

Todas as respostas devem ser justificadas com cálculos e/ou argumentos lógicos.

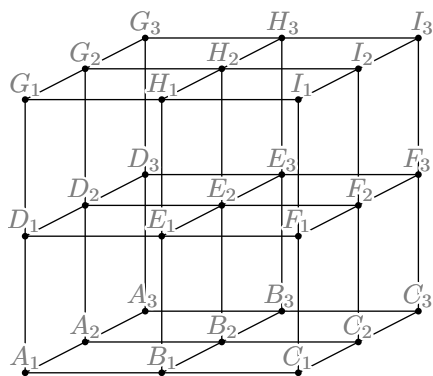


FIGURA 1. Oito cubos de lado ℓ , unidos pelas faces, formando um cubo de lado 2ℓ .

Questão 1 (peso 2,8). Na Figura 1:

- (peso 0,5) Dê exemplo de três pontos que pertencem ao plano $\pi : X = G_2 + \lambda \overrightarrow{H_2H_3} + \mu \overrightarrow{F_1H_1}$ ($\lambda, \mu \in \mathbb{R}$).
- (peso 0,6) Defina, por meio de equações vetoriais, duas retas, r_1 e r_2 , que passam pelo ponto D_2 e são paralelas ao plano π do item (a), mas não são paralelas entre si.
- (peso 0,4) Dê uma equação vetorial para o plano π' que passa pelo ponto I_1 e é paralelo ao plano π do item (a).
- (peso 0,5) O vetor $\overrightarrow{E_3I_3}$ pode ser escrito como combinação linear de $\overrightarrow{E_2B_1}$ e $\overrightarrow{E_2C_2}$? Se sim, indique a combinação linear.
- (peso 0,4) Existe a medida angular entre $\overrightarrow{E_2H_1}$ e $\overrightarrow{I_3C_3}$? Se sim, determine-a.
- (peso 0,4) Está bem definida a projeção ortogonal de $\overrightarrow{E_2I_3}$ sobre $\overrightarrow{G_1G_1}$? Se sim, determine-a.

Questão 2 (peso 4,2, uniformemente distribuído entre os itens). Considere os vetores $\vec{u} = (3, -4, -2)$, $\vec{v} = (3, -1, -4)$, $\vec{w} = (-6, 5, 6)$ num sistema de coordenadas ortogonal com orientação positiva. Calcule:

- $\|\vec{u}\|$.
- $\|\vec{v}\|$.
- $\vec{u} \cdot \vec{v}$.
- $\text{proj}_{\vec{u}} \vec{v}$.
- $\vec{u} \wedge \vec{v}$.
- $\sin \text{ang}(\vec{u}, \vec{v})$.
- $[\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}]$.
- $[2(\vec{u} - \vec{v}), 2(\vec{v} - \vec{w}), 2(\vec{w} + \vec{u})]$.
- A área de um paralelogramo $\llbracket A, B, C, D \rrbracket$ tal que $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$ e $\vec{v} = \overrightarrow{AC}$.
- O volume de um tetraedro $\llbracket A, B, C, D \rrbracket$ tal que $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$, $\vec{v} = \overrightarrow{AC}$ e $\vec{w} = \overrightarrow{AD}$.

Responda:

- Os vetores \vec{u} e \vec{v} são paralelos?
- Os vetores \vec{u} , \vec{v} , \vec{w} são coplanares?
- \vec{w} pode ser escrito como combinação linear de \vec{u} e \vec{v} ?

Questão 3 (peso 1,0). Escreva um sistema de equações paramétricas para a reta r que passa pelos pontos $A = (-1, 2, 5)$ e $B = (-2, 5, -3)$. Esta reta tem equações na forma simétrica? Se sim, mostre-as.

Questão 4 (peso 2,0). Seja π o plano que passa pelos pontos $A = (9, 3, 0)$, $B = (-2, 0, -8)$ e $C = (-7, -3, 0)$.

- (peso 1,5) Dê equações nas formas vetorial, paramétrica e geral para o plano π .
- (peso 0,5) Verifique se o vetor $(3, 9, 10)$ é paralelo ao plano π .