

# Derivação da Lei de Hubble e sua relação com a Energia Escura e Matéria Escura

João Carlos Holland de Barcellos, Jan 2019

**Resumo:** *A partir do modelo de “Universo Diminuente”[[01](#),[02](#)], que estabelece a contração do tecido espacial quando exposto a um campo gravitacional, derivaremos a Lei de Hubble e, a partir daí, explicaremos os efeitos “Energia Escura” e “Matéria Escura”.*

## Introdução

No modelo de “Universo Diminuente”[[01](#)] estabelece-se que o campo gravitacional causa uma contração do espaço que pode ser constatado por um observador que não está submetido a tal campo. Desta forma, todos os objetos dentro deste espaço também são contraídos, em particular os instrumentos de medição destes observadores.

Particularmente nosso planeta está submetido, em maior ou menor grau, a vários campos gravitacionais: O campo gravitacional da própria Terra, do Sol, da Lua, das galáxias distantes etc..

Se, por exemplo, tivermos um instrumento de medição como uma régua de medida que tenha o comprimento “L” (= 1 metro), então, sob o ponto de vista de um observador que **não** sofre influência gravitacional, ele perceberá que esta régua, com o tempo, irá diminuir seu tamanho com o tempo.

Claro que para os observadores sujeitos a estes campos não há nenhuma alteração, pois todo o espaço e tudo que está imerso nele está se contraindo ao mesmo tempo de modo que não haverá nenhuma alteração nas medidas feitas por eles.

Por exemplo, aqui na Terra, uma mesa de comprimento 2m, depois de milhões de anos, continuará medindo 2m, pois a mesa encolhe na mesma proporção da régua de medida e, localmente, nenhuma diferença pode ser observada.

## Espaço Sideral

Entretanto, no espaço intergaláctico o campo gravitacional é *praticamente* nulo, e, portanto, este espaço não sofre a mesma contração a que nós, aqui na Terra, estamos submetidos.

Dessa forma, na ausência de um campo gravitacional considerável no espaço intergaláctico, o espaço entre nós e uma galáxia distante não se contrairá na mesma proporção que o nosso próprio espaço terrestre está se contraindo.

Considere, por exemplo, o enorme tempo que um fóton, emitido por uma galáxia distante, leva para chegar a nós. Nesse longo período de tempo, que pode ser de bilhões de anos, contados da emissão do fóton até ele chegar em nosso planeta, nosso espaço -e nossas

régua- deverão estar reduzidos de tamanho em relação ao tamanho original que tinham quando este fóton foi emitido sob o ponto de vista de um observador que não está submetido a tal campo gravitacional.

Esta redução de nosso espaço local e do tamanho de nossas 'régua' irá fazer com que meçamos uma distância à estrela maior do que ela era na época que o fóton foi emitido, mesmo que sua distância real não se altere nesse período.

## Definindo Alguns Conceitos

Vamos chamar de "**Espaço Local**" (**"EL"**) a região do espaço que está submetida a um campo gravitacional não desprezível e que, portanto, sofre contração espacial.

Vamos chamar de "**Observador Local**" (**"OL"**) o observador que pertence a um "EL" e, portanto, sujeito ele e seus instrumentos - à contração espacial. Por exemplo, o planeta Terra é um "EL" e nós somos "OL".

Vamos chamar de "**Espaço Sideral**" (**"ES"**) a região do espaço que está sujeito a um campo gravitacional muito fraco e desprezível e também chamaremos de "**Observador Sideral**" (**"OS"**) observadores nesta região espacial. Por exemplo, a região intergaláctica seria um "ES".

Para clarificar ideias, podemos pensar que observadores no "**ES**" (**"OS"**) fazem um papel similar a um observador em um **referencial inercial** [05] em contraposição a observadores localizados no **EL** que fariam um papel **análogo** a observadores em um **referencial não inercial**.

## Exemplificando os conceitos

Considere, por exemplo, em um instante inicial arbitrário qualquer "**t<sub>0</sub>**", no "EL", uma régua de medida de comprimento "**L<sub>0</sub>**" que um "OL" utiliza para fazer suas medições.

Suponha que neste mesmo instante "**t<sub>0</sub>**" um "OS", no espaço intergaláctico, tome esta medida desta mesma régua do "OL" como *medida padrão para suas próprias medições*.

Então, no instante "**t<sub>0</sub>**", ambos observadores considerarão o padrão "**L<sub>0</sub>**" com o mesmo tamanho.

Entretanto, o "EL" continuará a se contrair em relação ao "ES". O "OL" não perceberá a variação de "**L<sub>0</sub>**" porque tanto a sua régua de medida como tudo que está no "EL" diminuem na mesma proporção. Contudo, o "OS", depois de um tempo "**t**" (**"t"** > **t<sub>0</sub>**) verá a régua do "OL" diminuir para um tamanho menor "**L**".

Vamos chamar de “**TJ**” (*Tempo Jocaxiano*) o período de tempo ( $\Delta t = t - t_0$ ) necessário para que um “**OS**” veja o espaço ( e a régua) do OL se contrair a **metade do tamanho** que tinha no instante  $t_0$ . Isto é, se contrair para um tamanho  $L = L_0/2$  no instante  $t_0 + T_j$ .

Antes de continuarmos vamos fazer algumas simplificações.

## Algumas Simplificações

Antes de continuarmos, iremos considerar que:

- Se o campo gravitacional for constante, o tempo necessário para o “**EL**” ( e tudo o que está contido nele), se contrair a **metade** do seu tamanho, chamado de **TJ** , medido por um “**OS**”, também vai ser constante.

Consideraremos também as galáxias, sob o ponto de vista de um “**OS**” **não estão**, necessariamente afastando-se aceleradamente uma das outras. Para simplificar iremos calcular os efeitos de “*Energia Escura*” e “*Matéria Escura*” tão somente como decorrente de nossa contração gravitacional, mantendo suas distâncias constantes sob o ponto de vista de um “**OS**”.

Também não iremos considerar o efeito da dilatação temporal [03] devido à força gravitacional no “**EL**” em relação ao “**ES**”.

## Fórmula da Contração do Espaço Local (“**EL**”)

Podemos traduzir matematicamente os conceitos, que vimos acima, através da seguinte fórmula:

$$L(t) = L_0 / 2^{\Delta t / T_j} \quad (E1)$$

(Fórmula da contração do espaço sob o ponto de vista de um “**OS**”)

Onde:

$L(t)$  = Medida de  $L_0$  no “**EL**” por um “**Observador Sideral**”.

$t_0$  = Tempo inicial (arbitrário)

$L_0$  = Comprimento medido em  $t=t_0$

$T_j$  = Tempo Jocaxiano

$\Delta t = t - t_0$

Note que para um “**OL**”,  $L = L_0$  (**sempre!**), isto é, o tamanho da régua não se altera com o tempo.

A cada período “**TJ**” de tempo, o nosso espaço e nossas régua são contraídos à metade.

Se Definirmos :

$$F_j(\Delta t) = 2^{\Delta t/T_j} \quad (E1-B)$$

( *Fator Jocaxiano* ).

Podemos reescrever (E1) :

$$L = L_0 / F_j(\Delta t) \quad (E2)$$

Também podemos re-escrever o mesmo Fator Jocaxiano ( $F_j$ ) de uma forma mais amigável:

$$F_j(\Delta t) = \exp( \ln(2) * \Delta t / T_j ) \quad (E3)$$

### Efeito “Energia Escura”

É claro que se o espaço intergaláctico não sofre contração, e se nossas ‘régua’ diminuem de tamanho, então ***esse espaço intergaláctico deverá nos parecer maior na mesma proporção que nossas régua se contraem.***

Se, por exemplo, em  $t=t_0$  medimos a distância a uma galáxia “X” com nossa régua de comprimento  $L_0$ , como sendo  $D_0$ , depois de um tempo “ $T_j$ ” nossa régua estará medindo a **metade** do tamanho  $L_0$ , e portanto, quando nós, “OL”, medirmos a distância a esta galáxia iremos medi-la como  $D = 2 * D_0$  !

Devemos notar que uma medida dentro do nosso “EL” os tamanhos não mudam, pois tudo diminui junto com a nossa régua, mas o “ES” não se contrai como nosso “EL”. Por isso teremos esta ilusão de que a galáxia “X” está se afastando de nós. É o que podemos chamar de “**Efeito Energia Escura**”.

### Fórmula da Distância Aparente

Podemos sintetizar matematicamente esta ideia (*ver Apêndice A*) com a seguinte fórmula:

$$D(\Delta t) = D_0 * F_j(\Delta t) \quad (E4)$$

(*Fórmula da distância aparente* )

Onde:

“ $t_0$ ” é o tempo no qual o fóton foi emitido pela galáxia.

“ $t$ ” é o tempo no qual a Terra recebeu este fóton.

“ $D_0$ ” é a distância que mediríamos, da Terra à galáxia no momento “ $t_0$ ”

“ $D(t)$ ” é a distância que nós medimos da Terra a uma galáxia no momento “ $t$ ”.

“ $\Delta t$ ” =  $t - t_0$  Período de tempo

Como  $F_j(\Delta t)$  cresce exponencialmente com o tempo ( E3 ) a distância da Terra à galáxia também parecerá aumentar exponencialmente com o tempo.

## Lei de Hubble

Com a fórmula da distância aparente (E4) podemos calcular a velocidade de afastamento aparente:

$$V = d[ D(\Delta t) ] / dt = ( E5-A )$$

$$V = d[\exp( \ln(2) * \Delta t / T_j )] / dt \quad ( E5-B )$$

$$V = ( \ln(2) / T_j ) * D(\Delta t) \quad ( E6 )$$

(Fórmula da velocidade de afastamento aparente de galáxias distantes.)

Mas a lei de Hubble é exatamente assim:

$$V = H_0 * D \quad ( E7 )$$

(Lei de Hubble )

Onde ( $H_0$  = Constante de Hubble e  $D$  é a distância da galáxia)

Como  $E6 = E7$ , então podemos agora determinar  $T_j$  :

$$T_j = \ln(2)/H_0 \quad ( E8 )$$

Substituindo ( E8 ) em ( E3 ) teremos :

$$F_j(\Delta t) = \exp( H_0 * \Delta t ) \quad ( E9 )$$

(Fator Jocaxiano em termos da constante de Hubble )

O que nos fornece :

$$D(\Delta t) = D_0 * \exp( H_0 * \Delta t ) \quad ( E10 )$$

(Fórmula da distância aparente em termos da constante de Hubble )

Se quisermos calcular a distância real da Terra à galáxia, utilizando as medidas que nossas réguas tinham na época em que o fóton foi emitido (em  $t=t_0$ ) então:

$$\Delta t = D_0/c \quad ( E11 )$$

(Tempo para que um fóton emitido da galáxia chegue a nós, onde  $c$  = velocidade da luz )

De (E11) e (E10) teremos:

$$D = D_0 \exp( D_0 * H_0 / c ) \quad ( E12 )$$

(Distância aparente de uma galáxia em função da distância real )

## Alguns Valores

Como  $H_0 = 2.2E-18 \text{ s}^{-1}$  , poderemos substituir em (E8 ) e achar  $T_j$

$$T_j = 3.15E17 \text{ s} = 10 \text{ bilhões de anos}$$

Ou seja, o *Tempo Jocaxiano*, tempo necessário para nosso espaço se contrair pela metade, é de 10 bilhões de anos.

Podemos agora achar a taxa de contração de nosso espaço para cada um bilhão de anos:

$$(Tx)^{10} = 2 \Rightarrow Tx = \exp( \ln(2)/10 ) = 7\%$$

Isto é:

**Para cada 1 bilhão de anos nosso espaço ( e nossas réguas ) são contraídas 7% do seu tamanho original.**

Interessante notar que este valor (7%) bate exatamente com a taxa de contração calculado a partir do “Redshift” da Galáxia NGC3034 [02]

Atualmente a distância aparente da ‘NGC3034’ é de cerca de 11E6 anos luz, (ou 1E23 metros).

Aplicando (E12) para a galáxia NGC3034 e sabendo que  $H_0/c = 8E-27 \text{ m}^{-1}$

teremos a seguinte equação para a distância à galáxia NGC3034 :

$$1E23 = D_0 * \exp( D_0 * 8E-27 ) \quad ( E13 )$$

*Equação da distância real da Galáxia NGC3034*

Utilizando um solver[ 08 ] obteremos para a distância real:

$D_0 = 9E22$  ou seja, esta galáxia está cerca de 10% mais perto da Terra do que parece estar.

## Matéria Escura

A Matéria Escura [06] também pode ser observada como sendo um efeito da nossa contração espacial.

Como nomenclatura, iremos suprimir os subscritos “obs” das medidas observadas aqui da Terra. Assim simplificaremos:

$V_{obs} = V$  ; ( Velocidade de rotação observada)

$D_{obs} = D$  ; ( Distância Observada)

$R_{obs} = R$ ; ( Raio Observado)

$W_{obs} = W$ ; ( Velocidade angular observada)

$M_{obs} = M$ ;( Massa Observada)

Considere a ilustração:

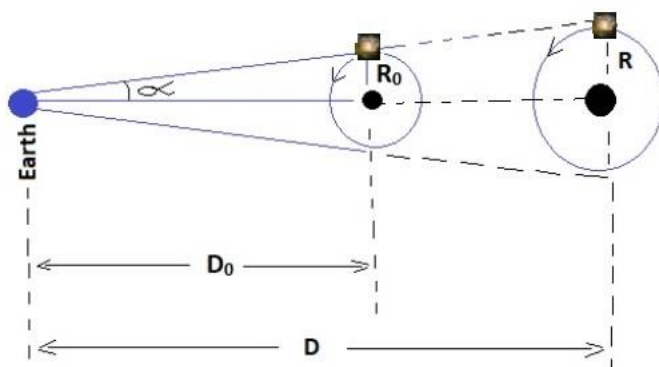


Fig.1 – Da Terra observamos uma estrela rotacionar uma galáxia distante.

Suponha que da Terra nós observamos hoje uma estrela orbitando circularmente a **periferia** de uma galáxia que está a uma distância observada (e aparente) “D” de nosso planeta. Conforme a Fig1, acima o Raio “R” observado da galáxia será proporcional a essa distância:

$$R = \text{sen}(\alpha) * D \quad (E14)$$

(Raio da órbita em função da distância observada e ângulo)

Como vimos anteriormente, na época que o fóton foi emitido, a distância real seria  $D_0$ , então:

$$R_0 = \text{sen}(\alpha) * D_0 \quad (E16)$$

(Raio real da órbita em função da distância real e ângulo)

De (E9) e (E11) Podemos definir o **Fator Jocabiano da Galáxia** :

$$FJ = \exp(D_0 * H_0/c) \quad (E17)$$

( Fator jocabiano da Galáxia )

Assim teremos:

$$R_0 = R / FJ \quad (E18)$$

*(Raio Real em função do fator Jocabiano da Galáxia)*

Se M é a massa observada da galáxia onde a estrela orbita, e V é a sua velocidade tangencial observada da Terra, e G é a constante Gravitacional da Galáxia, teremos [07] :

$$V^2 = M * G / R \quad (E19)$$

*(Equação da Velocidade em função da massa e do raio )*

Em termos da velocidade angular temos:

$$V^2 = W^2 * R^2 \quad (E20)$$

*(Equação da Velocidade em função da velocidade angular e do raio )*

De (E19) e (E20) derivamos:

$$W^2 = MG / R^3 \quad (E21)$$

*(Equação da velocidade angular em função da Massa e do Raio)*

De (E21), em  $t=t_0$ , teremos:

$$W_0^2 = M_0 G / R_0^3 \quad (E22)$$

*(Equação do movimento angular em função do Raio real e Massa Real)*

A velocidade angular não se altera com a distância observada, pois o intervalo de tempo entre dois fótons emitidos é o mesmo intervalo quando de sua chegada à Terra. Então:

$$W = W_0 \quad (E23)$$

*(A velocidade angular é a mesma para "OL" e "OS" )*

De (E20), E(22), E(23) achamos :

$$V^2 = (M^0 G / R_0^3) * R^2 \quad (E24)$$

Utilizando (E18) :

$$V^2 = (M_0 FJ^3) * G / R \quad (E25)$$

*(Equação da Velocidade tangencial em função da Massa Bariônica e Raio aparente)*

Comparando (E25) com (E19) Concluimos que:

$$M = M_0 * FJ^3 \quad (E26)$$

*(Massa aparente em função da massa real)*

Da Terra observaremos uma massa M para a galáxia maior que a massa em  $t = t_0$ .

Então o efeito "Matéria escura" será a diferença de M com a massa real  $M_0$ :

$$\text{Matéria Escura} = M - M_0 = M_0 * ( \exp(3 * D_0 * H_0 / c) - 1 ) \quad (E27)$$

*(Equação da matéria escura em função da constante de Hubble e da Distância real )*

## Conclusões

Se adotarmos o modelo de “Universo Diminuindo”, onde o campo gravitacional contrai o espaço onde atua, verificamos que o afastamento acelerado das galáxias, comumente explicada pela chamada “Energia Escura”, é uma espécie de “ilusão” decorrente desta contração espacial e, portanto, desnecessária.

A “Matéria Escura”, por sua vez, também pode ser explicada pelo mesmo efeito da contração gravitacional de nosso espaço, uma vez que o raio das galáxias é observado como maior do que realmente é, por consequência, a velocidade de translação de uma estrela é vista como acima do esperado com a massa bariônica observada, fornecendo a falsa impressão de que existe uma matéria extra, invisível, responsável pelo efeito.

## Apêndice A

### Derivação da Fórmula da Distância a partir da Fórmula da contração Local.

Em  $t = t_0$  vamos tomar como o padrão de medida para ambos os observadores a medida " $L_0$ ", por exemplo,  $L_0=1$  metro. Assim, todas as distâncias serão tomadas como um número que multiplica o padrão  $L_0$ ;  
Então, ambos os observadores, sideral e terrestre, medem a mesma distância para uma determinada galáxia:

$$\text{Distância} = D_0 * L_0 \text{ ( A1 )}$$

(  $D_0$  é Distância que é medida até a galáxia tomando o padrão  $L_0$  )

Depois de um tempo  $t$  ( $>t_0$ ) , sob o ponto de vista de um observador sideral, o espaço terrestre encolheu, e o comprimento da régua  $L_0$  diminuiu para  $L$  segundo E1:

$$L = L_0 / F_j(\Delta t)$$

(Fórmula da contração espacial (E1) )

Como em nossa hipótese, sob o ponto de vista do Observador sideral, a galáxia não se afasta, a distância coberta deve ser a mesma, isto é:

$$\text{Distância} = D * L \text{ ( A2 )}$$

( $D$  é a Distância medida até a galáxia segundo o padrão  $L$ , pelo observador Terrestre )

Devemos ter em mente que para o observador local terrestre,  $L = L_0$ , pois ele não percebe sua própria contração).

De A1 e A2 temos que :

$$D_0 * L_0 = D * L \text{ ( A3 )}$$

(Sob o ponto de vista do observador sideral a Distância medida permanece a mesma )

De (A3) e usando (E1), temos finalmente :

$$D = D_0 * F_j(\Delta t) \text{ ( E2 )}$$

( $D$  = Distancia medida da galáxia segundo o observador terrestre, em função do tempo )

## Referências:

- [01] The Gravitational Field and the Dark Energy  
<https://ijrdo.org/index.php/as/article/view/1311>
- [02] The Equivalence Principle and the End of the Dark Energy  
[http://www.ijera.com/papers/Vol7\\_issue1/Part-1/C0701011314.pdf](http://www.ijera.com/papers/Vol7_issue1/Part-1/C0701011314.pdf)
- [03] Gravitational time dilation  
[https://en.wikipedia.org/wiki/Gravitational\\_time\\_dilation](https://en.wikipedia.org/wiki/Gravitational_time_dilation)
- [04] Hubble's law  
[https://en.wikipedia.org/wiki/Hubble%27s\\_law](https://en.wikipedia.org/wiki/Hubble%27s_law)
- [05] Inertial frame of reference  
[https://en.wikipedia.org/wiki/Inertial\\_frame\\_of\\_reference](https://en.wikipedia.org/wiki/Inertial_frame_of_reference)
- [06] Dark Matter  
[https://pt.wikipedia.org/wiki/Dark\\_Matter](https://pt.wikipedia.org/wiki/Dark_Matter)
- [07] Orbital Speed  
[https://en.wikipedia.org/wiki/Orbital\\_speed](https://en.wikipedia.org/wiki/Orbital_speed)
- [08] Solver for Equations  
<https://www.mathway.com/Algebra>