$$

$$\text{e. } E_r = P_r \times 12 \times 3\,600 = 730 \text{ MJ}$$

On a $E_r > E_b$ donc les batteries sont rechargées à la fin de la journée, l'avion peut donc voler plusieurs jours et nuits de suite.

47 Partie 1. Étude énergétique globale

a. Non, l'énergie solaire doit être minorée de 20 % lorsqu'elle est reçue par une surface horizontale et non inclinée. De plus, l'éclairement reçu par la route est diminué par la présence du trafic routier.

$$\text{b. } \lambda < \frac{hc}{E_g} = \frac{6,63 \times 10^{-34} \times 3,00 \times 10^8}{1,12 \times 1,60 \times 10^{-19}} = 1,11 \times 10^{-6} \text{ m}$$

C'est le domaine des IR.

$$\text{c. } E_{\text{France}} = \frac{100 \times 6,7 \times 10^9}{1,4} = 4,8 \times 10^{11} \text{ kWh}$$

d. Énergie solaire moyenne : $3,8 \text{ kWh} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{j}^{-1}$

Énergie lumineuse (minoration de 20 % pour l'inclinaison) : $E_{\text{lum}} = 0,8 \times 3,8 = 3,0 \text{ kWh} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{j}^{-1}$

Énergie journalière (minoration de 10 % pour le trafic) : $E_j = 0,90 \times 3,0 = 2,7 \text{ kWh} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{j}^{-1}$

e. $E_{\text{éj}} = \eta \times E_j = 0,15 \times 2,7 = 0,41 \text{ kWh} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{j}^{-1}$

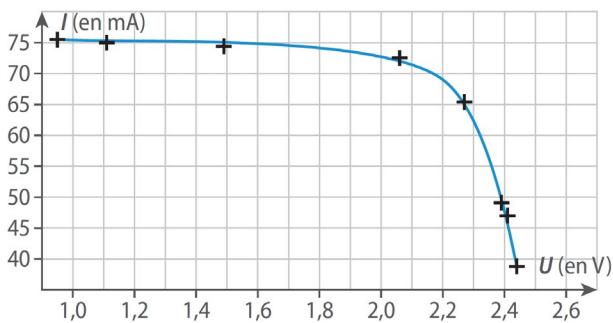
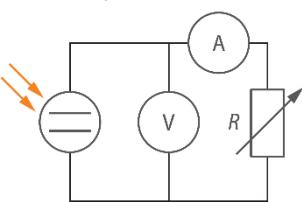
$E_{\text{éj,an}} = 0,15 \times 2,7 \times 365,25 = 1,5 \times 10^2 \text{ kWh} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{an}^{-1}$

f. $S = \frac{E_{\text{France}}}{E_{\text{éj,an}}} = \frac{4,8 \times 10^{11}}{1,5 \times 10^2} = 3,2 \times 10^9 \text{ m}^2$

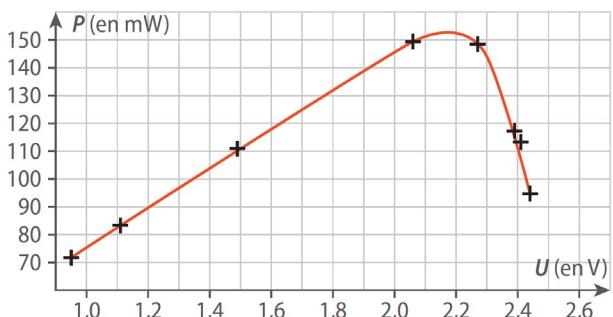
S est très inférieure à la surface des routes en France.

Partie 2. Étude d'une réalisation expérimentale

1. a. Réaliser un circuit série avec la cellule photovoltaïque, la résistance variable et l'ampèremètre. Brancher le voltmètre en dérivation aux bornes de la cellule photovoltaïque. Allumer la lampe de bureau et l'orienter de sorte que l'éclairage reçu par la cellule soit maximal.
- b. Voir schéma ci-contre.
2. Caractéristique courant-tension : on trace la courbe de I en fonction de U .



3. a. $P = UI$
- b. Caractéristique puissance-tension : on calcule les valeurs de P et on trace la courbe de P en fonction de U .



- c. On identifie que le maximum est atteint pour (72,5 mA ; 2,06 V) qui donne $P_{\text{max}} = 0,15 \text{ W}$.

4. a. $S = (6,5 \times 10^{-2})^2 = 4,2 \times 10^{-3} \text{ m}^2$

b. $P = \varepsilon \times S = \frac{8249 \times 4,2 \times 10^{-3}}{100} = 0,35 \text{ W}$

5. $\eta = \frac{P_{\text{max}}}{P} = \frac{1,5 \times 10^{-1}}{0,35} = 43 \%$

6. La valeur du rendement est élevée par rapport aux valeurs habituelles qu'on trouve, dans le reste de ce chapitre, pour un panneau photovoltaïque.

7. La production électrique n'a pas été à la hauteur des attentes car les panneaux ont subi de nombreuses détériorations : ils se sont encrassés avec les suies et résidus de caoutchouc déposés par les voitures, ils se sont rapidement abimés avec le trafic routier.

- 48 a. C'est une conversion énergie lumineuse – énergie électrique.

- b. Couleur des lumières émises :

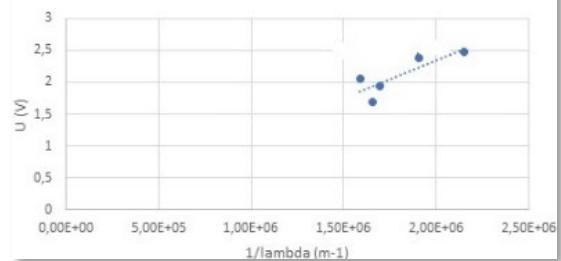
DEL	λ (en nm)	U_{seuil} (en V)	Couleur
ML50B23H	465	2,48	bleu
LTL2H3VFKNT	605	1,69	orange
LTL2R3TGK	524	2,39	vert
LTL2P3SYK	590	1,95	jaune
LTL2P3SEK	630	2,05	rouge

- c. Cours 3a p. 516 (manuel de l'élève)

d. $E_{\text{photon}} = h\nu = \frac{hc}{\lambda}$ et $E_{\text{éj}} = eU$

Or l'énergie absorbée par le photon est transformée en énergie électrique, donc $E_{\text{photon}} = E_{\text{éj}}$: $\frac{hc}{\lambda} = eU_{\text{seuil}}$

- e. vérification expérimentale de la constante de Planck



La régression linéaire donne un coefficient directeur : $a = 1 \times 10^{-6} \text{ V} \cdot \text{m}$

Or $U = \frac{hc}{e\lambda}$ donc $h = \frac{ea}{c} = 5 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$, valeur acceptable étant donnée le petit nombre de points et la mauvaise qualité de la régression.

49 a. Sharp : $\eta = \frac{33}{1000 \times 8,9 \times 10^{-5}} = 37 \%$

Microsol : $\eta = \frac{4,210}{1000 \times 2,43 \times 10^{-2}} = 17 \%$

b. $E = \frac{hc}{\lambda}$ donc :

$E_1 = \frac{6,63 \times 10^{-34} \times 3,0 \times 10^8}{1,2 \times 10^{-6}} = 2,0 \times 10^{-19} \text{ J} = 1,0 \text{ eV}$

$E_2 = \frac{6,63 \times 10^{-34} \times 3,0 \times 10^8}{1,0 \times 10^{-6}} = 2,0 \times 10^{-19} \text{ J} = 1,2 \text{ eV}$

$E_3 = \frac{6,63 \times 10^{-34} \times 3,0 \times 10^8}{0,65 \times 10^{-6}} = 3,1 \times 10^{-19} \text{ J} = 1,9 \text{ eV}$

c. Le photon 1 a une énergie inférieure au gap, l'énergie récupérée est donc nulle.

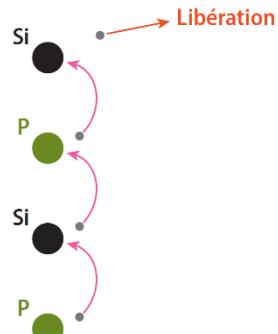
Pour les deux autres, l'énergie récupérée vaut 1,1 eV, elle vaut donc 2,2 eV au total.

d. Cette fois-ci, les trois photons trouvent une couche où ils sont absorbés : InGaAs pour les trois photons, InGaP et GaAs pour le troisième, l'énergie récupérée vaut donc : $E = 1,0 + 1,0 + 1,8 = 3,8 \text{ eV}$

e. La triple jonction permet de récupérer 3,8 eV contre 2,2 eV pour une jonction au silicium monocristallin : le rendement est meilleur en utilisant des couches adaptées aux photons de différentes longueurs d'onde.

Exercice 50 corrigé à l'adresse hatier-clic.fr/pct530

51 1. Dans le bloc dopé N, c'est un des atomes de phosphore proche de la surface qui cédera son électron surnuméraire à l'atome de silicium. Il doit donc récupérer un électron de la part d'un atome de silicium en dessous de lui. Cet atome de silicium recevra à son tour un électron d'un atome de phosphore en dessous de lui, un atome de silicium devra donc récupérer l'électron qui lui manque : on verra comment à la fin de la question **2**.



2. L'électron surnuméraire est capté par un atome de silicium, qui céde un électron à un atome de bore proche de la surface, qui comble ainsi son trou. Pour rester neutre, cet atome de bore doit céder un électron à un atome de silicium qui est au-dessus de lui, qui le céde à son tour à un atome de bore au-dessus de lui, et ainsi de suite, de proche en proche. Notons que ce n'est pas le même électron qui se déplace. À la jonction entre les deux blocs, l'électron reçu par le dernier atome de silicium de la chaîne est justement cédé à l'atome de silicium auquel il manquait un électron à la fin de la question **1**. Le courant circule donc bien au sein des deux blocs, dans le sens opposé au déplacement des électrons, donc dans le sens conforme à celui qui est donné sur le schéma.

52 1. $E = \frac{hc}{\lambda} = \frac{6,63 \times 10^{-34} \times 3,0 \times 10^8}{1110 \times 10^{-9}} = 1,12 \text{ eV}$

Les deux cellules, silicium amorphe ou silicium polycristallin, conviennent. On choisit celle dont le rendement est le plus élevé, donc la deuxième.

2. $W = mgH = \rho V g H = 1,0 \times 10^3 \times 1,0 \times 9,8 \times 50$
 $W = 4,9 \times 10^5 \text{ J}$

3. Au mois de janvier (courbe bleue), on prend une puissance surfacique moyenne $P = 845 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$, la durée du jour est $\Delta t = 6 \text{ heures} = 6 \times 3600 = 21,6 \times 10^3 \text{ s}$ et le rendement de la cellule vaut $\eta = 5,2 \%$. Pour les 35 m^3 , il faut un travail égal à $35 \times W$.

On en déduit l'énergie électrique nécessaire :
 $\eta PS \times \Delta t = 35 \times W$

$$\text{donc } S = \frac{35W}{\eta P \Delta t} = \frac{35 \times 4,9 \times 10^5}{0,052 \times 845 \times 21,6 \times 10^3} = 18 \text{ m}^2$$

53.1. Caractérisation tension-courant

1.1. L'énergie du photon est inférieure à celle du gap énergétique.

1.2. L'éclairage étant multiplié par 2, le nombre de photons incidents par unité de temps est multiplié par 2, donc le nombre d'électrons portés dans la bande de valence est multiplié par 2, donc l'intensité est multipliée par 2.

1.3. E est l'ordonnée à l'origine, exprimée en volts. r est la résistance interne de la cellule, exprimée en ohms, c'est l'opposé du coefficient directeur de la droite.

2. Optimisation de la puissance délivrée par la cellule

2.1. La puissance vaut $P = UI = RI^2$ et la loi des mailles appliquée au circuit s'écrit $E - rI = RI$ donc

$$E = (R + r)I \quad \text{et} \quad I = \frac{E}{R + r} \quad \text{donc } P(R) = \frac{E^2 R}{(R + r)^2}.$$

P est une fonction de R continue et dérivable.

$$\text{En posant } P(R) = \frac{u(R)}{v(R)} \quad \text{avec } u(R) = E^2 R \quad \text{et}$$

$$v(R) = (R + r)^2 = R^2 + 2rR + r^2, \text{ on peut écrire :}$$

$$u'(R) = E^2 \quad v'(R) = 2R + 2r$$

$$\text{et } P'(R) = \frac{u'(R)v(R) - u(R)v'(R)}{v^2(R)}$$

$$P'(R) = \frac{E^2(R^2 + 2rR + r^2) - E^2 R(2R + 2r)}{(R + r)^4}$$

$$\text{soit : } P'(R) = \frac{E^2(-R^2 + r^2)}{(R + r)^4}$$

P est maximale quand sa dérivée est nulle :

$$P'(R) = 0 \quad \text{si } R = r.$$

$$2.2. \text{ On en déduit la valeur maximale : } P(r) = \frac{E^2 r}{(2r)^2} = \frac{E^2}{4r}$$

54 1.1. Voici les niveaux d'énergie à faire figurer sur le diagramme. 

n	1	2	3	4
E_n (en eV)	-13,6	-3,4	-1,51	-0,85
E_n (en J)	-2,18	-5,44	-2,42	-1,36
	$\times 10^{-18}$	$\times 10^{-19}$	$\times 10^{-19}$	$\times 10^{-19}$

$$1.2. \text{ On calcule } \lambda = \frac{hc}{E_4 - E_2} = \frac{hc}{E_4 - E_2} = 4,88 \times 10^{-7} \text{ m} = 488 \text{ nm}.$$

C'est une raie bleue.

1.3. Quand on extrait l'unique électron d'un atome d'hydrogène à son état fondamental, on le fait passer du niveau d'énergie E_1 au niveau E_∞ donc : $W_{\text{ext}} = E_\infty - E_1 = 0 - (-13,6) = 13,6 \text{ eV} = 2,18 \times 10^{-18} \text{ J}$

2.1. L'énergie d'excitation minimale doit faire passer l'atome d'hydrogène dans son état fondamental E_1 au niveau E_2 , ce qui nécessite un photon d'énergie $E = E_2 - E_1 = 1,64 \times 10^{-18} \text{ J}$, donc de longueur d'onde $\lambda = \frac{hc}{E} = 122 \text{ nm}$. Cette valeur, inférieure à 400 nm, correspond à l'ultraviolet. Un photon infrarouge n'a donc pas une énergie suffisante pour exciter l'atome. L'atome n'étant pas excité, il ne se désexcite pas, il n'y a donc aucune raie d'émission visible.

2.2. Le comportement semi-conducteur est caractérisé par l'apparition d'un effet photovoltaïque : lorsque les photons qui éclairent l'échantillon ont une énergie inférieure au gap énergétique séparant la bande de valence (BV) et la bande de conduction (BC), le matériau reste isolant. Aucun courant électrique ne peut le traverser, et si leur énergie est supérieure au gap, il devient conducteur de l'électricité. On peut tester ce changement en mesurant l'intensité du courant circulant entre les deux pointes de diamant, qu'on utilise comme électrodes (comme dans un conductimètre).

2.3. Les bandes de valence et de conduction se chevauchent, le gap est nul, le matériau est conducteur, même si on éteint la source de lumière qui l'éclaire.

19. Dynamique d'un système électrique

Activités

p. 538 à 541

① Comportement capacitif

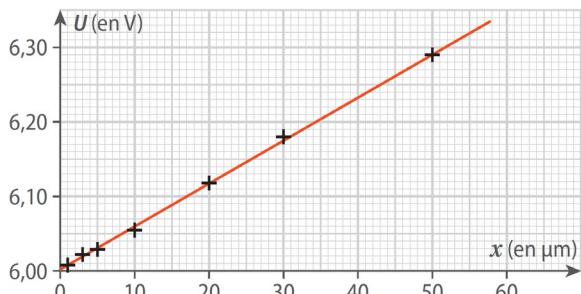
- On ferme l'interrupteur. D_1 et D_3 s'éclairent. Puis D_1 s'éteint au bout de quelques secondes.
- On ouvre l'interrupteur. D_2 s'allume, D_3 reste allumée. Puis au bout de quelques secondes, D_2 et D_3 s'éteignent.
- Pendant la première phase, le condensateur accumule des charges à ses armatures, alors que le courant parcourt sa branche (D_1 est allumée). Lorsque celles-ci sont saturées, le courant ne peut plus circuler dans la branche contenant le condensateur et la diode D_1 s'éteint. Lors de la deuxième phase, le condensateur se décharge : les charges qu'il avait accumulées quittent ses armatures. Les charges positives qui étaient du côté de D_1 passent alors à travers D_2 , qui seule permet au courant de passer dans ce sens. Une fois la décharge terminée, aucun courant ne circule et D_2 s'éteint.
- Si on éloigne les armatures, la force d'attraction entre les charges qui s'accumulent sur les plaques est moins grande (loi de Coulomb) et il n'est donc pas possible d'en accumuler autant qu'avec des plaques proches où l'attraction est forte.
- L'air est un excellent isolant. Si l'on introduit un autre isolant, moins efficace, les charges pourront s'accumuler plus facilement sur les plaques pour une tension et une distance d'écartement données. La capacité du condensateur augmente.
- Les mesures sont cohérentes avec les prévisions.
- La valeur de la capacité augmente quand l'aire augmente.

Bilan

- Les DEL ont permis d'observer le sens du courant. Le comportement capacitif est mis en évidence par le blocage du courant lorsqu'il ne peut plus accumuler de charges, puis par le fait qu'il peut restituer les charges dans une autre partie du circuit.
- La relation $C = \frac{\epsilon S}{\ell}$ est cohérente avec les observations : C augmente quand l'aire augmente, C diminue quand l'écartement entre les armatures augmente, et enfin C varie avec la nature de l'isolant (qui est représentée par la valeur de ϵ). On déduit de l'expression proposée $\epsilon = \frac{C\ell}{S}$ et par analyse dimensionnelle l'unité de cette grandeur : $F \cdot m^{-1}$.

② Capteur de déplacement

- Représentation graphique ci-dessous.



- On déduit du tracé les valeurs $U_g = 12 \text{ V}$ et $d = 1,0 \text{ mm}$. La valeur d représente l'écart entre les armatures lorsque celle qui est mobile est au centre des armatures fixes ($x = 0$).

$$3. \text{ On exprime } s = \frac{dU}{dx} = \frac{U_g}{2d}.$$

La valeur de s dépend pas de x , elle est donc la même pour toute position. On calcule $s = 6,0 \text{ V} \cdot \text{mm}^{-1}$.

- D'après l'expression trouvée à la question précédente, lorsque d diminue, la valeur de s augmente. Cependant, pour de faibles valeurs de d , l'armature mobile ne pourra plus beaucoup bouger entre les fixes et il y a un risque de court-circuit si elles entrent en contact.

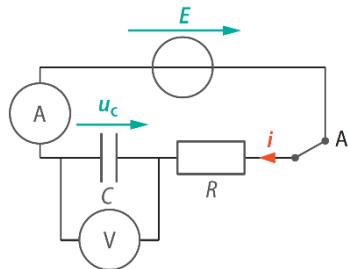
- On note $\Delta U = 1 \text{ mV}$ la plus petite variation de tension détectable et Δx la variation de position associée. La sensibilité ne dépendant pas de la valeur de x , on peut écrire $\Delta x = \frac{\Delta U}{s} = 0,2 \text{ mm}$.

Bilan

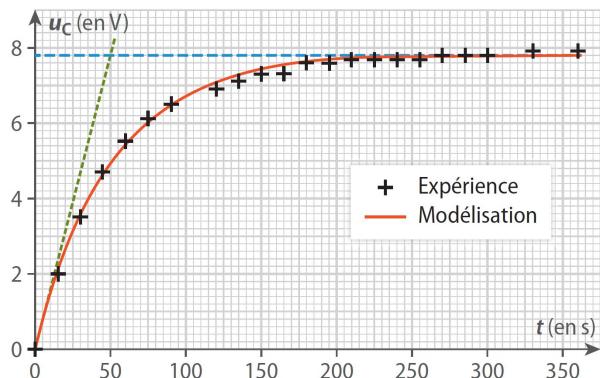
- La sensibilité du capteur indique que les déplacements millimétriques peuvent être détectés sans problème.
- Une sensibilité élevée permet de détecter de petits déplacements car la tension produite sera mesurable. Cependant, si le capteur est très sensible, il peut détecter des petits mouvements qui ne sont pas pertinents (vibrations d'origine externes, par exemple) vis-à-vis de la mesure.

③ Charge et décharge d'un condensateur

1. a. Schéma ci-contre.
b. On donne ci-dessous la représentation graphique de la tension au cours du temps. On trace la courbe modèle $u(t) = E(1 - e^{-t/\tau})$, où E et τ sont des paramètres à déterminer.



L'accord entre la courbe et les points expérimentaux est excellent, ce qui valide le choix du modèle.



La courbe de l'intensité, quant à elle, serait modélisée sous la forme $i(t) = i_0 e^{-t/\tau}$. Les valeurs obtenues doivent être cohérentes avec le premier modèle.

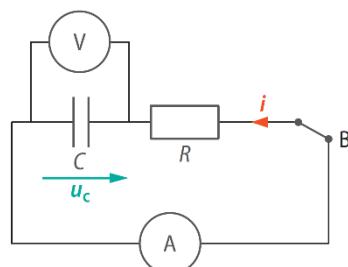
- c. Le modèle donne $E = 7,78 \text{ V}$ et $\tau = 50,3 \text{ s}$. Le tracé de l'asymptote à l'origine et de l'asymptote sur le graphique permet aussi de déterminer la valeur du temps caractéristique du circuit $\tau = 50 \text{ s}$, qui est cohérente avec la première valeur trouvée.

On en déduit la capacité du condensateur :

$$C = \frac{\tau}{R} = 1,00 \times 10^{-3} \text{ F}$$

2. a. Pour la décharge, le schéma du circuit est donné ci-contre.

- b. La courbe de tension est modélisée par l'équation $u(t) = U_0 e^{-t/\tau}$, où U_0 et τ sont des paramètres à déterminer.



La courbe de l'intensité est modélisée par une équation de la forme $i(t) = i_0 e^{-t/\tau}$, où $i_0 < 0$ et τ doit avoir une valeur cohérente avec celle de l'autre modèle.

- c. La méthode de détermination graphique reste la même : abscisse de l'intersection entre la tangente à l'origine et l'asymptote aux temps longs. Les valeurs doivent être cohérentes avec celles issues des modèles.

On retrouve $C = \frac{\tau}{R}$ et sa valeur doit être cohérente avec celle issue des manipulations sur la charge.

3. La valeur de $1,00 \times 10^{-3} \text{ F}$ est compatible avec la valeur annoncée de $1\,000 \mu\text{F} \pm 20\%$.

Bilan

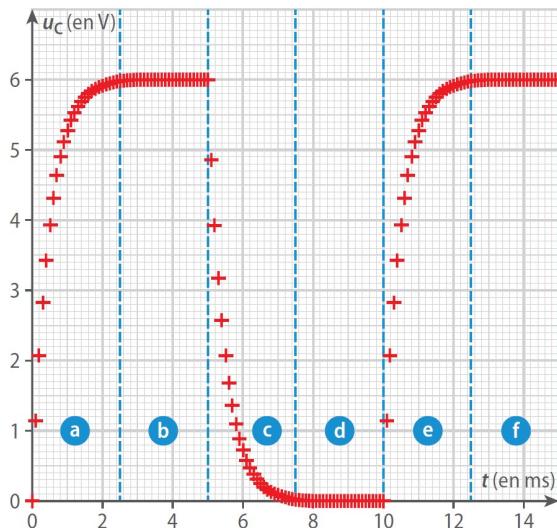
• La charge et la décharge permettent de mettre en évidence la dynamique du système. À l'aide du temps caractéristique, déterminé par une modélisation ou une méthode graphique, on parvient à déterminer la valeur de la capacité via la relation $\tau = RC$.

- Diverses sources d'erreurs dans la détermination de C :

- le déclenchement du chronomètre doit être synchronisé avec le départ de la charge ou la décharge ;
- le temps de lecture de la tension et l'intensité à une date donnée ;
- la précision des multimètres ;
- l'accord entre le modèle et les points expérimentaux.

④ Étude de cycles de charge et décharge du condensateur

1. a. Dans le graphique ci-dessous, extrait de l'acquisition obtenue, les lignes verticales en pointillés séparent les zones successives de « charge du condensateur » (a et e), « charge terminée » (b et f), « décharge du condensateur » (c), « décharge terminée » (d).



- b. Par méthode graphique, on peut déterminer l'abscisse de l'intersection entre la tangente à l'origine et l'asymptote aux temps longs. On peut aussi repérer graphiquement le temps pour que 63 % de la charge ou de la décharge soit terminée. La valeur doit être cohérente avec $\tau = RC = 4,7 \times 10^{-4} \text{ s}$.

- c. La période vaut $T = \frac{1}{f} = 1,0 \times 10^{-2} \text{ s}$. On a $\tau \ll T$.

2. a. Dans le cas où la fréquence vaut 100 Hz, les phases de charge et de décharge sont complètes. Ce n'est plus le cas pour les fréquences supérieures.

- b. Si l'on considère que la charge et la décharge sont complètes en une durée 5τ , alors il faut avoir $5\tau < \frac{T}{2}$, soit $10\tau < T$. En effet, la charge (ou la décharge) ne se déroule que sur la moitié du signal du générateur.

3. Lorsque la fréquence vaut 1,0 MHz, la tension du générateur semble constamment nulle. L'échelon de tension se déroule trop rapidement pour que la charge se produise de façon sensible, puis le condensateur est déchargé. Sa tension étant constamment nulle, la tension aux bornes de la résistance est identique à celle du générateur. Aussi, durant la première moitié de la période du signal du générateur, le courant vaut $\frac{E}{R}$ (par la loi d'Ohm) et il est nul pendant la seconde moitié.

4. Lorsque la fréquence vaut 20 Hz, la charge et la décharge se déroulent très rapidement par rapport aux variations du signal du générateur. Lors de la première moitié de la période du signal du générateur, la tension du condensateur semble donc être celle du générateur (elle vaut E). Pendant la seconde moitié, elle semble nulle. L'intensité du courant électrique semble constamment nulle puisqu'en apparence, durant chaque moitié de la période du signal, la tension aux bornes du condensateur est constante.

Bilan

- À très basse fréquence, le condensateur se comporte comme un interrupteur ouvert : la tension est établie instantanément et il n'est traversé par aucun courant.
- À très haute fréquence, le condensateur se comporte comme un interrupteur fermé. Aucune tension à ses bornes, mais il peut être traversé d'un courant non nul.
- La valeur du temps caractéristique détermine le comportement du condensateur en régime alternatif. Si le temps caractéristique est très différent de la période de la tension qui lui est imposée, il prend le comportement d'un interrupteur ouvert ou bien fermé. Une application de ce comportement est celui du filtre passe-bas : les tensions à basse fréquence sont correctement « reproduites » par le condensateur, alors que les comportements à haute fréquence sont éliminés car la charge et la décharge n'ont pas le temps de se produire.

Exercices

Exercices 1 à 20 corrigés à la fin du manuel de l'élève.

Exercices 21 à 23 corrigés dans le manuel de l'élève.

24 a. On utilise la loi des mailles et la loi d'Ohm :

$$E - u_C - RI = 0$$

Puis on utilise la relation du condensateur pour remplacer $i = C \frac{du_C}{dt}$ et on trouve ainsi $RC \frac{du_C}{dt} + u_C = E$.

b. On calcule la dérivée de la solution proposée :

$$\frac{du_C}{dt} = -\frac{(U_0 - E)}{RC} e^{-t/RC}$$

Puis on remplace u_C et sa dérivée dans l'équation différentielle :

$$RC \times \left(-\frac{U_0 - E}{RC} e^{-t/RC} \right) + E + (U_0 - E)e^{-t/RC} = -(U_0 - E)e^{-t/RC} + E + (U_0 - E)e^{-t/RC} = E$$

L'équation est vérifiée, la solution convient. En outre : $u_C(t=0) = E + (U_0 - E)e^0 = E + U_0 - E = U_0$ ce qui correspond à la condition initiale.

c. On lit la valeur initiale de la tension : $U_0 = 1,0$ V. On estime la valeur de l'asymptote horizontale :

$$E = 5,0 \text{ V.}$$

d. On trace la tangente à l'origine et on lit l'abscisse de son intersection avec l'asymptote horizontale :

$$\tau = 1,0 \text{ ms.}$$

On déduit la valeur

$$\text{de la capacité : } C = \frac{\tau}{R} = 1,0 \times 10^{-7} \text{ F}$$

e. Le condensateur avait initialement une charge $q_0 = CU_0 = 1,0 \times 10^{-7}$ C. À la fin de la charge, il a une charge $q = CE = 5,0 \times 10^{-7}$ C. La charge accumulée vaut donc $4,0 \times 10^{-7}$ C.

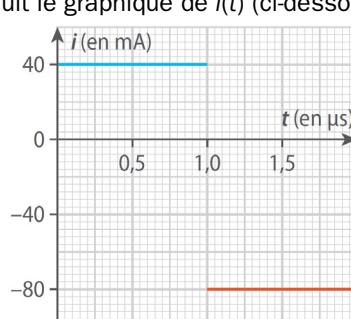
Exercice 25 corrigé à la fin du manuel de l'élève.

26 L'intensité du courant électrique est la dérivée de la charge électrique. Pour une droite, cela correspond à son coefficient directeur.

La première partie de la courbe est une droite de pente $i_1 = \frac{40 \times 10^{-9}}{1,0 \times 10^{-6}} = 4,0 \times 10^{-2}$ A.

La seconde partie de la courbe est une droite de pente $i_2 = \frac{-40 \times 10^{-9} - 40 \times 10^{-9}}{2,0 \times 10^{-6} - 1,0 \times 10^{-6}} = -8,0 \times 10^{-2}$ A.

On en déduit le graphique de $i(t)$ (ci-dessous).



Exercice 27 corrigé à la fin du manuel de l'élève.

28

u_{AB}	C	q_A	q_B
5,0 V	16,0 pF	$8,0 \times 10^{-11}$ C	$-8,0 \times 10^{-11}$ C
9,0 mV	7,0 μ F	$-6,3 \times 10^{-8}$ C	$6,3 \times 10^{-8}$ C
-4,0 μ V	$7,0 \times 10^{-2}$ F	$-2,8 \times 10^{-7}$ C	$2,8 \times 10^{-7}$ C

Exercice 29 corrigé à la fin du manuel de l'élève.

30

C	R	τ
9,0 mF	200 kΩ	$1,8 \times 10^3$ s
$5,0 \times 10^{-5}$ F	2,4 MΩ	120 s
0,70 µF	$1,0 \times 10^4$ Ω	700 ms

Exercice 31 corrigé à la fin du manuel de l'élève.

32 a. On calcule $\frac{du_C}{dt} = -\frac{U_0}{RC} e^{-t/RC}$ et on remplace dans l'équation différentielle :

$$RC \times \left(-\frac{U_0}{RC} e^{-t/RC} \right) + U_0 e^{-t/RC} = -U_0 e^{-t/RC} + U_0 e^{-t/RC} = 0$$

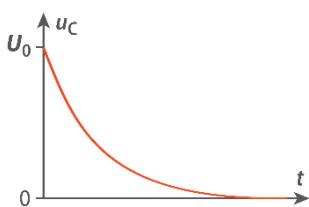
Cette solution ne dépend pas de la valeur U_0 .

b. D'après la relation du condensateur :

$$q_0 = CU_0$$

$$c. U_0 = \frac{q_0}{C} = 70 \text{ V}$$

On donne ci-contre l'allure de la courbe de décharge.



Exercice 33 corrigé à la fin du manuel de l'élève.

34 a. La courbe bleue montre une décharge plus rapide, donc un temps caractéristique plus court : $\tau_1 < \tau_2$. La capacité étant inchangée entre les deux situations, on en déduit $R_1 < R_2$.

b. Par la méthode de la tangente (ou bien en cherchant $u_C(\tau) = 3,7 \text{ V}$), on trouve que $\tau = 1,3 \text{ s}$.

$$\text{On en déduit } C = \frac{\tau_1}{R_1} = \frac{1,3}{20 \times 10^3} = 6,5 \times 10^{-5} \text{ F.}$$

c. Par le tracé de tangente à l'origine ou bien par le repérage de la valeur $u_C(\tau)$, on constate que $\tau_2 \approx 2\tau_1$ donc on en déduit que $R_2 = 38 \text{ k}\Omega$ car c'est la proposition la plus cohérente.

35 a. On calcule $\frac{du_C}{dt} = -\frac{B}{RC} e^{-t/RC}$ et on remplace les expressions de u_C et $\frac{du_C}{dt}$ pour vérifier l'équation différentielle :

$$RC \times \left(-\frac{B}{RC} \right) e^{-t/RC} + A + Be^{-t/RC} = -Be^{-t/RC} + A + Be^{-t/RC} = A$$

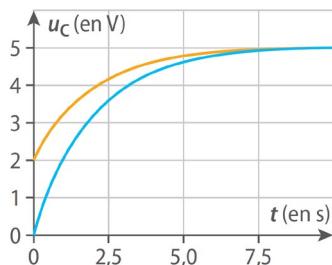
On en déduit que $u_C(t)$ est une solution si et seulement si $A = E$.

b. Si le condensateur est initialement déchargé, $u_C(t=0) = 0$ et si on remplace avec son expression : $u_C(t=0) = E + Be^0 = 0$ d'où $B = -E$.

c. Dans ce cas :

$$u_C(t=0) = E + Be^0 = U_0 \text{ d'où } B = U_0 - E.$$

d. Un exemple où $E = 5,0 \text{ V}$ et $U_0 = 2 \text{ V}$:



36 1. On a $q > 0$ et d'après le schéma et les conventions d'orientation, la charge positive est portée par l'armature B.

2. On établit l'équation différentielle de la tension aux bornes du condensateur en utilisant la loi des mailles, la loi d'Ohm, puis la relation courant-tension du condensateur :

$$u_C + u_R - E = 0 \quad u_C + Ri = E$$

$$u_C + RC \frac{du_C}{dt} = E$$

On utilise alors la relation liant la charge à la tension du condensateur $q = Cu_C$ que l'on remplace dans l'équation et on déduit la relation demandée :

$$\frac{q}{C} + R \frac{dq}{dt} = E \text{ soit } \frac{q}{RC} + \frac{dq}{dt} = \frac{E}{R}.$$

3. a. On calcule $\frac{dq}{dt}$ à partir de l'expression proposée :

$$\frac{dq}{dt} = -\frac{b}{RC} e^{-t/RC}$$

et on remplace les expressions de q et $\frac{dq}{dt}$ dans l'équation différentielle :

$$-\frac{b}{RC} e^{-t/RC} + \frac{a}{RC} + \frac{b}{RC} e^{-t/RC} = \frac{a}{RC}$$

Pour que la solution convienne, on doit avoir $\frac{a}{RC} = \frac{E}{R}$ soit $a = CE$.

b. Graphiquement, on détermine $q(t=0) = 0$.

En remplaçant l'expression de $q(t)$, on a :

$$CE + be^0 = 0 \text{ d'où } b = -CE.$$

4. a. Le courant s'exprime :

$$i = \frac{dq}{dt} = -\frac{-CE}{RC} e^{-t/RC} = \frac{E}{R} e^{-t/RC}$$

$$b. \text{ Valeur initiale : } i_0 = i(t=0) = \frac{E}{R}$$

c. i_0 correspond au coefficient directeur de la tangente à l'origine. On estime $i_0 = \frac{0,4 \times 10^{-6}}{1,0 \times 10^{-3}} = 4 \times 10^{-4} \text{ A}$.

$$\text{On en déduit } R = \frac{E}{i_0} = \frac{6}{4 \times 10^{-4}} = 1,5 \times 10^4 \Omega.$$

37 1. Le temps caractéristique associé à la charge du circuit est $\tau_1 = RC_1 = 9,0 \times 10^{-4} \text{ s}$. Sur le graphique, la courbe rouge est telle que 67 % de la charge est atteinte à $t = \tau_1$; on l'associe donc à C_1 .

2. a. La capacité d'un condensateur est proportionnelle à l'aire de la surface des armatures. Si l'aire est quadruplée, le temps caractéristique également. La charge prend donc plus de temps, ce qui correspond à la courbe bleue.

Le temps caractéristique mesuré pour la courbe bleue est $\tau_1 = 3,6 \text{ ms}$ environ, d'où $C_2 = \frac{\tau_2}{R} = 20 \mu\text{F}$.

b. Il faut augmenter la distance entre les armatures pour diminuer la capacité.

3. a. La distance entre les armatures ayant augmenté, la capacité a diminué et la charge est donc plus rapide. Cela correspond à la courbe verte.

$$C_3 = \frac{C_1}{5} = 1,0 \mu\text{F}$$

b. Il faudrait augmenter l'aire de la surface des armatures pour retrouver la capacité C_1 .

38 a. On note en lettres capitales les dimensions des grandeurs. $i = C \frac{duc}{dt}$ donc $i = \frac{[C]U}{T} = \frac{IT}{U}$ et la dimension de la capacité est $[C] = \frac{U}{I}$.

b. D'après la loi d'Ohm, $u = Ri$ donc $[R] = \frac{U}{I}$.

c. La dimension de τ se déduit des questions précédentes : $[\tau] = [R] \times [C] = \frac{U}{I} \times \frac{IT}{U} = T$

Le temps caractéristique est homogène à une durée.

- 39** a. Un dipôle a un comportement capacitif quand des charges électriques de signes opposés s'accumulent à ses bornes sous l'effet d'une tension appliquée entre elles.
b. La capacité d'un condensateur dépend de l'aire de la surface des armatures et de la distance entre elles. Un capteur capacitif de déplacement permet d'associer une variation de capacité à une variation de distance entre les armatures.

40 a. Voir schéma ci-contre.

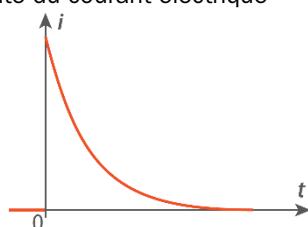
- b. La tension aux bornes du condensateur est proportionnelle à la charge portée par les armatures. La charge ne peut changer instantanément et en conséquence u_c non plus. Cette grandeur est donc continue à tout instant et en particulier, à l'instant initial.
c. Avant la fermeture, aucun courant ne circule dans le circuit qui est ouvert : $i = 0$
d. Après la fermeture de l'interrupteur, on détermine l'expression du courant électrique :

$$i = C \frac{duc}{dt} = C \times E \times \frac{1}{RC} e^{-t/RC} = \frac{E}{R} e^{-t/RC}$$

$$\text{e. À l'instant initial, } i_0 = i(t=0) = \frac{E}{R} e^0 = \frac{E}{R}.$$

Cette valeur est différente de celle avant la fermeture de l'interrupteur. L'intensité du courant électrique n'est pas continue.

f. Graphique ci-contre de l'allure de l'intensité du courant électrique avant et après la fermeture de l'interrupteur.



41 a. $i = -C \frac{duc}{dt}$ en convention générateur.

L'intensité est constante, on intègre la relation entre l'instant initial où la tension vaut $u_c = U_0$ et un instant t quelconque :

$$u(t) - U_0 = -\frac{I}{C} (t - 0) \Rightarrow u(t) = U_0 - \frac{I}{C} t$$

b. La décharge se produit complètement ($u = 0$) en une durée $\Delta t = 0,5$ s. On a donc $C = \frac{U_0 \Delta t}{I} = 4,0 \times 10^3$ F.

Cette valeur est très élevée par rapport à des condensateurs usuels dont la capacité est au maximum de l'ordre du millifarad.

- c. La charge stockée est $q = CU_0 = 1,6 \times 10^9$ C.
d. Si les nuages sont à basse altitude, la capacité est plus élevée car les « armatures » sont plus proches. Si les nuages sont étendus, l'aire de la surface des armatures augmente et la capacité du nuage également.

- 42** 1. a. On fait un schéma de la situation. D'après la loi des mailles, on a :

$$u_c + u_R = 0$$

D'après la loi d'Ohm, on a :

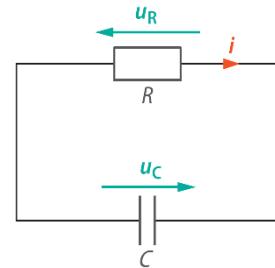
$$u_R = Ri$$

Et par la relation courant-tension du condensateur,

$$\text{on a : } i = C \frac{duc}{dt}$$

$$\text{On en déduit ainsi : } u_c + RC \frac{duc}{dt} = 0$$

$$\text{ou encore : } \frac{duc}{dt} + \frac{u_c}{RC} = 0$$



b. La solution de cette équation différentielle du premier ordre à coefficients constants est de la forme $u_c(t) = Ae^{-t/RC}$, où A est une constante à déterminer. D'après les conditions initiales :

$$u_c(t=0) = U_0 \text{ donc } Ae^0 = U_0$$

d'où $A = U_0$ et finalement, $u_c(t) = U_0 e^{-t/RC}$.

c. On utilise la relation du condensateur :

$$i = C \frac{duc}{dt} = C \times \left(-\frac{1}{RC} \right) U_0 e^{-t/RC} = -\frac{U_0}{R} e^{-t/RC}$$

2. a. En valeur absolue, le courant est le plus élevé en début de décharge, donc $|i_{\max}| = |i(t=0)| = \frac{U_0}{R}$.

b. La valeur de $|i_{\max}|$ ne dépend que de la tension initiale et de la valeur de la résistance.

Exercice 43 corrigé à la fin du manuel de l'élève.

- 44** 1. Le verre étant un isolant, la bouteille accumule des charges électriques de signes opposés à l'intérieur de la bouteille et sur la face externe de la bouteille. Cette accumulation de charge de part et d'autre d'un isolant est un comportement capacitif.

2. a. Il s'agit d'une électrisation par contact.

b. Le morceau de liège ayant pris une partie de la charge de la tige, il porte une charge de même signe. La tige et la boule se repoussent alors par interaction électrostatique.

c. La tige associée à l'armature externe porte une charge opposée à l'autre tige, et donc opposée à la boule. La tige extérieure et la boule sont en interaction électrostatique attractive.

d. Lorsque le morceau de liège arrive au contact de la tige reliée à l'armature externe, il se décharge à son contact, puis acquiert une partie de sa charge électrique.

e. Chaque fois que le liège atteint une tige chargée, il lui cède une charge opposée (acquise sur l'autre tige) et prend une partie de sa charge. Ce faisant, la charge sur chaque tige diminue à chaque passage du liège. Lorsque cette charge sera insuffisante pour pousser le liège d'une tige à l'autre, le mouvement cessera.

45 a. On note i le courant parcourant le circuit, issu de la borne positive du générateur. On établit l'équation différentielle de la tension aux bornes du condensateur en utilisant la loi des mailles, la loi d'Ohm, puis la relation courant-tension du condensateur :

$$u_C + u_R - E = 0 \quad u_C + Ri = E$$

$$u_C + RC \frac{du_C}{dt} = E \quad \text{soit} \quad \frac{du_C}{dt} + \frac{u_C}{RC} = \frac{E}{RC}$$

b. On calcule $\frac{du_C}{dt} = -\frac{B}{RC} e^{-t/RC}$ et on remplace dans l'équation différentielle :

$$-\frac{B}{RC} e^{-t/RC} + \frac{A}{RC} + \frac{B}{RC} e^{-t/RC} = \frac{E}{RC} \quad \text{soit} \quad A = E$$

En outre, d'après les conditions initiales (graphiques), on a $u_C(t=0) = 0$ donc $E + Be^0 = 0$ soit $B = -E$.

c. On repère graphiquement l'abscisse de l'intersection entre la tangente à l'origine et l'asymptote aux temps longs. On trouve $\tau_1 = 1,3$ ms.

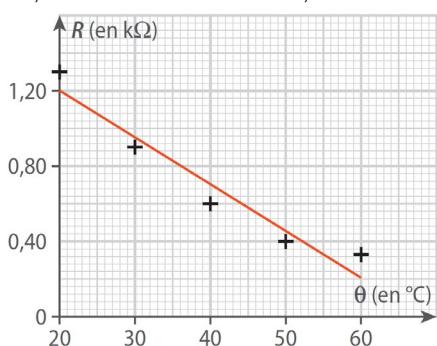
d. La résistance vaut $R_1 = \frac{\tau_1}{C} = 1,3 \times 10^3 \Omega$.

	θ (en °C)	20	30	40	50	60
	τ (en ms)	1,3	0,90	0,60	0,40	0,33
	R (en kΩ)	1,3	0,90	0,60	0,40	0,33

f. On trace les points et la droite d'étalonnage

$$\text{d'équation : } R = a\theta + b$$

$$\text{où } a = -0,025 \text{ kΩ} \cdot ^\circ\text{C}^{-1} \text{ et } b = 1,7 \text{ kΩ.}$$



g. À partir de l'étalonnage, on détermine :

$$\theta_p = \frac{R_p - b}{a} = 48 \text{ } ^\circ\text{C}$$

On peut aussi pointer sur la droite d'étalonnage la valeur θ_p correspondant à R_p .

46 1. a. On applique la loi des mailles et la loi d'Ohm pour le dipôle ohmique : $E - Ri - u_C = 0$

b. D'après la loi d'Ohm : $u_C = Ri_1$

c. Par la relation courant-tension du condensateur, on a : $i_2 = C \frac{du_C}{dt}$

d. Par la loi des nœuds : $i = i_1 + i_2$

2. On remplace i et les expressions de i_1 et i_2 dans la première relation (1a) : $E - R \left(\frac{u_C}{R_f} + C \frac{du_C}{dt} \right) - u_C = 0$

$$\text{On développe : } E - \frac{R}{R_f} u_C - RC \frac{du_C}{dt} - u_C = 0$$

On met sous la forme attendue par l'énoncé :

$$\frac{du_C}{dt} = - \left(1 + \frac{R}{R_f} \right) \times \frac{1}{RC} u_C + \frac{E}{RC}$$

$$\text{On identifie alors } \tau = \frac{RC}{1 + \frac{R}{R_f}} = \frac{CRR_f}{R + R_f}$$

3. a. La solution particulière s'écrit $u_{cp} = \frac{E\tau}{RC} = \frac{ER_f}{R + R_f}$.

b. La solution particulière correspond à la valeur de l'asymptote aux temps longs, puisque c'est une valeur constante qui ne dépend pas du temps. Vu l'expression de u_{cp} , sa valeur augmente si celle de R_f augmente.

c. Si $R_f \gg R$, alors $R + R_f \approx R_f$ et l'expression du temps caractéristique devient $\tau = \frac{CRR_f}{R + R_f} \approx \frac{CRR_f}{R_f} = RC$.

De la même manière, la valeur asymptotique devient $u_{cp} \approx \frac{ER_f}{R_f} = E$. Pour une résistance de fuite élevée, on trouve les expressions habituelles du dipôle RC .

4. a. À l'instant initial, on lit une tension nulle. Par la relation $q = Cu_C$ du condensateur (q désignant la charge portée par l'armature positive), le condensateur est déchargé car $q = 0$.

b. La solution générale de l'équation différentielle s'écrit $u_{cg}(t) = Ae^{-t/\tau}$ donc la solution s'écrit : $u_C(t) = Ae^{-t/\tau} + u_{cp}$

On détermine la valeur de A grâce à la condition initiale : $u_C(t=0) = 0$ donc $Ae^0 + u_{cp} = 0$ d'où $A = -u_{cp}$ et on a bien $u_C(t) = u_{cp}(1 - e^{-t/\tau})$.

c. Première méthode : on lit sur le graphique que $u_{cp} = 9,0$ V. On déduit la valeur de R_f en résolvant :

$$u_{cp} = \frac{ER_f}{R + R_f} \quad \text{soit} \quad R_f = \frac{u_{cp}R}{E - u_{cp}} = 9,0 \text{ kΩ.}$$

Deuxième méthode : on lit graphiquement l'abscisse de l'intersection entre la tangente à l'origine et l'asymptote aux temps longs : $\tau = 0,9$ ms et on déduit la valeur de R_f en résolvant :

$$\tau = \frac{CRR_f}{R+R_f} \quad \text{soit} \quad R_f = \frac{\tau R}{RC - \tau} = 9,0 \text{ kΩ.}$$

47 1. La puissance P disponible vaut :

$$P = 80 \times 735,5 = 5,9 \times 10^4 \text{ W}$$

Si elle est utilisée pendant une durée $\Delta t = 6,7$ s, l'énergie correspondante vaut $E = P\Delta t = 3,9 \times 10^5 \text{ J}$.

2. a. La tension sous laquelle le condensateur est chargé est $u = 2,7$ V donc la capacité vaut :

$$C = \frac{2E}{u^2} = 6,0 \times 10^4 \text{ F}$$

b. Les supercondensateurs ont une capacité pouvant aller jusqu'à 10 000 F, or la valeur trouvée en 2a est bien supérieure. Il faut donc associer plusieurs condensateurs afin d'obtenir une capacité plus élevée.

3. La décharge se produit en 6,7 s. Si elle est totale, on peut estimer le temps caractéristique de

décharge $\tau = \frac{\Delta t}{5}$ et à partir de la relation $\tau = RC$, on estime pour la résistance du dipôle ohmique :

$$R = \frac{\Delta t}{5C} = 2,2 \times 10^{-5} \text{ s}$$

4. La densité d'énergie des supercondensateurs est d'environ 20 $\text{kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$, or le pilote souhaite disposer de $3,9 \times 10^5 \text{ J}$. Cette énergie correspond à une masse

$$m = \frac{3,9 \times 10^5}{20 \times 10^3} = 10 \text{ kg. Cette masse alourdit sensiblement le véhicule, ce qui est gênant en Formule 1.}$$

48 1. Le temps caractéristique est $\tau = 117 \text{ ps}$, d'après la tangente tracée. Comme la résistance du dipôle ohmique vaut $R_1 = 330 \Omega$, la capacité du condensateur est donc $C = \frac{\tau}{R_1} = 3,55 \times 10^{-13} \text{ F}$.

2. Le temps caractéristique est identique.

3. a. L'intensité du courant est nulle, la charge portée est constante.

b. Si on rapproche les plaques, C augmente. Comme q est constante, u diminue.

c. Ainsi, visualiser les variations de u permet de connaître les variations de C , donc de la distance entre les plaques. On a ainsi réalisé un capteur de déplacement.

49 1. a. D'après le principe de conservation de la charge : $q_1(t) + q_2(t) = q_1(0) + q_2(0) = q_0$

b. Par la loi des mailles et la loi d'Ohm :

$$Ri + u_2 - u_1 = 0$$

c. La relation du condensateur donne : $i = \frac{dq_2}{dt}$

d. On remplace i dans l'expression en **1b** et on a :

$$R \frac{dq_2}{dt} + u_2 - u_1 = 0$$

Puis on utilise les relations constitutives $q_1 = C_1 u_1$ et $q_2 = C_2 u_2$ pour remplacer u_1 et u_2 :

$$R \frac{dq_2}{dt} + \frac{q_2}{C_2} - \frac{q_1}{C_1} = 0$$

Puis on remplace q_1 grâce à la question **1a** :

$$R \frac{dq_2}{dt} + \frac{q_2}{C_2} - \frac{1}{C_1}(q_0 - q_2) = 0$$

On obtient, après un peu de calcul : $\frac{dq_2}{dt} + \frac{q_2}{\tau_A} = \frac{q_0}{\tau_B}$

avec $\tau_A = \frac{RC_1C_2}{C_1 + C_2}$ et $\tau_B = RC_1$.

2. a. La solution sans second membre est de la forme $q_{2ssm}(t) = Ae^{-t/\tau_A}$.

b. Une solution particulière est $q_{2p} = \frac{q_0\tau_A}{\tau_B}$.

c. La solution totale est $q_2(t) = q_{2ssm}(t) + q_{2p}(t)$, soit $q_2(t) = Ae^{-t/\tau_A} + \frac{q_0\tau_A}{\tau_B}$. D'après la condition initiale,

$q_2(t=0) = 0$ donc $Ae^0 + \frac{q_0\tau_A}{\tau_B} = 0$ d'où $A = -\frac{q_0\tau_A}{\tau_B}$

et on a $q_2(t) = \frac{q_0\tau_A}{\tau_B} (1 - e^{-t/\tau_A})$.

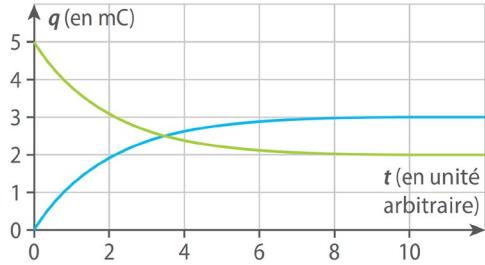
Pour des temps très longs :

$$q_{2\infty} = \lim_{t \rightarrow \infty} q_2(t) = \frac{q_0\tau_A}{\tau_B} = \frac{q_0C_2}{C_1 + C_2} = 3,0 \text{ mC}$$

et par la conservation de la charge :

$$q_{1\infty} = q_0 - q_{2\infty} = \frac{q_0C_1}{C_1 + C_2} = 2,0 \text{ mC}$$

d. On trace l'allure des charges des condensateurs au cours du temps (unité arbitraire pour celui-ci).



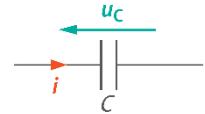
50 1. a. Schéma ci-contre.

b. La puissance reçue s'exprime ainsi : $p(t) = u_C(t) i(t)$

En remplaçant $i = C \frac{du_C}{dt}$, on

obtient : $p(t) = Cu_C \frac{du_C}{dt}$

c. La puissance reçue est une variation d'énergie reçue pendant une courte durée.



En conséquence, on peut écrire : $p(t) = \frac{dE_C}{dt}(t)$

d. Si l'énergie initialement emmagasinée est nulle, on peut intégrer la puissance reçue pour obtenir l'énergie reçue. Dans l'expression de la puissance,

$$\text{on peut reconnaître que } u_C \frac{du_C}{dt} = \frac{1}{2} \frac{d(u_C^2)}{dt}$$

On obtient donc :

$$E_C = \int_0^t \frac{C}{2} \frac{d(u_C^2)}{dt'} dt' = \frac{1}{2} C(u_C(t))^2$$

car la tension est nulle à $t = 0$.

2. Une lampe consommant $1,0 \text{ W}$ pendant $3,0 \text{ min}$ consomme une énergie :

$$E_C = 1,0 \times 3,0 \times 60 = 1,8 \times 10^2 \text{ J}$$

Cette énergie était accumulée par le condensateur sous une tension maximale $u_C = 4,0 \text{ V}$. D'après la

$$\text{question 1d, on a : } C = \frac{2E_C}{u_C^2} = 23 \text{ F}$$

Cette valeur de capacité est très élevée par rapport à des condensateurs usuels qui vont jusqu'au mF.

51 a. Pendant la première demi-période, l'évolution de la tension aux bornes du condensateur est régie par l'équation différentielle $\frac{du_C}{dt} + \frac{u_C}{RC} = \frac{E}{RC}$ établie en utilisant les lois des circuits et la relation du condensateur.

La solution est de la forme : $u_C(t) = Ae^{-t/RC} + E$ car E est une solution particulière. La condition initiale est donnée par $u_C(0) = -E$ et on a donc $Ae^0 + E = -E$, soit $A = -2E$. La solution s'écrit donc :

$$u_C(t) = -2Ee^{-t/RC} + E = E(1 - 2e^{-t/RC})$$

b. On lit graphiquement la valeur asymptotique de la tension au cours de la charge : $E = 5,0 \text{ V}$

Une période correspond à la durée d'un motif charge-décharge. On lit $T = 10 \text{ ms}$.

Pendant la charge, $u_C(\tau) = E(1 - 2e^{-\tau}) \approx 0,26E = 1,3 \text{ V}$; on lit cette valeur sur le graphique pour $\tau = 0,2 \text{ ms}$.

c. La valeur de R ayant augmenté, il en va de même pour $\tau = RC$. L'alternance entre les valeurs E et $-E$ délivrées par le générateur se produit trop rapidement pour que le condensateur effectue une charge ou une décharge complète.

d. Si τ est très grand devant T , la tension aux bornes du condensateur reste quasi nulle en permanence. On dessine donc une tension constante nulle.

e. Si la fréquence augmente, la période T diminue et devient très petite devant τ . D'après la question précédente, la tension aux bornes du condensateur semble nulle, ce qui est le comportement d'un fil électrique.

Exercice **52** corrigé à l'adresse hatier-clic.fr/pct560

53 1.1. Lors de la charge du condensateur, la tension augmente, ce qui correspond à la courbe a. L'intensité, quant à elle, diminue car de moins de moins de charges sont transférées lors de l'accumulation aux armatures, ce qui correspond à la courbe b.

1.2. Avant $t = 1,5$ ms, les deux courbes montrent une variation au cours du temps (la tension augmente, l'intensité diminue). C'est un régime transitoire. Après $t = 1,5$ ms, les deux courbes semblent constantes, ce qui correspond au régime permanent.

1.3. On utilise la méthode de la tangente à l'origine ou bien on lit graphiquement le temps au bout duquel on atteint 63 % de la tension maximale. On obtient $\tau = 1$ ns. La durée d'un choc est huit ordres de grandeur plus élevée que ce temps caractéristique de charge ! Le capteur est prêt à fonctionner presque instantanément comparé à la durée d'un choc.

1.4. L'expression littérale est $\tau = RC$ et on déduit :

$$R = \frac{\tau}{C} = \frac{1 \times 10^{-9}}{100 \times 10^{-12}} = 100 \Omega$$

1.5. En régime permanent, la tension est $E = 5,0$ V, ce qui correspond à une charge $q = CE = 5,0 \times 10^{-10}$ C.

2.1. L'expression **b** est cohérente avec le fait que la capacité d'un condensateur augmente quand les armatures se rapprochent.

2.2. Avant le choc : $u_c = E$ et $q = CE$

2.3. Le générateur impose sa tension au capteur indépendamment des conditions extérieures. La tension E ne varie donc pas lors du choc. En revanche, l'espace entre les armatures est diminué, ce qui

augmente la capacité du condensateur vu que $C = \frac{k}{d}$.

2.4. La charge q du condensateur augmente vu que C augmente et que E est constant. Les électrons quittent l'armature positive et vont vers l'armature négative, augmentant la charge accumulée sur chacune.

$$2.5. i = \frac{dq}{dt}$$

2.6. Puisque la charge électrique varie, la tension aux bornes du condensateur varie (affirmation **a** correcte).

L'intensité était nulle avant le choc (régime permanent) et prend une valeur non nulle lors de la variation de charge, ce qui rend l'affirmation **b** correcte.

En revanche, il a été précisé que la tension aux bornes du générateur ne varie pas.

54 1.1. On lit la tension initiale sur le graphique : $E = 5,5$ V

1.2. Par la méthode de la tangente ou en lisant le temps τ pour lequel $u_c(\tau) = 0,37E$, on trouve $\tau = 0,8$ s.

2.1. On note q la charge portée par l'armature A.

On a $i = \frac{dq}{dt}$ car le condensateur est en convention récepteur et $u_R = -Ri$ car le dipôle ohmique est en convention générateur.

2.2. On a $u_c = u_R$ avec $u_R = -Ri$ et en remplaçant i et utilisant la relation $q = Cu_c$, on trouve :

$$\frac{du_c}{dt} + \frac{1}{RC} u_c = 0$$

2.3. u_c est régie par une équation différentielle du premier ordre à coefficients constants. La solution est de la forme $u_c = Ae^{-t/RC}$, ce qui permet d'identifier $\tau = RC$. D'autre part, la condition initiale est telle que $u_c(t = 0) = E$ soit $Ae^0 = E$ et donc $A = E$.

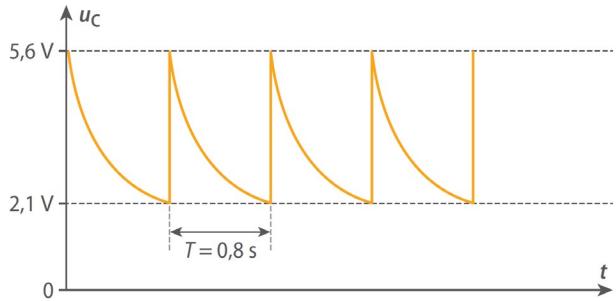
$$2.4. R = \frac{\tau}{C} = \frac{0,8}{0,40 \times 10^{-6}} = 2 \times 10^6 \Omega$$

3.1. Vu que $u_c = u_R$ à tout instant, on cherche la valeur $u_R = e^{-t/RC}(t = 0) = e^{-1} \times 0,56 = 0,21$ V.

3.2. On cherche le temps tel que $u_c(t) = e^{-t/RC}(t = 0)$. D'après l'expression fournie, cela revient à :

$$0,56e^{-t/0,80} = 0,56e^{-1} \text{ soit } -\frac{t}{0,80} = -1 \text{ donc } t = 0,8 \text{ s.}$$

3.3. Une fois cette date atteinte, le condensateur se recharge presque instantanément car l'interrupteur bascule en position 1 où la résistance est très faible.



3.4. La fréquence des impulsions se calcule :

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0,8} = 1,25 \text{ Hz}$$

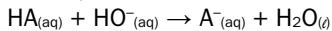
Si l'on calcule le nombre d'impulsions pendant une minute, on trouve $1,25 \times 60 = 75$ impulsions par minute. Cela correspond à un rythme cardiaque humain moyen.

ÉCE

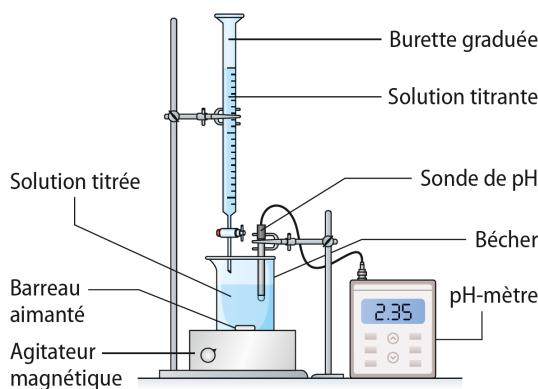
① L'aspirine : contrôle qualité

1. a. Le réactif titré est l'acide acétylsalicylique HA, le réactif titrant est l'ion hydroxyde HO⁻.

b. L'équation de la réaction support du titrage est :



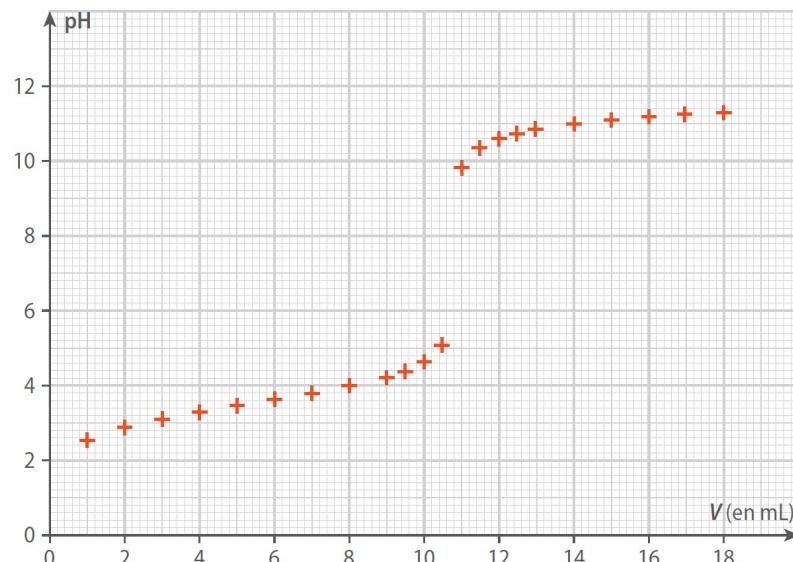
c.



d. On place la solution dans un bêcher de prélèvement et on utilise une pipette jaugée de 20 mL pour le prélèvement.

2. a. On resserrera les prises de mesure entre 9 mL et 13 mL.

b. On utilisera la méthode des tangentes. Le volume équivalent déterminé ici est V_E = 10,8 mL.



3. a. La quantité de matière d'ions hydroxyde apportée à l'équivalence est c_bV_E. D'après la stœchiométrie de la réaction support du titrage, on en déduit que la quantité de matière d'acide acétylsalicylique initialement présente est identique.

La concentration de la solution titrée est donc $\frac{c_b V_E}{V_a}$.

La quantité de matière d'acide acétylsalicylique contenue dans l'ensemble de la solution fabriquée à partir d'un comprimé est donc $\frac{c_b V_E}{V_a} V$.

Donc la masse d'un comprimé est :

$$m = \frac{c_b V_E}{V_a} VM = 0,486 \text{ g}$$

b. Le résultat obtenu est en dessous des 500 mg attendus. On n'a pas d'indication de tolérance par rapport à la valeur attendue, ou d'incertitude de mesure, donc on ne peut pas savoir si le comprimé est acceptable ou non.

c. On mesure que le pH à l'équivalence est voisin de 8. On peut donc utiliser la phénolphthaleïne.

② Cinétique chimique et conservation

1. Le peroxyde d'hydrogène étant le réactif limitant, il faut travailler avec des quantités supérieures ou égales des autres réactifs. Comme la solution d'acide sulfurique utilisée dans le doc. 3 est la plus concentrée des deux disponibles, et celle d'iodure de potassium la moins concentrée des deux disponibles, on doit agir en changeant la quantité d'iodure de potassium introduite.

L'autre facteur cinétique, la température, ne peut être changé car on ne dispose pas de système de chauffage.

2. a. On déclenche le chronomètre à l'instant où les réactifs sont mis en présence.

On préleve une petite quantité du mélange réactionnel qu'on introduit dans une cuve à spectrophotométrie. On place la cuve dans le spectrophotomètre et on relève l'absorbance toutes les minutes.

Lorsque cette absorbance ne varie plus, on note sa valeur finale A_f .

Le temps de demi-réaction est la date à laquelle

$$A(t_{1/2}) = \frac{A_f}{2}$$

b. Après avoir enfillé les gants et chaussé les lunettes, on verse dans trois bêchers une dizaine de mL des solutions de peroxyde d'hydrogène de concentration $1,0 \times 10^{-3} \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$, d'acide sulfurique de concentration $1,0 \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$ et de solutions aqueuses d'iodure de potassium de concentration $3,0 \times 10^{-1} \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$.

On préleve à la pipette 5,0 mL de solution de peroxyde qu'on introduit dans un bêcher propre et sec.

On prélève 2,0 mL de solution aqueuse d'acide sulfurique de concentration $1,0 \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$ grâce à l'éprouvette de 5 mL, on les introduit dans le bêcher. On prélève à la pipette 5,0 mL de solution d'iodure de potassium, on les introduit rapidement dans le bêcher et on déclenche le chronomètre.

On agite avec l'agitateur en verre et on remplit une cuve de spectrophotométrie qu'on introduit dans le spectrophotomètre.

On relève la valeur de l'absorbance toutes les minutes.

Lorsque cette absorbance ne varie plus, on note sa valeur finale A_f .

Le temps de demi-réaction est la date à laquelle

$$A(t_{1/2}) = \frac{A_f}{2}$$

3. Réaliser un tableau de mesures. À la fin de la réaction, tracer le graphique d'évolution de $A(t)$.

4. a. Par construction graphique, tracer la droite horizontale $A = \frac{A_f}{2}$ et lire l'abscisse $t'_{1/2}$ du point d'intersection de cette droite avec la courbe.

Comparer $t'_{1/2}$ et $t_{1/2}$. On doit obtenir $t'_{1/2} < t_{1/2}$. On en déduit que la concentration en réactifs est un facteur cinétique : en augmentant celle de l'ion iodure, sans changer celle du peroxyde d'hydrogène, la réaction a été plus rapide.

b. On aurait pu tester de façon analogue l'influence des concentrations des deux autres réactifs.

En travaillant à température différente, on aurait pu vérifier que la température est un facteur cinétique : plus elle est grande, plus la réaction est rapide.

③ Synthèse et pureté

1. Veiller au respect des consignes de sécurité.

2. a. La réaction de synthèse du 2-chloro-2-méthylbutane est une substitution (l'hydroxyle OH est remplacé par le chlore sans changement du squelette carboné).

La réaction de formation du 2-méthyl-but-2-ène est une élimination d'une molécule d'eau (déshydratation).

b. Seules les trois espèces non miscibles avec l'eau se retrouvent dans la phase organique : la réaction n'étant pas totale, il reste du réactif 2-méthylbutan-2-ol, et on peut trouver les deux produits, 2-chloro-2-méthylbutane et 2-méthyl-but-2-ène.

c. Si le test est positif, il y a présence de 2-chloro-2-méthylbutane. Mais cela ne prouve pas qu'il soit pur.

d. On doit séparer la phase organique produite pour réaliser les deux tests. Supposons que cette phase ait un volume à peu près égal à 15 mL.

On pose une éprouvette sur la balance, on appuie sur « tare » (mise à zéro) et on y introduit un volume $V_0 = 10,0 \text{ mL}$ de la phase organique qui servira pour le test de pureté (2).

On utilise les 5 mL (environ) restants de phase organique pour le test (1). On introduit du nitrate

d'argent alcoolique. S'il y a un précipité blanc, il y a bien du 2-chloro-2-méthylbutane.

Pour le test (2), on mesure la masse m_0 de la phase organique dans l'éprouvette et on en déduit la masse volumique $\rho_0 = \frac{m_0}{V_0}$. On compare cette masse

volumique à celle du 2-chloro-2-méthylbutane pur donnée dans le doc. 3 : $\rho = 0,866 \text{ kg}\cdot\text{L}^{-1}$.

Si ρ_0 est égal ou très proche de ρ , le produit est pur ; si $\rho_0 < \rho$, avec un écart relatif significatif (de l'ordre de 5 %), le produit n'est pas pur car les autres espèces ont une masse volumique nettement inférieure.

3. L'agitation et le dégazage de l'ampoule à décanter nécessite un savoir-faire expérimental et des précautions opératoires particulières.

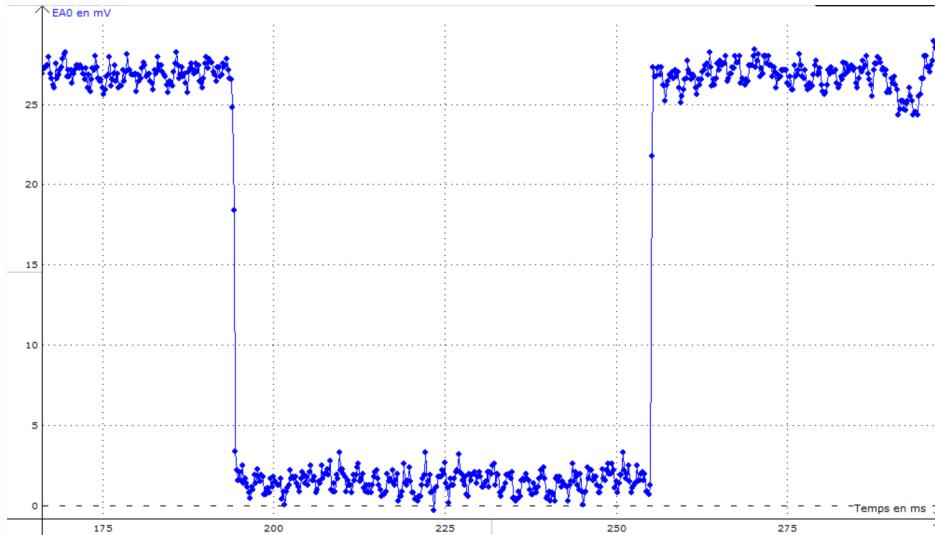
4. (1) Le test au nitrate d'argent doit être positif.

(2) On doit obtenir $\rho_0 < \rho$ et on vérifie que l'écart relatif $\frac{\rho - \rho_0}{\rho}$ est supérieur à 5 % (valeur maximale de l'incertitude des mesures).

On en déduit que le 2-chloro-2-méthylbutane n'est pas pur.

④ Mesure du champ de pesanteur terrestre

1. On lâche l'objet marqué pour que la marque se trouve au niveau de la graduation « 40 cm » (en veillant à ce que la graduation « 0 cm » se trouve au niveau du faisceau laser). À l'aide de la carte d'acquisition et du logiciel dédié, on obtient l'enregistrement suivant (ici réalisé avec Latis-Pro).



a. La chute de tension correspond au moment où le faisceau est coupé, c'est-à-dire au moment où l'objet passe entre l'émetteur et le récepteur. En utilisant l'outil « réticule », on mesure la durée de passage de l'objet devant la photodiode (correspondant à la durée pendant laquelle la tension est basse). La mesure, en préparation, a donnée $\Delta t = 60,818 \text{ ms}$.

L'objet utilisé en préparation était une règle métallique de longueur $L = 17,0 \text{ cm}$.

On peut alors déterminer la vitesse de l'objet correspondant à cette hauteur de chute $h = 40,0 \text{ cm}$

$$\text{en faisant le calcul : } v = \frac{L}{\Delta t}$$

$$\text{soit ici : } v = \frac{17,0 \times 10^{-3}}{60,818 \times 10^{-3}} = 2,80 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

b. La durée $\Delta t_{\text{échantillonage}}$ qui sépare deux points consécutifs de la courbe obtenue lors de

$$\text{l'acquisition informatique est : } \Delta t_{\text{échantillonage}} = \frac{T_{\text{total}}}{N_{\text{points}}} = \frac{2,0}{20\,000} = 1,0 \times 10^{-4} \text{ s} = 0,10 \text{ ms}$$

On en déduit un encadrement de la durée mesurée : $60,8 \text{ ms} \leq \Delta t \leq 60,9 \text{ ms}$

$$\text{soit un encadrement de la vitesse : } \frac{17,0 \times 10^{-3}}{60,9 \times 10^{-3}} \leq v \leq \frac{17,0 \times 10^{-3}}{60,8 \times 10^{-3}}$$

$$2,791 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1} \leq v \leq 2,796 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

Il faut donc écrire v avec 3 chiffres significatifs : $2,79 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1} \leq v \leq 2,80 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$

2. a. Il faut réaliser des mesures pour différentes hauteurs.

Chaque mesure permettra de mesurer la vitesse du corps.

En traçant l'évolution de la vitesse au carré en fonction de la hauteur de chute, nous devrions trouver une droite dont la pente correspond à $2g$. On pourra ainsi en déduire g .

En effet, la relation théorique est : $v = \sqrt{2gh}$ soit $v^2 = 2gh$

b. Les mesures pour une série d'altitudes sont ainsi réalisées :

	h	Δt
	m	s
1	0,6 m	50,214 ms
2	0,5 m	54,884 ms
3	0,4 m	60,818 ms
4	0,3 m	71,659 ms
5	0,2 m	86,694 ms
6	0,1 m	0,133 s



On peut utiliser le tableur-grapheur pour déterminer la vitesse.
L'objet utilisé est une règle de longueur totale $L = 17,0$ cm.

	h	Dt	v
	m	s	m/s
1	0,6 m	50,214 ms	=0,170/Dt
2	0,5 m	54,884 ms	
3	0,4 m	60,818 ms	
4	0,3 m	71,659 ms	
5	0,2 m	86,694 ms	
6	0,1 m	0,133 s	

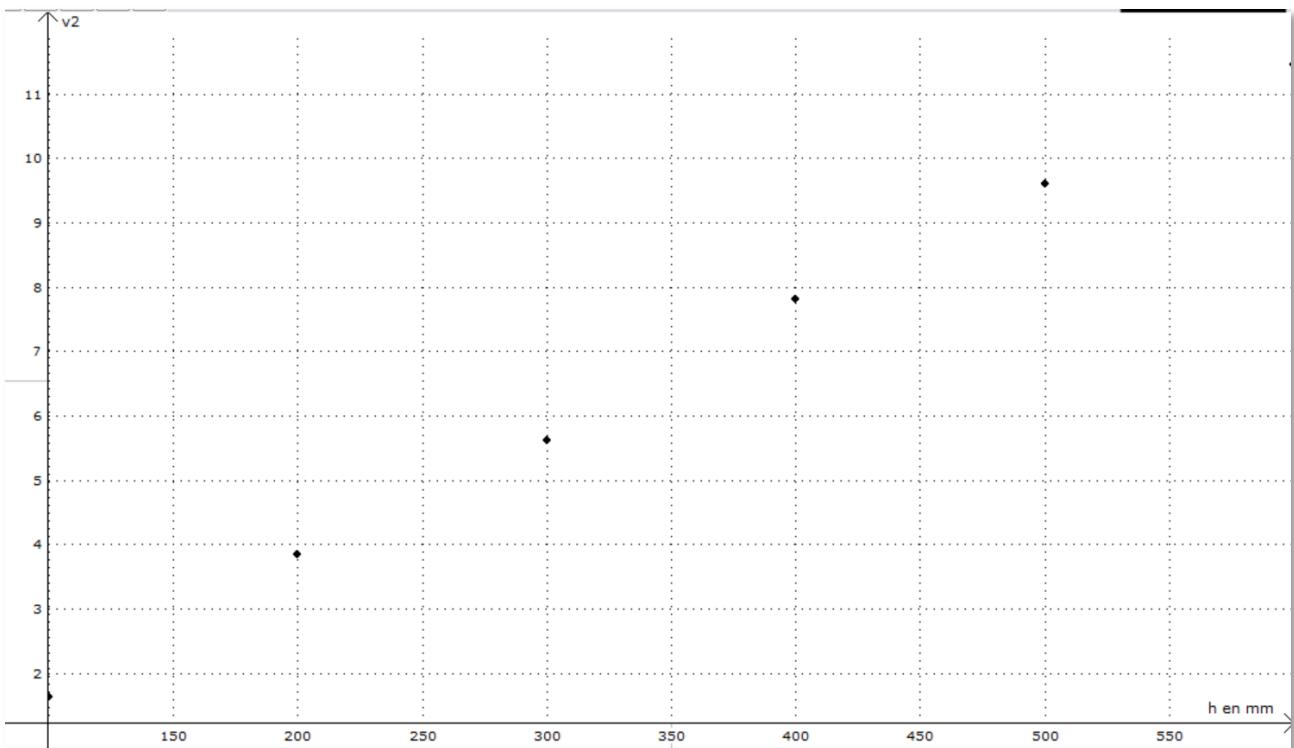
On fait calculer la vitesse au carré :

	h	Dt	v	v²
	m	s	m/s	
1	0,6 m	50,214 ms	3,386 m/s	=v^2
2	0,5 m	54,884 ms	3,097 m/s	
3	0,4 m	60,818 ms	2,795 m/s	
4	0,3 m	71,659 ms	2,372 m/s	
5	0,2 m	86,694 ms	1,961 m/s	
6	0,1 m	0,133 s	1,275 m/s	

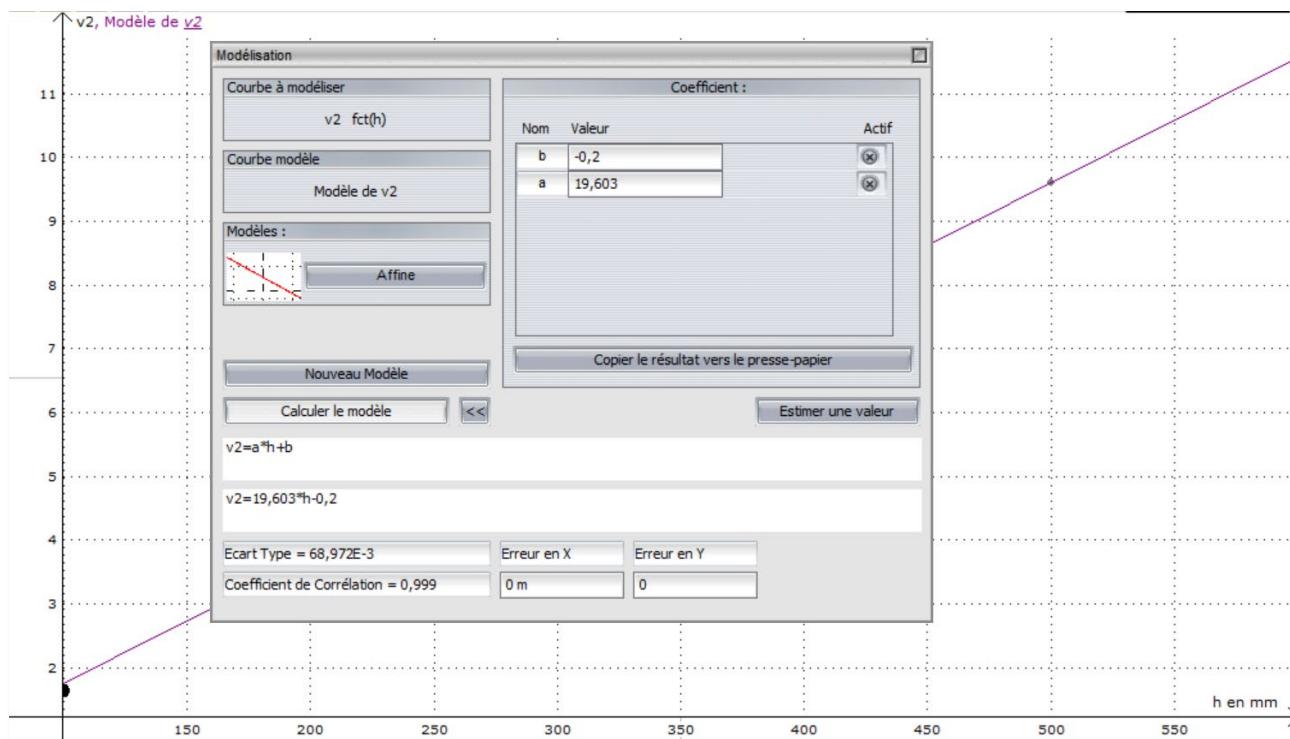
On obtient :

	h	Dt	v	v²
	m	s	m/s	
1	0,6 m	50,214 ms	3,386 m/s	11,462
2	0,5 m	54,884 ms	3,097 m/s	9,594
3	0,4 m	60,818 ms	2,795 m/s	7,813
4	0,3 m	71,659 ms	2,372 m/s	5,628
5	0,2 m	86,694 ms	1,961 m/s	3,845
6	0,1 m	0,133 s	1,275 m/s	1,626

On obtient le graphique :



On utilise l'outil de modélisation :



Le coefficient directeur nous permet de calculer g avec 3 chiffres significatifs :

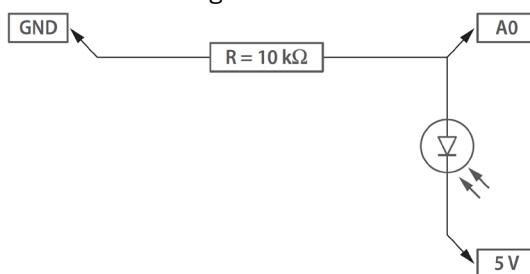
$$g = \frac{19,603}{2} = 9,80 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$$

3. Les valeurs sont assez proches pour conclure que la méthode de mesure est globalement satisfaisante.
Deux raisons pour expliquer cette différence seraient :

- (1) la précision des mesures dont la limitation est certainement liée :
 - au fait que la règle a pu avoir un mouvement de rotation sur un de ses axes pendant la chute impliquant une longueur apparente plus faible que L . Pour améliorer ces mesures, on pourrait multiplier les enregistrements pour une même hauteur de chute ;
 - à la précision du positionnement de la règle au moment du lâcher et d'un véritable lâcher sans vitesse.
- (2) le fait que la mesure de référence soit prise à Paris et peut-être différente selon l'endroit où est réalisée cette manipulation.

Note pour les enseignants

Schéma du montage :



Pour l'alimentation, on pourra utiliser l'alimentation interne de la carte d'acquisition.

La tension mesurée (avec une résistance de $10 \text{ k}\Omega$) est de l'ordre de 20 à 30 mV, il faut penser à changer la sensibilité pour les tensions ($-0,2 \text{ V}/0,2 \text{ V}$).

On peut utiliser un déclenchement, mais cela peut introduire une difficulté de compréhension inutile pour l'élève. On pourra alors prérégler un temps d'acquisition suffisamment grand (j'ai choisi 2 s pour le corrigé).

⑤ Diffraction dans un télescope

1. a. Vérifier le bon alignement du faisceau laser avec le trou, et le bon cadrage de la caméra.
b. On doit visualiser la tache d'Airy et le quadrillage millimétré sur l'écran.

c. La prévision théorique donne : $\theta = \frac{1,22\lambda}{a} = 1,54 \text{ mrad}$ avec $\theta \approx \tan\theta = \frac{d_{\text{Airy}}}{2L}$

donc $d_{\text{Airy}} = 2L\theta \approx 4,63 \text{ mm}$.

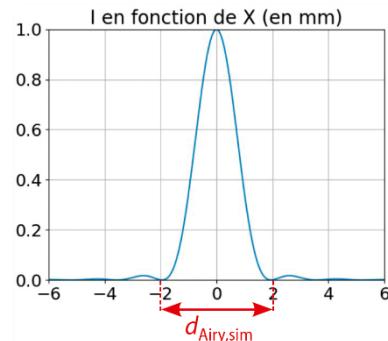
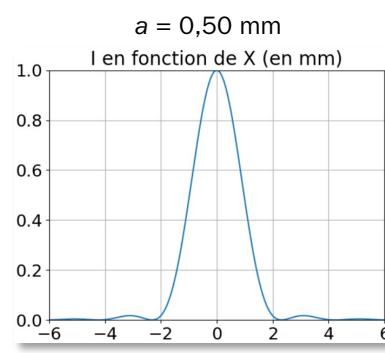
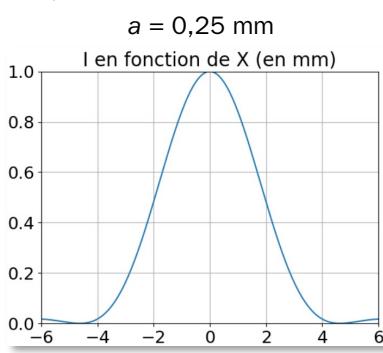
2. a. Penser, lors de la saisie, à remplacer les virgules par des points. Le pic central correspond à la tache d'Airy, les deux premiers pics secondaires de part et d'autre en $X = -3,2$ et en $X = +3,2$ correspondent au premier anneau, les deux suivants de part et d'autre en $X = -5$ et en $X = +5$ correspondent au deuxième anneau.

b. Voici le graphique obtenu, ci-contre.

On lit $d_{\text{Airy,sim}} = 2,3 - (-2,3) = 4,6 \text{ mm}$. Cette valeur est conforme à la valeur expérimentale.

c. On peut tester une valeur inférieure et une valeur supérieure du diamètre du trou et observer l'évolution de la largeur du pic central, égale au diamètre de la tache d'Airy.

Voici, dans l'ordre les courbes obtenues :



On constate la diminution du diamètre de la tache d'Airy lorsque le diamètre du trou diffractant augmente.

3. D'après le critère de Rayleigh exposé dans le doc. 3, la résolution du système d'étoile double est atteinte lorsque le diamètre d des taches d'Airy est inférieur à la distance C_1C_2 entre leurs centres. Lorsqu'on augmente le diamètre a du télescope, d'après le résultat de la question 2c, ce diamètre d diminue.

On peut résoudre un système donné en augmentant a jusqu'à ce que d soit inférieur à C_1C_2 . Plus le diamètre du télescope est grand, plus on pourra résoudre de systèmes.

⑥ Simulation d'un flash d'appareil photographique

1. a. La durée attendue pour la décharge est $5\tau = 5R_1C = 1,7 \text{ s}$.

On peut donc régler une acquisition d'une durée de 2 s, avec un millier de points.

- b. Pour initier la décharge, il faut ouvrir l'interrupteur K_1 et fermer l'interrupteur K_2 .

2. Le temps caractéristique peut être déterminé à l'aide de la tangente à l'origine ou des 37 % de tension restante. Pour la suite, on utilisera la valeur $\tau = 0,29 \text{ s}$.

- a. En assimilant l'incertitude-type à 2 % de R_1 , on a $u(R_1) = 7 \Omega$.

On peut estimer l'incertitude-type sur la détermination de τ à $u(\tau) = 0,02 \text{ s}$.

- b. On calcule $C = \frac{\tau}{R_1} = 8,8 \times 10^{-4} \text{ F}$ et $u(C) = 6 \times 10^{-5} \text{ F}$ avec la relation fournie.

$\frac{|C - C_{\text{réf}}|}{u(C)} = 2$, ce qui est encore acceptable. La valeur mesurée est compatible avec la valeur attendue.

3. On note U_{min} voisine de 0,6 V.

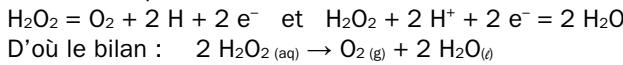
a. La durée d'éclairement calculée à l'aide de la relation fournie est $t_e = 0,02 \text{ s}$.

b. Si l'on avait gardé R_1 , on aurait une durée 33 fois plus grande, donc voisine de 0,7 s, ce qui est trop long pour un flash.

Exercices de synthèse

1 Dégradation de l'eau oxygénée

1.1. Demi-équations :



1.2. Un catalyseur est une espèce chimique accélérant une réaction sans modifier son état final.

2.1. Le volume molaire est :

$$V_m = \frac{V}{n} = \frac{RT}{P} = \frac{8,31 \times 273}{1,01 \times 10^5} = 2,25 \times 10^{-2} \text{ m}^3 \cdot \text{mol}^{-1}$$

soit $V_m = 22,5 \text{ L} \cdot \text{mol}^{-1}$.

2.2. Dans $V_{\text{O}_2} = 110 \text{ L}$, il y a une quantité de matière de dioxygène $n_{\text{O}_2} = \frac{V_{\text{O}_2}}{V_m} = 4,90 \text{ mol}$.

D'après la stœchiométrie de la réaction de dismutation, la quantité de matière de peroxyde d'hydrogène initialement présente est donc, par litre de solution, $n_0 = 2n_{\text{O}_2} = 9,79 \text{ mol}$. La concentration de la solution est donc $c_0 = 9,79 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$.

2.3. Il faut une fiole jaugée de 100 mL pour préparer la solution et une pipette jaugée vingt fois plus petite, donc de 5 mL, pour faire le prélèvement. À l'aide d'une pipette jaugée de 5 mL, prélever 5,00 mL de solution commerciale placée dans un bêcher. Les verser dans une fiole jaugée de 100 mL. Compléter la fiole à l'eau distillée jusqu'au trait de jauge en homogénéisant en cours de remplissage et à la fin.

3.1. Schéma du montage : voir le cours 3 p. 96 (manuel de l'élève), en retirant la sonde.

3.2. L'équivalence est repérée à la persistance de la coloration violette dans le mélange réactionnel.

3.3. Les ions H_3O^+ sont un réactif de la réaction de titrage, donc il est nécessaire d'en apporter pour qu'elle puisse se produire.

3.4. La quantité de matière d'ions permanganate apportés à l'équivalence est $n = cV_E$. D'après la stœchiométrie de la réaction de titrage, on en déduit la quantité de matière de peroxyde d'hydrogène initialement présent, $n' = \frac{5}{2}cV_E$.

La concentration de la solution titrée est donc :

$$c_1 = \frac{n'}{V_1} = \frac{\frac{5}{2}cV_E}{2V_1}$$

La concentration de la solution commerciale est donc :

$$c_0 = 20,0c_1 = \frac{50cV_E}{V_1} = 8,15 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

C'est nettement inférieur à la valeur de $9,79 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$ attendue, donc l'eau oxygénée est déjà dégradée.

4.1. La vitesse volumique de disparition de H_2O_2 est :

$$v(t) = -\frac{d[\text{H}_2\text{O}_2]}{dt}$$

4.2. On le voit sur le graphique, la tangente à la courbe représentant la concentration d'ions hypochloreux en fonction du temps est de moins en moins pentue, donc $v(t)$ décroît au cours du temps.

4.3. Cette vitesse diminue du fait de la diminution progressive de la concentration du réactif.

4.4. On trace la tangente à l'origine, on détermine son coefficient directeur, qui est $-v(t_0)$.

On en déduit $v(t_0) = 2,0 \times 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$.

4.5. Le temps de demi-réaction est la durée au bout de laquelle la moitié du réactif a disparu. Ici, c'est au bout de 14 s.

4.6.1. Une réaction suit une loi de vitesse d'ordre 1 si la vitesse volumique de disparition du réactif est proportionnelle à la concentration de ce réactif.

4.6.2. On peut tracer $\ln([\text{ClO}^-])$ en fonction du temps et vérifier si c'est une fonction affine.

2 Hydrolyse du saccharose

1.1. Il n'y a pas d'ions mis en jeu dans la réaction, donc la conductivité de la réaction ne varie pas. On peut supposer que les espèces sont incolores en solution aqueuse.

$$1.2. V_{\text{D(Sac)}}(t) = -\frac{d[\text{Sac}]}{dt}(t)$$

$$1.3. -\frac{d[\text{Sac}]}{dt}(t) = k[\text{Sac}](t) \quad \text{soit} \quad \frac{d[\text{Sac}]}{dt}(t) + k[\text{Sac}](t) = 0.$$

$$1.4. [\text{Sac}](t) = Ae^{-kt}$$

$$\text{donc} \quad \frac{d[\text{Sac}]}{dt}(t) = A(-k)e^{-kt} = -k(Ae^{-kt}) = -k[\text{Sac}](t).$$

La condition initiale s'écrit, à la date $t = 0 \text{ s}$:

$$Ae^0 = [\text{Sac}]_0 \quad \text{donc} \quad A = [\text{Sac}]_0.$$

1.5. On obtient une droite passant par l'origine, ce qui prouve que $L(t) = -kt$. Son coefficient directeur vaut $-k = \frac{-1,39 - 0}{1000 - 0} = -1,39 \times 10^{-3} \text{ h}^{-1}$

$$\text{donc} \quad k = 1,39 \times 10^{-3} \text{ h}^{-1}$$

2.1. Le temps de demi-réaction est la date à laquelle la moitié du réactif limitant (Sac, ici) a disparu.

$$\text{On a donc} \quad [\text{Sac}](t_{1/2}) = \frac{[\text{Sac}]_0}{2}$$

$$\text{donc} \quad \ln\left(\frac{[\text{Sac}]}{[\text{Sac}]_0}\right) = \ln\left(\frac{1}{2}\right) = -\ln(2)$$

$$\text{donc} \quad -kt_{1/2} = -\ln(2) \quad \text{d'où} \quad t_{1/2} = \frac{\ln(2)}{k}$$

2.2. Le temps de demi-réaction est la date à laquelle $[\text{Sac}] = \frac{[\text{Sac}]_0}{2} = 200 \text{ mmol} \cdot \text{L}^{-1}$. On lit dans le tableau

que $t_{1/2} = 500 \text{ h}$. On a donc $k = \frac{\ln(2)}{500} = 1,39 \times 10^{-3} \text{ h}^{-1}$, la même valeur qu'à la question 1.5.

2.3. Par définition du pH, $[\text{H}_3\text{O}^+] = c^0 10^{-\text{pH}}$, on en déduit :

• dans l'expérience 1 :

$$t_{1/2} \times [\text{H}_3\text{O}^+] = 500 \times 10^{-5} = 5,0 \times 10^{-3} \text{ h} \cdot \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

• dans l'expérience 2 :

$$t_{1/2} \times [\text{H}_3\text{O}^+] = 31,5 \times 10^{-3,8} = 5,0 \times 10^{-3} \text{ h} \cdot \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

On en déduit, à pH = 0 :

$$t_{1/2} = \frac{5,0 \times 10^{-3}}{10^0} = 5,0 \times 10^{-3} \text{ h} = 18 \text{ s}$$

De même, à pH = 7 :

$$t_{1/2} = \frac{5,0 \times 10^{-3}}{10^{-7}} = 5,0 \times 10^4 \text{ h} \quad \text{soit environ 6 ans.}$$

La réaction est tellement lente qu'on peut considérer le saccharose comme stable.

3.1. On introduit dans une fiole jaugée de 1,00 litre de l'eau distillée et on introduit régulièrement, et en petites quantités, du saccharose solide en agitant.

Lorsque le premier grain de saccharose reste en solution sans se dissoudre, on a atteint la limite de solubilité et on mesure la masse de saccharose totale introduite.

3.2. L'équilibre chimique est caractérisé par la coexistence des réactifs et des produits d'une réaction. Les quantités données reviennent à introduire 2,0 kg de saccharose dans 1,0 L d'eau. À la température $T = 10^\circ\text{C}$, la solubilité vaut $1,9 \text{ kg}\cdot\text{L}^{-1}$, la solution est donc saturée, il reste donc une partie de saccharose solide. On est donc dans une situation d'équilibre chimique.

3.3. À la température $T = 30^\circ\text{C}$, à l'équilibre, la masse de saccharose dissoute dans 1,0 L d'eau vaut $m = 2,2 \text{ kg}$, ce qui représente une quantité de

$$\text{matière } n = \frac{m}{M_{\text{C}_{12}\text{H}_{22}\text{O}_{11}}} = \frac{2,2 \times 10^3}{12 \times 12 + 22 \times 1 + 11 \times 16}$$

$$\text{soit } n = 6,4 \text{ mol. On en déduit } K(30^\circ\text{C}) = \frac{n}{c^0} = 6,4.$$

3.4. Le saccharose est complètement dissout à 40°C car la masse est inférieure à 2,3 kg. La concentration du saccharose vaut donc $[\text{Sac}] = \frac{n}{V}$

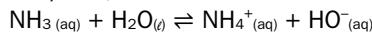
$$\text{avec } n = \frac{m}{M_{\text{C}_{12}\text{H}_{22}\text{O}_{11}}} = \frac{2,25 \times 10^3}{12 \times 12 + 22 \times 1 + 11 \times 16}$$

soit $n = 6,6 \text{ mol}$ donc le quotient de réaction initial vaut $Q_{r,i} = 6,6$. Cette valeur est strictement supérieure à $K(30^\circ\text{C})$. La réaction évolue donc dans le sens indirect, et une partie du saccharose devient solide, on dit qu'il y a précipitation.

3 Autour de l'ammoniac

1.1.1. Une base selon Brönsted est une espèce chimique susceptible de céder un proton.

1.1.2. Si l'ammoniac NH_3 est une base, son couple est $\text{NH}_4^+/\text{NH}_3$. L'eau étant acide dans le couple $\text{H}_2\text{O}/\text{HO}^-$, la réaction de l'ammoniac avec l'eau est :



1.1.3. La constante d'équilibre de cette réaction est :

$$K = \frac{[\text{HO}^-]_f [\text{NH}_4^+]_f}{[\text{NH}_3]_f c^0}$$

$$\text{Comme } K_e = \frac{[\text{H}_3\text{O}^+]_f [\text{HO}^-]_f}{(c^0)^2} \text{ et } K_A = \frac{[\text{NH}_3]_f [\text{H}_3\text{O}^+]_f}{[\text{NH}_4^+]_f c^0},$$

$$\text{on a bien } K = \frac{K_e}{K_A}. \text{ Sa valeur est } K = 1,7 \times 10^{-5}.$$

1.2.1. La solution a une masse volumique

$$\rho_{\text{sol}} = d\rho_{\text{eau}} = 0,88 \text{ g}\cdot\text{mL}^{-1}. \text{ Une masse } m_{\text{sol}} = 100 \text{ g} \text{ de solution occupe donc un volume } V_{\text{sol}} = \frac{m_{\text{sol}}}{\rho_{\text{sol}}}.$$

Cet échantillon de solution contient une masse $m_0 = 35 \text{ g}$ d'ammoniac, soit une quantité de matière $n_0 = \frac{m_0}{M_{\text{NH}_3}}$.

La concentration de la solution commerciale est donc :

$$c_0 = \frac{n_0}{V_{\text{sol}}} = \frac{m_0 \rho_{\text{sol}}}{m_{\text{sol}} M_{\text{NH}_3}} = 18 \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$$

Pour préparer la solution diluée, il faut prélever une quantité de matière $c_1 V_1 = 5,00 \times 10^{-2} \text{ mol}$ de soluté, donc prélever un volume $V'_0 = \frac{n_1}{c_0} = 2,8 \text{ mL}$.

1.2.2. Placer la solution commerciale dans un petit bêcher. À l'aide d'une pipette graduée, prélever 2,8 mL de cette solution commerciale et les placer dans une fiole jaugée de 500 mL. Emplir jusqu'au trait de jauge à l'eau distillée en homogénéisant en cours de remplissage et à la fin.

1.3.1. La concentration des ions hydroxyde est :

$$[\text{HO}^-]_f = \frac{K_e c^0}{10^{-\text{pH}}} = 1,29 \times 10^{-3} \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$$

D'après la stœchiométrie de la réaction entre l'ammoniac et l'eau, la concentration des ions ammonium est identique : $[\text{NH}_4^+]_f = 1,29 \times 10^{-3} \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$. La concentration d'ammoniac est donc :

$$[\text{NH}_3]_f = c_1 - [\text{NH}_4^+]_f = 9,9 \times 10^{-2} \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$$

1.3.2. L'ammoniac n'est pas une base forte car il n'est pas entièrement dissocié dans l'eau.

2.1. Puisqu'on néglige les ions hydroxyde issus de l'autoprotolyse de l'eau, alors les quantités de matière de NH_4^+ et de HO^- présentes sont égales à x_f et la quantité de matière de NH_3 restante est $c_1 V_1 - x_f$.

$$\text{On en déduit } [\text{HO}^-]_f = [\text{NH}_4^+]_f = \frac{x_f}{V_1} \text{ et } [\text{NH}_3]_f = c_1 - \frac{x_f}{V_1}.$$

$$2.2. \text{ Comme } K = \frac{[\text{HO}^-]_f [\text{NH}_4^+]_f}{[\text{NH}_3]_f c^0}, \text{ il vient } K = \frac{\left(\frac{x_f}{V_1}\right)^2}{c^0 \left(c_1 - \frac{x_f}{V_1}\right)}.$$

$$\text{On en déduit bien } \frac{1}{V_1^2} x_f^2 + \frac{K c^0}{V_1} x_f - K c^0 c_1 = 0.$$

2.3. Voici le programme complété :

```
from math import *
### Données de pKa et Ke et calcul de Ka
pKa=9.23
Ka=10**(-pKa)
Ke=1e-14
### Concentration (mol/L) et volume (L)
c1=0.1
V1=0.5
### Calcul de la constante d'équilibre
K=Ke/Ka
### Coefficients du trinôme en xf
a=1/V1**2
b=K/V1
c=-K*c1
### Discriminant et racine positive
Delta=b**2-4*a*c
xf=(-b+Delta**0.5)/(2*a)
print('xf=',xf,'mol')
print('['+chemin+']f=[HO-]f=',xf/V1,'mol/L')
print('['+chemin+']f=c1-xf/V1,'mol/L')
print('pH=-log10(Ke*V1/xf)')
```

3.1. Le taux d'avancement de la réaction étant strictement inférieur à 1, la réaction n'est pas totale.

3.2. D'après la stœchiométrie de la réaction, le mélange initial est stœchiométrique. L'avancement maximal est donc $x_{\text{max}} = 1,0 \times 10^2 \text{ mol}$. L'avancement final étant $x_f = \tau x_{\text{max}} = 70 \text{ mol}$, on en déduit qu'à l'état final, le mélange contient $2x_f = 1,4 \times 10^2 \text{ mol}$ d'ammoniac et qu'il reste 30 mol de diazote et 90 mol de dihydrogène.

3.3. Plus la pression et la température sont élevées, plus nombreux seront les chocs efficaces entre réactifs. Cela permet donc d'accélérer la réaction.

3.4. Le catalyseur permet également d'accélérer la réaction.

4 Vitamine C

1.1. L'étape 1 est une modification de groupe car la chaîne n'est pas modifiée. Il s'agit d'une addition car une double liaison est ouverte et chaque atome de la double liaison est lié à un atome supplémentaire.

1.2. Formule brute de E : $C_6H_{10}O_7$

1.3. Le D-Sorbitol a pour formule brute $C_6H_{14}O_6$.

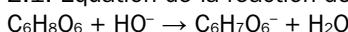
La demi-équation est :



1.4. Par soustraction des formules brutes, Y est H_2O : c'est l'eau.

1.5. Ce spectre est celui de l'acide ascorbique car il contient une bande fine et profonde vers $1\ 700\ cm^{-1}$ caractéristique d'une liaison $C=O$, que le D-sorbitol ne possède pas.

2.1. Équation de la réaction de titrage :



Les couples sont H_2O/HO^- et $C_6H_8O_6/C_6H_7O_6^-$.

2.2. Schéma légendé :

(*) Cours 4a p. 97 (manuel de l'élève)

2.3. À l'aide de la méthode des tangentes, on détermine le volume équivalent du titrage :

$V_E = 13,5\ mL$. La quantité de matière de réactif titrant HO^- apportée à l'équivalence est $n = cV_E$.

D'après la stœchiométrie de la réaction support du titrage, la quantité de matière de réactif titré, l'acide ascorbique, initialement présente, est identique.

La concentration de l'acide ascorbique dans la

solution S est donc $c_1 = \frac{cV_E}{V_1} = 2,70 \times 10^{-2}\ mol \cdot L^{-1}$.

2.4. La quantité de matière d'acide ascorbique dans un comprimé est donc $n = c_1V_0 = 2,70 \times 10^{-3}\ mol$, donc la masse d'acide ascorbique dans un cachet est $m = Mn = 0,475\ g$.

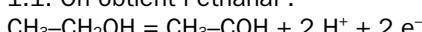
2.5. On calcule $\frac{|m - m_{\text{réf}}|}{u(m)} = 2$.

L'écart à la valeur de référence est acceptable.

5 Un ester bien bâti

Partie 1.

1.1. On obtient l'éthanal :



1.2. Il s'agit d'une réaction d'addition (d'eau) : on obtient le propan-2-ol : $CH_3-CHOH-CH_3$

1.3. Il s'agit d'une addition. On obtient le 1-bromopentane : $CH_3Br-CH_2-CH_2-CH_2-CH_3$

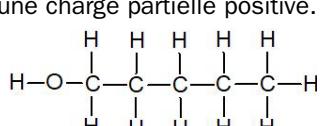
1.4. Il s'agit d'une substitution, $Mg-Br$ est remplacé par $CHOH-R'_H$.

1.5. La différence d'électronégativité vaut :

$$\chi_C - \chi_{Mg} = 1,3 > 0,4$$

La liaison est polarisée, l'atome de carbone porte donc une charge partielle positive.

2.1.



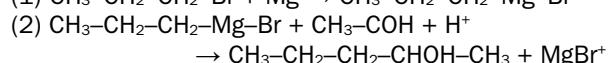
2.2. Le doc. A2 indique qu'on peut synthétiser un alcool à partir d'un alcène et le doc. A1 indique qu'on peut synthétiser un acide carboxylique à partir d'un alcool.

On réalise donc une hydratation de l'éthène (peu importe laquelle, elles donnent le même résultat), on obtient l'éthanol qui est un alcool primaire, on fait une oxydation de Jones et on obtient l'acide éthanoïque.

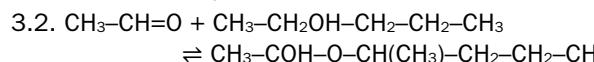
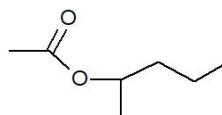
2.3. On réalise une hydratation de l'éthène (peu importe laquelle, elles donnent le même résultat), on obtient l'éthanol qui est un alcool primaire, on fait une oxydation de Corey et on obtient l'éthanal.

2.4. L'atome de brome doit être sur le premier carbone de la chaîne, il faut donc réaliser une hydroxyhalogénéation (hydroxybromation) Karash.

2.5. La réaction est une synthèse organomagnésienne qui s'écrit, d'après le doc. A5 :



3.1.

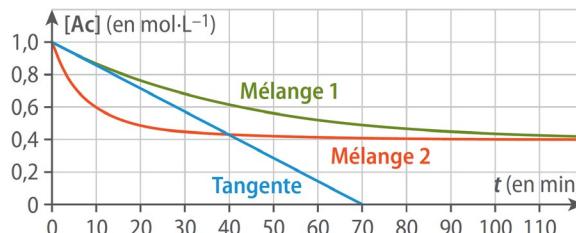


Partie 2.

1.1. L'ajout de H^+ accélère la réaction sans changer l'état final.

1.2. Par définition : $v_{D(Ac)} = -\frac{d[Ac]}{dt}$

On la détermine graphiquement en traçant la tangente à la courbe au point de date $t = 0\ s$ et en calculant son coefficient directeur.



La tangente passe par les points A(0 ; 1,0) et B(70 min ; 0) donc :

$$v_{D(Ac)} = -\frac{0 - 1,0}{70 - 0} = 0,014\ mol \cdot L^{-1} \cdot min^{-1}$$

1.3. Par définition, $t_{1/2}$ est la date à laquelle l'avancement est égal à la moitié de sa valeur finale donc c'est la date à laquelle $[Ac] = 0,7\ mol \cdot L^{-1}$: on lit sur le graphique $t_{1/2} = 4\ min$.

1.4. Le temps de demi-réaction diminue, la réaction est donc plus rapide. La température est un facteur cinétique : plus elle augmente, plus l'agitation est grande, plus les rencontres entre espèces réactives sont nombreuses, plus la vitesse augmente.

2.1. On trouve dans la phase aqueuse l'acide éthanoïque, l'acide sulfurique et un peu d'alcool, et dans la phase organique l'alcool et l'ester, de masse volumique inférieure à celle de la phase aqueuse. La phase aqueuse est donc en partie basse de l'ampoule à décanter, la phase organique en partie haute.

2.2. La phase organique contient un mélange d'ester et d'alcool, il faut donc éliminer l'alcool.

$$2.3. M_{\text{Es}} = 7 \times 12 + 14 \times 1 + 2 \times 16 = 130 \text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$$

$$2.4. \eta = \frac{n_{\text{exp}}}{n_{\text{max}}}$$

$$\text{avec } n_{\text{exp}} = \frac{m_{\text{Es}}}{M_{\text{Es}}} \quad \text{et} \quad m_{\text{Es}} = \rho V_{\text{Es}} = 0,87 \times 890 = 774 \text{ g}$$

$$\text{donc } n_{\text{exp}} = \frac{774}{130} = 6,0 \text{ mol} \quad \text{donc } \eta = 0,60.$$

2.5. C'est un principe de déplacement de l'équilibre : le rendement augmente quand on élimine un produit.

2.6. La dépense énergétique ne vaut que $800 \times 30 = 24 \text{ kJ}$, donc l'utilisation du micro-ondes améliore le bilan d'après le principe 6 de la chimie verte. Le rendement est meilleur (80 % au lieu de 60 %), ce qui améliore le bilan d'après le principe 2 de la chimie verte. Le procédé est donc plus vertueux pour les deux critères.

6 Saut à la perche

1.1. La norme de la vitesse du perchiste étant constante, son mouvement est uniforme.

1.2. Entre 5,5 s et 6,5 s, la vitesse du perchiste passe de $6,6 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ à $8,5 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$, soit une augmentation de $1,9 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ en 1,0 s, donc une accélération de $1,9 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$.

1.3. Le mouvement est uniformément accéléré, vu que son accélération est constante car la vitesse est une fonction affine du temps.

2.1. L'énergie cinétique à cette date est $E_c(t_1) = 3\,000 \text{ J}$. La vitesse du perchiste est donc

$$v(t_1) = \sqrt{\frac{2E_c(t_1)}{m}} = 9,3 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}, \text{ ce qui est à peu près la valeur atteinte à la fin de la phase d'élan.}$$

2.2. L'énergie potentielle de pesanteur maximale est $E_{\text{ppmax}} = 3\,700 \text{ J}$ environ, correspondant à une

$$\text{altitude } H = \frac{E_{\text{ppmax}}}{mg} = 5,4 \text{ m.}$$

C'est bien la valeur des données.

2.3. L'étape 1 (flexion de la perche) se traduit par une diminution de l'énergie cinétique, donc entre 7,1 s et 7,8 s. L'étape 2 (déflexion de la perche) se traduit par une augmentation de l'énergie cinétique, donc entre 7,8 s et 8,5 s. Après 8,5 s, l'énergie mécanique est constante, donc c'est l'étape 3 de chute libre ascendante.

2.4. L'énergie mécanique a la même valeur à 7,1 s et à 9,0 s, ce qui signifie qu'aucune force non conservative n'a travaillé entre ces deux dates.

2.5.1. Cet extrait calcule, pour chaque point où c'est possible, la vitesse verticale et les trois énergies du perchiste.

2.5.2. La liste `t` contient les dates, la liste `y` les positions verticales, la liste `vy` les vitesses sur l'axe vertical ascendant.

2.5.3. La première et la dernière position ne permettent pas le calcul de la vitesse, qui prend en compte les positions d'avant et d'après le point courant. Donc on ne démarre pas la boucle à zéro mais à 1 et on l'arrête un cran avant la valeur ultime.

3.1. On applique la deuxième loi de Newton au perchiste dans le référentiel terrestre supposé galiléen. Il ne subit que son poids, donc cela s'écrit $m\vec{a}_G = \vec{P}$, d'où $a_x = 0$ et $a_z = -g$.

3.2. La primitive de l'accélération est la vitesse, de coordonnées $v_x = v_0$ et $v_z = -gt$ en tenant compte des conditions initiales. La primitive de la vitesse est la position, de coordonnées $x(t) = v_0 t$ et $z(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + H$ en tenant compte des conditions initiales.

3.3. Le perchiste arrive en bas à la date t_f telle que

$$z(t_f) = 0, \text{ donc } t_f = \sqrt{\frac{2H}{g}} = 1,0 \text{ s. C'est plus rapide que la phase de montée.}$$

7 Dans la ceinture d'astéroïdes

1.1. La masse d'un atome de xénon est :

$$m = \frac{M}{N_A} = 2,18 \times 10^{-22} \text{ g} = 2,18 \times 10^{-25} \text{ kg}$$

1.2. Le champ électrique a pour norme $E = \frac{U}{AB}$.

La force électrique a donc pour norme $F = eE = \frac{eU}{AB}$.

Le travail de la force électrique entre A et B est donc $W_{AB}(\vec{F}_e) = eU$ vu que le déplacement de A à B et la force électrique sont colinéaires et de même sens.

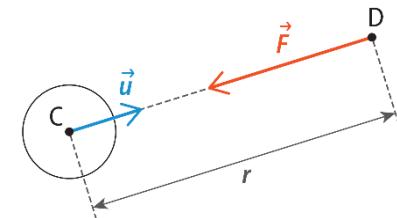
1.3. D'après le théorème de l'énergie cinétique : $E_c(B) - E_c(A) = W_{AB}(\vec{F}_e)$ d'où $E_c(B) = eU$

$$\text{puis } v_B = \sqrt{\frac{2eU}{m}}.$$

1.4. On calcule :

$$v_B = 2,10 \times 10^4 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

2.1. La force exercée par Cérès sur Dawn est parallèle à la direction Cérès-Dawn, de Dawn vers Cérès, de norme $F = \frac{GM_C M_D}{r^2}$.



2.2. La deuxième loi de Newton appliquée à Dawn dans le référentiel céresocentrique supposé galiléen s'écrit $M_D \vec{a} = \vec{F}$. Comme la force gravitationnelle est entièrement portée par le vecteur normal du repère de Frenet, on en déduit que l'accélération

tangentielle est nulle est que $\frac{dv}{dt} = 0$: le mouvement est bien uniforme.

2.3. En projection sur le vecteur normal, on obtient :

$$M_D \frac{v^2}{r} = G \frac{M_D M_C}{r^2} \quad \text{d'où l'on extrait } v = \sqrt{\frac{GM_C}{r}}.$$

2.4. Le rayon de l'orbite est :

$$r = 470 + 13\,500 = 13\,970 \text{ km}$$

La longueur de l'orbite est $L = 2\pi r$ et est parcourue en $T = 15 \text{ j}$, donc la vitesse de Dawn est :

$$v = \frac{2\pi r}{T} = 68 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

$$\text{On en déduit } M_C = \frac{v^2 r}{G} = 9,6 \times 10^{20} \text{ kg.}$$

C'est relativement proche de la valeur donnée dans l'énoncé, mais c'est en dehors des limites autorisées par l'incertitude fournie.

8 Ballon de chauffage sanitaire

- 1.1. Les trois modes de transfert thermique sont la conduction, la convection et le rayonnement.
- 1.2. L'énergie nécessaire pour chauffer l'eau du ballon de $T_f - T_i = 50^\circ\text{C}$ est : $E = \rho_{\text{eau}} V C_{\text{eau}} (T_f - T_i)$ où $V = 200 \text{ L}$ est le volume d'eau dans le ballon. La puissance du ballon étant $P = 2200 \text{ W}$, la durée de chauffe est $t = \frac{E}{P} = 1,9 \times 10^4 \text{ s}$, soit 5 h 17 min, c'est bien ce qui est annoncé.
- 1.3. La résistance thermique des parois du ballon est $R_{\text{th}} = \frac{e}{\lambda S}$ où $S = 2,9 \text{ m}^2$ est la superficie de la paroi. L'écart de température entre l'intérieur et l'extérieur étant $\Delta T = 45^\circ\text{C}$, le flux thermique sortant est $\Phi = \frac{\Delta T}{R_{\text{th}}} = 67 \text{ W}$.

En un jour, soit 24 h, l'énergie perdue est donc : $\Phi \times 24 = 1,6 \times 10^3 \text{ Wh}$

$$1.4. \text{ On évalue donc } C_r = \frac{\Phi}{\Delta T V} = 0,18 \text{ Wh}\cdot\text{jour}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{L}^{-1}.$$

C'est bien cohérent avec la donnée constructeur.

1.5. On calcule $2V^a = 0,24$. La RT2012 est donc vérifiée.

$$2.1. \Delta U = \rho_{\text{eau}} V C_{\text{eau}} \Delta T$$

2.2. Pour une durée Δt , on peut écrire :

$$\frac{\Delta U}{\Delta t} = \rho_{\text{eau}} V C_{\text{eau}} \frac{\Delta T}{\Delta t}$$

Par passage à la limite en zéro pour Δt , on obtient bien la relation de l'énoncé.

2.3. Le flux sortant s'écrit $\Phi(t) = \frac{T(t) - T_{\text{air}}}{R_{\text{th}}}$ par définition de la résistance thermique.

Or, ce flux sortant est précisément $-\frac{dU}{dt}(t)$.

D'où la relation de l'énoncé.

$$2.4. \text{ On en déduit } \rho_{\text{eau}} V C_{\text{eau}} \frac{dT}{dt}(t) = -\frac{1}{R_{\text{th}}}(T(t) - T_{\text{air}}).$$

2.5.1. Si t devient très grand, T tend vers T_{air} , donc $A = T_{\text{air}}$.

Par ailleurs, $\tau = R_{\text{th}} \rho_{\text{eau}} V C_{\text{eau}}$.

Enfin, à $t = 0 \text{ s}$, $T = T_0$, donc $B = T_0 - T_{\text{air}}$.

$$2.5.2. \text{ On en déduit } T(t) = T_{\text{air}} + (T_0 - T_{\text{air}}) e^{-t/\tau}.$$

La température de l'eau est inférieure à $T_f = 37^\circ\text{C}$ à

$$\text{partir de } t = -\tau \ln\left(\frac{T_f - T_{\text{air}}}{T_0 - T_{\text{air}}}\right) = 6,3 \text{ jours.}$$

9 Déchets d'un méthaniseur

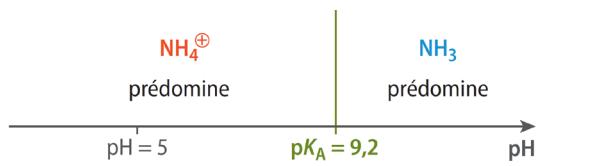
- 1.1. Les parois étant solides et opaques, le transfert thermique s'effectue par conduction thermique.
- 1.2. En notant λ_X la conductivité thermique du matériau X, la résistance thermique de la paroi latérale est :

$$R_{\text{th}} = \left(\frac{e_1}{\lambda_{\text{béton}}} + \frac{e_2}{\lambda_{\text{polystyrène}}} + \frac{e_3}{\lambda_{\text{bois}}} \right) \frac{1}{\pi D h}$$

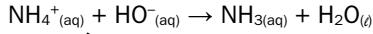
$$R_{\text{th}} = 2,7 \times 10^{-2} \text{ K}\cdot\text{W}^{-1}$$

1.3. Avec $T_1 = 10^\circ\text{C}$ et $T_2 = 38^\circ\text{C}$, le flux thermique est $\Phi = \frac{T_2 - T_1}{R_{\text{th}}} = 1,0 \times 10^3 \text{ W}$.

2.1. À l'aide du diagramme de prédominance du couple de l'ammoniac, on voit qu'à pH voisin de 5, c'est l'ion ammonium NH_4^+ qui prédomine :



2.2.1. Réaction support du titrage :



2.2.2. À l'aide de la méthode des tangentes, on détermine le volume de solution titrante versé à l'équivalence : $V_E = 9,3 \text{ mL}$.

La quantité de matière de réactif titrant HO^- apporté à l'équivalence est $c_b V_E$. D'après la stœchiométrie de la réaction de titrage, la quantité de matière d'ions ammonium initialement présents est identique.

La concentration de la solution S est donc $c = \frac{c_b V_E}{V}$.

La quantité de matière d'ion ammonium présent dans l'intégralité de la solution S est donc $n = c V_S$, soit une masse d'azote $m = n M_N = \frac{c_b V_E V_S M_N}{V} = 2,6 \text{ g}$.

C'est bien conforme à ce qui est annoncé.

2.3. Une mole de nitrate d'ammonium contient deux moles d'azote, soit 28 g d'azote. Une mole de nitrate d'ammonium a une masse de 80 g.

Donc pour un kilogramme de nitrate d'ammonium, la masse d'azote est : $28 \times \frac{1000}{80} = 350 \text{ g}$

La teneur en azote du nitrate d'ammonium est donc 135 fois plus grande que dans le digestat, ce qui implique qu'en utilise beaucoup moins que du digestat : c'est un inconvénient du digestat.

L'avantage est que le digestat valorise des déchets.

10 Vénus, 460° C

1.1. La troisième loi de Kepler énonce que le rapport suivant est indépendant de la planète choisie :

$$\frac{T_T^2}{r_T^3} = \frac{T_V^2}{r_V^3} \text{ donc } r_V = r_T \sqrt[3]{\left(\frac{T_V^2}{T_T^2}\right)} = 1,08 \times 10^{11} \text{ m.}$$

1.2. On calcule :

$$P_i = 3,85 \times 10^{26} \times \frac{\pi \times (6,05 \times 10^6)^2}{4 \times \pi \times (1,08 \times 10^{11})^2}$$

$$P_i = 3,02 \times 10^{17} \text{ W}$$

2.1. Seuls les transferts radiatifs sont possibles dans le vide.

$$2.2. P_a = (1 - A)P_i$$

$$2.3. P_c = (1 - a)P_e$$

2.4. L'équilibre thermique se traduit par la nullité de la variation de l'énergie interne du système. Le premier principe de la thermodynamique entraîne donc que la somme algébrique des puissances thermiques transférées est nulle, donc que $P_a - P_c$ donc $P_a = P_c$.

2.5. On en déduit l'égalité $(1 - A)P_i = (1 - a)P_e$ soit : $(1 - A)P_i = (1 - a)\sigma\theta_V^4 \times 4\pi R_V^2$

$$\text{donc : } \theta_V = \sqrt[4]{\left(\frac{(1 - A)P_i}{(1 - a)\sigma \times 4\pi R_V^2}\right)}$$

$$\theta_V = \sqrt[4]{\left(\frac{(1 - 0,75) \times 3,02 \times 10^{17}}{(1 - 0,99) \times 5,67 \times 10^{-8} \times 4\pi \times (6,05 \times 10^6)^2}\right)}$$

$$\theta_V = 733 \text{ K}$$

soit $733 - 273 = 460^\circ\text{C}$.

3.1. Par application de la loi de Wien :

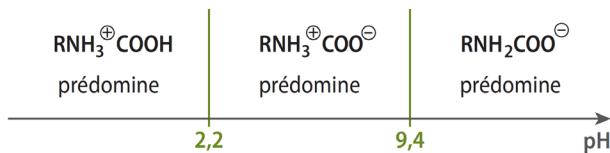
$$\lambda_m = \frac{2,90 \times 10^{-3}}{733} = 4,0 \times 10^{-6} \text{ m} = 4,0 \mu\text{m}$$

Il s'agit d'une radiation infrarouge.

3.2. Les longueurs d'onde correspondant au maximum de puissance émise par le sol vénusien sont proches de cette longueur d'onde $4,0 \mu\text{m}$, qui correspond presque au pic d'absorption [$4,0 \mu\text{m}$; $4,5 \mu\text{m}$] du dioxyde de carbone. C'est donc un des principaux responsables de l'effet de serre sur Vénus, car il constitue l'essentiel de l'atmosphère.

11 Le byssus de la moule

1. D'après le diagramme de prédominance suivant, il faut que le pH du mélange soit supérieur à 9,4 pour que la forme qui réagit prédomine.



2.1. Plus le fil est fin, plus la figure de diffraction est large : le fil F_1 correspond donc à la figure C, F_2 à B et F_3 à A.

2.2.1. D'après le schéma, $\tan\theta = \frac{L}{2D}$ d'où $\theta = \frac{L}{2D}$ compte tenu de l'approximation des petits angles.

2.2.2. On mesure $L = 2,1 \text{ cm}$ pour le byssus. On en déduit $\theta = 6,3 \times 10^{-3} \text{ rad}$, puis $a = \frac{\lambda}{\theta} = 1,0 \times 10^2 \mu\text{m}$.

2.3.1. Considérons qu'une moule a cinquante filaments de longueur $\ell = 5 \text{ cm}$ et de diamètre a , soit une masse totale $m = 50\pi\left(\frac{a}{2}\right)^2 \ell p = 1 \times 10^{-5} \text{ kg}$.

La masse de protéine qu'on peut en extraire est donc $0,009m = 1 \times 10^{-7} \text{ kg}$.

2.3.2. Pour obtenir un gramme de protéine, il faudrait donc traiter 1×10^4 moules.

C'est beaucoup pour un gramme de matière.

12 Nuisances sonores sous-marines

1.1.1. Le quotient de cette réaction est :

$$Q_r = \frac{(c^0)^2}{[\text{Ag}^+][\text{Cl}^-]}$$

1.1.2. Dans l'état initial :

$$Q_{r,i} = \frac{(c^0)^2}{\frac{c_1 V_1}{2V_1} \times \frac{c V_1}{2V_1}} = \frac{4(c^0)^2}{c_1 c} = 1,60 \times 10^3$$

1.1.3. Comme $Q_{r,i} < K$, la réaction évolue dans le sens direct.

1.2.1. À l'aide d'une pipette jaugée de 5 mL, prélever 5,00 mL d'eau de mer préalablement placée dans un bêcher. Les verser dans une fiole jaugée de 50 mL. Compléter jusqu'au trait de jauge à l'eau distillée en homogénéisant en cours de remplissage et à la fin.

1.2.2. Schéma du montage :

(Cours 3a p. 96 (manuel de l'élève))

1.2.3. La réaction est rapide, totale et univoque, donc peut être utilisée pour un titrage.

1.2.4. Avant l'équivalence, l'ajout d'un ion Ag^+ consomme un ion Cl^- initialement présent et s'accompagne de l'apport d'un ion NO_3^- .

Comme la conductivité molaire ionique des ions nitrate est inférieure à celle des ions chlorure, la conductivité est une fonction décroissante du volume de solution titrante versé avant l'équivalence.

Après l'équivalence, les ions apportés ne réagissent pas, donc la conductivité est une fonction croissante du volume de solution titrante versé.

1.2.5. On détermine graphiquement le volume équivalent $V_E = 11 \text{ mL}$. La quantité de matière de réactif titrant apporté à l'équivalence est cV_E . D'après la stœchiométrie de la réaction de titrage, la quantité de matière d'ions chlorure initialement présents est identique. La concentration de la solution S_{mer} en ions chlorure est donc $c' = \frac{cV_E}{V'}$ où $V' = 10,0 \text{ mL}$ est le volume de solution titrée apporté.

La concentration des ions chlorure dans l'eau de mer est donc dix fois supérieure : $c_0 = \frac{10cV_E}{V'}$

Cela représente une concentration en masse d'élément chlore $C_{\text{mo}} = M_{\text{Cl}}c_0 = 20 \text{ g}\cdot\text{L}^{-1}$.

La masse volumique de l'eau de mer étant $\rho_{\text{mer}} = d\rho_{\text{eau}} = 1\,023 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$, on en déduit qu'un litre d'eau de mer, soit $1,023 \text{ kg}$ d'eau de mer, contient 20 g de chlore, ce qui représente une chlorinité

$$Cl = \frac{20}{1,023} = 20 \text{ g}\cdot\text{kg}^{-1}$$

1.3. On calcule :

$$v = 1\,410 + 4,21 \times 6 - 0,037 \times 6^2 + 1,10 \times 35 + 0,018 \times 1\,000$$

$$v = 1,5 \times 10^3 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

ce qui est bien cinq fois supérieur à $3 \times 10^2 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$.

2.1.1. Une onde progressive est une onde qui se propage d'un point à un autre d'un milieu.

Une onde mécanique est une onde dont la perturbation est un mouvement d'un milieu matériel.

2.1.2. Les sifflements des dauphins sont audibles par l'oreille humaine, vu que celle-ci entend jusqu'à 20 kHz et que les dauphins émettent à partir de 1,1 kHz.

2.1.3. Pour une fréquence $f = 24,9 \text{ kHz}$ à une célérité

$$v = 1\,500 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

la longueur d'onde est $\lambda = \frac{v}{f} = 6,0 \text{ cm}$.

2.2.1. Si l'intensité sonore est $I = 3,2 \times 10^{11} \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}$, alors le niveau sonore est $L = 10\log\left(\frac{I}{I_0}\right) = 235 \text{ dB}$.

2.2.2. Pour que le niveau descende en dessous de 220 dB, donc diminue de 15 dB, la distance minimale à laquelle le dauphin doit se trouver est $\frac{15}{0,16} = 94 \text{ km}$.

Il est très improbable que l'on puisse garantir cela, donc des dauphins sont exposés à des risques auditifs.

2.2.3. Si l'émetteur s'approche du récepteur, il faut employer le signe positif car la fréquence perçue est supérieure à la fréquence émise.

2.2.4. a. Si le sous-marin s'approche du dauphin, alors la fréquence reçue est supérieure à la fréquence émise d'après la relation donnée, donc le dauphin perçoit un son plus aigu.

2.2.4. b. Ici, $v_E = 22,0 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1} = 79,2 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$,

$v = 1\,500 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ et $f_E = 3 \text{ kHz}$. Le décalage Doppler est $\frac{v_E}{v} f_E = 0,2 \text{ kHz}$. Cette différence est assurément perceptible par les dauphins.

13 La « Newton Car »

1.1. La masselotte subit son poids \vec{P} , la réaction normale du support \vec{N} , les frottements du support \vec{f} et la force \vec{F} exercée par l'élastique.

1.2.1. On trace la tangente à la courbe à l'instant initial et on détermine graphiquement son coefficient directeur : on trouve une accélération $a_0 = 5,0 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$.

1.2.2. L'accélération de la masselotte est alors nulle car sa vitesse présente un maximum.

2.1. Le chariot subit seulement son poids $\vec{P} = mg\vec{j}$.

2.2. La moyenne est 62,5 cm et on calcule à l'aide des relations fournies $u(x_p) = 0,7 \text{ cm}$.

2.3.1. Le résultat de la mesure est nommé m , l'écart-type expérimental s et l'incertitude-type u .

2.3.2. La grandeur n est le nombre de valeurs de x_p et sum est leur somme.

2.4. D'après la deuxième loi de Newton, l'accélération \vec{a} du chariot vérifie $m\vec{a} = \vec{P}$, d'où $\vec{a} = \vec{g}$. En projection, il vient $a_x = 0$ et $a_y = -g$. Par intégration et en tenant compte des conditions initiales, on obtient $v_x = v_{co}$ et $v_y = -gt$. Par intégration et en tenant compte des conditions initiales, on obtient bien :

$$x = v_{co}t \quad \text{et} \quad z = -\frac{1}{2}gt^2$$

Le sol est atteint pour t_p tel que $z(t_p) = -h$

$$\text{soit } t_p = \sqrt{\frac{2h}{g}}.$$

La position du chariot en abscisses est alors :

$$x_p = x(t_p) = v_{co}t_p = v_{co}\sqrt{\frac{2h}{g}}$$

$$\text{On en déduit } v_{co} = x_p \sqrt{\frac{g}{2h}} = 1,59 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}.$$

3.1.1. Le son est complexe car son signal n'est pas un sinus pur.

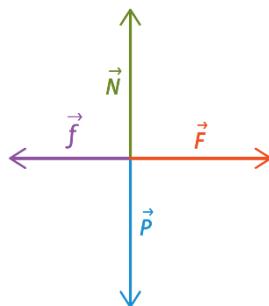
3.1.2. On mesure sur la figure la période T :

$$9T = 2,45 \text{ ms} \quad \text{d'où } f_E = \frac{9}{2,45 \times 10^{-3}} = 3,67 \text{ kHz.}$$

3.2.1. La zone où le chariot s'approche est celle où l'amplitude augmente (avant 0,3 s), celle où le chariot s'éloigne est celle où l'amplitude diminue (après 0,3 s).

3.2.2. L'effet Doppler est une modification de la fréquence d'une onde perçue par un observateur par rapport à la fréquence de l'onde émise par l'émetteur, lorsque l'observateur et l'émetteur se rapprochent ou s'éloignent l'un de l'autre.

3.2.3. Soit un observateur étant, à un instant t_0 , à distance D d'un émetteur, qui se rapproche de lui à la vitesse v_E dans sa direction. À l'instant t_0 , l'émetteur émet une onde de période T . Cette onde parcourt la distance D à la vitesse v_{son} , donc est reçue à la date $t_1 = t_0 + \frac{D}{v_{son}}$ par le récepteur.



La deuxième période de l'onde est émise par l'émetteur à la date $t_2 = t_0 + T_E$ où T_E est la période de l'onde émise. À cet instant, l'émetteur s'est rapproché du récepteur de la distance $v_E T_E$. Cette deuxième période de l'onde a donc à parcourir la distance $D - v_E T_E$. Elle sera donc reçue par le récepteur à la date $t_3 = t_2 + \frac{D - v_E T_E}{v_{son}}$.

La période du son perçu par le récepteur est donc :

$$T_R = t_3 - t_1 = T_E - \frac{v_E T_E}{v_{son}} \quad \text{ou encore } T_R = T_E \frac{v_{son} - v_E}{v_{son}}.$$

En prenant l'inverse, il vient bien une fréquence perçue ayant l'expression proposée.

3.2.4. D'après la relation de l'énoncé, on calcule : $v_{son}(25^\circ\text{C}) = 346 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$

3.2.5. D'après les relations des fréquences, on a :

$$\frac{f'_R}{f_R} = \frac{v_{son} + v_E}{v_{son} - v_E}$$

$$\text{d'où on extrait } v_E = v_{son} \frac{f'_R - f_R}{f'_R + f_R} = 1,5 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}.$$

4.1. La seule force horizontale résistante est le frottement \vec{f} du sol. D'après le théorème de l'énergie cinétique, on en déduit que : $W_{AB}(\vec{f}) = -fd = -E_c(A)$ où $E_c(A) = \frac{1}{2}Mv^2$ avec $v = 1,6 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$.

$$\text{On en déduit } f = \frac{Mv^2}{2d} = 0,10 \text{ N.}$$

4.2. Pour que le chariot aille le plus loin possible, on peut réduire les frottements du sol et augmenter la vitesse initiale.

14 Diffraction par une poudre de cacao

1.1. La relation du cours s'écrit $\theta_0 = \frac{\lambda}{a}$.

1.2. Dans le triangle rectangle : $\tan\theta_0 = \frac{\frac{L}{2}}{D} = \frac{L}{2D}$

donc $\theta_0 = \frac{L}{2D}$. En utilisant la relation précédente, on

$$\text{en déduit que } \frac{\lambda}{a} = \frac{L}{2D} \quad \text{soit } L = \frac{2\lambda D}{a}$$

$$\text{soit } L = k \frac{1}{a} \quad \text{avec } k = 2\lambda D.$$

1.3. La courbe est une droite passant par l'origine,

$$\text{son coefficient directeur vaut } k = \frac{12,5 \times 10^{-2} - 0}{5,0 \times 10^4}$$

soit $k = 2,5 \times 10^{-6} \text{ m}^2$.

$$\text{On en déduit } \lambda = \frac{k}{2D} = \frac{2,5 \times 10^{-6}}{2 \times 2,00 \times 10^{-2}} = 6,3 \times 10^{-7} \text{ m.}$$

2. On calcule :

$$a = \frac{1,22\lambda}{\sin\theta_0} = \frac{1,22 \times 635 \times 10^{-9}}{\sin(0,018)} = 4,3 \times 10^{-5} \text{ m} = 43 \mu\text{m}$$

Cette valeur est nettement supérieure à 10 µm, les grains sont trop gros pour que la poudre puisse servir en couverture, d'après le doc. 2.

15 Voir Saturne

1.1. Une lunette afocale est une lunette qui forme, d'un objet à l'infini, une image à l'infini.

L'image par l'objectif d'un objet à l'infini est dans son plan focal image, à distance $O_1F'_1 = f'_1$ de son centre optique.

L'image de cette image intermédiaire par l'oculaire devant être à l'infini, cela implique que l'image intermédiaire soit dans le plan focal objet de l'oculaire, c'est-à-dire à une distance $F'_2 O_2 = f'_2$ du centre optique de l'oculaire.

Par conséquent, si $F'_1 = F_2$, la distance entre les deux centres optiques est $O_1 O_2 = f'_1 + f'_2$.

1.2. et 1.3. Schéma de principe :

(*) Essentiel p. 496 (manuel de l'élève)

$$1.4. \text{ On voit que } \tan \alpha = \frac{A_1 B_1}{f'_1} \approx \alpha \text{ et } \tan \alpha' = \frac{A_1 B_1}{f'_2} \approx \alpha'.$$

$$\text{Ainsi, le grossissement est } G = \frac{\alpha'}{\alpha} = \frac{f'_1}{f'_2} = 46.$$

1.5.1. Le diamètre apparent est alors :

$$\alpha = \frac{d}{D_{TS}} = 4 \times 10^{-6} \text{ rad}$$

1.5.2. Cela étant inférieur à 3×10^{-4} rad, on ne peut pas voir cet intervalle à l'œil nu.

Avec la lunette, on observe un diamètre apparent $\alpha' = G\alpha = 2 \times 10^{-4}$ rad, qui n'est pas non plus visible à l'œil nu.

1.6. Pour un grossissement inférieur, il faut d'après l'expression de G obtenue à la question 1.4., augmenter la distance focale de l'oculaire.

2.1. Si la sonde est immobile dans le référentiel de Saturne, alors elle est nécessairement en orbite circulaire autour d'un point de l'axe de rotation propre de Saturne. Comme la première loi de Kepler stipule que cette orbite est une ellipse dont le centre de Saturne est un foyer, si c'est un cercle, son centre est le centre de Saturne. Ainsi, la sonde est nécessairement au-dessus de l'équateur de Saturne.

2.2. La sonde saturnostationnaire devrait avoir une période de révolution égale à la période de rotation propre T_S de Saturne.

2.3. L'étude doit être menée dans le référentiel saturnocentrique, que l'on peut supposer galiléen.

2.4. On étudie la sonde dans le référentiel saturnocentrique supposé galiléen. Elle subit uniquement la force gravitationnelle de Saturne.

Soit r le rayon de son orbite circulaire.

D'après la deuxième loi de Newton projetée sur un vecteur radial, la vitesse v de la sonde sur son orbite vérifie $\frac{v^2}{r} = \frac{GM_S}{r^2}$.

Comme, d'autre part, $v = \frac{2\pi r}{T_S}$, il vient $\frac{4\pi^2 r}{T_S^2} = \frac{GM_S}{r}$.

En écrivant $r = R_S + h$, il vient bien $h = \sqrt[3]{\frac{T_S^2 GM_S}{4\pi^2}} - R_S$.

On calcule $h = 5,2 \times 10^4$ km.

16 Pile au lithium et supercondensateur

1.1.1. L'intensité du courant nécessaire est :

$$I = \frac{Q}{At} = 2,2 \times 10^2 \text{ A}$$

1.1.2. On ne manipule pas couramment des intensités pareilles en laboratoire. Donc une recharge courte semble impossible.

1.2.1. Il est écrit que le lithium est présent sous forme ionique, donc est consommé par $\text{Li}^+ + e^- \rightarrow \text{Li}$. Cette réaction consomme des électrons, donc se produit à la borne positive.

1.2.2. Si la pile débite, alors les réactifs sont consommés donc le quotient de réaction augmente. C'est donc qu'il est inférieur à la constante d'équilibre.

1.2.3. Chaque ion lithium peut consommer un électron, donc il faut que l'accumulateur contienne autant d'ions lithium que d'électrons à faire circuler. Or il faut faire circuler une charge Q , soit une quantité de matière d'électrons $n = \frac{Q}{eN_A}$.

La masse de lithium à embarquer est donc :

$$m = nM_{\text{Li}} = 0,314 \text{ g}$$

2.1. Le temps caractéristique est $\tau = RC$.

Comme R apparaît dans la loi d'Ohm $u_R = Ri$ où i

est l'intensité du courant circulant dans le dipôle ohmique, on a $[R] = \frac{[U]}{I}$.

$$\text{Comme } i = C \frac{du_C}{dt}, \text{ on a } [C] = \frac{IT}{[U]}$$

Ainsi, $[\tau] = [R][C] = T$: l'expression est bien homogène.

2.2. Si $5\tau = 6$ min avec $R = 1,0 \Omega$, alors :

$$C = \frac{6 \times 60}{5 \times 1,0} = 72 \text{ F}$$

On ne rencontre pas couramment de telles capacités.

2.3.1. En décharge : $0 = u_R + u_C = Ri + u_C = RC \frac{du_C}{dt} + u_C$

2.3.2. On injecte la solution dans l'équation

$$\text{différentielle : } -\frac{RCA}{\beta} + A = 0 \text{ donne } \beta = RC.$$

À l'instant initial, la tension aux bornes du condensateur est E , donc $A = E$.

On a donc $u_C(t) = Ee^{-t/RC}$.

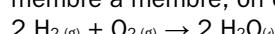
2.3.3. On calcule $i = C \frac{du_C}{dt} = -\frac{E}{R} e^{-t/RC}$ qui est négative. En décharge le courant est dans le sens inverse du sens indiqué sur le schéma.

17 Des éponges à hydrogène

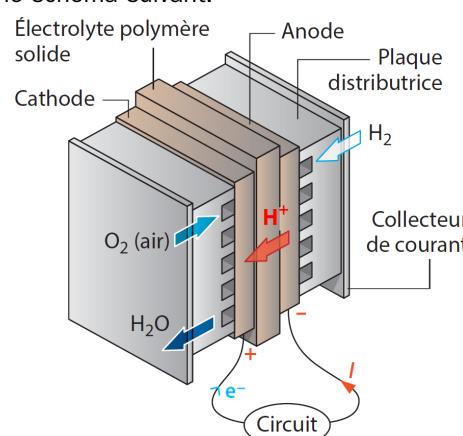
1.1. À l'anode : $\text{H}_2 = 2 \text{ H}^+ + 2e^-$

À la cathode : $\text{O}_2 + 4 \text{ H}^+ + 4e^- = 2 \text{ H}_2\text{O}$

En multipliant la première par deux et en additionnant membre à membre, on obtient :



1.2. La borne où arrive le dihydrogène produit des électrons, donc c'est la borne négative de la pile. D'où le schéma suivant.



2.1. Vu la taille des mains, on peut estimer le rayon de la galette à $r = 20$ cm et son épaisseur à $e = 2$ cm. Son volume est donc $V = \pi r^2 e = 3 \times 10^{-3} \text{ m}^3$.

Sa masse est donc $m_0 = \rho V = 4 \text{ kg}$.

2.2. La pression étant de 3 bar = 0,3 MPa, le pourcentage massique de dihydrogène libérable est 5,8 %, donc chaque galette peut libérer $m = 0,25 \text{ kg}$ de dihydrogène. La quantité de matière de dihydrogène correspondante est $n = \frac{m}{2M_H}$.

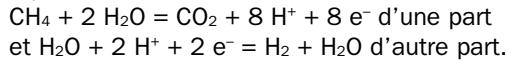
D'après la stœchiométrie de la réaction de consommation du dihydrogène, on en déduit qu'il circule deux fois plus d'électrons, soit une charge électrique totale $Q = 2eN_A n = \frac{eN_A m}{M_H}$.

Un tel fonctionnement à $I = 200 \text{ A}$ durerait donc :

$$\Delta t = \frac{Q}{I} = \frac{eN_A m}{M_H I} = 1,1 \times 10^5 \text{ s} \quad \text{soit } 33 \text{ h.}$$

C'est beaucoup pour une seule galette assez compacte, donc le stockage est efficace.

3.1. Cette réaction est une réaction d'oxydo-réduction. Les couples mis en jeu peuvent être montrés à l'aide de leurs demi-équations en milieu aqueux acide :



3.2. Pour produire $m = 3,0 \text{ kg}$ de dihydrogène, soit $n = \frac{m}{M_{\text{H}_2}} = 1,5 \times 10^3 \text{ mol}$ de dihydrogène, il faut

apporter $n' = \frac{n}{4} = 3,8 \times 10^2 \text{ mol}$ de méthane, soit une masse $m' = n'M_{\text{CH}_4} = 6,0 \text{ kg}$.

3.3. Un catalyseur est une espèce chimique qui accélère une réaction sans intervenir dans son bilan.

3.4. Le dihydrogène étant issu de l'industrie du pétrole, c'est tout sauf un combustible propre.

Édition et mise en page

Stéphanie Mathé

Illustrations

Domino