BIE2 – Lineær Algebra (LA)

Egenværdiproblemet – løsningsopskrift

1. **Dan den karakteristiske matrix:**

   $$\mathbf{M} = \mathbf{A} - \lambda \mathbf{I}$$

2. **Find den karakteriske determinant**

   $$\Delta \mathbf{M} = |\mathbf{A} - \lambda \mathbf{I}|$$

3. **Dette giver den karakteriske ligning:**

   $$a\lambda^{n} + b\lambda^{n-1} + c\lambda^{n-2} + \cdots$$

4. **Løsningerne til den karakteristiske ligning giver spektret:**

   $$S = \{\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \cdots\}$$

5. **Dette indeholder mellem 1 og n egenværdier**

   Bemærk den algebraiske multiplicitet for λ_k (ordenen af roden) $M_{\lambda k}$

6. **Indsæt hver λ_k i den karakteristiske matrix M og løs det homogene system (fx vha. Gaussisk elimination):**

   $$\mathbf{A} - \lambda \mathbf{I} = \mathbf{0}$$

   Løsningerne er egenvektorerne.

7. **Bemærk den geometriske multiplicitet** $m_{\lambda k}$ **(antallet af lineært uafhængige egenvektorer for den givne λ_k)**

- ***A*** – koefficientmatrixen ($n \times n$)
- ***I*** – identitetsmatrixen ($n \times n$)
- λ_i – egenværdier

$$\Sigma\, \lambda_k = n$$

$$m_{\lambda k} \leq M_{\lambda k}$$