KF Lektion 2.3 opgaver

Opgave KF 2.3.1

Bestem singulariteterne (type og eventuelt orden) og udregn residuet for hver singularitet:

(A)
$$\frac{1}{4+z^2}$$

(B)
$$\frac{1}{(z^2-1)^2}$$

(C)
$$e^{-1/z^2}$$

Opgave KF 2.3.2

Udregn integralet

$$\oint_C \tan(\pi z) dz, \quad C: |z| = 1$$

-4i

Opgave KF 2.3.3

Udregn det uegentlige integral

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{x^2 + 1} dx$$

 π

Opgave KF 2.3.4 [Tidligere eksamensopgave]

Givet den komplekse funktion

$$f(z) = \frac{z}{1 - \cos z}$$

- (A) Bestem singulariteterne for funktionen f(z) og angiv deres art.
- (\mathbf{B}) Bestem residuet i den singularitet, der ligger inden for C, enhedscirklen med centrum i nul.
- (C) Bestem integralet

$$\oint_C f(z)dz$$

hvor C er enhedscirklen med centrum i nul.