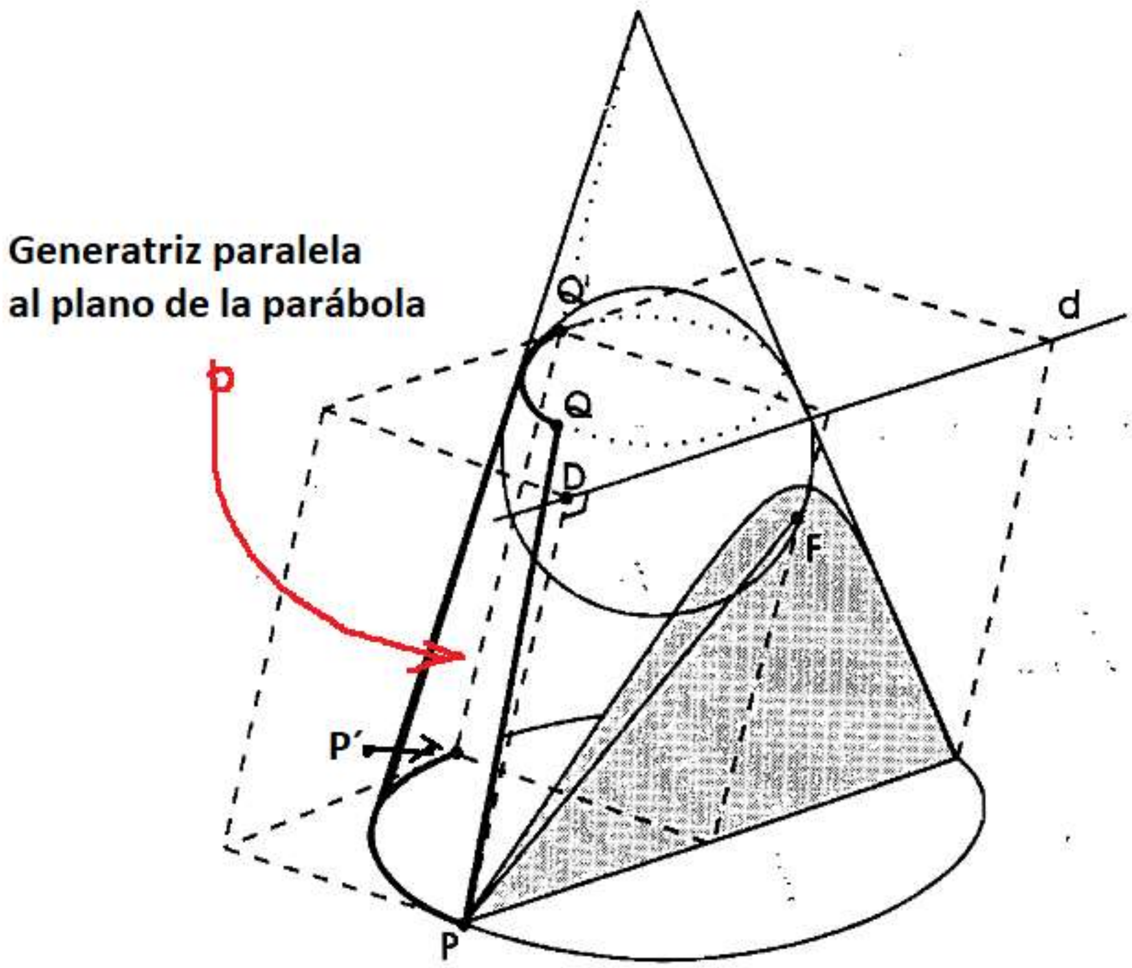
PARABOLA COMO CONICA

El caso de la parábola (análogamente a lo hecho con elipse e hipérbola), es posible examinarlo con una esfera de Dandelin.

Deseamos demostrar que la curva de intersección del plano paralelo a una generatriz y el cono es una parábola, o sea que cumple con la definición geométrica de la parábola:

“Conjunto de puntos del plano equidistantes de un punto fijo del mismo plano (foco) y una recta también del mismo plano (directriz).”

Gráficamente tenemos:



Para la demostración, observemos lo siguiente en la figura anterior:

-Que el punto de tangencia de la esfera inscrita y el piano paralelo a una generatriz del cono es el foco F.

-La recta d (directriz de la parábola) es la intersección del plano que contiene a la circunferencia de tangencia entre la esfera y el cono y el plano que corta al cono.

-El punto D es el punto en el pie de la perpendicular desde P a la recta d.

La propiedad que define a la parábola, PF = PD, se sigue de los hechos siguientes:

PF=PQ por ser tangentes a la esfera desde el punto exterior P.
PQ = P'Q' por ser generatrices comprendidas entre pianos paralelos.

- El paralelepípedo que forman los pianos indicados en la figura, P'Q' = PD.

Tenemos así la cadena de igualdades:

PF = PQ = P'Q' = PD

Esto muestra que **PF= PD.**

(También PF y PD son iguales por ser segmentos de tangente de un punto exterior a una esfera).

Como podemos repetir el razonamiento para cualquier otro punto de la curva de intersección, **podemos concluir que esta curva es una parábola con foco F y directriz d.**
