▶ 12V Power filters 1

▶ 12V Power Filter 2

▼ Inverse chebychev lowpass

Vi kører med n = 3 efter simulering. Vi har flg. mag. squared. function

$$\left|H_c(jw)\right|^2 = 1 - \frac{1}{1 + \epsilon^2 \cdot C_n{}^2\left(\frac{1}{\omega}\right)} = \frac{\epsilon_{test}{}^2 \cdot \left(C_3\left(\frac{1}{\omega}\right)\right)^2}{1 + \epsilon_{test}{}^2 \cdot \left(C_3\left(\frac{1}{\omega}\right)\right)^2}$$

Altså

$$\left|H_{LP}(j\,\omega)\right|^2 = \frac{\epsilon^2 \cdot \left(C_3\left(\frac{1}{\omega}\right)\right)^2}{1 + \epsilon^2 \cdot \left(C_3\left(\frac{1}{\omega}\right)\right)^2}$$

Vores chebychev polynomie er er flg.

$$C_3(\omega) = 4\,\omega^3 - 3\,\omega$$

Vi vælger at acceptere 3dB ripple i stopbåndet. $\epsilon = \sqrt{10^{\frac{\alpha_p}{10}} - 1}$

$$\epsilon_{LP} := evalf\left(\sqrt{10^{\frac{3}{10}} - 1}\right) = 0.9976283451$$

Vi skal finde poler og nulpunkter nu. Vi får flere sæt. Når vi vælger hvilke zeroes vi bruger, så er det ligegyldigt for amplituden, men fase responset er anderledes. Hvis vi vælger den som kun har zeroes i venstre halv plan til P(s) så vil H(s) have the mindste fase ved alle frekvenser (minimum phase function)

Hvis højre-halvplans zeroes bruges i P(s) så bliver vores network funktion en "non-minimum phase funktion"

Begge er legit og kan bruges. Vi vil lave minimum phase funktionen og kører med zeroes i venstre halvplan.

Vi starter med at finde poler for n = 3

$n_{LP} := 3 = 3$

$$P_{LP} = 1 \Big/ \left(\sin\left(\frac{(2k-1)\cdot\pi}{2\cdot n_{LP}}\right)\cdot\sinh\left(\frac{1}{n_{LP}}\cdot\sinh^{-1}\left(\frac{1}{\epsilon_{LP}}\right)\right) + I\cdot\cos\left(\frac{(2k-1)\cdot\pi}{2\cdot n_{LP}}\right)\cdot\cosh\left(\frac{1}{n_{LP}}\cdot\sinh^{-1}\left(\frac{1}{\epsilon_{LP}}\right)\right)\right)$$

Hvor k = n+1, n+2..2n

Med n = 3 skal vi køre den op til k = 2*3 = 6

Vi starter med k = n + 3 = 3 + 1 = 4

$k_1 := n_{LP} + 1 = 4$

$$P_{LP1} := evalf\left(1 \Big/ \left(\sin\left(\frac{(2\cdot k_1-1)\cdot\pi}{2\cdot n_{LP}}\right)\cdot\sinh\left(\frac{1}{n_{LP}}\cdot\sinh^{-1}\left(\frac{1}{\epsilon_{LP}}\right)\right) + I\cdot\cos\left(\frac{(2k_1-1)\cdot\pi}{2\cdot n_{LP}}\right)\cdot\cosh\left(\frac{1}{n_{LP}}\cdot\sinh^{-1}\left(\frac{1}{\epsilon_{LP}}\right)\right)\right)\right)$$

$= -0.1779250775 + 1.077028599\,I$

$k_2 := n_{LP} + 2 = 5$

$$P_{LP2} := evalf\left(1 \Big/ \left(\sin\left(\frac{(2\cdot k_2-1)\cdot\pi}{2\cdot n_{LP}}\right)\cdot\sinh\left(\frac{1}{n_{LP}}\cdot\sinh^{-1}\left(\frac{1}{\epsilon_{LP}}\right)\right) + I\cdot\cos\left(\frac{(2k_2-1)\cdot\pi}{2\cdot n_{LP}}\right)\cdot\cosh\left(\frac{1}{n_{LP}}\cdot\sinh^{-1}\left(\frac{1}{\epsilon_{LP}}\right)\right)\right)\right)$$

$= -3.348735191 - 0.\,I$

$k_3 := n_{LP} + 3 = 6$

$$P_{LP3} := evalf\left(1 \Big/ \left(\sin\left(\frac{(2\cdot k_3-1)\cdot\pi}{2\cdot n_{LP}}\right)\cdot\sinh\left(\frac{1}{n_{LP}}\cdot\sinh^{-1}\left(\frac{1}{\epsilon_{LP}}\right)\right) + I\cdot\cos\left(\frac{(2k_3-1)\cdot\pi}{2\cdot n_{LP}}\right)\cdot\cosh\left(\frac{1}{n_{LP}}\cdot\sinh^{-1}\left(\frac{1}{\epsilon_{LP}}\right)\right)\right)\right)$$

$= -0.1779250775 - 1.077028599\,I$

Vi har 1 reel pol og 1 kompleks konjugeret pol par som forventet. Vi skal også bruge zeroes. De kan findes med mag. squared funktionen.

$$\left|H_{LP}(I\cdot\omega)\right|^2 = \frac{\epsilon^2\cdot\left(C_3\left(\frac{1}{\omega}\right)\right)^2}{1+\epsilon^2\cdot\left(C_3\left(\frac{1}{\omega}\right)\right)^2} = \frac{\epsilon^2\cdot\left(4\cdot\left(\frac{1}{\omega}\right)^3 - 3\cdot\frac{1}{\omega}\right)^2}{1+\epsilon^2\cdot\left(4\cdot\left(\frac{1}{\omega}\right)^3 - 3\cdot\frac{1}{\omega}\right)^2}$$

Altså

Vi finder nu $H(s)H(-s)$
H(s) står på flg form.

$$H(s) = \frac{P(s)}{Q(s)}$$

Hvor

$$P(s)P(-s) = A\left(\omega^2\right)\Big|_{\omega^2 = -s^2}$$

Og

$$Q(s)Q(-s) = B\left(\omega^2\right)\Big|_{\omega^2 = -s^2}$$

Vi erstatter alle $\omega^2 = -s^2$ eller alle med $\omega = \frac{s}{j}$ i $\left|H_{LP}(I\cdot\omega)\right|^2$ for at finde poler og nulpunkter. Vi subber $\omega = \frac{s}{j}$

$$H_{LP}(s)H_{LP}(-s) = \frac{\epsilon^2 \cdot \left(4\cdot\left(\frac{1}{\frac{s}{I}}\right)^3 - 3\cdot\frac{1}{\frac{s}{I}}\right)^2}{1 + \epsilon^2\cdot\left(4\cdot\left(\frac{1}{\frac{s}{I}}\right)^3 - 3\cdot\frac{1}{\frac{s}{I}}\right)^2}$$

Vi rydder op

$$H_{LP}(s)H_{LP}(-s) = \frac{\epsilon^2 \cdot \left(4\cdot\left(\frac{\mathrm{I}}{s}\right)^3 - 3\cdot\frac{\mathrm{I}}{s}\right)^2}{1 + \epsilon^2\cdot\left(4\cdot\left(\frac{\mathrm{I}}{s}\right)^3 - 3\cdot\frac{I}{s}\right)^2}$$

Nu kan vi finde poler og nulpunkter. Vi finder nulpunkterne

$$\epsilon_{LP}^{2}\cdot\left(4\cdot\left(\frac{\mathrm{I}}{s}\right)^3 - 3\cdot\frac{\mathrm{I}}{s}\right)^2 = 0 \xrightarrow{\text{solve for s}}$$

[[$s = 1.154700538\,\mathrm{I}$], [$s = -1.154700538\,\mathrm{I}$], [$s = 1.154700538\,\mathrm{I}$], [$s = -1.154700538\,\mathrm{I}$]]

Vi finder også polerne

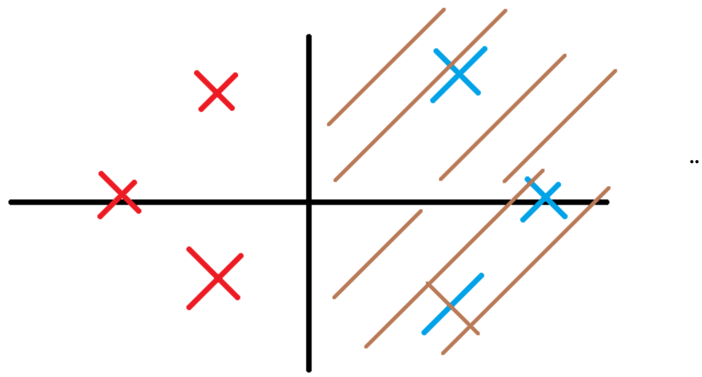
$$1 + \epsilon_{LP}^{2}\cdot\left(4\cdot\left(\frac{\mathrm{I}}{s}\right)^3 - 3\cdot\frac{I}{s}\right)^2 = 0 \xrightarrow{\text{solve for s}}$$

[[$s = -3.348735190$], [$s = 3.348735190$], [$s = -0.1779250775 - 1.077028599\,\mathrm{I}$], [$s = 0.1779250775 + 1.077028599\,\mathrm{I}$], [$s = -0.1779250775 + 1.077028599\,\mathrm{I}$], [$s = 0.1779250775 - 1.077028599\,\mathrm{I}$]]

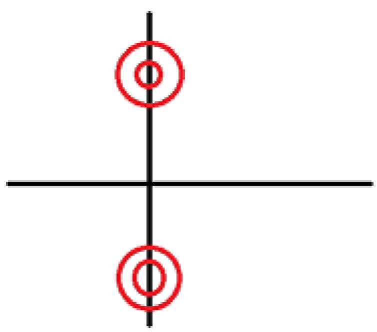
6 poler

$p_1 = -3.348735190$
$p_2 = 3.348735190$
$p_3 = -0.1779250775 - 1.077028599\,\mathrm{I}$
$p_4 = 0.1779250775 + 1.077028599\,\mathrm{I}$
$p_5 = -0.1779250775 + 1.077028599\,\mathrm{I}$

$p_5 = 0.1779250775 - 1.077028599\,\mathrm{I}$
Vi må **KUN** bruge de poler som er i venstre halvplan.



Polerne er de samme som vi fandt tidligere. Heldigt hva?
Zeroes til P(s) er de omvendte af P(-s). Vi har type C zeroes (side 50), altså konjugerede par med en multiplicitet på 2.



Vi kan sample P(s)P(-s). De skal sættes sammen i hvert konjugeret par
$P(s) = (s + 1.154700538\,\mathrm{I}) \cdot (s - 1.154700538\,\mathrm{I})$
$P(-s) = (s - 1.154700538\,\mathrm{I}) \cdot (s + 1.154700538\,\mathrm{I})$
De er altså fuldstændigt ens.

Vi vælger at expand P(s)
$expand((s + 1.154700538\,\mathrm{I}) \cdot (s - 1.154700538\,\mathrm{I})) = s^2 + 1.333333332 + 0.\,\mathrm{I}$
Dette er væres tæller.

Vi gør det samme for at lave Q(s) men vi bruger KUN de poler som er i venstre halvplan.
$Q(s) = (s + (-3.348735190)) \cdot (s + (-0.1779250775 - 1.077028599\,\mathrm{I})) \cdot (s + (0.1779250775 - 1.077028599\,\mathrm{I}))$

Vi expander Q(s)
$expand((s + (-3.348735190)) \cdot (s + (-0.1779250775 - 1.077028599\,\mathrm{I})) \cdot (s + (-0.1779250775 + 1.077028599\,\mathrm{I})))$

$$s^3 - 3.704585346\,s^2 - 3.990513378 + 1.08398768 \times 10^{-11}\,\mathrm{I} + 2.383295873\,s - 1. \times 10^{-9}\,\mathrm{I}\,s \qquad \textbf{(3.1)}$$

Vi smider det restende imaginære væk. Det er opstået pga. afrunding.
$Q(s) = s^3 - 3.704585346\,s^2 - 3.990513378 + 2.383295873\,s$

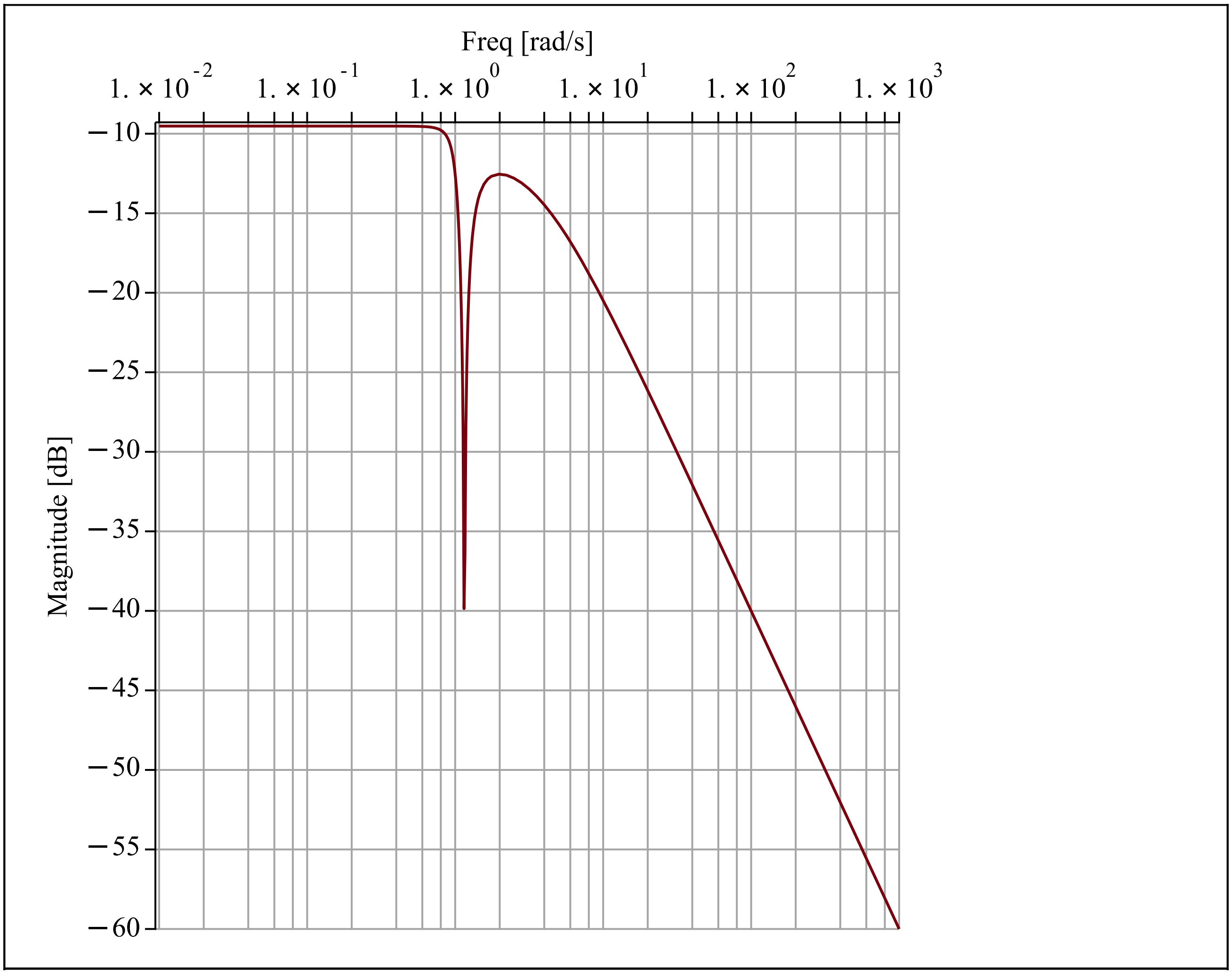
Prøver at plotte

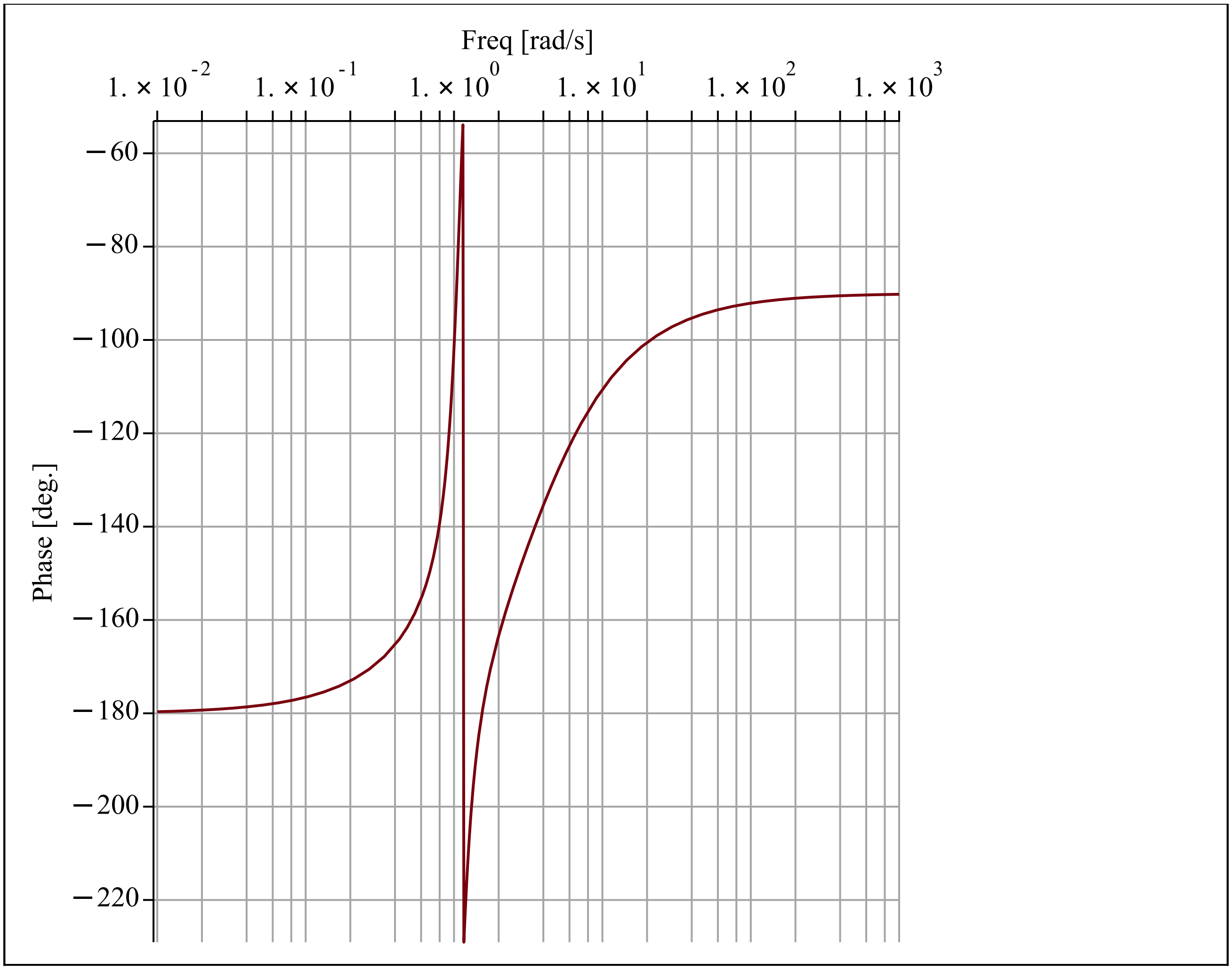
$with(DynamicSystems)$:

$$T_{LP} := TransferFunction\left(\frac{s^2 + 1.333333332}{s^3 - 3.704585346\,s^2 - 3.990513378 + 2.383295873\,s}\right)$$

$$T_{LP} := \left[\begin{array}{c} \textbf{Transfer Function} \\ \text{continuous} \\ \text{1 output(s); 1 input(s)} \\ \text{inputvariable} = [u1(s)] \\ \text{outputvariable} = [y1(s)] \end{array}\right. \qquad (3.2)$$

$BodePlot(T_{LP})$





Vi vil gerne have en måde at flytte singulariteten som er lige over 1 rad/s til 1rad/s.

Vi finder hvor singulariteten ligger med differential regning. Vi laver H_LP om til en amplitude funktion og solver for differentialet hvor den er 0.

$$\sqrt{\mathrm{Re}\left((I\cdot\omega)^2+1.333333332\right)^2+\mathrm{Im}\left((I\cdot\omega)^2+1.333333332\right)^2} \Big/ \left(\left(\mathrm{Re}\left((\omega\cdot I)^3-3.704585346\cdot(I\cdot\omega)^2-3.990513378+2.383295873\cdot I\cdot\omega\right)^2 + \mathrm{Im}\left((\omega\cdot I)^3-3.704585346\cdot(I\cdot\omega)^2-3.990513378+2.383295873\cdot I\cdot\omega\right)^2\right)^{1/2}\right)=0$$

$$\sqrt{\left(1.333333332-\Re(\omega^2)\right)^2+\Im(\omega^2)^2} \Big/ \left(\left(-3.990513378+3.704585346\,\Re(\omega^2)+\Im(\omega^3-2.383295873\,\omega)\right)^2+\left(3.704585346\,\Im(\omega^2)-\Re(\omega^3-2.383295873\,\omega)\right)^2\right)^{1/2}=0 \qquad \textbf{(3.3)}$$

$$\xrightarrow{\text{solve for omega}}$$

$$[[\omega=1.154700538+0.\,\mathrm{I}],[\omega=1.154700538+0.\,\mathrm{I}]] \qquad \textbf{(3.4)}$$

Denne værdi svarer til $\omega = \frac{2\sqrt{3}}{3}$ som der blev fundet tidligere. Vi kan bruge den til at kalibrere med.

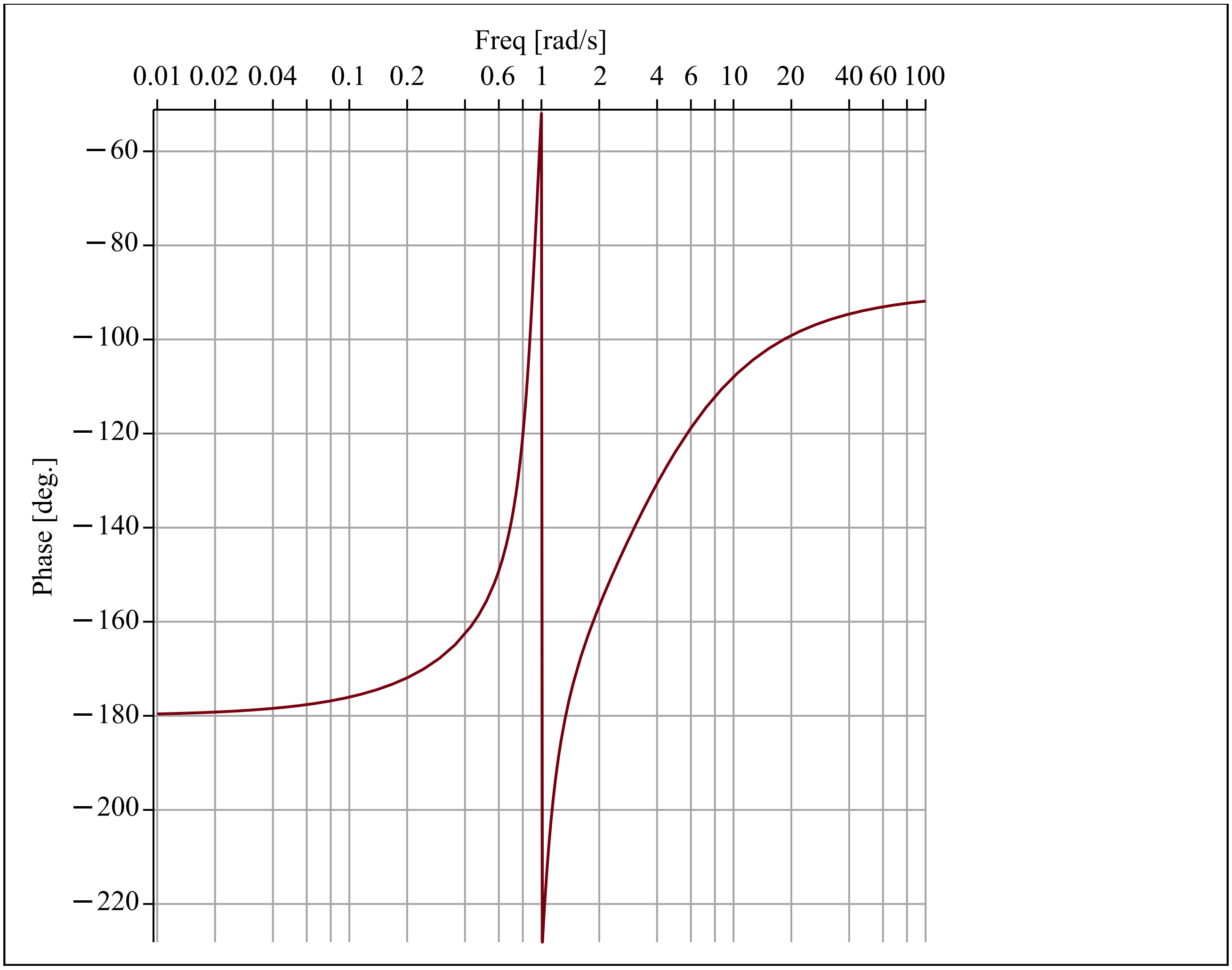
$$k_{singu} := \frac{2\sqrt{3}}{3} = \frac{2}{3}\sqrt{3}$$

Vi prøver at skalere "s" med denne værdi.

$$T_{LPSCALED} := TransferFunction\left(\frac{(s \cdot k_{singu})^2 + 1.333333332}{(s \cdot k_{singu})^3 - 3.704585346 \cdot (s \cdot k_{singu})^2 - 3.990513378 + 2.383295873\, s \cdot k_{singu}}\right)$$

$$= \left[\begin{array}{c} \textbf{Transfer Function} \\ \text{continuous} \\ \text{1 output(s); 1 input(s)} \\ \text{inputvariable} = [u1(s)] \\ \text{outputvariable} = [y1(s)] \end{array}\right.$$

$BodePlot(T_{LPSCALED})$



Singulariteten er i 1 rad/s som vi vil have, så dette kan bruges sammen med frekvensskaleringen i sidste ende. Nu skal vi realisere filteret. Den fundne normaliserede funktion er altså

$$H_{LPCHEB2}(s) = \frac{s^2 + 1.333333332}{s^3 - 3.704585346\,s^2 + 2.383295873\,s - 3.990513378}$$

Vi skal have den her realiseret.

Vi starter med at lave partial fraction decomposition

$$convert\left(\frac{s^2 + 1.333333332}{s^3 - 3.704585346\,s^2 + 2.383295873\,s - 3.990513378}, parfrac\right) =$$

$$\frac{1.118898705}{s - 3.348735191} + \frac{-0.1188987050\,s + 1. \times 10^{-10}}{s^2 - 0.3558501552\,s + 1.191647936}$$