Opgave 1

Bestem singulariteterne (polerne og deres orden) i følgende funktioner:

$$\frac{z+1}{(z-i)^2} \qquad (z-i)^2 = 0 \quad \Leftrightarrow$$

$$\frac{1}{9+z^2}$$

$$\frac{1}{(z^2+1)^2}$$

Opgave 2

Bestem singularitets-typen (A, B, eller C) for

$$\sin z^{-1}$$

i $z = 0$. Brug Laurent-rækker.

$$\sin z = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)}{(\quad)} z$$

$$\sin z^{-1} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{}{(\quad)} z$$

Hvilke/hvor mange b_n er forskellig fra 0?

Hvilken type singularitet?

Opgave 3

Bestem

$$\oint_C \frac{9z+i}{z(z+i)(z-i)}\,dz$$

hvor C omslutter (kun) polen i. Brug både (3) og (4) side 721.

Med metode (3):

$$\operatorname*{Res}_{z=} \frac{9z+i}{z(z+i)(z-i)} = \lim_{z\to} (z \qquad) \frac{9z+i}{z(z+i)(z-i)}$$

$$= \left[\frac{9z+i}{\qquad\qquad} \right]_{z=}$$

$$= \frac{\qquad}{\qquad}$$

$$=$$

Med metode (4):

$$p(z) =$$

$$q(z) = \qquad\qquad (z+i)(z-i) = z^2+1$$

$$q'(z) =$$

$$\operatorname*{Res}_{z=} \frac{9z+i}{z(z+i)(z-i)} = \frac{p(z_0)}{q'(z_0)}$$

$$= \frac{\qquad}{\qquad}$$

$$=$$