

## 2021.2 – TIPO 1

Use a lógica proposicional para provar que o argumento abaixo é válido. Deixe claro **TODAS** as regras e hipóteses utilizadas.

$$(E \rightarrow B) \wedge (E \vee D) \wedge (D \rightarrow C') \wedge (B \rightarrow A) \rightarrow (C \rightarrow A)$$

Use a lógica proposicional para provar que os argumentos abaixo são válidos. Coloque o argumento no formato da lógica proposicional e deixe claro **TODAS as regras** utilizadas na demonstração.

- a) *A safra é boa, mas não há água suficiente. Se houver muita chuva ou se não houver muito sol então haverá água suficiente. Portanto a safra é boa e há muito sol.*
- b) *Se o antivírus funcionou, então o sistema é protegido. Se a senha foi quebrada, então o sistema não é protegido. Portanto, se a senha foi quebrada, então o antivírus não funcionou.*

Usando os símbolos predicados indicados e quantificadores apropriados, escreva cada declaração como uma fbf predicada. O conjunto universo são todas as variáveis de um programa computacional:

**M(x,y): x é maior que y**

**I(x): x é uma variável do tipo inteira**

**R(x): x é uma variável do tipo real**

**S(x): x é uma variável do tipo string**

**C(x): x é uma variável menor que 50**

- a. Todas as variáveis ou são inteiras, ou reais ou string
- b. Existem variáveis inteiras que são maiores do que todas as reais.
- c. Existem variáveis do tipo string.
- d. Nenhuma variável inteira é menor que 50

Prove as seguintes proposições:

- a) *O produto de dois inteiros consecutivos quaisquer é par.*
- b) *A soma de um inteiro com seu quadrado é par.*

MATEMÁTICA DISCRETA - 2021.1 - TURMA XI  
GABARITO PROVA 1.

①  $(E \rightarrow B) \wedge (E \vee D) \wedge (D \rightarrow C) \wedge (B \rightarrow A) \rightarrow (C \rightarrow A)$   
 $(E \rightarrow B) \wedge (E \vee D) \wedge (D \rightarrow C) \wedge (B \rightarrow A) \wedge C \rightarrow A$

1.  $E \rightarrow B$  hip

2.  $E \vee D$  hip

3.  $D \rightarrow C$  hip

4.  $B \rightarrow A$  hip

5.  $C$  hip adicional

6.  $D'$  3, 5 MT

7.  $D \vee E$  2 COM

8.  $D' \rightarrow E$  7 COND

9.  $E$  6, 8 MP

10.  $B$  1, 9 MP

11.  $A$  4, 10 MP

② S - A SAFRA É BOA A - HÁ ÁGUA SUFICIENTE

a) C - HÁ MUITA CHUVA Ø - HÁ MUITO SOL

$(S \wedge A') \wedge [(C \vee Ø) \rightarrow A] \rightarrow (S \wedge Ø)$

1.  $S \wedge A'$  hip

2.  $(C \vee Ø) \rightarrow A$  hip

3.  $S$  1, SIMP

4.  $A'$  1, SIMP

5.  $(C \vee Ø)'$  1, 4 MT

6.  $C \wedge Ø$  5, DM

7.  $Ø$  6, SIM

8.  $S \wedge Ø$  3, 7 CONS

b) A - ANTIVÍRUS FUNCIONOU S - SISTEMA É PROTEGIDO

P - SENHA FOI ENCOBRADA

$(A \rightarrow S) \wedge (P \rightarrow S') \rightarrow (P \rightarrow A')$

1.  $A \rightarrow S$  hip

2.  $P \rightarrow S'$  hip

3.  $P$  hip add

4.  $S'$  2, 3 MP

5.  $A'$  1, 4 MT

- ③ a)  $(\forall x) [I(x) \vee R(x) \vee S(x)]$   
 b)  $(\exists x)(\forall y) [I(x) \wedge [R(y) \rightarrow M(x,y)]]$   
 c)  $(\exists x) (S(x))$   
 d)  $(\forall x) [I(x) \wedge C(x)]' \therefore (\forall x) [I(x) \rightarrow C(x)']$

④  $\bullet$  PRODUTO DE 2 INTEIROS CONSECUTIVOS É PAR

a)  $X = 2m, Y = 2m+1$   
 $X \cdot Y = 2m \cdot (2m+1) = 4m^2 + 2m = \frac{2(m^2 + m)}{\text{INTEIRO } K}$   
 $X \cdot Y = 2K \text{ (PAR)}$

b)  $X = 2m, X^2 = (2m)^2 = 4m^2$   
 $X + X^2 = 2m + 4m^2 = 2 \underbrace{(m + 2m^2)}_W$   
 $X + X^2 = 2W \text{ (PAR)}$

⑤  $1 + 4 + 7 + \dots + (3n-2) = \frac{n(3n-1)}{2}, n \geq 1$

1.  $P(1) = (3(1)-2) = 1 \therefore \frac{1(3(1)-1)}{2} = 1 \quad \underline{OK}$

2.  $P(K) = 1 + 4 + 7 + \dots + (3K-2) = \frac{K(3K-1)}{2}$

3.  $P(K+1) = 1 + 4 + 7 + \dots + (3K-2) + (3(K+1)-2) = \frac{[(K+1)(3(K+1)-1)]}{2}$

USANDO  $P(K)$  EM  $P(K+1)$ :

$\frac{[K(3K-1)]}{2} + [3(K+1)-2] = \frac{[(K+1)(3K+3-1)]}{2}$

$\frac{(3K^2 - K)}{2} + 3K + 3 - 2 = \frac{[(K+1)(3K+2)]}{2}$

$= \frac{3K^2 - K}{2} + 3K + 1 \Rightarrow \frac{3K^2 - K + 6K + 2}{2}$

$$= \frac{3K^2 + 5K + 2}{2}$$

(LADO DIRETTO)

$$\frac{(K+1)(3K+2)}{2} = \frac{3K^2 + 2K + 3K + 2}{2}$$

$$= \frac{3K^2 + 5K + 2}{2} \quad \text{OK}$$