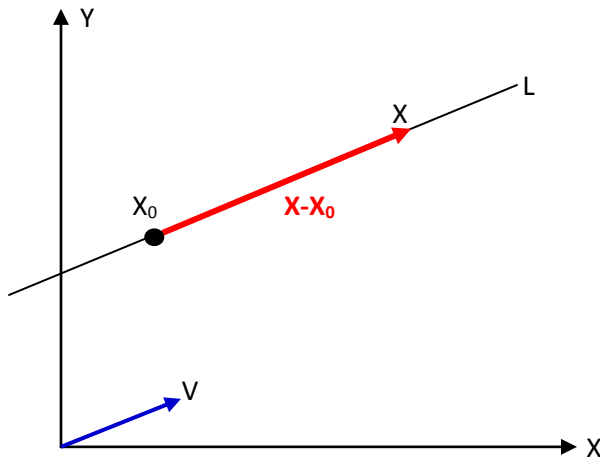


PERSAMAAN GARIS DAN PERSAMAAN BIDANG

Wisnu Priyo Hutomo, MSi

PERSAMAAN GARIS MELALUI SEBUAH TITIK (X_0)



Arah garis L yang melalui sebuah titik X_0 , bisa sembarang. Oleh karena itu harus diberi arah tertentu. Misalnya dianggap sejajar dengan suatu vektor V . Jadi garis L sejajar vektor V .

Garis merah ($X-X_0$) merupakan kelipatan dari vektor V , dapat ditulis :

$X-X_0 = tV$ (dimana t menunjukkan “kelipatan”), sehingga persamaan garis L : $X = X_0 + tV$

Contoh :

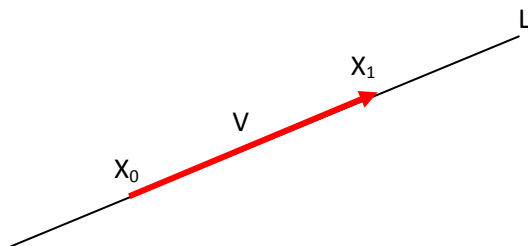
Carilah persamaan vektor dan persamaan parameter dari garis L yang melalui titik $P(1, 2, -3)$ dan sejajar dengan vektor $V(4, -5, 1)$.

Jawab :

Persamaan vektor : $(x, y, z) = (1, 2, -3) + t(4, -5, 1)$

Persamaan parameter : $x = 1 + 4t$; $y = 2 - 5t$; $z = -3 + t$

PERSAMAAN GARIS MELALUI DUA TITIK



Vektor arah dari garis L : $V = X_1 - X_0$

Persamaan garis L : $X = X_0 + t(X_1 - X_0)$

Contoh :

Tuliskan persamaan vektor dan persamaan parameter dari garis L yang melalui titik A(1, 3, -2) dan B(3, -1, -1).

Periksalah, apakah titik P(-3, 1, 4) dan titik Q(7, -9, 1) terletak pada garis L tersebut ?

Jawab :

$$\overrightarrow{AB} = B(3, -1, -1) - A(1, 3, -2) = (2, -4, 1)$$

$$\text{Persamaan vektor dari garis L : } (x, y, z) = (1, 3, -2) + t(2, -4, 1)$$

$$\text{Persamaan parameter : } x = 1 + 2t ; y = 3 - 4t ; z = -2 + t$$

Periksa titik P(-3, 1, 4) :

$$(-3, 1, 4) = (1, 3, -2) + t(2, -4, 1) = (1+2t, 3-4t, -2+t)$$

$$-3 = 1+2t \rightarrow -4 = 2t \rightarrow t = -2$$

$$1 = 3-4t \rightarrow 4t = 2 \rightarrow t = \frac{1}{2}$$

$$4 = -2+t \rightarrow t = 6$$

Karena t memiliki nilai yang tidak sama, maka titik P(-3, 1, 4) tidak terletak pada garis L tersebut.

Periksa titik Q(7, -9, 1) :

$$(7, -9, 1) = (1, 3, -2) + t(2, -4, 1) = (1+2t, 3-4t, -2+t)$$

$$7 = 1+2t \rightarrow 6 = 2t \rightarrow t = 3$$

$$-9 = 3-4t \rightarrow 4t = 12 \rightarrow t = 3$$

$$1 = -2+t \rightarrow t = 3$$

Karena t memiliki nilai yang sama, maka titik Q(7, -9, 1) terletak pada garis L.

PERSAMAAN BIDANG

BENTUK UMUM PERSAMAAN BIDANG : $aX + bY + cZ + d = 0$

Misal:

$\vec{n} = (a, b, c)$ = vektor normal = vektor yang tegak lurus pada bidang

$P_0 = (x_0, y_0, z_0)$ = titik yg diketahui pada bidang

Maka rumus mencari persamaan bidang nya adalah :

$$(a, b, c) \cdot (x - x_0, y - y_0, z - z_0) = 0 \rightarrow \text{Persamaan vektor}$$

$$a(x - x_0) + b(y - y_0) + c(z - z_0) = 0 \rightarrow \text{Persamaan Cartesius/koordinat}$$

JARAK SUATU TITIK KE BIDANG

Jarak titik $P_1 = (x_1, y_1, z_1)$ ke bidang $aX + bY + cZ + d = 0$ adalah :

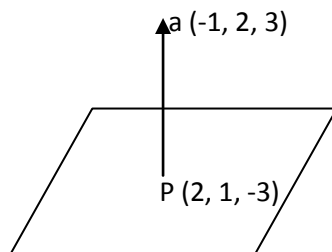
$$D = \frac{|ax_1 + by_1 + cz_1 + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$$

Contoh :

Tentukan persamaan bidang melalui titik $P(2, 1, -3)$ dan tegak lurus $\vec{a} = (-1, 2, 3)$.

Hitung jarak titik $Q(2, 1, 2)$ ke bidang tersebut.

Jawab :



$P_0 = (2, 1, -3)$ dan $\vec{n} = (-1, 2, 3)$

Persamaan vektor : $(-1, 2, 3) \cdot (x-2, y-1, z+3) = 0$

Persamaan koordinat : $-1(x-2) + 2(y-1) + 3(z+3) = 0$

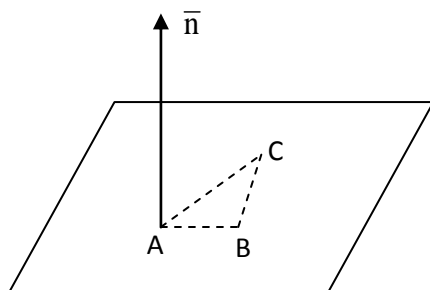
$$-x + 2 + 2y - 2 + 3z + 9 = 0$$

$$-x + 2y + 3z + 9 = 0$$

$$x - 2y - 3z - 9 = 0$$

$$D = \frac{|(1)(2) + (-2)(1) + (-3)(2) + (-9)|}{\sqrt{(1)^2 + (-2)^2 + (-3)^2}} = \frac{|2 - 2 - 6 - 9|}{\sqrt{1 + 4 + 9}} = \frac{|-15|}{\sqrt{14}} = \frac{15}{\sqrt{14}}$$

PERSAMAAN BIDANG MELALUI 3 TITIK



Contoh :

Tentukan persamaan bidang melalui titik A (1, 2, 3), B (-2, 1, 1) dan C (3, -1, 2).

Hitunglah jarak dari titik F (3, 4, 5) ke bidang tersebut.

Jawab :

$$\overline{AB} = B - A = (-2, 1, 1) - (1, 2, 3) = (-3, -1, -2)$$

$$\overline{AC} = C - A = (3, -1, 2) - (1, 2, 3) = (2, -3, -1)$$

$$\vec{n} = (a, b, c) = \overline{AB} \times \overline{AC}$$

$$\begin{aligned} &= \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ -3 & -1 & -2 \\ 2 & -3 & -1 \end{vmatrix} \\ &= \mathbf{i} \begin{vmatrix} -1 & -2 \\ -3 & -1 \end{vmatrix} - \mathbf{j} \begin{vmatrix} -3 & -2 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} + \mathbf{k} \begin{vmatrix} -3 & -1 \\ 2 & -3 \end{vmatrix} \\ &= -5\mathbf{i} - 7\mathbf{j} + 11\mathbf{k} \\ &= (-5, -7, 11) \rightarrow \text{vektor normal - nya} \end{aligned}$$

Sehingga dapat dipandang sebagai persamaan bidang melalui titik A (1, 2, 3) dan $\perp \vec{n} (-5, -7, 11)$.

Persamaan vektor : $(-5, -7, 11) \cdot (x-1, y-2, z-3) = 0$

Persamaan koordinat :

$$a(x - x_0) + b(y - y_0) + c(z - z_0) = 0$$

$$-5(x - 1) - 7(y - 2) + 11(z - 3) = 0$$

$$-5x + 5 - 7y + 14 + 11z - 33 = 0$$

$$-5x - 7y + 11z - 14 = 0$$

$$5x + 7y - 11z + 14 = 0$$

$$D = \frac{|(5)(3) + (7)(4) + (-11)(5) + (14)|}{\sqrt{(3)^2 + (4)^2 + (5)^2}} = \frac{|15 + 28 - 55 + 14|}{\sqrt{9 + 16 + 25}} = \frac{2}{\sqrt{50}}$$

SOAL :

1. Tentukan persamaan garis yg melalui titik C(1, 2, 3) dan D(3, 5, 4). Apakah titik M(3, 7, 2) terletak pada garis tersebut ?

2. Carilah persamaan bidang yg melalui titik P(9, 0, 4), Q(-1, 4, 3), dan R(0, 6, -2).

Hitunglah jarak titik S(4, 2, 4) ke bidang tersebut.