

KF Lektion 2.4 opgaver

Opgave KF 2.4.1 [Tidligere eksamensopgave]

Den komplekse funktion $f(z)$ er givet ved

$$f(z) = z^3 e^{1/z}.$$

- (A) Opskriv funktionens Laurent-række med centrum i $z = 0$.
- (B) Funktionen har en singularitet. Bestem placering og typen af denne.
- (C) Beregn residuet for $f(z)$ i denne singularitet.
- (D) Beregn værdien af

$$\oint_C \sin z + z^3 e^{1/z} dz$$

hvor C er enhedscirklen med centrum i $z = 0$. $\frac{\pi i}{12}$

Opgave KF 2.4.2 [Tidligere eksamensopgave]

Den komplekse funktion $f(z)$ er givet ved

$$f(z) = \frac{\sin z}{(z + \pi)(z - \pi/2)}.$$

- (A) Find singulariteterne og bestem deres type.
- (B) Beregn residuet for $f(z)$ i alle singulariteter.
- (C) Beregn værdien af

$$\oint_{C_1} f(z) dz \quad \text{og} \quad \oint_{C_2} f(z) dz$$

hvor C_1 er cirklen $|z| = 2$ og C_2 er cirklen $|z| = 4$. Begge giver $\frac{4i}{3}$

Opgave KF 2.4.3 [Tidligere eksamensopgave]

Den komplekse funktion $f(z)$ er givet ved

$$f(z) = \frac{z^2}{(z^2 - 1)(z^2 + 4)}.$$

- (A) Find singulariteterne og bestem deres type.
- (B) Beregn residuet for $f(z)$ i alle singulariteter.
- (C) Beregn værdien af

$$\oint_C f(z) dz$$

hvor C er cirklen $|z| = 3$. 0

- (D) Vis at betingelserne i Cauchys hovedværdisætning er opfyldte og beregn værdien af

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2}{(x^2 - 1)(x^2 + 4)} dx. \quad \frac{2\pi}{5}$$